

# Exemples du cours du chapitre calcul intégral 2019/2020

Frédéric Junier

Lycée du Parc  
1 Boulevard Anatole France  
69006 Lyon

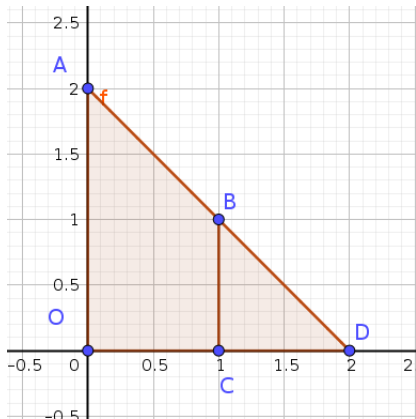
23 mars 2020

- Exemple 1
- Exemple 2
- Exemple 3
- Exemple 4
- Exemple 5
- Exemple 6
- Exemple 7
- Exemple 8
- Exemple 9
- Exemple 10
- Exemple 11

# Exemple 1 Partie 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; 2]$  par  $f(x) = 2 - x$ .

La surface dont l'aire est égale à l'intégrale  $I = \int_1^2 f(x) dx$  est le triangle  $BCD$  rectangle isocèle en  $C$  dont l'aire est  $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ .

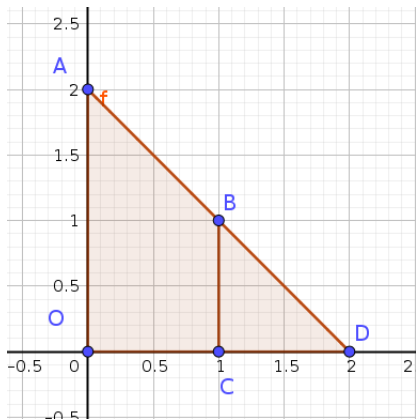


## Exemple 1 Partie 2

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; 2]$  par  $f(x) = 2 - x$ .

La surface dont l'aire est égale à l'intégrale  $I = \int_0^1 f(x) dx$  est le trapèze  $OABC$  rectangle isocèle en  $O$  dont l'aire est

$$\frac{1}{2} \times (OA + BC) \times OC = \frac{3}{2}.$$



## Exemple 2 Question 1

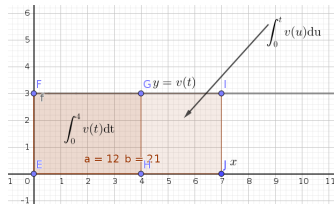
Soit  $M(t)$  un point mobile sur un axe tel que à chaque instant  $t \in [0; +\infty[$  (en secondes) on connaît sa vitesse instantanée  $v(t)$  en mètres par seconde.

A l'instant  $t = 0$ , le point mobile est à l'origine de l'axe et pour tout  $t \in [0; +\infty[$ , on a  $v(t) = 3 \text{ m.s}^{-1}$ .

- **Question 1** La fonction  $v$  est constante donc dérivable donc continue sur  $[0; +\infty[$ .

$\int_0^4 v(t)dt$  est l'aire du rectangle  $EFGH$  c'est-à-dire  $4 \times 3 = 12$ .

On peut l'interpréter comme la distance parcourue par le mobile en 3 secondes. Notons que la dimension de l'intégrale est celle de  $v(t)dt$  : vitesse  $\times$  temps = distance.



## Exemple 2 Question 2

- **Question 2**  $\int_2^5 v(t)dt$  est égale à  $(5-2) \times 3 = 9$ . C'est la distance parcourue par le mobile entre les instants  $t=2$  et  $t=5$  à une vitesse de  $3 \text{ m.s}^{-1}$ .  $\frac{1}{5-2} \int_2^5 v(t)dt$  est égale à  $\frac{\text{distance}}{\text{temps}} = \frac{9}{3}$ , c'est la vitesse moyenne du mobile entre les instants  $t=2$  et  $t=5$ . Comme sa vitesse est constante, c'est sa vitesse instantanée à tout instant. On a un exemple, d'utilisation de l'intégrale dans un calcul de valeur moyenne. Notons que  $\frac{1}{5-2} \int_2^5 v(t)dt$  a la même dimension que  $v(t)$ , c'est une vitesse.

