

# Tomografia Assiale Computerizzata

Corso di «Strumentazione Diagnostica per Immagini»  
a.a. 2020 – 2021

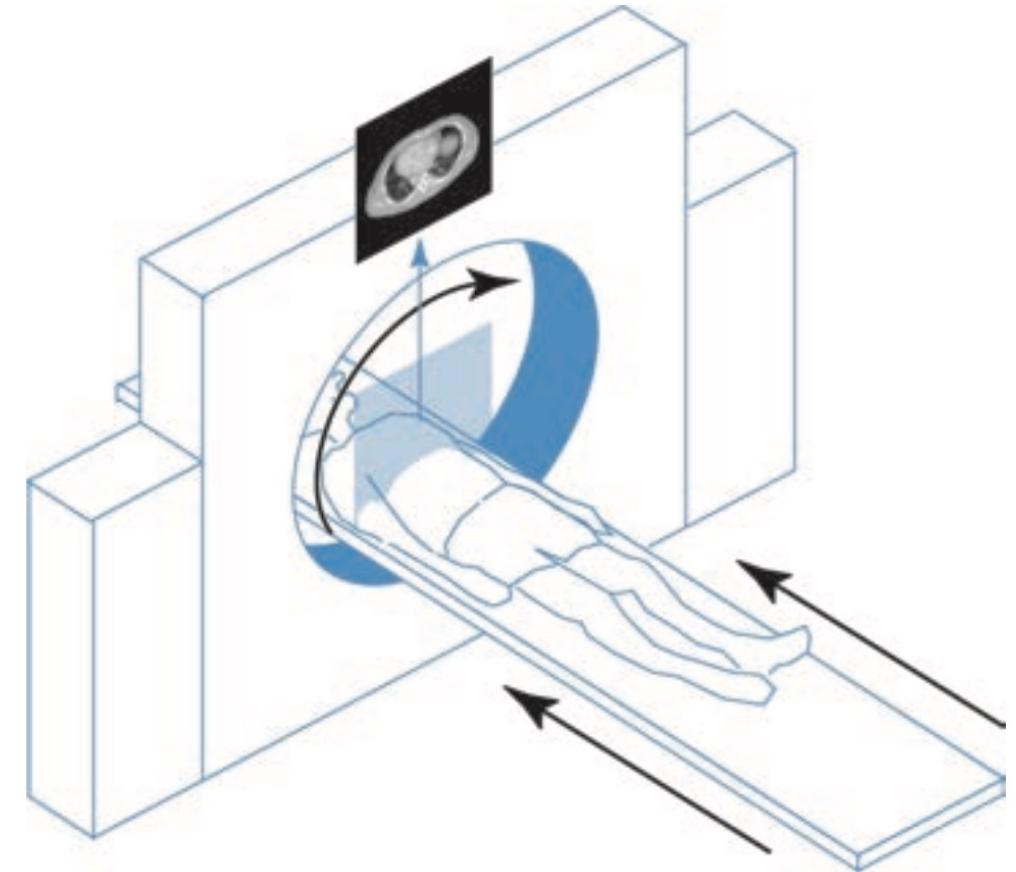
Prof. Roberto Pirrone

# Sommario

- Generalità
- Rilevatori di raggi X per la TAC
- Ricostruzione delle immagini
- TAC dinamica
- TAC multi-energia
- Qualità dell'immagine
- Tipologia delle apparecchiature e loro uso sanitario
- Rischi per la salute

# Generalità

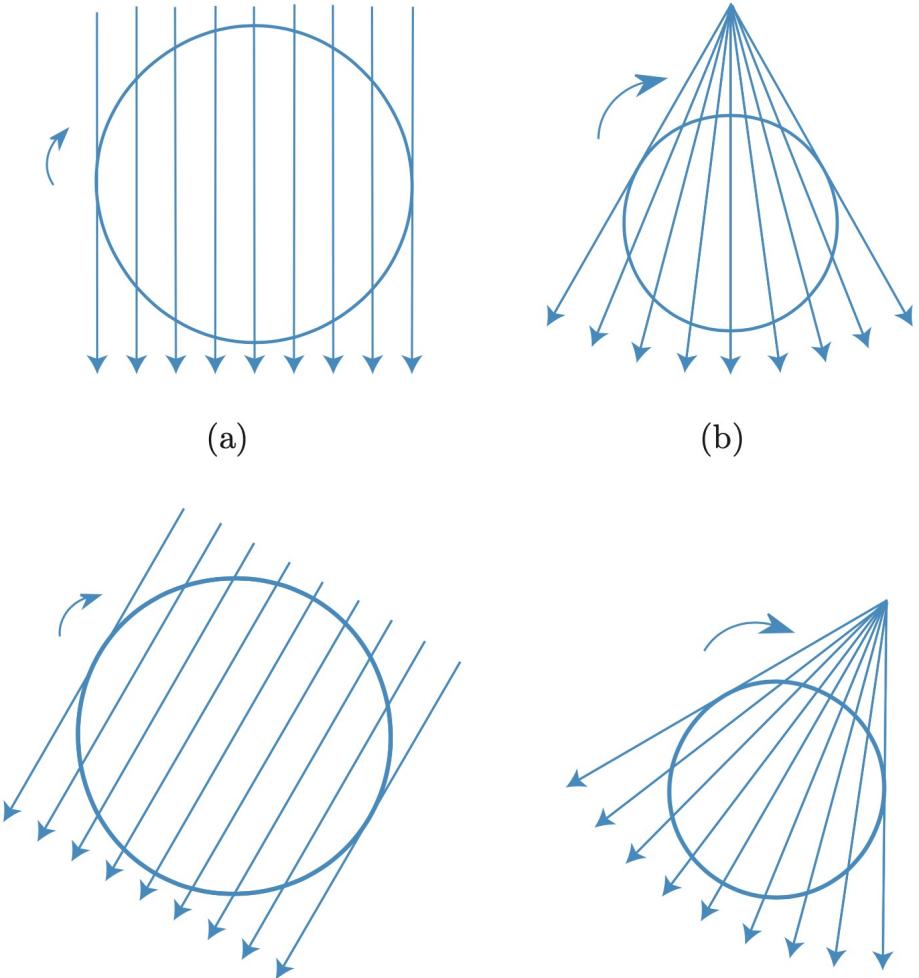
- La *Tomografia (Assiale) Computerizzata* (TAC, in inglese solo CT – Computer Tomography) usa una linea rotante di rilevatori per acquisire i raggi X emessi da una sorgente puntiforme o lineare posta sempre di fronte ai rilevatori
- La coppia sorgente-rilevatore ruota intorno al paziente



Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.

# Generalità

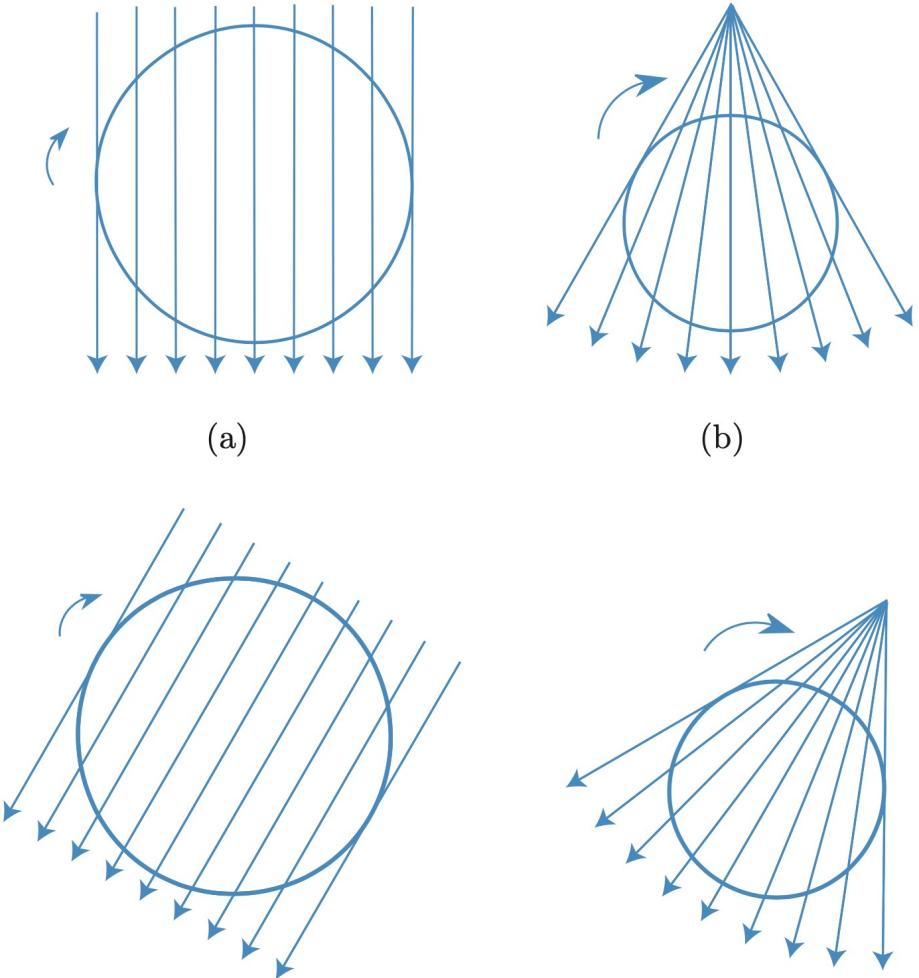
- L'immagine si forma tramite un processo di **ricostruzione** dei valori di attenuazione dei raggi X che attraversano il corpo del paziente a partire dalle acquisizioni che avvengono lungo molteplici direzioni
- Uno stesso punto  $(x, y)$  dell'area di indagine (**Field Of View** – FOV) è attraversato da più raggi X in diverse direzioni e tutte queste misure concorrono alla ricostruzione dell'attenuazione  $\mu(x, y)$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Generalità

- L'immagine si forma tramite un processo di **ricostruzione** dei valori di attenuazione dei raggi X che attraversano il corpo del paziente a partire dalle acquisizioni che avvengono lungo molteplici direzioni
- Uno stesso punto  $(x, y)$  dell'area di indagine (**Field Of View** – FOV) è attraversato da più raggi X in diverse direzioni e tutte queste misure concorrono alla ricostruzione dell'attenuazione  $\mu(x, y)$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

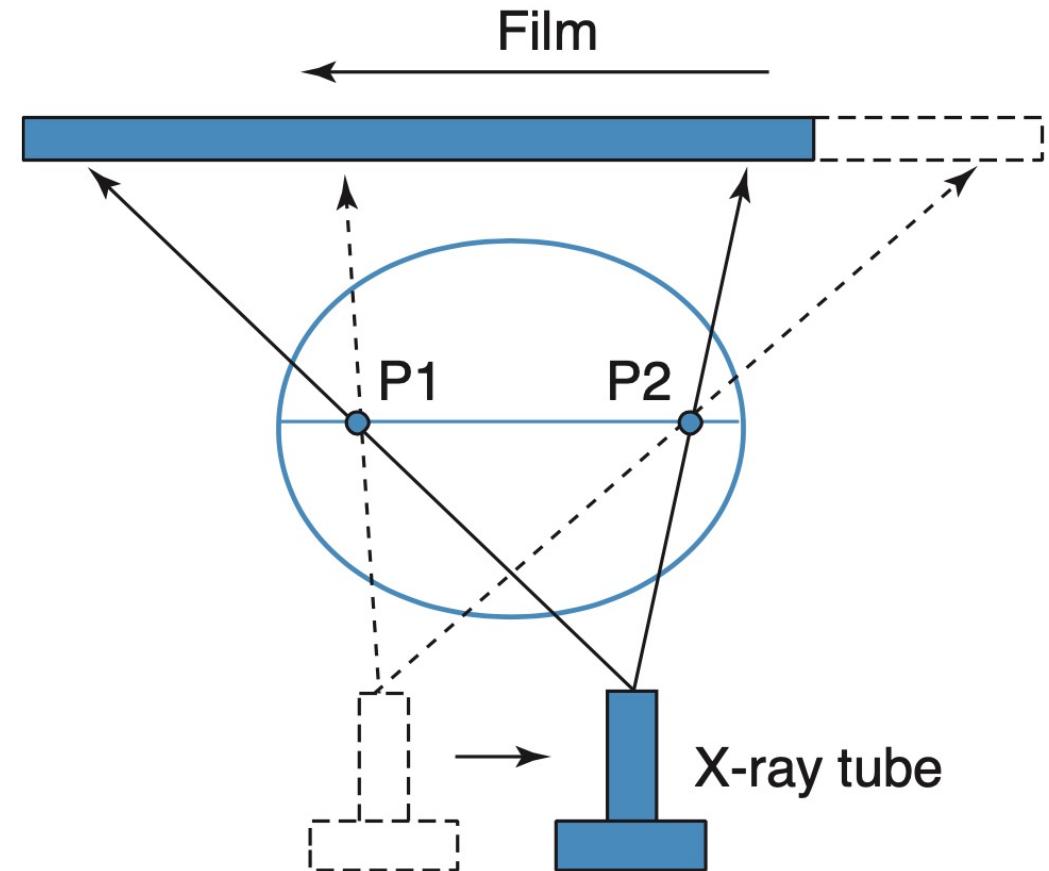
# Generalità

- La CT, come processo di ricostruzione, è usata anche nelle Risonanze Magnetiche e in Medicina Nucleare
- Precedentemente si usavano altri metodi di tomografia ottenuti *mantenendo costantemente a fuoco una sola sezione del paziente* per effetto del moto relativo tra la sorgente a raggi X e la lastra

# Generalità

- Tomografia lineare

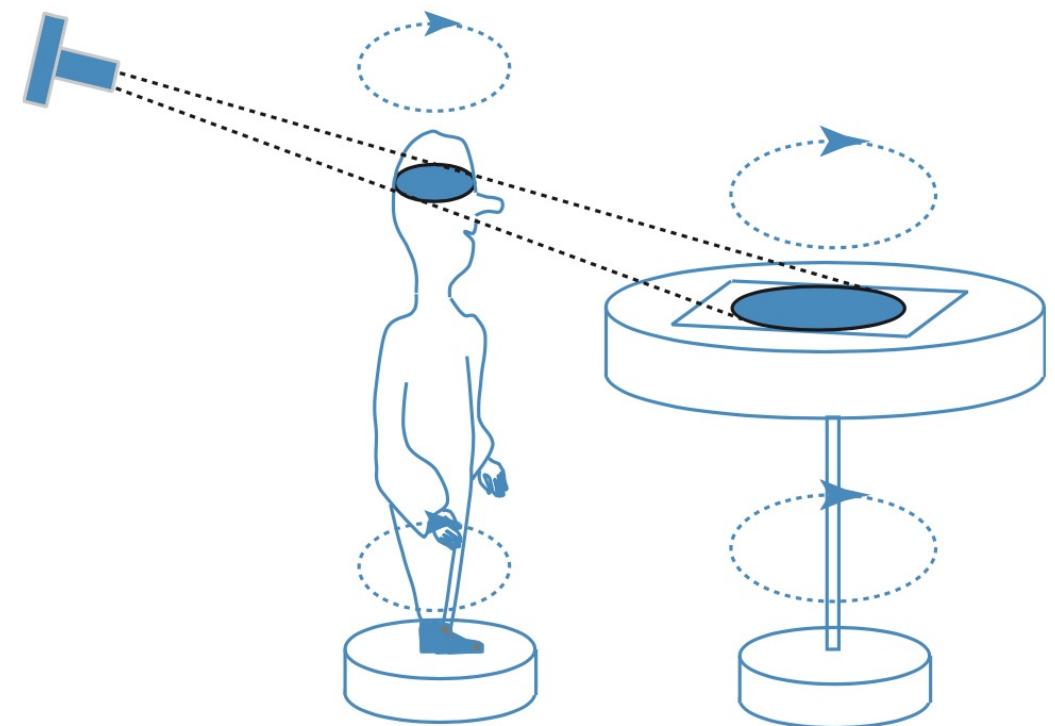
- Il tubo e lastra si muovono con due velocità costante in direzioni opposte e questo comporta che solo i punti di una sezione del paziente si proiettano sempre esattamente negli stessi punti della lastra
- La sezione cambia al variare della velocità relativa



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Generalità

- Tomografia assiale trasversa
  - Il paziente e la lastra, posta su un cilindro, ruotano con la stessa velocità angolare
  - La lastra si trova su un piano poco al di sotto del piano di messa a fuoco
  - La sezione del paziente resta messa a fuoco e le altre vengono filtrate via



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

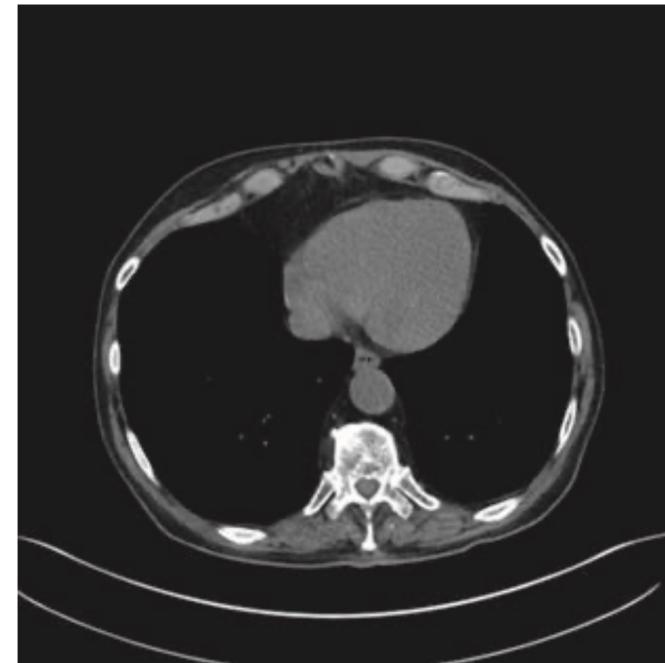
# Generalità

- Il primo scanner per uso clinico fu costruito nel 1972 da Godfrey N. Hounsfield
- L'attenuazione ricostruita viene misurata in Hounsfield Unit (HU) che è un'unità di misura relativa, calcolata rispetto all'attenuazione dell'acqua  $\mu_{H_2O}$

$$\frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \cdot 1000$$

# Generalità

- I vari tessuti hanno attenuazioni che si collocano in intervalli ben precisi e vanno evidenziati nell'immagine attraverso opportune finestre di valori di HU centrate attorno a dei livelli caratteristici
- Queste finestre vengono poi effettivamente mappate nei livelli di grigio dell'immagine



Finestra *polmoni*:  
1500 HU centrata sul  
livello -550 HU

Finestra *tessuti molli*:  
440 HU centrata sul  
livello 40 HU

Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Rilevatori a raggi X per la TAC

- Rilevatori a integrazione di energia
  - Utilizzano una matrice di cristalli scintillatori, tipicamente realizzati usando il Gadolinio ( $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S}$ ) con una griglia anti-scattering che serve a collimare i raggi
  - La qualità ottica è elevata per ottenere un'elevata efficienza di assorbimento in pochi millimetri di spessore
  - La griglia anti-scattering col proprio spessore limita ulteriormente l'efficienza di assorbimento
  - Tempi di risposta dell'ordine dei microsecondi

# Rilevatori a raggi X per la TAC

- Rilevatori a integrazione di energia
  - La luce generata dall'elemento scintillatore viene convertita in una corrente da un fotodiodo
  - un amplificatore a trans-impedenza genera una tensione dalla corrente del fotodiodo
  - Il segnale di tensione viene campionato per la digitalizzazione a una frequenza circa 2KHz

