



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PALERMO



Tomografia Assiale Computerizzata

Corso di «Strumentazione Diagnostica per Immagini»

a.a. 2022 – 2023

Prof. Roberto Pirrone

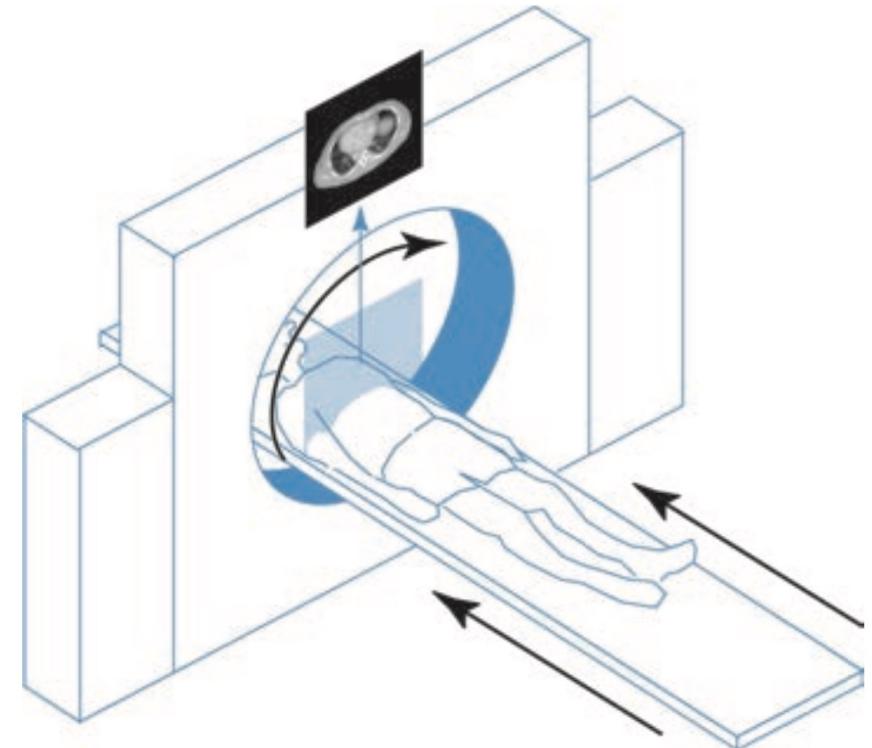
LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Sommario

- Generalità
- Rilevatori di raggi X per la TAC
- Ricostruzione delle immagini
- TAC dinamica
- TAC multi-energia
- Qualità dell'immagine
- Tipologia delle apparecchiature e loro uso sanitario
- Rischi per la salute

Generalità

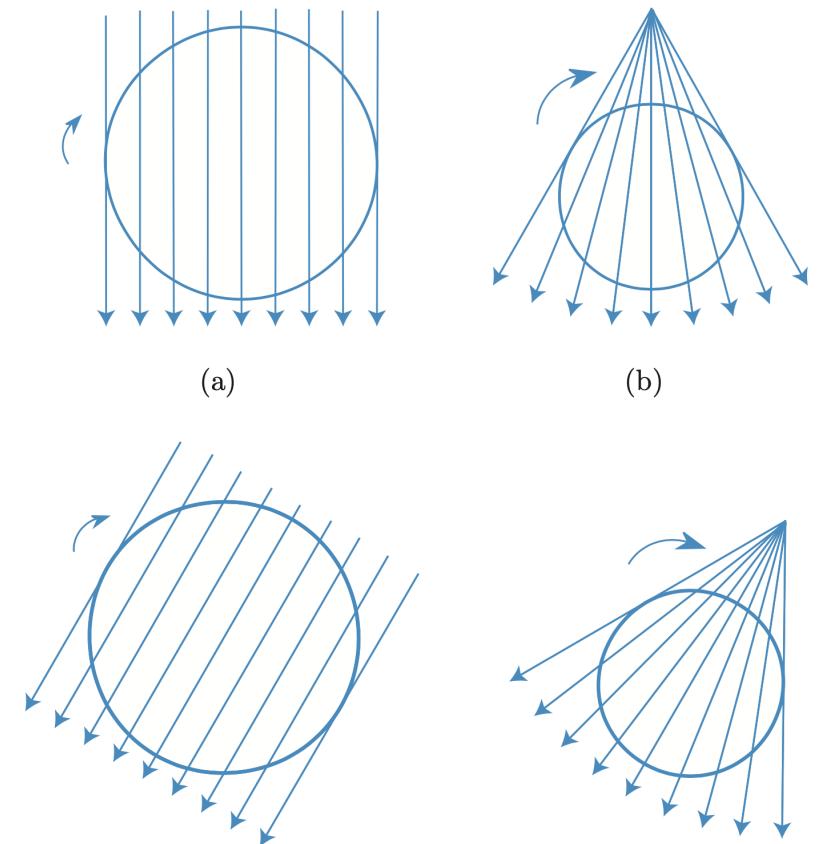
- La *Tomografia (Assiale) Computerizzata* (TAC, in inglese solo CT – Computer Tomography) usa una linea rotante di rilevatori per acquisire i raggi X emessi da una sorgente puntiforme o lineare posta sempre di fronte ai rilevatori
- La coppia sorgente-rilevatore ruota intorno al paziente



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Generalità

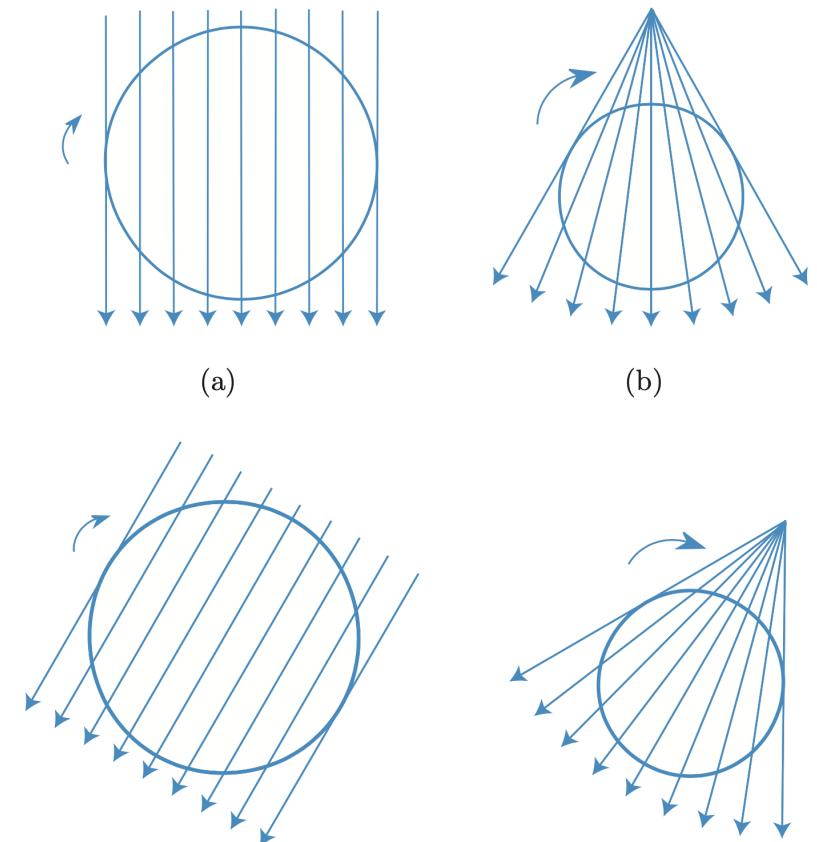
- L'immagine si forma tramite un processo di **ricostruzione** dei valori di attenuazione dei raggi X che attraversano il corpo del paziente a partire dalle acquisizioni che avvengono lungo molteplici direzioni
- Uno stesso punto (x, y) dell'area di indagine (**Field Of View – FOV**) è attraversato da più raggi X in diverse direzioni e tutte queste misure concorrono alla ricostruzione dell'attenuazione $\mu(x, y)$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Generalità

- L'immagine si forma tramite un processo di **ricostruzione** dei valori di attenuazione dei raggi X che attraversano il corpo del paziente a partire dalle acquisizioni che avvengono lungo molteplici direzioni
- Uno stesso punto (x, y) dell'area di indagine (**Field Of View** – FOV) è attraversato da più raggi X in diverse direzioni e tutte queste misure concorrono alla ricostruzione dell'attenuazione $\mu(x, y)$



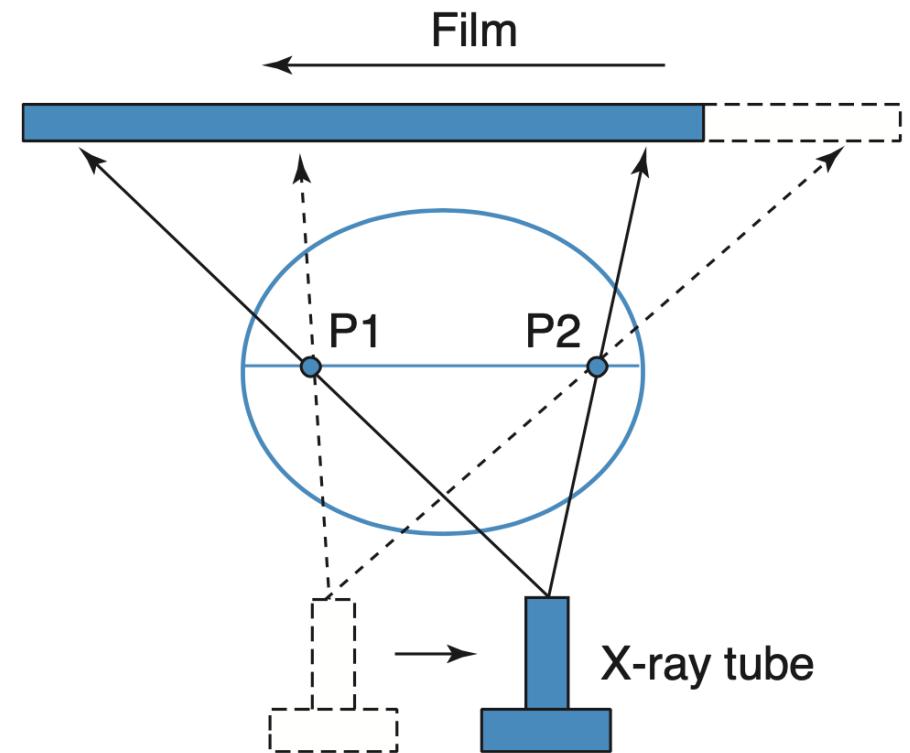
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Generalità

- La CT, come processo di ricostruzione, è usata anche nelle Risonanze Magnetiche e in Medicina Nucleare
- Precedentemente si usavano altri metodi di tomografia ottenuti *mantenendo costantemente a fuoco una sola sezione del paziente* per effetto del moto relativo tra la sorgente a raggi X e la lastra

Generalità

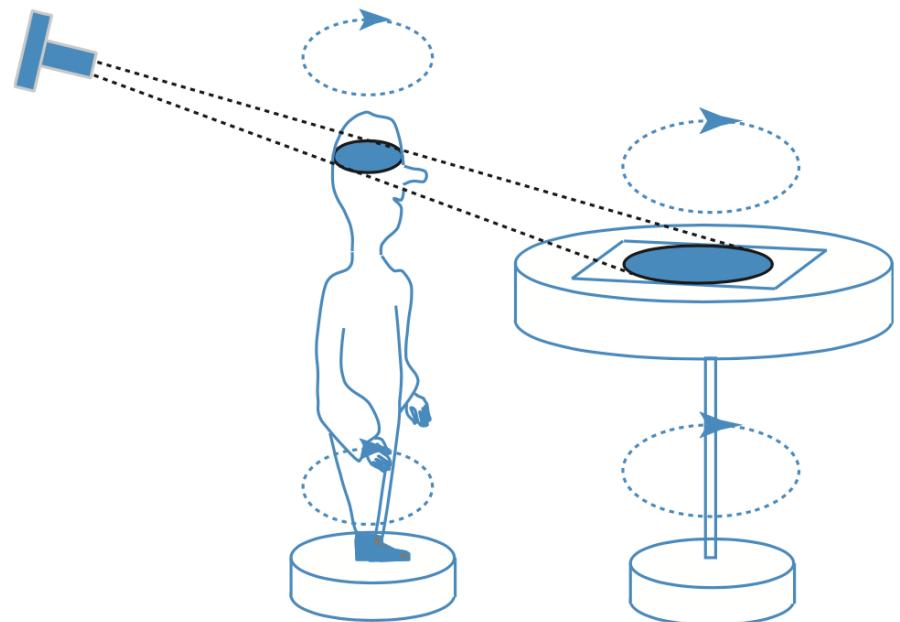
- Tomografia lineare
 - Il tubo e lastra si muovono con due velocità costante in direzioni opposte e questo comporta che solo i punti di una sezione del paziente si proiettano sempre esattamente negli stessi punti della lastra
 - La sezione cambia al variare della velocità relativa



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Generalità

- Tomografia assiale trasversa
 - Il paziente e la lastra, posta su un cilindro, ruotano con la stessa velocità angolare
 - La lastra si trova su un piano poco al di sotto del piano di messa a fuoco
 - La sezione del paziente resta messa a fuoco e le altre vengono filtrate via



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Generalità

- Il primo scanner per uso clinico fu costruito nel 1972 da Godfrey N. Hounsfield
- L'attenuazione ricostruita viene misurata in Hounsfield Unit (HU) che è un'unità di misura relativa, calcolata rispetto all'attenuazione dell'acqua μ_{H_2O}

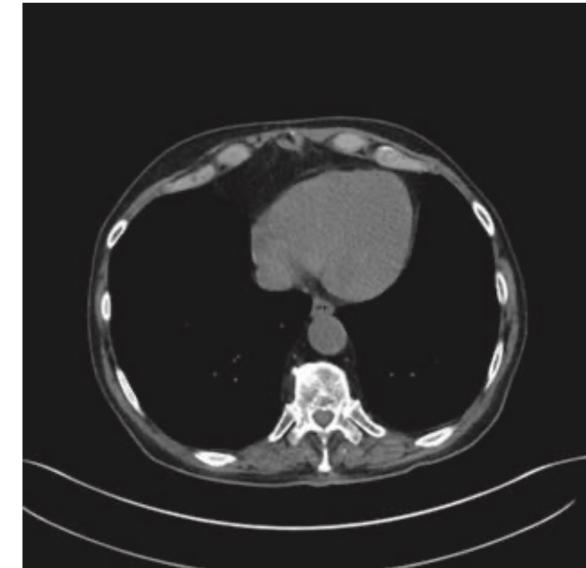
$$\frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \cdot 1000$$

Generalità

- I vari tessuti hanno attenuazioni che si collocano in intervalli ben precisi e vanno evidenziati nell'immagine attraverso opportune finestre di valori di HU centrate attorno a dei livelli caratteristici
- Queste finestre vengono poi effettivamente mappate nei livelli di grigio dell'immagine



Finestra *polmoni*:
1500 HU centrata sul
livello -550 HU



Finestra *tessuti molli*:
440 HU centrata sul
livello 40 HU

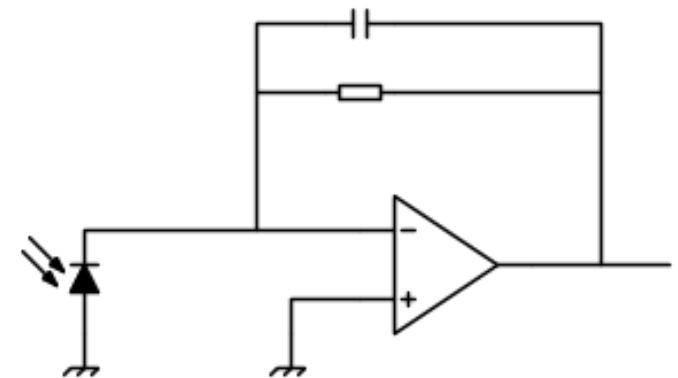
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Rilevatori a raggi X per la TAC

