link.dgpad.net/f5w4

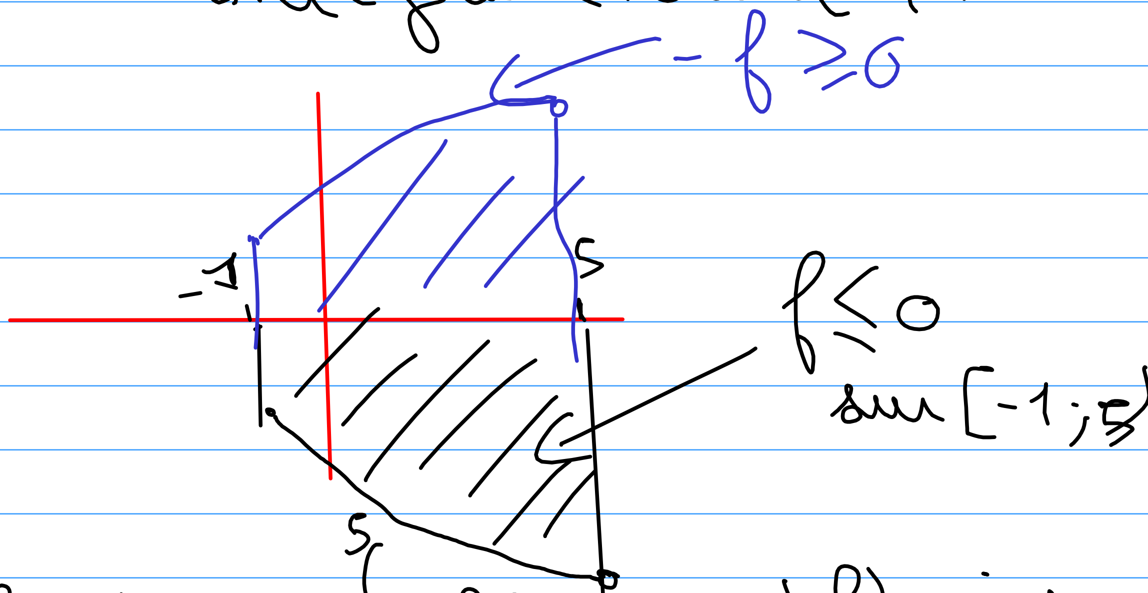
QCM 1

1) $\int_2^7 f(x)\,dx$ est l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, les droites d'équations $x=2$ et $x=7$ et la courbe d'équation $y=f(x)$.

$\int_2^7 f(x)\,dx = (7-2)\times\frac{1}{5} = 1$

2) L'intégrale vaut 7.

5)



$$-\int_{-1}^{5} f(x)\,dx = \int_{-1}^{5} -f(x)\,dx$$ est l'aire du domaine hachuré en noir (ou en bleu)

QCM 2

Primitive

$f(x)$	$F(x)$
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}$

https://doctools.dgpad.net/exam.php?datas=eyJiYXNlaWQiOiIxem15MDhiVF9XYTFid2NiVEJ3YnFoakx

1) $f(x) = 6x^2 - 2x + 3$

a pour primitive :

$$F(x) = 6 \times \frac{1}{3}x^3 - 2 \times \frac{1}{2}x^2 + 3 \times \frac{1}{0+1} \times x^{0+1}$$

2) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$

a pour primitives

$F(x) = \ln(x) + 2x + k$ avec k constante

3) $f(x) = \cos(2x)$

a pour primitive :

$F(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$

$f(x)$	$F(x)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$u' \sin(u)$	$-\cos u$
$u' \cos u$	$\sin(u)$

$u'(x)$ et $u(x)$

primitive

4) $f(x) = e^{-x}$

a pour primitive :

$F(x) = -e^{-x}$

Primitive

$f(x)$	$F(x)$
e^{x}	e^{x}
e^{-x}	$-e^{-x}$
$u' e^{u}$	e^{u}

5) $f(x) = \ln(x)$ sur $]0;+\infty[$.

Soit $F(x) = \underbrace{x\ln(x)}_{G(x)} - \underbrace{x}_{H(x)}$ 2 termes de la différence

Dérivons F :

$F(x) = G(x) - H(x)$

on dérive

$G(x) = x\ln(x)$ et $H(x) = x$

$$\boxed{F'(x) = G'(x) - H'(x)}$$

on a $\boxed{H'(x) = 1}$

et pour dériver G on applique la formule de dérivation d'un produit

$G(x) = u(x) \times v(x)$

$u(x) = x$ $\qquad v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 1$ $\qquad v'(x) = \frac{1}{x}$

D'après le cours : $G' = u'v + uv'$

donc $G'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}$.

$$\boxed{G'(x) = \ln(x) + 1}$$

On a bien $F'(x) = \ln(x)$
donc $F(x)$ est une primi-
-tive de $f(x) = \ln(x)$

6) $f(x) = \dfrac{3}{x+2} = 3 \times \dfrac{1}{x+2}$

f est de la forme :

