

Praktikumsprotokoll

Halleffekt in Halbleitern

physik412 – Versuch 424

Martin Ueding

mu@martin-ueding.de

Lino Lemmer

s6lilemm@uni-bonn.de

Goran Ahmad

s6goahma@uni-bonn.de

2013-12-16

Tutor: Christian Hammann

In diesem Versuch untersuchen wir Ladungstransporteigenschaften von Halbleitern, indem wir im ersten Teil Hall-Effekts- und Leitfähigkeitsmessungen an zwei Halbleiterproben durchführen.

Nachdem sie über Nacht stark gekühlt wird, prüfen wir im zweiten Teil an einer der Proben das Leitungs- und Hall-Effekts-Verhalten bei unterschiedlichen Temperaturen.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Theorie | 4 |
| 1.1 | Leitung in Halbleitern | 4 |
| 1.1.1 | Bändermodell | 4 |
| 1.1.2 | Fermi-Statistik | 4 |
| 1.1.3 | Leiter, Halbleiter, Isolatoren | 4 |
| 1.1.4 | Ladungsträger | 6 |
| 1.1.5 | Dotierung | 6 |
| 1.1.6 | Thermisches Verhalten von Halbleitern | 6 |
| 1.2 | Streuung von Ladungsträgern | 6 |
| 1.3 | Transporteigenschaften von Halbleitern | 7 |
| 1.3.1 | Hall-Effekt | 7 |
| 1.3.2 | Driftbeweglichkeit und spezifischer Widerstand | 8 |
| 1.3.3 | Van-der-Pauw-Messmethode | 8 |
| 1.4 | Magnetische Thermospannungen | 10 |
| 1.4.1 | Seebeck- und Peltier-Effekt | 10 |
| 1.4.2 | Ettingshausen- und Nerst-Effekt | 10 |
| 1.4.3 | Righi-Leduc-Effekt | 10 |
| 2 | Aufbau | 11 |
| 3 | Durchführung | 12 |
| 3.1 | Widerstandsmessung bei Raumtemperatur | 12 |
| 3.2 | Messung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur | 13 |
| 3.3 | Messungen bei verschiedenen Temperaturen | 13 |
| 4 | Auswertung | 17 |
| 4.1 | Bestimmung des spezifischen Widerstands bei Raumtemperatur | 17 |
| 4.2 | Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur | 18 |
| 4.2.1 | Mit Nullfeldmessung | 19 |
| 4.2.2 | Ohne Nullfeldmessung | 20 |
| 4.3 | Bestimmung der Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte | 21 |
| 4.4 | Untersuchung der Temperaturabhängigkeit | 21 |
| 5 | Diskussion | 25 |

1 Theorie

1.1 Leitung in Halbleitern

1.1.1 Bändermodell

Betrachtet man die Elektronen eines Atoms als lokalisiertes Wellenpaket und löst dessen Schrödingergleichung, sieht man, dass diese nur diskrete Wellenvektoren und damit durch die Dispersionsrelation zusammenhängenden Energiewerte haben können. In einem Atomgitter überlagern sich die einzelnen Potenziale derart, dass die diskreten Werte zu breiten Bändern werden, welche durch die Elektronen von unten aufgefüllt werden. Dabei wird das höchste noch voll besetzte Band als Valenz-, das nächst höhere als Leitungsband bezeichnet.

1.1.2 Fermi-Statistik

Ist keins der Elektronen angeregt, liegt also weder ein äußeres Potenzial, noch eine thermische Anregung vor, sind nur Zustände bis zu einer bestimmten Energie E_F , der Fermi-Energie, besetzt. Ist $T > 0$, so werden vereinzelt Elektronen angeregt. Die Energieverteilung „schmiert aus“. Die Breite des Übergangsbereichs ist $2k_B T$. In Abbildung 1.1 ist die Fermi-Verteilung, die diese Anregungsverteilung beschreibt, gezeigt. Die Wahrscheinlichkeit ist dabei gegeben durch

$$W(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{k_B T}\right) + 1}.$$

1.1.3 Leiter, Halbleiter, Isolatoren

Die Unterscheidung zwischen Leitern, Halbleitern und Isolatoren kann anhand der Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband getroffen werden.

Bei Leitern überlappen sich Valenz- und Leitungsband, sodass Elektronen ohne Probleme zwischen den Bändern wechseln können. Durch die dann teilbesetzten Bänder ist das Material leitfähig.

Bei Halbleitern und Isolatoren liegt zwischen den Bändern eine Bandlücke, bei Halbleitern ist diese mit bis zu einigen eV relativ klein, die Elektronen können durch entsprechende thermische Anregungen in das Leitungsband angeregt werden. Bei Isolatoren ist sie größer, sodass solche Anregungen nicht mehr ausreichen.

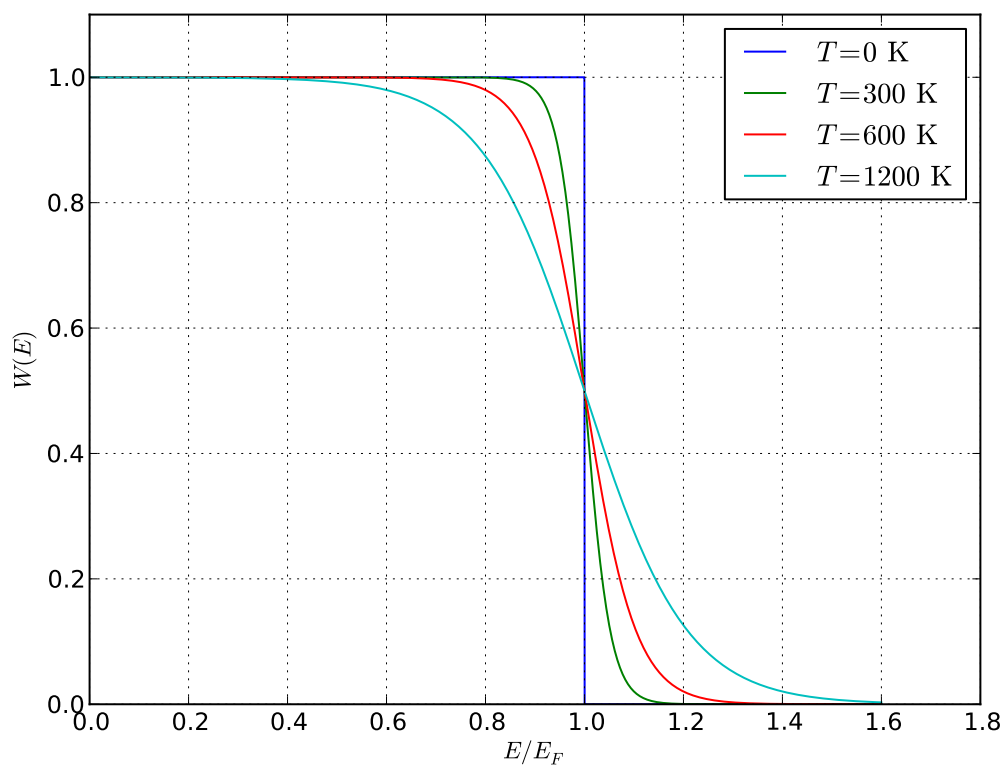


Abbildung 1.1: Besetzungswahrscheinlichkeit für verschiedene Temperaturen

1.1.4 Ladungsträger

Wird ein Elektron in das Leitungsband angeregt, ist dieses quasi frei. Ein durch eine angelegte Spannung entstandenes elektrisches Feld kann dieses Elektron beschleunigen, ein Strom fließt.

