

## Beobachtung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung)

P6.2.1.3 (a) Messung mit Okular mit Skala

P6.2.1.3 (b) Messung mit VideoCom

## Beobachtung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung)

### Versuchsziel

- Beobachtung der sichtbaren Balmerlinien des Wasserstoffes und Deuteriums.
- Bestimmung der Wellenlängen der sichtbaren Balmerlinien.
- Beobachtung und Abschätzung der Isotopieaufspaltung

### Grundlagen

Die Balmer-Serie des Wasserstoffatoms ergibt sich aus den Elektronenübergängen auf das zweite Hauptenergieniveau (L-Schale, Hauptquantenzahl  $n = 2$ ) aus höherenergetischen Zuständen ( $m : 3, 4, 5, \dots$ ). Für die Frequenz bzw. Wellenlänge der emittierten Photonen gilt:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R_{\infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (1)$$

mit der Rydbergkonstanten

$$R_{\infty} = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c} \quad (2)$$

Dabei wird die Masse des Atomkerns als sehr viel größer ( $\infty$ ) als die Elektronenmasse angenommen ( $m_K \gg m_e$ ).

Für eine genaue Berechnung muss die Rydbergkonstante mit Hilfe der reduzierten Masse  $\mu$  korrigiert werden:

$$\mu = \frac{m_e \cdot m_K}{m_e + m_K} = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_K}} \quad (3)$$

Damit ergibt sich für das Wasserstoff:

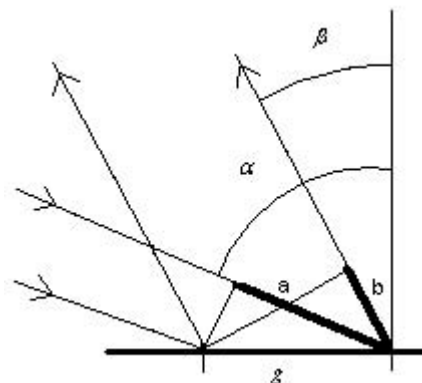
$$R_H = \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{m_e}{m_p}} \quad (4)$$

Das Wasserstoffisotop Deuterium D besteht im Kern aus einem Proton und einem Neutron. Für die Rydbergkonstante ergibt sich:

$$R_D = \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{m_e}{m_p + m_n}} \quad (5)$$

Die Spektrallinien der Balmer-Serie des Deuteriums sind daher im Vergleich zu den Wasserstoff-Linien zu etwas kleineren Wellenlängen verschoben. Dieser Effekt wird als Isotopieaufspaltung bezeichnet und gehört zur Hyperfeinstruktur.

Im Experiment werden die Balmerlinien mit einem hochauflösendem Spektrometeraufbau untersucht. Dabei wird ein Holographisches Gitter verwendet. Die Interferenz ergibt sich in Reflexion.



Die Wegdifferenz zweier Strahlen im Maximum 1. Ordnung ist:  $\Delta s = a + b = \lambda$

Mit dem Einfallswinkel  $\alpha$  und dem Reflexionswinkel  $\beta$

( $\frac{a}{g} = \sin \alpha$  und  $\frac{b}{g} = \sin \beta$ ) ergibt sich die Wellenlänge zu:

$$\lambda = g \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) \quad (6)$$

mit der Gitterkonstanten  $g$ .

Die Winkel-Aufspaltung  $\Delta \beta$  der Linien ergibt sich aus (6)

$$\frac{d\lambda}{d\beta} = g \cdot \cos \beta \quad \text{oder} \quad \Delta \lambda = g \cdot \cos \beta \cdot \Delta \beta \quad (7)$$

