

# Introduzione alle Immagini Digitali

Corso di «Strumentazione Diagnostica per Immagini»  
a.a. 2020 – 2021

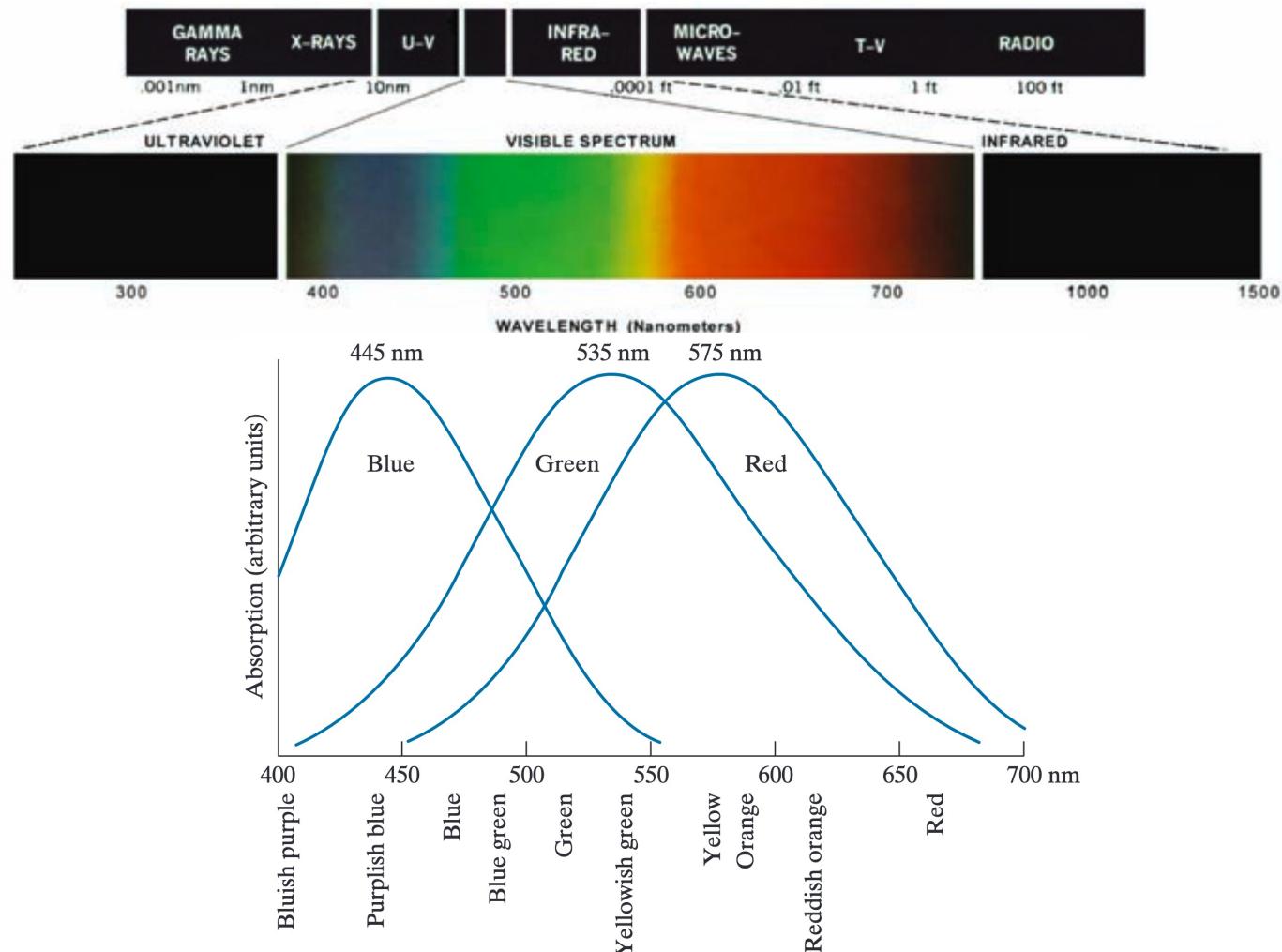
Prof. Roberto Pirrone

# Sommario

- Natura e rappresentazione del colore
- Brevi richiami di Teoria dei Segnali
- Digitalizzazione delle immagini

