

Praktikumsprotokoll

Elektronische Übergänge in Atomen

physik412 – Versuch 401

Martin Ueding

mu@martin-ueding.de

Lino Lemmer

s6lilemm@uni-bonn.de

2014-01-06

Tutor: Jens-Peter Thiry

Im ersten Teil dieses Versuchs betrachten wir mit einem Fabry-Pérot-Etalon die, durch den Zeeman-Effekt entstehende, Aufspaltung einer Spektrallinie von Cadmium. Aus dieser bestimmen wir das Bohrsche Magneton.

Im zweiten Teil führen wir den Frank-Hertz-Versuch durch und ermitteln aus diesem die Energie des $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ -Übergangs von Quecksilber.

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	4
1.1	Energieniveaus von Elektronen im Atom	4
1.1.1	Ohne äußeres magnetisches Feld	4
1.1.2	Mit äußerem magnetischem Feld	4
1.1.3	Niveau-Übergänge	5
1.2	Natürliche Linienbreite und Linienverbreiterung	5
1.3	Fabry-Pérot-Etalon	6
1.4	Polarisationsfilter und $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen	7
1.5	Hall-Sonde	7
1.6	Frank-Hertz-Versuch	8
1.6.1	Aufbau und Funktionsweise	8
1.6.2	Termschema von Quecksilber	8
2	Zeeman-Effekt	11
2.1	Aufbau	11
2.2	Qualitative Beobachtung der Aufspaltung	11
2.2.1	Transversale Konfiguration	11
2.2.2	Longitudinale Konfiguration	13
2.3	Magnetfeldkalibrierung	14
2.4	Messung der Aufspaltung	16
2.5	Auflösungsvermögen und Finesse	26
2.5.1	Theoretische Werte	26
2.5.2	Werte aus qualitativer Messung	26
2.5.3	Werte aus CCD Messung	26
2.5.4	Vergleich	27
2.6	Diskussion	27
3	Frank-Hertz-Versuch	28
3.1	Durchführung	28
3.2	Auswertung	28
3.2.1	Bestimmung der Energiedifferenz	29
3.2.2	Energiedifferenzen	33
3.2.3	Abhängigkeit des Anodenstroms	33
3.2.4	Dampfdruck	34
3.3	Diskussion	36

1 Theorie

1.1 Energieniveaus von Elektronen im Atom

1.1.1 Ohne äußeres magnetisches Feld

Löst man die Schrödingergleichung für ein Elektron im radialsymmetrischen Potenzial des Atomkerns, erhält man aus dieser diskrete Werte für die Energie, die von der Hauptquantenzahl $n \in \mathbb{N}$ und der Drehimpulsquantenzahl $l \in \mathbb{N}^0$ abhängen. Für jedes n gibt es $n - 1$ mögliche Werte für l . Ist eine z -Richtung vorgegeben, so ist die entsprechende Komponente des Drehimpulses ebenfalls gequantelt, sie beträgt $L_z = \hbar m_l$, wobei $m_l = -l, \dots, +l$.

Ist kein äußeres Feld vorgegeben, kann der Drehimpuls in beliebige Richtungen zeigen, ohne dass sich die Energie des Elektrons ändert. Jeder Energiewert ist also $2l + 1$ -fach entartet.

1.1.2 Mit äußerem magnetischem Feld

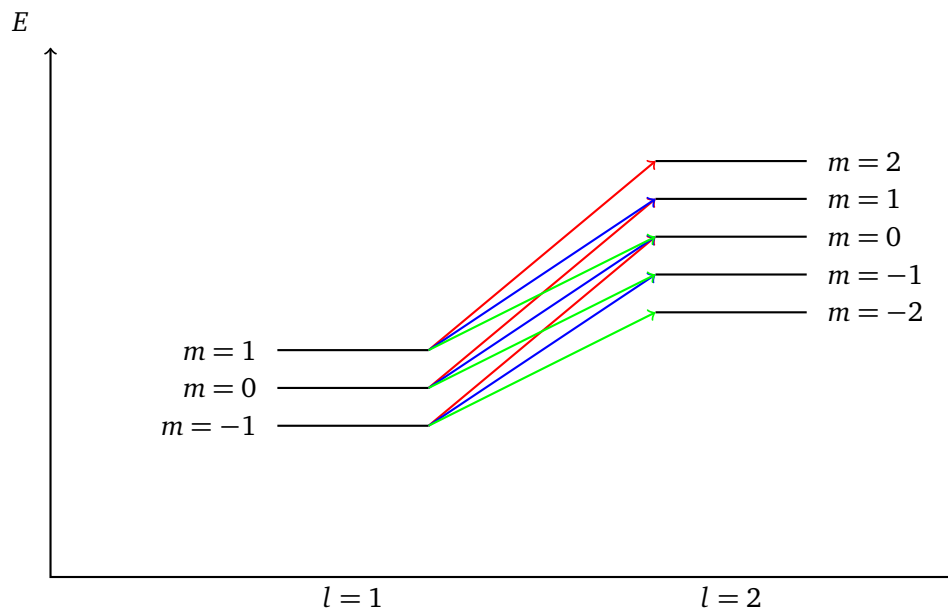
Durch den Drehimpuls erzeugt das Elektron ein magnetisches Moment

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L}.$$

In einem äußeren magnetischen Feld $\mathbf{B} = B \mathbf{e}_z$ ändert sich entsprechend die Energie

$$\begin{aligned} E_{\text{mag}} &= \langle \boldsymbol{\mu}, \mathbf{B} \rangle \\ &= -\frac{e}{2m_e} \langle \mathbf{L}, \mathbf{B} \rangle \\ &= -\frac{e}{2m_e} L_z B \\ &= -\mu_B m_l B, \end{aligned}$$

wobei μ_B Bohrsches Magneton heißt. Die Aufspaltung der Energie, also die Aufhebung der m_l -Entartung, heißt Zeeman-Effekt. Kann der Gesamtspin vernachlässigt werden, spricht man vom normalen Zeeman-Effekt, ist dies nicht so, muss eine Spin-Bahn-Kopplung beachtet werden. Die Rechnung dazu funktioniert analog zur obigen Betrachtung, führt nur zu einer anderen Energieaufspaltung.

Abbildung 1.1: Mögliche Übergänge zwischen $l = 2$ und $l = 1$.

1.1.3 Niveau-Übergänge

Elektronen können unter Absorption bzw. Emission von Photonen das Energieniveau wechseln. Dabei müssen bestimmte Auswahlregeln beachtet werden. Für uns wichtig sind die Regeln $\Delta l = 1$ und $\Delta m = 0, \pm 1$. Die entsprechenden Übergänge zwischen $l = 2$ und $l = 1$ sind in Abbildung 1.1 dargestellt. Die Energie der Photonen, die bei gleichgefärbten Übergängen frei werden, sind gleich, sodass hier eine Aufspaltung in drei Linien stattfindet.

1.2 Natürliche Linienbreite und Linienverbreiterung

In Abschnitt 1.1.3 ist die Rede von Linien, die durch diskrete Energieniveaus hervorgerufen werden. Demnach müsste eine Linie nur genau aus einer Wellenlänge bestehen. Dies kann jedoch in der Realität nicht beobachtet werden, neben der Natürlichen Linienbreite, die durch eine endliche Anregungsdauer hervorgerufen wird findet eine Linienverbreiterung statt.

Hat ein strahlendes Material eine Temperatur $T > 0\text{ K}$, bewegen sich die Teilchen ungeordnet in alle Richtungen. Je nach dem wie groß die Komponente der Geschwindigkeit in Beobachtungsrichtung ist, findet eine entsprechend starke Dopplerverschiebung der Wellenlänge statt. Die eigentlich scharfe Linie wird so zu einer Verteilung von nah aneinander liegenden Wellenlängen. Sie verbreitert sich also.

Die Frequenzverbreiterung ist gegeben durch (*Spektrallinien – Doppler-Verbreiterung*):

$$\Delta\nu_{1/2} = 7,16 \times 10^{-7} \nu_0 \sqrt{\frac{T/K}{m/u}}.$$

Die Wellenlängenverbreiterung erhalten wir durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu_0^2} \Delta\nu.$$

Für eine Temperatur von 1000 K und einem Atomgewicht von 112 u (Meschede 2010, Umschlag) erhalten wir so eine Linienverbreiterung von $9,95 \times 10^8$ Hz oder 1,38 pm.

1.3 Fabry-Pérot-Etalon

Das Fabry-Pérot-Etalon besteht aus einem planparallelen lichtdurchlässigen Material mit Brechungsindex $n > 1$, dessen Oberflächen zum Beispiel durch Aufdampfen von Silber eine hohe Reflexivität haben.

Trifft ein monochromatischer Lichtstrahl mit Wellenlänge λ unter dem Winkel α auf das Etalon, wird er gebrochen und in diesem sehr häufig reflektiert (siehe Abbildung 1.2). Bei jeder Reflexion gelangt ein kleiner Teil der Intensität aus dem Etalon und verlässt diesen wieder unter dem Winkel α . Ist der Gangunterschied zwischen zwei Teilstrahlen nun ein vielfaches der Wellenlänge findet konstruktive Interferenz statt, gilt dies nicht, heben sich die Teilstrahlen gegenseitig auf. Die Bedingung für konstruktive Interferenz lässt sich aus Abbildung 1.2 geometrisch herleiten. Die optische Weglängendifferenz ist mit Berücksichtigung der Brechungsindizes

$$\begin{aligned} \Delta s &= 2dn \sec(\beta) - 2dn_{\text{Luft}} \tan(\beta) \sin(\alpha) \\ &= 2d \sec(\beta) \left(n - \underbrace{n_{\text{Luft}} \sin(\alpha)}_{=n \sin(\beta)} \sin \beta \right) \\ &= 2nd \sec(\beta) (1 - \sin^2(\beta)) \\ &= 2nd \cos(\beta). \end{aligned}$$

Diese soll nun ein Vielfaches der Wellenlänge sein:

$$m\lambda = 2nd \cos(\beta)$$

Da nun $\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)$ ist, gilt

$$= 2nd \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n}\right)\right),$$

für kleine Winkel α entsprechend

$$m\lambda = 2nd \cos\left(\frac{\alpha}{n}\right).$$

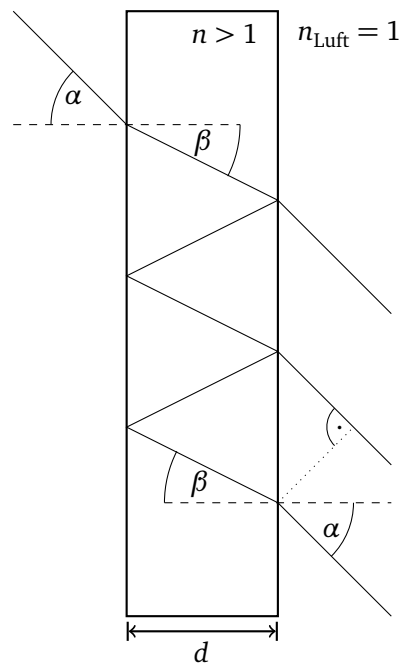


Abbildung 1.2: Strahlengang im Fabry-Pérot-Etalon

1.4 Polarisationsfilter und $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen

Ein Polarisationsfilter oder Linear-Polarisator ist ein optisches Bauteil, mit dem Licht mit mehreren Polarisationsrichtungen gefiltert werden kann. Anschaulich wird dabei eine einfallende Welle in zwei Komponenten zerlegt, eine parallel und eine senkrecht zur Polarisationsrichtung des Filters polarisierte. Durchgelassen wird nur die parallele Komponente, das Licht ist nun linear polarisiert.

Ein $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen ist ein optisches Element, mit dem eine zirkulär polarisierte Welle in eine linear polarisierte umgewandelt werden kann und umgekehrt. Es besteht aus einem Material, welches in verschiedene Richtungen unterschiedliche Brechungsindizes hat. Rechnerisch wird die Welle in zwei orthogonale Komponenten aufgespalten, welche das Material unterschiedlich schnell durchdringen. Dabei kommt es zu einer Verschiebung, die, bei richtiger Wahl der Dicke, genau ein viertel der Wellenlänge entspricht.

1.5 Hall-Sonde

Durch den Hall-Effekt wird in einem stromdurchflossenen Leiterstück, welches von einem Magnetfeld durchsetzt wird, eine Spannung, die Hall-Spannung erzeugt. Diese Spannung ist proportional zur Senkrecht auf dem Strom stehenden Komponente des Magnetfeldes:

$$B = \frac{U}{R_{\text{HS}} I}$$

Die Hall-Konstante hängt dabei vom Material und von der Geometrie des Leiterstücks ab. Ist sie bekannt, kann bei eingestelltem Strom die Spannung vermessen und so das Magnetfeld bestimmt werden.

1.6 Frank-Hertz-Versuch

1.6.1 Aufbau und Funktionsweise

Der Aufbau des Frank-Hertz-Versuchs ist in Abbildung 1.3 zu sehen.

Durch eine angelegte Heizspannung treten Elektronen aus der Glühkathode aus. Diese werden dann durch die Beschleunigungsspannung in Richtung Anode beschleunigt. Auf dem Weg stoßen sie mit den Quecksilberatomen, sie verlieren aber nur dann ihre Energie, wenn diese genau einem Übergang im Termschema des Quecksilbers entspricht. Nach einem solchen inelastischen Stoß wird das Elektron wieder beschleunigt. Da die Anode netzförmig ist, fliegen die meisten Elektronen durch diese hindurch zur Gegenkathode. Sie können dort als Strom gemessen werden.