Die Aufspaltung der Linien wird mit einem Fernrohr Aufbau beobachtet. Aus dem Abstand  $d$  der Linien kann mit der Brennweite  $f$  der Objektivlinse die Winkelaufspaltung bestimmt werden:

$$\Delta\beta = \frac{d}{f} \quad (8)$$

Daraus ergibt sich die Wellenlängendifferenz der Isotopieaufspaltung zu:

$$\Delta\lambda = \frac{d \cdot g \cdot \cos\beta}{f} \quad (9)$$

### Geräte

1 Optische Bank mit Normalprofil, 1 m .....	460 32
1 Optische Bank mit Normalprofil, 0,5 m .....	460 335
1 Drehgelenk mit Skala .....	460 341
6 Optikreiter 90/50 .....	460 374
1 Balmer-Lampe, deuteriert .....	451 41
1 Betriebsgerät zur Balmerlampe .....	451 14
1 Linse in Fassung, $f = 50$ mm .....	460 02
1 Verstellbarer Spalt .....	460 14
1 Projektionsobjektiv .....	460 13
1 Holographisches Gitter 2400 Linien/mm .....	471 27
1 Linse in Fassung, $f = 300$ mm .....	460 09
1 Okular mit Strichskala .....	460 135

### Aufbau



Abb. 1: Versuchsaufbau

- Zunächst die beiden optischen Bänke mit Hilfe der Stellfüße parallel auf eine Höhe ausrichten und mit den Stellschrauben fixieren.
- Die beiden Schienen so mit dem Drehgelenk zusammenschrauben, dass die Winkelskala fest mit der Schiene auf die die Balmer-Lampe montiert wird verbunden ist.
- Die Optikelemente gemäß Abbildung aufbauen und auf eine Höhe ausrichten.
- Mit Hilfe der Linse  $f = 50$  mm die Kapillare der Balmerlampe auf den Verstellbaren Spalt abbilden (Abstände jeweils ca.  $10 \text{ cm} = 2f$ ). Ggf. die Balmerlampe etwas drehen.
- Projektionsobjektiv ca.  $15 \text{ cm}$  hinter dem Verstellbaren Spalt positionieren.
- Säule des Drehgelenkes so drehen, dass der Zeiger exakt auf  $0^\circ$  weist und mit Hilfe der Rändelschraube fixieren.
- Holographisches Gitter senkrecht einsetzen, so dass das Licht auf den Spalt zurückreflektiert wird. Projektionsobjektiv etwas verschieben, bis ein scharfes Bild des Spaltes neben dem Spalt zu beobachten ist (Autokollimation), so dass der Spalt ins Unendliche abgebildet wird.
- Mit Hilfe der Rändelschrauben Holographisches Gitter so ausrichten, dass das Bild des Spaltes genau im Spalt selbst liegt.
- Winkel der Optischen Bänke auf (z.B.)  $\omega_{\text{Bänke}} = 155^\circ$  stellen.
- Okular am Ende der Schiene positionieren und so einstellen, dass die Skala gut ablesbar ist.
- Linse  $f = 300 \text{ mm}$  ca.  $30 \text{ cm}$  vor das Okular stellen (Fernrohr Aufbau).

### Durchführung

#### a) Untersuchung der roten Balmerlinie

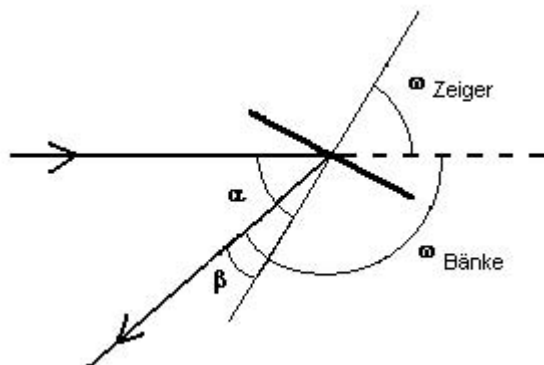
- Rändelschraube der Säule mit Holographischem Gitter lösen und Säule drehen, bis die rote Balmerlinie zu beobachten ist. Zum besseren Auffinden der Linie den Spalt zunächst weit öffnen und anschließend auf ca.  $0,1 \text{ mm}$  einstellen.
- Linse  $f = 300 \text{ mm}$  verschieben, bis das Bild des Spaltes scharf ist.
- Winkel der Optischen Bänke und Winkel des Holographischen Gitters ablesen.
- Abstand der Aufspaltung auf der Skala des Okulares abschätzen.

