

Praktikumsprotokoll

Kernmagnetische Relaxation

physik412 – Versuch 443

Martin Ueding
mu@martin-ueding.de

Lino Lemmer
s6lilemm@uni-bonn.de

2013-11-15

In diesem Versuch untersuchen wir die magnetische Resonanz von Protonen, die in Form von Wasserstoff in einer großen Form in der Probe aus leichtem Mineralöl vorliegen.

Dazu regen wir Spins mit einem magnetischen Wechselfeld an, um sie aus ihrer Gleichgewichtslage zu lenken. Anschließend beobachten wir die sich aus allen Spins ergebende makroskopische Magnetisierung, wie sie wieder in ihren Gleichgewichtszustand zurückkehrt.

Die so zu bestimmenden Relaxationszeiten sind charakteristisch für die Probe, so dass diese zur Identifikation benutzt werden können.

Inhaltsverzeichnis

1. Theorie	5
1.1. Spin $1/2$ Teilchen im homogenen Magnetfeld	5
1.1.1. Aufspaltung in zwei Zustände	5
1.1.2. Besetzung, thermisches Gleichgewicht	5
1.1.3. Longitudinale Relaxation (Relaxationszeit T_1)	5
1.1.4. Präzession um z -Achse	6
1.2. Reaktion von Spin auf zusätzliches Feld	6
1.2.1. Blochkugel	6
1.2.2. Rotierendes Bezugssystem	7
1.2.3. $\pi/2$ -Puls	7
1.2.4. π -Puls	7
1.2.5. Transversale Relaxation	7
1.2.5.1. Homogene Transversale Relaxationszeit T_2	8
1.2.5.2. Effektive Transversale Relaxationszeit T_2^*	8
1.2.6. Rabi-Oszillation	8
1.3. Messmethoden	9
1.3.1. Konstante Grundspannung	9
1.3.2. Longitudinale Relaxationszeit T_1	9
1.3.2.1. Sättigungs-Zurückgewinnung	9
1.3.2.2. Polarisations-Zurückgewinnung	9
1.3.3. Transversale Relaxationszeit T_2	10
1.3.3.1. FID-Signal	10
1.3.3.2. Hahn-Spincho-Sequenz	10
1.3.3.3. Carr-Purcell-Sequenz	10
1.3.3.4. Meiboom-Gill-Sequenz	11
2. Aufbau und Kalibrierung	12
2.1. Anschließen der Geräte	12
2.2. Temperatureinstellung	12
2.3. Tuning des RF-Resonanzkreises	12
2.4. Optimierung des Free Induction Decay Signals	13
2.5. $\pi/2$ - und π -Puls Justage	13
3. Durchführung und Auswertung	14
3.1. Vorbereitung	14
3.2. Rabi-Oszillationen	17
3.3. Longitudinale Relaxationszeit T_1	19
3.3.1. Sättigungs-Zurückgewinnung	19
3.3.2. Polarisations-Zurückgewinnung	22

3.4. Effektive Transversale Relaxationszeit T_2^*	24
3.4.1. Homogene Transversale Relaxationszeit T_2	26
3.4.1.1. Hahn–Spincho–Sequenz	26
3.4.1.2. Carr–Purcell–Sequenz	28
3.4.1.3. Meiboom–Gill–Sequenz	30
4. Zusammenfassung	31
5. Diskussion	32
5.1. Messergebnisse T_1	32
5.2. Messergebnisse T_2	32
5.3. Vergleich T_1 und T_2	32
A. \LaTeX-Quelltext	33

1. Theorie

1.1. Spin $1/2$ Teilchen im homogenen Magnetfeld

Die Protonen in diesem Versuch zeichnen sich durch einen Spin $1/2$ aus.

Dieser Spin wurde in „Experimentalphysik 4“ eingeführt und verhält sich wie ein Drehimpuls. Die Quantenzahl s ist hier immer $1/2$. Es bleibt die z -Komponente m_s , die die Werte $-1/2$ und $1/2$ annehmen kann.

Die Protonen besitzen ein magnetisches Moment μ , das immer parallel zum Spin ist und eine feste Magnitude besitzt:

$$\mu = \gamma \hbar s$$

Der Faktor γ ist das gyromagnetische Verhältnis und ist für verschiedene Teilchen (z. B. Protonen, Elektronen) unterschiedlich.

1.1.1. Aufspaltung in zwei Zustände

In einem homogenen Magnetfeld B_0 erfährt das magnetische Moment μ ein Drehmoment $M = \mu \times B_0$, das zu einer Einstellenergie führt:

$$E = -\langle \mu, B_0 \rangle$$

Da die magnetische Spinquantenzahl m_s nur die Werte $-1/2$ und $1/2$ annehmen darf, gibt es nur zwei Zustände, $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$, die aufgrund der Einstellenergie unterschiedliche Energie haben. Ohne das externe Magnetfeld wären diese Zustände entartet.

1.1.2. Besetzung, thermisches Gleichgewicht

Ohne das externe Feld liegen alle Spins in einem beliebigen Zustand vor, so dass es keine makroskopische Magnetisierung M gibt.

1.1.3. Longitudinale Relaxation (Relaxationszeit T_1)

Ist das System in einem beliebigen Zustand, so werden die Spins nach einiger Zeit in den Grundzustand wechseln. Die Rate, mit der die Spins wechseln ist proportional zur Anzahl, die

noch nicht gewechselt sind. Aus diesem Ansatz lässt sich mit geeigneten Anfangsbedingungen folgende Zeitentwicklung herleiten: (Uni Bonn 2013, Formel P443.2)

$$M(t) = M_0 \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{T_1} \right) \right) \quad (1.1)$$

Dabei haben wir die Zeitkonstante T_1 eingeführt, die beschreibt, wie schnell diese Relaxation vor sich geht. Diese Zeit ist relativ lang.

1.1.4. Präzession um z -Achse

Da das magnetische Moment μ wahrscheinlich nicht parallel zum magnetischen Feld ist, wird auf es konstant das Drehmoment durch das magnetische Feld wirken. Dies führt dazu, dass das magnetische Moment um die z -Achse präzessiert. Die Frequenz dieser Präzession ist die Larmorfrequenz:

$$\omega_L = \gamma B_0$$

Die makroskopische Magnetisierung, die sich als Mittel aus allen magnetischen Momenten ergibt, wird daher auch um die z -Achse präzessieren, zumindest solange die einzelnen Spins mit der gleichen Frequenz präzessieren. Dazu später mehr.

1.2. Reaktion von Spin auf zusätzliches Feld

In diesem Experiment werden wir zusätzlich zum (möglichst) homogenen Feld B_0 ein gepulstes, sich drehendes, Feld B_{RF} verwenden, dessen Frequenz im Radiobereich (MHz) liegt.

1.2.1. Blochkugel

Die Spins haben im externen Feld die Basiszustände $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$. Es können aber auch Zustände auftreten, die sich durch zwei Mischwinkel θ und ϕ charakterisieren lassen: (Wikipedia 2013a)

$$|\theta, \phi\rangle = \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) |\uparrow\rangle + e^{i\phi} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) |\downarrow\rangle$$

Durch diese Superposition ist es möglich, dass das magnetische Moment in jede beliebige Richtung liegen kann. Die energetisch günstigste Variante ist jedoch, wenn der Spin möglichst parallel zum Magnetfeld B_0 liegt, also $|\uparrow\rangle$.

Im weiteren Verlauf können wir uns die Orientierung des Spins als Einheitsvektor in der Kugel vorstellen.

1.2.2. Rotierendes Bezugssystem

Wie schon in 1.1.4 beschrieben, präzessiert das magnetische Moment und der Spin um die z -Achse um ruhenden Inertialsystem des Labors Σ . Es ist für die weiteren Überlegungen hilfreich, ein rotierendes Bezugssystem Σ^* zu betrachten, in dem das magnetische Moment fest ist.

In einem solchen rotierenden Bezugssystem tritt noch eine weitere, transversale magnetische Flussdichte auf. Diese hat genau die Stärke, dass sich die resultierende Flussdichte genau in Richtung des magnetischen Momentes befindet. Diese präzessiert dann um sich selbst, es bleibt also stehen. Das Bezugssystem war gerade so konstruiert. (*Teach Spin Manual*)

Mit einer weiteren Spule können wir weitere transversale Magnetfelder erzeugen. Durch einen kurzen Puls kann die im System Σ^* beobachtete magnetische Flussdichte so verändert werden, dass die parallel zur x^* -Achse liegt. Dazu muss von außen ein transversales Wechselfeld mit der Larmorfrequenz angelegt werden.

1.2.3. $\pi/2$ -Puls

Ein Puls des rotierenden Magnetfeldes der richtigen Stärke und Länge wird dazu führen, dass das magnetische Moment für den Augenblick nur um die mitgeführte x -Achse, also die x^* -Achse präzessiert und somit von der z^* auf die y^* -Achse kippt. Ist dies erreicht, muss der Puls beendet sein, damit das Moment nicht noch weiter kippt.

Das magnetische Moment einer überwiegenden Anzahl Teilchen liegt nun auf der x^* -Achse. Somit liegt auch die Magnetisierung \mathbf{M} auf der x^* -Achse. Da sich das Bezugssystem um die z -Achse dreht, ist auf der (festen) x -Achse nun eine makroskopische Magnetisierung zu beobachten, die sich zeitlich sinusförmig verhält.