# Natura del colore

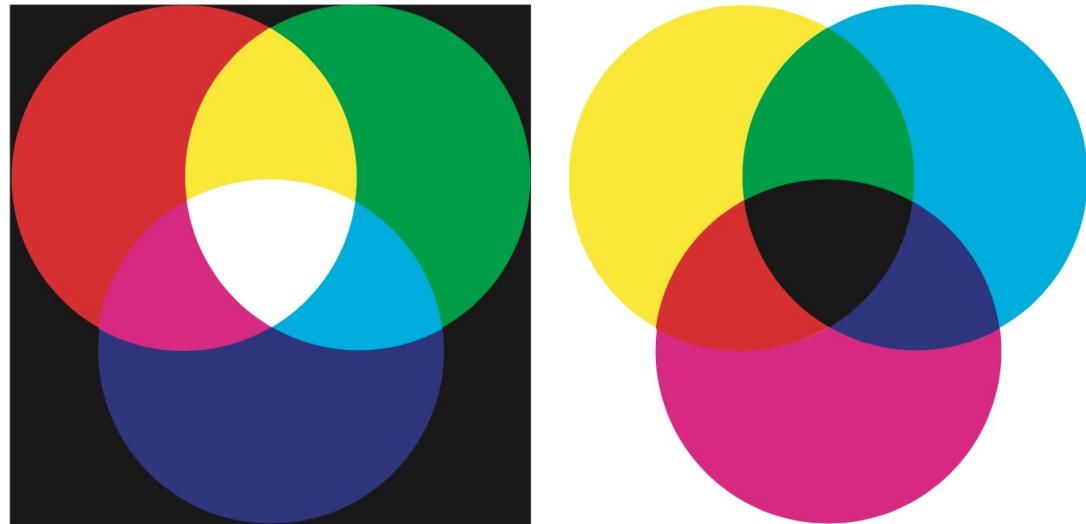
- La luce visibile è una porzione piccolissima dello spettro della radiazione elettromagnetica: tra i 380 e i 760 nm
- L'occhio possiede due fotorecettori: *bastoncelli* sensibili alla luminanza, cioè l'intensità acromatica pura, e *coni* sensibili al colore
- I coni sono suddivisi in tre categorie la cui ricettività è centrata su tre particolari intervalli di lunghezze d'onda: il *tristimolo*



Fonte: Gonzalez, Woods «Digital Image Processing», 4th ed.

# Natura del colore

- Nel 1931 la CIE - Commission Internationale de l'Eclairage standardizzò i *colori primari della luce*:
  - Rosso (R) – 435.8 nm
  - Verde (G) – 546.1 nm
  - Blu (B) – 700 nm
- Dai colori primari, a due a due, si derivano i colori secondari, ovvero *colori primari dei pigmenti*, Ciano ( $C = G + B$ ), Magenta ( $M = B + R$ ) e Giallo ( $Y = R + G$ )