Wird nun die Beschleunigungsspannung langsam von 0 V an erhöht, steigt der gemessene Strom an. Bei einer bestimmten Spannung fällt er deutlich ab. Hier haben die Elektronen eine Energie erreicht, bei der sie inelastisch stoßen und so ihre Energie abgeben. Wird die Spannung weiter erhöht steigt der Strom wieder, bis die Elektronen ein zweites Mal inelastisch stoßen können. Analog geht es weiter, bis eine Spannung erreicht wird, bei der die Röhre durchzündet, das heißt, bei der lawinenartig Elektronen ausgelöst werden.

1.6.2 Termschema von Quecksilber

Als Termschema wird die zeichnerische Darstellung der Energieniveaus und Niveauübergänge eines Atoms bezeichnet. Das Termschema von Quecksilber ist in Abbildung 1.4 dargestellt.

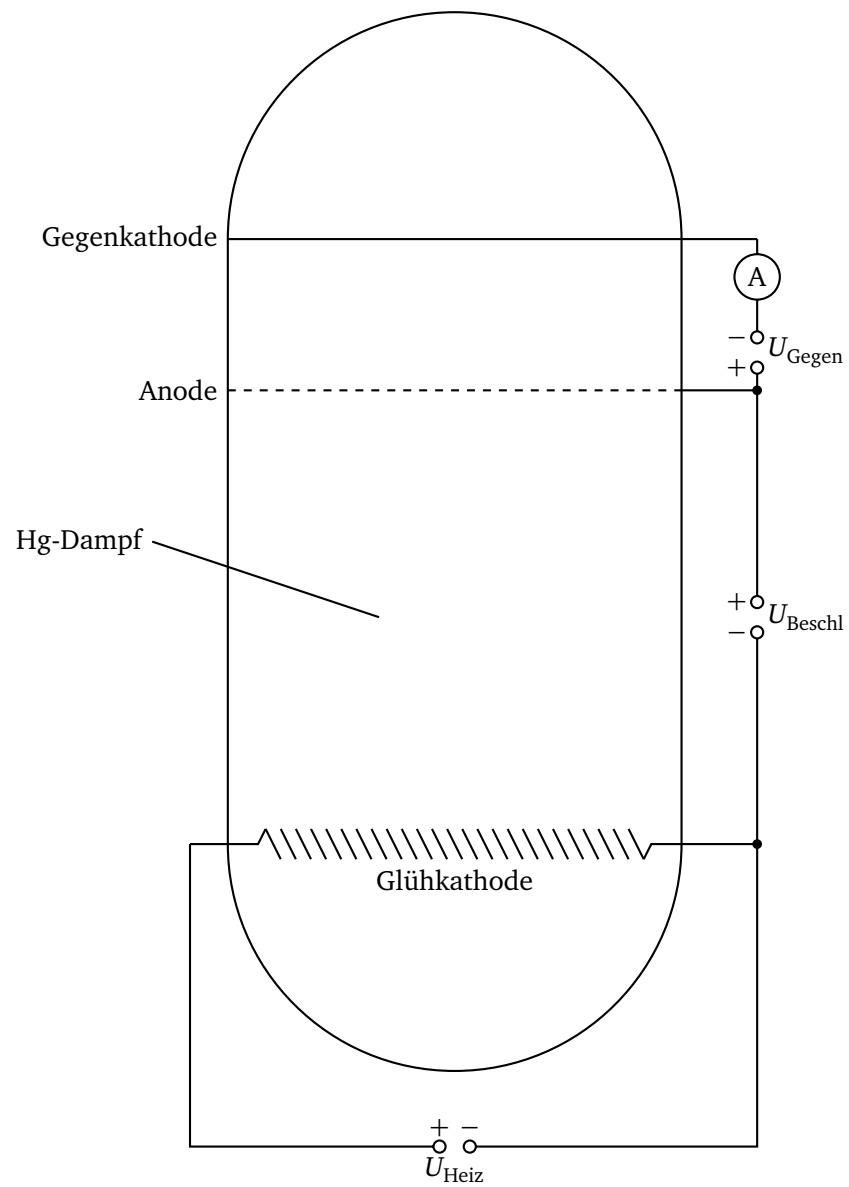


Abbildung 1.3: Aufbau des Frank-Hertz-Versuchs.

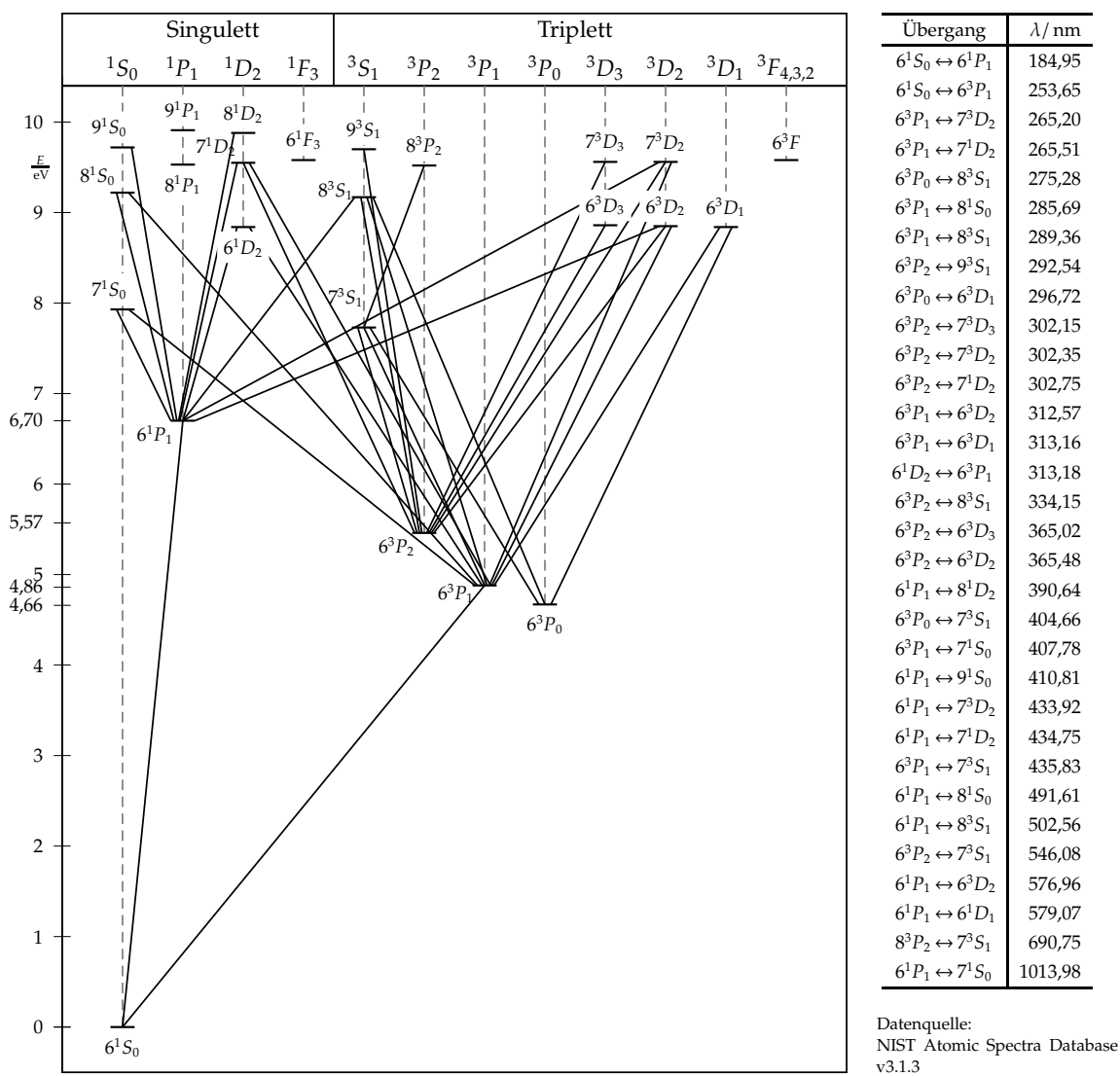


Abbildung 1.4: Termschema von Quecksilber. Lizenziert unter (Krähling 2013).

2 Zeeman-Effekt

2.1 Aufbau

Eine Cadmiumlampe befindet sich zwischen zwei Polschuhen, die magnetische Induktion von zwei Spulen auf die Lichtquelle bündeln. Das Licht der Lampe wird durch einen Kondensor ($f = 150 \text{ mm}$) gesammelt und in einem Fabry-Pérot-Etalon (Dicke $d = 4 \text{ mm}$, Brechungsindex $n = 1,457$ und Reflexionskoeffizient $r = 0,85$) nach Wellenlängen aufgespalten. Eine weitere Abbildungslinse ($f = 150 \text{ mm}$) bildet das Licht durch einen roten Interferenzfilter ($\lambda = 642,8(20) \text{ nm}$) auf das Okular ab.

2.2 Qualitative Beobachtung der Aufspaltung

2.2.1 Transversale Konfiguration

Zuerst betrachten wir die Aufspaltung durch das Okular und fertigen qualitative Skizzen an. Die beobachtete Linie ist rot, daher haben wir dies als Hauptfarbe genommen. Um die (roten) Aufspaltungen unterscheiden zu können, sind diese in der Skizze blau.

Ohne Magnetfeld erhalten wir konzentrische Kreise (Abbildung 2.1). Hier sind die drei Energieniveaus entartet, da kein externe magnetische Flussdichte anliegt. Jeder Ring ist ein Interferenzmaximum des Etalons und hat nichts mit der Zeeman-Aufspaltung zu tun.

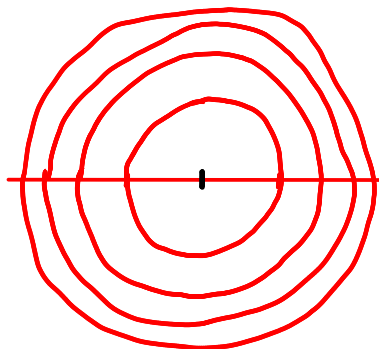


Abbildung 2.1: Transversal, ohne Magnetfeld.

Wir erhöhen das Magnetfeld, bis wir die aufgespaltenen Ringe gut unterscheiden können (Abbildung 2.2). Der Strom, bei der die Linien zu unterscheiden sind, ist $1,00 \text{ A}$. Die Aufspaltung der Ringe kommt durch die Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus.

Als nächstes betrachten wir die Polarisierung, siehe Abbildung 2.3 und 2.4.

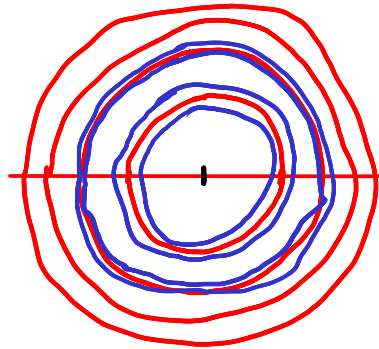


Abbildung 2.2: Transversal, mit Magnetfeld.

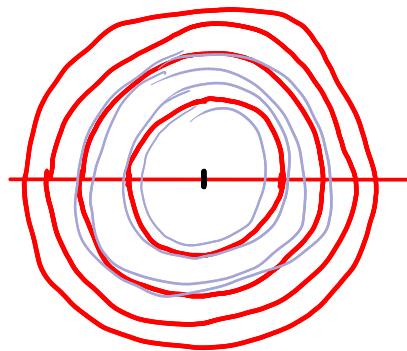


Abbildung 2.3: Transversal, mit Magnetfeld und 90° Linearpolarisator.

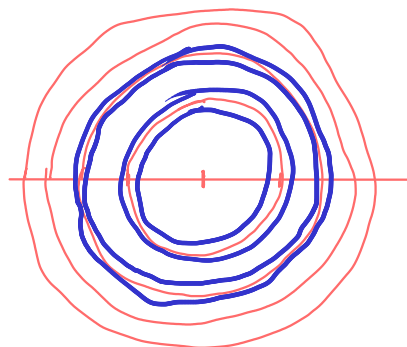


Abbildung 2.4: Transversal, mit Magnetfeld und 0° Linearpolarisator.

2.2.2 Longitudinale Konfiguration

Ohne Magnetfeld beobachten wir das gleiche wie in transversaler Konfiguration, siehe Abbildung 2.5.

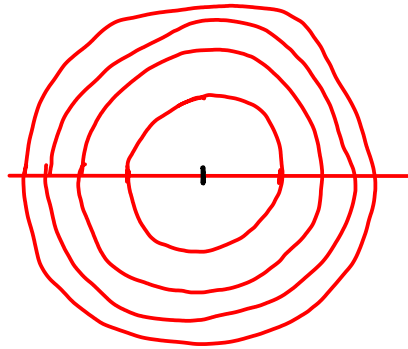


Abbildung 2.5: Longitudinal, ohne Magnetfeld.