Mit der Messspule ist nun die mit der Larmorfrequenz oszillierende Magnetisierung zu beobachten.

An dieser Stelle ist Meschede 2010, Abbildung 15.55 auf Seite 765 recht illustrativ.

1.2.4. π -Puls

Ähnlich wie der $\pi/2$ -Puls kippt der π -Puls das magnetische Moment, jedoch um den doppelten Winkel. Im thermalisierten Grundzustand des Systems invertiert dieser Puls $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$. Geht dem π -Puls ein $\pi/2$ -Puls voraus, so wird der Azimutwinkel ϕ des Zustandes verändert.

1.2.5. Transversale Relaxation

Die Larmorfrequenz ist an jeder Stelle fast gleich, jedoch nur fast. Dadurch präzessieren die einzelnen Spins mit einer lokal leicht verschiedenen Geschwindigkeit. Auch wenn die Unterschiede nur klein sind, reicht es aus, wenn die relative Verschiebung zwischen den Spins π beträgt, damit keine makroskopische transversale Magnetisierung gemessen werden kann.

Zum einen wird die Ortsabhängigkeit der Larmorfrequenz durch die leicht inhomogene magnetische Flussdichte des großen äußeren Magneten verursacht. Diese Veränderung ist konstant und

kann, wie wir später beschreiben werden, mit der Hahn-Spinocho-Sequenz rückgängig gemacht werden.

Außerdem erzeugen die magnetischen Momente der einzelnen Spins für sich auch wieder Magnetfelder \mathbf{H} , die auch zu einer Verschiebung der Larmorfrequenz führen. Dieser Effekt ist stark zeitabhängig und kann nicht korrigiert werden, jedoch charakteristisch für die Probe.

Da es diese verschiedenen Effekte gibt, werden zwei verschiedene Relaxationszeiten eingeführt.

Damit die transversale Relaxation deutlich zu sehen ist, muss sie schneller als die longitudinale Relaxation vor sich gehen. Daher erwarten wir, dass $T_1 \gg T_2$.

1.2.5.1. Homogene Transversale Relaxationszeit T_2

Durch einen $\pi/2$ -Puls wird die makroskopische Magnetisierung in die x - y -Ebene gekippt und präzessiert dann mit der Larmorfrequenz um die z -Achse, jedoch zerläuft diese Magnetisierung aufgrund der leicht verschiedenen Larmorfrequenzen. Dies nennt man „freien Induktionszerfall“, kurz „FID“¹.

Wäre die magnetische Flussdichte perfekt homogen, so basierte die Frequenzverschiebung nur auf dem Magnetfeld der anderen Spins. Diese homogene Relaxation ist die eigentlich interessante Zeitkonstante, da sie vom nur Material abhängt und nicht vom experimentellen Aufbau.

Mit der Hahn-Spinocho-Sequenz können wir später diese Zeit unabhängig vom externen Magnetfeld messen.

Hier ist ein exponentieller Abfall der Gesamtmagnetisierung zu erwarten, die wir mit der Zeitkonstante T_2 beschreiben werden.

1.2.5.2. Effektive Transversale Relaxationszeit T_2^*

Die inhomogene Flussdichte verstärkt den freien Induktionszerfall. Auch hier ist ein exponentieller Abfall zu beobachten, der jedoch schneller ist, als der Effekt durch die homogene Relaxation alleine. Daher ist T_2^* kürzer als T_2 .

Mit der inhomogenen transversalen Relaxationszeit $T_{2,\text{inhom}}$ hängen die anderen wie folgt zusammen: (Uni Bonn 2013, Formel P443.5)

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{2,\text{inhom}}} \quad (1.2)$$

1.2.6. Rabi-Oszillation

Rabi-Oszillationen sind allgemein Oszillationen eines Zweizustandsystems durch eine externe Anregung. (Wikipedia 2013c) (Meschede 2010, Abschnitt 15.9.5 „Rabi-Atomstrahlresonanz“)

¹ „FID“ kommt von „free induction decay“.

Hier ist diese externe Anregung der RF-Puls, den wir durch die Spule schicken. Dabei legen wir die Frequenz des Pulses möglichst genau auf die Larmorfrequenz, und variieren hier die Pulslänge. Wir erwarten, dass sich bei einem sehr kurzen Puls die makroskopische Magnetisierung nicht verändert. Wenn der Puls länger wird, und in den Bereich des $\pi/2$ -Puls kommt, ist ein maximales Signal zu erwarten. Wird der Puls länger, so dass er in der Nähe des π -Pulses kommt, ist wieder kein Signal zu erwarten. In der Größenordnung eines $3/4\pi$ -Pulses sollte die Amplitude wieder maximal sein, jedoch die Phase umgekehrt sein.

1.3. Messmethoden

In diesem Abschnitt möchten wir die Grundlage der Messmethoden erläutern, die wir nachher bei der Durchführung gebrauchen werden.

1.3.1. Konstante Grundspannung

Wir betreiben das Oszilloskop mit DC-Kopplung, so dass allen Messung ein konstante Grundspannung zugrundeliegen kann, die wir bei jeder Messung noch abziehen müssen.

1.3.2. Longitudinale Relaxationszeit T_1

1.3.2.1. Sättigungs-Zurückgewinnung

Hier geben wir einen $\pi/2$ Puls und nach einer Verzögerungszeit τ noch einen weiteren $\pi/2$ -Puls. Die Magnetisierung kippt durch den ersten Puls in die transversale Ebene. Dort fällt die Magnetisierung gemäß der longitudinalen Relaxation wieder in den Grundzustand zurück. Bevor dies zu stark passiert, kippen wir um weitere $\pi/2$ und messen dann das Signal.

Für sehr kleine Verzögerungszeiten τ erwarten wir kein Signal, da die Magnetisierung dann um π gekippt immer noch parallel zur z -Achse ist. Somit verschwindet der transversale Anteil. Je länger die Verzögerungszeit ist, desto mehr kann die Magnetisierung wieder zur z -Achse zurückkehren und nach dem letzten Puls als transversaler Anteil gemessen werden.

Da während der Verzögerungszeit eine longitudinale Relaxation gemäß (1.1) stattfindet, erwarten wir genau diese Zeitentwicklung bei dieser Methode.

Durch Anpassen der Funktion an unsere Messwerte erhalten wir T_1 .

1.3.2.2. Polarisations-Zurückgewinnung

Hier wird zuerst ein π -Puls geschickt, nach der Verzögerungszeit ein $\pi/2$ -Puls. Für sehr kurze Zeiten τ entspricht dies einem $3/4\pi$ -Puls, so dass wir hier die volle Magnetisierung messen, jedoch mit entgegengesetzter Phase.

Wenn die Verzögerungszeit τ gerade so bemessen ist, dass die Magnetisierung von antiparallel zu transversal relaxiert ist, wird der letzte Puls diese wieder antiparallel stellen, wir werden kein Signal messen.

Für größere Verzögerungszeiten konnte die Magnetisierung wieder in Richtung der z -Achse wandern, so dass wir dann ein Signal messen können.

Aufgrund dessen erwarten wir zwar auch eine exponentielle Annäherung an den Maximalwert, jedoch beginnend beim negativen Maximalwert: (Uni Bonn 2013, Formel P443.4)

$$M(t) = M_0 \left(1 - 2 \exp \left(-\frac{t}{T_1} \right) \right) \quad (1.3)$$

1.3.3. Transversale Relaxationszeit T_2

Bei der transversalen Relaxationszeit müssen die Effektive und die Homogene unterschieden werden. Zuerst werden wir Effektive behandeln.

1.3.3.1. FID-Signal

Betrachten wir ein einzelnes FID-Signal nach einem $\pi/2$ -Puls, so fällt dies näherungsweise exponentiell ab. An diesen Abfall können wir eine Exponentialfunktion anpassen. Aus der Anpassung erhalten wir dann die effektive transversale Relaxationszeit.

1.3.3.2. Hahn-Spinocho-Sequenz

Um die von der Zeit unabhängigen Inhomogenitäten eliminieren zu können, benutzt man das Hahn'sche Spinocho. Dazu wird mit einem $\pi/2$ -Puls die Magnetisierung in die x - y -Ebene gedreht. Die Spins präzessieren nun mit unterschiedlichen Larmorfrequenzen.

Nach einer Verzögerungszeit τ wird ein π -Puls geschickt, der alle Spins in der transversalen Ebene dreht. Die Windung, die die Spins bis zu dieser Stelle „aufgedreht“ haben, drehen sie jetzt wieder zurück. Auf diese Weise werden sie sich nach einer weiteren Periode der Länge τ alle in einem Winkel treffen, da sie mit der gleichen, lokal jedoch abweichenden, Larmorfrequenz präzessieren.

Dies funktioniert jedoch nur mit der Verschiebung der Larmorfrequenz, die nicht von der Zeit abhängt, die also von der externen Flussdichte kommt. Die Spin-Spin-Wechselwirkung kann dadurch nicht rückgängig gemacht werden. Hier sind wir allerdings auch nur an dieser interessiert, so dass wir den gesuchten Effekt isoliert haben.