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Natura del colore

- I colori primari (R,G,B) sono alla base della *sintesi cromatica additiva*

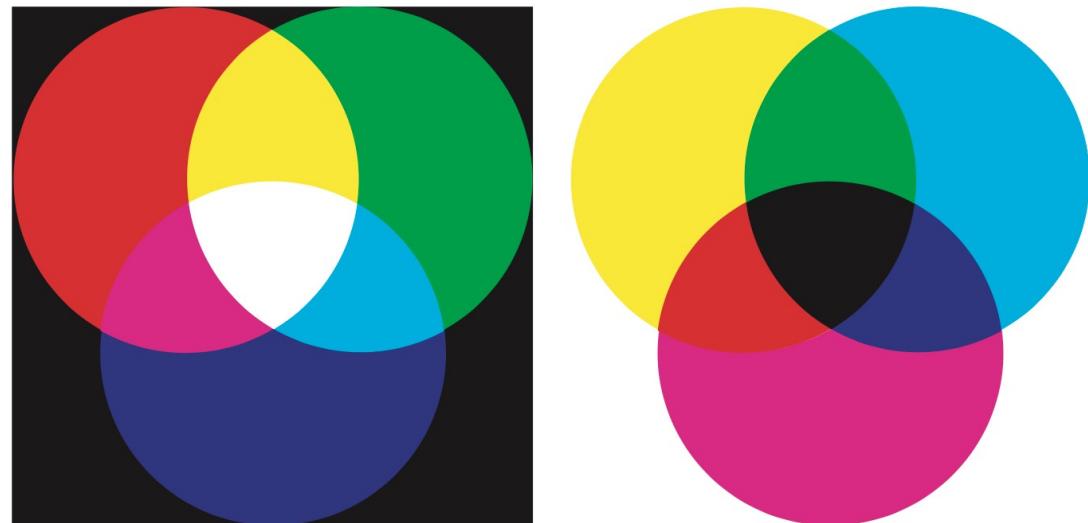


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

- Ogni colore si ottiene, partendo dal nero che è l'assenza di luce, *mescolandolo* opportune quantità di (R,G,B)
- Un colore è quindi un vettore tridimensionale  $C = \{R, G, B\}$ ,  $R, G, B \in [0, 1]$

# Natura del colore

- Per contro (C,M,Y) sono alla base della *sintesi cromatica sottrattiva*



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

- Ogni colore si ottiene, partendo da una superficie bianca che riflette la luce, *mescolando* opportune quantità di (C,M,Y)
- Ognuno dei secondari, riflettendo la luce, *assorbe* il primario che non lo compone:  $C \perp R$ ,  $M \perp G$ ,  $Y \perp B$