Nun fahren wir wieder den Magnetstrom so hoch, dass wir die Linien trennen können (Abbildung 2.6). In longitudinaler Konfiguration ist der kritische Strom 1,90 A. Die longitudinalen Linien sind deutlich dunkler. Außerdem gibt es nur noch zwei Linien, keine mittlere Linie mehr. Dies liegt daran, dass in longitudinaler Richtung durch das Photon positiver oder negativer Drehimpuls weggetragen werden muss, da sich die z -Komponente des Drehimpulses des ausstrahlenden Elektrons ändert. Daher gibt es nur zwei Möglichkeiten: positive und negative Helizität, also zirkulare Polarisation links und rechts herum.

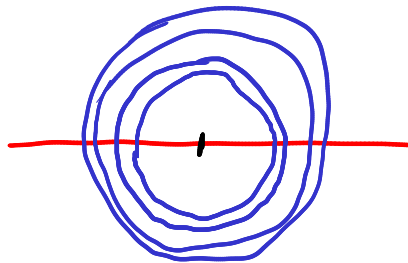
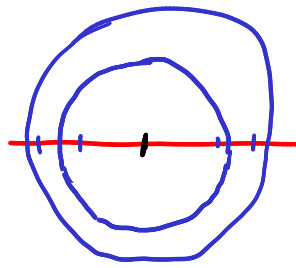
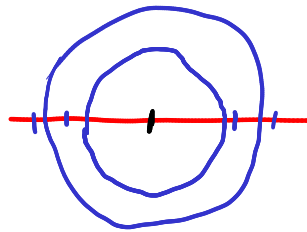


Abbildung 2.6: Longitudinal, mit Magnetfeld.

Mit einer $\lambda/4$ -Platte konvertieren wir die zirkulare Polarisation in Lineare und können so die Helizität unterscheiden (Abbildung 2.7 und 2.8). So können wir zeigen, dass die beiden Ringe tatsächlich den Übergängen mit $\Delta m_l = \pm 1$ entsprechen.

Abbildung 2.7: Longitudinal, mit Magnetfeld, 0° $\lambda/4$ -Platte und -45° Linearpolarisator.Abbildung 2.8: Longitudinal, mit Magnetfeld, 0° $\lambda/4$ -Platte und 45° Linearpolarisator.

2.3 Magnetfeldkalibrierung

Wir fahren den Strom durch und lassen die Cassy-Software Strom und Induktion registrieren.

An die Messdaten passen wir ein Polynom dritter Ordnung, $B(I) = a + bI + cI^2 + dI^3$, an. Als Parameter erhalten wir durch die Anpassung:

$$a = 7,4(4) \text{ mT}$$

$$b = 89,7(7) \text{ mT A}^{-1}$$

$$c = 5,7(2) \text{ mT A}^{-2}$$

$$d = -909(22) \mu\text{T A}^{-3}$$

Daten und Anpassung sind in Abbildung 2.9 dargestellt. Da die Anpassung gut passt, haben wir keine vierte Ordnung hinzugefügt.

Im weiteren Verlauf der Auswertung werden wir diese Funktion benutzen, um Ströme in Magnetfelder umzurechnen.

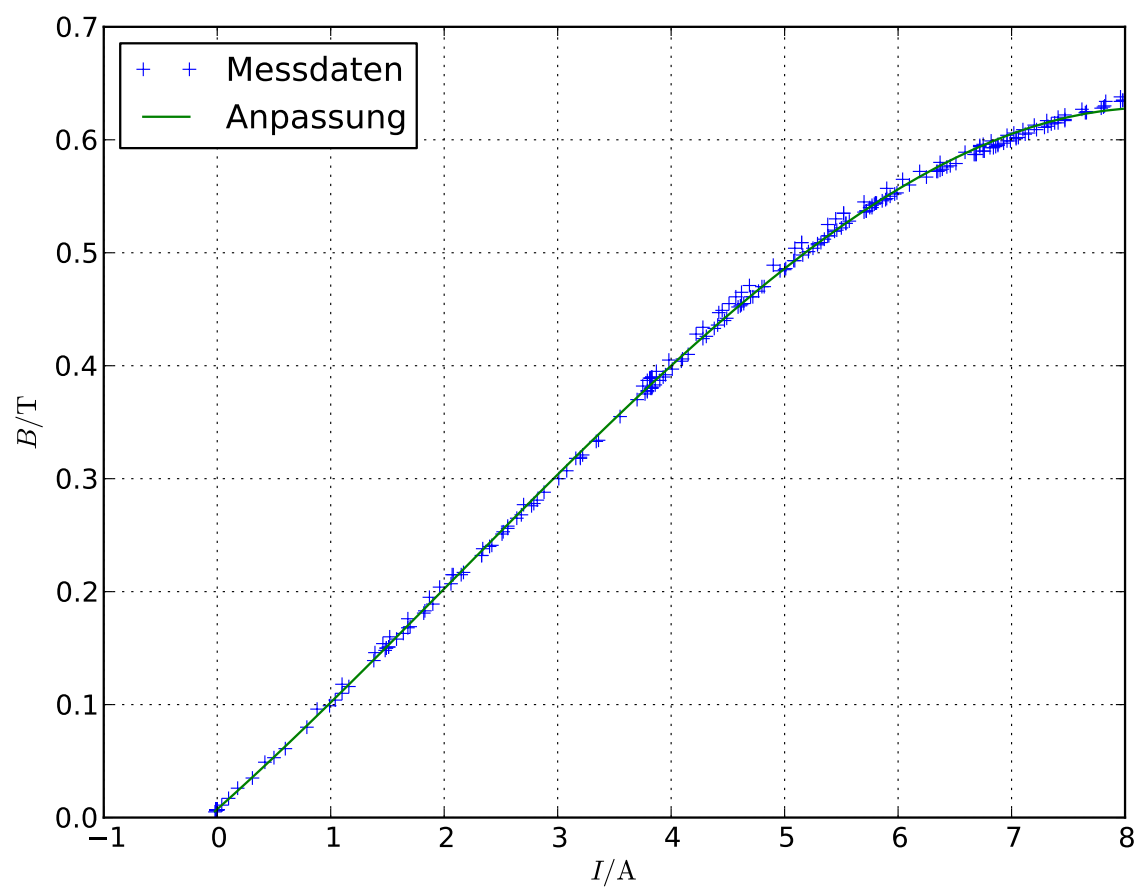


Abbildung 2.9: Anpassung der Daten aus der Hallsonde gegen den Strom.

2.4 Messung der Aufspaltung

Wir ersetzen das Okular durch die CCD Zeile und justieren die einzelnen Bauteile so, dass wir ein optimales Signal erhalten. Dann messen wir die Aufspaltung für verschiedene Flussdichten.

Die Messwerte für alle Flussdichten sind in Abbildung 2.10 dargestellt.

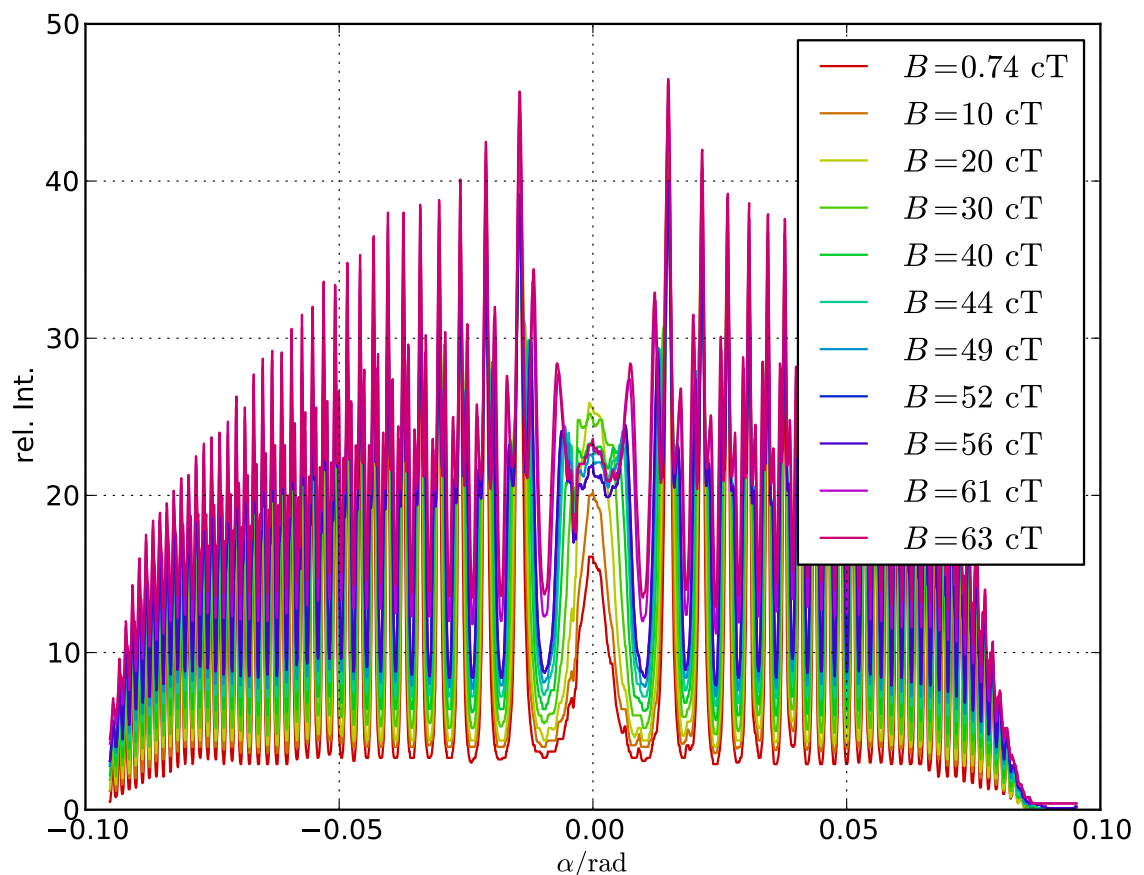


Abbildung 2.10: Zusammenstellung aller Messdaten aus diesem Versuchsteil.

Wir rechnen die gemessenen Winkel in Wellenlängen um. Dazu benutzen wir als Wellenlänge für Cadmium $6,438\,470 \times 10^{-7} \text{ m}$ (*Strong Lines of Cadmium (Cd)*)¹. Diese ist genau auch die, die der Filter durchlässt.

Die Anzahl der Maxima, die das Etalon erzeugt, ist durch

$$m_{\max} = \frac{2nd}{\lambda}$$

gegeben. Mit den gegebenen Werten erhalten wir 18 104,0 Maxima. Der innerste Ring hat die

¹Diese Quelle scheint eine Zusammenstellung zu sein. Die besagte Linie wird dort wiederum mit „K. Burns and K. B. Adams, J. Opt. Soc. Am. 46, 94 (1956).“ zitiert.

Ordnung $m_{\max} - 1$. Wir rechnen nun mit

$$\lambda = \frac{2nd \cos(\alpha/n)}{m_{\max} - 1}$$

die Winkel in Wellenlängen um. Dabei stimmt natürlich nur das erste Maximum. Wir wählen das erste Maximum auf der Seite der negativen Winkel aus. Dieser ist in Abbildung 2.11 dargestellt.

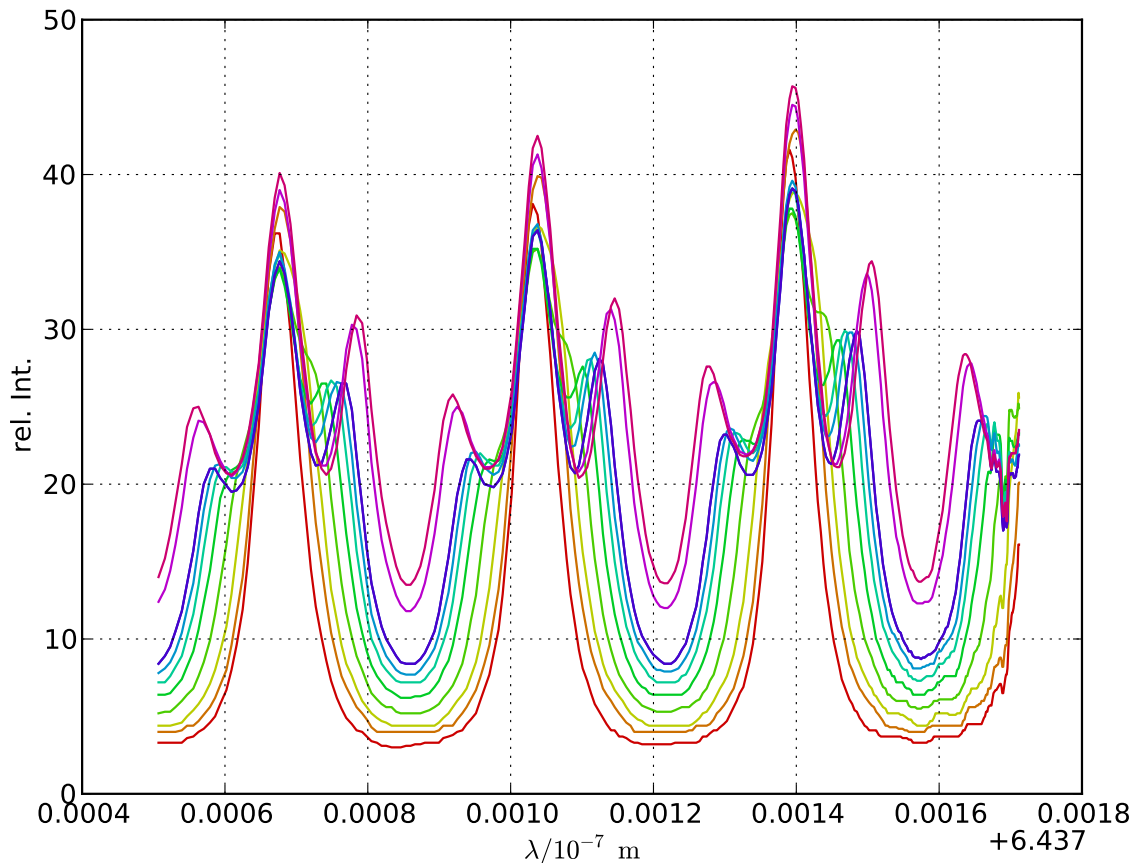


Abbildung 2.11: Ausschnittsvergrößerung der ersten richtigen Maxima auf der linken Seite von Abbildung 2.10. Die Farben haben die gleiche Bedeutung. Die Winkel sind hier schon in Wellenlängen umgerechnet.