Aus der Stärke des Echos kann dann die homogene transversale Relaxationszeit T_2 bestimmt werden, in dem an den exponentiellen Abfall wieder eine Exponentialfunktion angepasst wird. Dabei ist die verstrichene Zeit 2τ , da zwischen erstem Puls und Echo zwei Wartezeiten τ liegen.

1.3.3.3. Carr-Purcell-Sequenz

Die Carr-Purcell-Sequenz wiederholt die Verzögerungszeit und den π -Puls N Male, so dass mehrere Echos zu sehen sind.

Auf diese Weise wird das System in relativ kurzen Abständen wieder in einen recht definierten Zustand gebracht – Magnetisierung in eine Richtung – und kann so deutlich länger beobachtet werden. Die Relaxationszeit erhalten wir hier durch anpassen einer Exponentialfunktion an die Maxima.

1.3.3.4. Meiboom-Gill-Sequenz

Analog zur Carr-Purcell-Sequenz wird hier der zweite Puls wiederholt, jedoch mit alternierendem Vorzeichen. Auf diese Weise addieren sich Fehler nicht mehr auf: Sollte der π -Puls nicht genau die richtige Länge haben, wird der Fehler, der bei der ersten Wiederholung gemacht wird, in der nächsten korrigiert. Das Ausgangssignal hat zwar auf jedem ungeraden Echo einen Fehler, jedoch sind die Geraden ohne diesen Fehler und höher.

2. Aufbau und Kalibrierung

2.1. Anschließen der Geräte

Im Aufbau des Experimentes verwenden wir vier Teile:

- Magnet mit RF-Messkopf
- PS2 Controller mit Regelung der Magnettemperatur und Steuerung der Magnetfeldgradienten
- Mainframe mit Receiver, Synthesizer, Pulse Programmer, Lock-In / Field-Sweep und der Stromversorgung
- digitales Oszilloskop

Zunächst werden *Pulsed RF-Out* am Synthesizer mit *Pulsed RF-In* am Receiver und der Magnet mit *Sample* am Receiver verbunden. Nun werden an Pulse Programmer und Synthesizer jeweils *Q* und *I* mit einander verbunden, sowie *Blanking Out* am Pulse Programmer mit *Blanking In* am Receiver. Als nächstes verbinden wir das Oszilloskop: *Sync Out* des Pulse Programmers wird an *Input Trigger*, *Env. Out*, *Q* und *I* des Receivers werden an den Kanälen 1, 2 und 3 des Oszilloskops angeschlossen.

Im Anschluss werden die Temperaturregler des PS2 Controllers auf *open*, *TC*, *Gain* am Receiver auf 0,01 bzw. 75 % und *Sync* am Pulse Programmer auf *A* gestellt. *Blanking*, *Ref Out* und *Pulse A* an Receiver, Sythesizer bzw. Pulse Programmer werden an-, *CW Out* am Synthesizer und *MG* und *Pulse B* am Pulse Programmer werden ausgeschaltet.

2.2. Temperatureinstellung

Damit die Temperatur innerhalb des Magneten stabilisiert werden kann, muss diese zunächst über die Potentiometer auf Raumtemperatur geregelt werden. Sobald die LED-Anzeige erlischt, ist dies erreicht und der Kippschalter kann umgelegt werden, um die Regelung festzustellen.

2.3. Tuning des RF-Resonanzkreises

Wir stellen am Pulse Programmer A_{len} auf $2,5\,\mu\text{s}$, P auf $100\,\mu\text{s}$ und am Oszilloskop den Trigger auf *Ext*, *Normal*, *Rising* und $> 0,1\text{V}$. Den Sweep stellen wir auf $2\,\mu\text{s DIV}^{-1}$ und Kanal 1 auf 5V DIV^{-1} , *DC* und *full bandwidth*.

Nun wird die Pickup Probe eingesetzt und an Kanal 1 angeschlossen. Die Tuning-Kondensatoren im Magneten werden nun vom Tutor so eingestellt, dass ein optimiertes Signal entsteht.

2.4. Optimierung des Free Induction Decay Signals

Die eigentliche Probe wird nun eingesetzt und *Env Out* des Receivers wieder an Kanal 1 angeschlossen. Das Signal soll nun möglichst hoch, langsam und exponentiell abfallend sein. Dazu werden die Magnetfeldgradienten am PS1 Controller und die Frequenz am Synthesizer verändert. Für eine Feineinstellung der Frequenz kann man sich das Q-Signal am Oszilloskop anzeigen lassen. Die Nachschwingung soll möglichst gering sein.

2.5. $\pi/2$ - und π -Puls Justage

Nach der Theorie sollte sich bei Verdopplung von A_{len} das Signal ganz auslöschen. Die Pulslänge soll jetzt so korrigiert werden, dass das Signal minimal wird. Die so gefundene Zeit ist die Länge des π - die Hälfte davon entsprechend die des $\pi/2$ -Pulses.

3. Durchführung und Auswertung

3.1. Vorbereitung

Unser optimiertes Pickup-Signal ist in Abbildung 3.1 zu sehen.

Wir stellen das Oszilloskop so ein, dass wir das Signal gut sehen können.

Die Gradienten haben wir eingestellt auf $X = 0,5$, $Y = 18,0$, $Z = 32,2$ und $Z^2 = 0,0$, bezogen auf 100 Skalenteile. Die gewählte Frequenz ist 21,161 41 MHz. Das entstandene Bild ist in Abbildung 3.2 zu sehen.

Die Pulsdauer, bei der das Signal minimal ist, erhalten wir bei $A_{\text{len}} = 5,16 \mu\text{s}$. Die Dauer für das $\pi/2$ -Signal ist entsprechend $2,58 \mu\text{s}$.

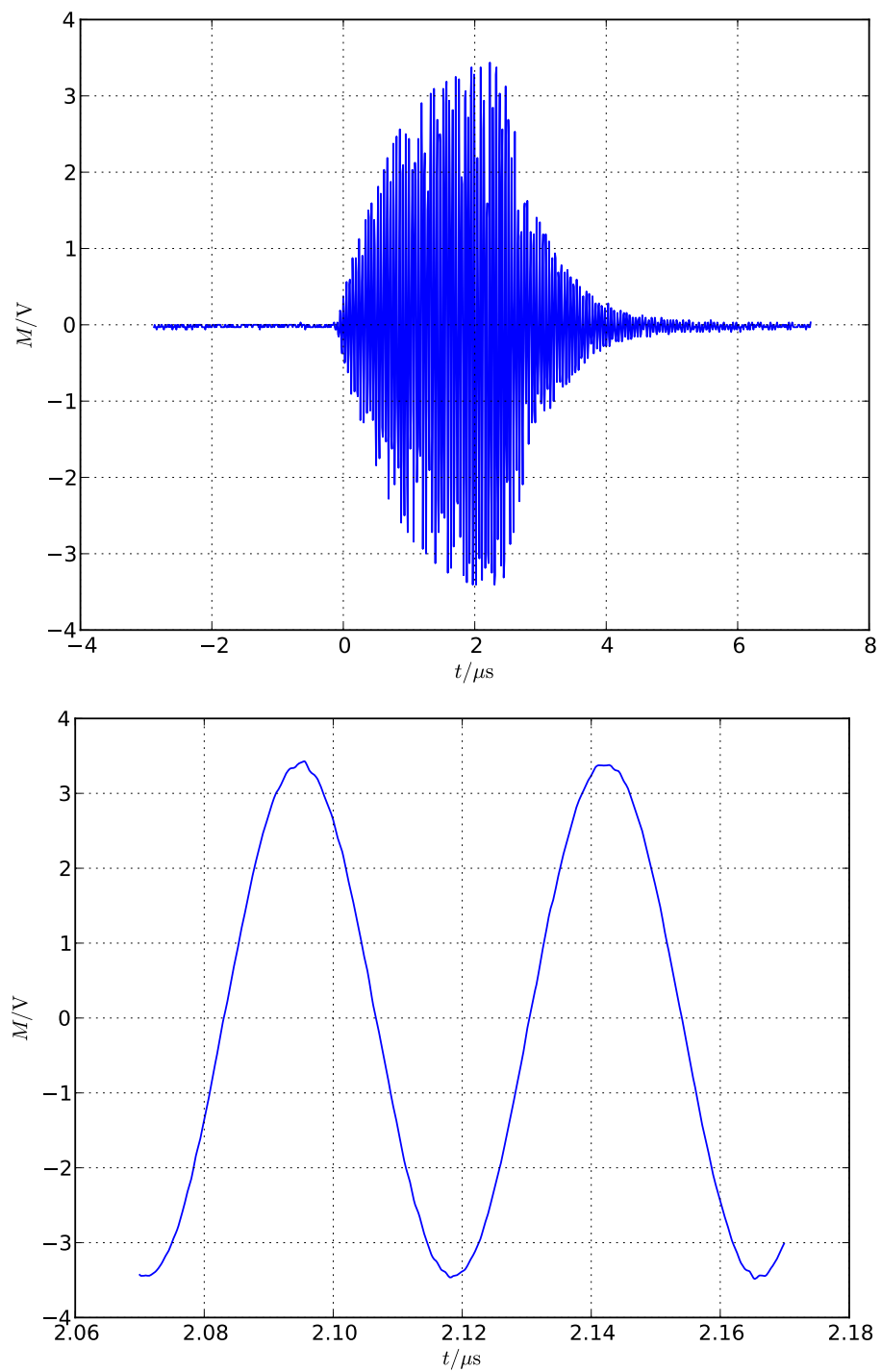


Abbildung 3.1.: Optimiertes Pickup-Signal. Im unteren Bild ist eine starke Vergrößerung zu sehen.