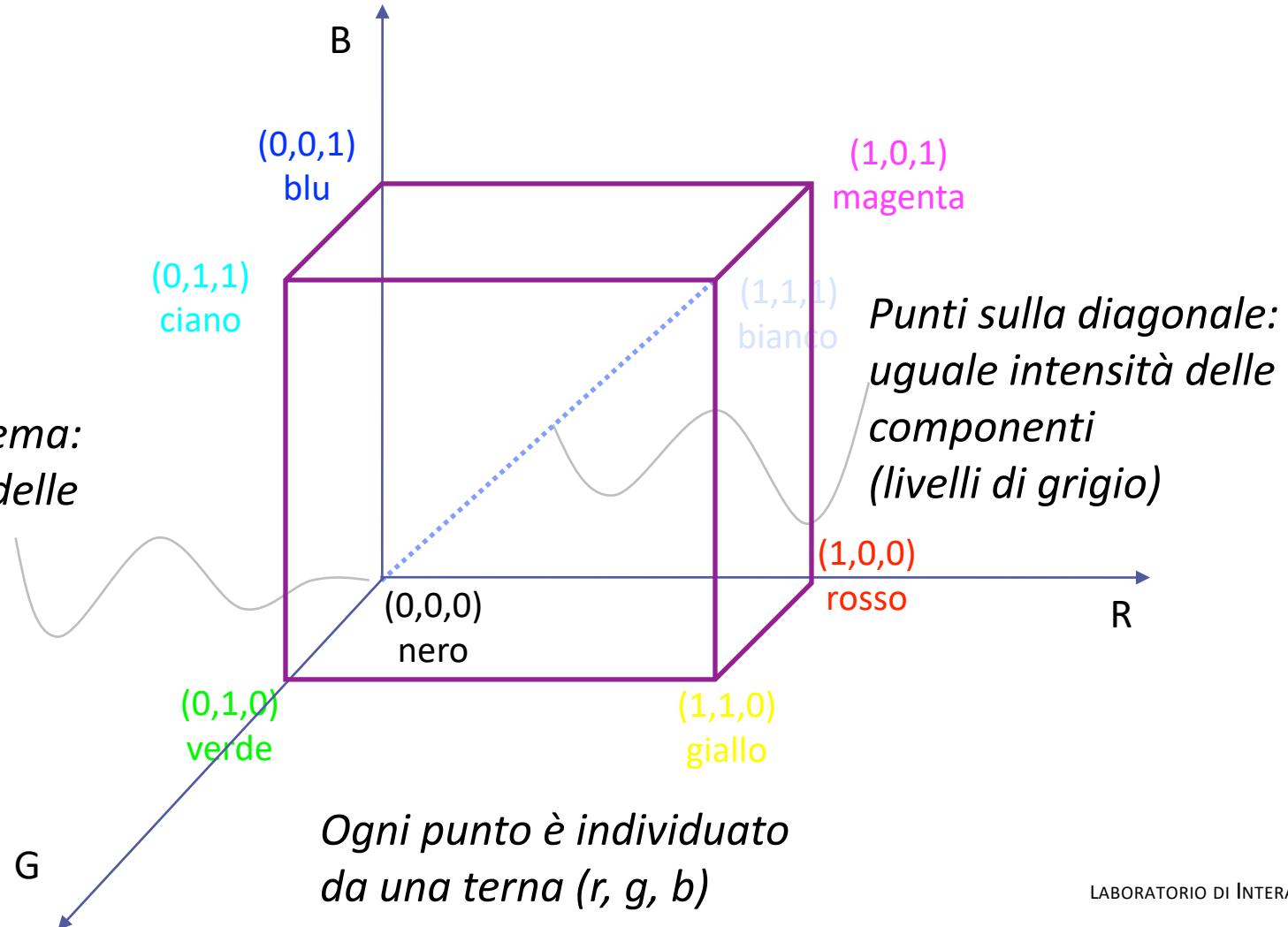
# Rappresentazione del colore

- Il colore è rappresentato sempre come un'entità vettoriale con tre componenti, ma esistono *spazi di rappresentazione* differenti con differenti finalità
  - Spazi relativi (dipendenti dal dispositivo che rappresenta il colore)
    - RGB
    - CMY(K)
    - HSI, HSV, HSL, ...
    - L\*a\*b\*, L\*u\*v\*
    - YC<sub>r</sub>C<sub>b</sub>, YIQ
  - Spazi assoluti (indipendenti dal dispositivo)
    - CIE diagram

