

Fiche d'exercices échantillonnage

Exercice 3

Partie A :

1) a) X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$
avec $\mu = 45,5$ ~~$X - \mu$~~



$\frac{X - \mu}{\sigma} = 2$ suit la loi $\mathcal{N}(0; 1)$
centrée et réduite

b) $P(X \leq \mu) = 0,5$

2) On prend $\sigma = 3,8$

On remarque que :

$$37,9 = \mu - 2\sigma$$

$$\text{et } 53,1 = \mu + 2\sigma$$

$$P(37,9 \leq X \leq 53,1) \approx 0,954$$

d'après le cours

Partie B:

- On teste le caractère : le patient a la maladie ✓
- On fait l'hypothèse que $p = 0,01$
- La taille de l'échantillon est $n = 1000$
- Les conditions d'approximation usuelles sont vérifiées:

$$n \geq 30 \quad np \geq 5 \quad n(1-p) \geq 5$$

On peut utiliser l'IFA:

au seuil de 95%:

$$\left[p - 1,96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

$$\approx [0,003 ; 0,012]$$

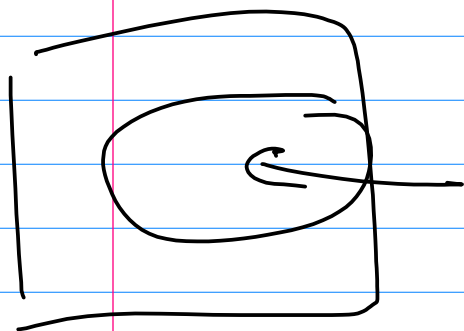
arrondi
par défaut

arrondi par défaut

2) La fréquence de la maladie sur l'échantillon est $f = 0,014$, elle est dans l'IFA donc on ne rejette pas l'hypothèse que $p = 0,01$.

Exemple 5 :

1) Intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 :



f dans l'échantillon

p proportion dans la population totale

IFA de 2ndo

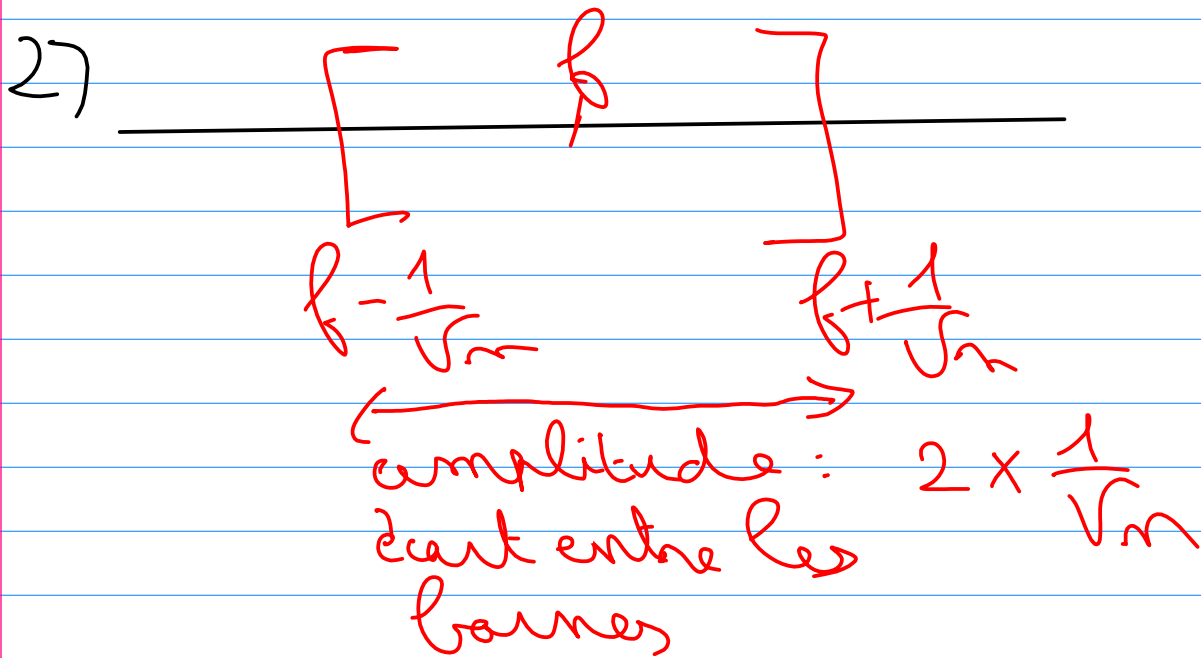
$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p$$

donc l'intervalle de confiance:

$$f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}}$$



On recherche n tel que:

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,04$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq \sqrt{n} \times 0,04$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{0,04} \leq \sqrt{n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{0,02} \leq \sqrt{n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,5}{0,01} \leq \sqrt{n}$$

$$\Leftrightarrow 0,5 \times 100 \leq \sqrt{n}$$

$$\Leftrightarrow 50 \leq \sqrt{n}$$

$$\Leftrightarrow 50^2 \leq n$$

Il faut interroger au moins 2500 personnes.

Elections présidentielles 2002