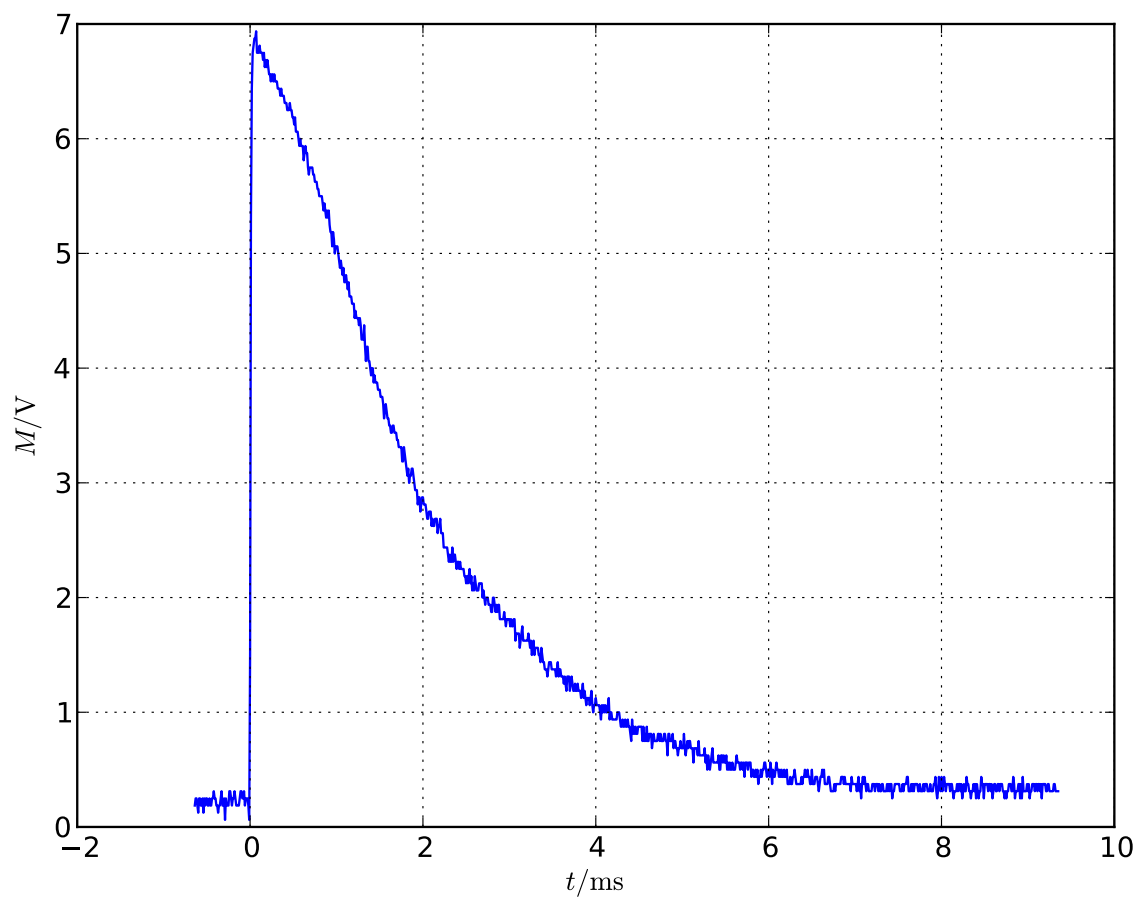


Abbildung 3.2.: Optimiertes FID-Signal

3.2. Rabi-Oszillationen

Unsere Messwerte befinden sich in Tabelle 3.1. Eine graphische Darstellung einschließlich Anpassungsfunktionen ist in Abbildung 3.3 zu sehen.

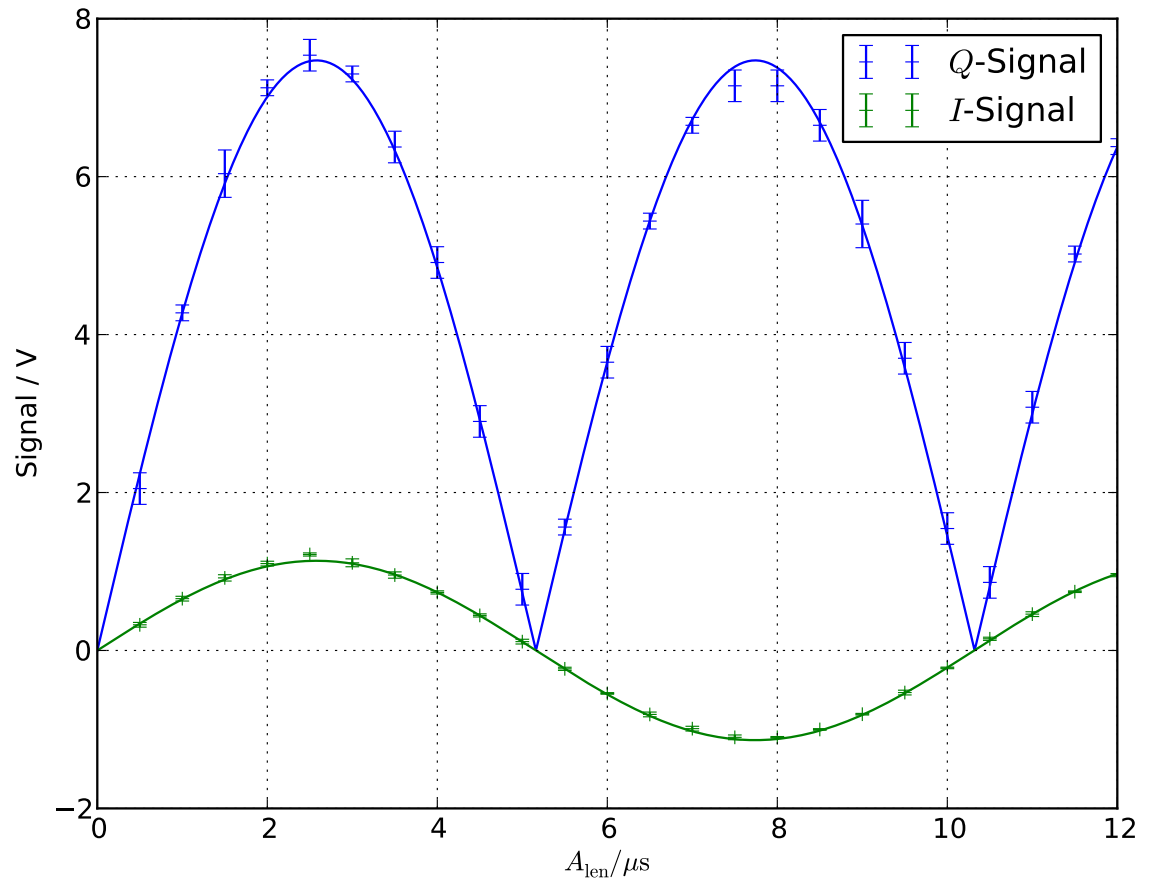


Abbildung 3.3.: Messdaten und angepasste Funktionen zur Rabi-Oszillation.

f /MHz	$A_{\text{len}}/\mu\text{s}$	Q -Signal/V	I -Signal/V
21,161 29	0,500	2,0(2)	0,33(3)
21,161 29	1,00	4,3(1)	0,66(3)
21,161 29	1,50	6,0(3)	0,92(4)
21,161 29	2,00	7,1(1)	1,10(3)
21,161 29	2,50	7,5(2)	1,22(2)
21,161 29	3,00	7,3(1)	1,11(5)
21,161 29	3,50	6,4(2)	0,95(4)
21,161 29	4,00	4,9(2)	0,73(2)
21,161 29	4,50	2,9(2)	0,44(2)
21,161 29	5,00	0,8(2)	0,11(3)
21,161 29	5,50	1,6(1)	-0,23(2)
21,161 29	6,00	3,6(2)	-0,54(1)
21,161 29	6,50	5,4(1)	-0,81(3)
21,161 29	7,00	6,7(1)	-0,99(3)
21,161 29	7,50	7,2(2)	-1,10(3)
21,161 29	8,00	7,2(2)	-1,10(1)
21,161 29	8,50	6,7(2)	-1,00(1)
21,161 29	9,00	5,4(3)	-0,81(1)
21,161 29	9,50	3,7(2)	-0,53(3)
21,161 29	10,0	1,5(2)	-0,22(1)
21,161 29	10,5	0,9(2)	0,15(2)
21,161 29	11,0	3,1(2)	0,46(3)
21,161 29	11,5	5,0(1)	0,74(1)
21,161 29	12,0	6,4(1)	0,95(2)

Tabelle 3.1.: Messwerte zur Rabi-Oszillation

3.3. Longitudinale Relaxationszeit T_1

Da die folgenden Messungen am zweiten Versuchstag durchgeführt wurden, musste die Frequenz auf $\nu = 21,1573$ MHz angepasst werden.