Für jede Flussdichte passen wir eine Summe aus drei Gaußkurven sowie einem konstanten Untergrundsignal an die Messdaten an. Unsere Gaußkurve ist wie folgt definiert:

$$\text{Gauß}(x; \mu, \sigma, a) := a \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \quad (2.1)$$

Aus der Anpassung erhalten wir die Schwerpunkte der Maxima, siehe Tabelle 2.1. Die Daten und ihre Anpassungen sind in den Abbildungen 2.12 bis 2.22 gezeigt. Die Anpassung konvergiert aufgrund der 10 Freiheitsgrade nicht zuverlässig. Wir mussten die Startwerte sehr nah an den optimalen Werten wählen, um überhaupt eine Konvergenz zu erhalten, oder zumindest einige

einigermaßen akzeptable Anpassung.

Die Einträge in der Fehlermatrix sind jedoch um mehrere Größenordnungen größer als die Parameter selbst. Da die Ergebnisse jedoch recht brauchbar aussehen, nehmen wir die Standardabweichung aus den einzelnen Gaußkurven als Fehler für den Schwerpunkt. Fehlerangaben gehen implizit von Gaußverteilung aus, also ist dies in diesem Fall machbar.

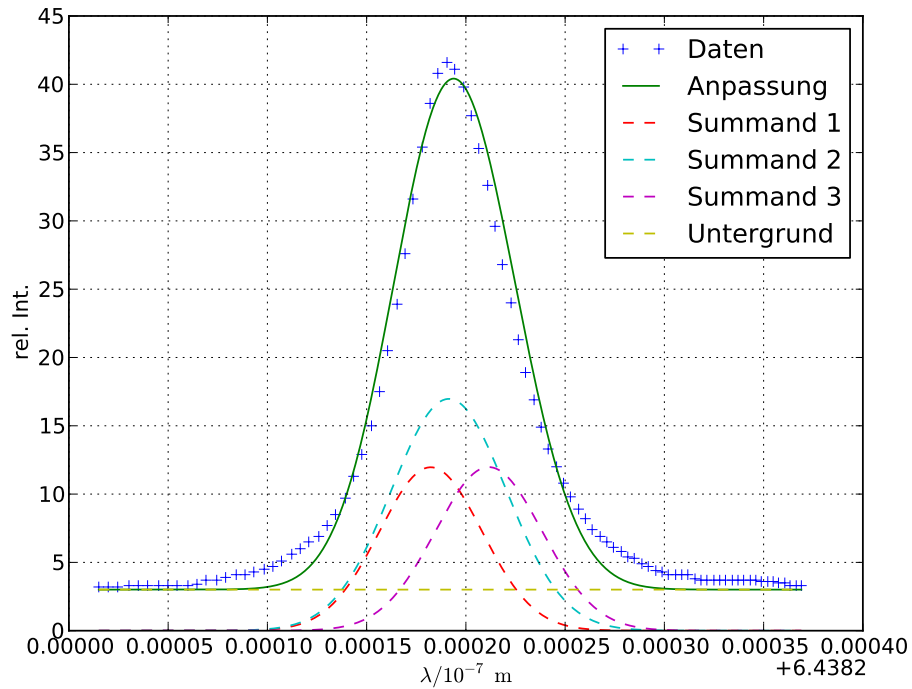


Abbildung 2.12: Daten und Anpassung für 0,0 A, entsprechend 0,737 cT.

Die Schwerpunkte aus Tabelle 2.1 rechnen wir in Energiedifferenzen aus. Dabei ist die Verschiebung der Wellenlänge:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2}.$$

Daraus bestimmt sich die Energiedifferenz

$$\Delta E = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

für jede Flussdichte. Diese Daten sind in Tabelle 2.2 zusammengetragen.

Wir tragen die Aufspaltung gegen die Flussdichte auf (Abbildung 2.23) und passen eine Ursprungsgerade an. Die Steigung ist das Bohr'sche Magneton:

$$\mu_B = 8,4(2) \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}.$$

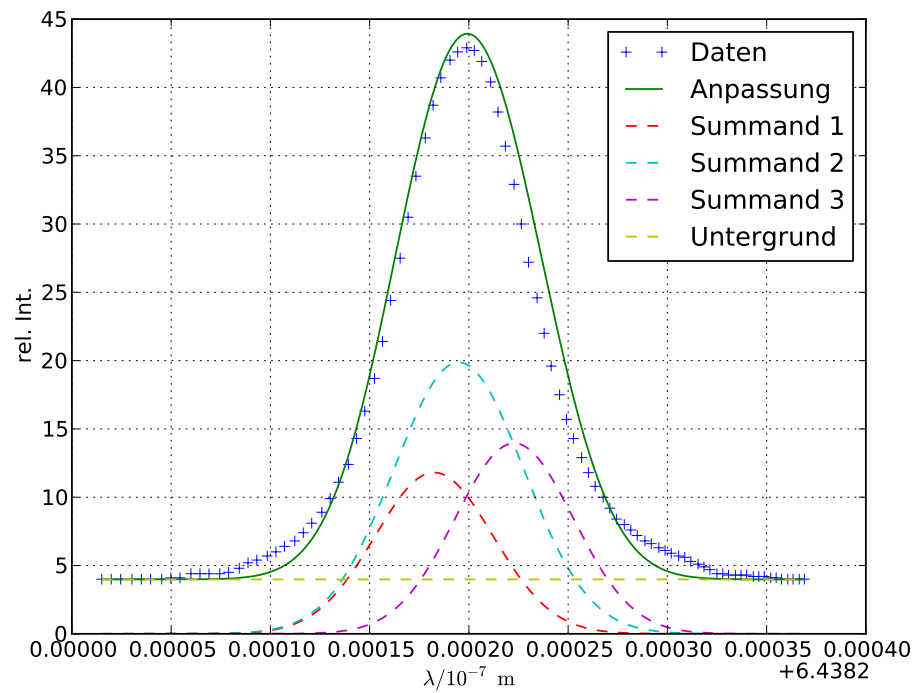


Abbildung 2.13: Daten und Anpassung für 1,0 A, entsprechend 10,2 cT.

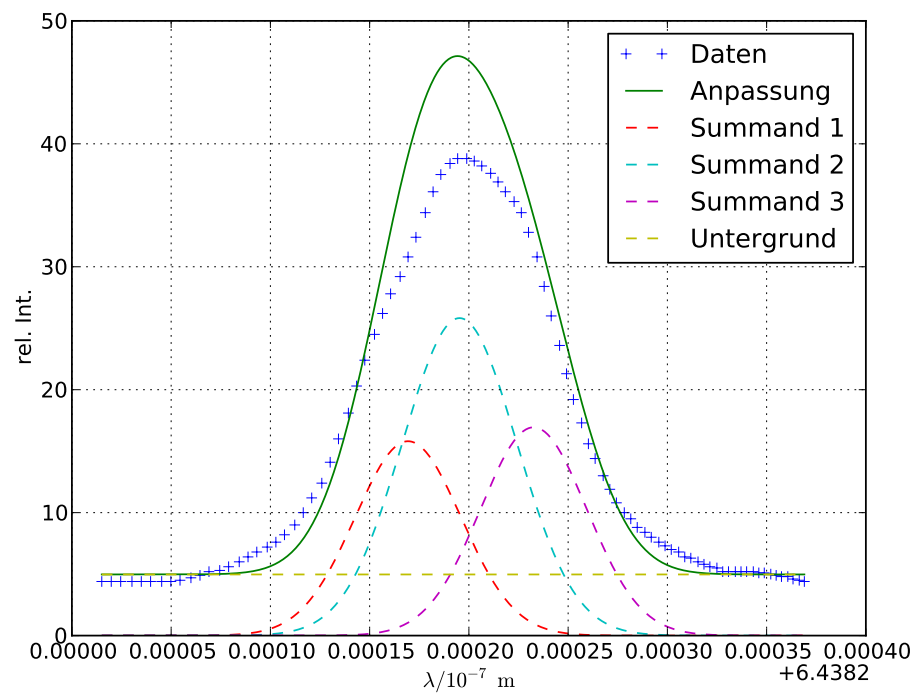


Abbildung 2.14: Daten und Anpassung für 2,0 A, entsprechend 20,3 cT.

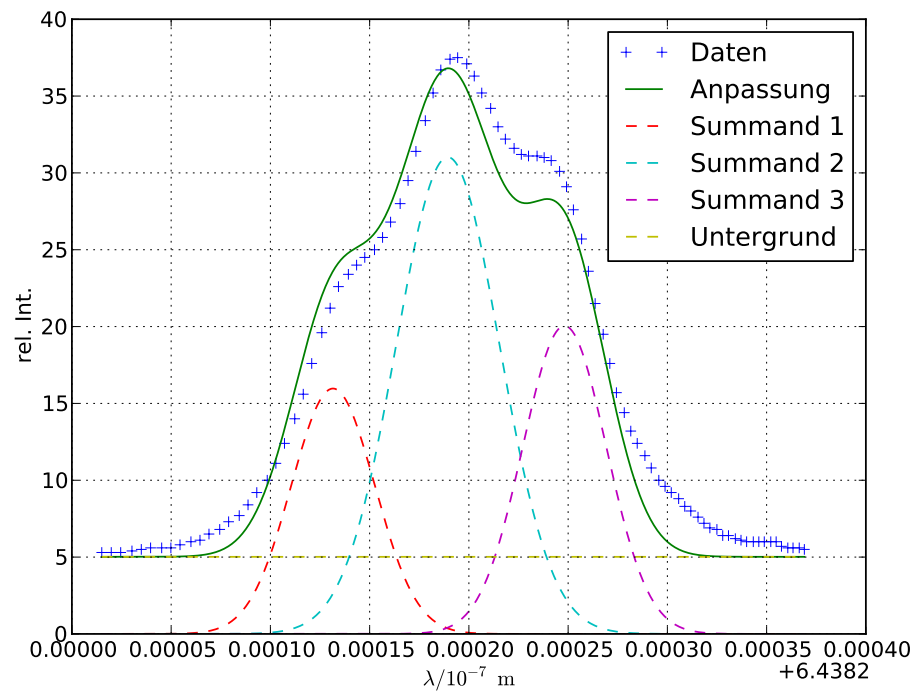


Abbildung 2.15: Daten und Anpassung für 3,0 A, entsprechend 30,4 cT.

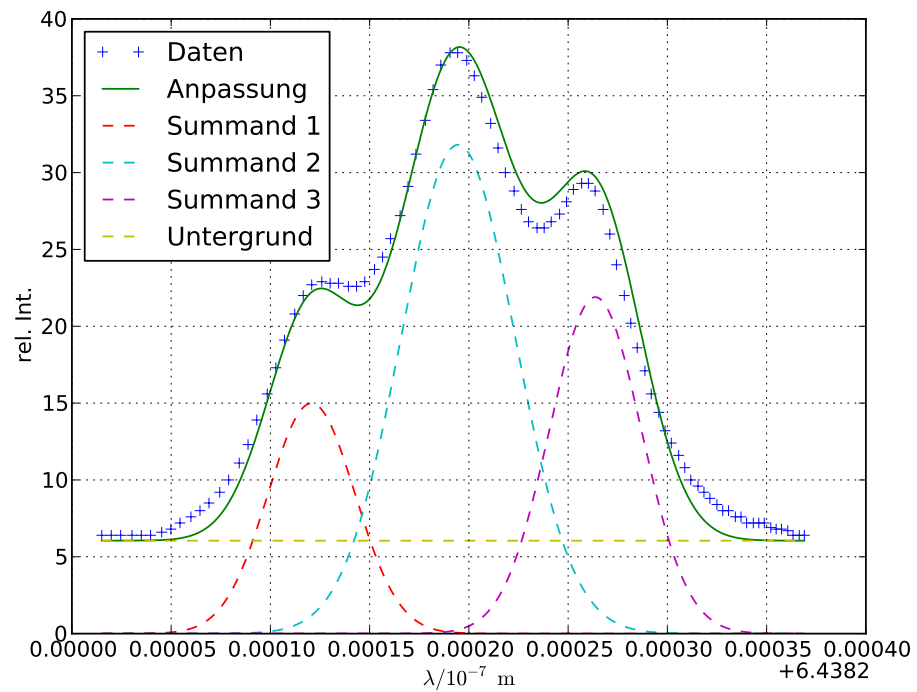


Abbildung 2.16: Daten und Anpassung für 4,0 A, entsprechend 40,0 cT.