# Rilevatori a raggi X per la TAC

- Conteggio di fotoni
  - Usa un rilevatore costituito da uno strato di Tellururo di Cadmio (CdTe) o di Cadmio-Zinco (CZT) ovvero Silicio cristallino (c-Si)
  - Efficienza di assorbimento circa 10 volte superiore agli scintillatori e incremento del CNR del 10% - 20%
  - Ogni fotone contribuisce ugualmente al conteggio, indipendentemente dalla propria energia

# Rilevatori a raggi X per la TAC

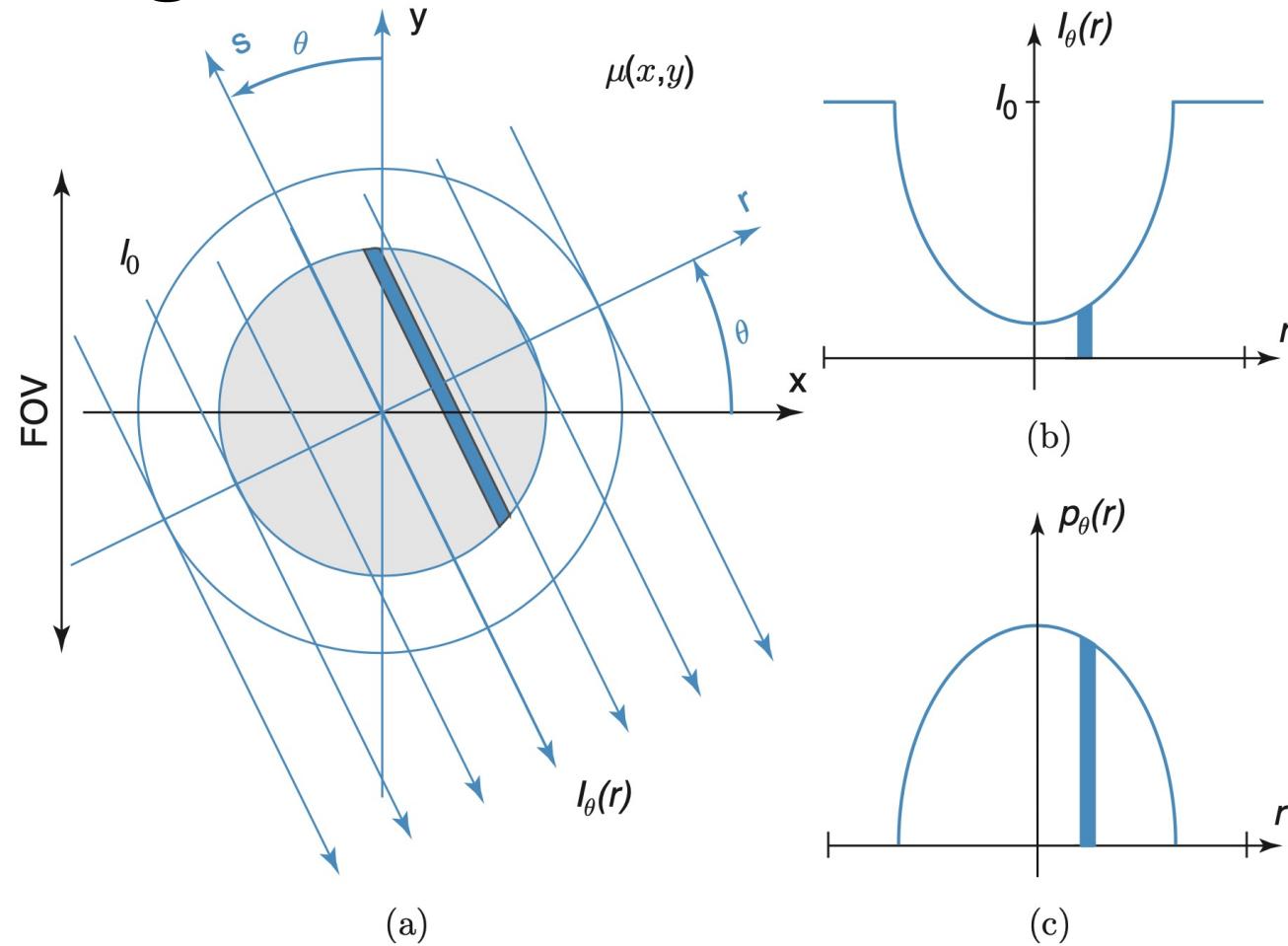
- Conteggio di fotoni
  - In fase di elaborazione è possibile pesare differentemente il contributo dei fotoni a diverse energie e quindi creare immagini di conteggio a «spettri» differenti (*multi energy CT*)
  - Diversi fenomeni elettronici contribuiscono a creare sovrapposizione tra le bande di energia
  - I rilevatori hanno una sensibilità relativamente bassa:  $1\text{Gcps}/\text{mm}^2$  mentre sono allo studio rilevatori fino a  $100\text{Mcps}/\text{mm}^2$

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria a raggi paralleli
  - Si calcola l'intensità del raggio attenuato dal paziente usando un sistema di coordinate polari  $(r, \theta)$

$$\begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix}$$

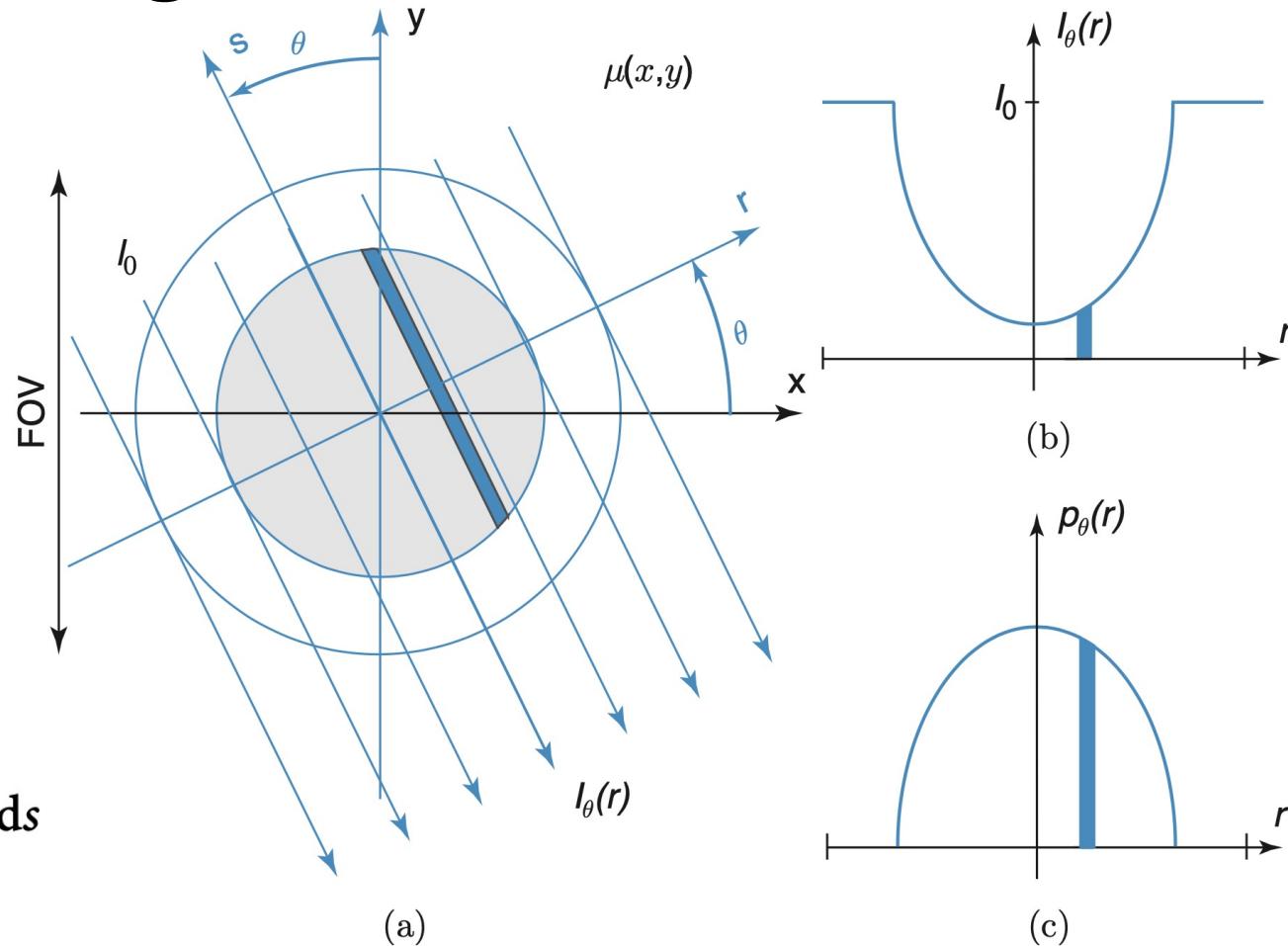


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria a raggi paralleli
  - Assumeremo i raggi tutti alla stessa frequenza non si dovrà integrare rispetto all'energia del fascio

$$\begin{aligned}I_{\theta}(r) &= I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(x,y) ds} \\&= I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \sin \theta, r \cdot \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds}\end{aligned}$$



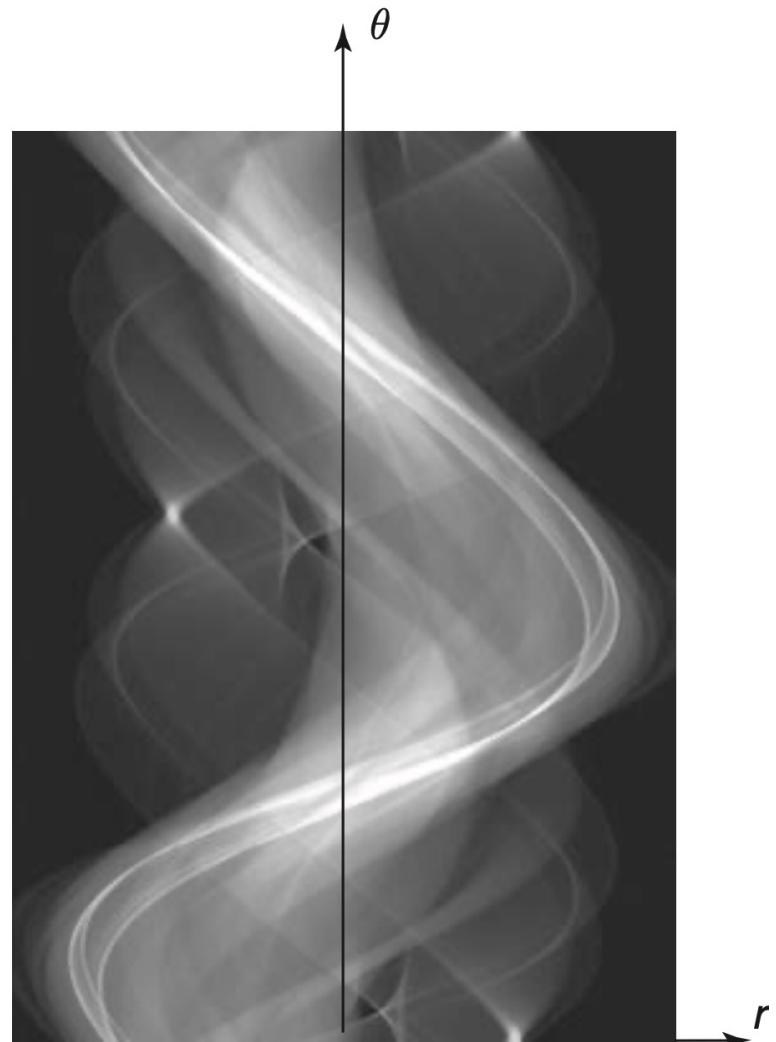
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria a raggi paralleli
  - $p_\theta(r)$  è la proiezione della funzione di attenuazione  $\mu(x, y)$  lungo la direzione  $\theta$
  - Al variare di  $\theta$ , la funzione bidimensionale  $p(r, \theta)$  integrata tra  $-\infty$  e  $+\infty$ , è chiamata *trasformata Radon* e il suo grafico è detto *sinogramma*

$$p_\theta(r) = -\ln \frac{I_\theta(r)}{I_0}$$

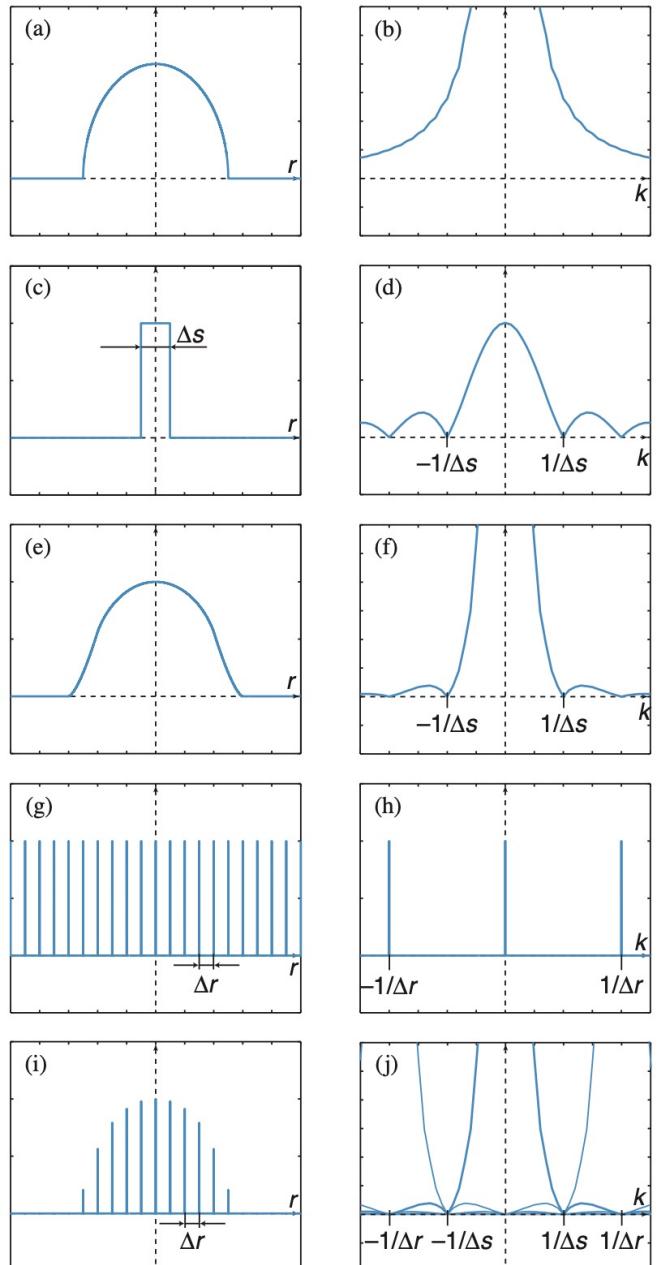
$$= \int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \sin \theta, r \cdot \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds$$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Campionamento di  $p_\theta(r)$ 
  - Una TAC acquisisce un sinogramma discreto  $p(n\Delta r, m\Delta\theta)$  di dimensione MxN in cui  $\Delta r$  è la distanza tra le singole celle rilevatrici e  $\Delta\theta$  è il passo di rotazione
  - Il fascio ha uno spessore finito  $\Delta s$  per cui  $p_\theta(r)$  subisce una convoluzione con una funzione rettangolare di ampiezza  $\Delta s$
  - Per il criterio di Nyquist  $1/\Delta r \geq 2/\Delta s$  ovvero  $\Delta r \leq \Delta s/2$  per cui servono almeno due campioni per fascio; di solito se ne usano quattro per ridurre l'aliasing



LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
CHILAB

# Ricostruzione delle immagini

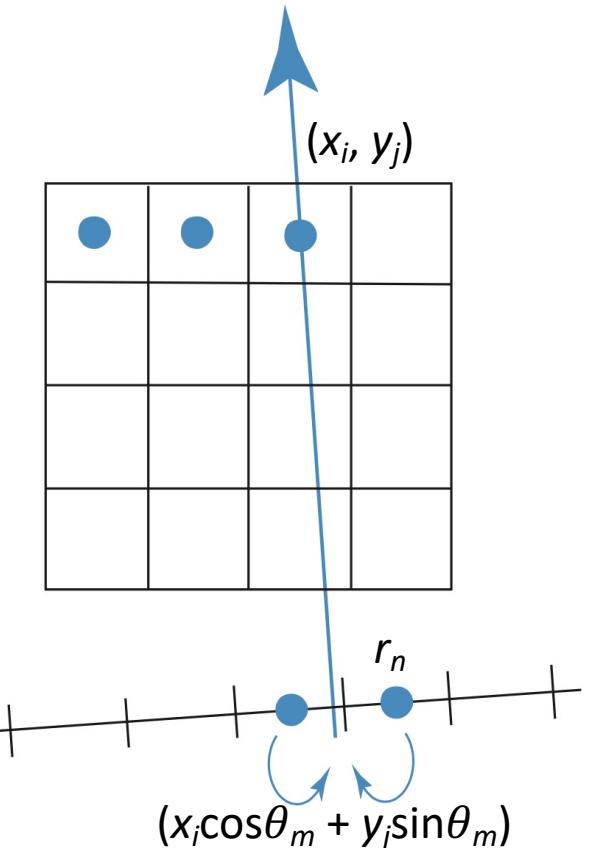
- Ricostruzione dell'immagine 2D - Backprojection

- Si integra  $p(r, \theta)$  lungo  $\theta$  esplicitando  $r$  come funzione di  $x, y$  e  $\theta$

$$\begin{aligned} b(x, y) &= \mathcal{B}\{p(r, \theta)\} \\ &= \int_0^\pi p(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta, \theta) d\theta \end{aligned}$$

- Nel caso discreto è necessaria l'interpolazione dei valori di  $r_n$

$$\begin{aligned} b(x_i, y_j) &= \mathcal{B}\{p(r_n, \theta_m)\} \\ &= \sum_{m=1}^M p(x_i \cos \theta_m + y_j \sin \theta_m, \theta_m) \Delta \theta \end{aligned}$$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Projection Theorem
  - Si consideri la trasformata Radon inversa di  $p(r, \theta)$ :  $f(x, y) = \mathcal{R}^{-1}\{p(r, \theta)\}$

questa ha una FT 2D pari a  $F(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} dx dy$

la FT 1D rispetto a  $r$  di  $p_\theta(r)$  è pari a  $P_\theta(k) = \int_{-\infty}^{\infty} p_\theta(r) e^{-2\pi i(k \cdot r)} dr$

# Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Projection Theorem
  - Assumendo che anche  $\theta$  sia variabile, si può dimostrare che:

$$P(k, \theta) = F(k_x, k_y)$$

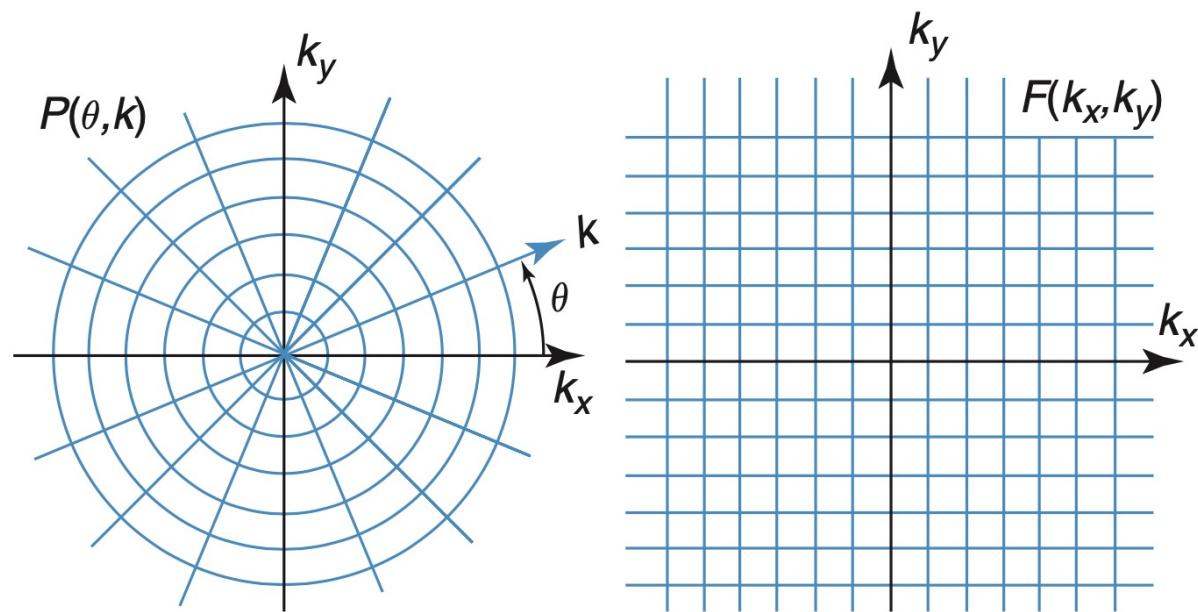
Sotto le condizioni

$$\begin{cases} k_x = k \cdot \cos \theta \\ k_y = k \cdot \sin \theta \\ k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \end{cases}$$

Si dimostra esplicitando la trasformazione in coordinate polari  $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$  nell'espressione di  $F(k_x, k_y)$

# Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D –  
Ricostruzione dalla FT
  - Si calcola  $P_\theta(k)$  al variare di  $\theta$  e si crea il diagramma polare di  $P(\theta, k)$
  - Si interpola  $F(k_x, k_y)$  su una griglia in coordinate cartesiane
    - Questo passo genera artefatti da ricostruzione
  - Si calcola la IFT 2D di  $F(k_x, k_y)$  ottenendo  $f(x, y)$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Filtered backprojection (FBP)
  - Per evitare gli artefatti da ricostruzione si può ricorrere all'utilizzo della IFT polare di  $P(\theta, k)$ , ricordando che  $r = x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta$

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(k, \theta) |k| e^{i2\pi kr} dk d\theta$$

- Ovvero si calcola la backprojection di  $p^*(r, \theta) = \mathfrak{F}^{-1}\{P^*(k, \theta) \equiv P(k, \theta) |k|\}$ :

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} p^*(r, \theta) d\theta$$

# Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D –  
Filtered backprojection (FBP)

- La funzione  $P(k, \theta)$  viene *filtrata* con un filtro rampa  $|k|$  e poi si effettua la backprojection

- Si può pensare di effettuare dualmente la convoluzione di  $p^*(r, \theta)$  con un kernel  $q(r)$

- La linearità dell'operatore di convoluzione consente di invertire i due passi cioè

$$p^*(r, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(r', \theta) q(r - r') dr'$$

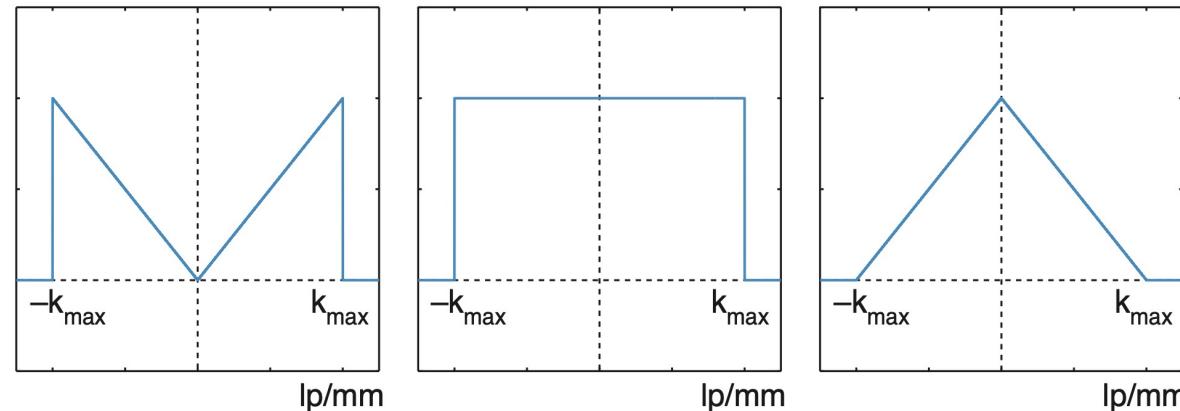
dove  $q(r) = \mathcal{F}^{-1}\{|k|\}$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} |k| e^{i2\pi kr} dk$$

$$f(x, y) = (\mathcal{B}\{p(r, \theta)\} * q)(x, y)$$

# Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Filtered backprojection (FBP)
  - Per i fini pratici il filtro rampa è limitato a una frequenza  $k_{max} = 1/\Delta s = 1/2\Delta r$
  - Si ottiene come sottrazione di un filtro tirangolare da un passa basso con cutoff pari a  $k_{max}$
  - Presenza di rumore e artefatti per frequenze alte che vengono attenuate applicando un opportuno smoothing



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

$$q(r) = \frac{k_{max} \sin(2\pi k_{max} r)}{\pi r} - \frac{\sin^2(\pi k_{max} r)}{\pi^2 r^2}$$

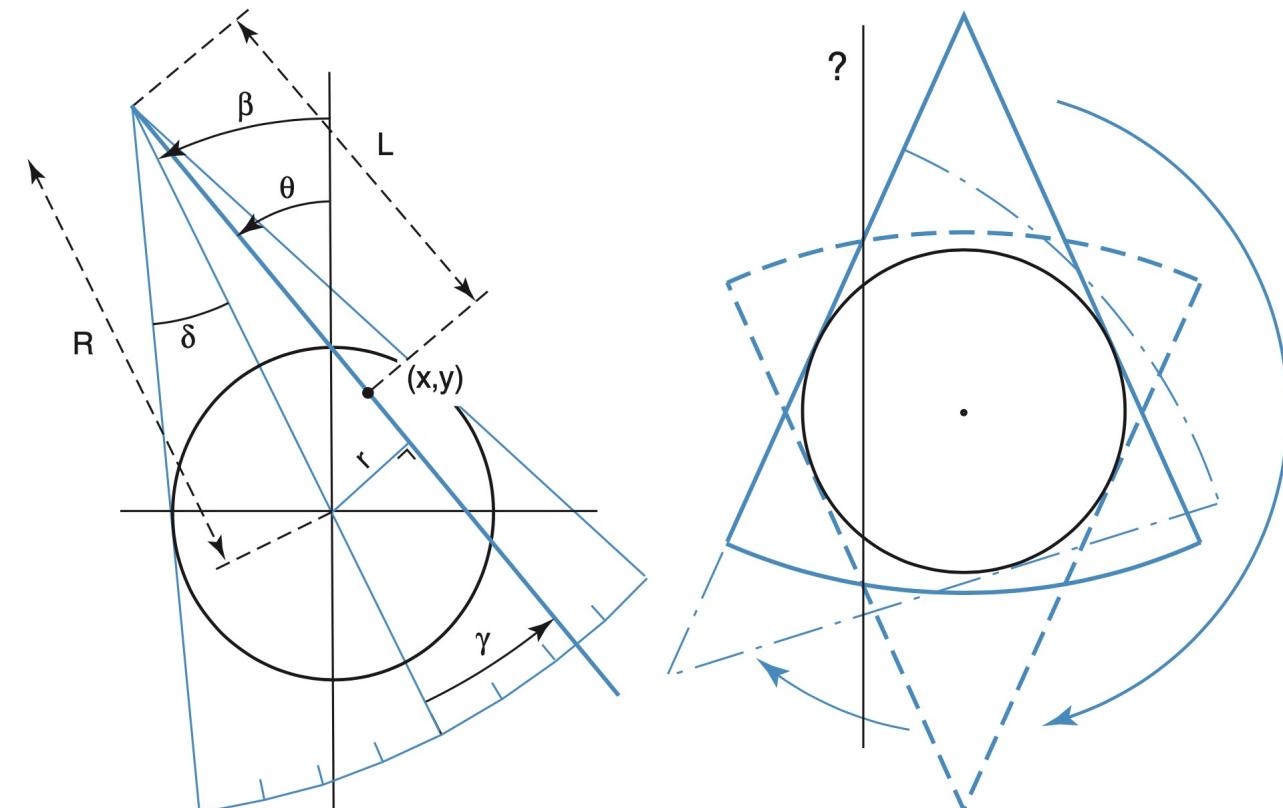
# Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio

- Si adotta un sistema di coordinate angolari  $(\gamma, \beta)$  che si deducono dalle coordinate polari  $(r, \theta)$  usate per definire il raggio nella geometria a raggi paralleli

$$\theta = \gamma + \beta$$

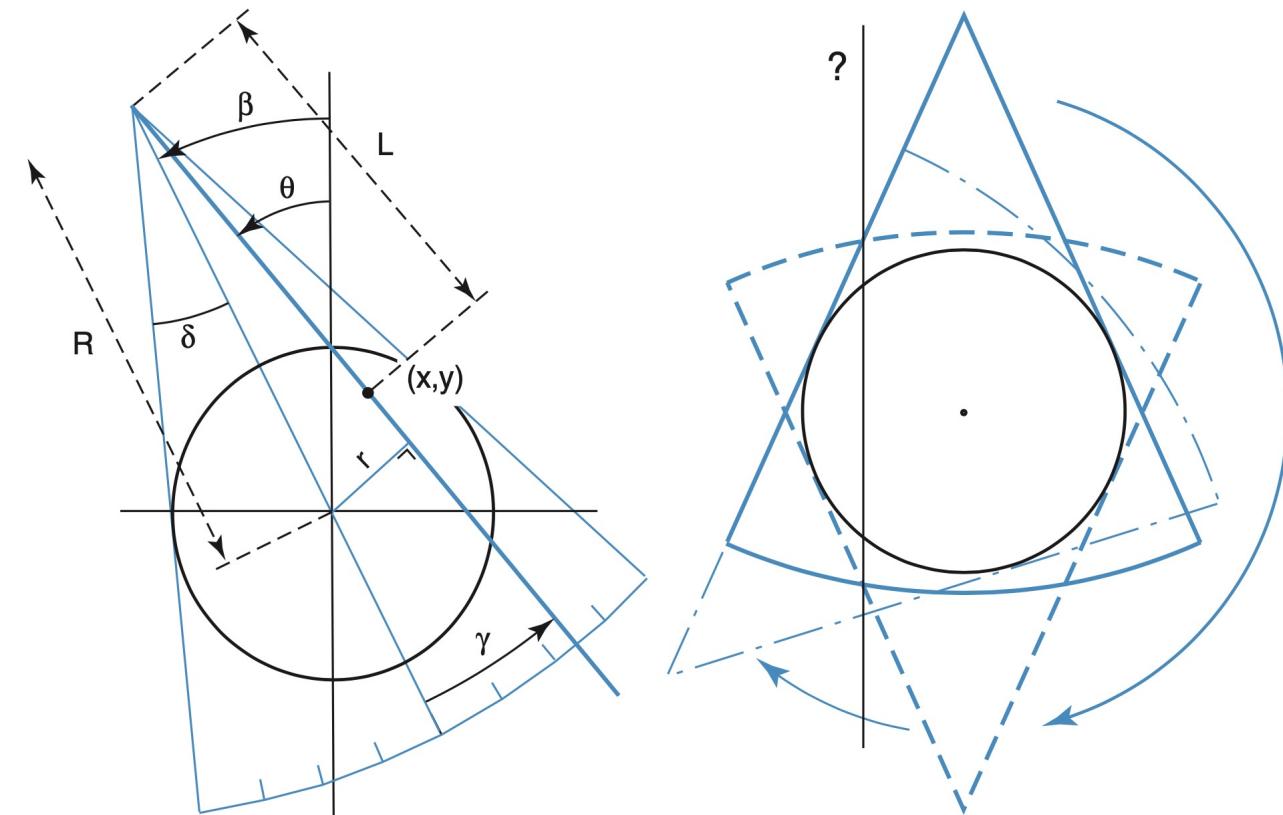
$$r = R \sin \gamma$$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio
  - La possibilità di ottenere tutte le proiezioni di un punto secondo tutti i raggi tra  $0$  e  $\pi$ , dipende dalla posizione di quest'ultimo all'interno del FOV
  - Al limite, per punti a distanza  $FOV/2$  dal centro, è necessario ruotare di  $\pi + 2\delta$



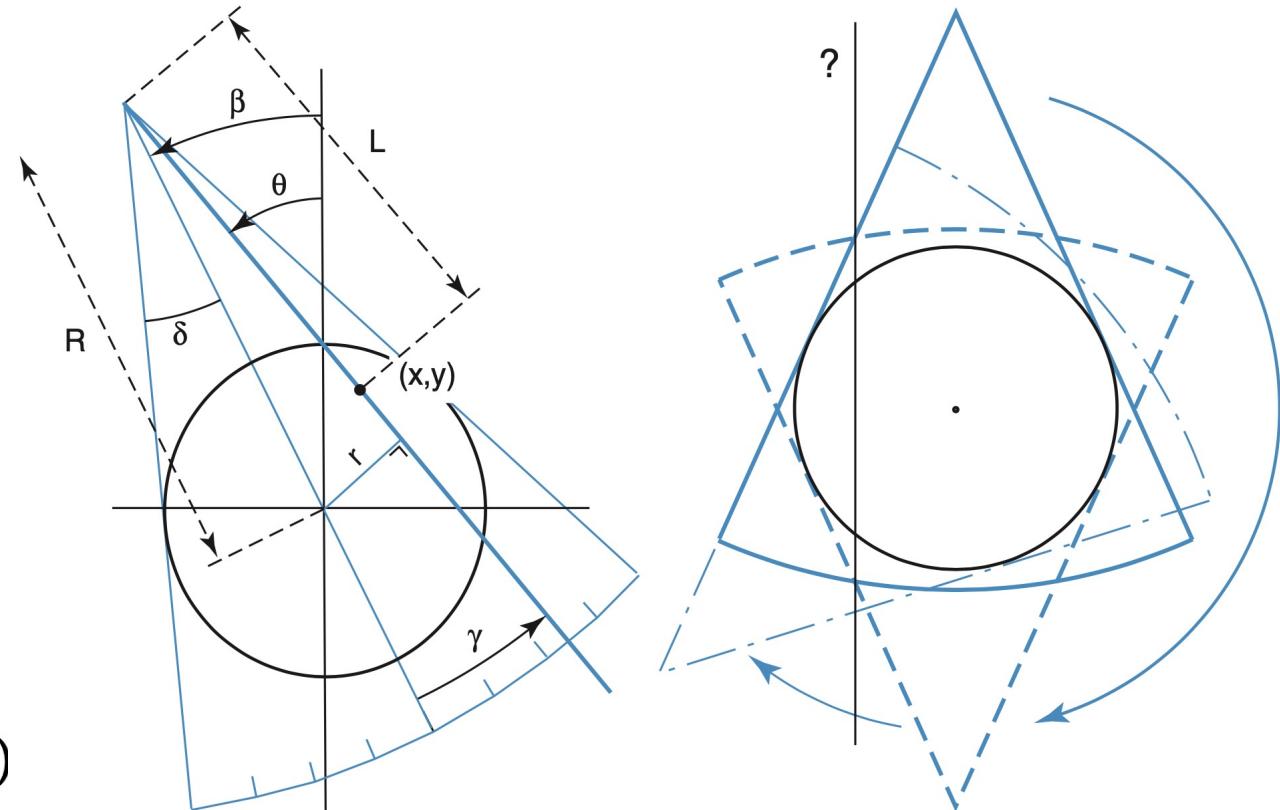
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio – FBP

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\text{FOV}/2}^{+\text{FOV}/2} p(r', \theta) \cdot q(x \cos \theta + y \sin \theta - r') dr' d\theta$$
$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\delta}^{+\delta} p(\gamma', \beta) \cdot q(x \cos(\gamma + \beta) + y \sin(\gamma + \beta) - R \sin \gamma') R \cos \gamma' d\gamma' d\beta.$$

$\frac{1}{2}$  compensa l'integrazione  
fino a  $2\pi$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

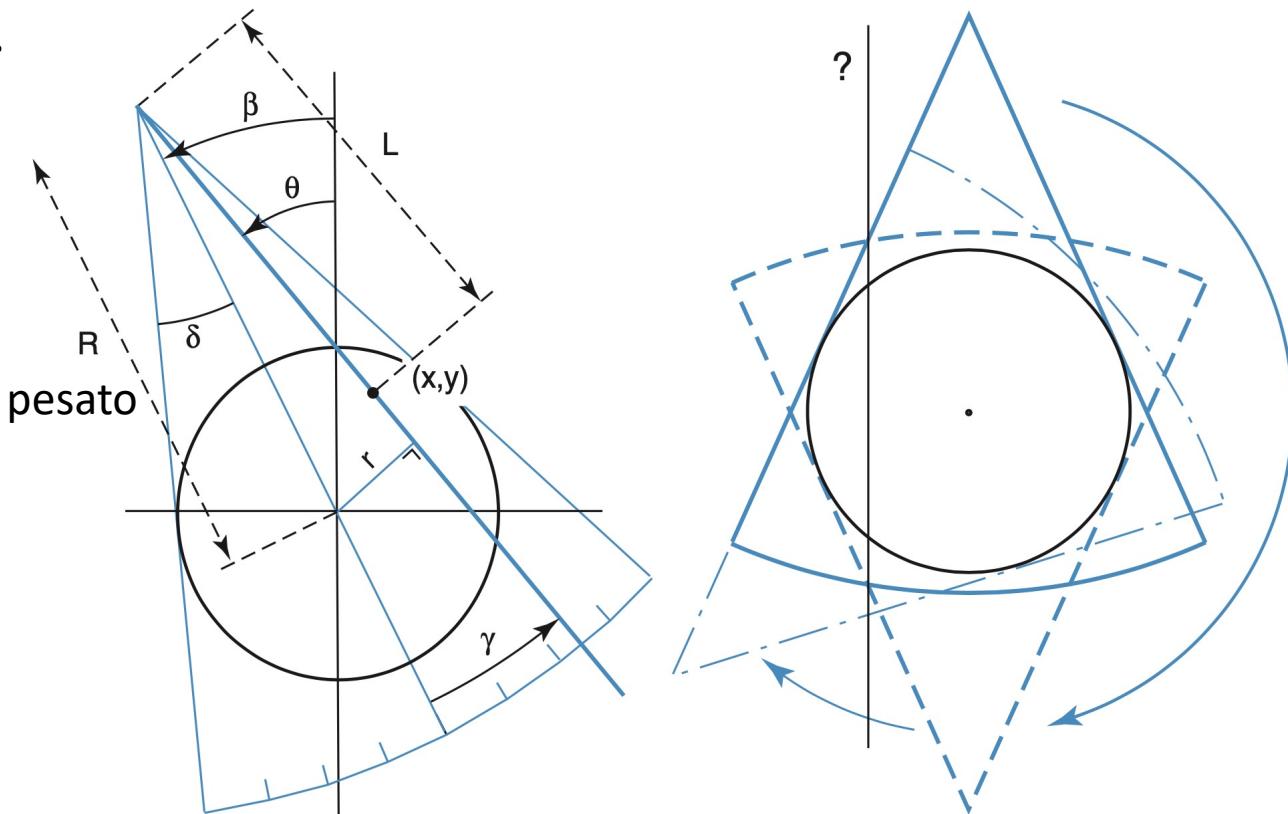
- Geometria dei raggi a ventaglio – FBP

- $f(x, y)$  può essere espressa come segue

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{L^2} \int_{-\delta}^{+\delta} [R \cos \gamma' \cdot p(\gamma', \beta)] \right. \\ \left. \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - \gamma'}{\sin(\gamma - \gamma')} \right)^2 q(\gamma - \gamma') d\gamma' d\beta \right]$$