## Exemple 2 Question 3

- **Question 3**  $g(t) = \int_0^t v(u) du$  est l'aire du rectangle  $EFIJ$  c'est-à-dire  $t \times 3 = 3t$ .

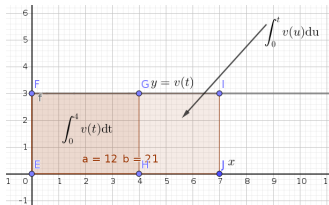
On peut l'interpréter comme la distance parcourue par le mobile en  $t$  secondes.

$g$  est une fonction linéaire donc elle est dérivable sur  $[0; +\infty[$  et  $g'(t) = 3$ . On remarque que  $g'(t) = v(t)$ . On peut

l'expliquer en prenant la limite du taux de variation

$$\frac{g(t+h)-g(t)}{h} = \frac{3(t+h)-3t}{h} = 3 \text{ quand } h \text{ tend vers } 0.$$

$g(t) = \int_0^t v(u) du$  est une primitive de  $v$ .



## Exemple 3

Voir [Notebook](#) et [Corrigé](#) (suivez les liens).



## Exemple 4 Question 1

Soit  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$ .

- $f$  est dérivable sur  $[0; +\infty[$  et  $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times (-t) e^{-\frac{t^2}{2}}$ . Pour tout réel  $t > 0$ , on a  $f'(t) < 0$  et  $f'(0) = 0$ .

On en déduit que  $f$  est strictement décroissante sur  $]0; +\infty[$ .

Puisque  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ , on a par composition  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} = 0$ .

## Exemple 4 Questions 2 et 3

$f$  est dérivable donc continue sur  $[0; +\infty[$ .

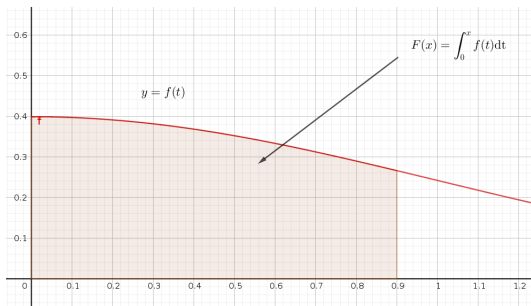
De plus, pour tout  $t \geq 0$ , on a  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$  donc  $f(t) \geq 0$ .

On peut appliquer le théorème fondamental, qui nous permet d'affirmer que  $F : x \mapsto \int_0^x f(t) dt$  est définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$  et que pour tout réel  $x \geq 0$ ,  $F'(x) = f(x)$ .

Notez qu'on utilise plutôt  $x$  pour  $F$  et  $t$  pour  $F' = f$  mais qu'on pourrait écrire : pour tout réel  $t \geq 0$ ,  $F'(t) = f(t)$ .

Puisque  $f$  est strictement positive sur  $]0; +\infty[$  et ne s'annule qu'en 0, on en déduit que  $F$  est strictement croissante sur  $[0; +\infty[$ . Page suivante un graphique qui permet de comprendre pourquoi  $F(x)$  aire sous la courbe de  $f$  entre 0 et  $x$  est croissante.

# Exemple 4 Questions 2 et 3



## Exemple 5 Question 1

Soient les fonctions  $f$  et  $F$  continues sur  $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$  définies par :

$$F(x) = \tan x - x \quad \text{et} \quad f(x) = \tan^2 x$$

$F$  est dérivable sur  $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$  et pour tout réel  $x \in ]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ , on a :

$$F'(x) = \frac{\cos(x) \times \cos(x) - \sin(x) \times (-\sin(x))}{\cos^2(x)} - 1 = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} - 1$$

$$F'(x) = \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \tan^2 x$$

$F$  est donc une primitive de  $f$ .