Im Valenzband entsteht gleichzeitig ein Loch, das heißt ein freier Zustand, in welches andere Elektronen wechseln können. Dieses scheinbar positiv geladene Teilchen trägt ebenso zum Ladungstransport bei. Da hier jedoch Elektronen von Loch zu Loch springen müssen, sind diese Löcher weniger beweglich, als die freien Elektronen.

1.1.5 Dotierung

Da bei Halbleitern immer noch Energien in der Größenordnung eV aufgebracht werden müssen um Elektronen in das Leitungsband anzuregen. Dies sorgt dafür, dass sie bei niedrigen Temperaturen nicht sehr effektiv sind. Um die Leitfähigkeit zu erhöhen wird der Halbleiter dotiert. Das bedeutet, dass dieser gezielt durch Atome mit mehr (n-Dotierung) oder weniger (p-Dotierung) verunreinigt wird. Dadurch wird im Fall der n-Dotierung knapp unterhalb des Leitungsbandes ein weiteres Band erzeugt, aus welchem Elektronen mit weitaus weniger Energie angeregt werden können. Bei p-Dotierung entsteht das Band knapp oberhalb des Valenzbandes.

1.1.6 Thermisches Verhalten von Halbleitern

Man kann drei Temperaturbereiche unterscheiden, in denen Halbleiter verschiedene Verhalten zeigen, hier anhand eines n-Dotierte Halbleiter beschrieben. Im (Störstellen-)Reservebereich ist die Temperatur so gering, dass auch die Elektronen im Donatorband nicht oder nur wenig angeregt sind. Da so nur wenige Ladungsträger zu Verfügung stehen, ist die Leitfähigkeit gering.

Im Erschöpfungs- bzw. Sättigungsbereich sind alle Elektronen aus dem Donatorband angeregt. Nun ist die Leitfähigkeit deutlich höher, nachdem sie zwischen Reserve- und Sättigungsbereich kontinuierlich angestiegen ist.

Im intrinsischen Bereich ist das Verhalten von dotierten und undotierten Halbleitern identisch. Die Temperatur ist so hoch, dass Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband angeregt werden. Die Leitfähigkeit steigt hier erneut.

1.2 Streuung von Ladungsträgern

Jede Störstelle, wie zum Beispiel Löcher oder Fremdatome im Gitter, sowie die mit der Temperatur zunehmenden Gitterschwingungen, sorgen für eine Abweichung im periodischen Potenzial. Die daraus folgende Deformation der Bänder führt zu Streuung der sich bewegenden Elektronen.

1.3 Transporteigenschaften von Halbleitern

1.3.1 Hall-Effekt

Auch hier betrachten wir zunächst negative Ladungsträger. Die dargestellte Physik gilt dabei selbstverständlich analog für Löcherleitung.

Wird ein quaderförmiger (Halb-)Leiter von einem Strom in x - und von einem Magnetfeld in z -Richtung durchsetzt, lenkt die Lorentz-Kraft die Elektronen in y -Richtung ab. Dort sammelt sich Ladung an, wodurch ein elektrisches Feld aufgebaut wird, das die Ablenkung der Elektronen abschwächt. Sobald die Kräfte gleich groß sind, fließt der Strom wieder nur in x -Richtung. Es gilt

$$Bev = -eE.$$

Die Driftgeschwindigkeit v ist dabei proportional zur Stromdichte, daher folgt für den Proportionalitätsfaktor

$$R_H = -\frac{E}{Bj} = \frac{V}{Bjb} = \frac{dV}{BI}.$$

Diese Hall-Konstante wird häufig unabhängig von der Dicke der Probe angegeben:

$$R_{HS} = \frac{V}{BI}$$

Man sieht, dass sie das gleiche Vorzeichen hat, wie die Hall-Spannung. Da bei in einem p-Dotierten Halbleiter die Löcher in die gleiche Richtung abgelenkt werden ist die Spannung umgekehrt. Wir nehmen diese so ab, dass sie bei p-Dotierung positiv ist. Desweiteren gilt wegen $j = epv$

$$R_H = \frac{1}{ep},$$

wobei p die Ladungsträgerkonzentration darstellt. Da wir hier jedoch davon ausgehen, dass alle Ladungsträger die gleiche Driftgeschwindigkeit haben, es in der Realität aber eine Geschwindigkeitsverteilung gibt, die zum Beispiel auf Streuprozesse zurückzuführen sind, müssen wir noch einen Korrekturfaktor hinzunehmen:

$$R_H = \frac{r}{ep}.$$

Dieser hängt vom vorherrschenden Streuprozess ab und ist zum Beispiel für Streuung an ionisierten Störstellen $r = 1,93$.

1.3.2 Driftbeweglichkeit und spezifischer Widerstand

Die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger ist für nicht zu große elektrische Felder proportional zu deren Feldstärke:

$$v = \mu E.$$

Die Proportionalitätskonstante μ nennt man Beweglichkeit der Ladungsträger. Es gilt

$$\mu = \frac{v}{E} = \frac{j}{epE} = \frac{\sigma}{ep} = \frac{R_H \sigma}{r},$$

mit der Leitfähigkeit σ , welche mit dem spezifischen Widerstand ρ über

$$\sigma = \rho^{-1}$$

zusammenhängt. Man muss die Driftbeweglichkeit von der Hall-Beweglichkeit unterscheiden. Diese hängen über den Korrekturfaktor r zusammen:

$$\mu_H = r\mu.$$

Möchte man die Beweglichkeit, Leitfähigkeit und den spezifische Widerstand unabhängig von der Dicke ausdrücken, kennzeichnet man dies ebenso wie bei der Hall-Konstante mit dem Index „S“.

1.3.3 Van-der-Pauw-Messmethode

Mit der Van-der-Pauw-Messmethode kann man sowohl den Hall-Effekt, als auch die Transporteigenschaften von nicht quaderförmigen Proben untersuchen. Auch hier geht man jedoch von einem homogen dotierten, nicht durchlöcherten, scheibenförmigen Leiterstück aus.

An der Probe werden vier Anschlüsse befestigt, durch die entweder ein Strom durch die Probe geleitet wird, oder eine Spannung abgegriffen wird. Diese Anschlüsse liegen auf dem Rand der Probe und sind hinreichend klein.

In Abbildung 1.2 und 1.3 ist der Aufbau für die Widerstands- bzw. Hall-Effekts-Messung gezeigt. Nun wird der Widerstand $R_{AB,CD}$ bestimmt, das erste Indexpaar gibt dabei die Stromrichtung, das zweite die Kontakte für den Spannungsabgriff an:

$$R_{AB,CD} = \frac{|V_{CD}|}{I_{AB}}$$

Wie man daraus den spezifischen Widerstand und die Leitfähigkeit bestimmt, wird in Abschnitt 4.1 näher beschrieben. Die Hall-Effekts-Messung ist in Abschnitt 4.2 genauer dargestellt.