Peso della FBP

Nuovo kernel



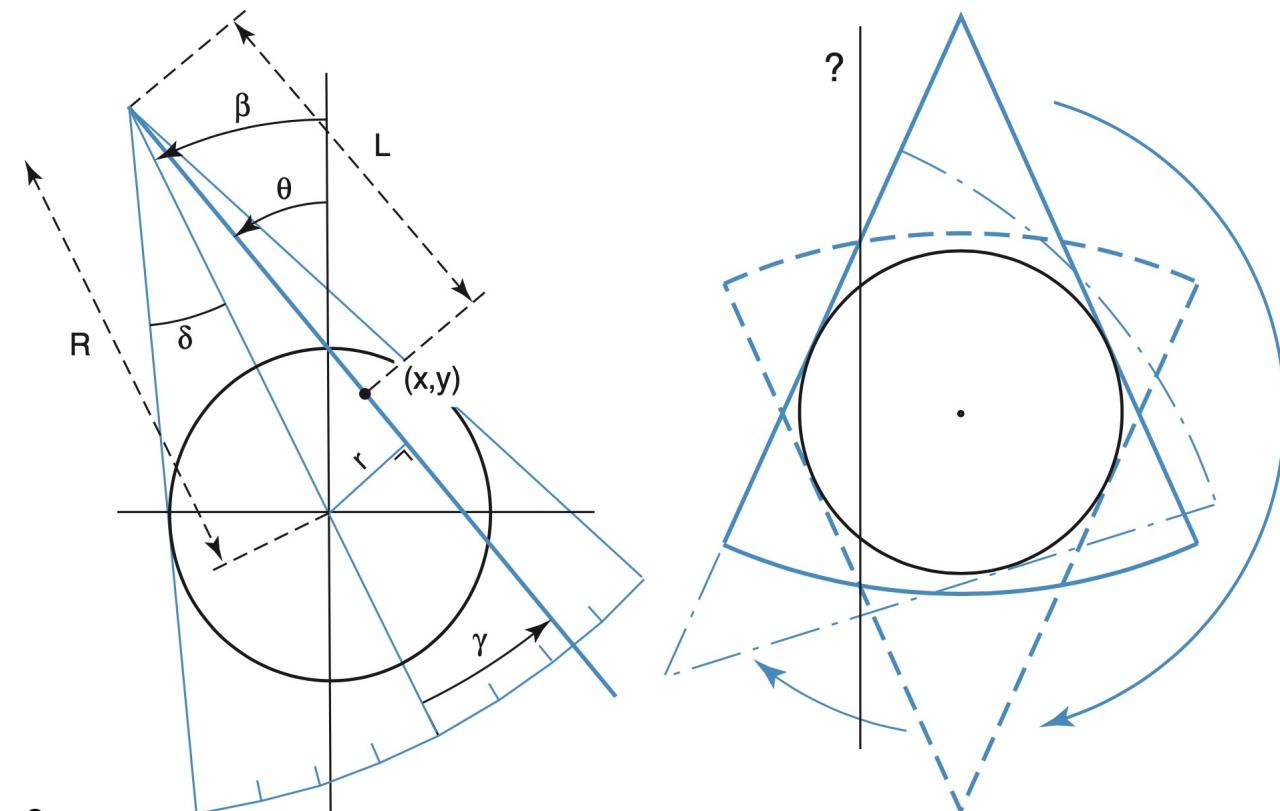
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio – FBP
    - La ridondanza dei dati acquisiti in  $[0 - 2\pi]$  introduce artefatti che possono essere ridotti con il *Parker weighting*

$$p'(\gamma, \beta) = \omega(\gamma, \beta) \cdot p(\gamma, \beta)$$

$$\omega(\gamma, \beta) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{\beta}{\delta - \gamma}\right) & \text{for } 0 \leq \beta \leq 2\delta - 2\gamma \\ 1 & \text{for } 2\delta - 2\gamma \leq \beta \leq \pi - 2\gamma \\ \sin^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{\pi + 2\delta - \beta}{\gamma}\right) & \text{for } \pi - 2\gamma \leq \beta \leq \pi + 2\delta \end{cases}$$

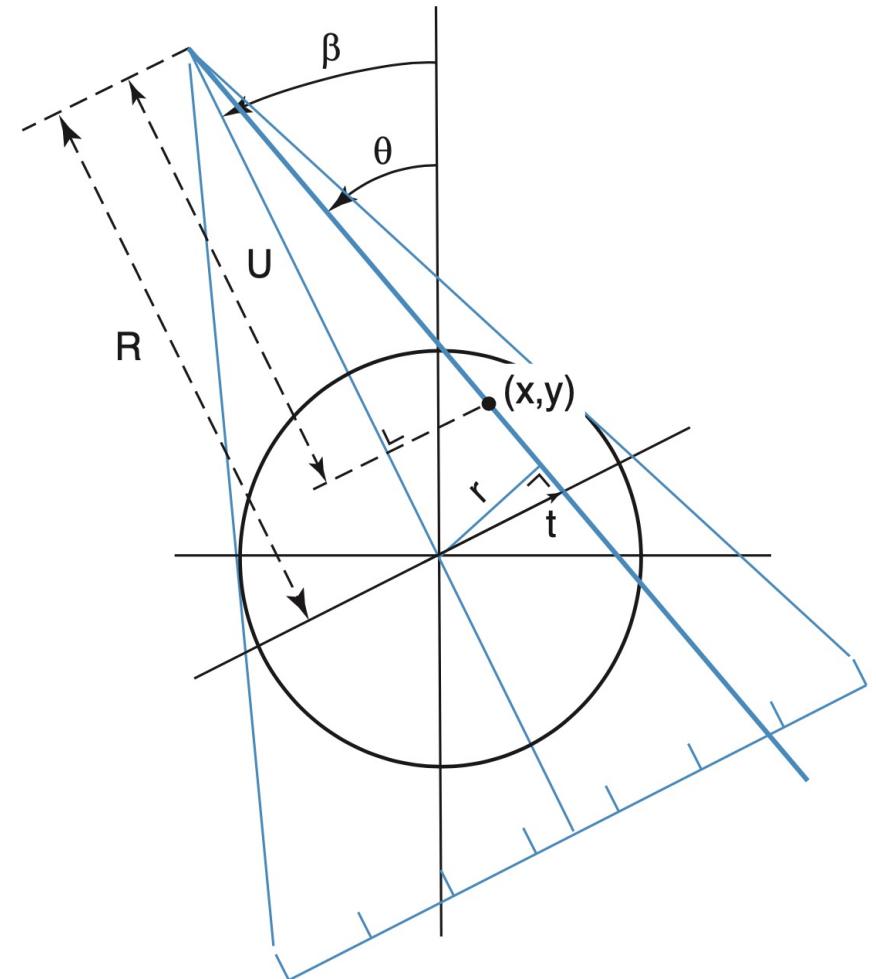


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio – acquisizione con sensori lineari
  - Si può riformulare la FBP usando il sistema di coordinate  $(t, \beta)$

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{(\frac{U}{R})^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{R}{\sqrt{R^2 + t'^2}} \cdot p(t', \beta) \right] \cdot \frac{1}{2} q(t - t') dt' d\beta,$$



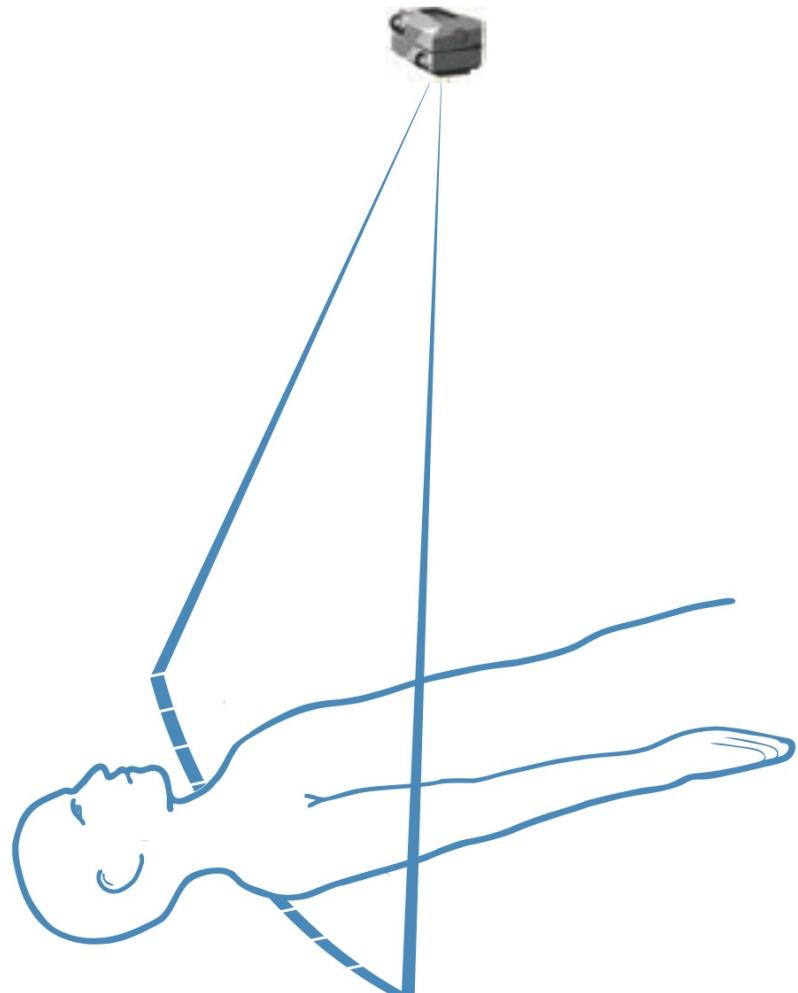
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- La ricostruzione 3D dei volumi TAC può avvenire secondo diverse modalità
  - Single slice: un insieme di singole acquisizioni 2D discoste di un certo passo di acquisizione lungo la direzione z (Inferior → Superior)
  - Multi slice: acquisizione di slice multiple attraverso più linee di rilevatori disposte lungo la direzione z
  - Volumetric: si basa sempre su più linee di rilevatori, ma effettua la ricostruzione direttamente in 3D estendendo la FBP

# Ricostruzione delle immagini

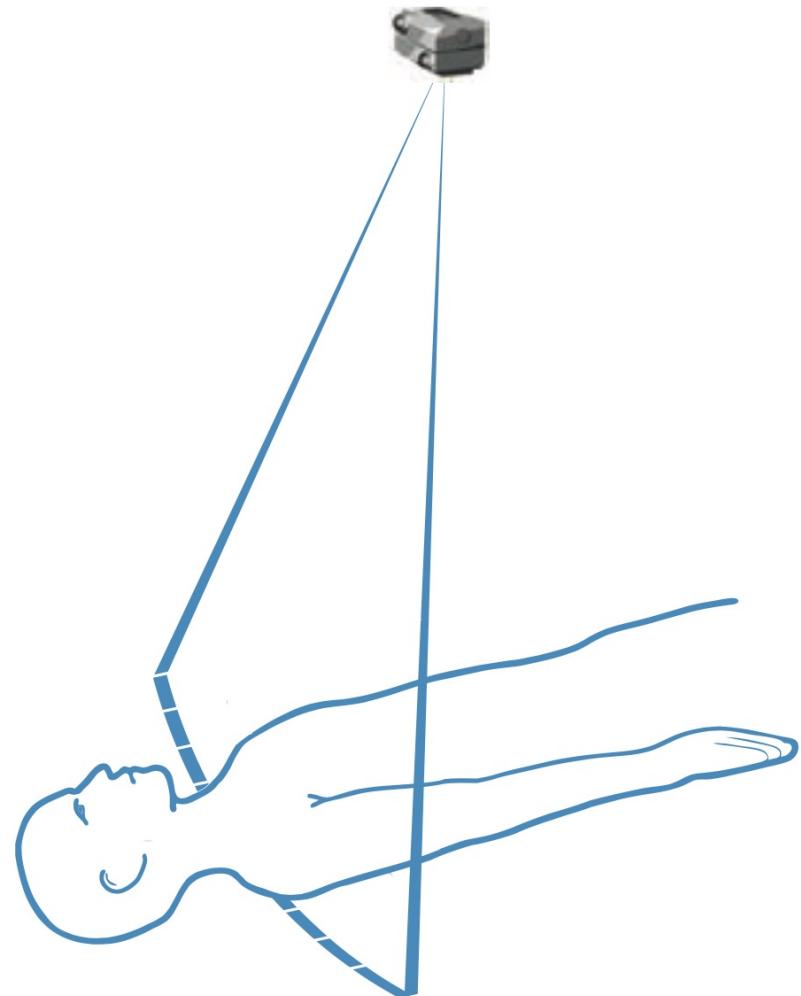
- Single slice CT – TAC assiale
  - Implica la semplice traslazione del tavolo del paziente di un passo fisso e la ricostruzione di ogni singola slice
  - Ogni slice ha uno spessore che dipende dal valore del FWHM della curva denominata *Slice Sensitivity Profile* (SSP) che determina l'effettivo spessore della slice pari a  $\Delta z$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

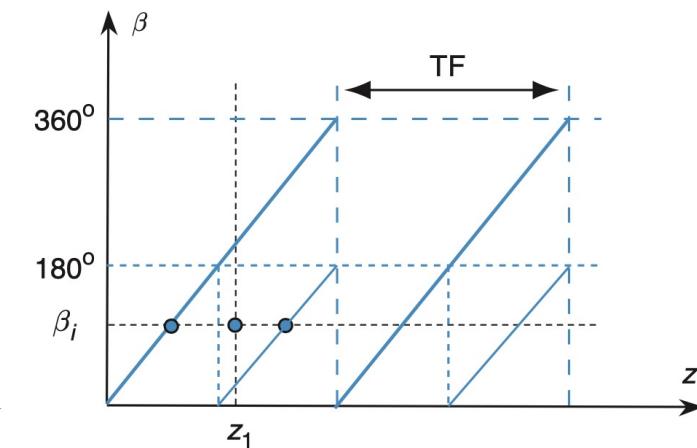
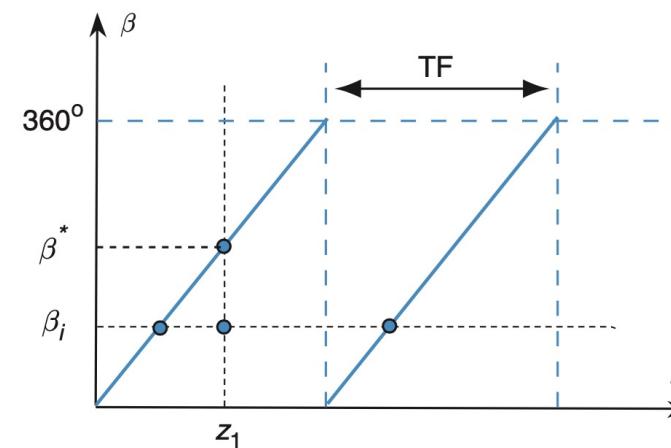
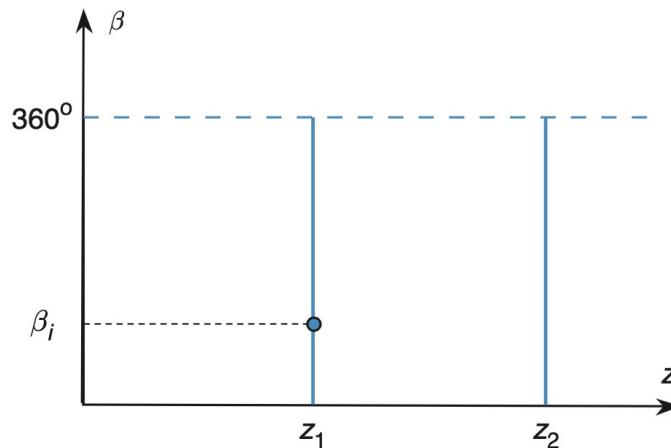
- Single slice CT – TAC assiale
  - La SSP si misura sperimentalmente tramite l'uso di **phantom** ovvero volumi di dimensioni standardizzate, pieni ad es. d'acqua, la cui scansione produce una  $\mu(x, y)$  prestabilita e quindi possono essere usati per la calibrazione della modalità diagnostica
  - Assumendo una SSP rettangolare di ampiezza  $\Delta z$ , il criterio di Nyquist richiede che due slice contigue si trovino a distanza al più  $\Delta z/2$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

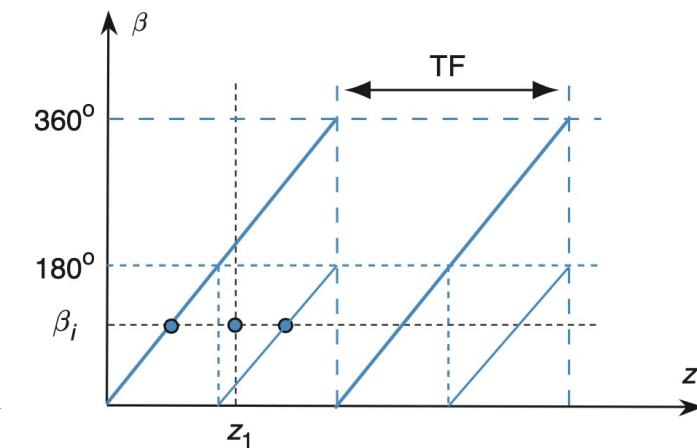
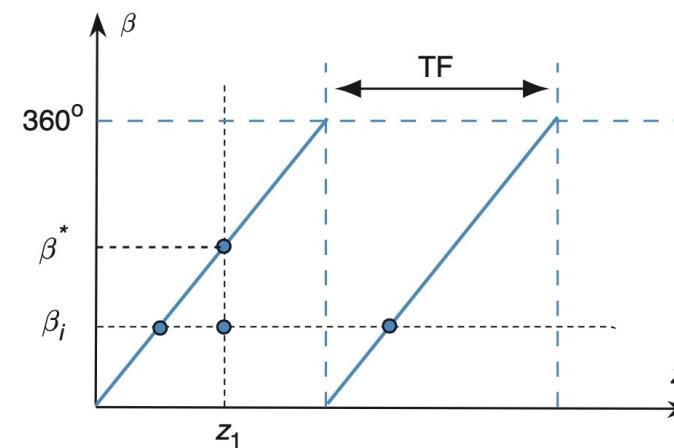
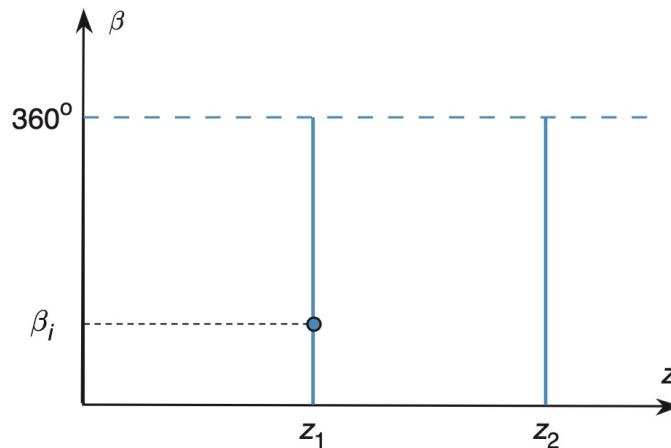
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
  - Il tavolo del paziente si muove con continuità mentre il tubo a raggi X vi ruota intorno
  - Per una rotazione di  $360^\circ$  la traslazione è pari a TF (Table Feed)
  - Si definisce *pitch* il rapporto tra TF e lo spessore della slice  $\Delta z$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