#### b) Untersuchung der weiteren sichtbaren Balmerlinien

- Säule mit Holographischem Gitter drehen, bis die türkise Balmerlinie zu beobachten ist. Zum besseren Auffinden der Linie den Spalt zunächst weit öffnen und anschließend auf ca.  $0,1 \text{ mm}$  einstellen.
- Position der Linse  $f = 300 \text{ mm}$  etwas korrigieren, bis das Bild des Spaltes wieder scharf ist (Ausgleich der chromatischen Abberation).
- Winkel der Optischen Bänke und Winkel des Holographischen Gitters ablesen.
- Abstand der Aufspaltung auf der Skala des Okulares abschätzen.
- Versuch mit der blauen und violetten Linie so weit möglich wiederholen. Diese Linien haben geringere Intensitäten und befinden sich an der Empfindlichkeitsgrenze des Sehvermögens, so dass insbesondere die violette Linie sehr schwer zu beobachten ist.

## Messbeispiele

## a) Untersuchung der roten Balmerlinie



– Der Einfallswinkel  $\alpha$  entspricht dem Drehwinkel der Säule mit Holographischem Gitter:  $\alpha = \omega_{\text{Zeiger}}$ .

– Der Reflexionswinkel  $\beta$  ergibt sich aus:

$$\beta = \omega_{\text{Zeiger}} + \omega_{\text{Bänke}} - 180^\circ \quad (10)$$

Winkel der optischen Bänke	Winkel des Holographischen Gitters	Einfallswinkel	Reflexionswinkel
$\omega_{\text{Bänke}}$	$\omega_{\text{Zeiger}}$	$\alpha$	$\beta$
$150^\circ$	$70^\circ$	$70^\circ$	$40^\circ$

– Mit (6) und  $g = \frac{1}{2,4 \cdot 10^6} \text{ m} \approx 417 \text{ nm}$  ergibt sich:

$$\lambda = 417 \text{ nm} \cdot (\sin 67^\circ + \sin 42^\circ) = 660 \text{ nm}$$

Literaturwerte:  $\lambda_{H\alpha} = 656,28 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{D\alpha} = 656,11 \text{ nm}$

– Aufspaltung:  $d = 0,18 \text{ mm}$ , mit (9) also

$$\Delta\lambda = \frac{0,2 \text{ mm} \cdot 417 \text{ nm} \cdot \cos 42^\circ}{300 \text{ mm}} = 0,192 \text{ nm}$$

Literaturwert:  $\Delta\lambda = \lambda_{H\alpha} - \lambda_{D\alpha} = 0,179 \text{ nm}$

## b) Untersuchung der weiteren sichtbaren Balmerlinien

– Schienenwinkel  $\omega_{\text{Bänke}} = 150^\circ$

Balmerlinie		Einfallswinkel	Reflexionswinkel	Wellenlänge
		$\alpha$	$\beta$	$\lambda$
rot	$\alpha$	70°	40°	660 nm
türkis	$\beta$	52°	22°	485 nm
blau	$\gamma$	47,5°	17,5°	433 nm
violett	$\delta$	45,5°	15,5°	409 nm

– Literaturwerte:

$$\text{rot} \quad \lambda_{H\alpha} = 656,28 \text{ nm}, \quad \lambda_{D\alpha} = 656,11 \text{ nm}$$

$$\text{türkis} \quad \lambda_{H\beta} = 486,13 \text{ nm}, \quad \lambda_{D\beta} = 486,01 \text{ nm}$$

$$\text{blau} \quad \lambda_{H\gamma} = 434,05 \text{ nm}, \quad \lambda_{D\gamma} = 433,93 \text{ nm}$$

$$\text{violett} \quad \lambda_{H\delta} = 410,17 \text{ nm}, \quad \lambda_{D\delta} = 410,07 \text{ nm}$$

Balmerlinie		Aufspaltung	
		$d$	$\Delta\lambda$
rot	$\alpha$	0,18 mm	0,19 nm
türkis	$\beta$	0,11 mm	0,14 nm
blau	$\gamma$	0,07 mm	0,09 nm

