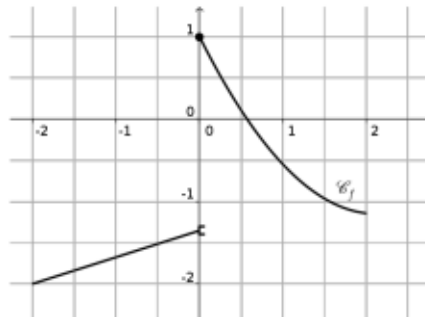


# Coverage des exemples du cours du chapitre continuité

## Capacité 1 Étudier la continuité d'une fonction (voir capacité 1 p.203)

1. Déterminer les points de continuité et de discontinuité de la fonction représentée ci-contre.
2. Représenter la courbe d'une fonction définie sur l'intervalle  $[-2; 2]$ , telle que  $f(-2) > 0$  et  $f(2) < 0$  et  $f$  ne s'annule pas sur  $[-2; 2]$ .

$f$  peut-elle être continue sur  $[-2; 2]$  ?

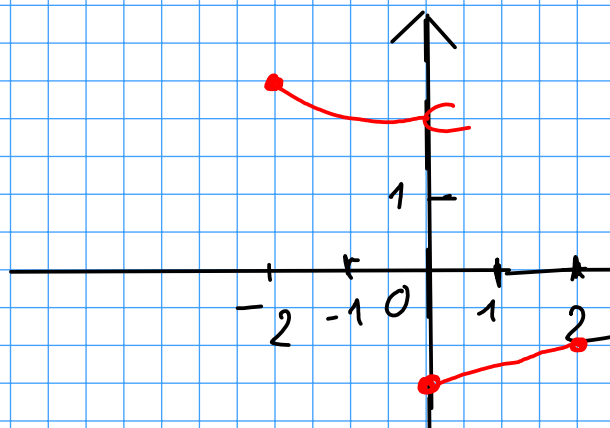


Source : Rico602 [CC BY-SA 3.0]

1)  $f$  continue sur  $[-2; 0[ \cup ]1; 2]$   
 $f$  discontinue en 0 car :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -1.5 \neq 1 = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$$

2)



Exemple de courbe  
d'une fonction  $f$  définie  
sur  $[-2; 2]$  telle que  
 $f(-2) > 0$  et  $f(2) < 0$   
mais qui ne s'annule  
pas sur  $[-2; 2]$

On peut concevoir qu'il n'existe pas de  
fonction continue sur  $[-2; 2]$  telle que  $f(-2) > 0$   
et  $f(2) < 0$  et que  $f$  ne s'annule pas sur  $[-2; 2]$

On pourra le justifier avec le théorème des valeurs intermédiaires.



### Algorithmique 1 La fonction partie entière

On considère la fonction Python définie ci-dessous :

```
def f(x):  
    n = 0  
    if x < 0:  
        while n > x:
```



```
        n = n - 1  
    return n  
else:  
    while n <= x:  
        n = n + 1  
    return n - 1
```

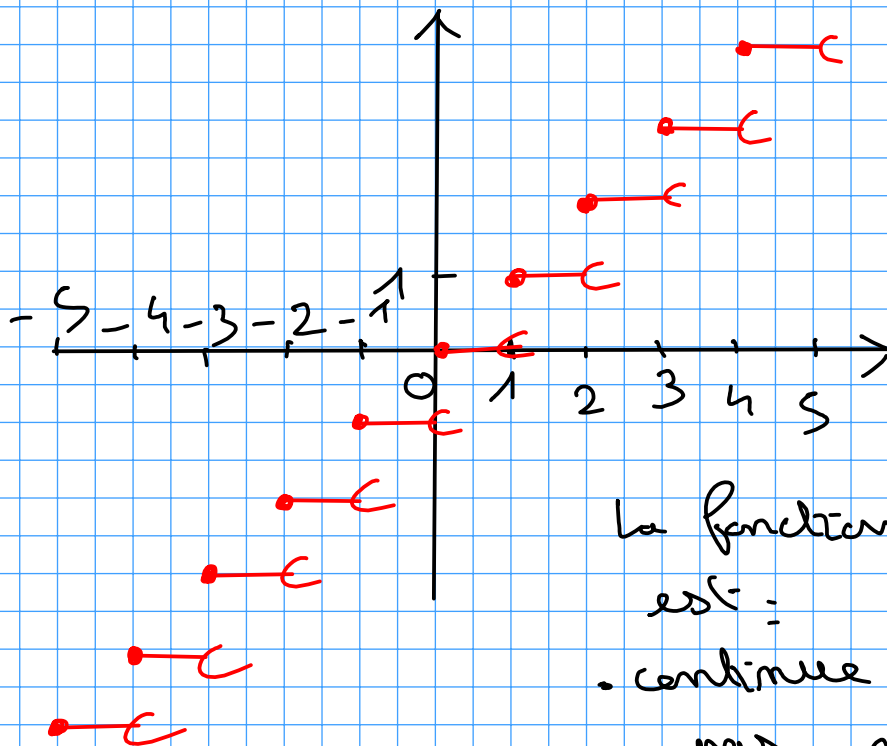
1. Déterminer  $f(0)$ ,  $f(0.1)$ ,  $f(0.9)$ ,  $f(1)$ ,  $f(1.1)$ ,  $f(-0.1)$ ,  $f(-0.9)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(-1.1)$ .
2. Que représente  $f(x)$  pour un réel  $x$ ?
3. Représenter la courbe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-5; 5]$ .
4. Déterminer les points de continuité ou de discontinuité de  $f$ .