3.3.1. Sättigungs-Zurückgewinnung

Die abgelesene Gleichgewichtsmagnetisierung beträgt

$$M_0 \hat{=} 7,525 \text{ V.}$$

Unsere Messwerte sind in Tabelle 3.3.1 einzusehen. In Abbildung 3.4 ist unsere Messung graphisch dargestellt. Die Anpassungsfunktion ist

$$M(\tau) = M_0 \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau}{T_1} \right) \right),$$

da wir von einer Anfangsmagnetisierung von 0 ausgehen. Wir erhalten daraus

$$M_0 = 6,2(1) \text{ V}$$

und

$$T_1 = 0,042(2) \text{ s.}$$

τ/s	M/V
0,0100	2,4(1)
0,0200	3,6(1)
0,0300	4,60(5)
0,0400	5,22(5)
0,0500	5,67(5)
0,0600	6,00(3)
0,0700	6,28(7)
0,0800	6,47(4)
0,0900	6,65(3)
0,100	6,75(4)
0,110	6,88(3)
0,120	6,97(3)
0,130	7,04(2)
0,140	7,15(7)
0,150	7,17(3)
0,160	7,19(5)
0,170	7,24(4)
0,180	7,28(3)
0,190	7,31(3)
0,200	7,34(4)
0,250	7,42(5)
0,300	7,50(3)
0,350	7,53(3)
0,400	7,58(3)
0,450	7,60(3)
0,500	7,62(2)

Tabelle 3.2.: Messwerte zur Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit

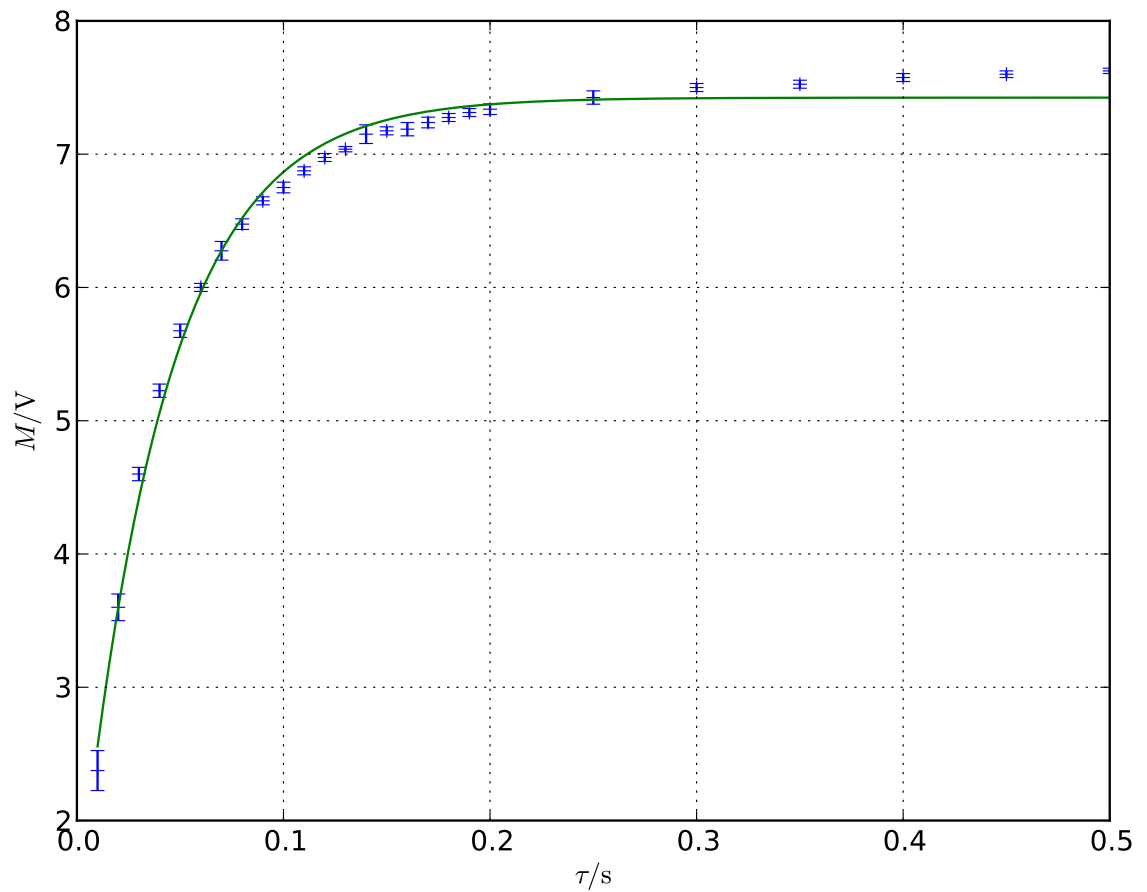


Abbildung 3.4.: Messdaten und angepasste Funktion zur Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit durch die Sättigungsmethode

3.3.2. Polarisations-Zurückgewinnung

Unsere Messwerte sind in Tabelle 3.3.2 einzusehen, eine graphische Darstellung in Abbildung 3.5. Die Anpassungsfunktion ist hier

$$M(\tau) = M_0 \left(1 - 2 \exp \left(-\frac{\tau}{T_1} \right) \right).$$

Für die longitudinale Relaxationszeit erhalten wir so

$$T_1 = 0,037(1) \text{ s.}$$

Die Gleichgewichtsmagnetisierung ist

$$M_0 = 7,0(1) \text{ V.}$$

τ/s	M/V
$1,00 \times 10^{-4}$	-7,42(8)
0,0100	-3,48(4)
0,0200	-0,79(5)
0,0300	1,19(5)
0,0400	2,38(4)
0,0500	3,33(6)
0,0600	4,08(5)
0,0700	4,69(6)
0,0800	5,11(5)
0,0900	5,44(3)
0,100	5,76(5)
0,110	5,96(3)
0,120	6,17(6)
0,130	6,29(4)
0,140	6,43(4)
0,150	6,53(5)
0,160	6,63(5)
0,170	6,71(6)
0,180	6,81(4)
0,190	6,86(3)
0,200	6,91(5)
0,250	7,01(3)
0,300	7,11(3)
0,350	7,22(8)
0,400	7,28(4)
0,450	7,14(5)
0,500	7,39(6)

Tabelle 3.3.: Messwerte zur Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit

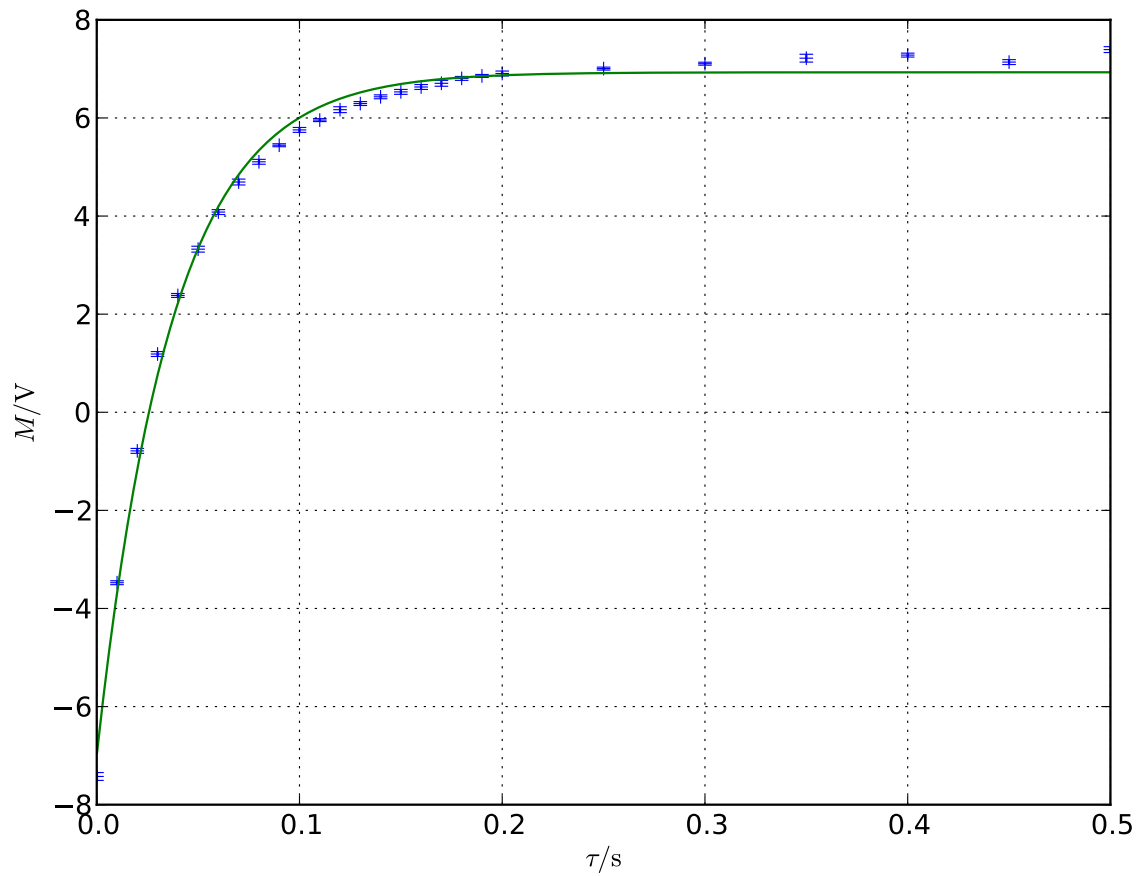


Abbildung 3.5.: Messdaten und angepasste Funktion zur Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit durch die Polarisationsmethode