## Exemple 5 Question 2 a)

Soient  $g$  et  $G$  les fonctions définies sur  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = \frac{1 + \ln x}{x} \quad \text{et} \quad G(x) = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + \ln x$$

$G$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$ , et pour tout réel  $x > 0$ , on a :

$$G'(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{x} \times 2 \ln(x) + \frac{1}{x} = \frac{1 + \ln x}{x}$$
$$G'(x) = g(x)$$

$G$  et donc une primitive de  $g$ .

Notons que  $M$  définie par  $M(x) = G(x) + 1$ , a même dérivée  $g$  que  $G$  donc c'est aussi une primitive de  $g$ . On peut remplacer 1 par une constante  $k$ , toute fonction de la forme  $G(x) + k$  est une primitive de  $g$ .

## Exemple 5 Question 2 b)

$$G(e) = \frac{1}{2} (\ln e)^2 + \ln e = \frac{3}{2}.$$

La fonction  $H$  définie par  $H(x) = G(x) - G(e) = G(x) - \frac{3}{2}$ , s'annule en  $e$  et a pour dérivée  $H' = G' = g$  donc c'est une primitive de  $g$  qui s'annule en  $e$ .

Supposons qu'il existe une autre primitive  $N$  de  $g$  qui s'annule en  $e$ , on a  $(H - N)' = H' - N' = g - g = 0$  donc  $H - N$  est constante. De plus,  $(H - N)(e) = 0$  donc  $H - N = 0$  donc  $H = N$ .

$H$  est donc l'unique primitive de  $g$  qui s'annule en  $e$ .

## Exemple 6 Question 1) Partie 1

Chaque fonction  $f$  considérée est continue donc admet des primitives sur son intervalle de définition.

- a  $f(x) = 4$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = 4x + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- b  $f(x) = 0$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- c  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = 2\sqrt{x} + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- d  $f(x) = 3 + x + x^4$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = 3x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{5}x^5 + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

## Exemple 6 Question 1) Partie 2

Chaque fonction  $f$  considérée est continue donc admet des primitives sur son intervalle de définition.

- a  $f(x) = \sin(2x)$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- b  $f(x) = \cos(3x)$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \frac{1}{3} \sin(3x) + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- c  $f(x) = \frac{1}{x^4}$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \frac{1}{-4+1} x^{-4+1} + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$



## Exemple 6 Question 1) Partie 3

Chaque fonction  $f$  considérée est continue donc admet des primitives sur son intervalle de définition.

- a  $f(x) = e^{-2x}$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \frac{1}{-2}e^{-2x} + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- b  $f(x) = \frac{-1}{x}$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = -\ln(|x|) + k = -\ln(-x) + k \text{ avec } -x > 0 \text{ et } k \text{ constante réelle}$$

## Exemple 6 Question 2)

Soit la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F : x \mapsto x \ln x - x + 1$   
Pour tout réel  $x > 0$ , on a, en appliquant la formule de dérivation d'un produit pour  $x \ln(x)$  :

$$F'(x) = x \times \frac{1}{x} + 1 \times \ln(x) - 1 = \ln(x)$$

$F$  est donc une primitive de la fonction  $\ln$ . La primitive  $G$  de  $\ln$  qui s'annule en  $\sqrt{e}$ , est donc de la forme  $G(x) = F(x) + k$ . Il suffit de déterminer  $k$  en évaluant  $G$  en  $\sqrt{e}$  :

$$G(\sqrt{e}) = F(\sqrt{e}) + k = \frac{1}{2}\sqrt{e} - \sqrt{e} + 1 + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}\sqrt{e} - 1$$

La primitive de  $\ln$  qui s'annule en  $\sqrt{e}$  est donc  
 $G(x) = x \ln x - x + \frac{1}{2}\sqrt{e}$ .