- Rilevatori a integrazione di energia
 - Utilizzano una matrice di cristalli scintillatori, tipicamente realizzati usando il Gadolinio ($\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S}$) con una griglia anti-scattering che serve a collimare i raggi
 - La qualità ottica è elevata per ottenere un'elevata efficienza di assorbimento in pochi millimetri di spessore
 - La griglia anti-scattering col proprio spessore limita ulteriormente l'efficienza di assorbimento
 - Tempi di risposta dell'ordine dei microsecondi

Rilevatori a raggi X per la TAC

- Rilevatori a integrazione di energia
 - La luce generata dall'elemento scintillatore viene convertita in una corrente da un fotodiodo
 - un amplificatore a trans-impedenza genera una tensione dalla corrente del fotodiodo
 - Il segnale di tensione viene campionato per la digitalizzazione a una frequenza circa 2KHz



Rilevatori a raggi X per la TAC

- Conteggio di fotoni
 - Usa un rilevatore costituito da uno strato di Tellururo di Cadmio (CdTe) o di Cadmio-Zinco (CZT) ovvero Silicio cristallino (c-Si)
 - Efficienza di assorbimento circa 10 volte superiore agli scintillatori e incremento del CNR del 10% - 20%
 - Ogni fotone contribuisce ugualmente al conteggio, indipendentemente dalla propria energia

Rilevatori a raggi X per la TAC

- Conteggio di fotoni
 - In fase di elaborazione è possibile pesare differentemente il contributo dei fotoni a diverse energie e quindi creare immagini di conteggio a «spettri» differenti (*multi energy CT*)
 - Diversi fenomeni elettronici contribuiscono a creare sovrapposizione tra le bande di energia
 - I rilevatori hanno una sensibilità relativamente bassa: 1Gcps/mm² mentre sono allo studio rilevatori fino a 100Mcps/ mm²

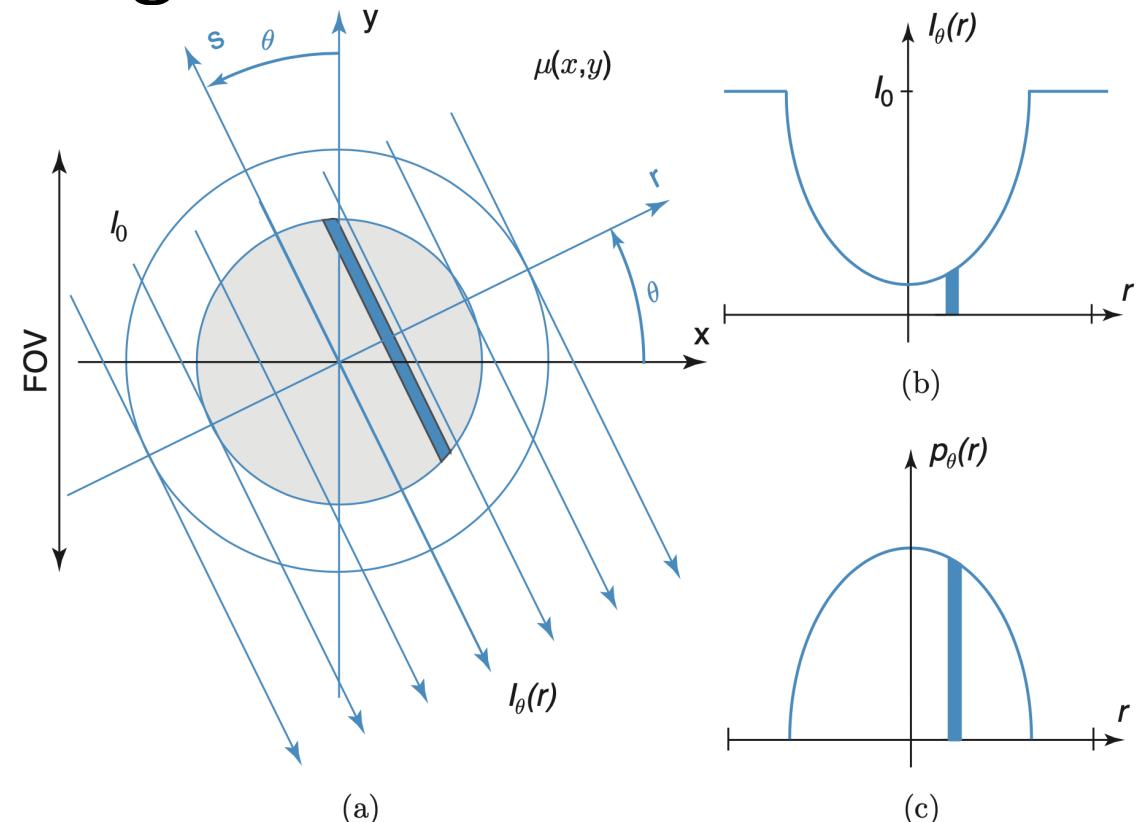
Ricostruzione delle immagini

- Geometria a raggi paralleli

- Si calcola l'intensità del raggio attenuato dal paziente usando un sistema di coordinate polari (r, θ)

$$\begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix}$$



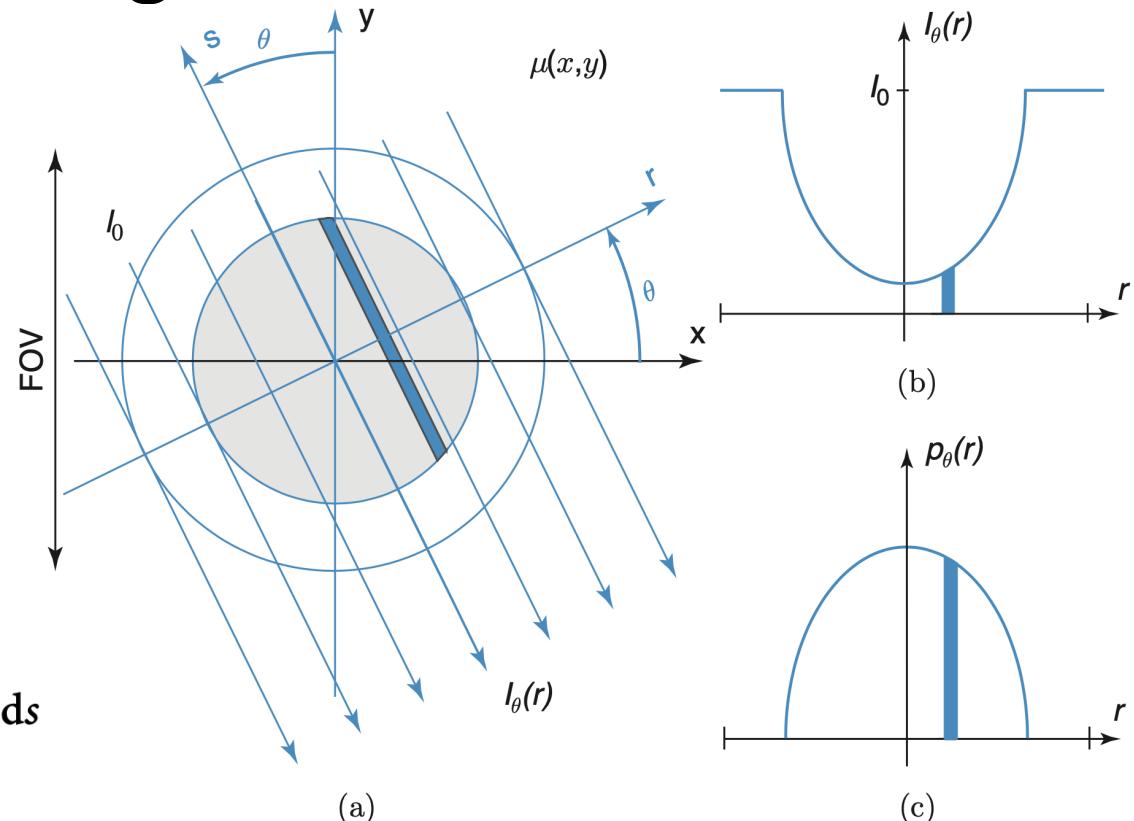
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Geometria a raggi paralleli
 - Assumeremo i raggi tutti alla stessa frequenza non si dovrà integrare rispetto all'energia del fascio

$$\begin{aligned}I_\theta(r) &= I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(x,y) ds} \\&= I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \sin \theta, r \cdot \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds}\end{aligned}$$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

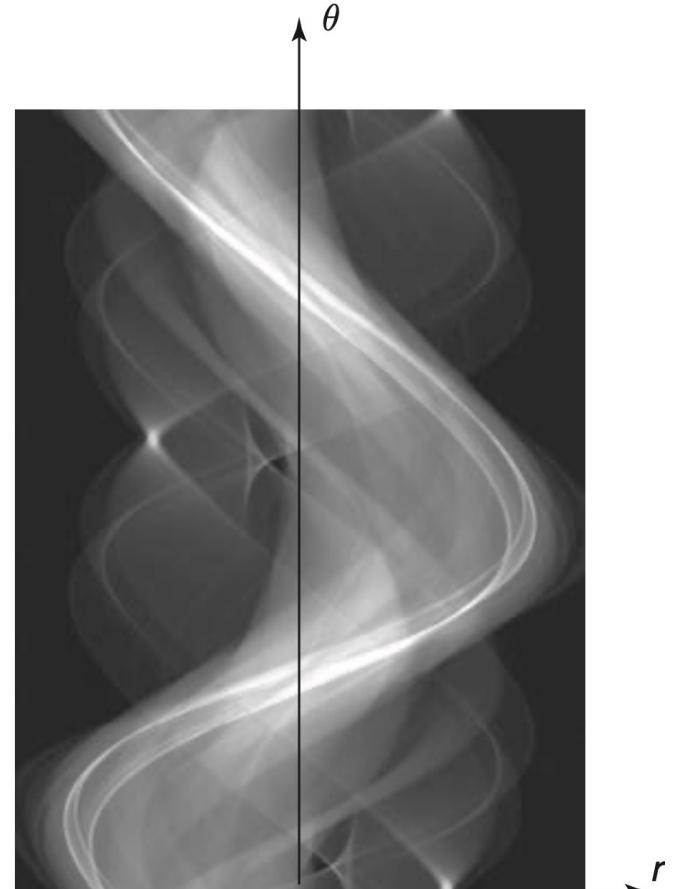
LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Geometria a raggi paralleli
 - $p_\theta(r)$ è la proiezione della funzione di attenuazione $\mu(x, y)$ lungo la direzione θ
 - Al variare di θ , la funzione bidimensionale $p(r, \theta)$ integrata tra $-\infty$ e $+\infty$, è chiamata **trasformata Radon** e il suo grafico è detto **sinogramma**

$$p_\theta(r) = -\ln \frac{I_\theta(r)}{I_0}$$

$$= \int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \sin \theta, r \cdot \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds$$



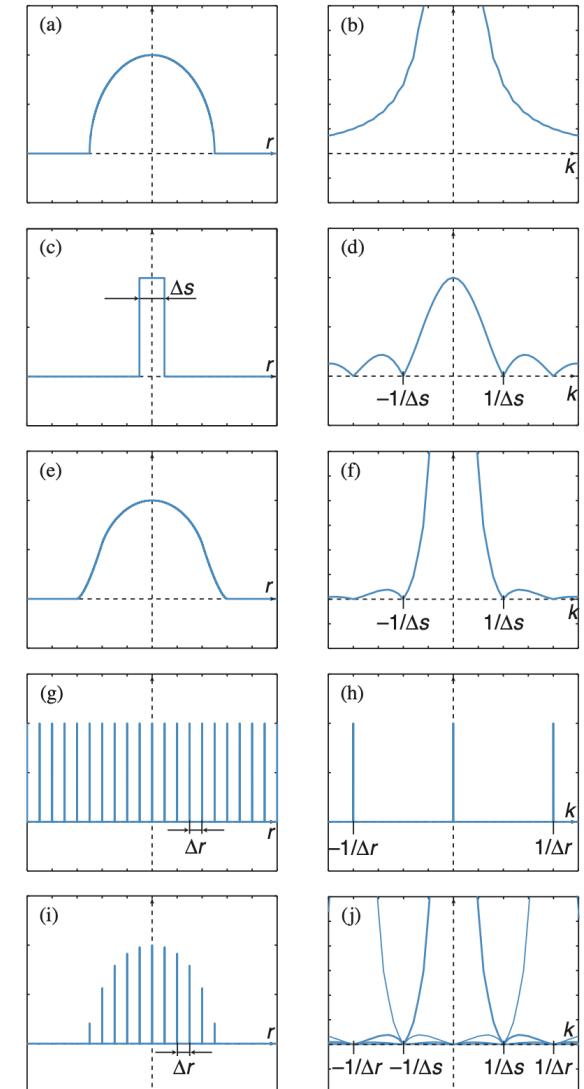
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Campionamento di $p_\theta(r)$

- Una TAC acquisisce un sinogramma discreto $p(n\Delta r, m\Delta\theta)$ di dimensione MxN in cui Δr è la distanza tra le singole celle rilevatrici e $\Delta\theta$ è il passo di rotazione
- Il fascio ha uno spessore finito Δs per cui $p_\theta(r)$ subisce una convoluzione con una funzione rettangolare di ampiezza Δs
- Per il criterio di Nyquist $1/\Delta r \geq 2/\Delta s$ ovvero $\Delta r \leq \Delta s/2$ per cui servono almeno due campioni per fascio; di solito se ne usano quattro per ridurre l'aliasing



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PALERMO
 dipartimento
di ingegneria
unipa

Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

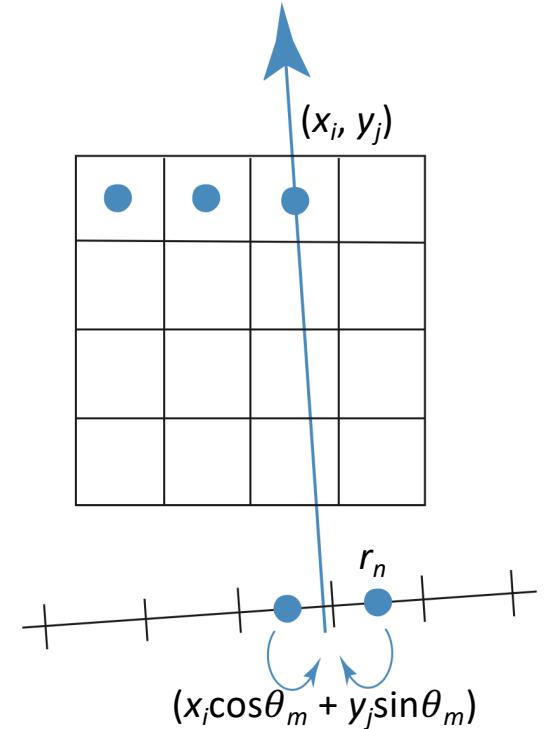
- Ricostruzione dell'immagine 2D - Backprojection

- Si integra $p(r, \theta)$ lungo θ esplicitando r come funzione di x, y e θ

$$\begin{aligned} b(x, y) &= \mathcal{B}\{p(r, \theta)\} \\ &= \int_0^\pi p(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta, \theta) d\theta \end{aligned}$$

- Nel caso discreto è necessaria l'interpolazione dei valori di r_n

$$\begin{aligned} b(x_i, y_j) &= \mathcal{B}\{p(r_n, \theta_m)\} \\ &= \sum_{m=1}^M p(x_i \cos \theta_m + y_j \sin \theta_m, \theta_m) \Delta \theta \end{aligned}$$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Projection Theorem

- Si consideri la trasformata Radon inversa di $p(r, \theta)$: $f(x, y) = \mathcal{R}^{-1}\{p(r, \theta)\}$

questa ha una FT 2D pari a $F(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} dx dy$

la FT 1D rispetto a r di $p_\theta(r)$ è pari a $P_\theta(k) = \int_{-\infty}^{\infty} p_\theta(r) e^{-2\pi i(k \cdot r)} dr$

Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Projection Theorem
 - Assumendo che anche θ sia variabile, si può dimostrare che:

$$P(k, \theta) = F(k_x, k_y)$$

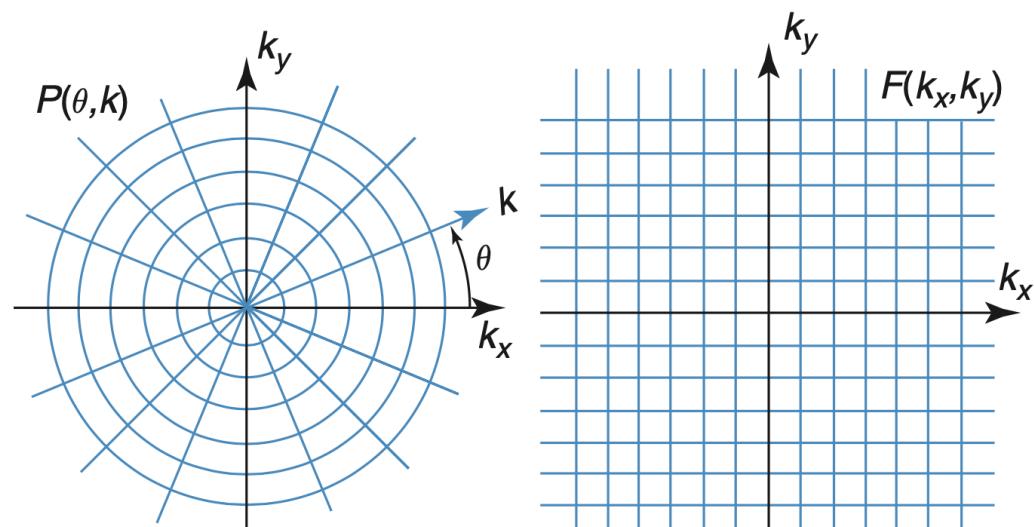
Sotto le condizioni

$$\begin{cases} k_x = k \cdot \cos \theta \\ k_y = k \cdot \sin \theta \\ k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \end{cases}$$

Si dimostra esplicitando la trasformazione
in coordinate polari $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$
nell'espressione di $F(k_x, k_y)$

Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D –
Ricostruzione dalla FT
 - Si calcola $P_\theta(k)$ al variare di θ e si crea il diagramma polare di $P(\theta, k)$
 - Si interpola $F(k_x, k_y)$ su una griglia in coordinate cartesiane
 - Questo passo genera artefatti da ricostruzione
 - Si calcola la IFT 2D di $F(k_x, k_y)$ ottenendo $f(x, y)$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D – Filtered backprojection (FBP)
 - Per evitare gli artefatti da ricostruzione si può ricorrere all'utilizzo della IFT polare di $P(\theta, k)$, ricordando che $r = x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta$

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(k, \theta) |k| e^{i2\pi kr} dk d\theta$$

- Ovvero si calcola la backprojection di $p^*(r, \theta) = \mathcal{F}^{-1}\{P^*(k, \theta) \equiv P(k, \theta) |k|\}$:

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} p^*(r, \theta) d\theta$$

Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D –
Filtered backprojection (FBP)

- La funzione $P(k, \theta)$ viene *filtrata* con un filtro rampa $|k|$ e poi si effettua la backprojection

- Si può pensare di effettuare dualmente la convoluzione di $p^*(r, \theta)$ con un kernel $q(r)$

- La linearità dell'operatore di convoluzione consente di invertire i due passi cioè

$$p^*(r, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(r', \theta) q(r - r') dr'$$

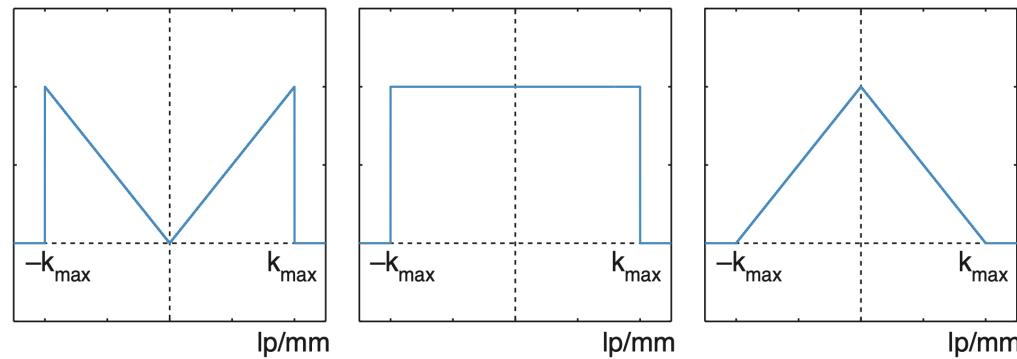
dove $q(r) = \mathcal{F}^{-1}\{|k|\}$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} |k| e^{i2\pi kr} dk$$

$$f(x, y) = (\mathcal{B}\{p(r, \theta)\} * q)(x, y)$$

Ricostruzione delle immagini

- Ricostruzione dell'immagine 2D –
Filtered backprojection (FBP)
 - Per i fini pratici il filtro rampa è limitato a una frequenza $k_{max} = 1/\Delta s = 1/2\Delta r$
 - Si ottiene come sottrazione di un filtro tirangolare da un passa basso con cutoff pari a k_{max}
 - Presenza di rumore e artefatti per frequenze alte che vengono attenuate applicando un opportuno smoothing



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

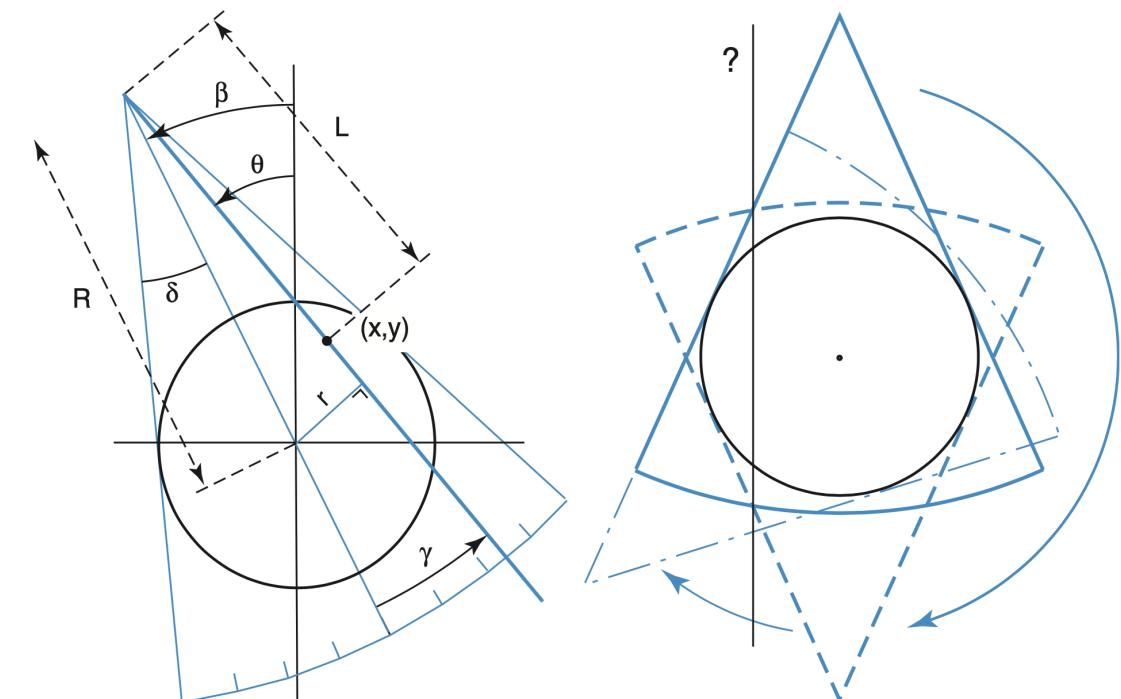
$$q(r) = \frac{k_{max} \sin(2\pi k_{max} r)}{\pi r} - \frac{\sin^2(\pi k_{max} r)}{\pi^2 r^2}$$

Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio
 - Si adotta un sistema di coordinate angolari (γ, β) che si deducono dalle coordinate polari (r, θ) usate per definire il raggio nella geometria a raggi paralleli

$$\theta = \gamma + \beta$$

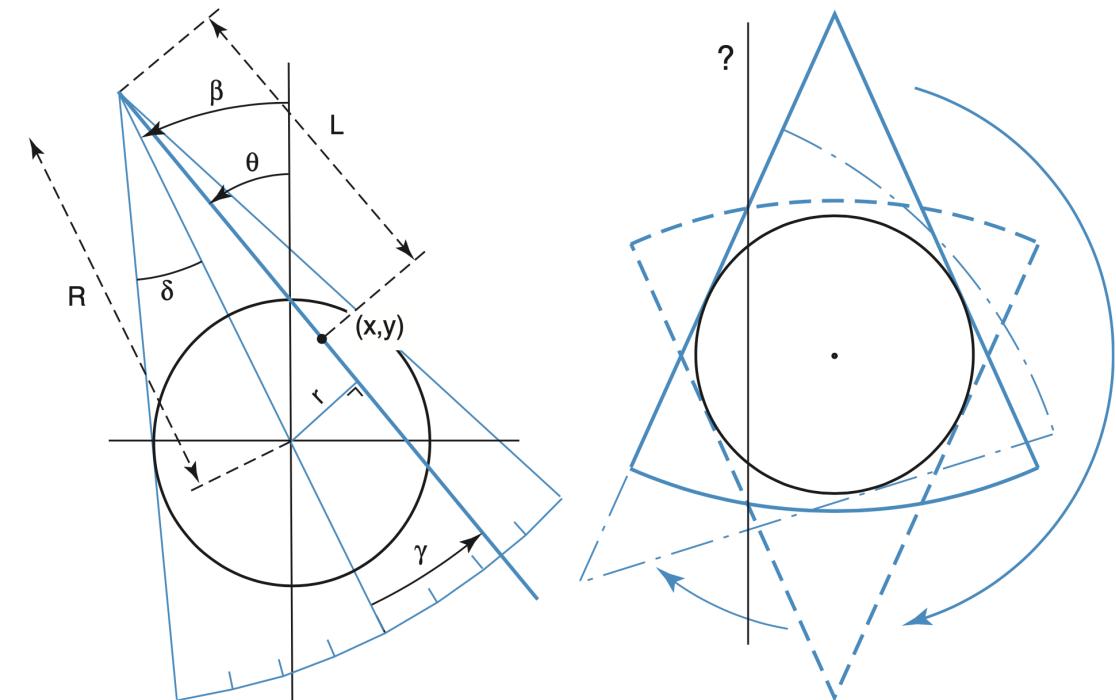
$$r = R \sin \gamma$$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio
 - La possibilità di ottenere tutte le proiezioni di un punto secondo tutti i raggi tra 0 e π , dipende dalla posizione di quest'ultimo all'interno del FOV
 - Al limite, per punti a distanza $FOV/2$ dal centro, è necessario ruotare di $\pi + 2\delta$



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

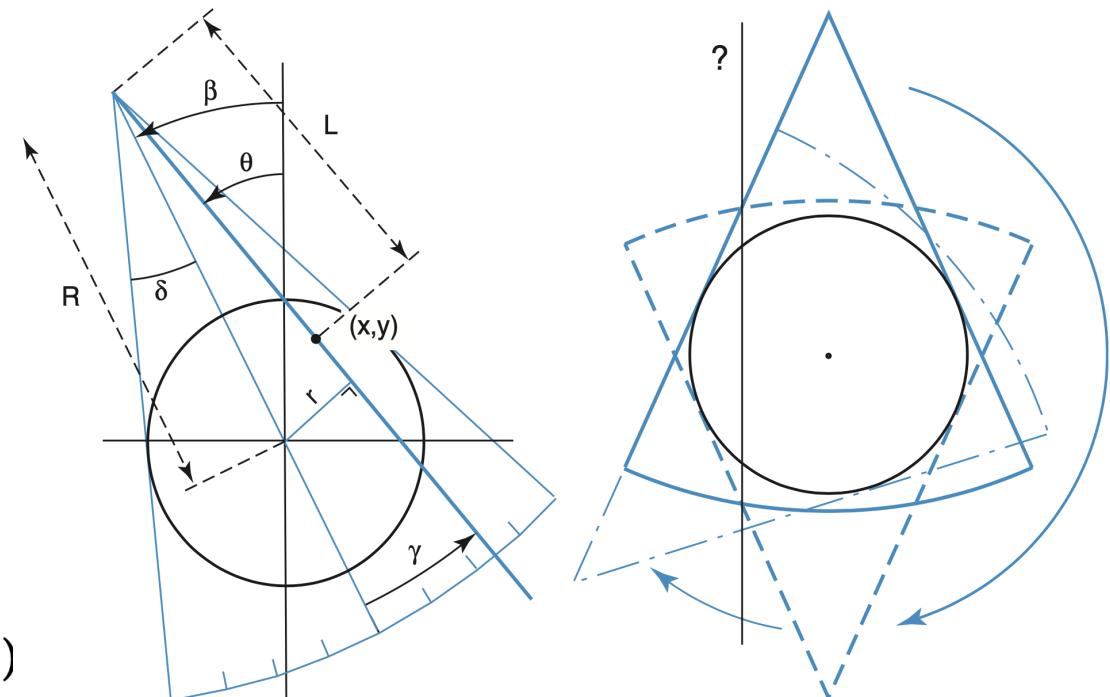
Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio – FBP

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\text{FOV}/2}^{+\text{FOV}/2} p(r', \theta) \cdot q(x \cos \theta + y \sin \theta - r') dr' d\theta$$

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\delta}^{+\delta} p(\gamma', \beta) \cdot q(x \cos(\gamma + \beta) + y \sin(\gamma + \beta) - R \sin \gamma') R \cos \gamma' d\gamma' d\beta.$$

$\frac{1}{2}$ compensa l'integrazione
fino a 2π



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

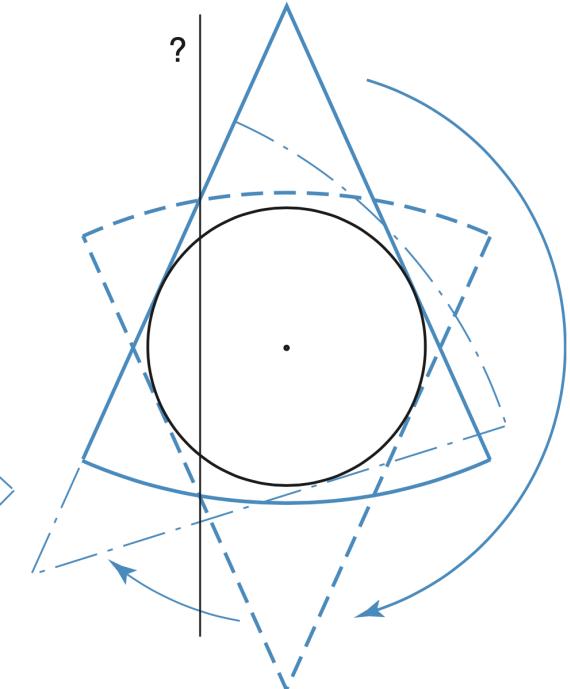
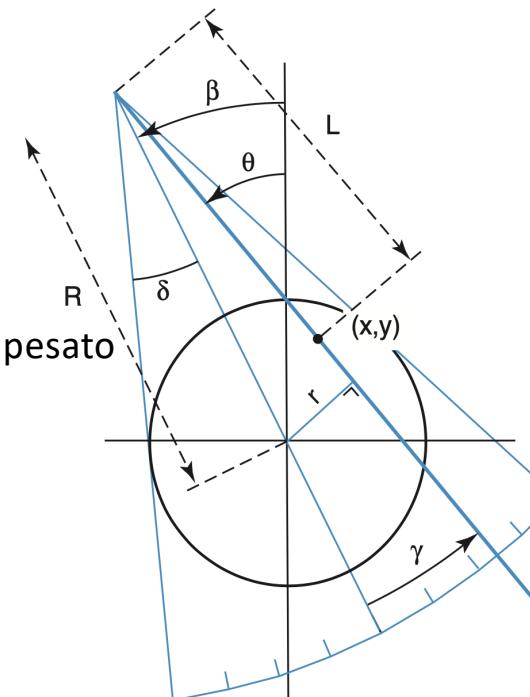
- Geometria dei raggi a ventaglio – FBP

- $f(x, y)$ può essere espressa come segue

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{L^2} \int_{-\delta}^{+\delta} [R \cos \gamma' \cdot p(\gamma', \beta)] \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma - \gamma'}{\sin(\gamma - \gamma')} \right)^2 q(\gamma - \gamma') d\gamma' d\beta$$