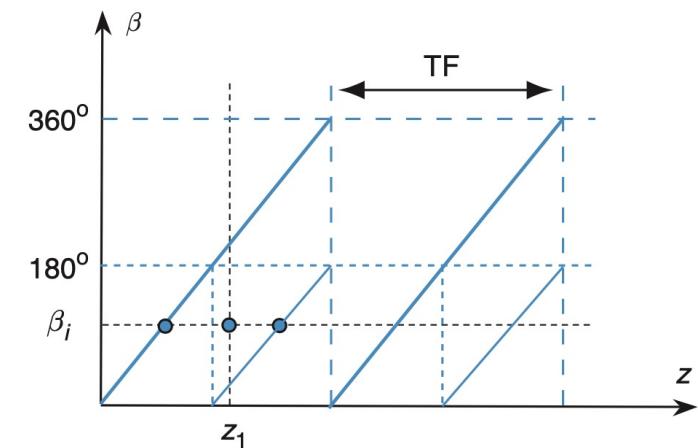
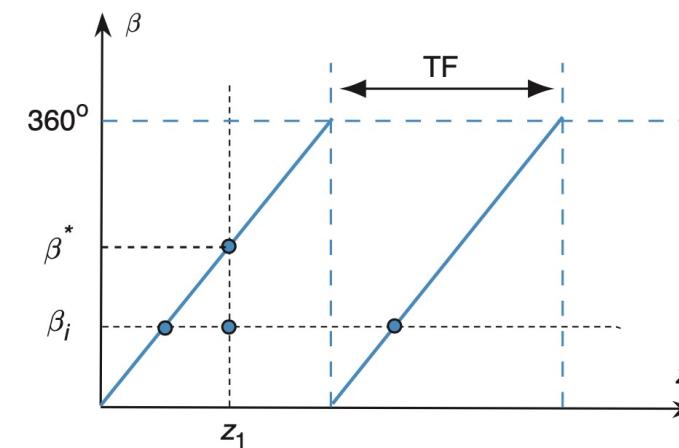
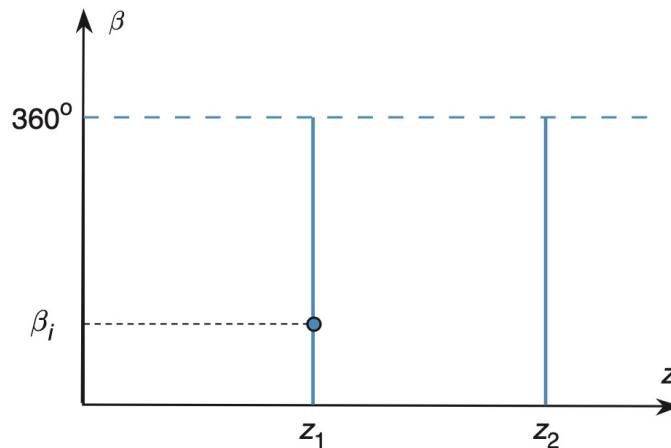
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
  - Per un dato valore assiale  $z = z_1$  sono disponibili i dati acquisiti per  $\beta = \beta^*$
  - I valori necessari per le altre viste  $\beta = \beta_i$ , si ottengono per interpolazione lineare tra due viste note a distanza TF



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

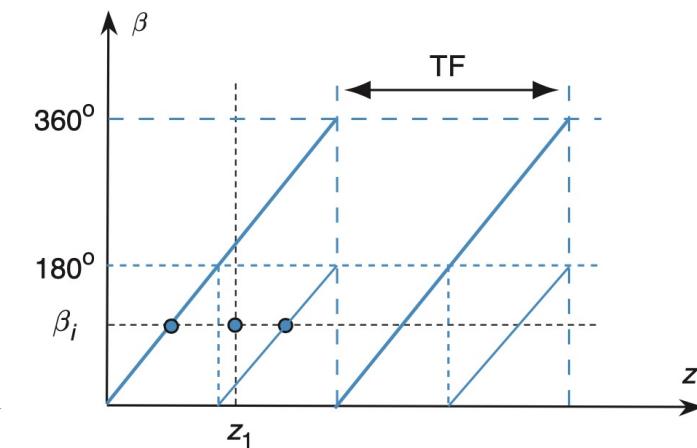
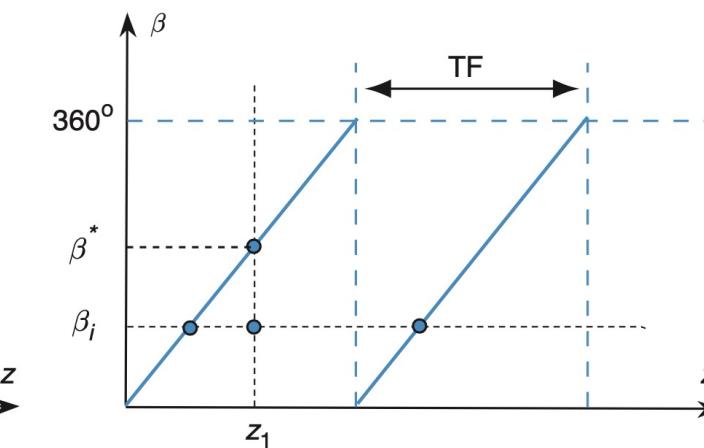
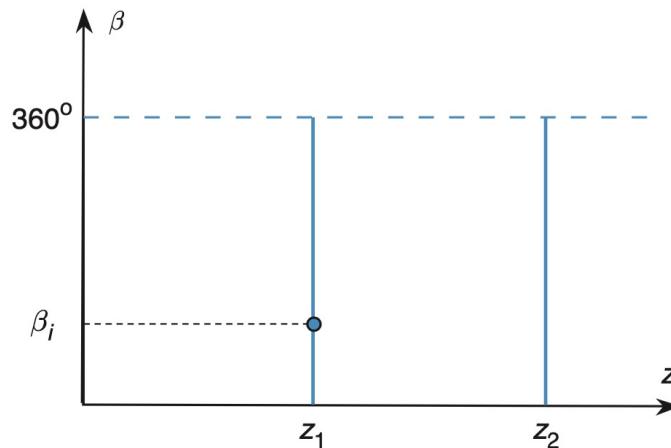
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
  - Anche in questo caso due slice consecutive devono avere distanza  $\Delta z/2$
  - Questo impone un valore per TF che è pari proprio a  $\Delta z/2$  (pitch = 0.5)



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

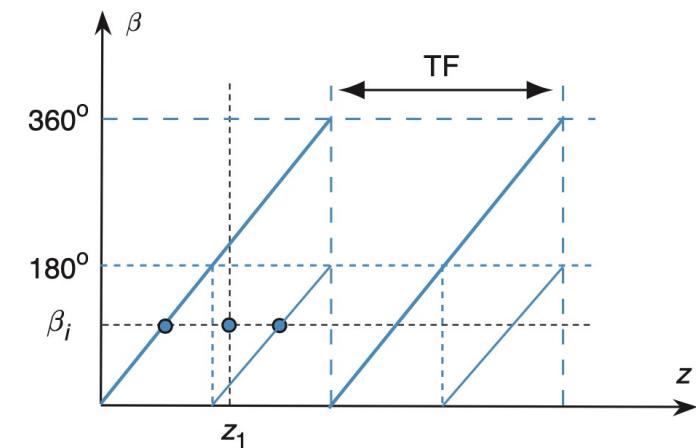
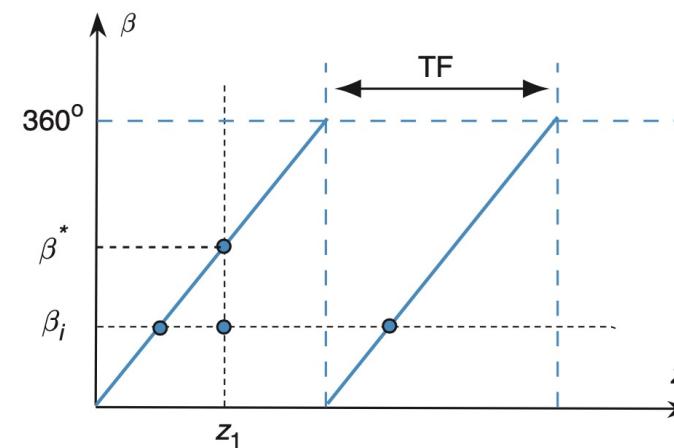
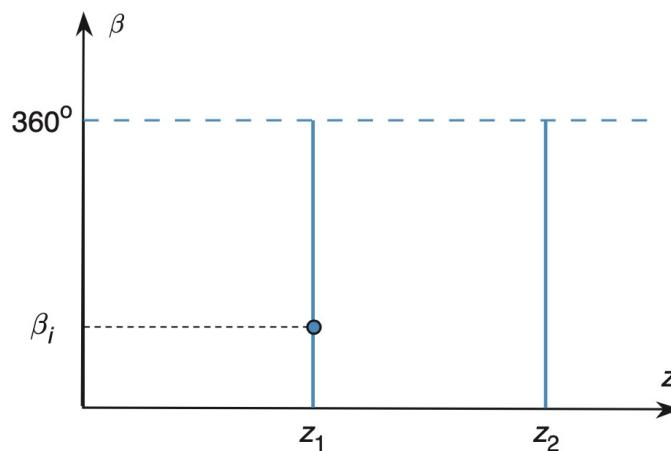
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
  - Raggi da direzioni opposte ( $180^\circ$ ) danno misure uguali e opposte
  - Allora si può eseguire l'interpolazione per  $\beta \in [0 - 180^\circ]$  e  $\text{TF} = \Delta z$  (pitch = 1)



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

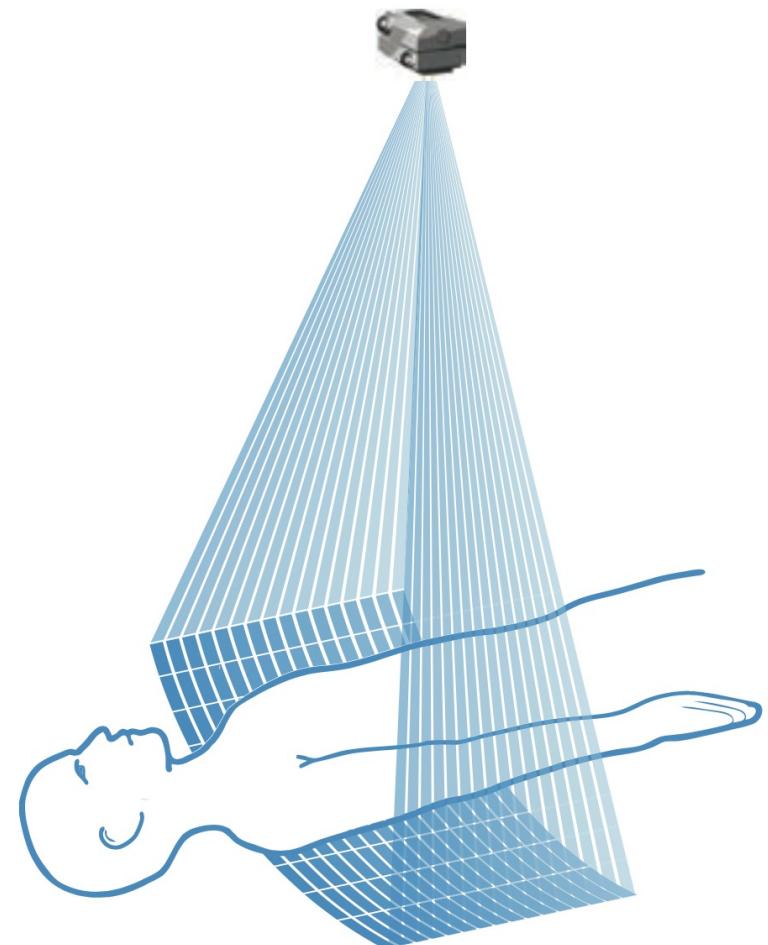
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
  - La *dual source CT* usa due tubi a raggi X a 90° l'uno dall'altro e consente di raddoppiare il pitch perché ogni tubo acquisisce metà dei 180° di rotazione necessari



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

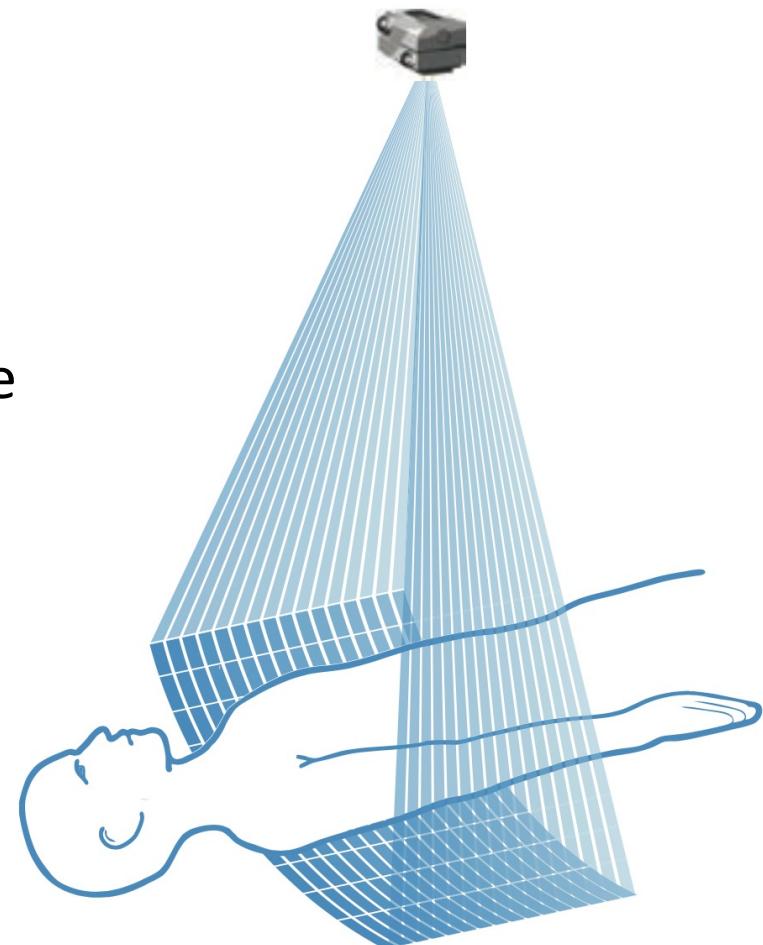
- Multi slice CT
  - Si usano 64, 128 e anche 192 linee di rilevatori
  - Il pitch può essere ridefinito in base alla larghezza dell'intero insieme dei rilevatori
  - I fasci possono considerarsi paralleli per poche linee di rilevatori (fino a quattro) con una sorgente molto distante



Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Multi slice CT
  - Nel caso reale si ricostruiscono separatamente le slice 2D *incline* ottenute dai rilevatori e poi si effettua l'interpolazione (*tilted plane reconstruction*); per un numero elevato di rilevatori si generano artefatti
  - Il SNR può essere migliorato specificando uno spessore della slice maggiore della dimensione del rilevatore; questo si ottiene usando lo *z filtering* ovvero uno smoothing dei valori adiacenti di proiezione misurati lungo z



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT
  - Nel caso di un numero elevato di linee di rilevatori è possibile pensare ad una ricostruzione direttamente in 3D, poiché è possibile estendere il projection theorem
  - La FT 3D di  $f(x, y, z)$  lungo una data direzione  $\mathbf{k}$  nello spazio equivale ancora alla FT 1D lungo  $\mathbf{k}$  della proiezione di  $p$  calcolata come *integrale di piano* per ogni piano perpendicolare a  $\mathbf{k}$
  - La condizione sufficiente (detta condizione di Tuy) per la ricostruzione esatta è che tutte le sezioni da ricostruire siano attraversate interamente dai raggi X senza troncamenti

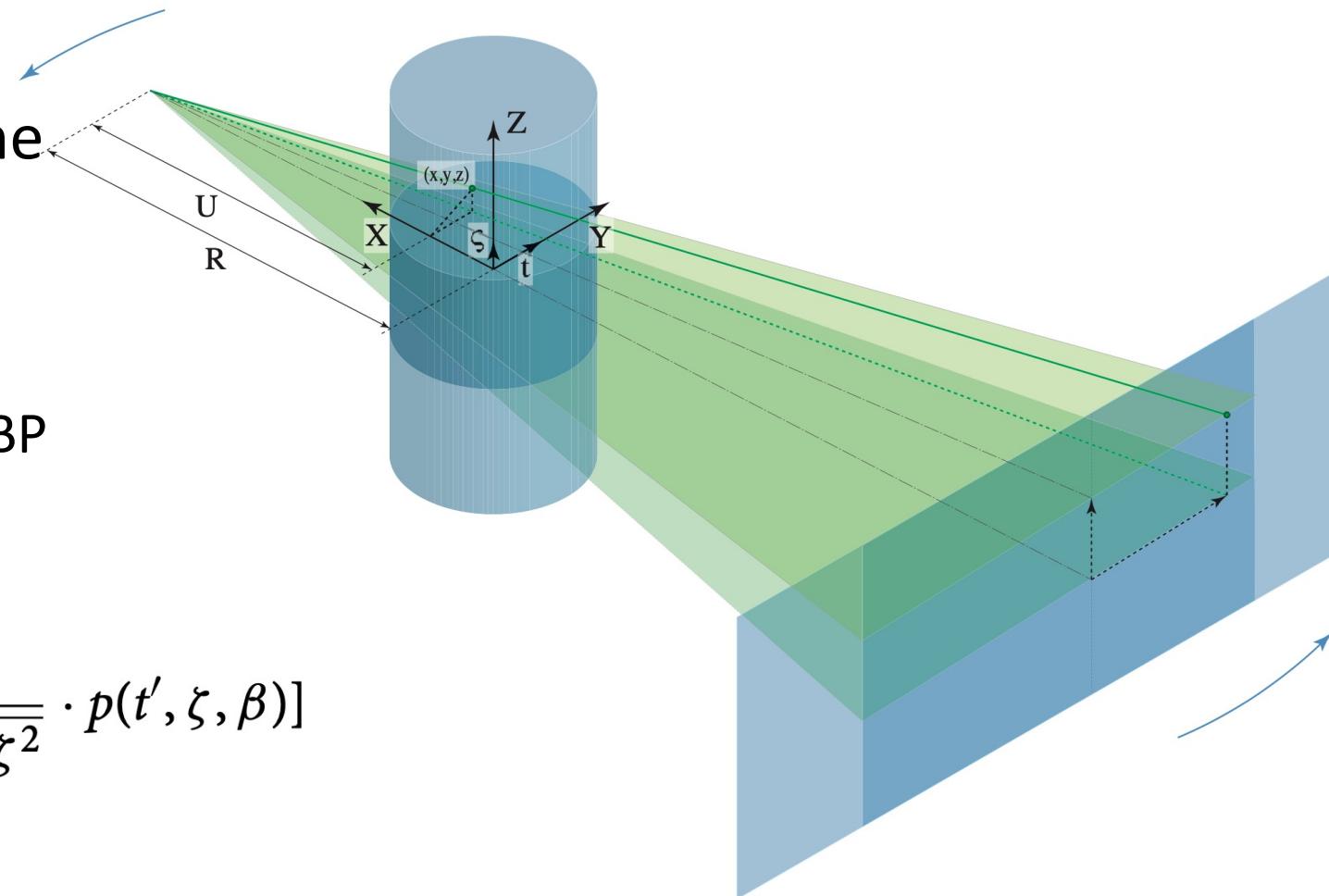
# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione Cone-beam circolare