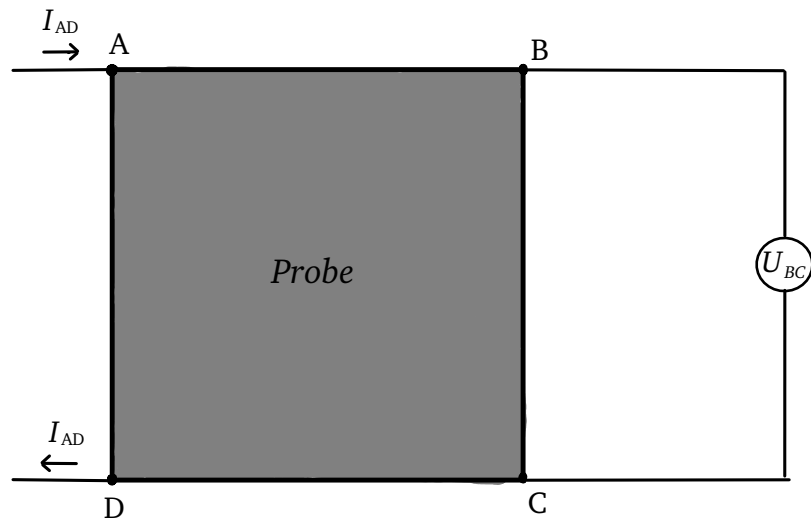


Abbildung 1.2: Anschlüsse für die Widerstandsmessung nach van der Pauw

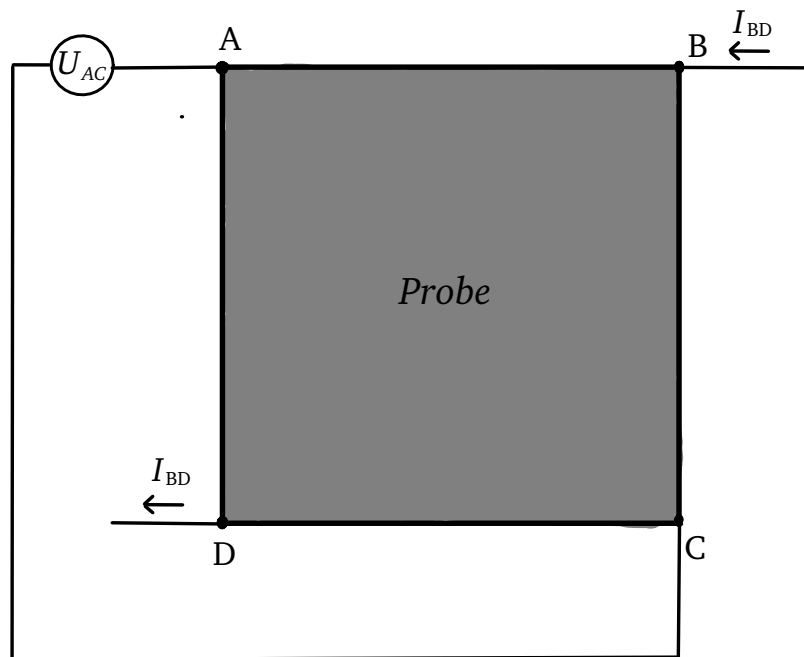


Abbildung 1.3: Anschlüsse für die Hall-Effekts-Messung nach van der Pauw

1.4 Magnetische Thermospannungen

1.4.1 Seebeck- und Peltier-Effekt

Liegt in einem (Halb-)Leiter ein Temperaturgradient vor, so ist die Anzahl der energetisch höher liegenden Elektronen nicht homogen verteilt. Der dadurch entstehenden Gradient sorgt für einen Stromfluss, der den Konzentrationsunterschied auszugleichen versucht. Dieser Effekt heißt nach seinem Entdecker Seebeck-Effekt.

Fließt ein Strom, werden energetisch höher liegende Elektronen transportiert. Dies sorgt dafür, dass sich diese Elektronen in einem Bereich häufen, was zu einer Steigerung der Temperatur führt. Dieser umgekehrte Seebeck-Effekt heißt Peltier-Effekt.

Kombiniert man beide Effekte, sorgt das dafür, dass ein Temperaturgradient ausgeglichen wird.

1.4.2 Ettingshausen- und Nerst-Effekt

Der Ettingshausen-Effekt wirkt ähnlich wie der Hall-Effekt: Durch die Ablenkung der Elektronen beim Hall-Effekt, nimmt die Anzahl der Kollisionen in einem Teil des Leiters zu. Dadurch wird dieser dort erwärmt.

Der Nerst-Effekt ist eine Kombination des Seebeck-Effektes mit dem Hall-Effekt. Liegt in einem Leiter ein Temperaturgradient senkrecht zu einem angelegten magnetischen Feld vor, werden die durch den Seebeck-Effekt fließenden Elektronen wie beim Hall-Effekt abgelenkt. Dabei entsteht ein elektrisches Feld, bzw. ein senkrecht auf Gradient und Magnetfeld stehende Strom. Dies ist scheinbar eine Umkehrung des Ettingshausen-Effektes.

Der Nerst- und der Ettingshausen-Effekt werden häufig auch als erster bzw. zweiter Ettingshausen-Nerst-Effekt bezeichnet.

1.4.3 Righi-Leduc-Effekt

Dieser Effekt, ist das thermische Analogon zum Hall-Effekt. Ein Wärmestrom wird von einem senkrecht dazu stehenden magnetischen Feld abgelenkt. Dadurch entsteht hier ein Temperaturgradient.

2 Aufbau

Der Aufbau des ersten Versuchsteils ist in Abbildung 2.1 zu sehen. An der Stromquelle wird ein Strom eingestellt, welcher für den ganzen Versuch beibehalten wird. Dieser muss für unsere beiden Indium-Arsenit-Proben unter 15 mA liegen. Am Voltmeter kann die gemessene Spannung abgelesen werden.

Die Schaltbox sorgt für die Verteilung des Strom und der Spannungsabgriffe an unserer Probe. Sie hat zwei Knöpfe, jeweils mit Einstellmöglichkeit 1-12, welche für eine bestimmte Beschaltung stehen. Für eine Zuordnung sei auf Heldt 1993, Tab. 4.1 und ebd., Tab. 4.2 verwiesen.

Der Permamagnet kann je nach Bedarf gedreht bzw. weggelassen werden.

Für den zweiten Versuchsteil wird die Probe in einen abgedichteten Behälter gestellt. Dieser wird mit Hilfe einer Membran- und einer Turbopumpe evakuiert. Ein Kompressor sorgt durch Expansion und Kompression von Helium für eine starke Kühlung der Probe. Die Temperatur im Behälter kann an einer Termospannung abgelesen werden, welche mit einer ausliegenden Tabelle in °C umgerechnet werden kann.

An der Befestigung der Probe sind Heizwiderstände angebracht, die an einer weiteren Stromquelle angeschlossen sind. Durch diese kann die Temperatur gegen die Kühlung hoch geregelt werden.

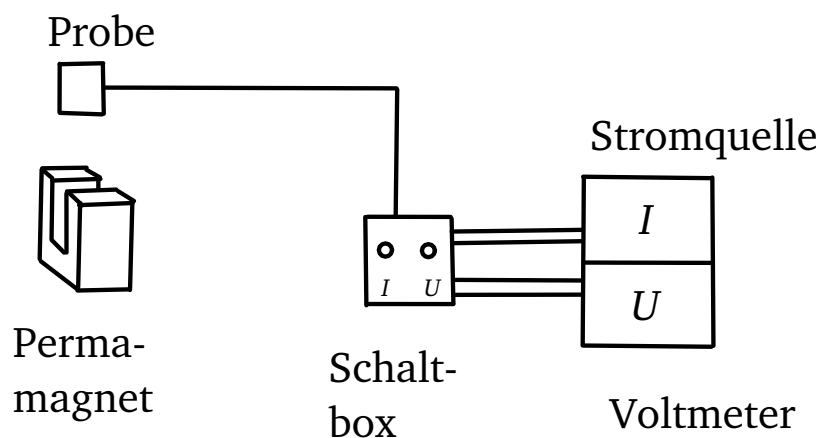


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau für Versuchsteil 1

3 Durchführung

3.1 Widerstandsmessung bei Raumtemperatur

Zuerst messen wir den Widerstand an den Proben InAs HF-540 und InAs HF-301-040. Dazu benutzen wir die Nummerierung der Schalterstellungen aus Heldt 1993, Tab. 4.1.