$$\begin{aligned} 1) \quad & f(0) = 0 & f(0.1) &= 0 \\ & f(1) = 1 & f(1.1) &= 1 \\ & f(-0.1) = -1 & f(-0.9) &= -1 \\ & f(-1) = -1 & f(-1.1) &= -2 \end{aligned}$$

2)  $f(x)$  représente le plus grand entier inférieur ou égal à  $x$ .

Cette fonction  $f$  est la fonction partie entière pour tout réel  $x$ , on note  $f(x) = \lfloor x \rfloor$

3)



La fonction partie entière est :

- continue en  $x$  si  $x$  n'est pas un entier
- discontinue en  $x$  si  $x$  est un entier

### Capacité 2 Étudier une suite du type $(f(u_n))$

Soit  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et pour tout entier naturel  $n$  par  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$ .

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^x$ .

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ , on a  $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ .
2. En déduire que la suite  $(u_n)$  converge vers une limite  $\ell$  et déterminer la valeur de  $\ell$  en passant à la



limite dans la relation de récurrence  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$ .

3. Étudier la limite de la suite  $(f(u_n))$ .

1) Pour tout entier naturel  $n$ , on définit la propriété :  $P_n : 1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$

Démontrons par récurrence que  $P_n$  est vraie pour tout entier  $n \geq 0$ .

Initialisation:

$$u_0 = 1 \text{ et } u_1 = \frac{1}{2} u_0 + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

On a  $1 \leq u_0 \leq u_1 \leq 2$  donc  $P_0$  est vraie

Hérédité: Soit un entier  $n \geq 0$  tel que  $P_n$  est vraie.

Par hypothèse de récurrence, on a:

$$1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$$

$$\text{donc } \frac{1}{2} \times 1 + 1 \leq \frac{1}{2} u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2} u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2} \times 2 + 1$$

$$\frac{3}{2} \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2$$

$$\text{donc } 1 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2$$

donc  $P_{n+1}$  est vraie et la propriété est héréditaire.

Conclusion:  $P_n$  est initialisée pour  $n=0$  et héréditaire donc elle est vraie par récurrence pour tout entier  $n \geq 0$ .

2) Pour tout entier  $n \geq 0$ , on a:

$$1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$$

• D'une part, pour tout entier  $n \geq 0$ , on a  $u_n \leq u_{n+1}$  donc  $(u_n)$  est croissante.

• D'autre part, pour tout entier  $n \geq 0$ , on a:

$$u_n \leq 2 \text{ donc } (u_n) \text{ majorée par } 2$$

D'après le théorème de convergence monotone, on en déduit que  $(u_n)$  converge vers une limite  $l$  telle que  $0 \leq l \leq 2$ .

On a pour tout entier naturel  $n \geq 0$ :

$$u_{n+1} = g(u_n) \text{ avec } g(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

$g$  est continue sur  $\mathbb{R}$

Donc si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$

alors on peut passer à la limite dans

l'égalité  $u_{n+1} = g(u_n)$

et on a  $l = g(l)$ .

