Capacités du cours sur le logarithme népérien

Capacité 1 *Utiliser la fonction logarithme dans un contexte*

La magnitude d'un séisme d'amplitude maximale A est mesurée *l'échelle de Richter* par $M = \dfrac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln(10)}$ où A_0 est une amplitude de référence. Cette formule s'écrit souvent $M = \log\left(\dfrac{A}{A_0}\right)$ où $\log(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$ est la fonction logarithme décimal (touche Log de la calculatrice).

1. Déterminer avec la calculatrice la magnitude sur l'échelle de Richter des séismes suivants :
   - **a.** Un séisme d'amplitude A_0.
   - **b.** Un séisme d'amplitude $10A_0$.
   - **c.** Un séisme d'amplitude $20A_0$.
   - **d.** Un séisme d'amplitude $10^n A_0$ avec n entier naturel. Quelle conjecture peut-on formuler?
   - **e.** le séisme de Barcelonnette (France 2014) d'amplitude $A = 2 \times 10^5 A_0$.
2. Exprimer en fonction de A_0 l'amplitude maximale du séisme d'Amatrice (Italie 2016) dont la magnitude était de 6,2 sur l'échelle de Richter.
3. *L'échelle de Richter* est une **échelle logarithmique**, la valeur représentée sur l'échelle est le logarithme (népérien ou décimal) de la grandeur mesurée. D'autres exemples d'échelles logarithmiques sont présentés aux exercices 92 p. 148 (magnitude d'un astre) et 173 p. 256 (intensité sonore en décibels). Quel est l'intérêt d'une échelle logarithmique par rapport à une échelle linéaire?

$\log(1) = 0$ ← séisme d

deg	CALCULATION
log(10)	1
log(20)	log(2)+1 ≈ 1.30103
log(100)	2
log(1000)	3

amplitude

$10\,A_0$

$\times 10$ $20\,A_0$

$100\,A_0$

$\times 10$ $1000\,A_0$

magnitude

1

$1 + \log(2) \simeq 1{,}3$ $+1$

2

$+1$

3

suite géométrique ⟷ suite arithmétique

$10^n A_0$

$\log\left(\dfrac{10^n A_0}{A_0}\right) = \log(10^n)$

$= n \log(10)$

relation fondamentale du logarithme

$\log(2) + \log(10^n)$

deg — CALCULATION

$\log(2\times10^5)$

$\log(2)+5 \approx 5.30103$

$10^{6.2}$

1584893

deg — CALCULATION

1584893

$\log(10^{6.2})$ — 6.2

$e^{\ln(10)\times6.2}$

1584893

magnitude du séisme d'Amatrice

$\frac{A}{A_0}$ pour le séisme d'Amatrice

$$\text{amplitude} \xrightarrow{\text{logarithme}} \text{magnitude}$$

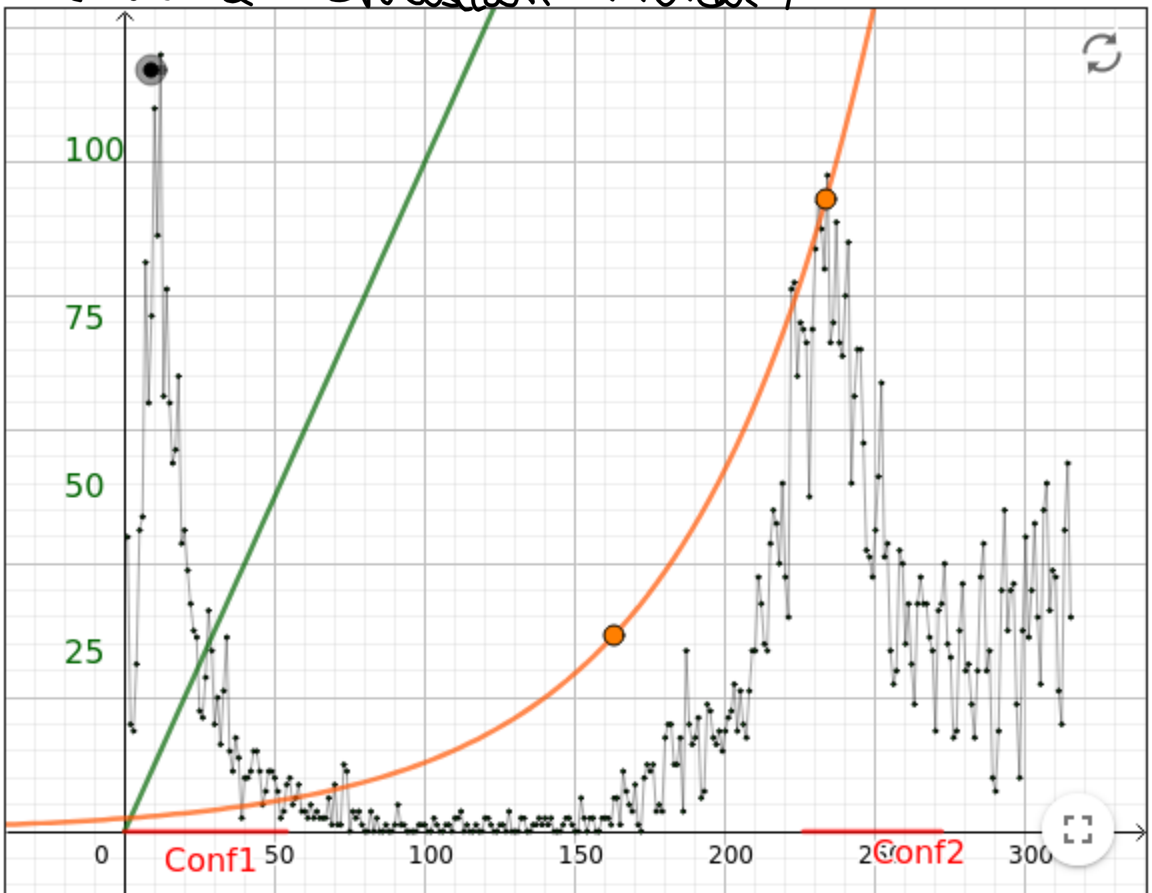
$$A \longrightarrow M = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