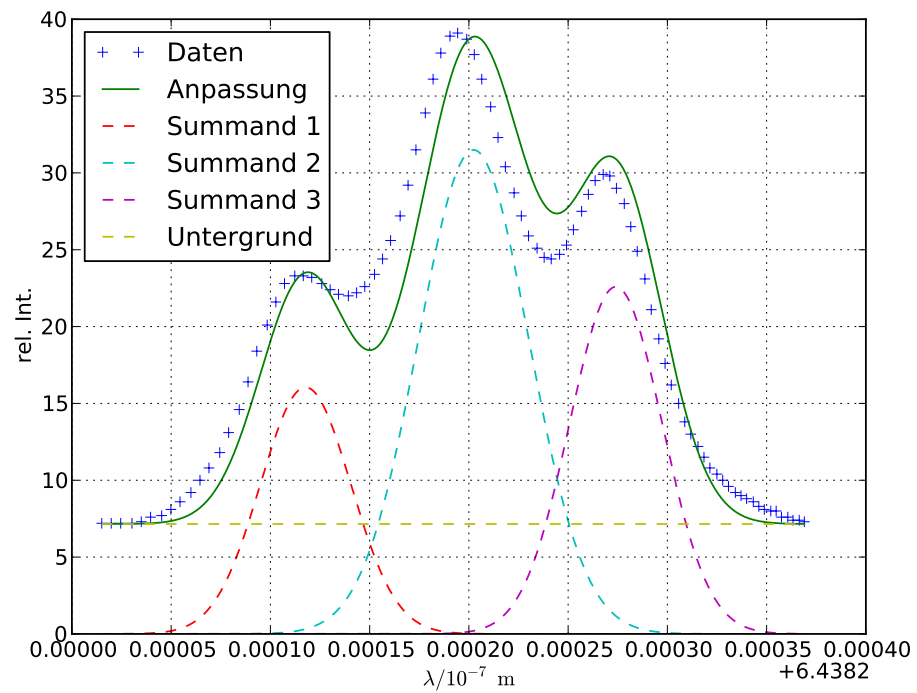


Abbildung 2.17: Daten und Anpassung für 4,5 A, entsprechend 44,5 cT.

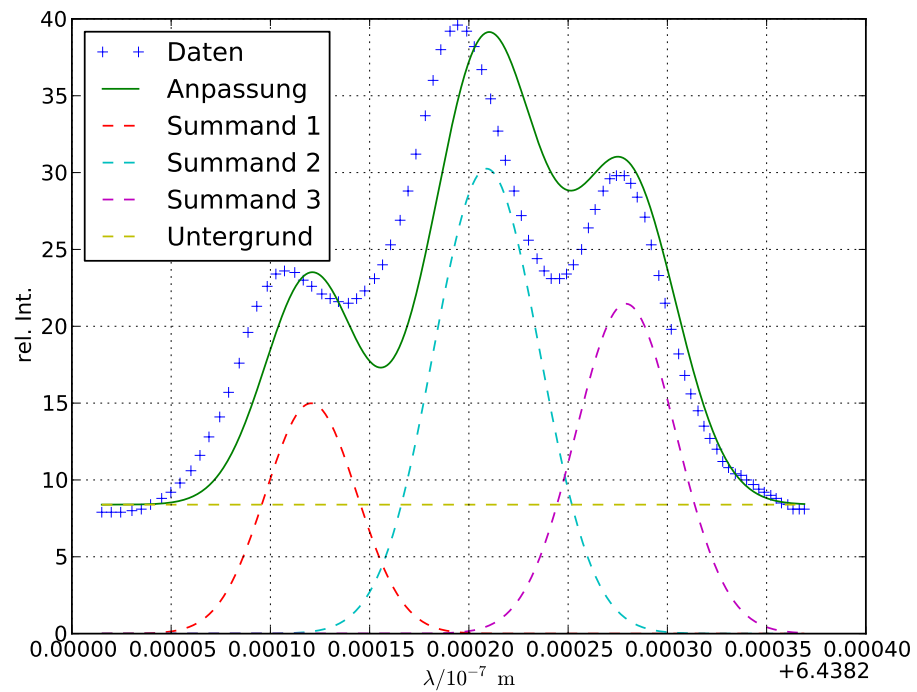


Abbildung 2.18: Daten und Anpassung für 5,0 A, entsprechend 48,6 cT.

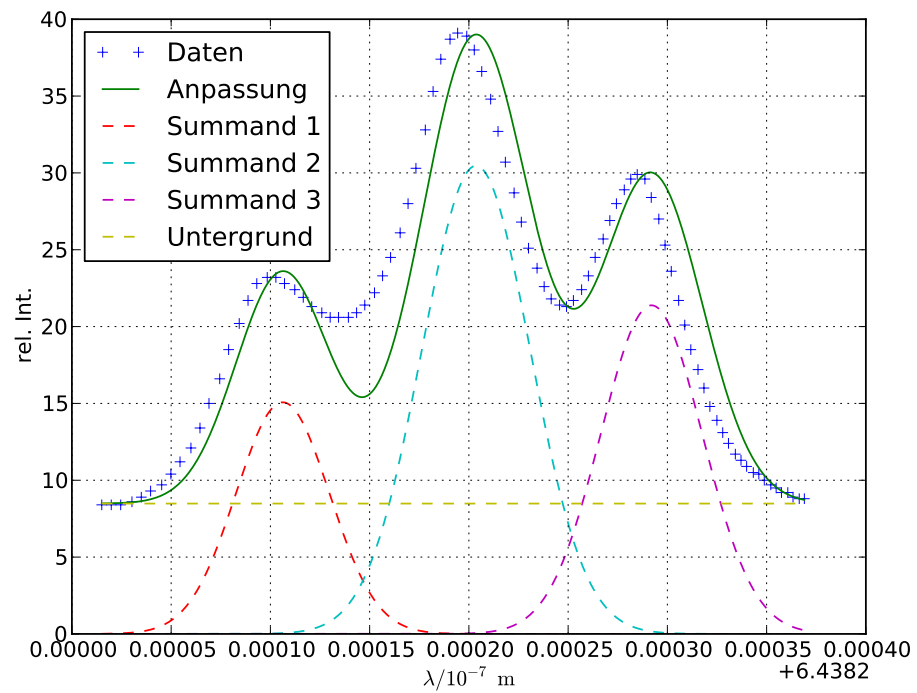


Abbildung 2.19: Daten und Anpassung für 5,5 A, entsprechend 52,3 cT.

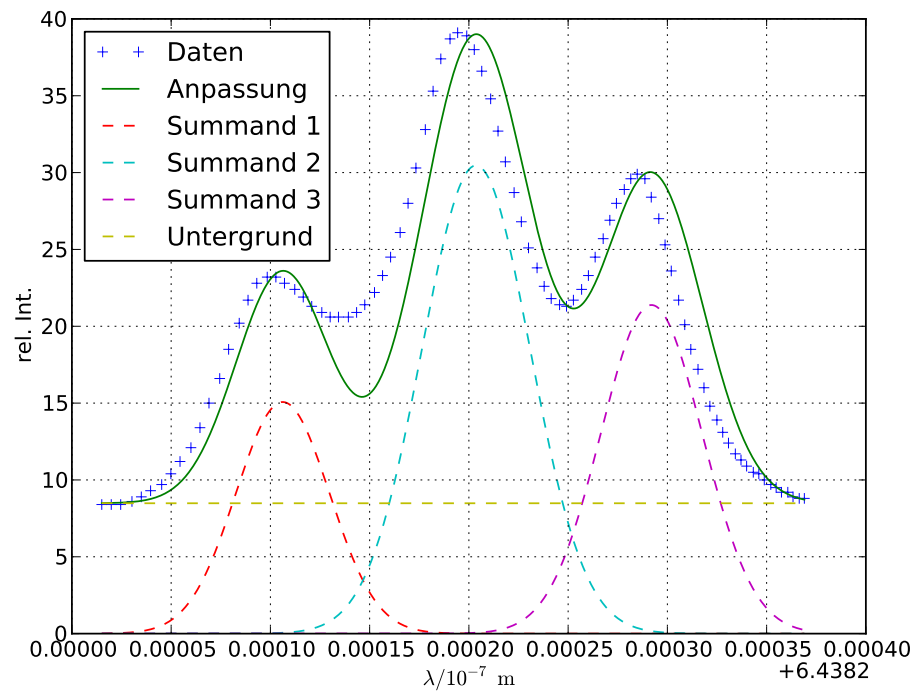


Abbildung 2.20: Daten und Anpassung für 6,0 A, entsprechend 55,6 cT.

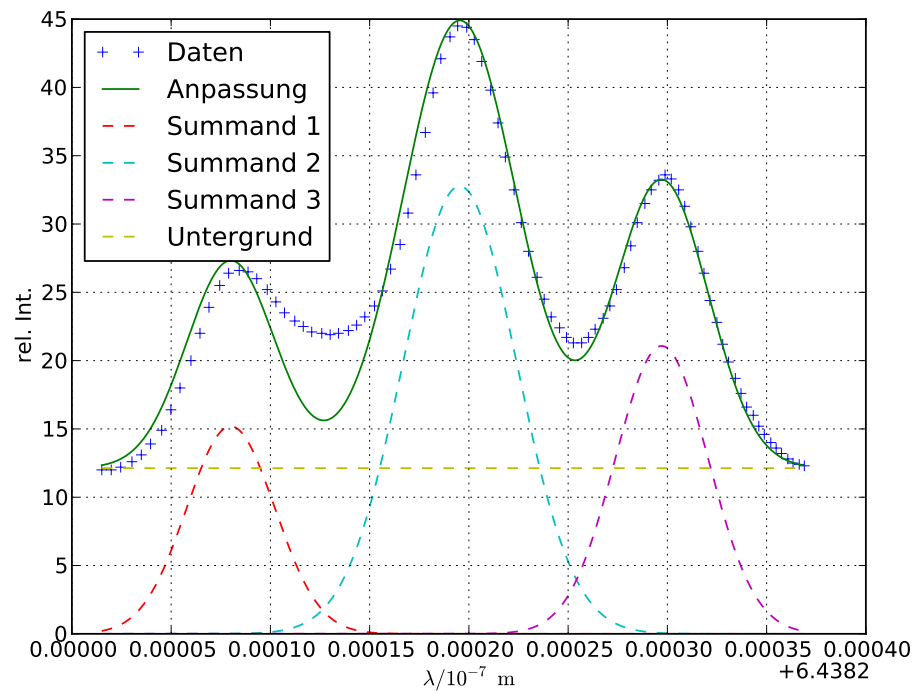


Abbildung 2.21: Daten und Anpassung für 7,0 A, entsprechend 60,5 cT.

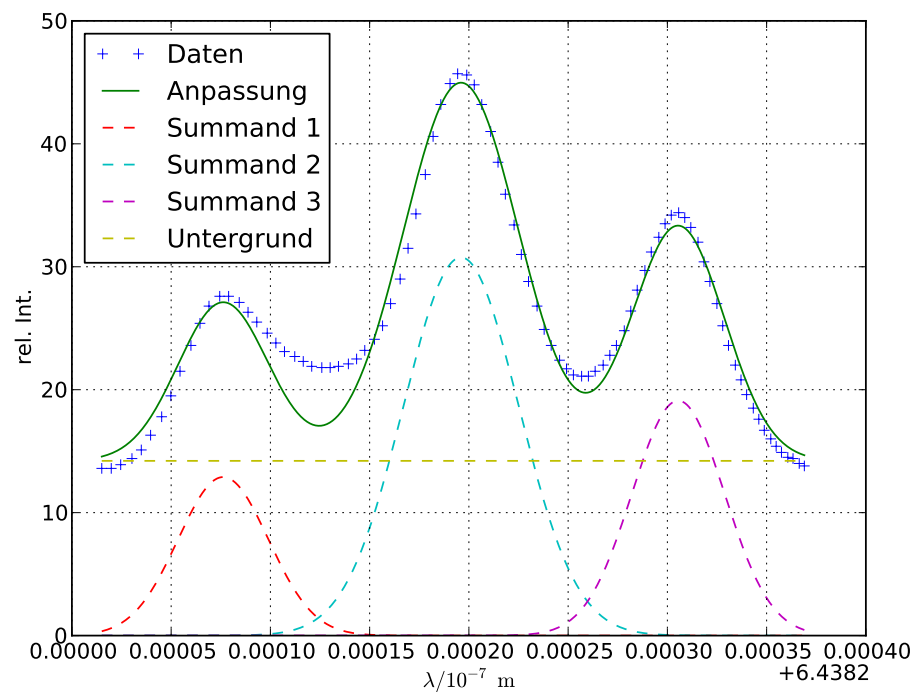


Abbildung 2.22: Daten und Anpassung für 8,0 A, entsprechend 62,8 cT.