– Literaturwerte:

$$\Delta\lambda_{\text{türkis}} = 0,179 \text{ nm}$$

$$\Delta\lambda_{\text{türkis}} = 0,132 \text{ nm}$$

$$\Delta\lambda_{\text{blau}} = 0,118 \text{ nm}$$

$$(\Delta\lambda_{\text{violett}} = 0,112 \text{ nm})$$

## Untersuchung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung)

### Versuchsziel

- Bestimmung der Wellenlängen der sichtbaren Balmerlinien.
- Bestimmung der Isotopieaufspaltung

### Grundlagen

Die Balmer-Serie des Wasserstoffatoms ergibt sich aus den Elektronenübergängen auf das zweite Hauptenergieniveau (L-Schale, Hauptquantenzahl  $n = 2$ ) aus höherenergetischen Zuständen ( $m : 3, 4, 5, \dots$ ). Für die Frequenz bzw. Wellenlänge der emittierten Photonen gilt:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R_{\infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (1)$$

mit der Rydbergkonstanten

$$R_{\infty} = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c} \quad (2)$$

Dabei wird die Masse des Atomkerns als sehr viel größer ( $\infty$ ) als die Elektronenmasse angenommen ( $m_K \gg m_e$ ).

Für eine genaue Berechnung muss die Rydbergkonstante mit Hilfe der reduzierten Masse  $\mu$  korrigiert werden:

$$\mu = \frac{m_e \cdot m_K}{m_e + m_K} = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_K}} \quad (3)$$

Damit ergibt sich für das Wasserstoff:

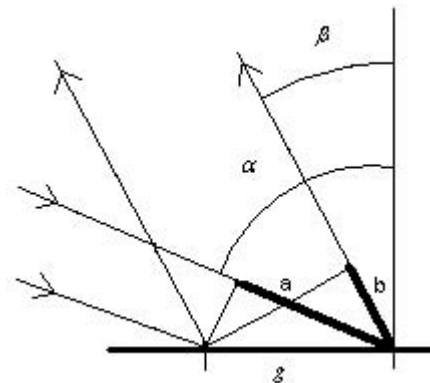
$$R_H = \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{m_e}{m_p}} \quad (4)$$

Das Wasserstoffisotop Deuterium D besteht im Kern aus einem Proton und einem Neutron. Für die Rydbergkonstante ergibt sich:

$$R_D = \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{m_e}{m_p + m_n}} \quad (5)$$

Die Spektrallinien der Balmer-Serie des Deuteriums sind daher im Vergleich zu den Wasserstoff-Linien zu etwas kleineren Wellenlängen verschoben. Dieser Effekt wird als Isotopieaufspaltung bezeichnet und gehört zur Hyperfeinstruktur.

Im Experiment werden die Balmerlinien mit einem hochauflösendem Spektrometeraufbau untersucht. Dabei wird ein Holographisches Gitter verwendet. Die Interferenz ergibt sich in Reflexion.



Die Wegdifferenz zweier Strahlen im Maximum 1. Ordnung ist:  $\Delta s = a + b = \lambda$

Mit dem Einfallswinkel  $\alpha$  und dem Reflexionswinkel  $\beta$

( $\frac{a}{g} = \sin \alpha$  und  $\frac{b}{g} = \sin \beta$ ) ergibt sich die Wellenlänge zu:

$$\lambda = g \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) \quad (6)$$

mit der Gitterkonstanten  $g$ .

Die Winkel-Aufspaltung  $\Delta \beta$  der Linien ergibt sich aus (6)

$$\frac{d\lambda}{d\beta} = g \cdot \cos \beta \quad \text{oder} \quad \Delta \lambda = g \cdot \cos \beta \cdot \Delta \beta \quad (7)$$



Die Aufspaltung der Linien wird mit der VideoCom beobachtet. Dazu werden die Linien auf deren Phototransistorzeile mit einer Linse der Brennweite  $f$  abgebildet und die Winkeldifferenz  $\Delta \beta$  mit dem Programm „VideoCom Intensitäten“ bestimmt.