On résout l'équation:

$$l = g(l) \Leftrightarrow l = \frac{1}{2}l + 1$$

$$l = g(l) \Leftrightarrow \frac{1}{2}l = 1$$

$$l = g(l) \Leftrightarrow l = 2$$

On vérifie bien que:  $0 \leq l \leq 2$ .

3) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^x$ .  
 $f$  est dérivable donc continue sur  $\mathbb{R}$ .

De plus la suite  $(u_n)$  converge vers  $l = 2$

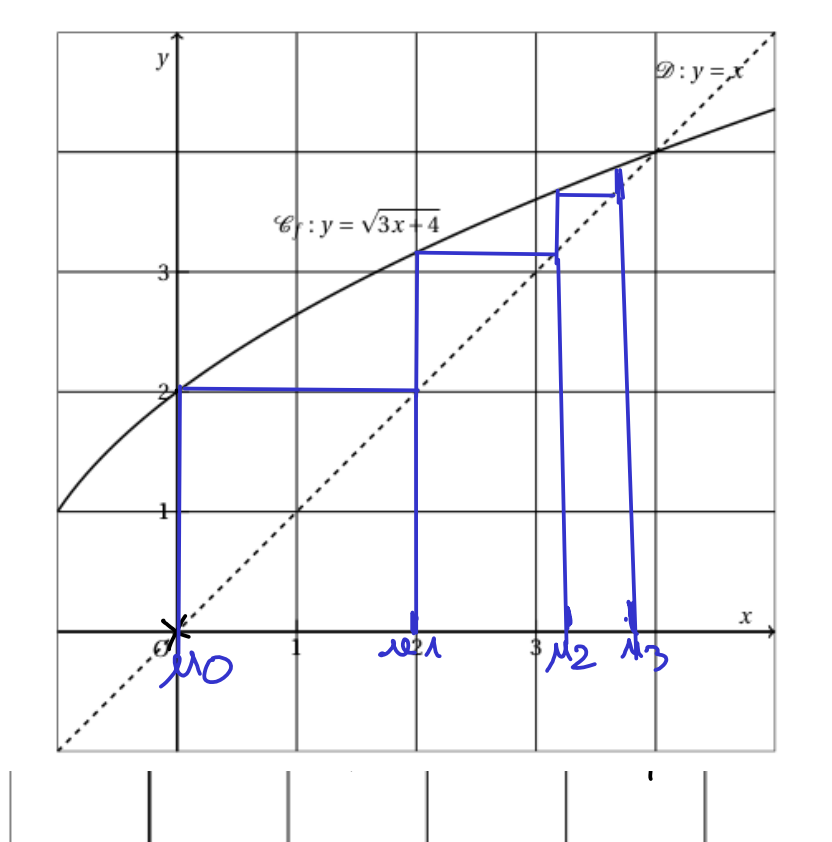
Donc d'après une propriété du cours, la suite  $(f(u_n))$  converge vers  $f(l) = f(2)$ .



### Capacité 3 Étudier une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 0$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$ .

On a représenté graphiquement la courbe  $\mathcal{C}_f$  d'équation  $y = f(x)$  et la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = x$ .



1. Représenter sur le graphique les premiers termes de la suite en appliquant cet algorithme de construction :

- **Étape 1 :** On part du point de coordonnées  $C_0$  sur l'axe des abscisses de coordonnées  $(u_0; 0)$  et on construit le point  $A_0$  de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisse  $u_0$  et d'ordonnée  $f(u_0) = u_1$ .
- **Étape 2 :** On construit le point  $B_0$  sur la droite d'équation  $y = x$  de même ordonnée  $u_1$  que  $A_0$  et d'abscisse  $u_1$ .
- **Étape 3 :** On construit le point  $C_1$  sur l'axe des abscisses de même abscisse que  $B_0$ . Les coordonnées de  $C_1$  sont  $(u_1; 0)$  et on commence une nouvelle itération à l'étape 1.

2. Calculer avec une machine les valeurs décimales approchées des premiers termes de  $(u_n)$  et vérifier la cohérence de la construction graphique.
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$$

4. En déduire que la suite  $(u_n)$  converge.
5. Déterminer sa limite en appliquant la propriété précédente.

deg SEQUENCES		
Sequences		Graph
Table		
Set the interval		
n	$u_n$	
0	0	
1	2	
2	3.162278	
3	3.672442	
4	3.87522	
5	3.95293	
6	3.98231	
7	3.993351	

3) Graphiquement, on peut conjecturer que la suite  $(u_n)$  converge vers 4, abscisse du point d'intersection de la droite d'équation  $y=x$  et de la courbe d'équation  $y=f(x)$ .