Den Strom stellen wir für alle weitere Durchführungen auf $I = 13,601 \text{ mA}$ ein. Dieser hat sich im Laufe des Versuches nur um $0,01 \text{ mA}$ geändert, so dass dies keine große Fehlerquelle werden wird.

Die Messungen für die beiden Proben sind in den Tabellen 3.1 und 3.2.

| Beschaltung | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 81,4 | 81,4 | 81,4 | 81,4 | 81,3 |
| 2 | -81,3 | -81,3 | -81,3 | -81,3 | -81,3 |
| 3 | 81,0 | 81,0 | 81,0 | 81,0 | 81,0 |
| 4 | -81,0 | -81,0 | -81,0 | -81,0 | -80,1 |
| 5 | 81,3 | 81,3 | 81,3 | 81,3 | 81,3 |
| 6 | -81,3 | -81,3 | -81,3 | -81,3 | -81,3 |
| 7 | 81,0 | 81,0 | 81,0 | 81,0 | 81,0 |
| 8 | -81,0 | -81,0 | 81,0 | -81,0 | -81,0 |

Tabelle 3.1: Gemessene Spannungen bei der Widerstandsmessung für Probe InAs HF-540. Die Wiederholungen der Messung für jede Beschaltung sind jeweils in einer Zeile.

| Beschaltung | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 91,4 | 91,4 | 91,4 | 91,4 | 91,4 |
| 2 | -91,4 | -91,4 | -91,4 | -91,4 | -91,4 |
| 3 | 92,2 | 92,2 | 92,2 | 92,2 | 92,2 |
| 4 | -92,1 | -92,2 | -92,2 | -92,2 | -92,2 |
| 5 | 91,4 | 91,4 | 91,4 | 91,4 | 91,4 |
| 6 | -91,4 | -91,4 | -91,4 | -91,4 | -91,4 |
| 7 | 92,2 | 92,2 | 92,2 | 92,2 | 92,2 |
| 8 | -92,2 | -92,2 | -92,2 | -92,2 | -92,2 |

Tabelle 3.2: Gemessene Spannungen bei der Widerstandsmessung für Probe InAs HF-301-040. Die Wiederholungen der Messung für jede Beschaltung sind jeweils in einer Zeile.

3.2 Messung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur

Für die Messung der Hallkonstanten an den beiden Proben benutzen wir den Permanentmagneten mit $B = 0,138(1)\text{T}$ ¹.

Die Messdaten sind in den Tabellen 3.3 und 3.4.

| Beschaltung | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 24,7 | 24,7 | 24,7 | 24,7 | 24,6 |
| 2 | -24,7 | -24,7 | -24,7 | -24,7 | -24,7 |
| 3 | 24,0 | 24,0 | 24,0 | 24,0 | 24,0 |
| 4 | -24,0 | -24,0 | -24,0 | -24,0 | -24,0 |
| 5 | -24,0 | -24,0 | -24,0 | -24,0 | -24,0 |
| 6 | 24,0 | 24,0 | 24,0 | 24,0 | 24,0 |
| 7 | -24,6 | -24,6 | -24,6 | -24,6 | -24,6 |
| 8 | 24,6 | 24,6 | 24,6 | 24,6 | 24,6 |
| 9 | 0,298 | 0,295 | 0,295 | 0,296 | 0,296 |
| 10 | -0,349 | -0,351 | -0,351 | -0,351 | -0,350 |

Tabelle 3.3: Gemessene Spannungen bei der Messung der Hallkonstanten für Probe InAs HF-540. Die Wiederholungen der Messung für jede Beschaltung ist jeweils in einer Zeile.

| Beschaltung | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV | U/mV |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | -21,0 | -20,9 | -20,0 | -20,9 | -20,9 |
| 2 | 21,0 | 20,9 | 20,9 | 20,9 | 20,9 |
| 3 | -19,5 | -19,4 | -19,4 | -19,4 | -19,4 |
| 4 | 19,5 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 |
| 5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 |
| 6 | -19,5 | -19,5 | -19,5 | -19,5 | -19,5 |
| 7 | 21,0 | 20,1 | 21,0 | 21,0 | 21,0 |
| 8 | -21,0 | -21,0 | -21,0 | -21,0 | -21,0 |
| 9 | -0,752 | -0,752 | -0,752 | -0,752 | -0,752 |
| 10 | 0,745 | 0,745 | 0,745 | 0,745 | 0,745 |

Tabelle 3.4: Gemessene Spannungen bei der Messung der Hallkonstanten für Probe InAs HF-301-040. Die Wiederholungen der Messung für jede Beschaltung ist jeweils in einer Zeile.

3.3 Messungen bei verschiedenen Temperaturen

Nach Beendigung der letzten Messung an Probe InAs HF-301-040 lassen wir diese im Kryostaten und starten die Kühlung. Am nächsten Tag fahren wir mit der Messung bei der niedrigsten

¹In dieser Notation bedeutet $1,234(5)$, dass der Wert $1,234 \pm 0,005$ ist. Die Ziffern in Klammern sind die Fehlerangabe. Um den Fehler zu erhalten, wird diese von rechts über die Zahl gelegt, alle anderen Stellen werden auf 0 gesetzt.

Temperatur fort. Wir heizen für jede weitere Messreihe die Probe mit den Heizwiderständen auf und halten die Temperatur dann möglichst konstant. Die Schwankung, die wir während den Messreihen beobachtet haben, haben wir als Fehler angegeben.

Bei jeder Temperatur haben wir eine Messreihe für den Widerstand und eine für die Hallkonstante vorgenommen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.5 bzw. 3.6. Bei der Temperatur handelt es sich um die mit der ausliegenden Tabelle konvertierte Thermospannung. Erst in der Auswertung korrigieren wir die Verschiebung durch die erhöhte Raumtemperatur.

| $T/^{\circ}\text{C}$ | $T_{\text{Raum}}/^{\circ}\text{C}$ | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 | U_5 | U_6 | U_7 | U_8 |
|----------------------|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| −266(10) | 25,0 | 74,5 | −74,6 | 74,2 | −74,3 | 74,5 | −74,5 | 74,3 | −74,1 |
| −245(2) | 25,0 | 74,5 | −74,6 | 74,2 | −74,2 | 74,5 | −74,5 | 74,3 | −74,1 |
| −224(2) | 25,0 | 74,5 | −74,6 | 74,2 | −74,3 | 74,5 | −74,5 | 74,3 | −74,1 |
| −204(1) | 25,0 | 74,6 | −74,7 | 74,3 | −74,4 | 74,7 | −74,7 | 74,4 | −74,2 |
| −185(1) | 25,0 | 74,9 | −75,0 | 74,6 | −74,7 | 74,9 | −74,9 | 74,7 | −74,5 |
| −165,0(5) | 25,0 | 75,1 | −75,2 | 74,8 | −74,9 | 75,2 | −75,2 | 75,0 | −74,8 |
| −145,0(5) | 25,0 | 76,0 | −76,0 | 75,6 | −75,7 | 75,9 | −75,8 | 75,5 | −75,3 |
| −123,0(3) | 25,0 | 76,4 | −76,4 | 76,1 | −76,1 | 76,4 | −76,4 | 76,2 | −76,0 |
| −105,0(3) | 25,0 | 76,9 | −76,9 | 76,6 | −76,7 | 77,0 | −77,0 | 76,7 | −76,6 |
| −85,0(2) | 25,0 | 78,1 | −78,1 | 77,7 | −77,8 | 78,0 | −78,0 | 77,8 | −77,6 |
| −42,0(4) | 25,0 | 80,3 | −80,3 | 80,0 | −79,9 | 80,2 | −80,2 | 79,8 | −79,7 |
| −2(1) | 25,0 | 81,5 | −81,5 | 81,2 | −81,2 | 81,5 | −81,6 | 81,3 | −81,3 |