**Geräte**

1 Optische Bank mit Normalprofil, 1 m .....	460 32
1 Optische Bank mit Normalprofil, 0,5 m .....	460 335
1 Drehgelenk mit Skala .....	460 341
6 Optikreiter 90/50 .....	460 374
1 Balmer-Lampe, deuteriert .....	451 41
1 Betriebsgerät zur Balmerlampe .....	451 14
1 Linse in Fassung, $f = 50$ mm .....	460 02
1 Verstellbarer Spalt .....	460 14
1 Projektionsobjektiv .....	460 13
1 Holographisches Gitter 2400 Linien/mm .....	471 27
1 Linse in Fassung, $f = 300$ mm .....	460 09
1 VideoCom USB .....	337 47USB



**Aufbau**

Abb. 1: Versuchsaufbau

- Zunächst die beiden optischen Bänke mit Hilfe der Stellfüße parallel auf eine Höhe ausrichten und mit den Stellschrauben fixieren.
  - Die beiden Schienen so mit dem Drehgelenk zusammenschrauben, dass die Winkelskala fest mit der Schiene auf die die Balmer-Lampe montiert wird verbunden ist.
  - Die Optikelemente gemäß Abbildung aufbauen und auf eine Höhe ausrichten.
  - Mit Hilfe der Linse  $f = 50$  mm die Kapillare der Balmerlampe auf den Verstellbaren Spalt abbilden (Abstände jeweils ca.  $10 \text{ cm} = 2 f$ ). Ggf. die Balmerlampe etwas drehen.
  - Projektionsobjektiv ca.  $15 \text{ cm}$  hinter dem Verstellbaren Spalt positionieren.
  - Säule des Drehgelenkes so drehen, dass der Zeiger exakt auf  $0^\circ$  weist und mit Hilfe der Rändelschraube fixieren.
  - Holographisches Gitter senkrecht einsetzen, so dass das Licht auf den Spalt zurückreflektiert wird. Projektionsobjektiv etwas verschieben, bis ein scharfes Bild des Spaltes neben dem Spalt zu beobachten ist (Autokollimation), so dass der Spalt ins Unendliche abgebildet wird.
  - Mit Hilfe der Rändelschrauben Holographisches Gitter so ausrichten, dass das Bild des Spaltes genau im Spalt selbst liegt.
  - Winkel der Optischen Bänke auf (z.B.)  $\omega_{\text{Bänke}} = 150^\circ$  stellen.
  - VideoCom am Ende der Schiene positionieren. Linse  $f = 300 \text{ mm}$  ca.  $30 \text{ cm}$  vor die VideoCom stellen.
  - Raum abdunkeln.
- Einstellung des Programmes „VideoComInt“ (s.a. Gebrauchsanleitung)*
- VideoCom über mit dem Computer verbinden und über Steckernetzgerät mit Spannung versorgen. Ggf. Software zur VideoCom installieren, Programm „VideoCom Intensitäten“ aufrufen.
  - Mit dem Button  oder der Taste F5 das Menü „Kalibrierung/Theorievergleich“ aufrufen, im Register „Beugungswinkel“ die effektive Brennweite von  $300 \text{ mm}$  eingeben und mit Button „OK“ schließen.
  - Mit dem Button  „Belichtungszeit verlängern“ Belichtungszeit auf 8 stellen.
  - Mit dem Button  oder der Taste F9 Messung starten.