- L'algoritmo FDK (proposto da FeldKamp et al.) estende la FBP 2D pesata

$$f(x, y, z)$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{(\frac{U}{R})^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{R}{\sqrt{R^2 + t'^2 + \zeta^2}} \cdot p(t', \zeta, \beta) \right] \\ &\quad \cdot \frac{1}{2} q(t - t') dt' d\beta, \end{aligned}$$

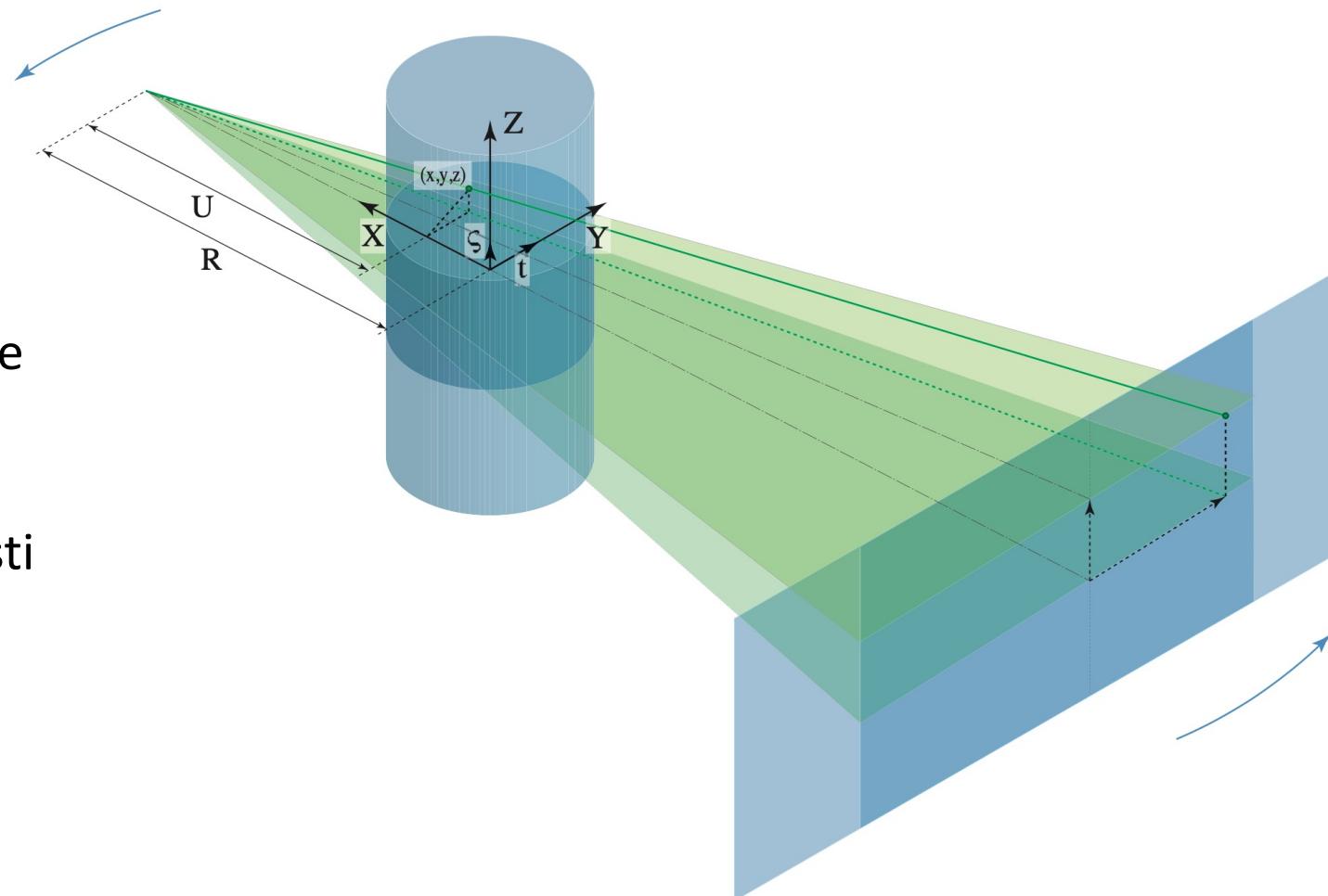


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
CHILAB

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione Cone-beam elicoidale
  - Si può ottenere una ricostruzione completa con pitch  $\leq 1.3$
  - Recentemente sono stati proposti diversi algoritmi di ricostruzione esatta, ma si preferiscono le estensioni dell'algoritmo FDK a motivo della maggiore qualità delle immagini ottenute



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
CHILAB

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa
  - Approccia il processo di ricostruzione su una base statistica
  - Tipico della medicina nucleare, ma l'aumento della capacità computazionale a bordo delle modalità diagnostiche lo rende praticabile anche nella TAC in cui il numero delle scansioni è mediamente molto più elevato
  - L'approccio statistico è tipico per dati affetti da elevato rumore che, nel caso della TAC, può derivare dal fatto che si cerca di diminuire quanto più è possibile il dosaggio dei raggi X utilizzati per l'acquisizione

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa
  - L'approccio Bayesiano per la ricostruzione può essere formulato come segue. Data un'immagine  $\mathcal{U}$  ricostruita da un insieme di misure  $\mathcal{I}$ , si massimizzi:

$$p(\mathcal{U}|\mathcal{I}) = \frac{p(\mathcal{I}|\mathcal{U})p(\mathcal{U})}{p(\mathcal{I})}$$

Diagram illustrating the Bayesian formula for image reconstruction:

- $p(\mathcal{U}|\mathcal{I})$ : probability a posteriori da massimizzare (blue arrow pointing to the left term)
- $p(\mathcal{I}|\mathcal{U})$ : verosimiglianza (likelihood) (blue arrow pointing to the numerator of the right term)
- $p(\mathcal{U})$ : prior (conoscenza a priori) (blue arrow pointing to the denominator of the right term)
- $p(\mathcal{I})$ : evidenza, assunta costante (blue arrow pointing to the denominator of the right term)

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (ML)
  - Nell'approccio Maximum Likelihood (ML) il prior è assunto costante perché non disponiamo di informazioni a priori su  $\mathcal{U}$
  - $\mathcal{U} = \{\mu_j\}$  è l'insieme dei valori di attenuazione misurati in ogni voxel  $j$
  - $\mathcal{I} = \{I_i\}$  l'insieme delle intensità misurate dal rilevatore in posizione  $i$ , il cui valor medio si ottiene con l'equazione di assorbimento dei raggi X

$$\bar{I}_i = I_0 \cdot \exp\left(- \sum_{j=1,M} c_{ij} \mu_j\right), \quad i = 1, N$$

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (ML)

- I valori di  $I_i$  seguono una distribuzione di Poisson e le rilevazioni sono tra di loro statisticamente indipendenti per cui:

$$p(I_i|\bar{I}_i) = \frac{\exp(-\bar{I}_i)\bar{I}_i^{I_i}}{I_i!} \quad p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) = \prod_i \frac{\exp(-\bar{I}_i)\bar{I}_i^{I_i}}{I_i!}$$

- Massimizzare  $p(\mathcal{I} | \mathcal{U})$  equivale a massimizzarne il logaritmo:

$$\arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) = \arg \max_{\mathcal{U}} \ln p(\mathcal{I}|\mathcal{U})$$

$$= \arg \max_{\mathcal{U}} \sum_i (I_i \ln(\bar{I}_i) - \bar{I}_i).$$

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (ML)
  - I coefficienti  $\mu_j$  si ottengono ponendo a 0 le relative derivate parziali

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu_j} \sum_i (I_i \ln(\bar{I}_i) - \bar{I}_i) &= \sum_i (I_i \frac{1}{\bar{I}_i} (-c_{ij}\bar{I}_i) + c_{ij}\bar{I}_i) \\ &= \sum_i c_{ij}(\bar{I}_i - I_i) = 0, \quad \forall j = 1, J. \end{aligned}$$

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (MAP)
  - Nell'approccio Maximum A Posteriori (MAP) si assume un modello esplicito per il prior  $p(\mathcal{U})$
  - La massimizzazione della probabilità a posteriori tiene conto esplicitamente di questo

$$\arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{U}|\mathcal{I}) = \arg \max_{\mathcal{U}} (\ln p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) + \ln p(\mathcal{U}))$$

# Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (MAP)
  - Un tipico modello definisce il prior come una *softmax* in cui l'esponente è definito dalla *Energia di Gibbs*

$$p(\mathcal{U}) = \frac{e^{-E(\mathcal{U})}}{\sum_{\mathcal{Y}} e^{-E(\mathcal{Y})}}$$

$$\arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{U}|\mathcal{I}) = \arg \max_{\mathcal{U}} (\ln p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) - E(\mathcal{U})).$$

$$E(\mathcal{U}) = \sum_j \sum_{k \in N_j} \Phi(\mu_j, \mu_k)$$

$\Phi$ , spesso definita euristicamente, cresce all'aumentare della dissimilarità tra  $\mu_j$  e  $\mu_k$

# TAC dinamica

- La TAC dinamica si riferisce alle acquisizioni effettuate in una situazione di movimento di un organo o tessuto per cui è necessario un protocollo di temporizzazione delle scansioni
  - TAC cardiaca
  - Perfusion CT

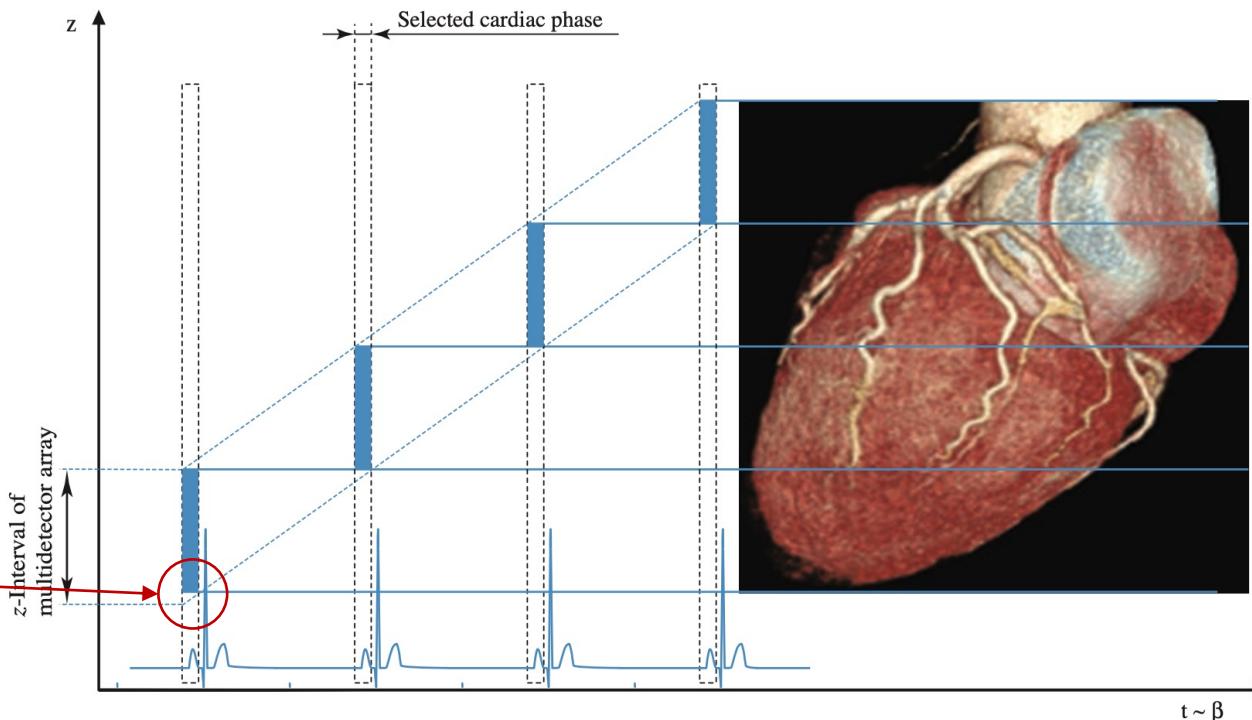
# TAC dinamica

- TAC cardiaca
  - Usa, in genere, sensori ad elevato numero di linee (anche 320) con acquisizione assiale
  - Si riesce ad avere una estensione assiale anche di 16 cm in una sola acquisizione ( $180^\circ$  più l'angolo di apertura del fascio)
    - Sono possibili le acquisizioni di fenomeni dinamici
  - Con meno linee di rilevatori si usa il cosiddetto metodo *step-and-shoot*
    - Si acquisisce una porzione del volume cardiaco, pari alla dimensione del sensore, ad una predeterminata fase del ciclo cardiaco (di solito la diastole) per ogni battito del cuore

# TAC dinamica

- TAC cardiaca

- L'acquisizione elicoidale (detta *a basso pitch*) necessita di nuovo di sincronizzarsi con le fasi del battito cardiaco
- Il valore di TF risulta essere necessariamente un po' più piccolo dell'effettiva ampiezza del sensore ( $\text{pitch} < 1$ )

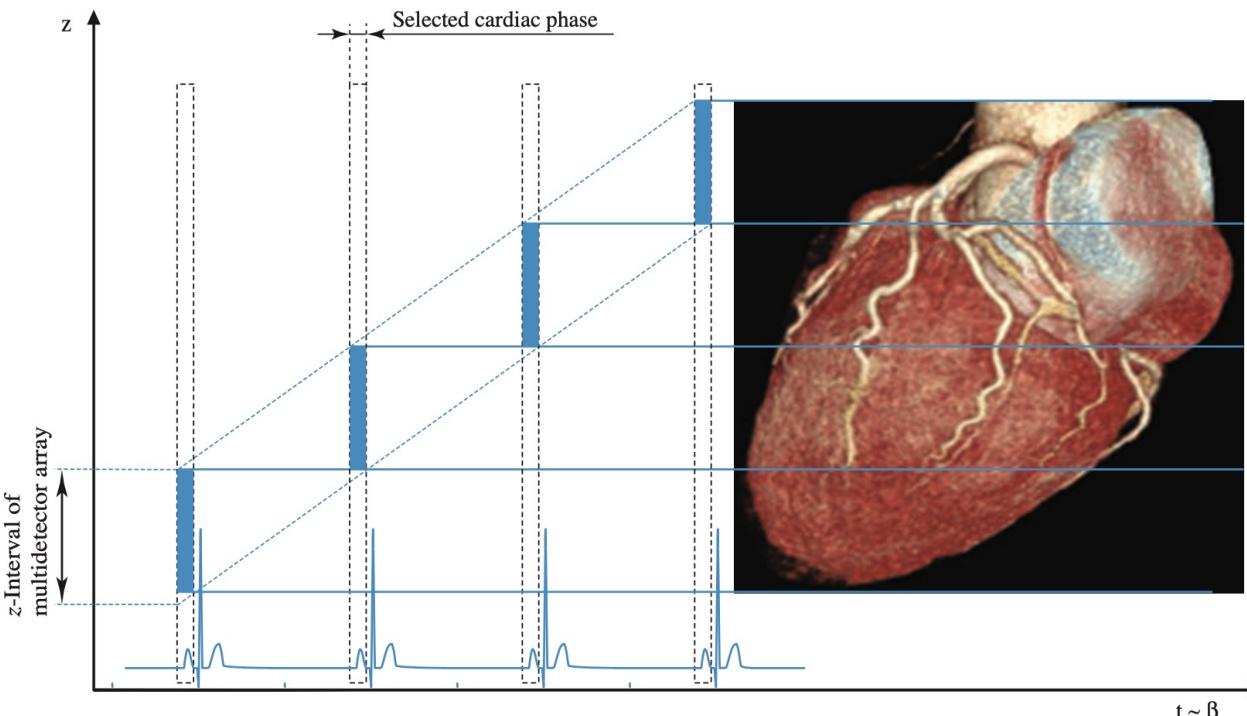


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC dinamica

- TAC cardiaca

- Il tempo di rotazione pone dei limiti sul battito del cuore durante l'acquisizione
- Esempio:
  - rotazione in 0.33 sec
  - angolo del fascio 50°
  - sono necessari 0.21 sec per acquisire ( $180^\circ + 50^\circ$ )
  - 0.21 sec per la diastole (1/4 del battito circa)  $\rightarrow 71$  bpm

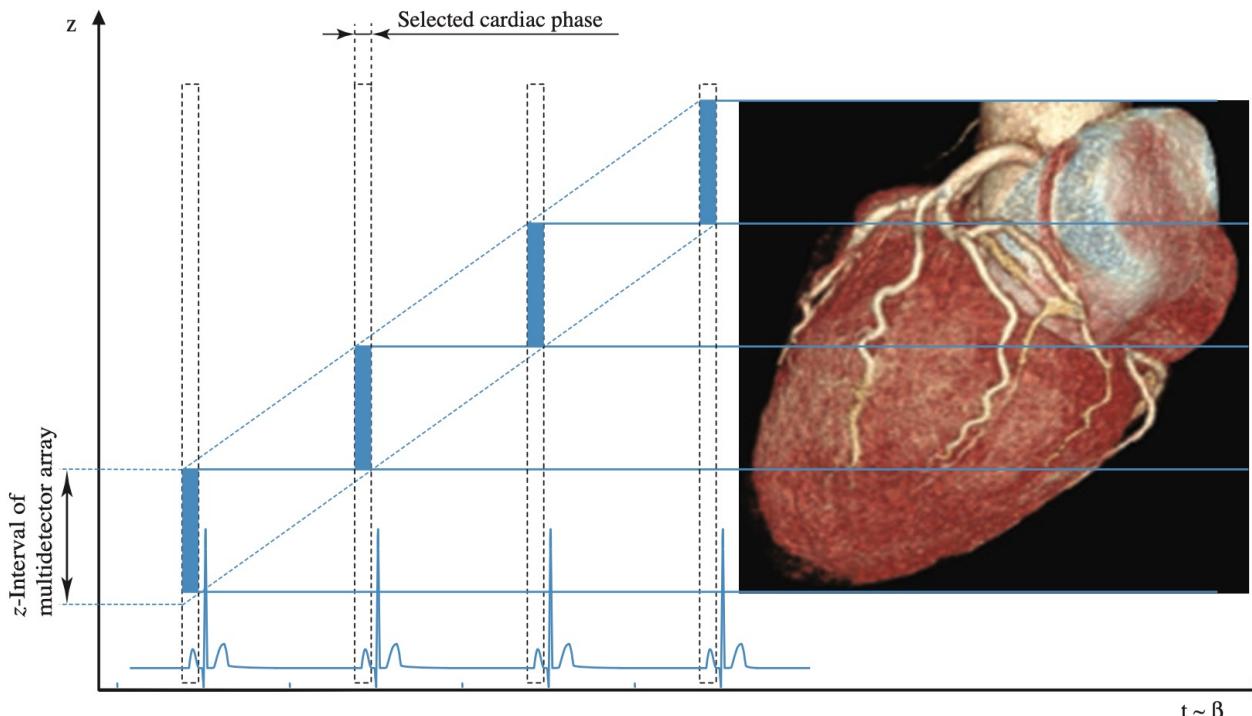


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC dinamica

- TAC cardiaca

- SI usa la dual source CT per diminuire il tempo di rotazione necessario
- Si fa comunque ricorso a un elevato numero di linee di rilevatori per poter avere un pitch più alto, fino a 2
- E' bene comunque sincronizzare con l'ECG