Peso della FBP

Nuovo kernel



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

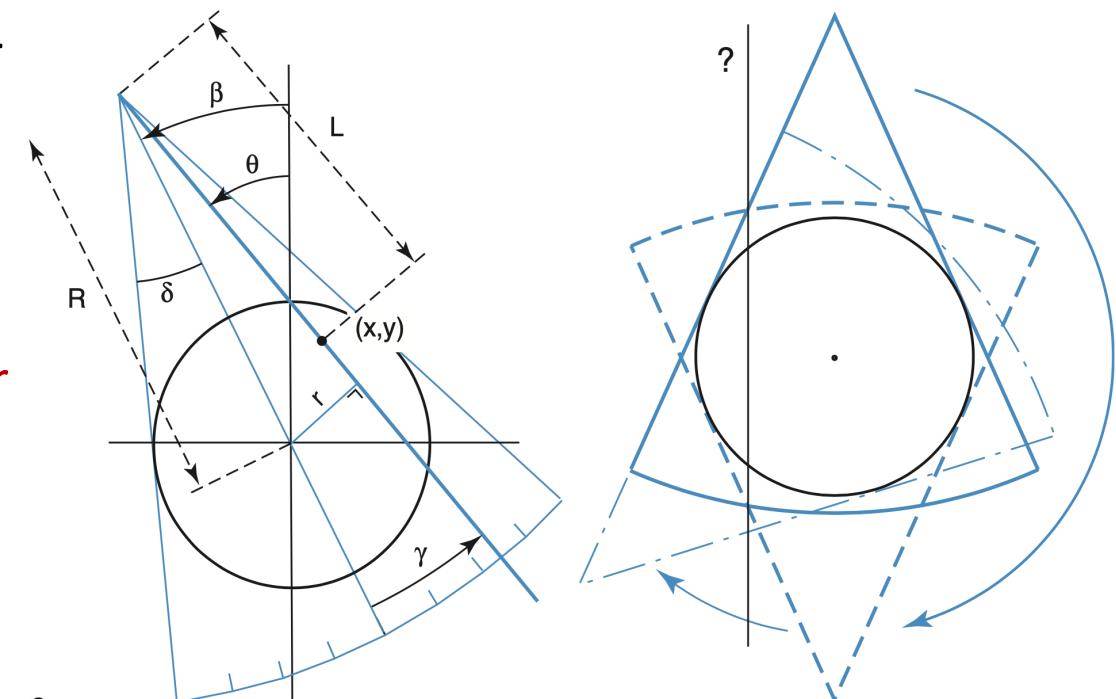
Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio – FBP

- La ridondanza dei dati acquisiti in $[0 - 2\pi]$ introduce artefatti che possono essere ridotti con il *Parker weighting*

$$p'(\gamma, \beta) = \omega(\gamma, \beta) \cdot p(\gamma, \beta)$$

$$\omega(\gamma, \beta) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{\beta}{\delta - \gamma}\right) & \text{for } 0 \leq \beta \leq 2\delta - 2\gamma \\ 1 & \text{for } 2\delta - 2\gamma \leq \beta \leq \pi - 2\gamma \\ \sin^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{\pi + 2\delta - \beta}{\gamma}\right) & \text{for } \pi - 2\gamma \leq \beta \leq \pi + 2\delta \end{cases}$$

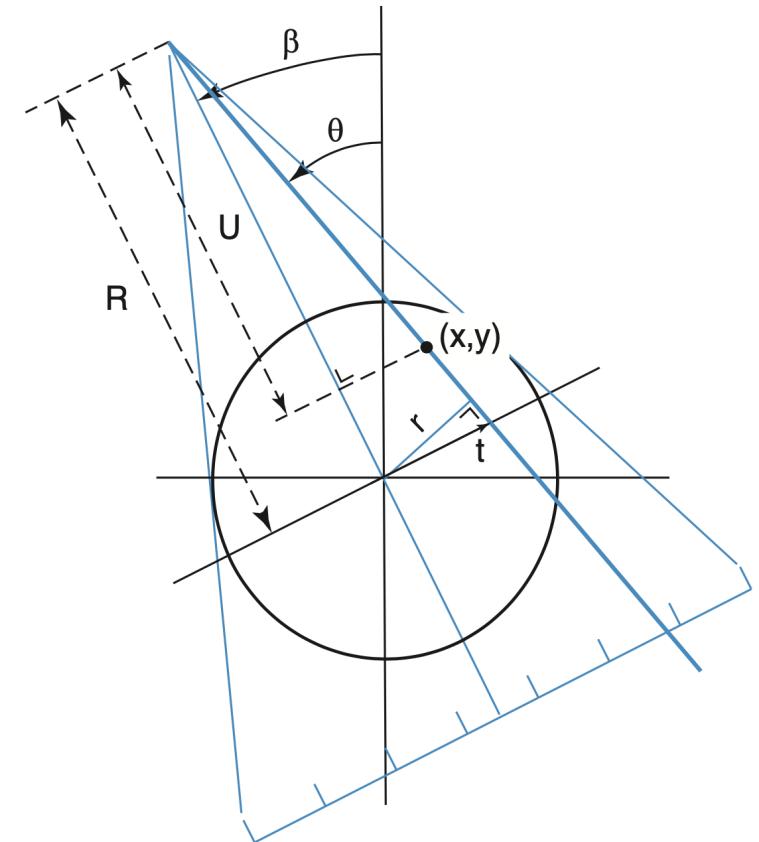


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- Geometria dei raggi a ventaglio – acquisizione con sensori lineari
 - Si può riformulare la FBP usando il sistema di coordinate (t, β)

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{(\frac{U}{R})^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{R}{\sqrt{R^2 + t'^2}} \cdot p(t', \beta) \right] \cdot \frac{1}{2} q(t - t') dt' d\beta,$$



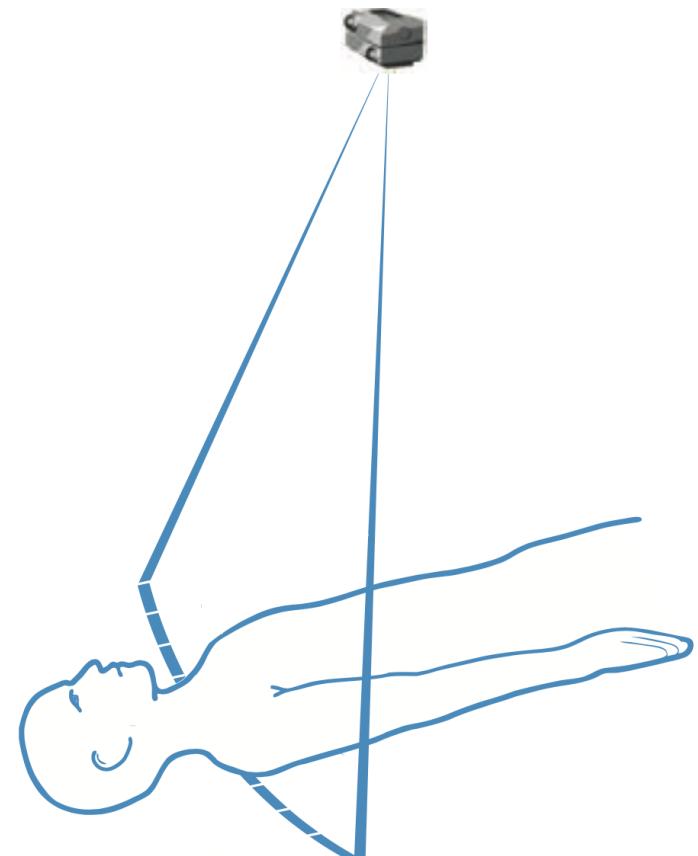
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- La ricostruzione 3D dei volumi TAC può avvenire secondo diverse modalità
 - Single slice: un insieme di singole acquisizioni 2D discoste di un certo passo di acquisizione lungo la direzione z (Inferior → Superior)
 - Multi slice: acquisizione di slice multiple attraverso più linee di rilevatori disposte lungo la direzione z
 - Volumetric: si basa sempre su più linee di rilevatori, ma effettua la ricostruzione direttamente in 3D estendendo la FBP

Ricostruzione delle immagini

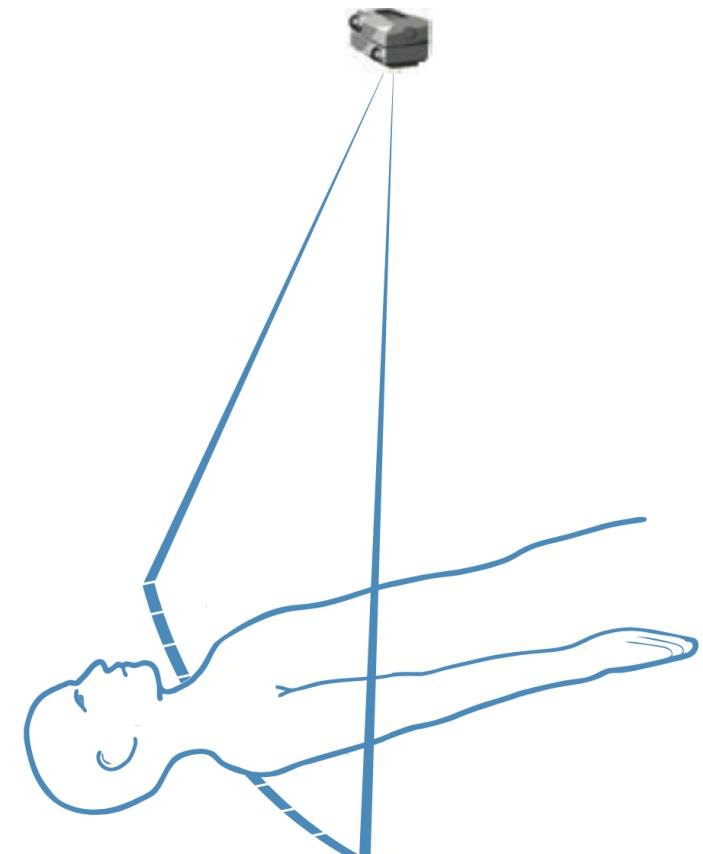
- Single slice CT – TAC assiale
 - Implica la semplice traslazione del tavolo del paziente di un passo fisso e la ricostruzione di ogni singola slice
 - Ogni slice ha uno spessore che dipende dal valore del FWHM della curva denominata *Slice Sensitivity Profile* (SSP) che determina l'effettivo spessore della slice pari a Δz



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- Single slice CT – TAC assiale
 - La SSP si misura sperimentalmente tramite l'uso di **phantom** ovvero volumi di dimensioni standardizzate, pieni ad es. d'acqua, la cui scansione produce una $\mu(x, y)$ prestabilita e quindi possono essere usati per la calibrazione della modalità diagnostica
 - Assumendo una SSP rettangolare di ampiezza Δz , il criterio di Nyquist richiede che due slice contigue si trovino a distanza al più $\Delta z/2$



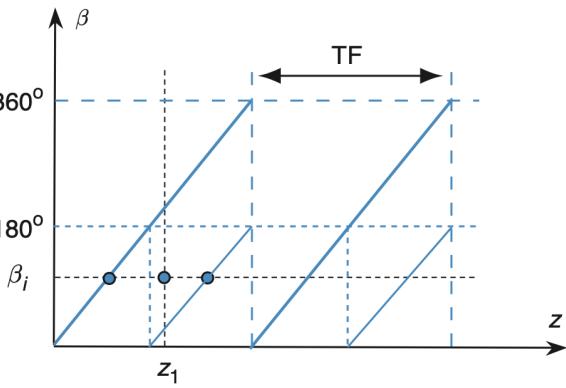
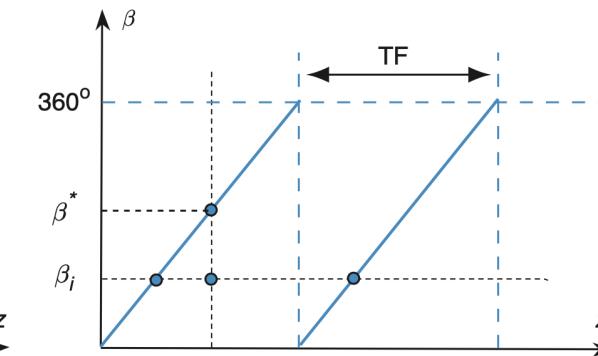
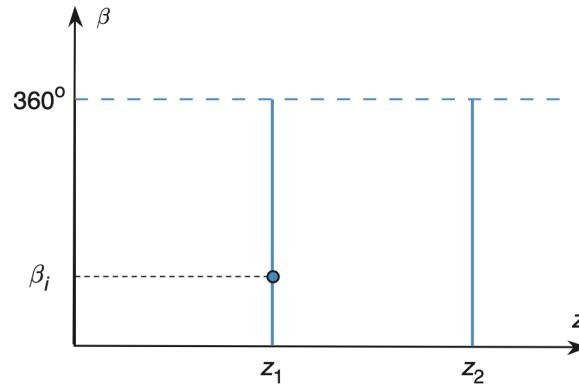
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)

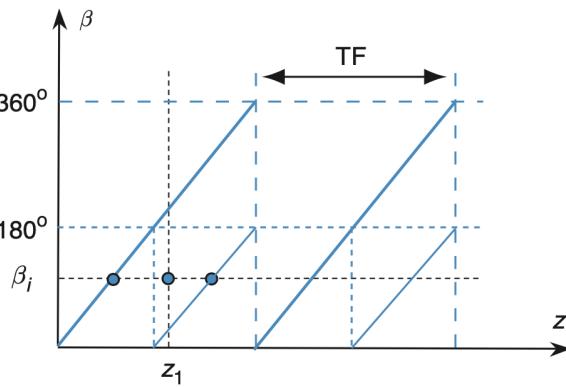
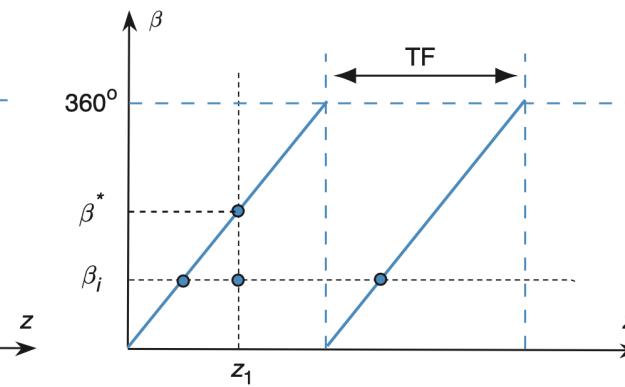
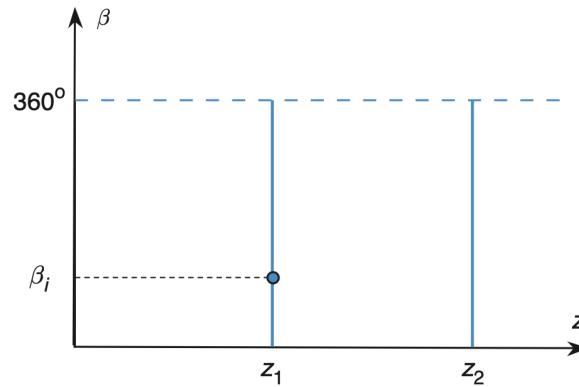
- Il tavolo del paziente si muove con continuità mentre il tubo a raggi X vi ruota intorno
- Per una rotazione di 360° la traslazione è pari a TF (Table Feed)
- Si definisce *pitch* il rapporto tra TF e lo spessore della slice Δz