# Rappresentazione del colore

- RGB

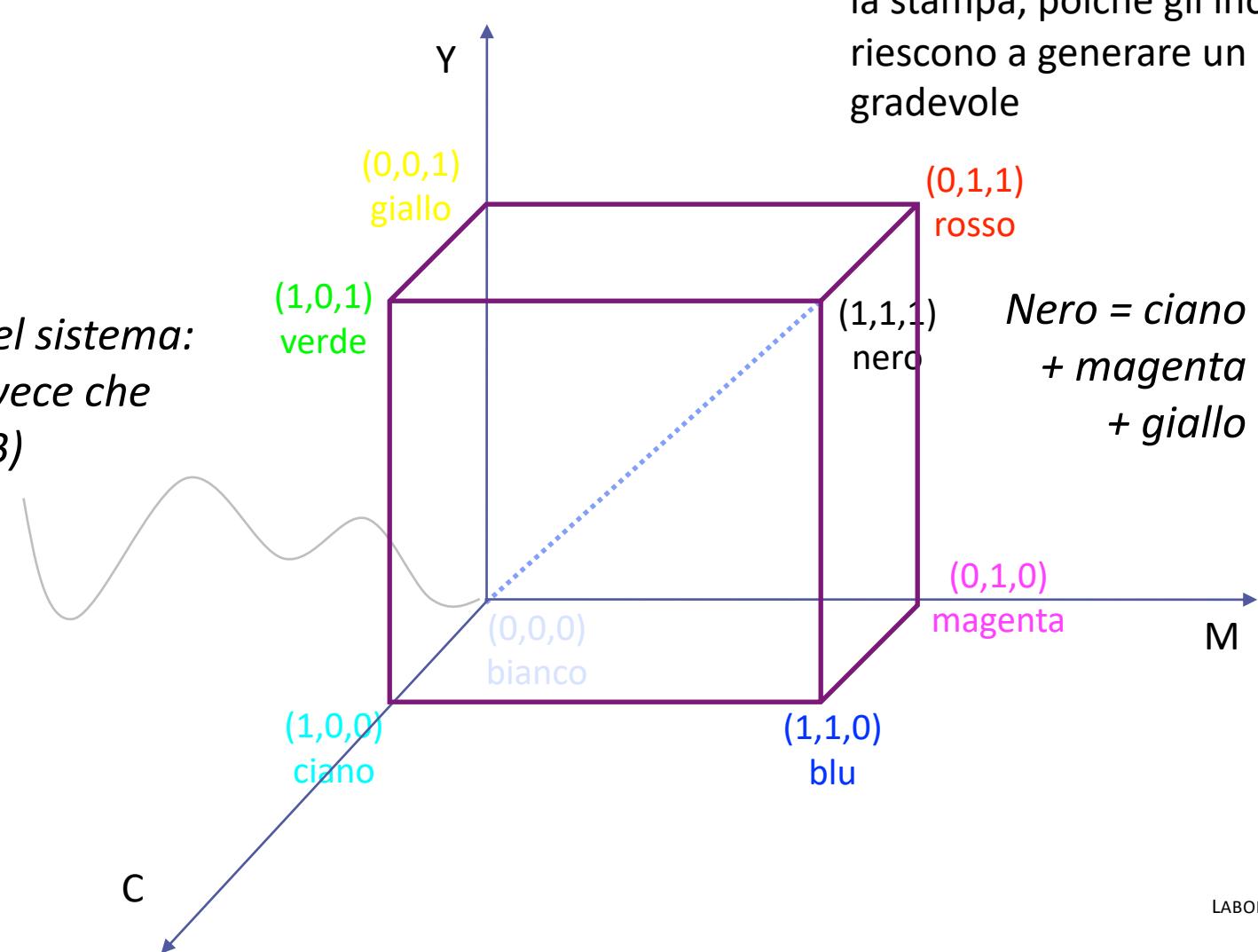
*Origine del sistema:  
totale assenza delle  
3 componenti*