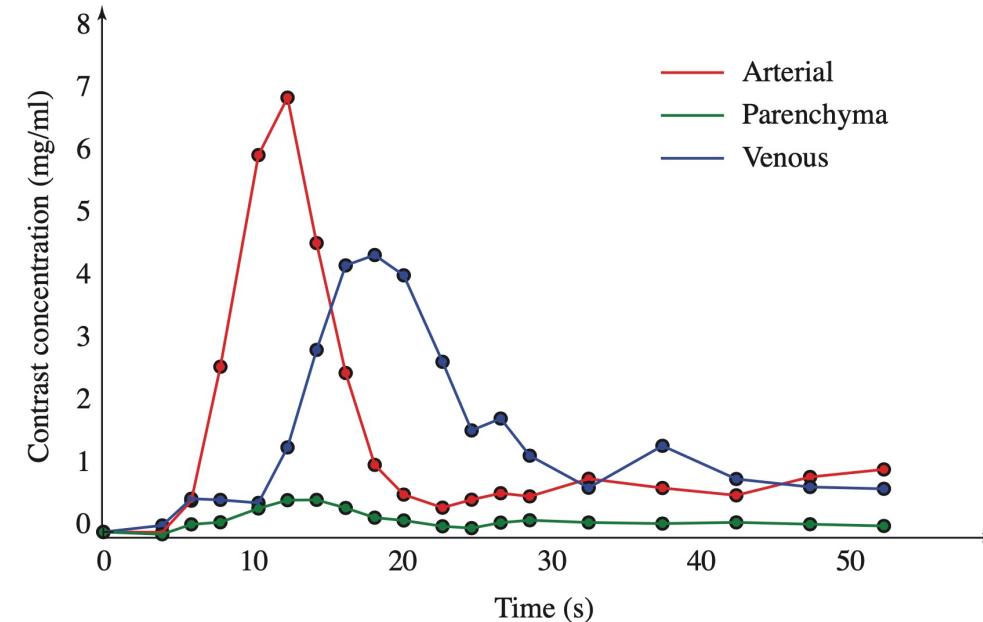
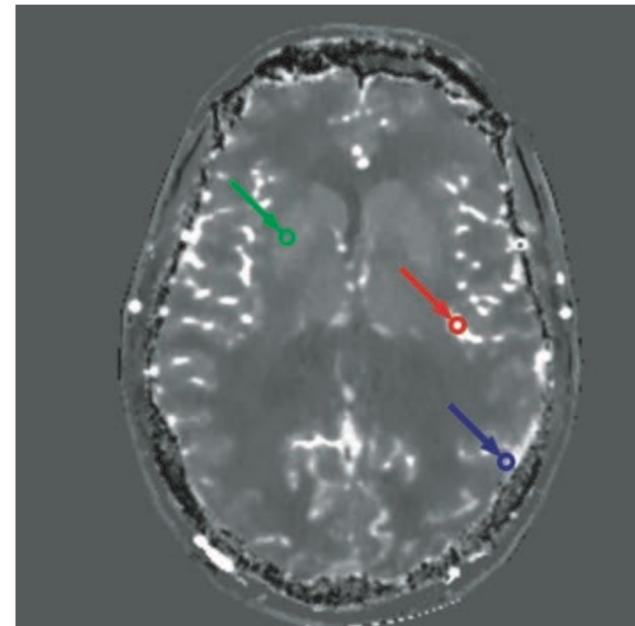


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC dinamica

- Perfusion CT

- Si utilizza per analizzare l'attività dei capillari

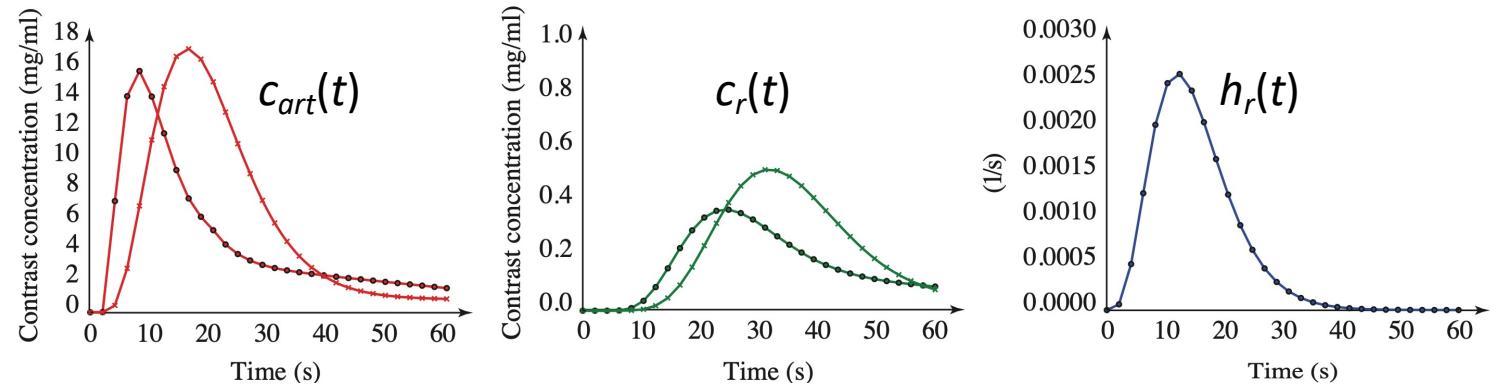


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

- Si effettua una acquisizione dell'organo senza mezzo di contrasto e poi una con mezzo di contrasto (bolo di iodio per endovena)
- I due volumi vengono sottratti e si ottiene una rappresentazione dinamica 3D della concentrazione del mezzo di contrasto nel tempo (*CT Perfusion Image* – CTP)

# TAC dinamica

- Perfusion CT



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

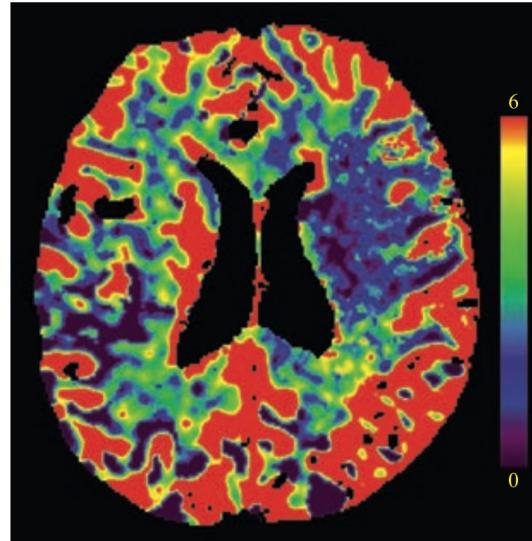
- L'effettiva concentrazione del mezzo di contrasto dipende dai parametri di infusione del bolo e dalla sua reale traiettoria all'interno dei vasi
- Si assume che, per ogni voxel, la concentrazione del mezzo di contrasto  $c_r(t)$  sia descritta come un sistema LTI il cui ingresso sia la concentrazione nell'arteria che alimenta il tessuto del voxel  $c_{art}(t)$
- Come riferimento standardizzato si usa la risposta all'impulso di questo sistema  $h_r(t)$  ottenuta per *deconvoluzione* di  $c_r(t)$  rispetto a  $c_{art}(t)$ , le quali sono ottenibili entrambe dalla scansione perfusion CT

# TAC dinamica

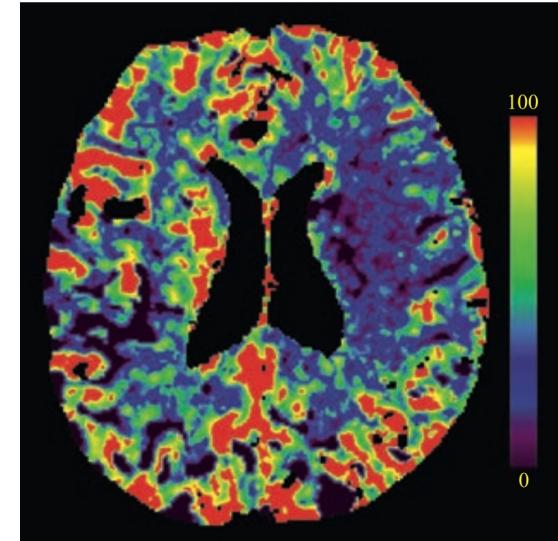
- Perfusion CT

- $h_r(t)$  è usata per derivare delle informazioni quantitative sui singoli voxel:

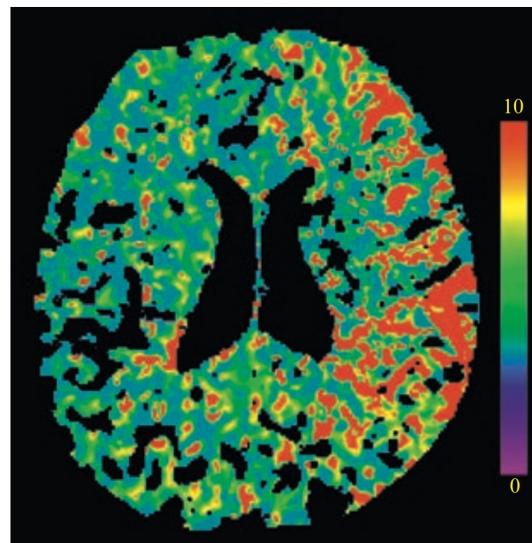
- Volume sanguigno per unità di massa del tessuto
- Flusso sanguigno
- Tempo medio di transito
- Tempo per raggiungere il massimo volume



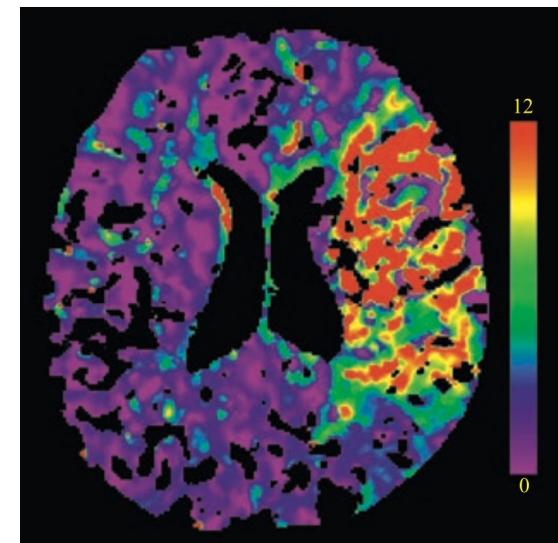
(a) CBV(ml/100g)



(b) CBF(ml/100g.min)



(c) MTT (s)



(d) T<sub>max</sub> (s)

Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC multi-energia

- La TAC multi-energia, detta anche dual energy CT, usa in genere due spettri di raggi X per effettuare caratterizzazione dei tessuti acquisiti agendo sul diverso comportamento di questi ultimi per assorbire radiazioni con energie differenti
- I due spettri si possono ottenere in trasmissione o in ricezione del fascio

# TAC multi-energia

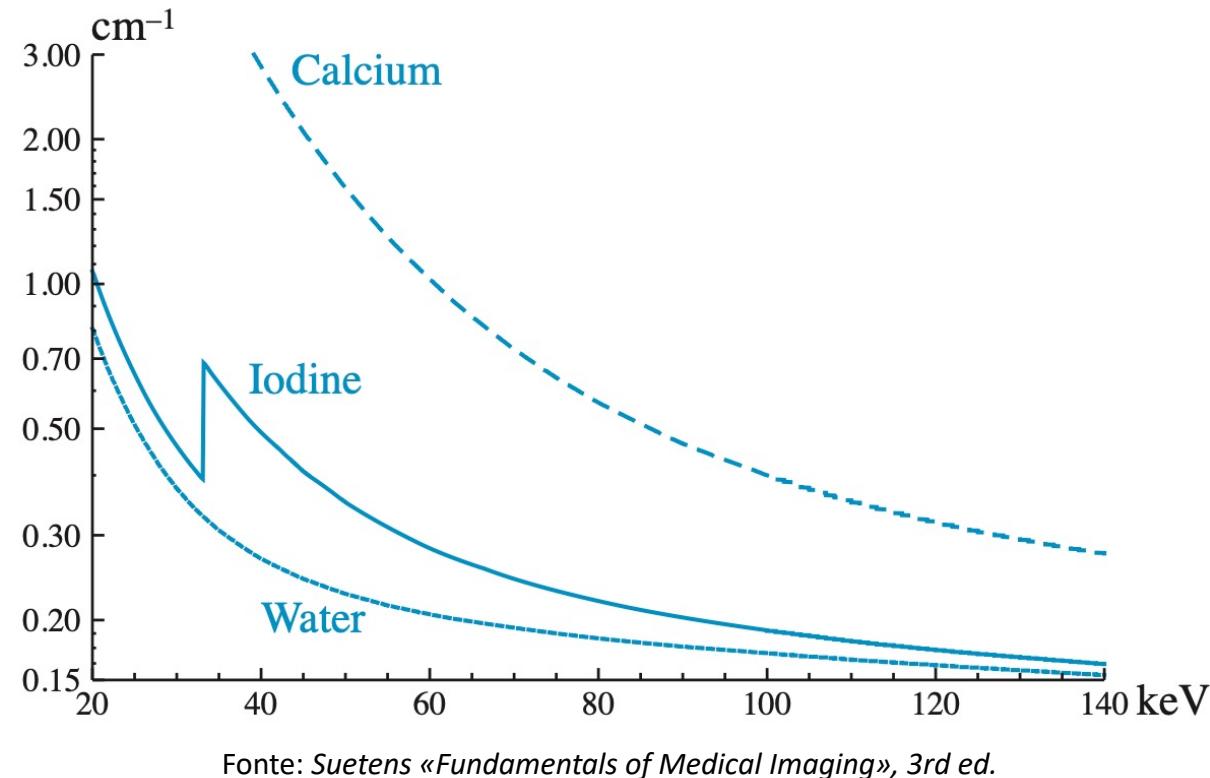
- Spettri distinti in trasmissione
  - Uno scanner convenzionale esegue due scansioni a due energie differenti
  - I due livelli di kV sono modulati durante la medesima scansione elicoidale (generatore dedicato)
  - Scanner dual source le cui sorgenti operano a kV differenti
  - Si genera un unico fascio a due spettri tramite filtraggio dei raggi, ad es. con oro (basse energie) e stagno (alte energie)

# TAC multi-energia

- Spettri distinti in ricezione
  - Si usano degli scintillatori a doppio strato: lo strato superiore acquisirà i fotoni a bassa energia e quello inferiore assorbirà quelli ad energia più alta
  - Si usa il photon counting per distinguere più livelli di energia semplicemente come *bin* di un istogramma, distinti attraverso apposite soglie
    - Teoricamente tutte le energie potrebbero essere discriminate, ma ciò è praticamente impossibile per gli effetti di rumore nel processo di conteggio

# TAC multi-energia

- La determinazione del coefficiente di attenuazione  $\mu(E)$  dipende in questo caso esplicitamente dall'energia
- I diversi materiali hanno un profilo differente e, alcuni, esibiscono il cosiddetto *K-edge* ovvero il picco di attenuazione dovuto all'innescarsi dell'assorbimento fotoelettrico degli elettroni non appena questi superano l'energia di legame del guscio atomico K



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC multi-energia

- In assenza del K-edge si può assumere che gli effetti di attenuazione siano solo il Compton scattering e l'assorbimento photoelettrico

$$\begin{aligned}\mu(E) &\approx \mu_p(E) + \mu_c(E) \\ &\approx \alpha_p \frac{1}{E^m} + \alpha_c f_{\text{KN}}(E)\end{aligned}$$

$m=3$  determinato empiricamente

$$\begin{aligned}\alpha_p &\approx K_p \frac{\rho}{A} Z^n, \quad n \approx 4 \\ \alpha_c &\approx K_c \frac{\rho}{A} Z \frac{\text{Numero atomico}}{\text{Massa atomica}}\end{aligned}$$

Formula di Klein-Nishina:  
descrive analiticamente il  
Compton scattering

# TAC multi-energia

- Si può mostrare come l'attenuazione di un generico materiale  $\mu(E, x, y)$  possa ottenersi come combinazione lineare di due attenuazioni di sostanze con attenuazioni ben distinte (ad es. acqua e iodio)

$$\mu(E, x, y) = a_1(x, y) \cdot \mu_1(E) + a_2(x, y) \cdot \mu_2(E)$$

- L'intensità  $I_\theta(r)$  lungo una linea  $L_{r,\theta}$ , nello spettro utilizzato  $[E_{min}, E_{max}]$  è data da

$$I_\theta(r) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \sigma(E) e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(E, x, y) ds} dE$$

$$= \int_{E_{min}}^{E_{max}} \sigma(E) e^{-\int_{L_{r,\theta}} (a_1(x, y) \cdot \mu_1(E) + a_2(x, y) \cdot \mu_2(E)) ds} dE$$

# TAC multi-energia

- $I_\theta(r)$  può essere ancora espressa come

$$I_\theta(r) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sigma(E) e^{-(A_1(r,\theta) \cdot \mu_1(E) + A_2(r,\theta) \cdot \mu_2(E))} ds \, dE$$

$$A_1(r, \theta) = \int_{L_{r,\theta}} a_1(x, y) \, ds \quad A_2(r, \theta) = \int_{L_{r,\theta}} a_2(x, y) \, ds.$$