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

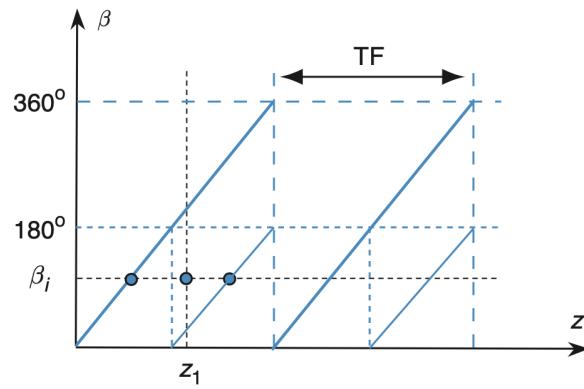
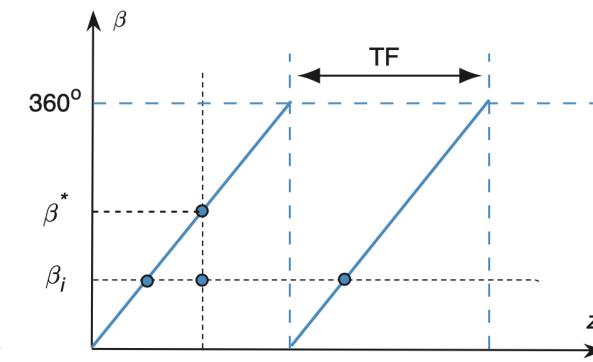
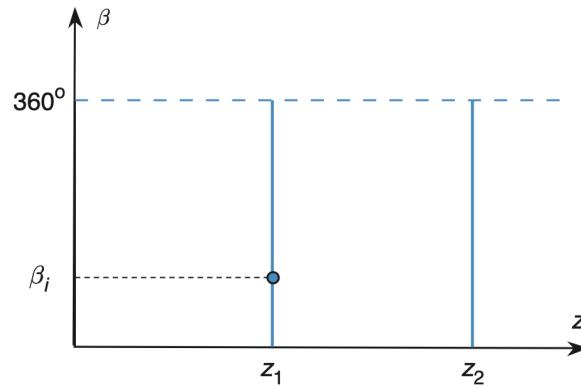
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
 - Per un dato valore assiale $z = z_1$ sono disponibili i dati acquisiti per $\beta = \beta^*$
 - I valori necessari per le altre viste $\beta = \beta_i$ si ottengono per interpolazione lineare tra due viste note a distanza TF



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

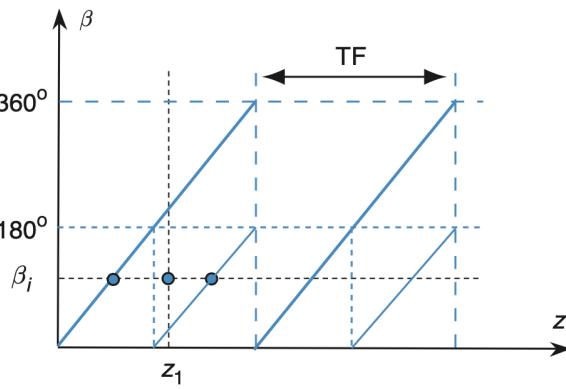
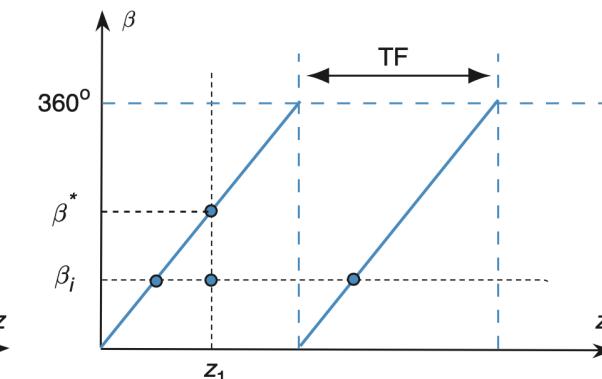
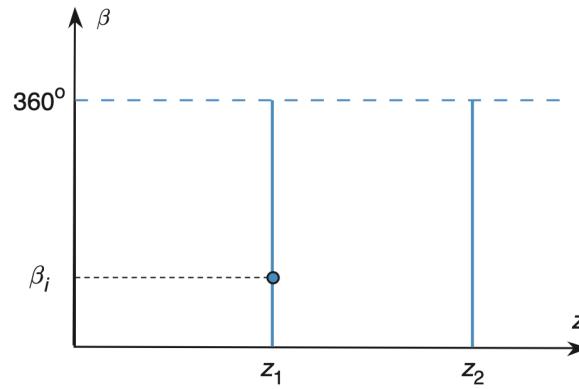
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
 - Anche in questo caso due slice consecutive devono avere distanza $\Delta z/2$
 - Questo impone un valore per TF che è pari proprio a $\Delta z/2$ (pitch = 0.5)



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

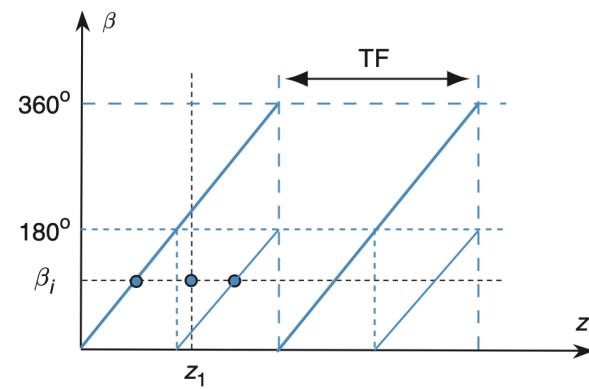
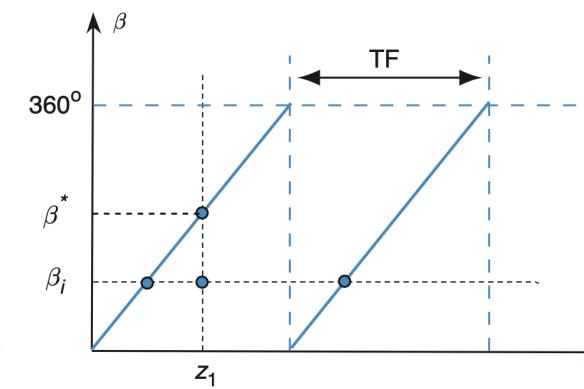
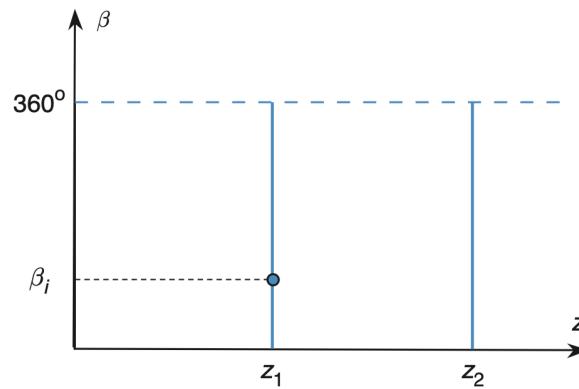
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
 - Raggi da direzioni opposte (180°) danno misure uguali e opposte
 - Allora si può eseguire l'interpolazione per $\beta \in [0 - 180^\circ]$ e $TF = \Delta z$ (pitch = 1)



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

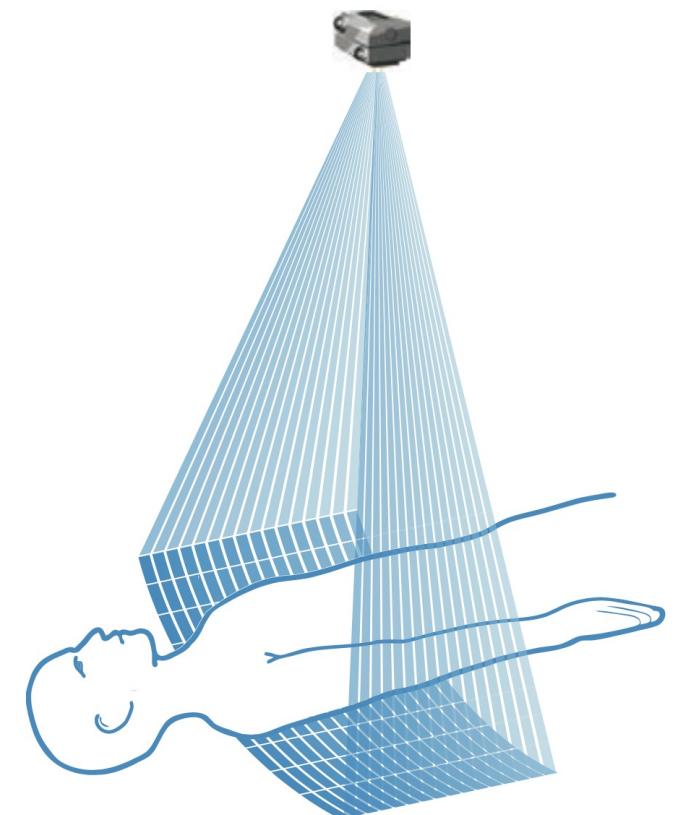
- Single slice CT – TAC elicoidale (o spirale)
 - La *dual source CT* usa due tubi a raggi X a 90° l'uno dall'altro e consente di raddoppiare il pitch perché ogni tubo acquisisce metà dei 180° di rotazione necessari



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

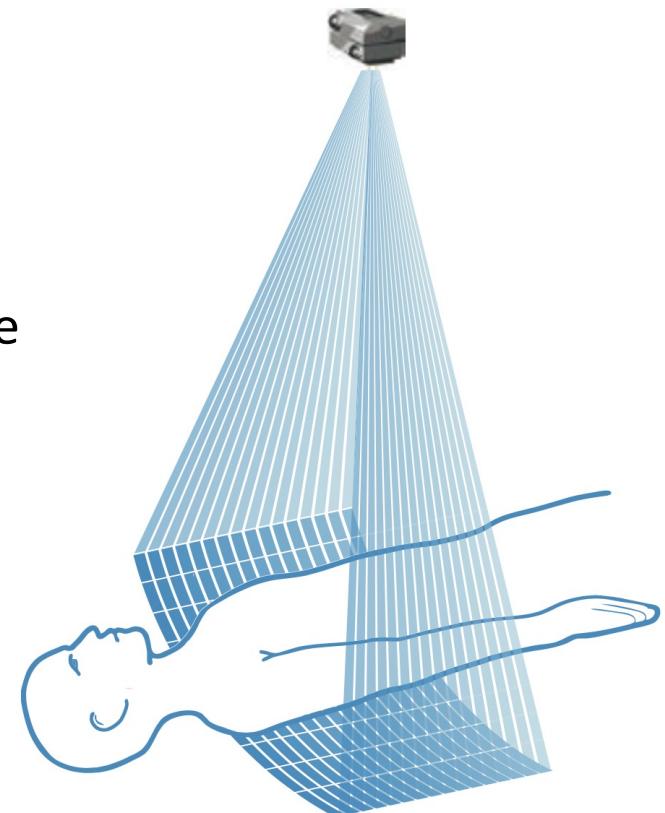
- Multi slice CT
 - Si usano 64, 128 e anche 192 linee di rilevatori
 - Il pitch può essere ridefinito in base alla larghezza dell'intero insieme dei rilevatori
 - I fasci possono considerarsi paralleli per poche linee di rilevatori (fino a quattro) con una sorgente molto distante



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- Multi slice CT
 - Nel caso reale si ricostruiscono separatamente le slice 2D *incline* ottenute dai rilevatori e poi si effettua l'interpolazione (*tilted plane reconstruction*); per un numero elevato di rilevatori si generano artefatti
 - Il SNR può essere migliorato specificando uno spessore della slice maggiore della dimensione del rilevatore; questo si ottiene usando lo *z filtering* ovvero uno smoothing dei valori adiacenti di proiezione misurati lungo z



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT

- Nel caso di un numero elevato di linee di rilevatori è possibile pensare ad una ricostruzione direttamente in 3D, poiché è possibile estendere il projection theorem
- La FT 3D di $f(x, y, z)$ lungo una data direzione \mathbf{k} nello spazio equivale ancora alla FT 1D lungo \mathbf{k} della proiezione di p calcolata come *integrale di piano* per ogni piano perpendicolare a \mathbf{k}
- La condizione sufficiente (detta condizione di Tuy) per la ricostruzione esatta è che tutte le sezioni da ricostruire siano attraversate interamente dai raggi X senza troncamenti

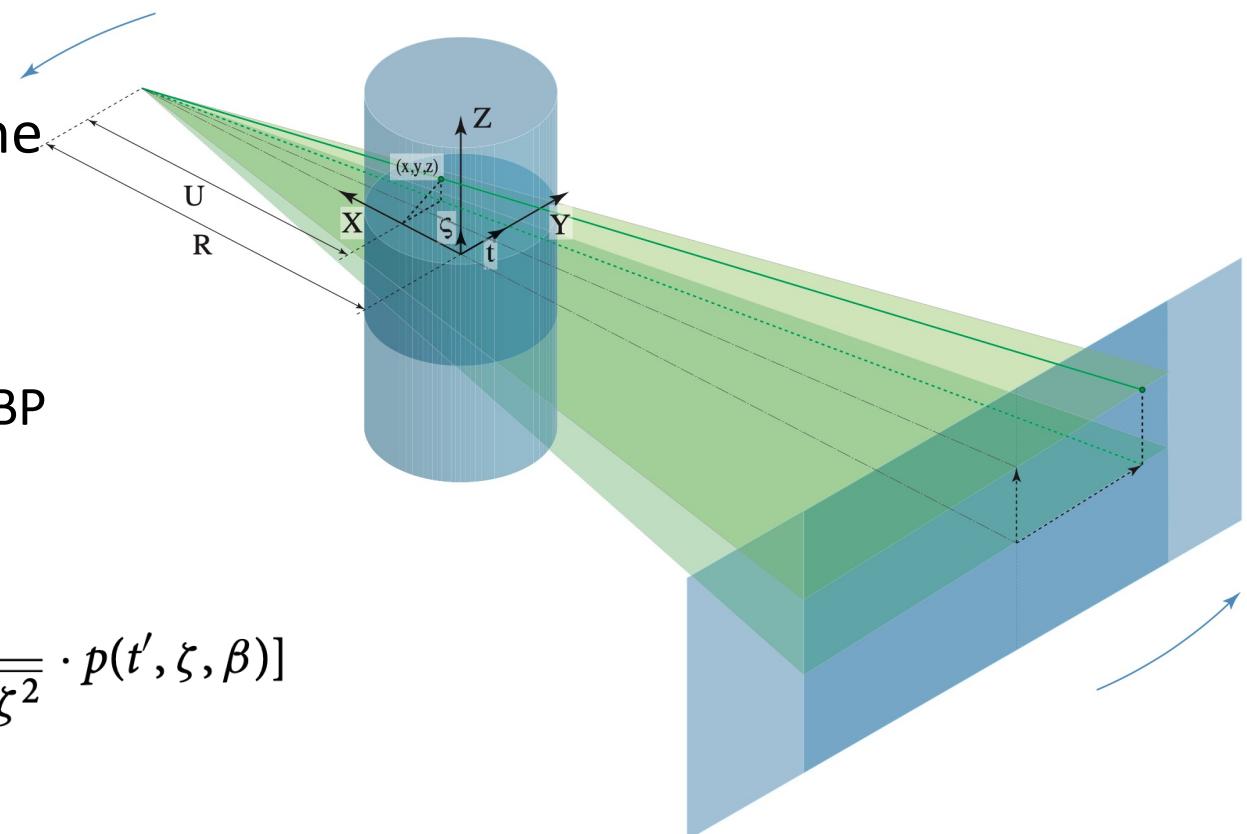
Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione Cone-beam circolare

- L'algoritmo FDK (proposto da FeldKamp et al.) estende la FBP 2D pesata

$f(x, y, z)$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{(\frac{U}{R})^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{R}{\sqrt{R^2 + t'^2 + \zeta^2}} \cdot p(t', \zeta, \beta) \right] \cdot \frac{1}{2} q(t - t') dt' d\beta,$$