Tabelle 3.5: Gemessene Spannungen (in mV) bei der Messung des Widerstands für Probe InAs HF-301-040 bei verschiedenen Temperaturen. In den Spalten stehen die verschiedenen Beschaltungen, in den Zeilen die unterschiedlichen Temperaturen.

| $T/^{\circ}\text{C}$ | $T_{\text{Raum}}/^{\circ}\text{C}$ | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 | U_5 | U_6 | U_7 | U_8 | U_9 | U_{10} |
|----------------------|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| –266(10) | 25,0 | 25,2 | –25,0 | 24,4 | –24,5 | –24,3 | 24,5 | –25,1 | 25,0 | 0,430 | –0,233 |
| –245(2) | 25,0 | 25,2 | –25,1 | 24,4 | –24,6 | –24,4 | 24,6 | –25,2 | 25,0 | 0,426 | –0,230 |
| –224(2) | 25,0 | 25,3 | –25,1 | 24,5 | –24,6 | –24,4 | 24,6 | –25,3 | 25,1 | 0,421 | –0,226 |
| –204(1) | 25,0 | 25,3 | –25,1 | 24,5 | –24,6 | –24,5 | 24,7 | –25,3 | 25,2 | 0,415 | –0,224 |
| –185(1) | 25,0 | 25,3 | –25,1 | 24,5 | –24,6 | –24,5 | 24,7 | –25,2 | 25,1 | 0,409 | –0,225 |
| –165,0(5) | 25,0 | 25,3 | –25,1 | 24,5 | –24,6 | –24,5 | 24,6 | –25,2 | 25,1 | 0,339 | –0,220 |
| –145,0(5) | 25,0 | 25,2 | –25,1 | 24,5 | –24,6 | –24,4 | 24,6 | –25,2 | 25,1 | 0,394 | –0,228 |
| –123,0(3) | 25,0 | 25,2 | –25,1 | 24,4 | –24,5 | –24,4 | 24,6 | –25,1 | 25,0 | 0,391 | –0,240 |
| –105,0(3) | 25,0 | 25,2 | –25,0 | 24,4 | –24,5 | –24,4 | 24,5 | –25,1 | 25,0 | 0,381 | –0,247 |
| –85,0(2) | 25,0 | 25,1 | –24,9 | 24,3 | –24,4 | –24,3 | 24,4 | –25,0 | 24,9 | 0,374 | –0,261 |
| –42,0(4) | 25,0 | 24,8 | –24,8 | 24,1 | –24,2 | –24,1 | 24,2 | –24,8 | 24,7 | 0,337 | –0,296 |
| –2(1) | 25,0 | 24,6 | –24,6 | 23,9 | –23,9 | –23,9 | 23,9 | –24,6 | 24,6 | 0,298 | –0,352 |

Tabelle 3.6: Gemessene Spannungen (in mV) bei der Messung der Hallkonstanten für Probe InAs HF-301-040 bei verschiedenen Temperaturen.
In den Spalten stehen die verschiedenen Beschaltungen, in den Zeilen die unterschiedlichen Temperaturen.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung des spezifischen Widerstands bei Raumtemperatur

Aus den gemessenen Spannungen bestimmen wir nach Heldt 1993 mit dem eingestellten Strom Widerstände. Die gemessenen 8 Spannungen, die wir wie in ebd., Tab. 4.1, V_1 bis V_8 nennen werden, werden wie folgt verrechnet:

$$R_{ij,kl} := \frac{|V_i - V_j|}{2I_{kl}} = \frac{|V_i - V_j|}{2I}.$$

Dabei ist $I_{kl} = I$, da wir den Strom während der ganzen Durchführung auf dem Wert $I = 13,6 \text{ mA}$ eingestellt haben. Die Zwischenergebnisse sind in den Tabellen 4.1 und 4.2 gezeigt.

| R_{1234}/Ω | R_{2341}/Ω | R_{3412}/Ω | R_{4132}/Ω | R_{1234}/R_{2341} | R_{3412}/R_{4121} |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| 6,721 | 6,775 | 6,775 | 6,748 | 0,9919 | 1,004 |
| 6,721 | 6,776 | 6,776 | 6,749 | 0,9919 | 1,004 |
| 6,722 | 6,776 | 6,776 | 6,749 | 0,9920 | 1,004 |
| 6,722 | 6,777 | 6,777 | 6,749 | 0,9920 | 1,004 |
| 6,723 | 6,777 | 6,777 | 6,750 | 0,9919 | 1,004 |

Tabelle 4.1: Widerstände für die Probe InAs HF-540.

| R_{1234}/Ω | R_{2341}/Ω | R_{3412}/Ω | R_{4132}/Ω | R_{1234}/R_{2341} | R_{3412}/R_{4121} |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| 5,980 | 5,956 | 5,956 | 5,968 | 1,004 | 0,9980 |
| 5,980 | 5,956 | 5,956 | 5,968 | 1,004 | 0,9980 |
| 5,980 | 5,956 | 5,956 | 5,968 | 1,004 | 0,9980 |
| 5,980 | 5,956 | 5,956 | 5,968 | 1,004 | 0,9980 |
| 5,980 | 5,923 | 5,923 | 5,935 | 1,010 | 0,9980 |

Tabelle 4.2: Widerstände für die Probe InAs HF-301-040.

Aus je zwei Widerständen können wir dann nach der van der Pauw-Methode einen Wert für den spezifischen Widerstand bestimmen (ebd., Formel (4.9) und (4.10)):

$$\rho_1 = \frac{\pi d}{\ln(2)} \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} f\left(\frac{R_{12,34}}{R_{23,41}}\right)$$

$$\rho_2 = \frac{\pi d}{\ln(2)} \frac{R_{34,12} + R_{41,23}}{2} f\left(\frac{R_{34,12}}{R_{41,23}}\right).$$

Dabei ist f ein Korrekturfaktor für die Assymetrie der Probe. Aus Heldt 1993, Abb. 4.4, können wir diesen Korrekturfaktor ablesen. Wie in Tabellen 4.1 und 4.2 zu sehen ist, sind die Verhältnisse der $R_{ij,kl}$ derart nahe bei 1, dass wir $f = 1$ annehmen können.

Aus den beiden Werten für den spezifischen Widerstand bilden wir den Mittelwert und erhalten für jede der fünf Messreihen einen Wert für ρ_S . Diese Ergebnisse sind in den Tabellen 4.3 und 4.4 abgedruckt.

| $\rho_{1,s}/\Omega$ | $\rho_{2,s}/\Omega$ | ρ_S/Ω |
|---------------------|---------------------|-----------------|
| 30,58 | 30,65 | 30,61 |
| 30,59 | 30,65 | 30,62 |
| 30,59 | 30,65 | 30,62 |
| 30,59 | 30,65 | 30,62 |
| 30,59 | 30,65 | 30,62 |

Tabelle 4.3: Spezifische Widerstände für die Probe InAs HF-540.

| $\rho_{1,s}/\Omega$ | $\rho_{2,s}/\Omega$ | ρ_S/Ω |
|---------------------|---------------------|-----------------|
| 27,05 | 27,02 | 27,04 |
| 27,05 | 27,02 | 27,04 |
| 27,05 | 27,02 | 27,04 |
| 27,05 | 27,02 | 27,04 |
| 26,97 | 26,87 | 26,92 |

Tabelle 4.4: Spezifische Widerstände für die Probe InAs HF-301-040.