$f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{3x+4}$

$$f = \sqrt{u} \quad \text{avec} \quad u(x) = 3x+4$$

donc  $f$  dérivable sur  $[0; +\infty[$  et pour tout  $x \geq 0$ :

$$f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \quad \text{donc} \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}$$

On en déduit que pour tout  $x \geq 0$ , on a  $f'(x) > 0$   
donc  $f$  croissante sur  $[0; +\infty[$

• Pour tout entier naturel  $n \geq 0$  on définit la propriété  $P_n$ : " $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$ "

Démontrons par récurrence que  $P_n$  est vraie pour tout entier  $n \geq 0$ .

Initialisation:  $u_0 = 0$  et  $u_1 = \sqrt{3 \times 0 + 4} = \sqrt{4} = 2$

donc  $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 4$

donc  $P_0$  est vraie

Hérédité: Soit un entier  $n \geq 0$  tel que  $P_n$  est vraie. Par hypothèse de récurrence, on a:

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$$

$f$  est croissante sur  $[0; +\infty[$ , donc:

$$f(0) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(4)$$

$$2 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 4$$

donc  $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 4$

donc  $P_{n+1}$  est vraie

Conclusion:  $P_n$  est initialisée pour  $n=0$  et elle est héréditaire donc elle est vraie par récurrence pour tout entier  $n \geq 0$ .

4) Pour tout entier  $n \geq 0$ , on a:  $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$

D'une part, pour tout entier  $n \geq 0$ ,  $u_n \leq u_{n+1}$   
donc  $(u_n)$  croissante.

D'autre part, pour tout entier  $n \geq 0$ ,  
 $u_n \leq 4$  donc  $(u_n)$  majorée par 4.

D'après le théorème de convergence monotone,  
 $(u_n)$  converge vers une limite  $l$  telle  
que  $0 \leq l \leq 4$ .



5)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$  avec  $0 \leq l \leq 4$

• Pour tout entier  $n \geq 0$ , on a

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

•  $f$  est continue sur  $[0; 4]$

Donc d'après une propriété des cours,  $l$  est solution sur  $[0; 4]$  de l'équation

$$f(x) = x.$$

On résout dans  $[0; 4]$  :

$$f(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+4} = x \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+4}^2 = x^2 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$f(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

On résout l'équation  $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times (-4) = 25$$

$\Delta > 0$  donc deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{25}}{2} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{25}}{2} = 4$$

On déduit que dans  $[0; 4]$  :

$$f(x) = x \Leftrightarrow x = 4.$$

L'unique solution de  $f(x) = x$  dans  $[0; 4]$  est 4

et d'après le raisonnement précédent, c'est forcément la limite  $l$  de la suite  $(u_n)$ .



#### Capacité 4 Utiliser un théorème d'existence

Soit  $f$  la fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$  définie par  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$ .

1. Justifier que l'équation  $f(x) = 0$  possède au moins une solution sur l'intervalle  $[-1; 6]$ . Vérifier graphiquement avec la calculatrice.
2. Justifier que l'équation  $f(x) = 2$  possède au moins une solution sur l'intervalle  $[0; 1]$ .

1)

$$\text{On a } f(-1) = (-1)^3 - 6 \times (-1)^2 + 6 = -1$$

$$\text{et } f(6) = 6^3 - 6^2 + 6 = 6$$

$$\text{donc } f(-1) < 0 < f(6)$$

- $f$  dérivable donc continue sur  $[-1; 6]$
  - 0 est une valeur intermédiaire entre  $f(-1) = -1$  et  $f(6) = 6$
- Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  possède au moins une solution dans  $[-1; 6]$

- 2) on a  $f(0) = 6$  et  $f(1) = 1^3 - 6 + 6 = 1$
- $f$  dérivable donc continue sur  $[0; 1]$
  - 2 est une valeur intermédiaire entre  $f(0) = 6$  et  $f(1) = 1$