3.4. Effektive Transversale Relaxationszeit T_2^*

Unsere Messwerte sind in Tabelle 3.4 und Abbildung 3.6 gezeigt. Aus der Anpassungsfunktion

$$M(t) = M_0 \exp\left(-\frac{t}{T_2^*}\right) + M_{\text{Offset}}$$

folgt für die effektive transversale Relaxationszeit:

$$T_2^* = 0,002\,00(4)\text{ s.}$$

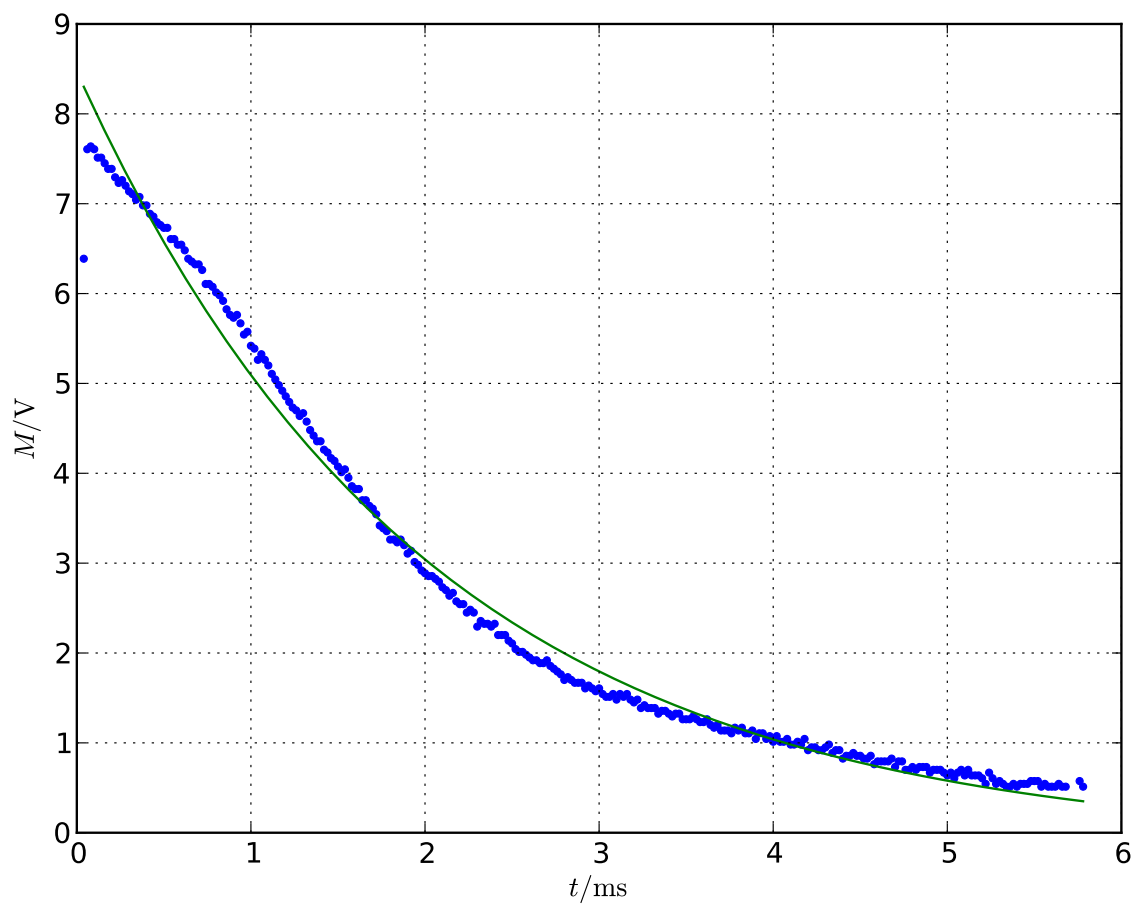


Abbildung 3.6.: Messdaten und angepasste Funktion zur Bestimmung der effektiven transversalen Relaxationszeit

t/s	M/V	t/s	M/V	t/s	M/V	t/s	M/V	t/s	M/V	t/s	M/V
0,0400	6,39	0,980	5,57	1,94	3,01	2,88	1,67	3,84	1,11	4,78	0,700
0,0600	7,61	1,00	5,42	1,96	2,98	2,90	1,67	3,86	1,11	4,80	0,731
0,0800	7,64	1,02	5,39	1,98	2,92	2,92	1,61	3,88	1,14	4,82	0,700
0,100	7,61	1,04	5,26	2,00	2,89	2,94	1,64	3,90	1,04	4,84	0,731
0,120	7,51	1,06	5,32	2,02	2,86	2,96	1,61	3,92	1,11	4,86	0,731
0,140	7,51	1,08	5,26	2,04	2,86	2,98	1,57	3,94	1,11	4,88	0,731
0,160	7,45	1,10	5,20	2,06	2,82	3,00	1,61	3,96	1,04	4,90	0,669
0,180	7,39	1,12	5,11	2,08	2,79	3,02	1,54	3,98	1,07	4,92	0,700
0,200	7,39	1,14	5,04	2,10	2,73	3,04	1,51	4,00	1,01	4,94	0,700
0,220	7,29	1,16	4,98	2,12	2,70	3,06	1,51	4,02	1,07	4,96	0,700
0,240	7,23	1,18	4,92	2,14	2,64	3,08	1,54	4,04	1,01	4,98	0,669
0,260	7,26	1,20	4,86	2,16	2,67	3,10	1,48	4,06	1,01	5,00	0,637
0,280	7,20	1,22	4,79	2,18	2,57	3,12	1,54	4,08	1,04	5,02	0,669
0,300	7,14	1,24	4,73	2,20	2,54	3,14	1,51	4,10	0,981	5,04	0,606
0,320	7,11	1,26	4,70	2,22	2,54	3,16	1,54	4,12	0,981	5,06	0,669
0,340	7,04	1,28	4,64	2,24	2,45	3,18	1,48	4,14	1,01	5,08	0,700
0,360	7,07	1,30	4,67	2,26	2,48	3,20	1,45	4,16	0,981	5,10	0,637
0,380	6,98	1,32	4,57	2,28	2,45	3,22	1,48	4,18	1,04	5,12	0,700
0,400	6,98	1,34	4,48	2,30	2,29	3,24	1,39	4,20	0,919	5,14	0,637
0,420	6,89	1,36	4,42	2,32	2,36	3,26	1,42	4,22	0,950	5,16	0,637
0,440	6,86	1,38	4,36	2,34	2,32	3,28	1,39	4,24	0,950	5,18	0,637
0,460	6,79	1,40	4,36	2,36	2,32	3,30	1,39	4,26	0,919	5,20	0,606
0,480	6,76	1,42	4,26	2,38	2,29	3,32	1,39	4,28	0,919	5,22	0,544
0,500	6,73	1,44	4,23	2,40	2,32	3,34	1,32	4,30	0,950	5,24	0,669
0,520	6,73	1,46	4,17	2,42	2,20	3,36	1,36	4,32	0,981	5,26	0,606
0,540	6,61	1,48	4,14	2,44	2,20	3,38	1,36	4,34	0,887	5,28	0,544
0,560	6,61	1,50	4,07	2,46	2,20	3,40	1,32	4,36	0,919	5,30	0,575
0,580	6,54	1,52	4,01	2,48	2,14	3,42	1,29	4,38	0,919	5,32	0,544
0,600	6,54	1,54	4,04	2,50	2,11	3,44	1,32	4,40	0,825	5,34	0,512
0,620	6,48	1,56	3,95	2,52	2,04	3,46	1,32	4,42	0,856	5,36	0,512
0,640	6,39	1,58	3,86	2,54	2,01	3,48	1,26	4,44	0,856	5,38	0,544
0,660	6,36	1,60	3,82	2,56	2,01	3,50	1,26	4,46	0,887	5,40	0,512
0,680	6,32	1,62	3,82	2,58	1,98	3,52	1,26	4,48	0,856	5,42	0,544
0,700	6,32	1,64	3,70	2,60	1,95	3,54	1,29	4,50	0,856	5,44	0,544
0,720	6,26	1,66	3,70	2,62	1,92	3,56	1,26	4,52	0,825	5,46	0,544
0,740	6,11	1,68	3,64	2,64	1,92	3,58	1,23	4,54	0,825	5,48	0,575
0,760	6,11	1,70	3,61	2,66	1,89	3,60	1,23	4,56	0,856	5,50	0,575
0,780	6,07	1,72	3,54	2,68	1,89	3,62	1,26	4,58	0,762	5,52	0,575
0,800	6,01	1,74	3,42	2,70	1,92	3,64	1,20	4,60	0,794	5,54	0,512
0,820	5,98	1,76	3,39	2,72	1,86	3,66	1,17	4,62	0,794	5,56	0,544
0,840	5,92	1,78	3,36	2,74	1,82	3,68	1,20	4,64	0,794	5,58	0,512
0,860	5,82	1,80	3,26	2,76	1,79	3,70	1,14	4,66	0,794	5,60	0,512
0,880	5,76	1,82	3,26	2,78	1,76	3,72	1,14	4,68	0,825	5,62	0,512
0,900	5,73	1,84	3,23	2,80	1,70	3,74	1,14	4,70	0,731	5,64	0,544
0,920	5,76	1,86	3,26	2,82	1,73	3,76	1,11	4,72	0,794	5,66	0,512
0,940	5,67	1,88	3,20	2,84	1,70	3,78	1,17	4,74	0,794	5,68	0,512
0,960	5,54	1,90	3,11	2,86	1,67	3,80	1,14	4,76	0,700	5,76	0,575