Diese fünf Werte pro Probe mitteln wir zu einem endgültigen Ergebnis. Den Fehler bestimmen wir mit der Standardabweichung, die wir im folgenden mit dem Operator std bezeichnen werden. Somit erhalten wir also:

$$\rho_S = \langle \{\rho_S\} \rangle, \quad \Delta\rho_S = \text{std}(\{\rho_S\})$$

Für die Proben InAs HF-540 und InAs HF-301-040 erhalten wir so $\rho_S = 30,620(3)\Omega$ bzw. $\rho_S = 27,01(5)\Omega$ aus allen fünf Messreihen.

Da nach der Leitfähigkeit gefragt ist, rechnen wir ρ um. Den Fehler erhalten wir nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung. Wir erhalten $\sigma_S = 32,659(3)\text{k}\Omega^{-1}$ bzw. $\sigma_S = 37,02(6)\text{k}\Omega^{-1}$.

4.2 Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur

Die Bestimmung der Hallkonstanten ähnelt in einigen Schritten der vorherigen Bestimmung des spezifischen Widerstands. Die 10 Spannungen, die wir gemessen haben, nennen wir wieder V_1 bis V_{10} (ebd., Tab. 4.2).

Es gibt zwei Methoden, aus einer Teilmenge dieser 10 Spannungen die Hallkonstante zu bestimmen. Wir werden hier beide durchführen, anfangen mit der Methode, die die Messungen ohne magnetische Induktion, V_9 und V_{10} , einbeziehen.

4.2.1 Mit Nullfeldmessung

Aus den 10 Messungen werden 6 ausgewählt. Diese werden wie folgt verrechnet (Heldt 1993, Formel (4.14) und (4.15)):

$$V_{H+} = \frac{1}{2} \left(\overbrace{(V_1 - V_9)}^{\Delta V_A} - \overbrace{(V_2 - V_{10})}^{\Delta V_B} \right)$$

$$V_{H-} = -\frac{1}{2} \left(\overbrace{(V_5 - V_9)}^{\Delta V_C} - \overbrace{(V_6 - V_{10})}^{\Delta V_D} \right).$$

Die Zwischenergebnisse sind in den Tabellen 4.5 und 4.6 aufgelistet. Aus diesen Zwischenergebnissen werden dann die Hallkonstanten für beide Magnetfeldrichtungen errechnet:

$$R_{H\pm,S} = \frac{\pm V_{H\pm}}{B_{\pm} I}$$

Die Hallspannungen und -konstanten sind in den Tabellen 4.7 und 4.8 aufgelistet.

| $\Delta V_A/\text{mV}$ | $\Delta V_B/\text{mV}$ | $\Delta V_C/\text{mV}$ | $\Delta V_D/\text{mV}$ |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| -20,21 | 20,21 | 20,24 | -20,24 |
| -20,19 | 20,19 | 20,24 | -20,24 |
| -19,29 | 20,19 | 20,23 | -20,23 |
| -20,17 | 20,17 | 20,24 | -20,24 |
| -20,12 | 20,12 | 20,24 | -20,24 |

Tabelle 4.5: Spannungsdifferenzen bei der Messung der Hallkonstanten für die Probe InAs HF-540.

| $\Delta V_A/\text{mV}$ | $\Delta V_B/\text{mV}$ | $\Delta V_C/\text{mV}$ | $\Delta V_D/\text{mV}$ |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 24,36 | -24,37 | -24,33 | 24,33 |
| 24,37 | -24,36 | -24,33 | 24,33 |
| 24,37 | -24,36 | -24,32 | 24,33 |
| 24,36 | -24,35 | -24,32 | 24,32 |
| 24,35 | -24,35 | -24,31 | 24,31 |

Tabelle 4.6: Spannungsdifferenzen bei der Messung der Hallkonstanten für die Probe InAs HF-301-040.

Wir bilden wie im vorherigen Teil Mittelwert und Fehler. Wir erhalten so für Probe InAs HF-540 $R_{H+,S} = -10,70(9) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1}$ und $R_{H-,S} = -10,782(2) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1}$ aus allen fünf Messreihen.

Bei Probe InAs HF-301-040 sind die Werte $12,978(4) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1}$ und $12,959(4) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1}$ für $R_{H+,S}$ bzw. $R_{H-,S}$

| V_{H+}/V | V_{H-}/V | $R_{H+,S}/m^2 C^{-1}$ | $R_{H-,S}/m^2 C^{-1}$ |
|------------|------------|-----------------------|-----------------------|
| -20,21 | 20,24 | -10,77 | -10,78 |
| -20,19 | 20,24 | -10,76 | -10,78 |
| -19,74 | 20,23 | -10,52 | -10,78 |
| -20,17 | 20,24 | -10,75 | -10,78 |
| -20,12 | 20,24 | -10,72 | -10,78 |

Tabelle 4.7: Hallkonstanten für die Probe InAs HF-540.

| V_{H+}/mV | V_{H-}/mV | $R_{H+,S}/m^2 C^{-1}$ | $R_{H-,S}/m^2 C^{-1}$ |
|-------------|-------------|-----------------------|-----------------------|
| 24,36 | -24,33 | 12,98 | 12,96 |
| 24,36 | -24,33 | 12,98 | 12,96 |
| 24,37 | -24,32 | 12,98 | 12,96 |
| 24,36 | -24,32 | 12,98 | 12,96 |
| 24,35 | -24,31 | 12,97 | 12,95 |

Tabelle 4.8: Hallkonstanten für die Probe InAs HF-301-040.

4.2.2 Ohne Nullfeldmessung

Es ist auch möglich, die ersten 8 Messwerte (die mit angelegter magnetischer Flussdichte) so zu verrechnen, dass keine Nullfeldmessung notwendig ist. Dazu werden zwei Zwischenwerte berechnet (Heldt 1993, Formel (4.18) und (4.19)):

$$R_{H1,S} = \frac{1}{BI} \frac{(V_1 - V_2) - (V_5 - V_6)}{4}$$

$$R_{H2,S} = \frac{1}{BI} \frac{(V_3 - V_4) - (V_7 - V_8)}{4}.$$

Aus den beiden Hallkonstanten pro Messreihe wird der Mittelwert genommen und wir erhalten eine Hallkonstante pro Messreihe. Diese drei Werte sind für die beiden Proben in den Tabellen 4.9 und 4.10 aufgeführt.

| $R_{H1,S}/m^2 C^{-1}$ | $R_{H2,S}/m^2 C^{-1}$ | $R_{H,S}/m^2 C^{-1}$ |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| -10,77 | -10,77 | -10,77 |
| -10,77 | -10,65 | -10,71 |
| -10,65 | -10,76 | -10,71 |
| -10,76 | -10,76 | -10,76 |
| -10,75 | -10,75 | -10,75 |

Tabelle 4.9: Hallkonstanten für die Probe InAs HF-540, nach der Auswertungsmethode ohne Nullmessung.

Wir bilden Mittelwert und Fehler und erhalten so für R_H die Werte $-10,74(3)m^2 C^{-1}$ bzw. $12,966(4)m^2 C^{-1}$ aus allen fünf Messreihen für Probe InAs HF-540 bzw. Probe InAs HF-301-040.

| $R_{H1,S}/\text{m}^2 \text{C}^{-1}$ | $R_{H2,S}/\text{m}^2 \text{C}^{-1}$ | $R_{H,S}/\text{m}^2 \text{C}^{-1}$ |
|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| 12,97 | 12,97 | 12,97 |
| 12,97 | 12,97 | 12,97 |
| 12,97 | 12,97 | 12,97 |
| 12,97 | 12,96 | 12,96 |
| 12,96 | 12,96 | 12,96 |

Tabelle 4.10: Hallkonstanten für die Probe InAs HF-301-040, nach der Auswertungsmethode ohne Nullmessung.