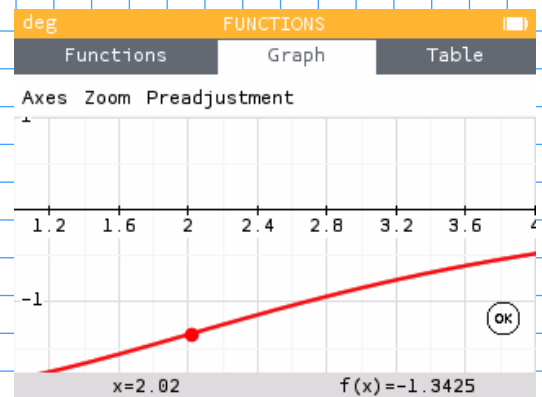
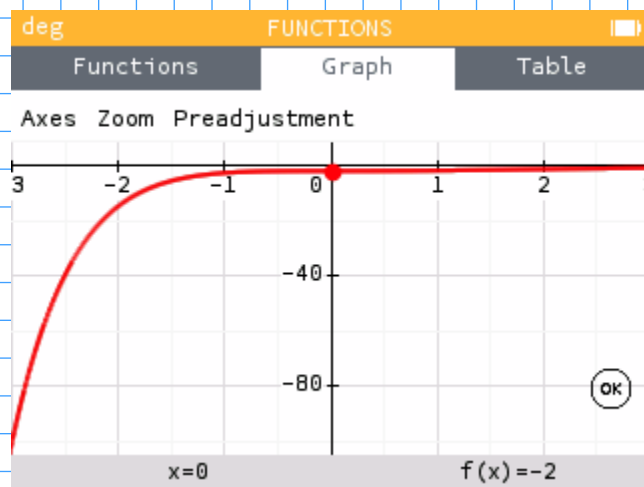
D'après le théorème des valeurs intermédiaires l'équation  $f(x) = 2$  possède au moins une solution dans  $[0; 1]$ .



### Capacité 5 Démontrer qu'une fonction est strictement monotone

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -e^{-x}(x^2 + 2x + 2)$ .

1. Conjecturer graphiquement les limites aux bornes, le sens de variation, la convexité et les éventuels points d'inflexion de la fonction  $f$ .
2. Démontrer ces conjectures.



1) Graphiquement, on peut conjecturer que :

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$
- $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$
- $f$  est concave sur  $]-\infty; 0]$  et sur  $[2; +\infty[$  et convexe sur  $[0; 2]$
- $f$  admet deux points d'inflexion aux abscisses 0 et 2

Étudions les limites en  $-\infty$  et en  $+\infty$ :

• Tout d'abord en  $-\infty$ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$$

On pose  $y = -x$ , on a  $\lim_{y \rightarrow +\infty} e^y = +\infty$

donc par composition  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$

$$\text{Pour tout } x < 0, x^2 + 2x + 2 = x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$$

$$\text{donc par produit } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right) = +\infty$$

$$\text{• Par produit on a donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} -e^{-x} (x^2 + 2x + 2) = -\infty$$

• Ensuite en  $+\infty$ :

$$\text{Pour tout } x > 0: f(x) = -\frac{x^2}{e^x} - \frac{2x}{e^x} - \frac{2}{e^x}$$

$$\text{Par croissances comparées on a } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$$

$$\text{Par quotient, on a } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0$$

Par somme on a donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

• Étudions le sens de variation et la convexité de  $f$ .

$f$  dérivable deux fois sur  $\mathbb{R}$  comme produit de deux fonctions deux fois dérivables sur  $\mathbb{R}$

$$f = -e^u \times v \quad \text{avec } u(x) = -x \\ \text{et } v(x) = x^2 + 2x + 2$$

$$f' = -(e^u)' \times v - e^u \times v'$$

$$f' = -u' e^u \times v - e^u v' = -e^u (u' v + v')$$

$$\text{donc } f'(x) = -e^{-x} \times ((-1) \times (x^2 + 2x + 2) + 2x + 2)$$

$$f'(x) = -e^{-x} \times (-x^2) = e^{-x} \times x^2$$

Pour tout réel  $x$ , on a  $e^{-x} \times x^2 > 0$

$$\text{donc } f'(x) > 0$$

donc  $f$  strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

On dérive encore 1 fois pour étudier la convexité

$$\text{Pour tout réel } x, \text{ on a : } f''(x) = -e^{-x} \times x^2 + e^{-x} \times 2x$$

$$f''(x) = e^{-x} \times x \times (2 - x)$$

On en déduit le signe de  $f''$  et la convexité de  $f$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$e^{-x}$	+	+	+	+
$x(2-x)$	-	0	0	-
$f''(x)$	-	0	0	-
convexité de $f$	concave	convexe	concave	

On retrouve aussi que  $f$  admet des points d'inflexion aux abscisses 0 et 2.