Spessori equivalenti dei due materiali di riferimento lungo  $L_{r,\theta}$

# TAC multi-energia

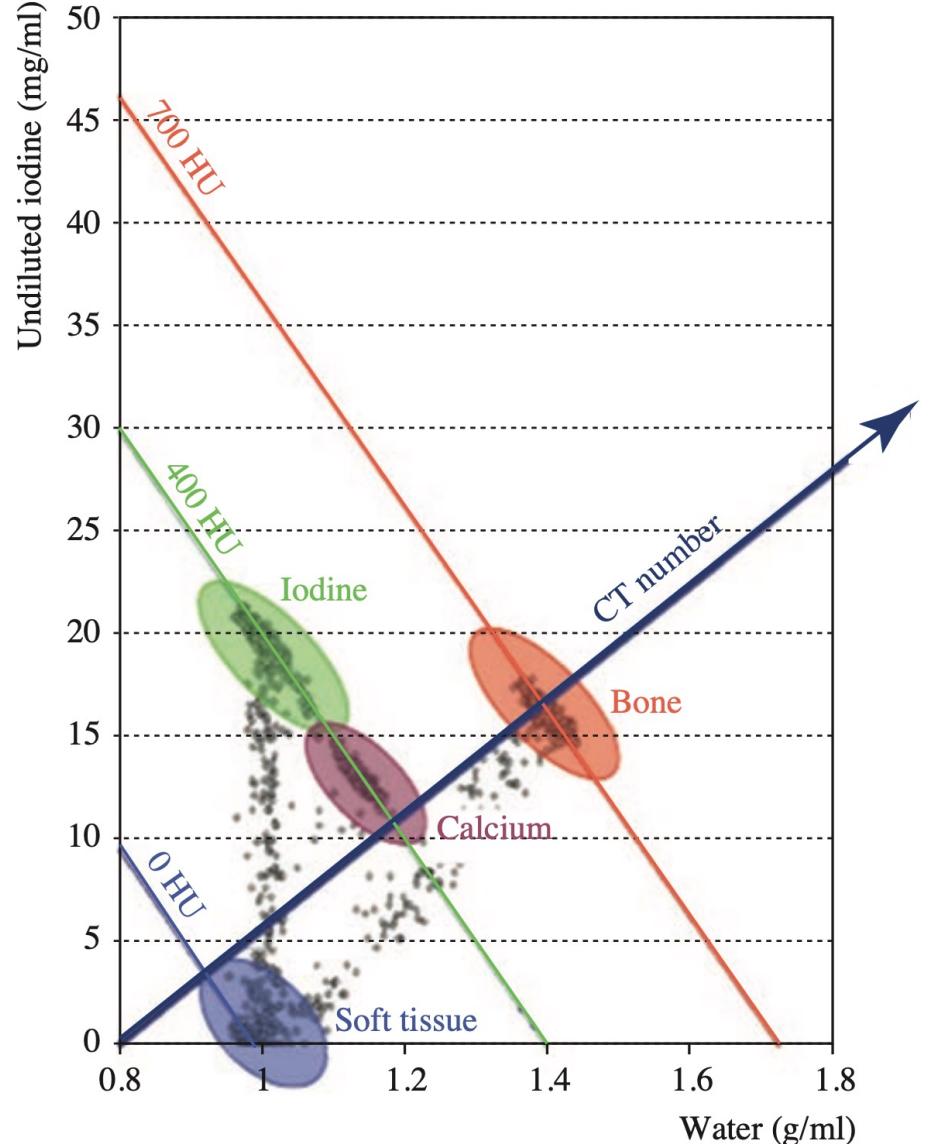
- L'equazione per  $I_\theta(r)$  viene ricondotta a due equazioni separate per i due spettri a bassa (LE) ed alta (HE) energia utilizzati nella scansione

$$I_{\text{LE}}(r, \theta) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sigma_{\text{LE}}(E) e^{-(A_1(r, \theta) \cdot \mu_1(E) + A_2(r, \theta) \cdot \mu_2(E))}$$

$$I_{\text{HE}}(r, \theta) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sigma_{\text{HE}}(E) e^{-(A_1(r, \theta) \cdot \mu_1(E) + A_2(r, \theta) \cdot \mu_2(E))}$$

# TAC multi-energia

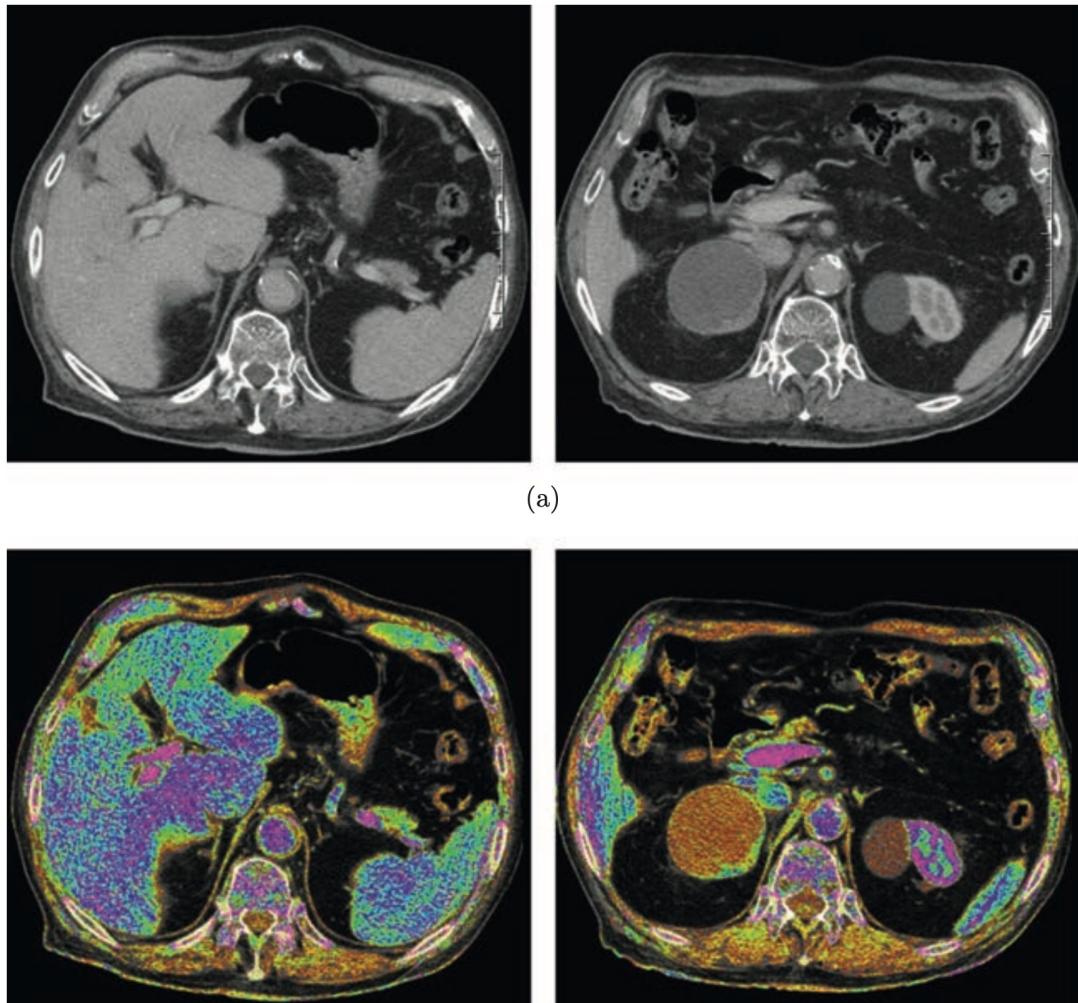
- La ricostruzione di  $a_1(x, y)$  e  $a_2(x, y)$  si ottiene da  $A_1(r, \theta)$  e  $A_2(r, \theta)$  con la FBP
- I valori di  $a_1(x, y)$  e  $a_2(x, y)$  tendono a clusterizzare sul piano  $(\mu_1, \mu_2)$  e quindi a caratterizzare i diversi tessuti



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC multi-energia

- La TAC dual energy può quindi essere usata per:
  - Rimozione degli artefatti da beam hardening
  - Generazione di slice virtuali a livelli di grigio per qualunque livello energetico
  - Segmentazione automatica dei tessuti
  - Creazione di immagini di «numero atomico»



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# TAC multi-energia

- Quando il K-edge è presente nello spettro di energia utilizzato, allora le equazioni precedenti si estendono a un terzo termine  $a_K$ ,  $a_3(x, y)$  e  $A_3(r, \theta)$  rispettivamente
- E' necessario utilizzare un terzo elemento di riferimento che esibisca il K-edge nel proprio coefficiente di attenuazione lineare
- L'acquisizione avviene con il photon counting che consente spettri multipli e le immagini risultanti sono ad elevata sensitività per cui possono consentire acquisizione contemporanea con differenti mezzi di contrasto

# Qualità dell'immagine

- Risoluzione
  - Larghezza dello spot focale della sorgente
  - Dimensioni delle linee dei rilevatori e la loro mutua interferenza
  - Larghezza del fascio (composizione dei due precedenti)
  - Blur azimutale dovuto alla continua rotazione del sensore
  - Il kernel di ricostruzione/filtro di convoluzione usati nella FBP

# Qualità dell'immagine

- Risoluzione
  - Il processo di ricostruzione della backprojection che dipende dal numero di campioni dettata a sua volta principalmente dalla larghezza della linea dei rilevatori e dal pitch
  - Dimensione del voxel, di norma esplicitamente più piccolo della risoluzione spaziale
  - Valori tipici
    - MTF al 10%: 15 lp/cm (piano di scansione)
    - FWHM della SSP: 0.5 mm (direzione assiale)

# Qualità dell'immagine

- Rumore
  - Sorgenti di rumore: rumore quantico, rumore elettronico e arrotondamento dovuto alla quantizzazione
  - Il rumore quantico Poissoniano è il contributo principale
  - I valori tipici della deviazione standard sono di qualche HU
  - L'ammontare dipende dall'esposizione, dalla massa del paziente e dall'algoritmo di ricostruzione
  - In particolare, il rumore nel sinogramma viene trasformato dall'algoritmo di ricostruzione in artefatti in forma di strisce bianche e nere che si irradiano dagli oggetti metallici

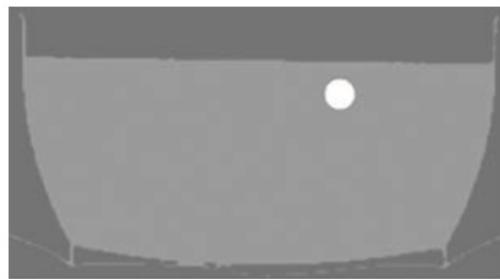
# Qualità dell'immagine

- Contrasto
  - Dipende dalle proprietà di attenuazione dei materiali, ma anche dallo spettro della sorgente di raggi X, dal beam hardening, dallo scatter e da eventuali non linearità nei rilevatori
  - Si possono usare trasformazioni dei livelli di grigio sulle immagini digitali risultanti per migliorare il contrasto

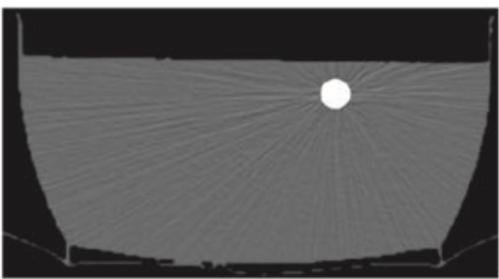
# Qualità dell'immagine

- Artefatti

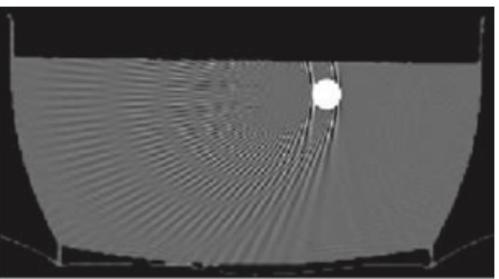
Undersampling:  
poche viste



(a)

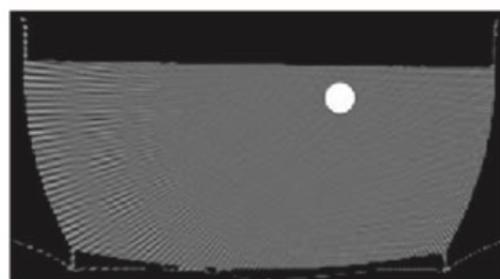


Rumore nel sinogramma  
(b)



(c)

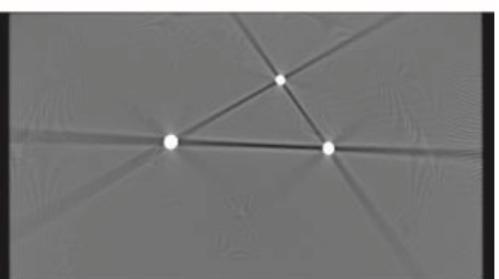
Undersampling:  
pochi rilevatori



(d)



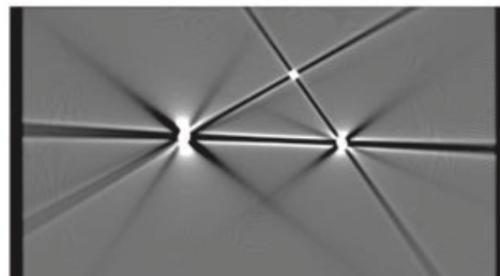
(e)



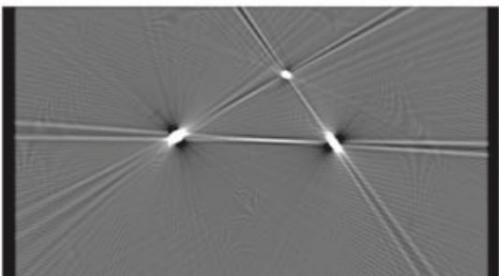
(f)

Beam hardening  
causato dai diversi  
tessuti, differente per  
i diversi raggi che  
passano per un pixel

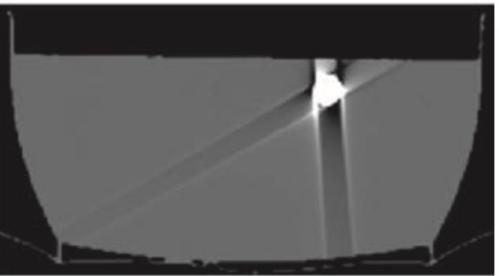
Beam hardening e  
scatter nel rilevatore



(g)



(h)



(i)

Artefatto da  
movimento

Artefatto ai volumi parziali: l'attenuazione mediata è sottostimata  
all'interno di un voxel (presente per elevati gradienti)

# Qualità dell'immagine

- Artefatti
  - Artefatto «a gradino» che si verifica nella ricostruzione 3D a causa del pitch elevato nella scansione elicoidale
  - Altri artefatti possono essere dovuti a dei difetti di calibrazione dello scanner, guasti, problematiche nel moto del tavolo o instabilità meccanica dell'unità rotante tubo-rilevatore

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

- Tomosintesi
  - Sono apparecchi in grado di ottenere ricostruzioni di regioni limitate di spazio a partire da alcune decine di slice e ricostruzione con backprojection, FBP o metodi iterativi
  - Si basano sulla rotazione di un apparecchio radiografico convenzionale di tipo digitale; questo assicura una sufficiente qualità dell'immagine

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

- Scanner general purpose
  - Da 16 fino a 320 linee di rilevatori con 0.5 mm di ampiezza e copertura di volumi di 16 cm in direzione assiale e 0.2 – 0.3 sec di tempo di rivoluzione
  - Tipicamente elicoidali, ma quelli a copertura di 16 cm possono essere usati in modalità assiale

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



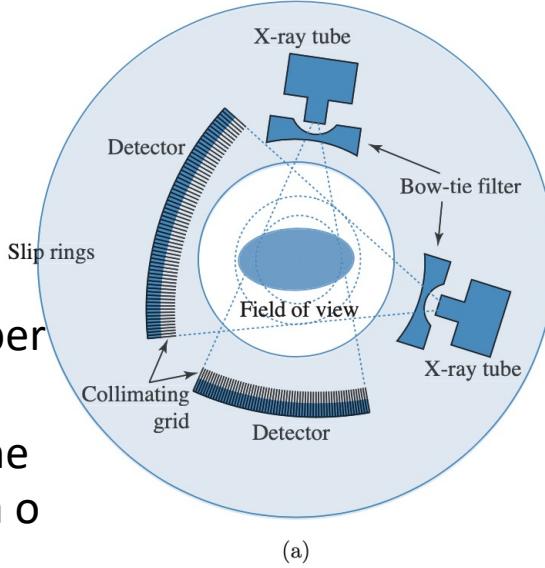
(a)



(b)

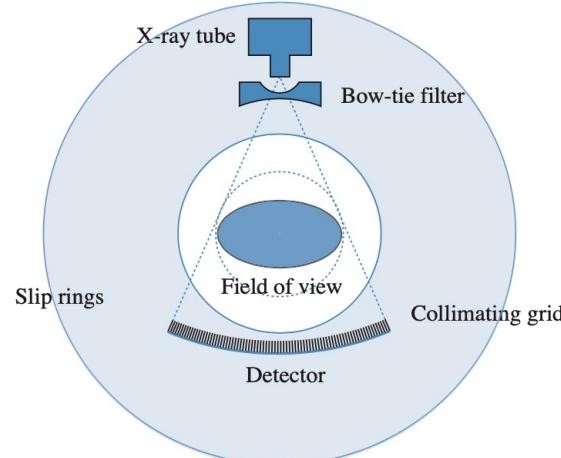
# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

*Slip rings*: strutture rotanti per la connessione dati e per l'alimentazione: contatti a spazzola per l'alimentazione e connessione dati e ottica o a RF.



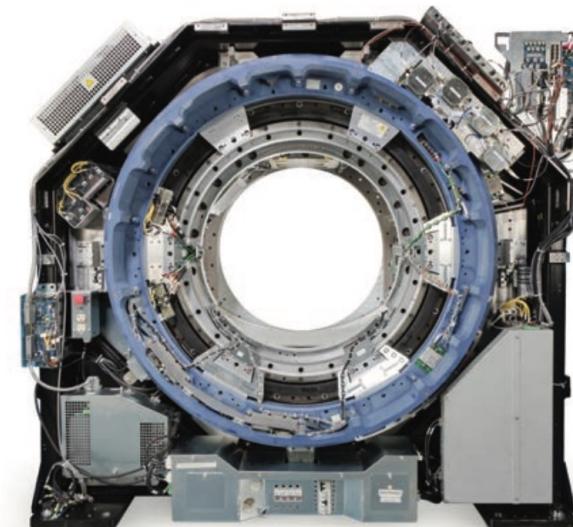
(a)

Consentono l'inclinazione parziale dello scanner rispetto al tavolo.



(b)

Due tubi a 95°  
FOV 50 cm / 32 cm  
96 linee di rilevatori con larghezza 0.6 mm e ampiezza totale 57.6 mm  
Tempo di rotazione 0.25 sec  
TF 73.7 cm/s (pitch 3.2)



FOV 50 cm  
256 linee di rilevatori con larghezza 0.625 mm e ampiezza totale 160 mm  
Tempo di rotazione 0.28 sec  
Scansione assiale

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Scanner maxillo-facciali: ruotano  
orizzontalmente attorno al paziente che  
sta seduto

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Scanner per applicazioni di chirurgia  
scheletrica: l'anello si apre per  
posizionare il paziente

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

Scanner per applicazioni di chirurgia  
maxillo-facciale ad anello aperto



# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Scanner portatile full-body per uso in  
sala operatoria

# Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Prototipo di scanner per TAC  
mammografica

# Rischi per la salute

- I rischi sono analoghi a quelli della RX, ma le dosi in mSv per una scansione CT sono 10 – 100 volte superiori alle analoghe della RX (stessa parte del corpo)
- Si cerca di limitare le dosi modulando la corrente nel tubo a raggi X in relazione alla parte del corpo irradiata, ma non si tiene conto dell'anatomia del paziente

# Rischi per la salute

- L'indice CTDI (*CT Dose Index*) è definito come la dose assorbita da un phantom standardizzato in acrilico e di forma cilindrica per una rotazione di 360°

$$\text{CTDI} = \frac{1}{n \Delta z} \int_{-\infty}^{\infty} D(z) dz$$

Larghezza complessiva dei rilevatori

Profilo di assorbimento della dose lungo z

- Esistono due phantom standardizzati: per la testa e per il corpo

# Rischi per la salute

- L'indice CTDI Viene pesato in relazione al fatto che la dose di radiazione non è omogenea lungo il FOV

$$CTDI_w = \frac{1}{3} CTDI_c + \frac{2}{3} CTDI_p$$

- Esso viene inoltre ridefinito per la scansione elicoidale volumetrica (espresso in mGy)

$$CTDI_{vol} = \frac{CTDI_w}{pitch}$$

# Rischi per la salute

- La dose assorbita per una scansione di lunghezza  $L$  è definita dal *Dose-Length Product* (DLP)

$$\text{DLP} = \text{CTDI}_{\text{vol}} \cdot L \quad \text{mGy}\cdot\text{cm}$$

- Infine la dose stimata effettiva  $E$  in mSv si ottiene modulando il DLP con un certo coefficiente  $k$  [mSv/mGy·cm] che è tabellato in letteratura per le diverse parti del corpo

$$E = k \cdot \text{DLP}$$