Exemples du cours sur les complexes Partie 2 2019/2020

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

16 mars 2020

Table des matières

Exemple 7 : Question 1

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct, les points A, B et C ont pour affixes respectives $a = -4$, $b = 2$ et $c = 4$.
On considère les trois points A′, B′ et C′ d'affixes respectives $a' = \mathrm{j}a$, $b' = \mathrm{j}b$ et $c' = \mathrm{j}c$ où j est le nombre complexe $-\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
On a $\mathrm{j} = -\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.
On en déduit que la forme exponentielle de j est $\mathrm{j} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.
Il est plus simple ici de mettre en évidence directement le cosinus et le sinus.

Exemple 7 : Question 2

En déduire les formes algébriques et exponentielles de $a' = \mathrm{j}a$, $b' = \mathrm{j}b$ et $c' = \mathrm{j}c$, sachant que $\mathrm{j} == \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

- $a' = -4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}} = 4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}} = 4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{3}}$ sous forme exponentielle et $a' = 2 - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$ sous forme algébrique.

  Dans une forme exponentielle, le coefficient multipliant $\cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)$ doit être positif. S'il est négatif, il faut écrire $-1 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}$ et un argument est $\theta + \pi$.
- $b' = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ sous forme exponentielle et $b' = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ sous forme algébrique.
- $c' = 4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ sous forme exponentielle et $c' = 2 + 2\mathrm{i}\sqrt{3}$ sous forme algébrique.