## Exemple 6 Question 2)

Soit la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F : x \mapsto x \ln x - x + 1$   
Pour tout réel  $x > 0$ , on a, en appliquant la formule de dérivation d'un produit pour  $x \ln(x)$  :

$$F'(x) = x \times \frac{1}{x} + 1 \times \ln(x) - 1 = \ln(x)$$

$F$  est donc une primitive de la fonction  $\ln$ . La primitive  $G$  de  $\ln$  qui s'annule en  $\sqrt{e}$ , est donc de la forme  $G(x) = F(x) + k$ . Il suffit de déterminer  $k$  en évaluant  $G$  en  $\sqrt{e}$  :

$$G(\sqrt{e}) = F(\sqrt{e}) + k = \frac{1}{2}\sqrt{e} - \sqrt{e} + 1 + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}\sqrt{e} - 1$$

La primitive de  $\ln$  qui s'annule en  $\sqrt{e}$  est donc  
 $G(x) = x \ln x - x + \frac{1}{2}\sqrt{e}$ .

## Exemple 7 Partie 1

- ①  $f(x) = x^2 - 2x - 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + e^x$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - x + \frac{1}{x} - \ln(|x|) + e^x + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- ②  $f(x) = \cos(4x - 1) - 2\sin(2x)$  admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \frac{1}{4} \sin(4x - 1) + 2 \times \frac{1}{2} \cos(2x) + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

- ③  $f(x) = \frac{e^{731x}}{(e^{731x} + 1)^2}$  est de la forme  $\frac{1}{731} \frac{u'}{u^2}$  avec  $u(x) = e^{731x} + 1$ , donc admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = -\frac{1}{u(x)} + k = -\frac{1}{731} \frac{1}{e^{731x} + 1} + k \text{ avec } k \text{ constante réelle}$$

## Exemple 7 Partie 2

- ①  $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$  est de la forme  $-\frac{u'}{u}$  avec  $u(x) = e^{-x} + 1$ , donc admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = -\ln(|u(x)|) + k = -\ln(|e^{-x} + 1|) + k = -\ln(e^{-x} + 1) + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

- ②  $f(x) = \frac{x}{e^{x^2}} = xe^{-x^2}$  est de la forme  $-\frac{1}{2}u'e^u$  avec  $u(x) = -x^2$ , donc admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = -\frac{1}{2}e^{u(x)} + k = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

## Exemple 7 Partie 3

- ①  $f(x) = \frac{1}{x \ln x} = \frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)}$  est de la forme  $\frac{u'}{u}$  avec  $u(x) = \ln(x)$ , donc admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \ln(|u(x)|) + k = \ln(|\ln(x)|) + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

Sur  $]0; 1[$ , on a  $\ln(x) < 0$  donc  $F(x) = \ln(-\ln(x)) + k$ .

Sur  $]1; +\infty[$ , on a  $\ln(x) > 0$  donc  $F(x) = \ln(\ln(x)) + k$ .

- ②  $f(x) = \cos(x)e^{\sin(x)}$  est de la forme  $u'e^u$  avec  $u(x) = \sin(x)$ , donc admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = e^{u(x)} + k = e^{\sin(x)} + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

- ③  $f(x) = \frac{1}{x} \times (\ln x)^2$  est de la forme  $u'u^2$  avec  $u(x) = \ln(x)$ , donc admet pour primitives les fonctions de la forme :

$$F(x) = \frac{1}{3}u^3(x) + k = \frac{1}{3}(\ln(x))^3 + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

## Exemple 8 Partie 1

On considère les courbes d'équations  $y = 1$ ,  $y = x$  et  $y = x^2$  sur l'intervalle  $[0; 1]$ .

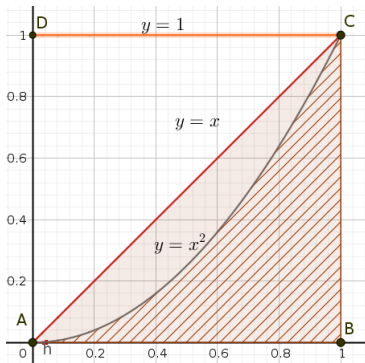
Pour tout réel  $x \in [0; 1]$ , on a :

$$0 \leq x \leq 1$$

on multiplie par  $x \geq 0$

$$0 \leq x^2 \leq x \leq 1$$

# Exemple 8 Figure





## Exemple 8 Partie 2

Puisque pour tout réel  $x \in [0; 1]$ , on a  $0 \leq x^2 \leq x \leq 1$ , on en déduit que : la courbe d'équation  $y = x^2$  est donc en dessous de la droite d'équation  $y = x$ , elle même en-dessous de la droite d'équation  $y = 1$ .