4.3 Bestimmung der Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte

Aus den bisher errechneten Größen σ_S und R_H errechnen wir nun die Beweglichkeit μ_S und die Ladungsträgerdichte der Majoritätsladung p_S :

$$p_S = \frac{1}{eR_{H,S}}, \quad \mu_S = \left| \frac{R_{H,S}}{\rho_S} \right|$$

Die so errechneten Größen sind in Tabelle 4.11.

| Probe | $\sigma_S/\text{k}\Omega^{-1}$ | $\mu_{H,S}/\Omega \text{V T}^{-1} \text{A}^{-1}$ | $p_S/10^{15} \text{m}^{-2}$ |
|-----------------|--------------------------------|--|-----------------------------|
| InAs HF-540 | 32,659(3) | 328,9(8) | −579(1) |
| InAs HF-301-040 | 37,02(6) | 350,3(6) | 479,3(1) |

Tabelle 4.11: Errechnete Beweglichkeiten und Ladungsträgerdichten

4.4 Untersuchung der Temperaturabhängigkeit

Die Auswertungsmethoden, die wir in für die Messungen bei Raumtemperatur benutzt haben, nutzen wir hier ebenfalls aus. Da wir jedoch nur eine Messreihe pro Temperatur haben, entfällt hier die Mittelwertbildung.

Die direkt vor Ort in eine Temperatur in °C umgerechneten Thermospannungen haben wir hier in der Auswertung noch um die Verschiebung 5 K angepasst, die wir durch die erhöhte Raumtemperatur von 25 °C hatten. Außerdem haben wir die Temperaturen in Kelvin umgerechnet.

Alle Werte sind in Tabelle 4.12 zusammengestellt.

In Abbildung 4.1 ist die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Temperatur dargestellt. Für große T , also kleine T^{-1} sinkt die Leitfähigkeit.

Der Graph in Abbildung 4.2 zeigt den Zusammenhang zwischen der Ladungsträgerdichte und Temperatur. Für große T steigt die Ladungsträgerdichte. Davor gibt es noch ein Minimum der Anzahl der Ladungsträger.

In Abbildung 4.3 ist der Zusammenhang zwischen Beweglichkeit und Temperatur dargestellt. Die Beweglichkeit nimmt mit steigender Temperatur ab.

| T/K | $\sigma_s/\text{k}\Omega$ | $R_{\text{H,S}}/\text{m}^2\text{C}^{-1}$ | $p_s/10^{15}\text{m}^{-3}$ | $\mu_s/\Omega\text{VT}^{-1}\text{A}^{-1}$ |
|--------------|---------------------------|--|----------------------------|---|
| 12(10) | 40,4 | 13,2 | 471 | 0,533 |
| 33(2) | 40,4 | 13,2 | 470 | 0,534 |
| 54(2) | 40,4 | 13,3 | 469 | 0,535 |
| 74(1) | 40,3 | 13,3 | 469 | 0,534 |
| 93(1) | 40,2 | 13,3 | 469 | 0,533 |
| 113,0(5) | 40,0 | 13,3 | 469 | 0,530 |
| 133,0(5) | 39,6 | 13,2 | 470 | 0,524 |
| 155,0(3) | 39,4 | 13,2 | 470 | 0,520 |
| 173,0(3) | 39,1 | 13,2 | 471 | 0,516 |
| 193,0(2) | 38,5 | 13,1 | 473 | 0,506 |
| 236,0(4) | 37,5 | 13,0 | 477 | 0,488 |
| 276(1) | 36,9 | 12,9 | 481 | 0,477 |

Tabelle 4.12:

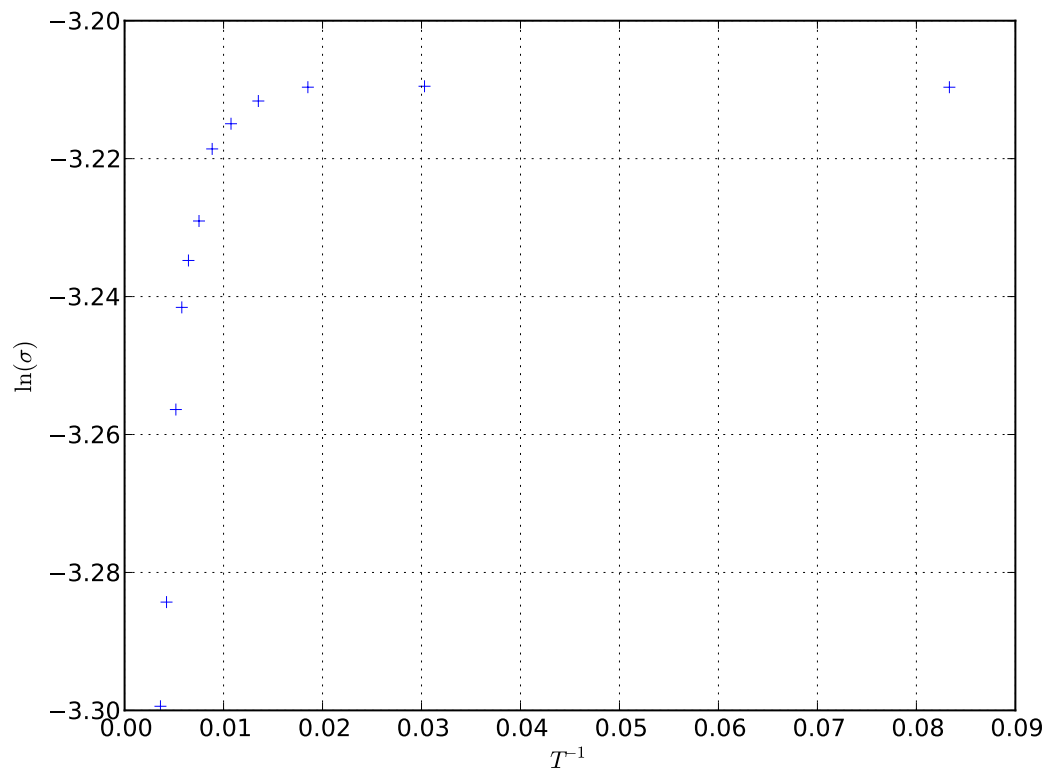


Abbildung 4.1: Zusammenhang zwischen Leitfähigkeit und Temperatur.