# Rappresentazione del colore

- CMY

*Origine del sistema:  
bianco invece che  
nero (RGB)*



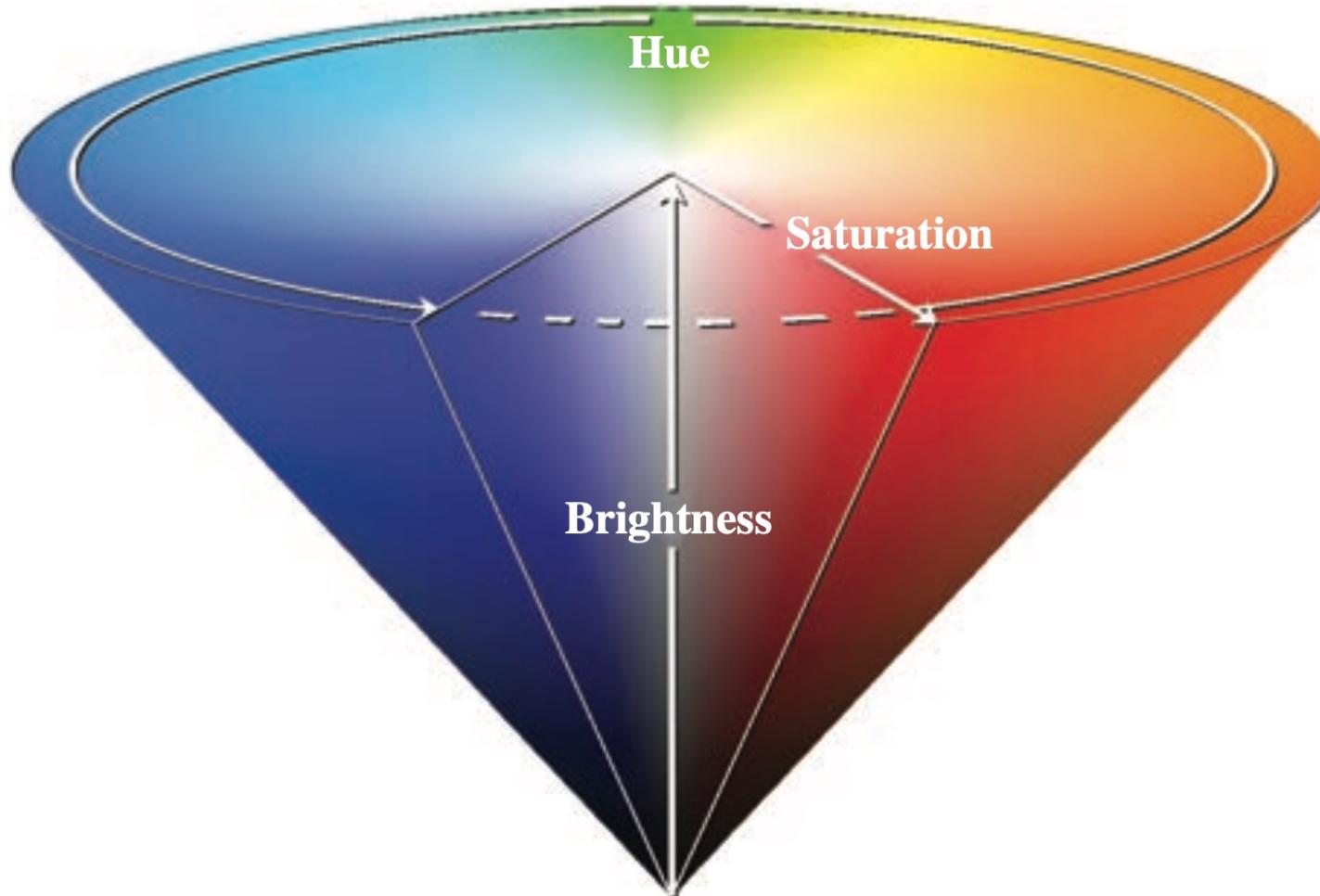
CMYK: quadricromia, con il nero (K) a parte; modello usato per applicazioni pratiche, come la stampa, poiché gli inchiostri CMY non riescono a generare un nero percettivamente gradevole

# Rappresentazione del colore

- HS V / I / L / B
  - È una famiglia di modelli nati per descrivere il colore in termini del suo grado di purezza
  - Tinta (Hue – H) rappresenta il colore puro ovvero la radiazione cromatica dominante; è rappresentato come un angolo
  - Saturazione (S) rappresenta l'ammontare di luce bianca presente nel colore percepito e cioè il grado di mescolamento con gli altri colori; il colore saturo al 100% non presenta altre componenti mescolate alla tinta
  - V / I / L / B è un valore calcolato secondo modelli diversi, ma sempre legato all'intensità luminosa pura, *acromatica*, della radiazione luminosa

# Rappresentazione del colore

- HS\*



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Rappresentazione del colore

- La famiglia basata su H e S non è un modello percettivo cioè a uguali distanze tra i colori non corrispondono uguali differenze percettive
- La CIE ha standardizzato gli spazi  $L^*a^*b^*$  e  $L^*u^*v^*$  come spazi percettivi, caratterizzati dal fatto che la componente acromatica  $L^*$  è separata da quella cromatica definita in un piano perpendicolare
- Altri modelli che separano *luminanza* Y e *crominanza* sono ad esempio  $YC_rC_b$  e YIQ usati per gli standard delle TV a colori e per la compressione JPEG