$f = 3 \times \dfrac{u'}{u}$

avec $u(x) = x+2$
donc f a pour primitive :

$F(x) = 3 \times \ln(|u(x)|)$

$F(x) = 3 \times \ln(|x+2|)$

or $x > -2$ donc $x+2 > 0$

donc $|x+2| = x+2$

$F(x) = 3 \times \ln(x+2)$

7) $g(x) = 6e^{-2x+1}$ sur $\mathbb{R}$

G définie sur $\mathbb{R}$ par :

$G(x) = -3\underbrace{e^{-2x+1}}_{} + 3$

Dérivons G :

$G'(x) = -3 \times (-2) e^{-2x+1} + 0$

$G'(x) = 6e^{-2x+1} = g$

donc G primitive de g

De plus :

$$G\left(\frac{1}{2}\right) = -3\,\underbrace{e^{-2\times\frac{1}{2}+1}} + 3$$

$$G\left(\frac{1}{2}\right) = -3 \times e^{0} + 3 = 0$$

8)

Si F primitive de f

alors $\boxed{F' = f}$

Signe de la dérivée f → Sens de variation de la fonction F

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$ $=F(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$F(x)$	↘		↗

Courbe 1 est la seule possible

9)

QCM 3

Calculs d'intégrales

1) $\int_0^1 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1 =$

2) $\int_1^4 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^4$

$= \frac{1}{3}(4^3 - 1) =$

3) $\int_0^1 f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_0^1 =$

$= F(1) - F(0)$

$$\int_0^1 f(x)\,dx = 2e^1 - 3e^0 = 2e-3$$

4)

L'aire du domaine est :

$$\int_1^7 -\frac{1}{3}x+6\,dx = \left[-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}x^2+6x\right]_1^7$$

$$= 42-\frac{49}{6}+\frac{1}{6}-6$$

$$= 36-8 = 28\ u.a.$$

5)

$$\int_0^1 e^{2x}-x\,dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x}-\frac{x^2}{2}\right]_0^1$$

$$= \frac{e^2-1}{2}-\frac{1}{2}$$

$$= \frac{e^2 - 2}{2}$$

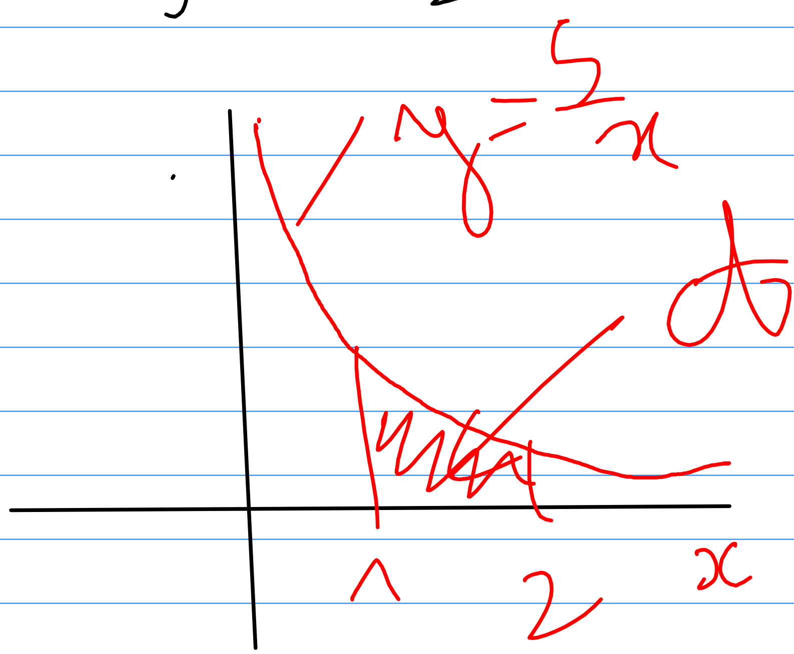
6)

$$I = \int_1^x 4t^2 - t + 1 \, dt$$

$$I = \left[4 \times \frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{2} t^2 + t \right]_1^x$$

$$I = \frac{4}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 + x - \frac{11}{6}$$

7)



$$\mathcal{A} = \int_1^2 f(x)\,dx$$

$$\mathcal{A} = \int_1^2 \frac{5}{x}\,dx$$

$$\mathcal{A} = \Big[5\ln(x)\Big]_1^2$$

$$\mathcal{A} = 5\ln(2) - 5\ln(1)$$

$$\mathcal{A} = 5\ln(2)$$

$$\ln\left(\frac{32}{5}\right) - \ln\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$= \ln(32) + \ln\left(\frac{1}{5}\right) - \ln\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$= \ln(32) = \ln(2^5)$$

$$= 5\ln(2)$$

donc réponses 1 et 4.