I/A	B/cT	λ_-/nm	λ_0/nm	λ_+/nm
0,00	0,737	643,838(3)	643,839(3)	643,841(3)
1,00	10,2	643,838(3)	643,839(3)	643,842(3)
2,00	20,3	643,837(3)	643,840(3)	643,843(3)
3,00	30,4	643,833(2)	643,839(3)	643,845(2)
4,00	40,0	643,832(2)	643,839(3)	643,846(2)
4,50	44,5	643,832(2)	643,840(3)	643,847(2)
5,00	48,6	643,832(2)	643,841(3)	643,848(3)
5,50	52,3	643,831(2)	643,840(3)	643,849(3)
6,00	55,6	643,831(2)	643,840(3)	643,849(3)
7,00	60,5	643,828(2)	643,840(3)	643,850(2)
8,00	62,8	643,828(2)	643,840(3)	643,851(2)

Tabelle 2.1: Schwerpunkte der Maxima.

B/cT	$\Delta\lambda/\text{pm}$	$\Delta E/10^{-25} \text{ J}$
0,737	1,46	7(13)
10,2	2,02	10(15)
20,3	3,16	15(13)
30,4	5,83	28(11)
40,0	7,15	34(12)
44,5	7,82	37(12)
48,6	7,93	38(12)
52,3	9,29	45(12)
55,6	9,29	45(12)
60,5	10,9	52(12)
62,8	11,5	55(12)

Tabelle 2.2: Energieaufspaltungen

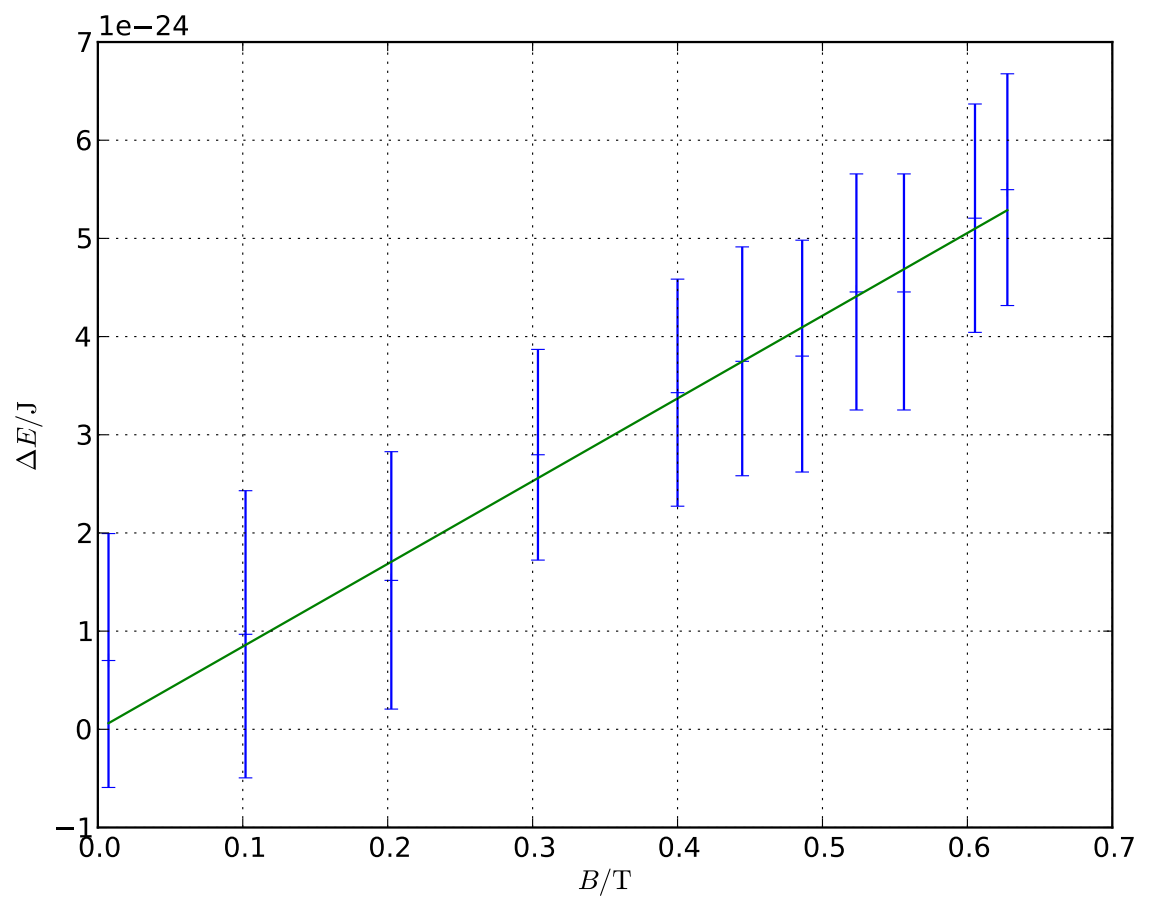


Abbildung 2.23: Energieaufspaltung

2.5 Auflösungsvermögen und Finesse

2.5.1 Theoretische Werte

Für die Finesse erhalten wir:

$$\mathcal{F}_{\text{theo.}} = \frac{\pi\sqrt{r}}{r-1} = 19,3.$$

Und das Auflösungsvermögen erhalten wir mit dem freien Spektralbereich $\Delta\nu = c/(2nd)$. Wir errechnen $\Delta\lambda = c\Delta\nu/\nu^2$ mit der Frequenz ν der Cadmiumlinie. Somit erhalten wir:

$$N_{\text{theo.}} = 1,81 \times 10^4.$$

2.5.2 Werte aus qualitativer Messung

Wir hatten die Aufspaltung ab einem Magnetstrom von 1,00 A und 1,90 A in der transversalen bzw. longitudinalen Konfiguration erkennen können. Dies entspricht Magnetfeldern von 10,2 cT bzw. 19,2 cT.

Mit unserem errechneten Bohr'schen Magneton können wir daraus nun eine Energiedifferenz

$$\Delta E = \mu_B B(I)$$

bestimmen, aus der wir dann wiederum eine Wellenlängendifferenz errechnen:

$$\lambda = \frac{1}{\nu} = \frac{hc}{E} \implies \Delta\lambda = \frac{hc}{E^2} \Delta E = \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E.$$

Daraus können wir dann das Auflösungsvermögen berechnen:

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{hc}{\lambda\Delta E}.$$

Somit erhalten wir $N_{\text{trans.}} = 3,60 \times 10^5$ und $N_{\text{long.}} = 1,91 \times 10^5$.

2.5.3 Werte aus CCD Messung

Aus Abbildung 2.11 lesen wir den Abstand zwischen zwei Ordnungen von $1,90 \times 10^{-11}$ m ab, die Halbwertsbreite rechnen wir aus der Standardabweichung der Anpassungskurven um und erhalten $7,05 \times 10^{-10}$ m. Somit erhalten wir eine Finesse von

$$\mathcal{F}_{\text{CCD}} = 37,1.$$

Die Maxima sind aus den Daten der CCD Zeile zu unterscheiden, wenn sie einen Abstand von $\Delta\lambda = 5,00 \times 10^{-12}$ m haben. Bei der Cadmiumlinie erhalten wir ein Auflösungsvermögen

von

$$N_{\text{CCD}} = 1,29 \times 10^5.$$

2.5.4 Vergleich

Die theoretischen Werte liegen erstaunlicherweise unterhalb der experimentellen Werte. Die Auflösungsvermögen aus der qualitativen Messung und der CCD Messung liegen zwar auch etwas auseinander, jedoch in der gleichen Größenordnung.

2.6 Diskussion

Der Literaturwert für das Bohr'sche Magneton ist: (Wikipedia 2013a) (Meschede 2010, Umschlag)

$$\mu_B = 9,274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}.$$

Unser Wert von $8,4(2) \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$ liegt vier Standardabweichungen vom Literaturwert entfernt. Da die Anpassungen für die Aufspaltungen recht große Unsicherheiten haben, sind die Datenpunkte in Abbildung 2.23 mit großen Fehlern behaftet. Die Anpassungsfunktion `scipy.optimize` passt die Funktion zwar fehlergewichtet an, gibt als Unsicherheit jedoch nur die Unsicherheit der Anpassung aus.

Wenn wir die Steigung, also μ_B , sowie den Fehler mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung für jeden Datenpunkt ausrechnen und den Median nehmen, erhalten wir $9(3) \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$. Hier ist der Fehler sehr groß, jedoch realistischer als der reine Fehler durch die Anpassung.

3 Frank-Hertz-Versuch

3.1 Durchführung

Wir benutzen den im Theorieteil beschriebenen Aufbau und nehmen für verschiedene Beschleunigungsspannungen und verschiedene Temperaturen jeweils eine Messkurve auf.

3.2 Auswertung

Unsere Messdaten sind für einen ersten Überblick in Abbildung 3.1 dargestellt.

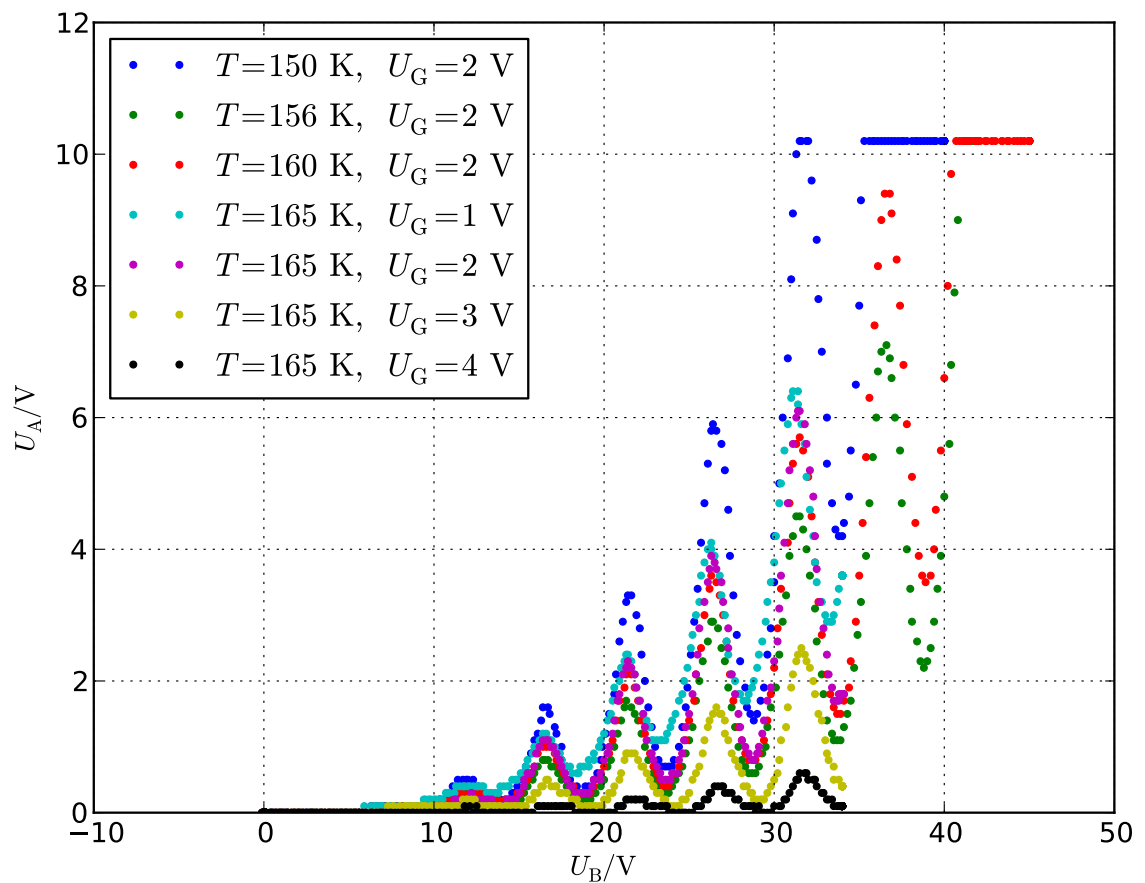


Abbildung 3.1: Rohdaten zum Franck-Hertz-Versuch.

3.2.1 Bestimmung der Energiedifferenz

An jede der Kurve passen wir folgende Überlagerung aus fünf äquidistanten Gaußfunktionen (2.1) mit unterschiedlicher Amplitude und einer Ursprungsgeraden an:

$$U_A(U_B; U_{B,\min}, U_{\text{Abstand}}, U_{\text{Breite}}, \{a_i\}, m) = \sum_{i=1}^5 \text{Gauß}(U_B; U_{B,\min} + iU_{\text{Abstand}}, U_{\text{Breite}}, a_i) + mU_B.$$

Wir benutzen Gaußkurven, da wir an den Schwerpunkten der Maxima interessiert sind. In den Graphen ist zu sehen, dass die Maxima tatsächlich annähernd gaußförmig sind. Den linearen Teil haben wir hinzugefügt, da die Minima annähernd auf einer Geraden liegen. Bei hohen Beschleunigungsspannungen liegen die Minima etwas höher, so dass hier eventuell noch ein quadratischer Term benutzt werden kann. Jedoch passen die Kurven gut und konvergieren ausreichend schnell. Daher lassen wir diesen Teil weg.

Aufgrund des Plateaus benutzen wir nur die Messwerte bis zu einer Beschleunigungsspannung von 35,0 V.