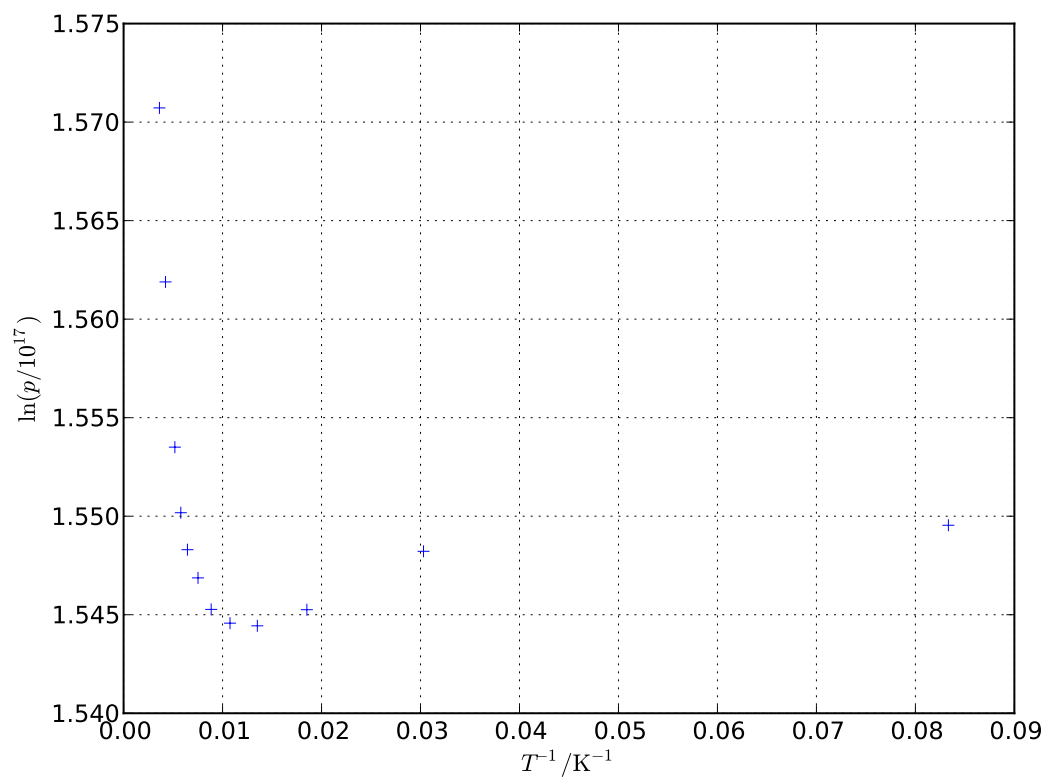


Abbildung 4.2: Zusammenhang zwischen Ladungsträgerkonzentration und Temperatur.

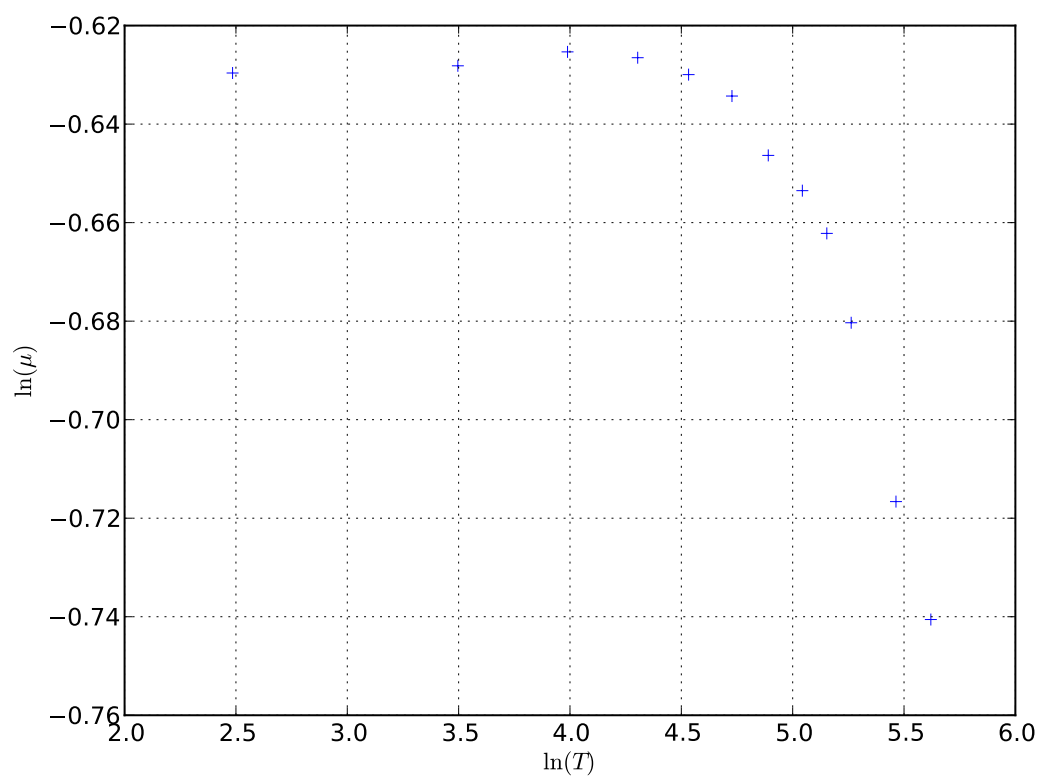


Abbildung 4.3: Zusammenhang zwischen Beweglichkeit und Temperatur.

5 Diskussion

In Tabelle 5.1 haben wir die endgültigen Werte für σ_S zusammengetragen und $\mu_{H,S}$ sowie p_S berechnet. In Tabelle 5.2 sind die Hallkonstanten zusammengefasst.

| Probe | $\sigma_S/\text{k}\Omega^{-1}$ | $\mu_{H,S}/\Omega\text{V T}^{-1}\text{A}^{-1}$ | $p_S/10^{15}\text{m}^{-3}$ |
|-----------------|--------------------------------|--|----------------------------|
| InAs HF-540 | 32,659(3) | 328,9(8) | -579(1) |
| InAs HF-301-040 | 37,02(6) | 350,3(6) | 479,3(1) |

Tabelle 5.1: Zusammenstellung der Ergebnisse aus dem ersten Versuchsteil, Teil 1.

| Probe | $R_{H+,S}/\text{m}^2\text{C}^{-1}$ | $R_{H-,S}/\text{m}^2\text{C}^{-1}$ | $R_{H,S}/\text{m}^2\text{C}^{-1}$ |
|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| InAs HF-540 | -10,70(9) | -10,782(2) | -10,74(3) |
| InAs HF-301-040 | 12,978(4) | 12,959(4) | 12,966(4) |

Tabelle 5.2: Zusammenstellung der Ergebnisse aus dem ersten Versuchsteil, Teil 2.

Es fällt auf, dass die Leitfähigkeiten recht nahe beieinander liegen. Die Hallkonstanten liegen betragsmäßig ebenfalls recht nahe beieinander, unterscheiden sich jedoch im Vorzeichen.

In beiden Fällen ist $R_{H,S}$ innerhalb des Fehlerbereichs der Mittelwert auf $R_{H+,S}$ und $R_{H-,S}$. Dies bedeutet, dass beide Mess- und Auswertungsmethoden das Nullfeld gleich korrigieren.

Aus der Ladungsträgerkonzentration (siehe Tabelle 5.1), die für positive Ladungsträger berechnet worden ist, folgt, dass die Probe InAs HF-540 negativ und die Probe InAs HF-301-040 positiv dotiert ist.

Nach der Theorie für dotierte Halbleiter würden wir nicht erwarten, dass es ein Minimum bei der Ladungsträgerkonzentration gibt. Eine höhere Temperatur sollte immer mit mehr Ladungsträger einhergehen.

Auch wenn die Anzahl der Ladungsträger mit steigender Temperatur zunimmt, nimmt deren Beweglichkeit stärker ab. Dadurch wird die Leitfähigkeit effektiv reduziert. Wir interpretieren dies so, dass ab einer gewissen Temperatur die Streuung an Phononen, deren Anzahl auch mit der Temperatur steigt, sehr stark ist. Unsere Abbildung sieht so ähnlich aus wie Heldt 1993, Abb. 3.3, jedoch ist unsere steigende Flanke deutlich flacher.

Literatur

Heldt, A. (1993). „Der Hall-Effekt in Halbleitern“. Diplomarbeit. Bonn: Universität Bonn. Kap. 2.