# Rappresentazione del colore

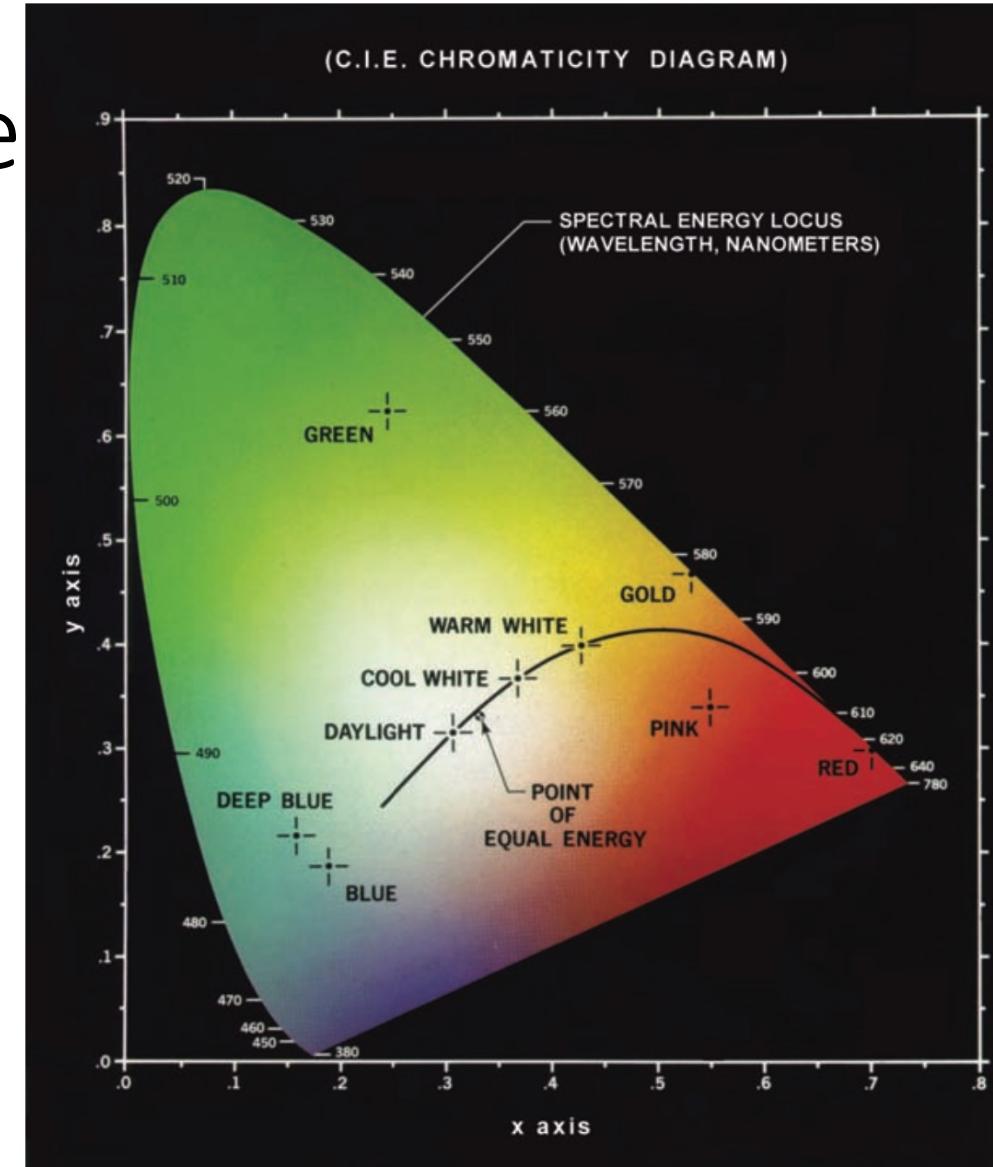
- La CIE ha definito il *diagramma di cromaticità* per consentire il confronto assoluto tra dispositivi anche eterogenei (display o strumenti di acquisizione) rispetto alla tavolozza (o *palette*) di colori che questi sanno riprodurre
- Detti  $\{X, Y, Z\}$  i valori assoluti di tristimolo, si definiscono i *coefficienti tricromatici*  $\{x, y, z\}$  normalizzando ogni stimolo per la somma di tutti e tre.