Tabelle 3.4.: Messdaten zur effektiven transversalen Relaxationszeit

3.4.1. Homogene Transversale Relaxationszeit T_2 **3.4.1.1. Hahn-Spinecho-Sequenz**

Unsere Messergebnisse sind in Tabelle 3.5 und Abbildung 3.7 zu sehen. Aus der angepassten Funktion

$$M(\tau) = M_0 \exp\left(-\frac{2\tau}{T_2}\right)$$

erhalten wir für die homogene transversale Relaxationszeit

$$T_2 = 0,0176(9)\text{ s.}$$

τ/ms	M/V
0,00	7,52(5)
2,50	5,47(4)
5,00	4,18(4)
7,50	3,27(5)
10,0	2,69(3)
15,0	1,82(4)
20,0	1,25(4)
25,0	0,80(8)
30,0	0,57(4)
35,0	0,45(4)
40,0	0,33(4)

Tabelle 3.5.: Messwerte zur Hahn-Spinecho-Sequenz

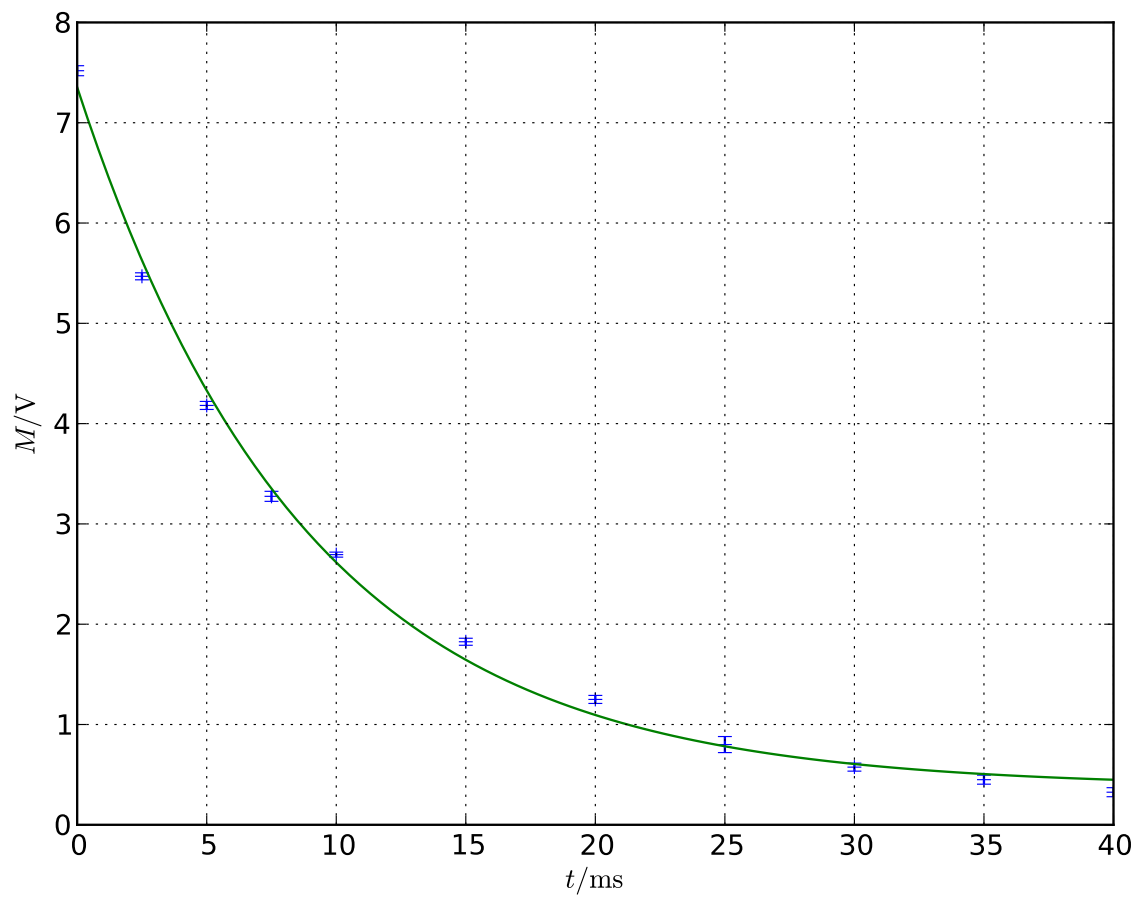


Abbildung 3.7.: Messwerte und angepasste Funktion zur Bestimmung der homogenen transversalen Relaxationszeit durch die Hahn-Spinecho-Sequenz

3.4.1.2. Carr-Purcell-Sequenz

Nun stellen wir $N = 20$, sowie die Zeiten auf: $\tau = 5,00\,\mu\text{s}$, $A_{\text{len}} = 2,66\,\mu\text{s}$, $B_{\text{len}} = 5,32\,\mu\text{s}$, $P = 580\,\text{ms}$.

Wir sehen mehrere Spinechos, siehe Abbildung 3.8.

Wir hatten die Daten nur als Bilddatei gespeichert, nicht als CSV-Datei. Dadurch mussten wir das Bild einlesen und die Punkte sinngemäß in Messpunkte umwandeln. Dazu haben wir alle Punkte zu einem gegebenen x -Wert genommen und die y -Werte gemittelt, die Standardabweichung als Fehler genommen. Die ersten fünf y -Werte haben wir gemittelt und als Untergrundsignal abgezogen. Hier waren es 15,3 Skalenteile.

Da hier nur die lokalen Maxima interessant sind, haben wir mit der Python Funktion `scipy.signal.find_peaks_cwt` diese Maxima finden lassen. Die Funktion führt zuerst eine Faltung mit einer Ricker Welle¹ mit einer vorgegebenen Breite, die wir aus den Originaldaten grob abgeschätzt haben, aus. Dann wird in den geglätteten Daten nach Maxima gesucht. (The Scipy community 2009)

Da wir nur das Bild haben, wissen wir nicht direkt, wie die Achsen skaliert sind. Daher mussten wir nach dem Versuch noch einmal mit den gespeicherten Messdaten an das Oszilloskop. Dort haben wir den Abstand der Peaks in Sekunden abgelesen. Der Abstand der ersten fünf Maxima haben wir genommen, den Mittelwert berechnet und mit der Erwartung, dass die Maxima 2τ auseinander sind, die Skala entsprechend angepasst. Somit erhalten wir eine Skala von $1,00 \times 10^{-4}$ Sekunden pro Pixel.

An alle bis auf das erste Maxima haben wir, wie schon im Theorieteil erwähnt, eine Exponentialfunktion angepasst und eine Relaxationszeit von

$$T_{2,\text{CP}} = 0,0239(8)\,\text{s}$$

erhalten. Das erste Maximum kommt durch die Anregung selbst und stellt kein Echo dar.

¹Siehe Wikipedia 2013b.