Par définition de l'intégrale d'une fonction continue positive comme aire du domaine « sous sa courbe » (délimité par sa courbe, l'axe des abscisses et les deux droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par les bornes de l'intervalle), on en déduit que :

$$I = \int_0^1 x^2 \, dx \leq K = \int_0^1 x \, dx \leq J = \int_0^1 1 \, dx$$

## Exemple 8 Partie 3

De plus, par additivité des aires, l'intégrale  $L = \int_0^1 1 - x^2 \, dx$  représente l'aire du domaine entre la droite d'équation  $y = 1$  et la courbe d'équation  $y = x^2$ , de même  $M = \int_0^1 x - x^2 \, dx$  représente l'aire du domaine entre la droite d'équation  $y = x$  et la courbe d'équation  $y = x^2$ .

On peut noter que pour tout réel  $x \in [0; 1]$ , on a  $0 \leq x^2 \leq x \leq 1$ , donc  $0 \leq x - x^2 \leq 1 - x^2$  et donc  $M \leq L$ .

## Exemple 9 Partie 1

Calculer les intégrales suivantes :

$$\textcircled{1} \int_{-1}^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx = [2\sqrt{e^x+1}]_{-1}^1 = 2\sqrt{e^1+1} - 2\sqrt{e^{-1}+1};$$

$$\textcircled{2} \int_2^4 \frac{1}{(2x-1)^4} dx = \left[ \frac{1}{2} \times \frac{1}{-4+1} (2x-1)^{-4+1} \right]_2^4$$
$$\int_2^4 \frac{1}{(2x-1)^4} dx = \frac{1}{2} \times \frac{1}{-4+1} (7)^{-4+1} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{-4+1} (3)^{-4+1}$$

$$\textcircled{3} \int_0^{2\pi} \cos(\theta) d\theta = [\sin(\theta)]_0^{2\pi} = 0 - 0 = 0;$$

$$\textcircled{4} \int_0^{\pi} \cos(2\theta) d\theta = \left[ \frac{1}{2} \sin(2\theta) \right]_0^{\pi} = 0 - 0 = 0;$$

$$\textcircled{5} \int_{-4}^{-2} (3x-1)^6 dx = \left[ \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} (3x-1)^7 \right]_{-4}^{-2} = \frac{1}{21} (-7^7 + 13^7);$$

$$\textcircled{6} \int_0^x \sin^2(t) dt. \text{ Il faut linéariser } \sin^2(t) \text{ avec les formules de duplication du sinus (voir chapitre sur les complexes Partie 2) : } \sin^2(t) = \frac{1-\cos(2t)}{2} \text{ donc :}$$

$$\int_0^x \sin^2(t) dt = \left[ \frac{1-\cos(2t)}{2} \right]_0^x = \frac{1-\cos(2x)}{2} - 0$$

## Exemple 9 Partie 2

Calculer les intégrales suivantes :

①  $\int_e^{e^3} \frac{1}{x \ln x} dx = [\ln(|\ln(x)|)]_e^{e^3} = \ln(\ln(3)) - \ln(1) = \ln(\ln(3))$

②  $\int_0^x \frac{1}{1+e^t} dt$  Ici il faut transformer l'expression pour faire apparaître une forme  $\frac{u'}{u}$  (ici  $-\frac{u'}{u}$ ). L'astuce classique avec l'exponentielle :  $e^t \times e^{-t} = 1$ .

$$\int_0^x \frac{1}{1+e^t} dt = \int_0^x \frac{e^{-t} \times 1}{e^{-t}(1+e^t)} dt = \int_0^x \frac{e^{-t} \times 1}{e^{-t} + 1} dt$$