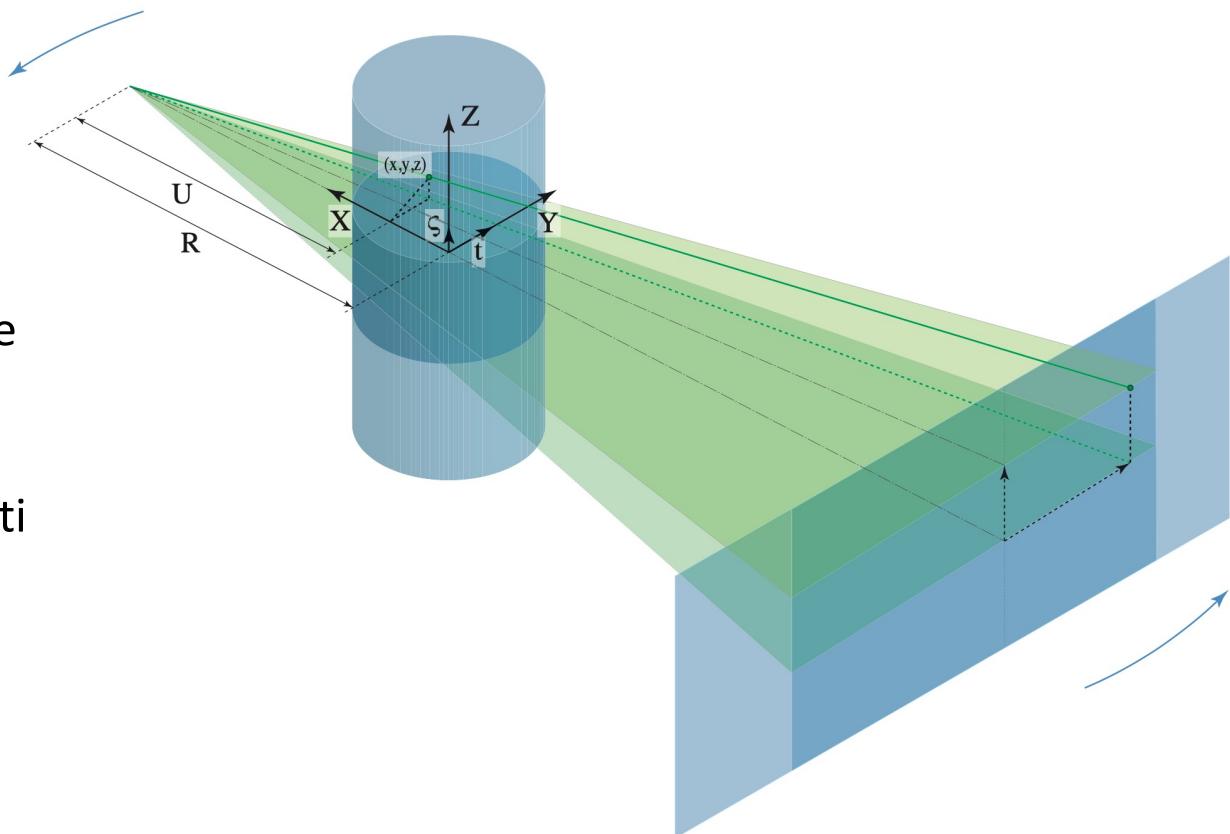


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione Cone-beam elicoidale
 - Si può ottenere una ricostruzione completa con pitch ≤ 1.3
 - Recentemente sono stati proposti diversi algoritmi di ricostruzione esatta, ma si preferiscono le estensioni dell'algoritmo FDK a motivo della maggiore qualità delle immagini ottenute



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA
CHILAB

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa
 - Approccia il processo di ricostruzione su una base statistica
 - Tipico della medicina nucleare, ma l'aumento della capacità computazionale a bordo delle modalità diagnostiche lo rende praticabile anche nella TAC in cui il numero delle scansioni è mediamente molto più elevato
 - L'approccio statistico è tipico per dati affetti da elevato rumore che, nel caso della TAC, può derivare dal fatto che si cerca di diminuire quanto più è possibile il dosaggio dei raggi X utilizzati per l'acquisizione

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa

- L'approccio Bayesiano per la ricostruzione può essere formulato come segue. Data un'immagine \mathcal{U} ricostruita da un insieme di misure \mathcal{I} , si massimizzi:

$$p(\mathcal{U}|\mathcal{I}) = \frac{p(\mathcal{I}|\mathcal{U})p(\mathcal{U})}{p(\mathcal{I})}$$

Diagram illustrating the Bayesian formula for image reconstruction:

- $p(\mathcal{U}|\mathcal{I})$: probability a posteriori da massimizzare (blue arrow pointing to the numerator)
- $p(\mathcal{I}|\mathcal{U})$: verosimiglianza (likelihood) (blue arrow pointing to the numerator)
- $p(\mathcal{U})$: prior (conoscenza a priori) (blue arrow pointing to the numerator)
- $p(\mathcal{I})$: evidenza, assunta costante (blue arrow pointing to the denominator)

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (ML)
 - Nell'approccio Maximum Likelihood (ML) il prior è assunto costante perché non disponiamo di informazioni a priori su \mathcal{U}
 - $\mathcal{U} = \{\mu_j\}$ è l'insieme dei valori di attenuazione misurati in ogni voxel j
 - $\mathcal{I} = \{I_i\}$ l'insieme delle intensità misurate dal rilevatore in posizione i , il cui valor medio si ottiene con l'equazione di assorbimento dei raggi X

$$\bar{I}_i = I_0 \cdot \exp\left(- \sum_{j=1,M} c_{ij} \mu_j\right), \quad i = 1, N$$

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (ML)
 - I valori di I_i seguono una distribuzione di Poisson e le rilevazioni sono tra di loro statisticamente indipendenti per cui:

$$p(I_i|\bar{I}_i) = \frac{\exp(-\bar{I}_i)\bar{I}_i^{I_i}}{I_i!} \quad p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) = \prod_i \frac{\exp(-\bar{I}_i)\bar{I}_i^{I_i}}{I_i!}$$

- Massimizzare $p(\mathcal{I}|\mathcal{U})$ equivale a massimizzarne il logaritmo:

$$\arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) = \arg \max_{\mathcal{U}} \ln p(\mathcal{I}|\mathcal{U})$$

$$= \arg \max_{\mathcal{U}} \sum_i (I_i \ln(\bar{I}_i) - \bar{I}_i).$$

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (ML)
 - I coefficienti c_{ij} si ottengono ponendo a 0 le relative derivate parziali

$$\frac{\partial}{\partial \mu_j} \sum_i (I_i \ln(\bar{I}_i) - \bar{I}_i) = \sum_i (I_i \frac{1}{\bar{I}_i} (-c_{ij}\bar{I}_i) + c_{ij}\bar{I}_i)$$

$$= \sum_i c_{ij}(\bar{I}_i - I_i) = 0, \quad \forall j = 1, J.$$

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (MAP)
 - Nell'approccio Maximum A Posteriori (MAP) si assume un modello esplicito per il prior $p(\mathcal{U})$
 - La massimizzazione della probabilità a posteriori tiene conto esplicitamente di questo

$$\arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{U}|\mathcal{I}) = \arg \max_{\mathcal{U}} (\ln p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) + \ln p(\mathcal{U}))$$

Ricostruzione delle immagini

- Volumetric CT – Ricostruzione iterativa (MAP)
 - Un tipico modello definisce il prior come una *softmax* in cui l'esponente è definito dalla *Energia di Gibbs*

$$p(\mathcal{U}) = \frac{e^{-E(\mathcal{U})}}{\sum_{\mathcal{Y}} e^{-E(\mathcal{Y})}} \quad \arg \max_{\mathcal{U}} p(\mathcal{U}|\mathcal{I}) = \arg \max_{\mathcal{U}} (\ln p(\mathcal{I}|\mathcal{U}) - E(\mathcal{U})).$$

$$E(\mathcal{U}) = \sum_j \sum_{k \in N_j} \Phi(\mu_j, \mu_k)$$

Φ , spesso definita euristicamente,
cresce all'aumentare della
dissimilarità tra μ_j e μ_k

TAC dinamica

- La TAC dinamica si riferisce alle acquisizioni effettuate in una situazione di movimento di un organo o tessuto per cui è necessario un protocollo di temporizzazione delle scansioni
 - TAC cardiaca
 - Perfusion CT

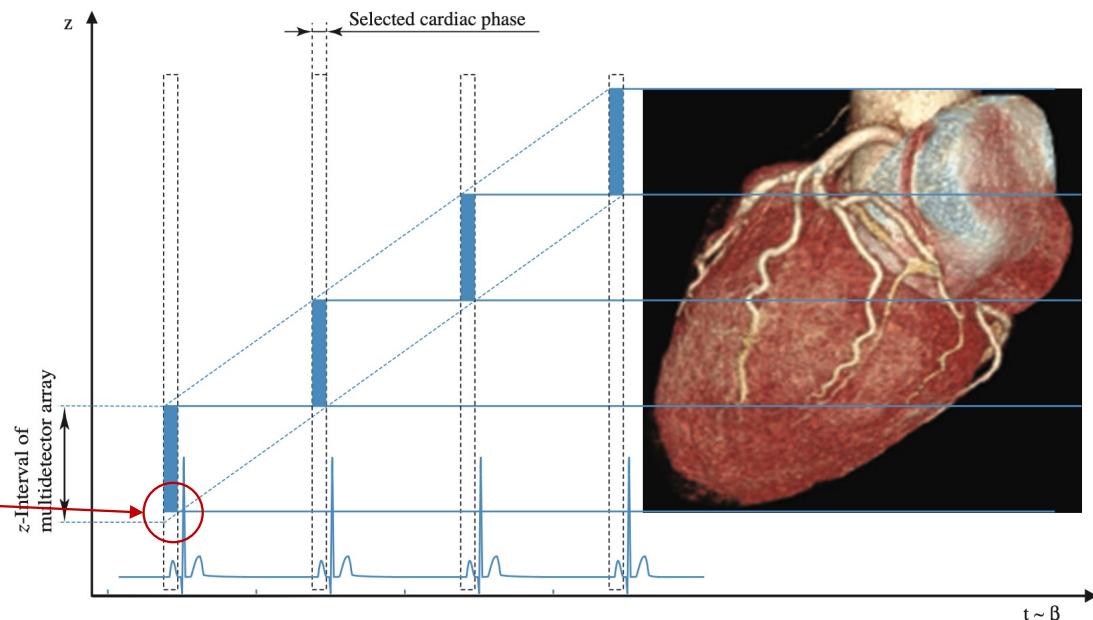
TAC dinamica

- TAC cardiaca
 - Usa, in genere, sensori ad elevato numero di linee (anche 320) con acquisizione assiale
 - Si riesce ad avere una estensione assiale anche di 16 cm in una sola acquisizione (180° più l'angolo di apertura del fascio)
 - Sono possibili le acquisizioni di fenomeni dinamici
 - Con meno linee di rilevatori si usa il cosiddetto metodo *step-and-shoot*
 - Si acquisisce una porzione del volume cardiaco, pari alla dimensione del sensore, ad una predeterminata fase del ciclo cardiaco (di solito la diastole) per ogni battito del cuore

TAC dinamica

- TAC cardiaca

- L'acquisizione elicoidale (detta *a basso pitch*) necessita di nuovo di sincronizzarsi con le fasi del battito cardiaco
- Il valore di TF risulta essere necessariamente un po' più piccolo dell'effettiva ampiezza del sensore ($\text{pitch} < 1$)

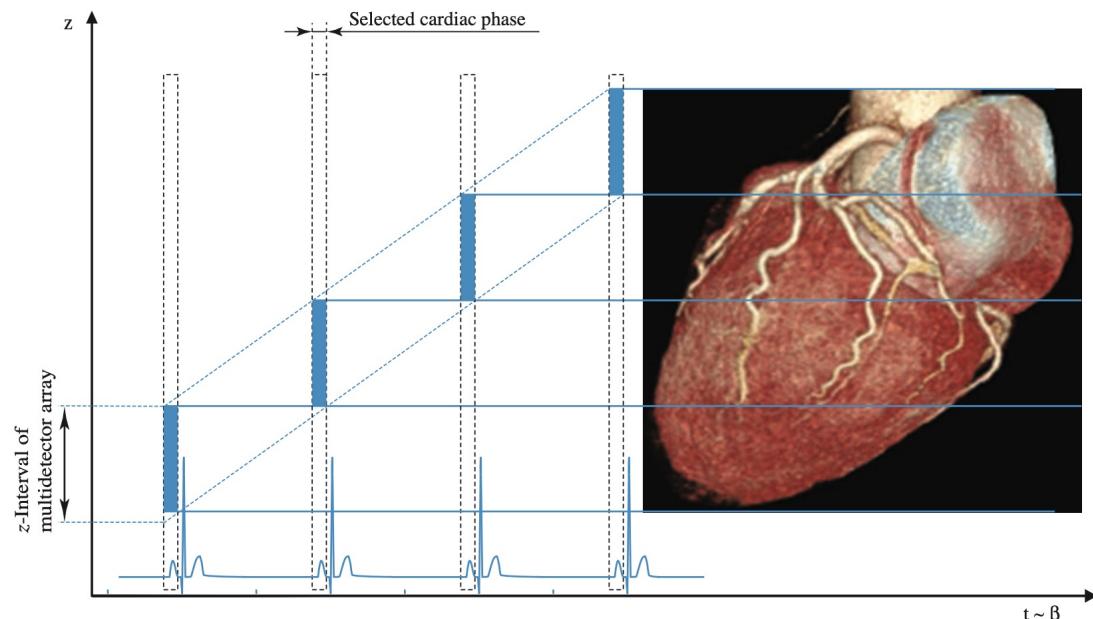


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC dinamica

- TAC cardiaca

- Il tempo di rotazione pone dei limiti sul battito del cuore durante l'acquisizione
- Esempio:
 - rotazione in 0.33 sec
 - angolo del fascio 50°
 - sono necessari 0.21 sec per acquisire ($180^\circ + 50^\circ$)
 - 0.21 sec per la diastole (1/4 del battito circa) $\rightarrow 71$ bpm

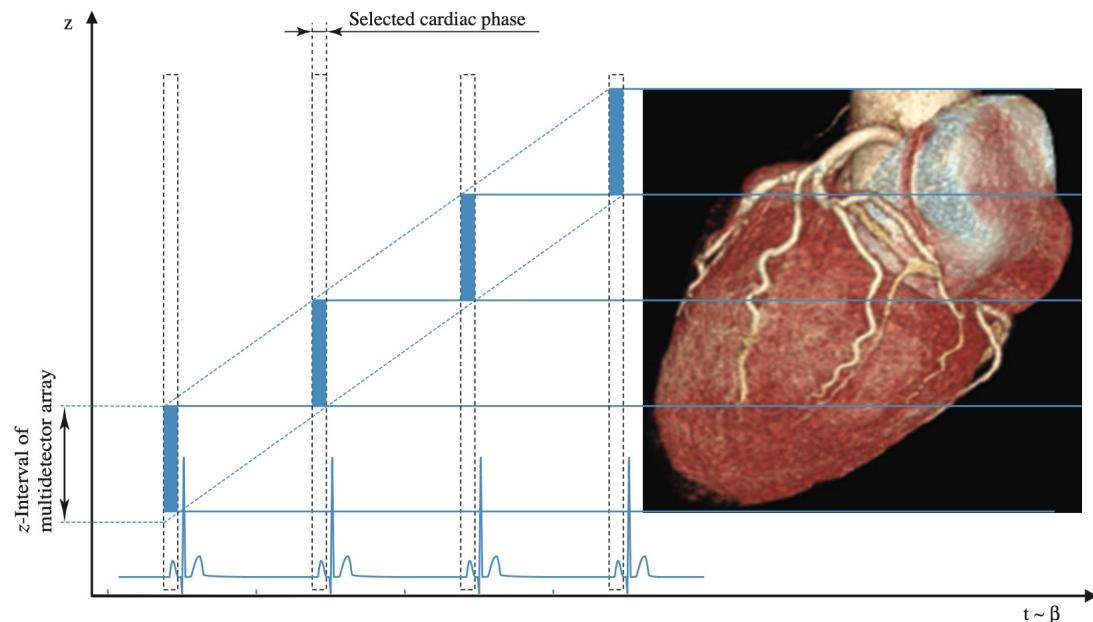


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC dinamica

- TAC cardiaca

- Si usa la dual source CT per diminuire il tempo di rotazione necessario
- Si fa comunque ricorso a un elevato numero di linee di rilevatori per poter avere un pitch più alto, fino a 2
- E' bene comunque sincronizzare con l'ECG