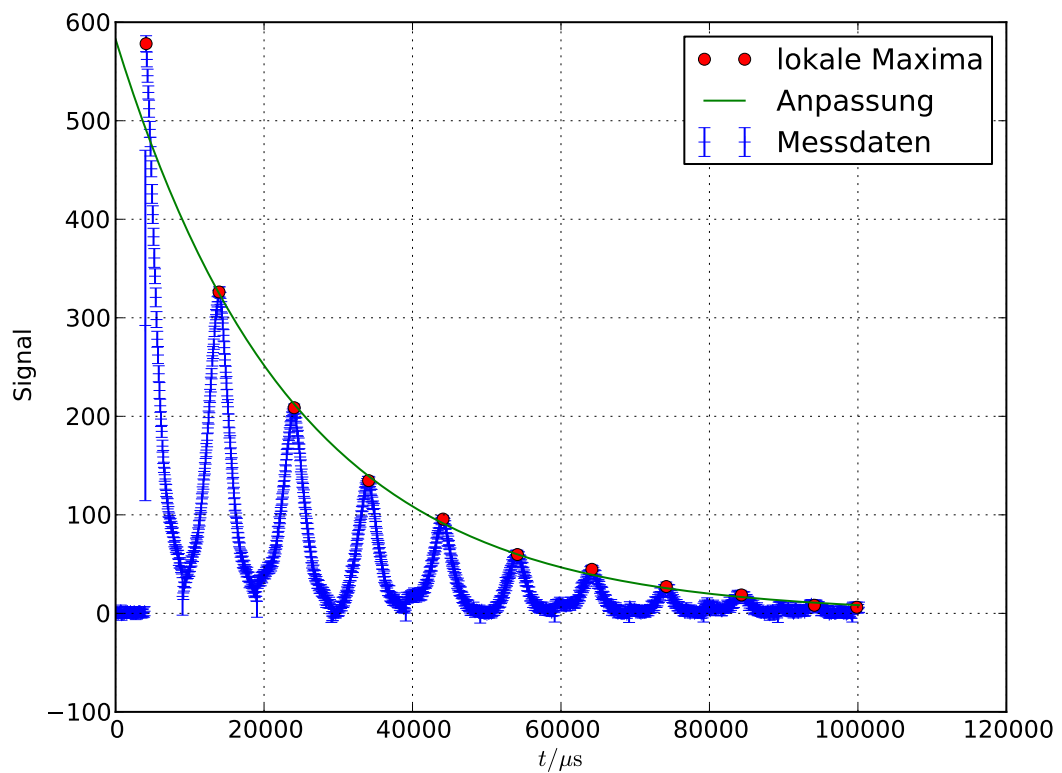


Abbildung 3.8.: Messdaten und Anpassungen mit der Carr-Purcell-Sequenz. Die Messwerte sind aus dem Bild des Oszilloskops extrahiert und durch Mittelwertbildung auf einen Wert pro Zeit reduziert worden. Die lokalen Maxima sind mit `scipy.signal.find_peaks_cwt` gefunden worden. An alle bis auf das erste Maximum wurde eine Exponentialfunktion angepasst.

3.4.1.3. Meiboom-Gill-Sequenz

Hier gehen wir genauso vor, wie bei der Carr-Purcell-Sequenz. Wir erhalten eine Skala von $1,00 \times 10^{-4}$ Sekunden pro Pixel, ein Untergrundsignal von 16,3 und eine Relaxationszeit von:

$$T_{2,\text{MG}} = 0,023(1)\text{ s}$$

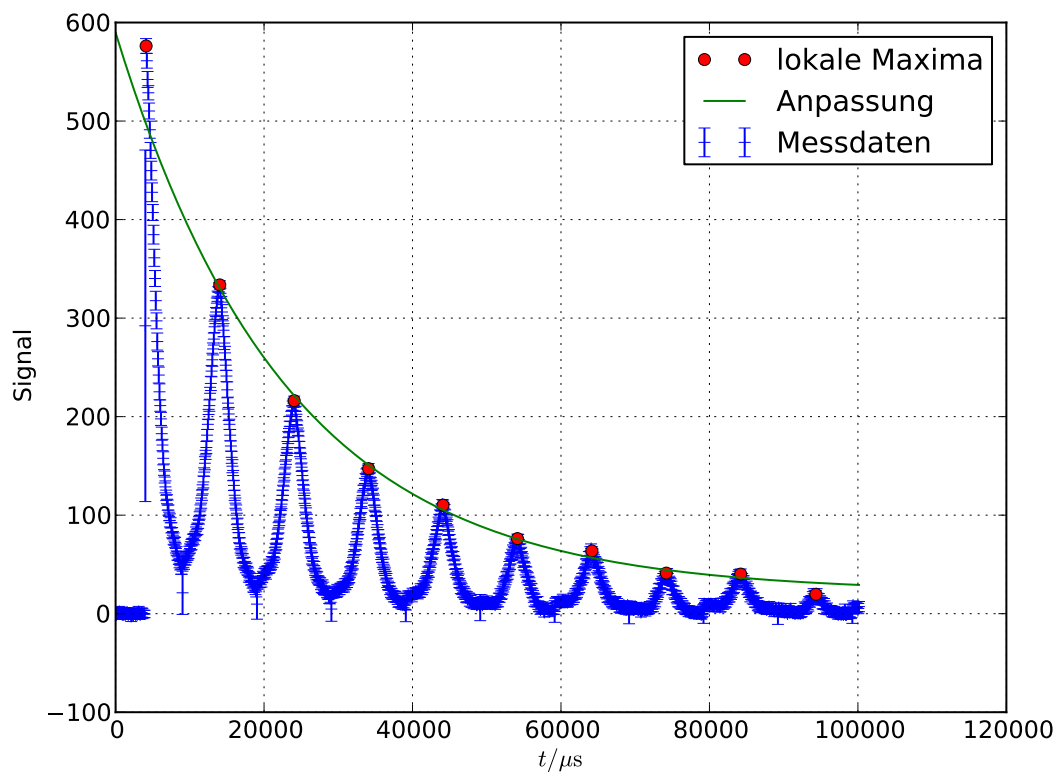


Abbildung 3.9.: Messdaten und Anpassungen mit der Meiboom-Gill-Sequenz. Die Messwerte sind aus dem Bild des Oszilloskops extrahiert und durch Mittelwertbildung auf einen Wert pro Zeit reduziert worden. Die lokalen Maxima sind mit `scipy.signal.find_peaks_cwt` gefunden worden. An alle bis auf das erste Maximum wurde eine Exponentialfunktion angepasst.

4. Zusammenfassung

Hier sind unsere Messgrößen zusammengestellt:

Größe	Methode	Zeit in Sekunden
T_1	Polarisation	0,037(1)
T_1	Sättigung	0,042(2)
T_2^*	FID	0,002 00(4)
T_2	Hahn-Spinecho	0,0176(9)
T_2	Carr-Purcell	0,0239(8)
T_2	Meiboom-Gill	0,023(1)

5. Diskussion

5.1. Messergebnisse T_1

Die beiden Messergebnisse zur longitudinalen Relaxationszeit liegen nicht innerhalb des Fehlerbereiches der jeweiligen Messungen, jedoch ist die Abweichung der beiden Werte voneinander unter 20 %. Da auf zwei verschiedene Methoden gemessen worden sind, und Störeffekte einen unterschiedlichen Einfluss auf die beiden Methoden haben können, ist eine gewisse Abweichung der Werte zu erwarten.

5.2. Messergebnisse T_2

Die sehr kurze Dauer des freien Induktionszerfalls T_2^* im Vergleich den anderen T_2 entspricht den Erwartungen. Die Störeffekte wie ein inhomogenes Magnetfeld sind anscheinend recht stark.

Die Relaxationszeit, die wir durch das Hahn-Spinocho gemessen haben, ist die kürzeste. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass hier nur ein Echo betrachtet worden ist, und somit Störeffekte nicht so gut ausgeglichen werden wie bei den längeren Sequenzen.

Die Relaxationszeit bei der Carr-Purcell Sequenz ist etwas kürzer als bei der Meiboom-Gill-Sequenz. Da sich die Fehler in der ersten Sequenz aufaddieren können, liegt es nahe, dass es weniger lange dauert, bis die einzelnen Spins auseinander laufen.

5.3. Vergleich T_1 und T_2

Im Theorieteil haben wir geschrieben, dass wir erwarten, dass T_1 deutlich größer als T_2 ist. Dies haben wir dadurch begründet, dass sich die Effekte sonst nicht isoliert betrachten lassen würden.

Für die effektive transversale Relaxationszeit gilt dies in der Tat, $T_1 \gg T_2^*$. Jedoch sind T_1 und T_2 in der gleichen Größenordnung, T_1 ist nur um 50 % größer.

Dies könnte bedeuten, dass die transversale Relaxation schon merklich von der longitudinalen Relaxation überlagert worden ist, und so unsere T_2 kürzer sind, als durch die transversale Relaxation alleine. Dies widerspricht der Annahme $T_1 \gg T_2$ jedoch noch mehr. Bei der Messung von T_1 wurden auch $\pi/2$ -Pulse benutzt, wodurch es auch sein kann, dass die transversalen Effekte nicht isoliert waren.

A. \LaTeX -Quelltext

Der \LaTeX -Quelltext zu allen Protokollen in diesem Praktikum kann auf [1](#) eingesehen werden. Die Quellen für alle Protokolle in diesem Praktikum können auf [2](#) eingesehen werden. Die \LaTeX -Datei wird aus [3](#) generiert.

1. <http://martin-ueding.de/de/university/physik412/>
2. <https://github.com/martin-ueding/physik412-Protokolle/>
3. <https://github.com/martin-ueding/physik412-Protokolle/blob/master/443/Template.tex>

Literatur

Meschede, Dieter (2010). *Gerthsen Physik*. 24. Springer.

Teach Spin. *Teach Spin Manual*.

The Scipy community (2009). *scipy.signal.find_peaks_cwt*. URL: http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.find_peaks_cwt.html.

Uni Bonn, PI (Okt. 2013). *Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper – Versuchsbeschreibungen*. URL: <http://www.praktika.physik.uni-bonn.de/module/physik412/WS1314>.

Wikipedia (2013a). *Bloch-Kugel* — *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. [Online; Stand 7. November 2013]. URL: <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bloch-Kugel&oldid=122016401>.

— (2013b). *Mexican hat wavelet*. [Online; accessed 12-November-2013]. URL: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Mexican_hat_wavelet&oldid=569117906.

— (2013c). *Rabi-Oszillation* — *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. [Online; Stand 5. November 2013]. URL: <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Rabi-Oszillation&oldid=121367582>.