### Capacité 6 Utiliser le théorème de la bijection

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$ .

1. Étudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  et déterminer ses limites en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
2. Dresser le tableau de variations complet de  $f$ .
3. A l'aide du corollaire du TVI appliqué sur trois intervalles différents, justifier que l'équation  $f(x) = 0$  possède exactement trois solutions.
4. Démontrer que la plus grande solution de  $f(x) = 0$  est comprise entre 5 et 6 puis déterminer par balayage un encadrement de cette solution d'amplitude 0,1 avec un tableau de valeurs sur la calculatrice.
5. Compléter les fonctions algorithmique et Python ci-dessous pour qu'elles déterminent par balayage un encadrement d'amplitude 0,1 de la plus grande solution de  $f(x) = 0$ .
6. Dédire du tableau de variations de  $f$ , son tableau de signes.

#### Algorithme

```
Fonction f(x):  
  Retourne  $x^3 - 6x^2 + 6$   
  
Fonction balayage():  
   $x \leftarrow 5$   
  Tant que .....  
     $x \leftarrow x + 0,1$   
  Retourne (....., .....)
```

#### Python

```
def f(x):  
    return x ** 3 - 6 * x ** 2 + 6  
  
def balayage():  
    x = 5  
    while .....:  
        x = x + 0.1  
    return (....., .....)
```

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$  définie sur  $\mathbb{R}$  et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

### 0.2.1 Question 1 : Calcul de dérivée

```
In [7]: #expression de f(x)
fexp = t**3 - 6*t**2 + 6
fexp
```

Out [7]:  
 $t^3 - 6t^2 + 6$

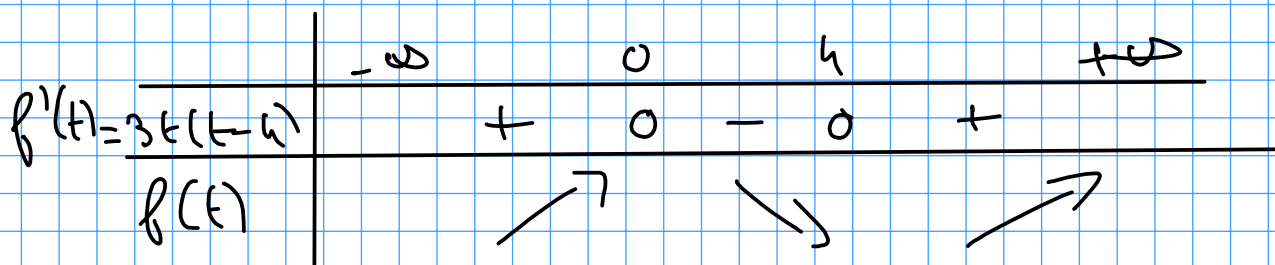
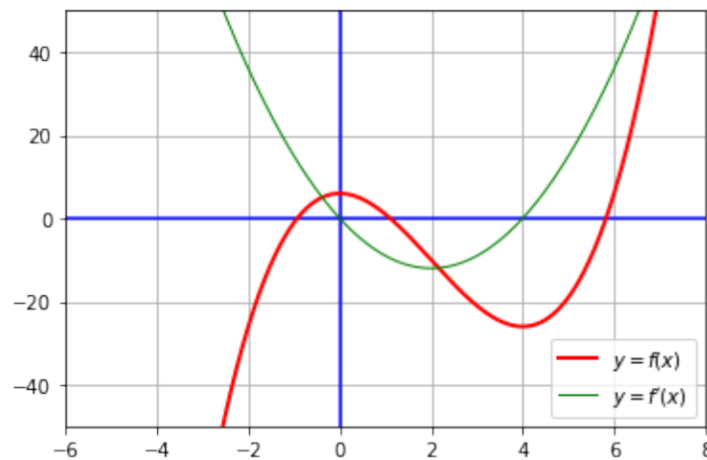
```
In [8]: #expression de f'(x)
fprimexp = dérivée(fexp, t)
fprimexp
```

1

Out [8]:  
 $3t^2 - 12t$

```
In [9]: simplifier(fprimexp)
```

Out [9]:  
 $3t(t - 4)$



3)

0.2.3 Question 4 Existence de solutions de l'équation  $f(x) = 0$ 

- $f : x \mapsto f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$  est dérivable donc continue sur  $] - \infty; 0]$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  et  $f(0) > 0$
- $f$  est strictement croissante sur  $] - \infty; 0]$

D'après un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  possède donc une unique solution  $\beta$  dans l'intervalle  $] - \infty; 0]$ .