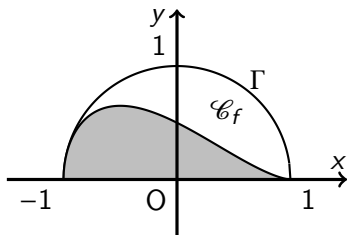
$$\text{Puis : } \int_0^x \frac{e^{-t}}{e^{-t} + 1} dt = [-\ln(|e^{-t} + 1|)]_0^x = -\ln(e^{-x} + 1) + \ln(2)$$

③  $\int_2^e \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx = \left[-\frac{1}{\ln(x)}\right]_2^e = -\frac{1}{\ln(e)} + \frac{1}{\ln(2)} = \frac{1}{\ln(2)} - 1$  Ici on a écrit  $\frac{1}{x(\ln(x))^2} = \frac{u'(x)}{u^2(x)}$  avec  $u(x) = \ln(x)$  pour déterminer une primitive qui est  $-\frac{1}{u(x)}$ .

## Exemple 10 Partie 1

Le demi-cercle  $\Gamma$  de rayon 1, représenté sur la figure ci-dessous, a pour équation  $y = \sqrt{1-x^2}$ .

La partie grisée est comprise entre l'axe des abscisses d'équation  $y = 0$  et la courbe  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$  définie sur  $[-1; 1]$  par  $f(x) = \frac{1}{2}(1-x)\sqrt{1-x^2}$ .



## Exemple 10 Partie 2

- $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$  est l'aire du demi-disque de rayon 1 donc c'est  $\frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 = \frac{\pi}{2}$ .
- Pour tout réel  $x \in [-1; 1]$ , si on note  $g(x) = x\sqrt{1-x^2}$ , on a  $g(-x) = -g(x)$  donc par symétrie centrale de centre l'origine du repère  $\int_{-1}^0 g(x) dx$  est l'opposé de l'aire du domaine sous la courbe de  $g$  sur l'intervalle  $[0; 1]$ .

$$\text{On a donc } \int_{-1}^0 g(x) dx = - \int_0^1 g(x) dx \Leftrightarrow \int_{-1}^0 x\sqrt{1-x^2} dx = - \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx.$$

## Exemple 10 Partie 3

- $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(1-x)\sqrt{1-x^2}dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (1-x)\sqrt{1-x^2}dx$   
par linéarité.

De nouveau par linéarité, on a

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{1}{2} \left( \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}dx - \int_{-1}^1 x\sqrt{1-x^2}dx \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \int_{-1}^1 x\sqrt{1-x^2}dx \right).$$

En appliquant la relation de Chasles, on a

$$\int_{-1}^1 x\sqrt{1-x^2}dx = \int_{-1}^0 x\sqrt{1-x^2}dx + \int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx.$$

D'après la propriété d'antisymétrie de la question 2), il vient  
 $-\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx + \int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx = 0.$

Finalement, on a  $\boxed{\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{\pi}{4}}.$

## Exemple 11

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions continues sur  $[1; 5]$ , on donne :

$$I = \int_1^2 f(x)dx = -3 \quad J = \int_5^2 f(x)dx = 2 \quad K = \int_1^5 g(x)dx = 12$$

Calculer  $L = \int_1^5 f(x)dx$ ,  $M = \int_1^5 (f(x) + g(x))dx$  puis  
 $N = \int_1^5 (2f(x) - 3g(x))dx$ .

- On applique la relation de Chasles :

$$\begin{aligned} L &= \int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = \\ &\int_1^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx = I - J = -5 \end{aligned}$$

- On applique la propriété de linéarité :

$$M = \int_1^5 (f(x) + g(x))dx = \int_1^5 f(x)dx + \int_1^5 g(x)dx = I + K = -5 + 12 = 7$$

- On applique la propriété de linéarité :

$$\begin{aligned} N &= \int_1^5 (2f(x) - 3g(x))dx = 2 \int_1^5 f(x)dx - 3 \int_1^5 g(x)dx = \\ &2 \times (-5) - 3 \times (12) = -46 \end{aligned}$$