$$\frac{A}{A_0} = 10^M = 10^{\log\left(\frac{A}{A_0}\right)}$$

$$\text{ou } \frac{A}{A_0} = e^{\ln(10)\times M} = e^{\ln(10)\times\frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln(10)}}$$

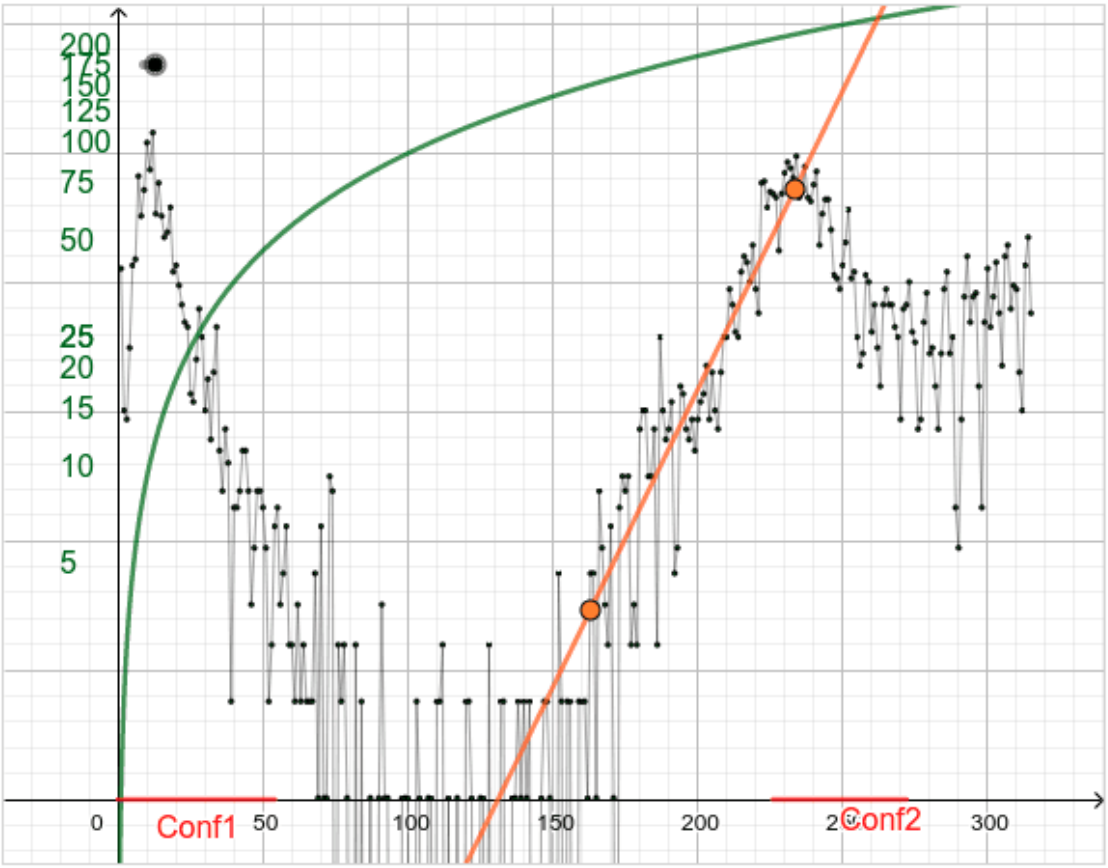
$$\text{amplitude} \xleftarrow{\text{exponentielle}} \text{magnitude}$$

3) Nombre d'admissions en réanimation en région AURA entre mars 2020 et mars 2021 (source Christian Mercat)



échelle linéaire en abscisse et en ordonnée

3) Nombre d'admissions en réanimation en région AURA entre mars 2020 et mars 2021 (source Christian Mercat)



échelle linéaire en abscisse et logarithmique en ordonnée

↳ l'évolution exponentielle avant le second confinement est mise en évidence par une relation affine entre le nombre de jours et le logarithme du nombre d'admissions