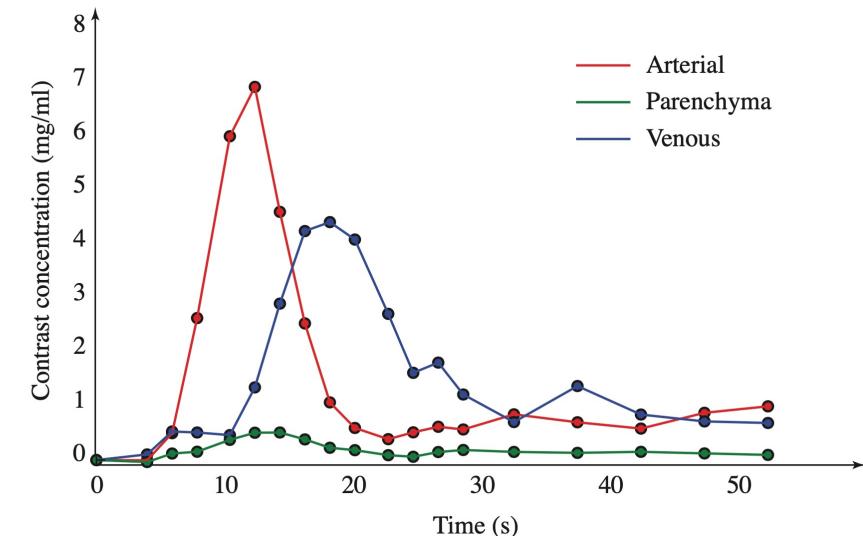
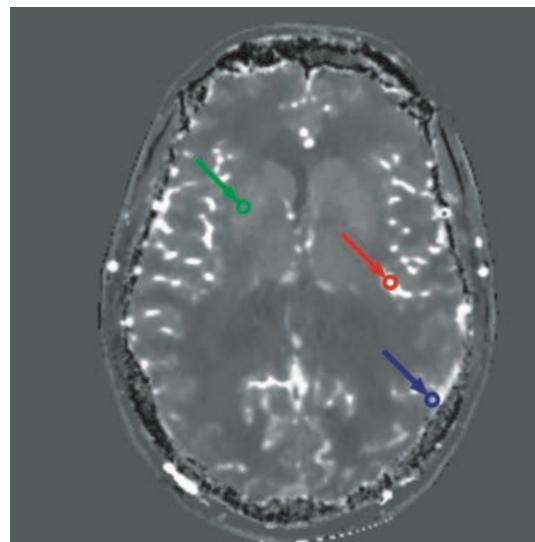


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC dinamica

- Perfusion CT

- Si utilizza per analizzare l'attività dei capillari

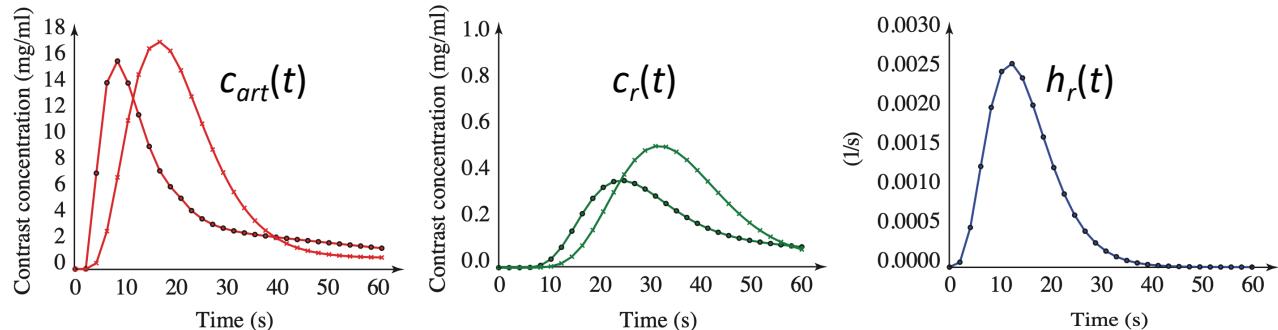


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

- Si effettua una acquisizione dell'organo senza mezzo di contrasto e poi una con mezzo di contrasto (bolo di iodio per endovena)
- I due volumi vengono sottratti e si ottiene una rappresentazione dinamica 3D della concentrazione del mezzo di contrasto nel tempo (*CT Perfusion Image* – CTP)

TAC dinamica

- Perfusion CT



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

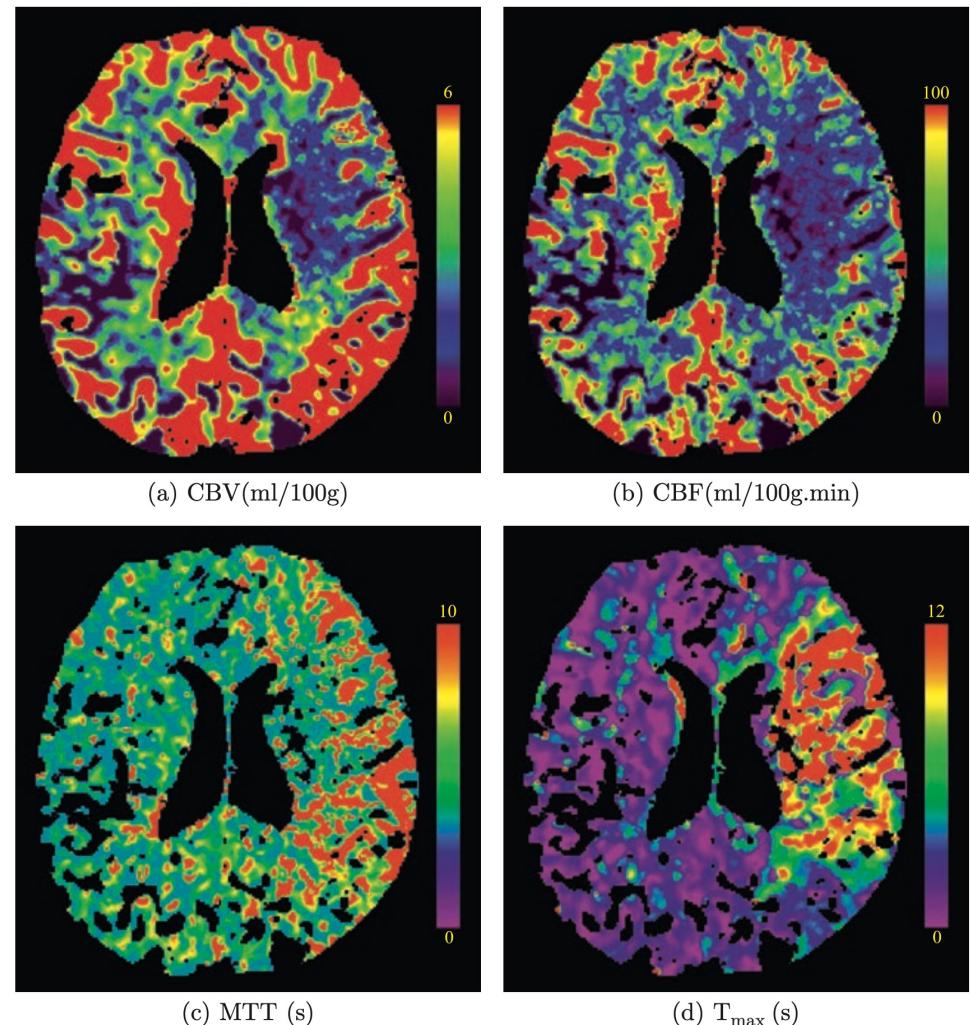
- L'effettiva concentrazione del mezzo di contrasto dipende dai parametri di infusione del bolo e dalla sua reale traiettoria all'interno dei vasi
- Si assume che, per ogni voxel, la concentrazione del mezzo di contrasto $c_r(t)$ sia descritta come un sistema LTI il cui ingresso sia la concentrazione nell'arteria che alimenta il tessuto del voxel $c_{art}(t)$
- Come riferimento standardizzato si usa la risposta all'impulso di questo sistema $h_r(t)$ ottenuta per *deconvoluzione* di $c_r(t)$ rispetto a $c_{art}(t)$, le quali sono ottenibili entrambe dalla scansione perfusion CT

TAC dinamica

- Perfusion CT

- $h_r(t)$ è usata per derivare delle informazioni quantitative sui singoli voxel:

- Volume sanguigno per unità di massa del tessuto
- Flusso sanguigno
- Tempo medio di transito
- Tempo per raggiungere il massimo volume



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC multi-energia

- La TAC multi-energia, detta anche dual energy CT, usa in genere due spettri di raggi X per effettuare caratterizzazione dei tessuti acquisiti agendo sul diverso comportamento di questi ultimi per assorbire radiazioni con energie differenti
- I due spettri si possono ottenere in trasmissione o in ricezione del fascio

TAC multi-energia

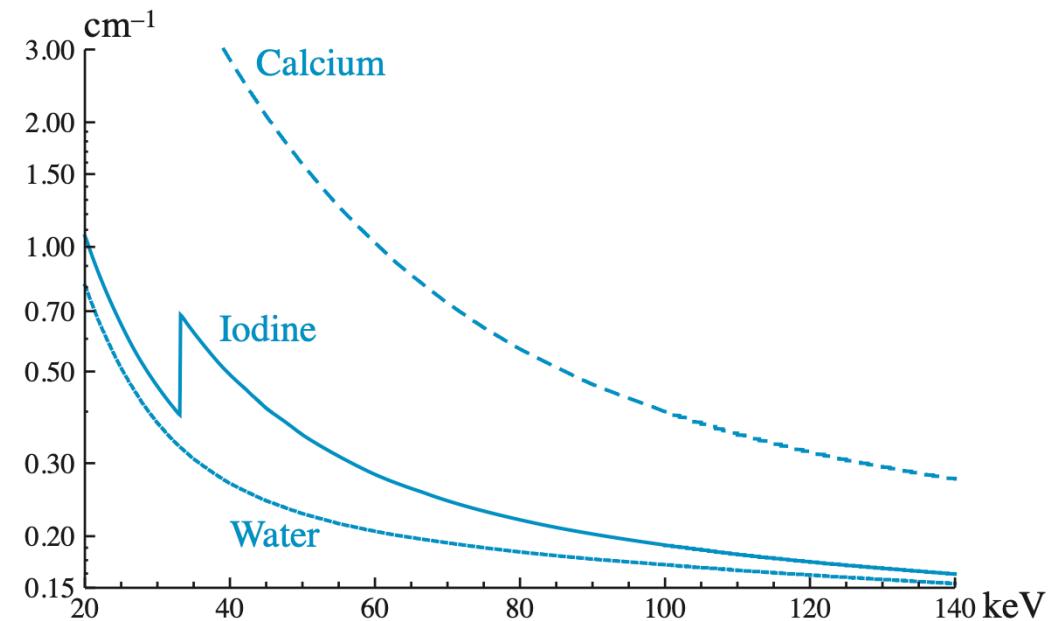
- Spettri distinti in trasmissione
 - Uno scanner convenzionale esegue due scansioni a due energie differenti
 - I due livelli di kV sono modulati durante la medesima scansione elicoidale (generatore dedicato)
 - Scanner dual source le cui sorgenti operano a kV differenti
 - Si genera un unico fascio a due spettri tramite filtraggio dei raggi, ad es. con oro (basse energie) e stagno (alte energie)

TAC multi-energia

- Spettri distinti in ricezione
 - Si usano degli scintillatori a doppio strato: lo strato superiore acquisirà i fotoni a bassa energia e quello inferiore assorbirà quelli ad energia più alta
 - Si usa il photon counting per distinguere più livelli di energia semplicemente come *bin* di un istogramma, distinti attraverso apposite soglie
 - Teoricamente tutte le energie potrebbero essere discriminate, ma ciò è praticamente impossibile per gli effetti di rumore nel processo di conteggio

TAC multi-energia

- La determinazione del coefficiente di attenuazione $\mu(E)$ dipende in questo caso esplicitamente dall'energia
- I diversi materiali hanno un profilo differente e, alcuni, esibiscono il cosiddetto *K-edge* ovvero il picco di attenuazione dovuto all'innescarsi dell'assorbimento fotoelettrico degli elettroni non appena questi superano l'energia di legame del guscio atomico K



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC multi-energia

- In assenza del K-edge si può assumere che gli effetti di attenuazione siano solo il Compton scattering e l'assorbimento photoelettrico

$$\mu(E) \approx \mu_p(E) + \mu_C(E)$$
$$\approx a_p \frac{1}{E^m} + a_C f_{KN}(E)$$

$m=3$ determinato empiricamente

$$a_p \approx K_p \frac{\rho}{A} Z^n, \quad n \approx 4$$

$$a_C \approx K_C \frac{\rho}{A} Z$$

Numero atomico
Massa atomica

Formula di Klein-Nishina:
descrive analiticamente il
Compton scattering

TAC multi-energia

- Si può mostrare come l'attenuazione di un generico materiale $\mu(E, x, y)$ possa ottersi come combinazione lineare di due attenuazioni di sostanze con attenuazioni ben distinte (ad es. acqua e iodio)

$$\mu(E, x, y) = a_1(x, y) \cdot \mu_1(E) + a_2(x, y) \cdot \mu_2(E)$$

- L'intensità $I_\theta(r)$ lungo una linea $L_{r,\theta}$, nello spettro utilizzato $[E_{min}, E_{max}]$ è data da

$$I_\theta(r) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \sigma(E) e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(E, x, y) ds} dE$$
$$= \int_{E_{min}}^{E_{max}} \sigma(E) e^{-\int_{L_{r,\theta}} (a_1(x, y) \cdot \mu_1(E) + a_2(x, y) \cdot \mu_2(E)) ds} dE$$

TAC multi-energia

- $I_\theta(r)$ può essere ancora espressa come

$$I_\theta(r) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sigma(E) e^{-(A_1(r,\theta) \cdot \mu_1(E) + A_2(r,\theta) \cdot \mu_2(E))} ds \, dE$$

$$A_1(r, \theta) = \int_{L_{r,\theta}} a_1(x, y) ds \quad A_2(r, \theta) = \int_{L_{r,\theta}} a_2(x, y) ds.$$

Spessori equivalenti dei due materiali di riferimento lungo $L_{r,\theta}$

TAC multi-energia

- L'equazione per $I_\theta(r)$ viene ricondotta a due equazioni separate per i due spettri a bassa (LE) ed alta (HE) energia utilizzati nella scansione

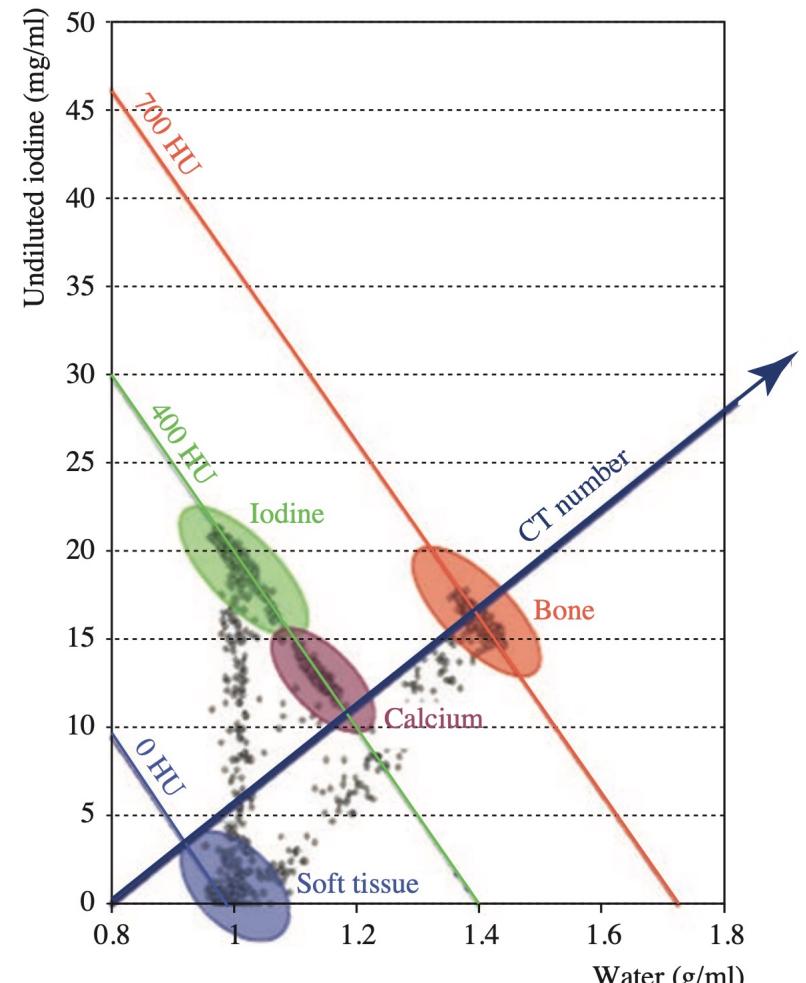
$$I_{\text{LE}}(r, \theta) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sigma_{\text{LE}}(E) e^{-(A_1(r, \theta) \cdot \mu_1(E) + A_2(r, \theta) \cdot \mu_2(E))}$$