## Durchführung

### a) Untersuchung der roten Balmerlinie

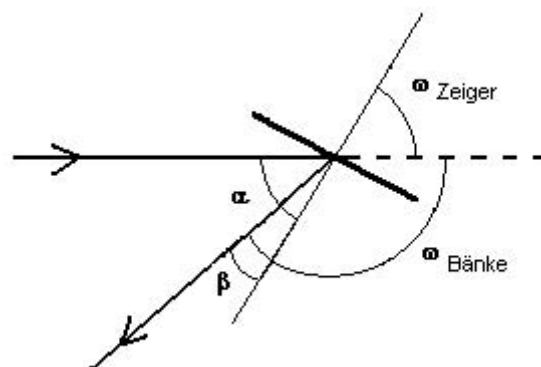
- Rändelschraube der Säule mit Holographischem Gitter lösen und Säule drehen, bis die roten Balmerlinien auf die Mitte der Phototransistorzeile der VideoCom abgebildet werden. Zum besseren visuellen Auffinden der Linie den Spalt zunächst weit öffnen und anschließend auf ca. 0,1 mm einstellen.
- Linse  $f = 300$  mm verschieben und auf dem Monitor beobachten bis das Bild des Spaltes scharf abgebildet wird. Ggf. Belichtungszeit verkürzen oder Spalt verkleinern. Es sollten etwa bei  $0^\circ$  zwei schmale Maxima unterschiedlicher Höhe zu beobachten sein.
- Diesen Bereich zoomen. Ggf. im Register Beugungswinkel „Untergrund auf Minimum“ setzen.
- Zur Verbesserung der Auflösung kann mit dem Button  eine Mittelwertbildung der Intensitäten gestartet werden. Wenn sich zwei Maxima gut unterscheiden lassen, Messung mit dem Button  oder der Taste F9 stoppen.
- Winkeldifferenz der beiden Maxima (Spektrallinien) bestimmen.
- Winkel der Optischen Bänke und Winkel des Holographischen Gitters ablesen.

### b) Untersuchung der weiteren sichtbaren Balmerlinien

- Säule mit Holographischem Gitter drehen, bis die türkisen Balmerlinien auf die Mitte der Phototransistorzeile der VideoCom abgebildet werden. Zum besseren Auffinden der Linie den Spalt zunächst weit öffnen und anschließend auf ca. 0,1 mm einstellen.
- Position der Linse  $f = 300$  mm etwas korrigieren, bis das Bild des Spaltes wieder scharf ist (Ausgleich der chromatischen Abberation).
- Winkeldifferenz bestimmen und Winkel der Optischen Bänke und Winkel des Holographischen Gitters ablesen.
- Versuch mit der blauen Linie wiederholen. Auf Grund ihrer geringeren Intensität der sind die Maxima schwächer ausgeprägt.
- Die Intensität der violetten Linie ist noch kleiner, so dass sie sich zwar beobachten lässt, die Aufspaltung aber mit diesem Aufbau kaum nachweisbar ist.

## Messbeispiele

### a) Untersuchung der roten Balmerlinie



- Der Einfallswinkel  $\alpha$  entspricht dem Drehwinkel der Säule mit Holographischem Gitter:  $\alpha = \omega_{\text{Zeiger}}$ .

- Der Reflexionswinkel  $\beta$  ergibt sich aus:

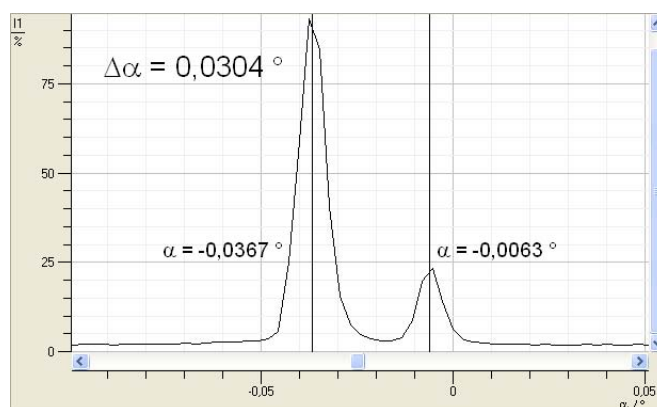
$$\beta = \omega_{\text{Zeiger}} + \omega_{\text{Bänke}} - 180^\circ \quad (8)$$

Winkel der optischen Bänke	Winkel des Holographischen Gitters	Einfallswinkel	Reflexionswinkel
$\omega_{\text{Bänke}}$	$\omega_{\text{Zeiger}}$	$\alpha$	$\beta$
$150^\circ$	$70,5^\circ$	$70,5^\circ$	$40,5^\circ$

- Mit (6) und  $g = \frac{1}{2,4 \cdot 10^6} \text{ m} \approx 417 \text{ nm}$  ergibt sich:

$$\lambda = 417 \text{ nm} \cdot (\sin 70,5^\circ + \sin 40,5^\circ) = 664 \text{ nm}$$

$$\text{Literaturwerte: } \lambda_{H\alpha} = 656,28 \text{ nm}, \lambda_{D\alpha} = 656,11 \text{ nm}$$