- $f : x \mapsto f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$  est dérivable donc continue sur  $[0; 4]$
- $f(0) > 0$  et  $f(4) < 0$
- $f$  est strictement croissante sur  $[0; 4]$

D'après un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  possède donc une unique solution  $\beta$  dans l'intervalle  $[0; 4]$

- $f : x \mapsto f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$  est dérivable donc continue sur  $[4; +\infty[$
- $f(4) < 0$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $f$  est strictement croissante sur  $[4; +\infty[$

D'après un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  possède donc une unique solution  $\gamma$  dans l'intervalle  $[4; +\infty[$ .

4)  $f$  strictement croissante sur  $[5; 6]$   
 On a donc :  $f(5) < 0 < f(6) \Leftrightarrow f(5) < f(x) < f(6)$   
 - stricte croissance de  $f \Leftrightarrow 5 < x < 6$   
 sur  $[5; 6]$

## Algorithme

```

Fonction f(x):
  Retourne  $x^3 - 6x^2 + 6$ 

Fonction balayage():
   $x \leftarrow 5$ 
  Tant que  $f(x) < 0$  .....
     $x \leftarrow x + 0,1$ 
  Retourne ( $x - 0,1, x$ ...)
  
```

## Python

```

def f(x):
    return x ** 3 - 6 * x ** 2 + 6

def balayage():
    x = 5
    while f(x) < 0 .....
        x = x + 0.1
    return (x - 0.1, x...)
  
```



$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$+\infty$	
Variations de $f$	$-\infty$	$-\infty$	$\rightarrow f(0) > 0$	$-\infty$	$\rightarrow f(\gamma) < 0$	$-\infty$	$\rightarrow +\infty$	
Signe de $f$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

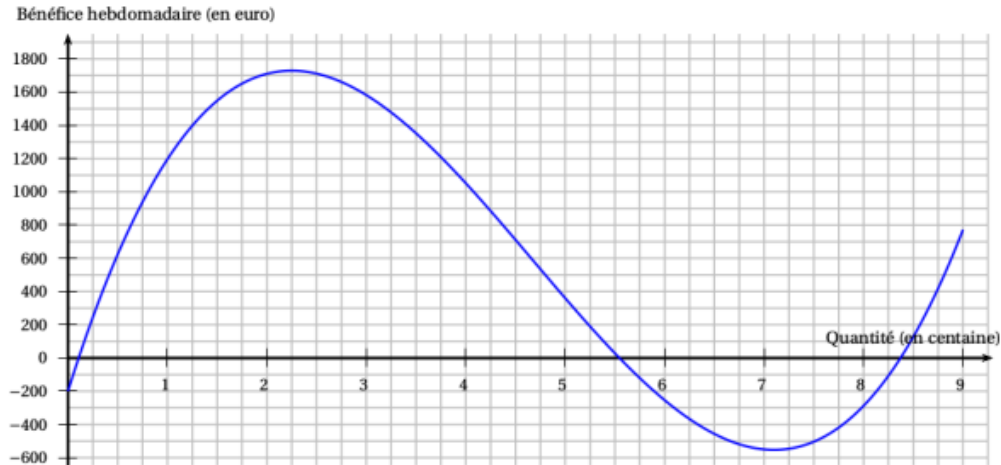


### Capacité 7 Encadrer la solution d'une équation par dichotomie

Une entreprise fabrique et vend des brosses à dents connectées. On modélise le bénéfice en euro pour  $x$  centaines de brosses à dents fabriquées et vendues par semaine par la fonction  $B$  définie sur  $[0; 9]$  par :

$$B(x) = 40x^3 - 561x^2 + 1917x - 200$$

La courbe représentative du bénéfice hebdomadaire est donnée ci-dessous.