- Esistono diversi metodi numerici per determinare $A_1(r, \theta)$ e $A_2(r, \theta)$

$$I_{\text{HE}}(r, \theta) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sigma_{\text{HE}}(E) e^{-(A_1(r, \theta) \cdot \mu_1(E) + A_2(r, \theta) \cdot \mu_2(E))}$$

TAC multi-energia

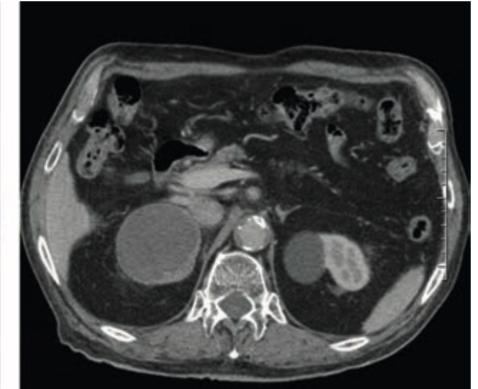
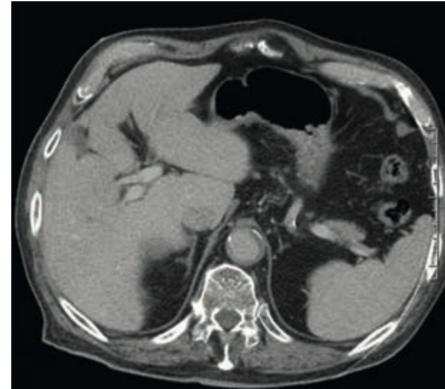
- La ricostruzione di $a_1(x, y)$ e $a_2(x, y)$ si ottiene da $A_1(r, \theta)$ e $A_2(r, \theta)$ con la FBP
- I valori di $a_1(x, y)$ e $a_2(x, y)$ tendono a clusterizzare sul piano (μ_1, μ_2) e quindi a caratterizzare i diversi tessuti



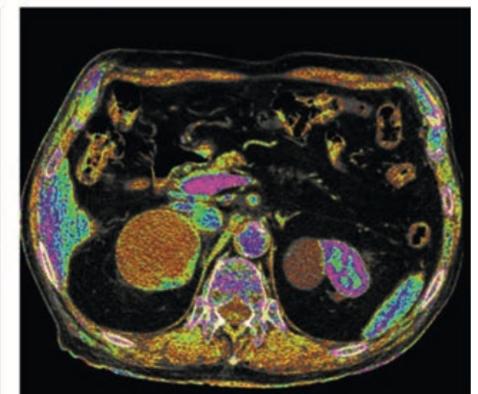
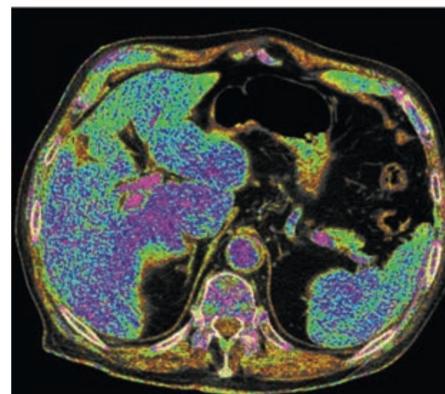
Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC multi-energia

- La TAC dual energy può quindi essere usata per:
 - Rimozione degli artefatti da beam hardening
 - Generazione di slice virtuali a livelli di grigio per qualunque livello energetico
 - Segmentazione automatica dei tessuti
 - Creazione di immagini di «numero atomico»



(a)



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

TAC multi-energia

- Quando il K-edge è presente nello spettro di energia utilizzato, allora le equazioni precedenti si estendono a un terzo termine a_K , $a_3(x, y)$ e $A_3(r, \theta)$ rispettivamente
- E' necessario utilizzare un terzo elemento di riferimento che esibisca il K-edge nel proprio coefficiente di attenuazione lineare
- L'acquisizione avviene con il photon counting che consente spettri multipli e le immagini risultanti sono ad elevata sensitività per cui possono consentire acquisizione contemporanea con differenti mezzi di contrasto

Qualità dell'immagine

- Risoluzione
 - Larghezza dello spot focale della sorgente
 - Dimensioni delle linee dei rilevatori e la loro mutua interferenza
 - Larghezza del fascio (composizione dei due precedenti)
 - Blur azimutale dovuto alla continua rotazione del sensore
 - Il kernel di ricostruzione/filtro di convoluzione usati nella FBP

Qualità dell'immagine

- Risoluzione
 - Il processo di ricostruzione della backprojection che dipende dal numero di campioni dettata a sua volta principalmente dalla larghezza della linea dei rilevatori e dal pitch
 - Dimensione del voxel, di norma esplicitamente più piccolo della risoluzione spaziale
 - Valori tipici
 - MTF al 10%: 15 lp/cm (piano di scansione)
 - FWHM della SSP: 0.5 mm (direzione assiale)

Qualità dell'immagine

- Rumore
 - Sorgenti di rumore: rumore quantico, rumore elettronico e arrotondamento dovuto alla quantizzazione
 - Il rumore quantico Poissoniano è il contributo principale
 - I valori tipici della deviazione standard sono di qualche HU
 - L'ammontare dipende dall'esposizione, dalla massa del paziente e dall'algoritmo di ricostruzione
 - In particolare, il rumore nel sinogramma viene trasformato dall'algoritmo di ricostruzione in artefatti in forma di strisce bianche e nere che si irradiano dagli oggetti metallici

Qualità dell'immagine

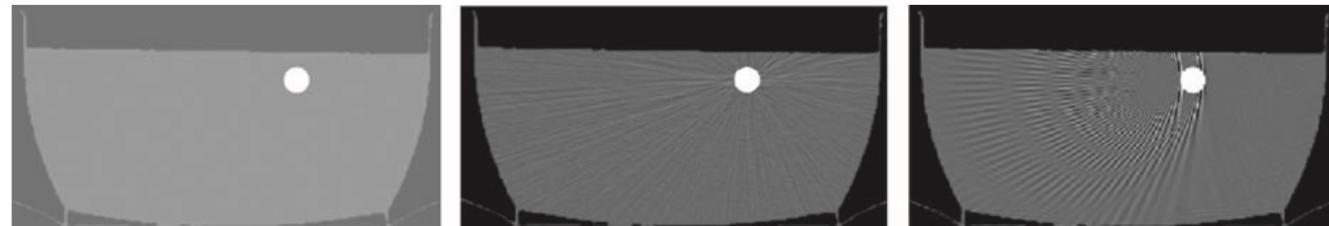
- Contrasto
 - Dipende dalle proprietà di attenuazione dei materiali, ma anche dallo spettro della sorgente di raggi X, dal beam hardening, dallo scatter e da eventuali non linearità nei rilevatori
 - Si possono usare trasformazioni dei livelli di grigio sulle immagini digitali risultanti per migliorare il contrasto

Qualità dell'immagine

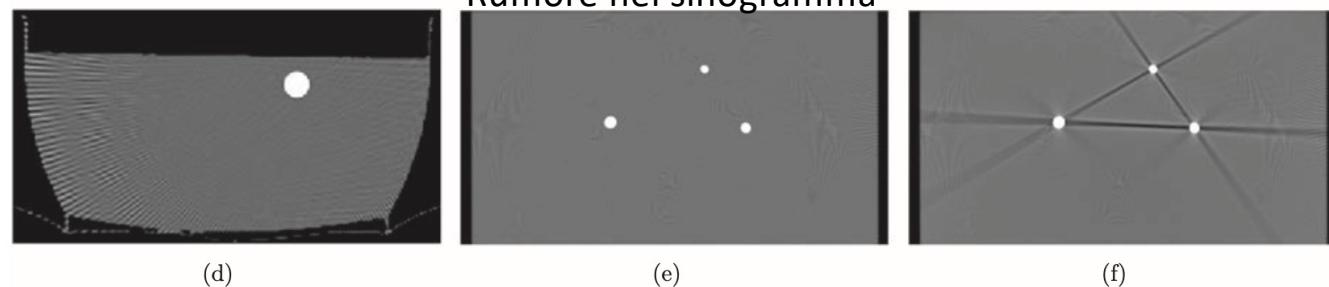
- Artefatti

Undersampling:
poche viste

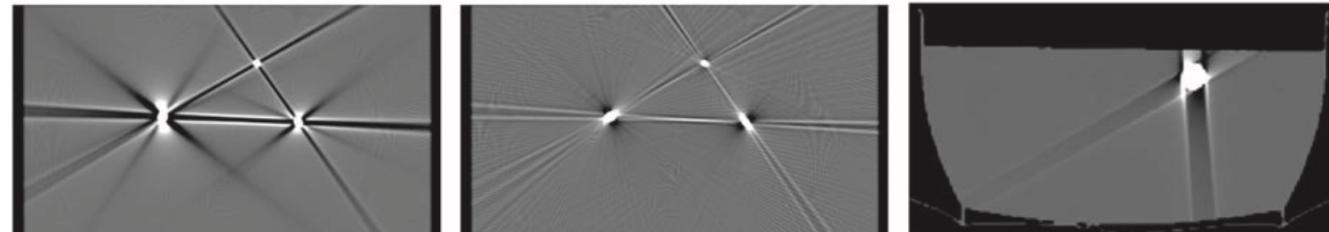
Beam hardening e
scatter nel rilevatore



Undersampling:
pochi rilevatori



Beam hardening
causato dai diversi
tessuti, differente per
i diversi raggi che
passano per un pixel



Artefatto da
movimento

Artefatto ai volumi parziali: l'attenuazione mediata è sottostimata
all'interno di un voxel (presente per elevati gradienti)

Qualità dell'immagine

- Artefatti
 - Artefatto «a gradino» che si verifica nella ricostruzione 3D a causa del pitch elevato nella scansione elicoidale
 - Altri artefatti possono essere dovuti a dei difetti di calibrazione dello scanner, guasti, problematiche nel moto del tavolo o instabilità meccanica dell'unità rotante tubo-rilevatore

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

- Tomosintesi
 - Sono apparecchi in grado di ottenere ricostruzioni di regioni limitate di spazio a partire da alcune decine di slice e ricostruzione con backprojection, FBP o metodi iterativi
 - Si basano sulla rotazione di un apparecchio radiografico convenzionale di tipo digitale; questo assicura una sufficiente qualità dell'immagine

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

- Scanner general purpose
 - Da 16 fino a 320 linee di rilevatori con 0.5 mm di ampiezza e copertura di volumi di 16 cm in direzione assiale e 0.2 – 0.3 sec di tempo di rivoluzione
 - Tipicamente elicoidali, ma quelli a copertura di 16 cm possono essere usati in modalità assiale

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



(a)

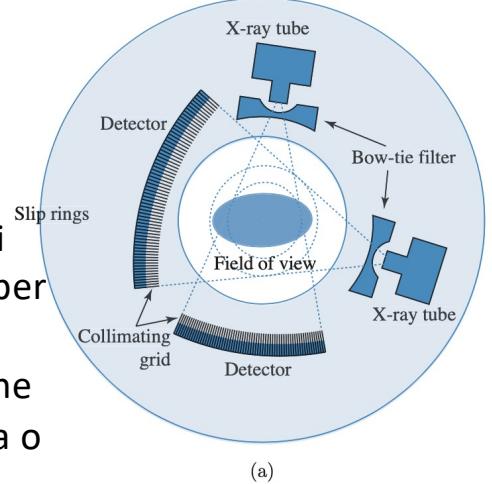


(b)

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

Slip rings: strutture rotanti per la connessione dati e per l'alimentazione: contatti a spazzola per l'alimentazione e connessione dati e ottica o a RF.

Consentono l'inclinazione parziale dello scanner rispetto al tavolo.

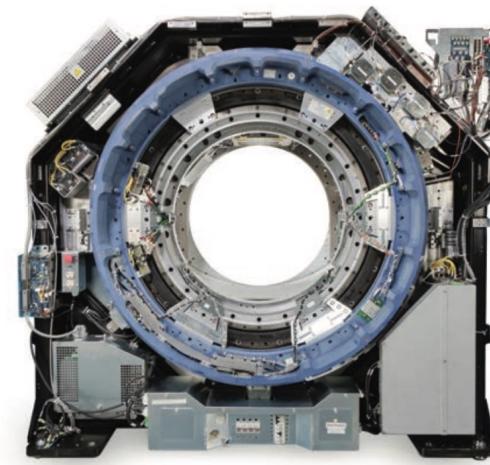
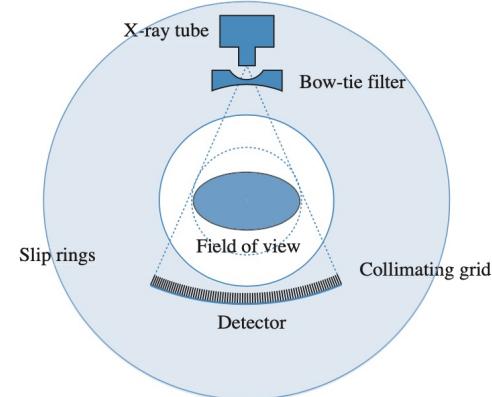


(a)



(b)

Due tubi a 95°
FOV 50 cm / 32 cm
96 linee di rilevatori con larghezza 0.6 mm e ampiezza totale 57.6 mm
Tempo di rotazione 0.25 sec
TF 73.7 cm/s (pitch 3.2)



FOV 50 cm
256 linee di rilevatori con larghezza 0.625 mm e ampiezza totale 160 mm
Tempo di rotazione 0.28 sec
Scansione assiale

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Scanner maxillo-facciali: ruotano
orizzontalmente attorno al paziente che
sta seduto

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Scanner per applicazioni di chirurgia
scheletrica: l'anello si apre per
posizionare il paziente

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario

Scanner per applicazioni di chirurgia
maxillo-facciale ad anello aperto



Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Scanner portatile full-body per uso in
sala operatoria

Apparecchiature TAC e loro uso sanitario



Prototipo di scanner per TAC
mammografica

Rischi per la salute

- I rischi sono analoghi a quelli della RX, ma le dosi in mSv per una scansione CT sono 10 – 100 volte superiori alle analoghe della RX (stessa parte del corpo)
- Si cerca di limitare le dosi modulando la corrente nel tubo a raggi X in relazione alla parte del corpo irradiata, ma non si tiene conto dell'anatomia del paziente

Rischi per la salute

- L'indice CTDI (*CT Dose Index*) è definito come la dose assorbita da un phantom standardizzato in acrilico e di forma cilindrica per una rotazione di 360°

$$\text{CTDI} = \frac{1}{n \Delta z} \int_{-\infty}^{\infty} D(z) dz$$

Larghezza complessiva dei rilevatori

Profilo di assorbimento della dose lungo z

- Esistono due phantom standardizzati: per la testa e per il corpo

Rischi per la salute

- L'indice CTDI Viene pesato in relazione al fatto che la dose di radiazione non è omogenea lungo il FOV

$$CTDI_w = \frac{1}{3} CTDI_c + \frac{2}{3} CTDI_p$$

- Esso viene inoltre ridefinito per la scansione elicoidale volumetrica (espresso in mGy)

$$CTDI_{vol} = \frac{CTDI_w}{pitch}$$

Rischi per la salute

- La dose assorbita per una scansione di lunghezza L è definita dal *Dose-Length Product* (DLP)

$$\text{DLP} = \text{CTDI}_{\text{vol}} \cdot L \quad \text{mGy}\cdot\text{cm}$$

- Infine la dose stimata effettiva E in mSv si ottiene modulando il DLP con un certo coefficiente k [mSv/mGy·cm] che è tabellato in letteratura per le diverse parti del corpo

$$E = k \cdot \text{DLP}$$