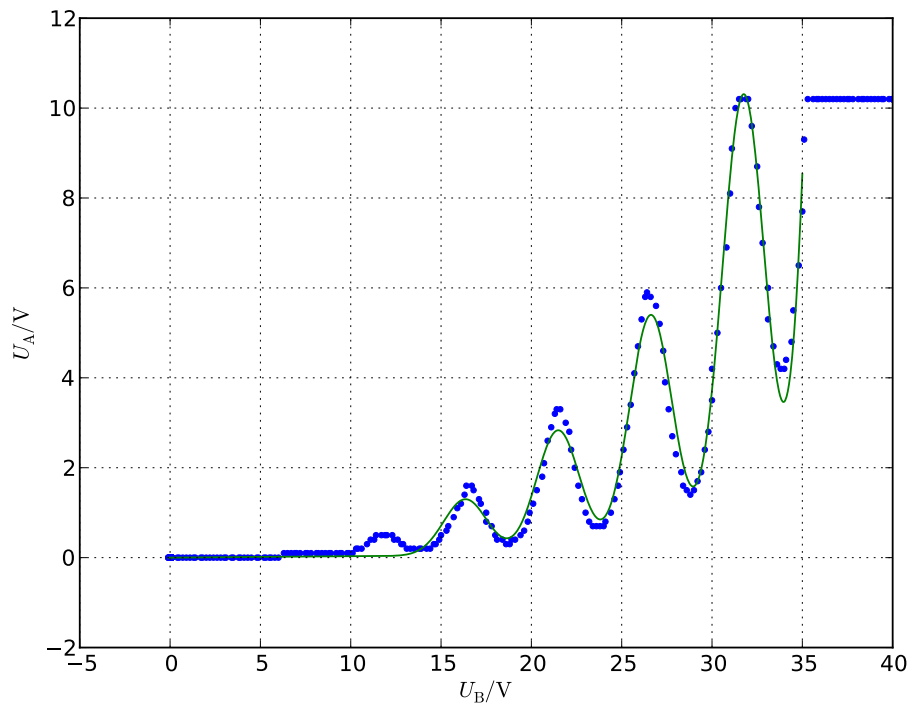


Abbildung 3.2: $T = 150 \text{ K}$, $U_G = 2,00 \text{ V}$, $U_{\text{Abstand}} = 5,13(2) \text{ V}$, $U_{\text{Breite}} = 1,20(1) \text{ V}$.

Die beiden interessanten Parameter sind U_{Abstand} und U_{Breite} . Bei der Anpassung wird das erste Maximum trotz entsprechend gewählter Startwerte nicht berücksichtigt. Dies ist jedoch kein Problem, da der Abstand der weiteren Maxima richtig herauskommt. Die errechneten Parameter sind in Tabelle 3.1 zusammengetragen.

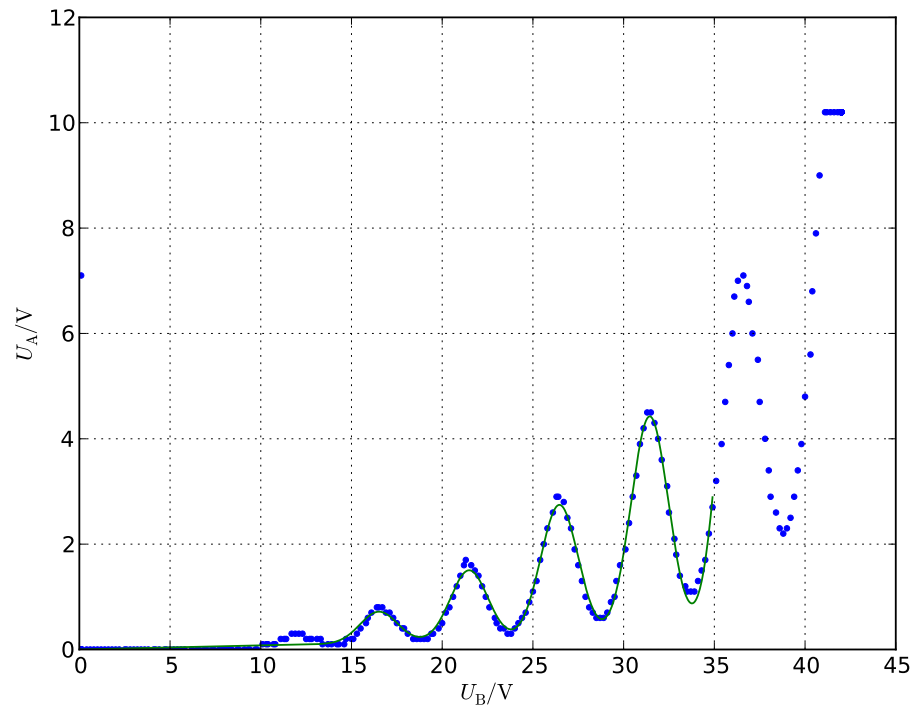


Abbildung 3.3: $T = 156\text{ K}$, $U_G = 2,00\text{ V}$, $U_{\text{Abstand}} = 4,98(7)\text{ V}$, $U_{\text{Breite}} = 1,03(7)\text{ V}$.

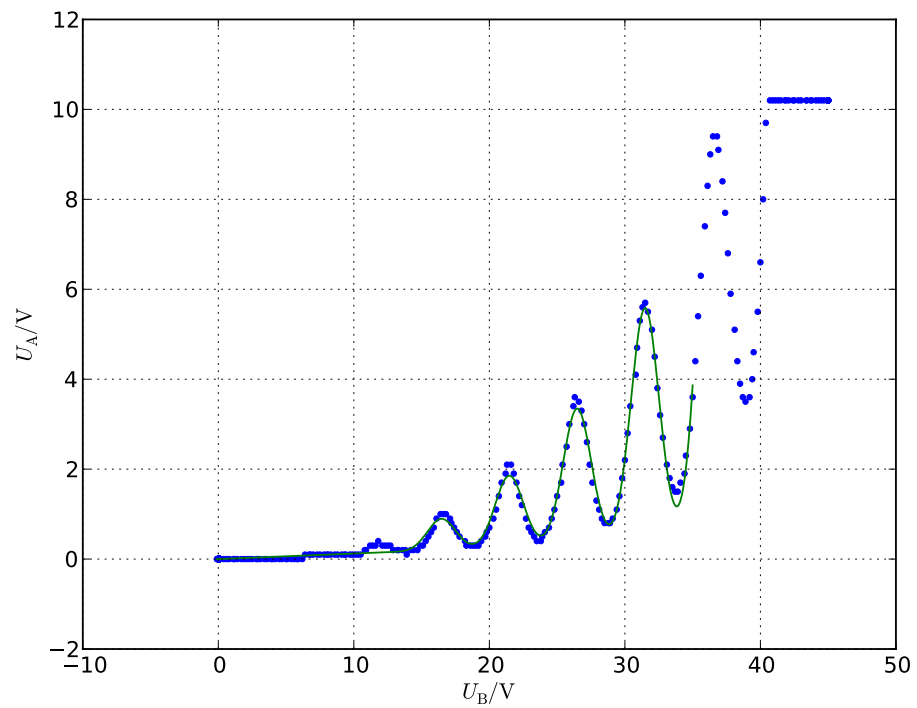


Abbildung 3.4: $T = 160\text{ K}$, $U_G = 2,00\text{ V}$, $U_{\text{Abstand}} = 5,010(10)\text{ V}$, $U_{\text{Breite}} = 1,037(9)\text{ V}$.

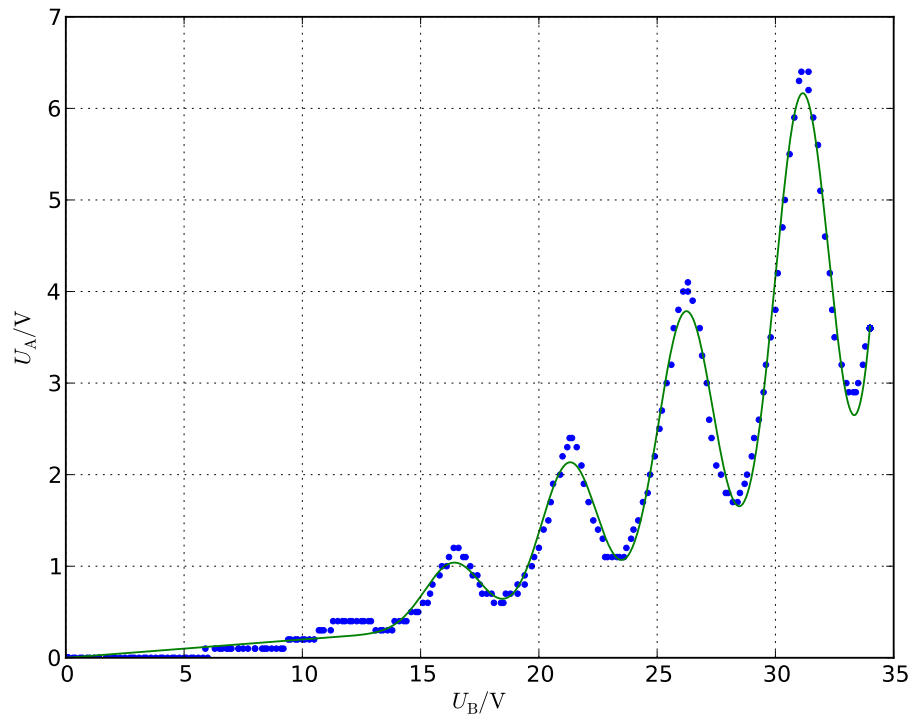


Abbildung 3.5: $T = 165$ K, $U_G = 1,00$ V, $U_{\text{Abstand}} = 4,92(1)$ V, $U_{\text{Breite}} = 1,22(1)$ V.

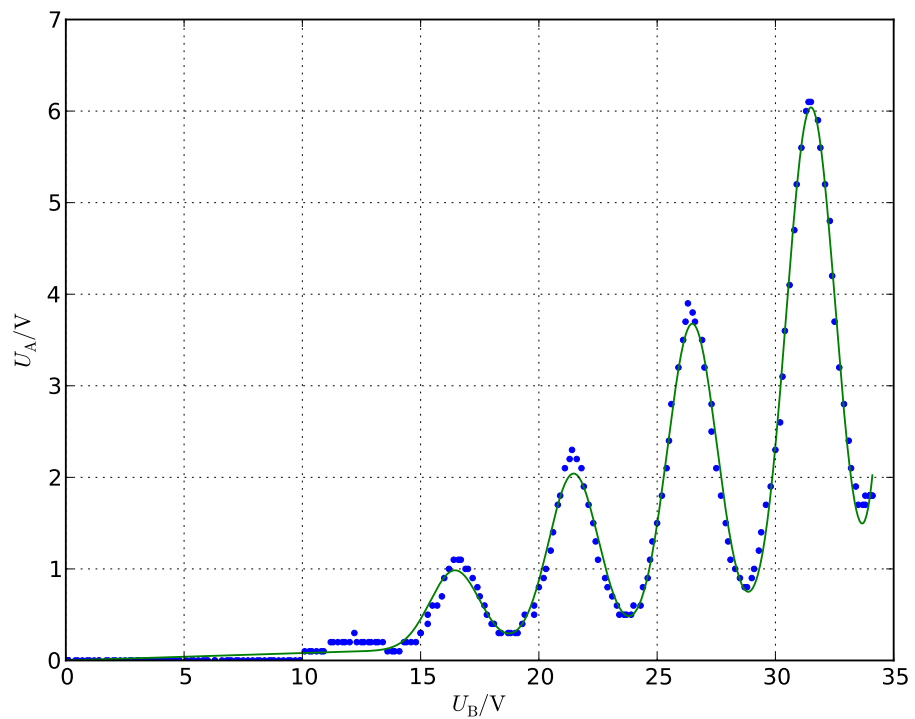


Abbildung 3.6: $T = 165$ K, $U_G = 2,00$ V, $U_{\text{Abstand}} = 5,019(9)$ V, $U_{\text{Breite}} = 1,053(9)$ V.

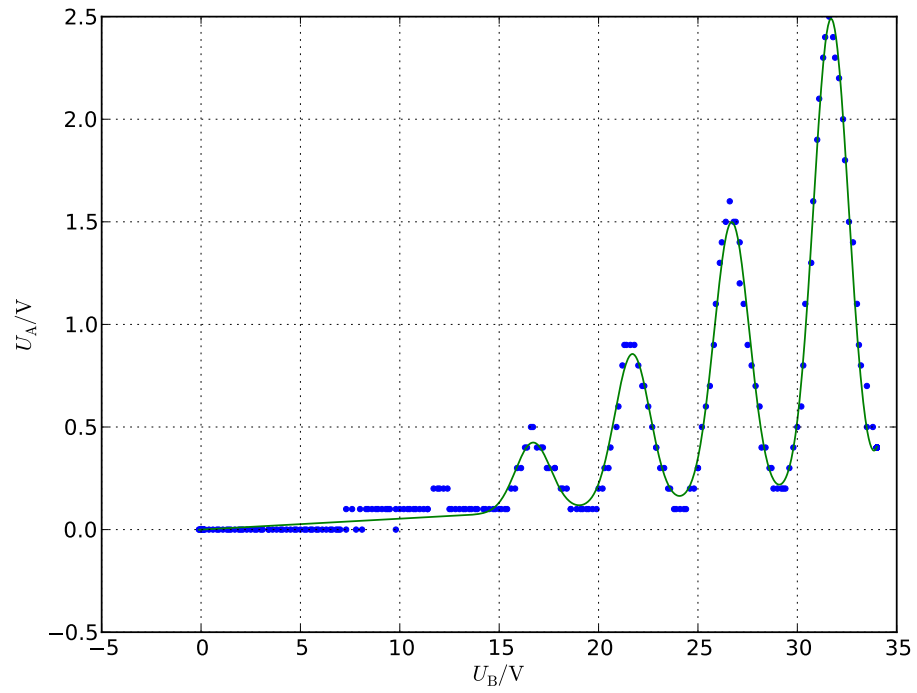


Abbildung 3.7: $T = 165 \text{ K}$, $U_G = 3,00 \text{ V}$, $U_{\text{Abstand}} = 5,00(1) \text{ V}$, $U_{\text{Breite}} = 0,89(1) \text{ V}$.