1. Justifier que la fonction  $B$  est dérivable sur  $[0; 9]$  et déterminer l'expression de  $B'(x)$ .
2. En déduire l'étude des variations de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0; 9]$ .
3. Démontrer que l'équation  $B(x) = 0$  possède une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[8; 8,5]$ .
4. Déterminer graphiquement une valeur approchée de  $\alpha$  à 25 unités près.
5. Compléter le programme Python ci-dessous pour qu'en sortie de boucle, l'intervalle  $[u, v]$  constitue un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude inférieure ou égale à 0,02.

```
def B(x):  
    return 40 * x ** 3 - 561 * x ** 2 + 1917 * x - 200  
  
u = 8  
v = 8.5  
while v - u > 0.02:  
    m = (u + v) / 2  
    if B(m) >= 0:  
        .... = m  
    else:  
        .... = m
```

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 40x^3 - 561x^2 + 1917x - 200$  définie sur  $\mathbb{R}$  et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

### 0.2.1 Question 1 : Calcul de dérivée

```
In [7]: #expression de f(x)
fexp = 40 * t**3 - 561*t**2 + 1917 * t - 200
fexp
```

```
Out[7]:
40t3 - 561t2 + 1917t - 200
```

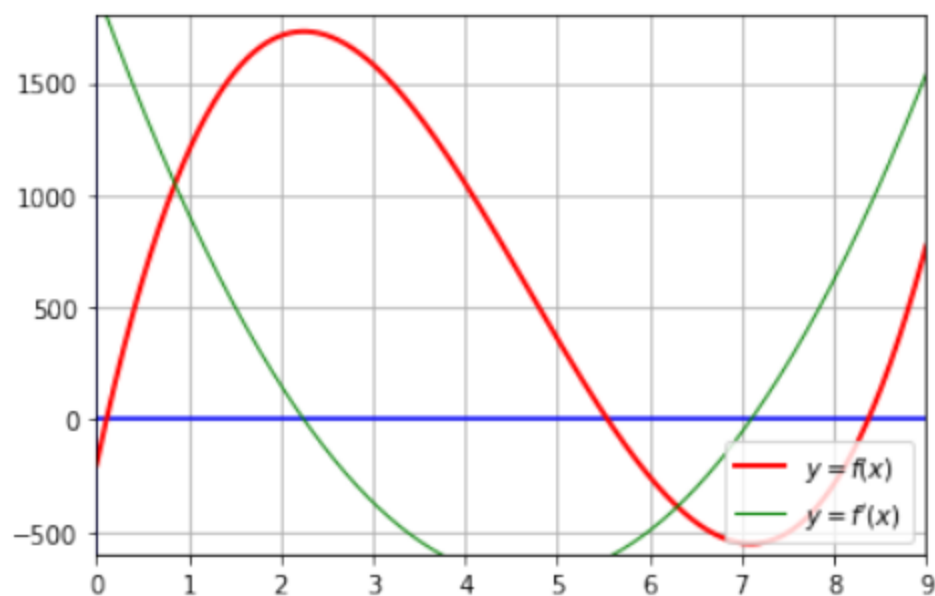
```
In [8]: #expression de f'(x)
fprimexp = dérivée(fexp, t)
fprimexp
```

1

```
Out[8]:
120t2 - 1122t + 1917
```

```
In [11]: factoriser(fprimexp)
```

```
Out[11]:
3(4t - 9)(10t - 7)
```



### 0.2.3 Question 4 Existence de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $[8;9]$

- $f : x \mapsto 40x^3 - 561x^2 + 1917x - 200$  est dérivable donc continue sur  $[8;9]$
- $f(8) < 0$  et  $f(9) > 0$
- $f$  est strictement croissante sur  $[8;9]$

D'après un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $f(x) = 0$  possède donc une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[8;9]$

```
def B(x):  
    return 40 * x ** 3 - 561 * x ** 2 + 1917 * x - 200  
  
u = 8  
v = 8.5  
while v - u > 0.02:  
    m = (u + v) / 2  
    if B(m) >= 0:  
        .b = m  
    else:  
        .a = m
```

#### 0.5.1 D'abord on s'arrête lorsque l'amplitude de l'intervalle $[a,b]$ est inférieure ou égale à 0,02

In [29]: `dicho_tab(f, 8, 9, 0.02, 0)`

Etape	m	Choix ?	a	b
initialisation	None	None	8	9
1	8.5	gauche	8	8.5
2	8.25	droite	8.25	8.5
3	8.375	gauche	8.25	8.375
4	8.3125	droite	8.3125	8.375
5	8.34375	droite	8.34375	8.375
6	8.359375	droite	8.359375	8.375