- Winkeldifferenz  $\Delta\beta = 0,0304^\circ = 0,000531$

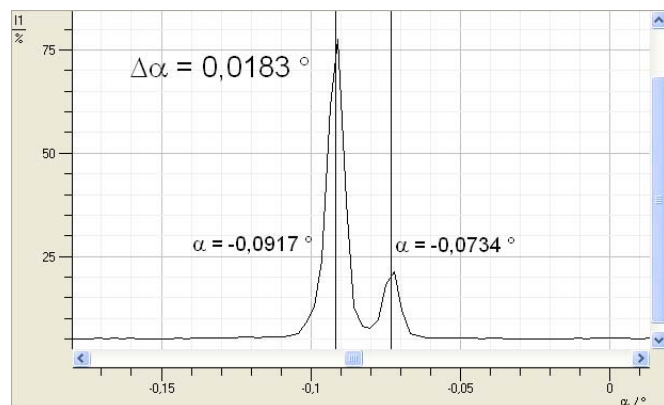
- Mit (7) ergibt sich die Isotopieaufspaltung zu

$$\Delta\lambda = 417 \text{ nm} \cdot \cos 40,5^\circ \cdot 0,000531 = 0,168 \text{ nm}$$

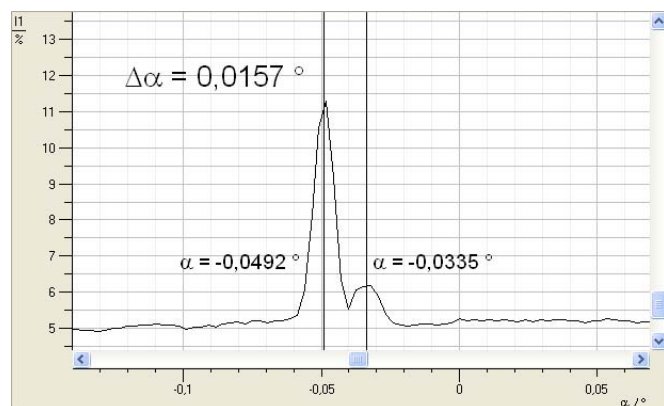
$$\text{Literaturwert: } \Delta\lambda = \lambda_{H\alpha} - \lambda_{D\alpha} = 0,179 \text{ nm}$$

## b) Untersuchung der weiteren sichtbaren Balmerlinien

## – Türkise Linie



## – Blaue Linie

– Schienenwinkel  $\omega_{\text{Bänke}} = 150^\circ$ 

Balmerlinie		Einfallswinkel	Reflexionswinkel	Wellenlänge
		$\alpha$	$\beta$	$\lambda$
rot	$\alpha$	70,5°	40,5°	664 nm
türkis	$\beta$	52,5°	22,5°	490 nm
blau	$\gamma$	48°	18°	455 nm
violett	$\delta$	45°	15°	403 nm

– Literaturwerte:

rot  $\lambda_{H\alpha} = 656,28 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{D\alpha} = 656,11 \text{ nm}$ türkis  $\lambda_{H\beta} = 486,13 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{D\beta} = 486,01 \text{ nm}$ blau  $\lambda_{H\gamma} = 434,05 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{D\gamma} = 433,93 \text{ nm}$ violett  $\lambda_{H\delta} = 410,17 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{D\delta} = 410,07 \text{ nm}$ 

Balmerlinie		Aufspaltung		
		$\Delta\beta$		$\Delta\lambda$
rot	$\alpha$	0,0304°	$5,31 \cdot 10^{-4}$	0,168 nm
türkis	$\beta$	0,0183°	$3,19 \cdot 10^{-4}$	0,123 nm
blau	$\gamma$	0,0157°	$2,74 \cdot 10^{-4}$	0,109 nm

– Literaturwerte:

 $\Delta\lambda_{\text{türkis}} = 0,179 \text{ nm}$  $\Delta\lambda_{\text{türkis}} = 0,132 \text{ nm}$  $\Delta\lambda_{\text{blau}} = 0,118 \text{ nm}$  $(\Delta\lambda_{\text{violett}} = 0,112 \text{ nm})$