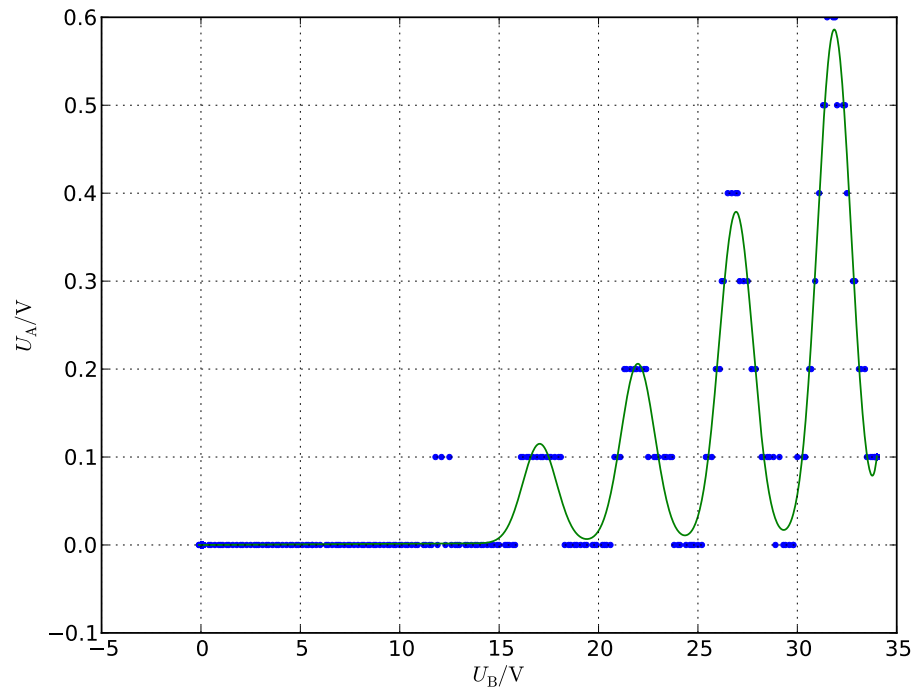


Abbildung 3.8: $T = 165 \text{ K}$, $U_G = 4,00 \text{ V}$, $U_{\text{Abstand}} = 4,94(2) \text{ V}$, $U_{\text{Breite}} = 0,85(2) \text{ V}$.

T/K	$\Delta U_G/V$	U_{Abstand}/V	U_{Breite}/V
150	2,00	5,13(2)	1,20(1)
156	2,00	4,98(7)	1,03(7)
160	2,00	5,010(10)	1,037(9)
165	1,00	4,92(1)	1,22(1)
165	2,00	5,019(9)	1,053(9)
165	3,00	5,00(1)	0,89(1)
165	4,00	4,94(2)	0,85(2)

Tabelle 3.1: Zusammenstellung der Anpassungsparameter.

3.2.2 Energiedifferenzen

Wir rechnen die Spannungsdifferenzen in Wellenzahlunterschiede um, wobei wir die Variante mit $k = \lambda^{-1}$ (anstelle von $k = 2\pi\lambda^{-1}$) benutzen:

$$k = \frac{U_{\text{Abstand}}e}{hc}, \quad \lambda = \frac{1}{k}.$$

Die erhaltenen Wellenzahlen und -längen sind in Tabelle 3.2.

U_{Abstand}/V	k/cm^{-1}	λ/nm
5,13(2)	$4,16(1) \times 10^4$	240,6(7)
4,98(7)	$4,03(5) \times 10^4$	248(3)
5,010(10)	$4,055(8) \times 10^4$	246,6(5)
4,92(1)	$3,98(1) \times 10^4$	251,0(7)
5,019(9)	$4,063(7) \times 10^4$	246,1(4)
5,00(1)	$4,046(9) \times 10^4$	247,2(5)
4,94(2)	$4,00(1) \times 10^4$	250,1(8)

Tabelle 3.2: Wellenzahl und -länge der Übergänge.

Der einzige Übergang, der aus dem Termschema in Abbildung 1.4 in Frage kommt, ist der $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$ mit 253,65 nm. Dieser Übergang hat auch einen maximalen Wirkungsquerschnitt (siehe Uni Bonn 2013, Abbildung P401.5) bei Elektronenenergien von 5 eV, dies entspricht ebenfalls unseren Überlegungen.

3.2.3 Abhängigkeit des Anodenstroms

Bei ganzen Vielfachen der Anregungsenergie gibt es keinen scharfen Einbruch, da trotzdem einige Elektronen die Anode erreichen. Dies können sie aus einem der folgenden Gründen:

Die angeregten Zustände haben eine gewisse Lebensdauer. Innerhalb dieser Zeit kann ein Atom kein weiteres Energiequant von 5 eV aufnehmen. Das Elektron fliegt ungestört weiter.

Das Quecksilber ist recht dünn (einige daPa, siehe Abbildung 3.9), so dass die freie Weglänge der Quecksilberatome 0,1 μm bis 100 μm beträgt (Wikipedia 2013b). Daher kann es auch sein, dass ein Elektron, wenn es die richtige kinetische Energie hat, kein Quecksilberatom trifft. Je

höher die Spannung ist, desto schmaler wird der Raumbereich, in dem das Elektron die richtige Energie hat.

In Abbildung 3.1 sind alle Messdaten zusammengestellt. Den höchsten Anodenstrom haben wir für die niedrigste Temperatur, also für den niedrigsten Druck erhalten. Im Graph ist zu sehen, dass der lineare Teil dort auch am stärksten ist. Dies interpretieren wir so, dass die Elektronen dort häufig keinen Stoßpartner finden. Aus diesem Grund sind auch die Maxima höher.

Die letzten vier Kurven in Abbildung 3.1 sind bei gleicher Temperatur, jedoch mit unterschiedlichen Gegenspannungen aufgenommen. Die türkise und die lila Kurve, also für Gegenspannungen von 1 V und 2 V unterscheiden sich in den Maxima kaum, in den Minima jedoch recht deutlich.

Die Gleichheit in den Maxima liegt daran, dass ein Maximum genau dann entsteht, wenn der letzte Elektronenstoß eine halbe Beschleunigungsstrecke (für einen weiteren Stoß) von der Anode entfernt liegt. Die Elektronen haben so die maximale kinetische Energie und können mit 2,5 eV gegen die Gegenspannung laufen.

Bei einer Gegenspannung von 3 V und 4 V (gelb und schwarz) ist die halbe Stoßenergie von 2,5 eV jedoch nicht mehr genug. Daher werden jetzt auch im Maximum weniger Elektronen durchgelassen, der Anodenstrom sinkt.

Die höhere Gegenspannung verhindert ebenfalls, dass Elektronen, die gerade gestoßen sind, noch die Anode erreichen. Dies führt dann dazu, dass die Minima bei höherer Gegenspannung tiefer liegen.

3.2.4 Dampfdruck

Innerhalb des recht kleinen Temperaturintervalles von 150 °C bis 165 °C ist die Dampfdruckkurve von Quecksilber in Abbildung 3.9 dargestellt. Die relative Schwankung, die Differenz der Extremwerte durch den Mittelwert, beträgt 0,239. Dies ist schon relativ viel für einen kleinen Temperaturbereich. Die Atome dürfen nicht zu dicht sein, damit die Elektronen auch wirklich beschleunigt werden können, ohne zu oft zu stoßen. Jedoch müssen auch genug Atome vorhanden sein, damit die Elektronen nicht ohne Widerstand durch das dünne Gas kommen. In diesem Fall wären die Minima nicht deutlich ausgeprägt.

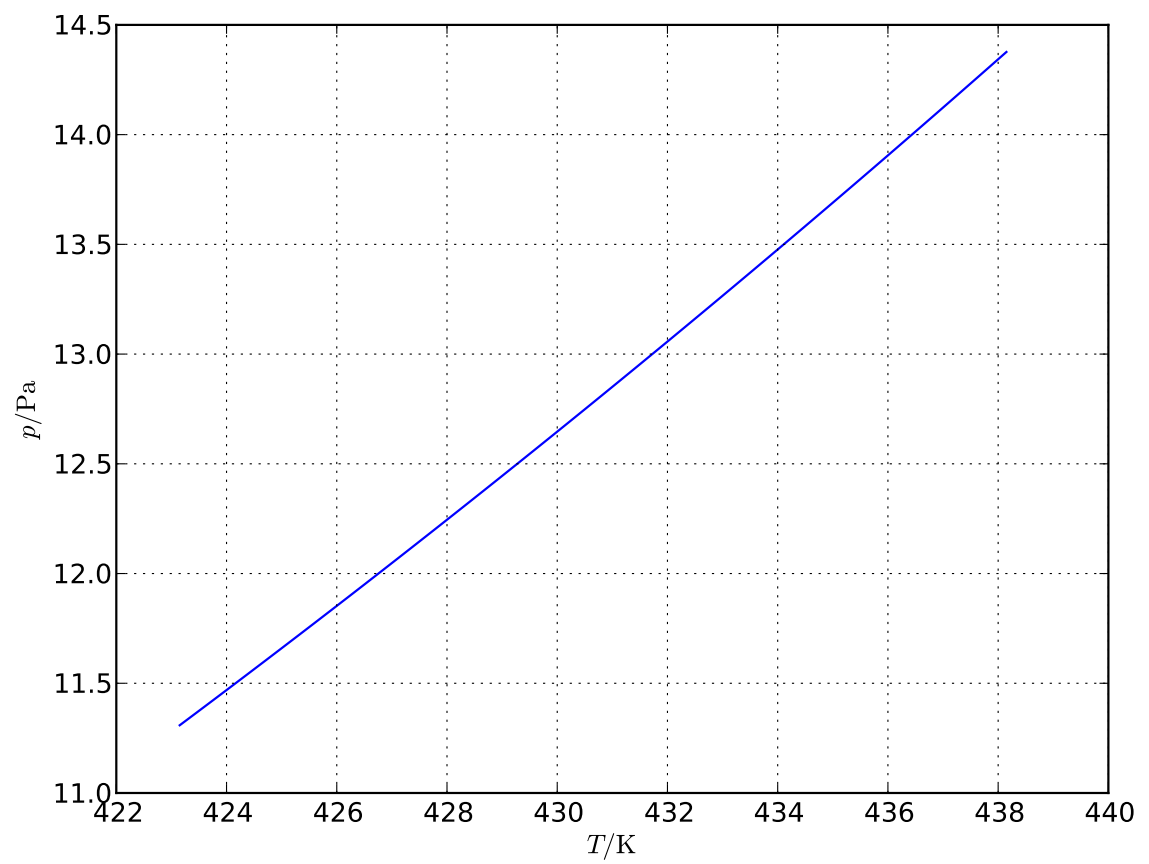


Abbildung 3.9: Dampfdruck in Abhängigkeit von der Temperatur.

3.3 Diskussion

Unsere Messung erfüllt die Erwartungen durch die Theorie. Die Wellenlänge des Übergangs konnten wir zuordnen, auch wenn diese mehrere Standardabweichungen von jedem Messwert entfernt liegt. Den Graphen nach hat die Anpassung an die Abstände der Maxima gut geklappt, vielleicht jedoch nicht auf drei signifikante Stellen genau.

Durch eine falsche Eichung der Beschleunigungsspannung können die leicht abweichenden Wellenlängen auch erklärt werden.

Literatur

- Gauglitz, Guenter, Joachim Heimberger und Manuela Reichert. *Spektrallinien – Doppler-Verbreiterung*. Abgerufen 2013-10-31 15:16:03+01:00. URL: http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/13/vlu/analytik/aas/spektrallinien.vlu/Page/vsc/de/ch/13/pc/analytik/aas/aas4_lb2.vscml.html.
- Krähling, Tobias (2013). *Termschemata Quecksilber*. URL: <http://www.semibyte.de/wp/graphicslibrary/gl-physics/termschemata-quecksilber>.
- Meschede, Dieter (2010). *Gerthsen Physik*. 24. Springer.
- NIST. *Strong Lines of Cadmium (Cd)*. URL: http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/cadmiumtable2_a.htm.
- Uni Bonn, PI (Okt. 2013). *Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper – Versuchsbeschreibungen*. URL: <http://www.praktika.physik.uni-bonn.de/module/physik412/WS1314>.
- Wikipedia (2013a). *Bohrsches Magneton* — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie. [Online; Stand 26. Dezember 2013]. URL: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bohrsches_Magneton&oldid=125081257.
- (2013b). *Mittlere freie Weglänge*. [Online; Stand 27. Dezember 2013]. URL: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Mittlere_freie_Wegl%C3%A4nge&oldid=119970048.