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}, \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z},$$

$$x + y + z = 1 \Rightarrow z = 1 - x - y$$

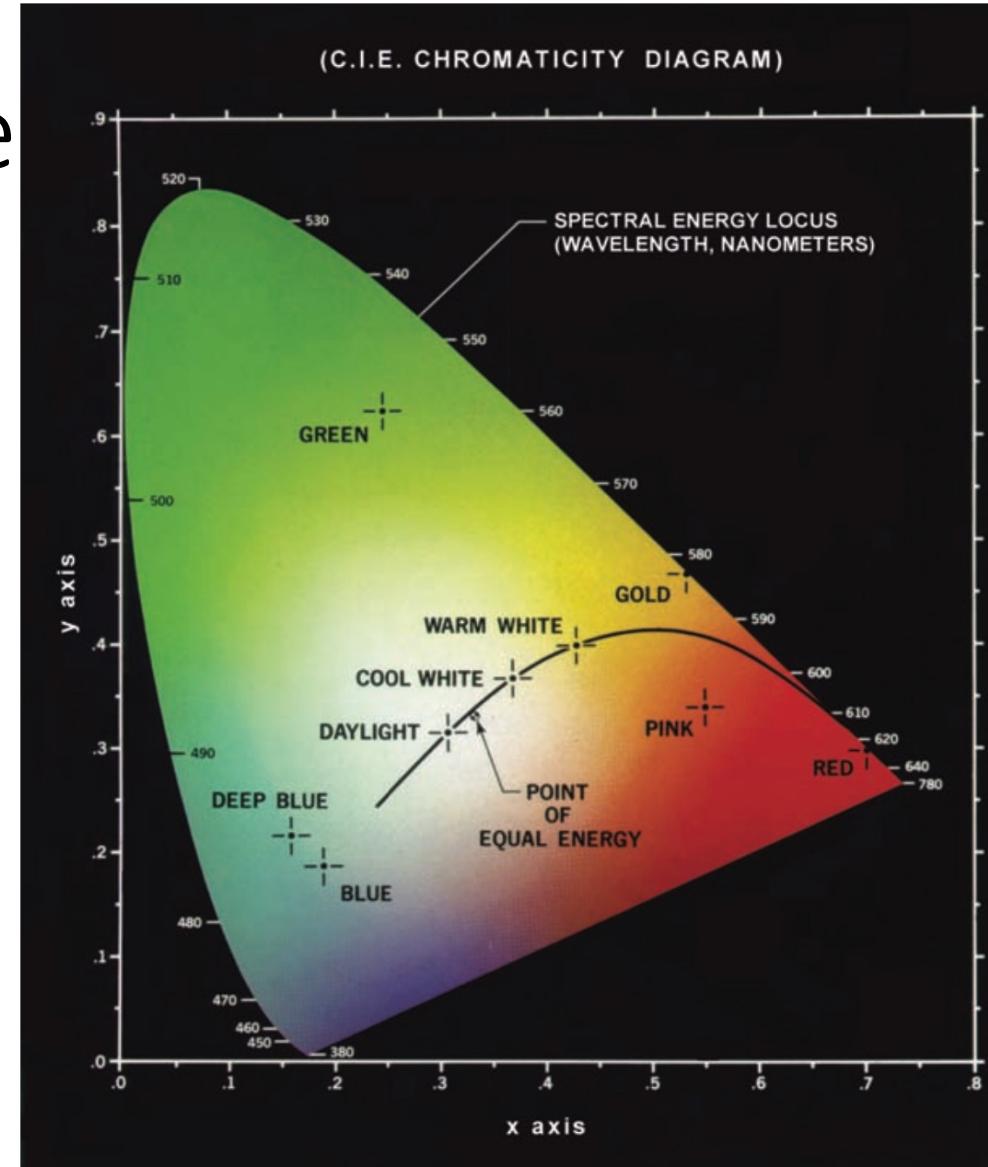
# Rappresentazione del colore

- Il diagramma di cromaticità rappresenta sul piano  $(x, y)$  il luogo dei punti corrispondenti a tutti i valori di tristimolo normalizzato
  - Point of equal energy*: il punto sul piano  $(x, y)$  per cui i tre contributi energetici sono uguali  $x = y = z$
  - La rappresentazione di ogni singolo colore completamente saturo si trova sul bordo del diagramma



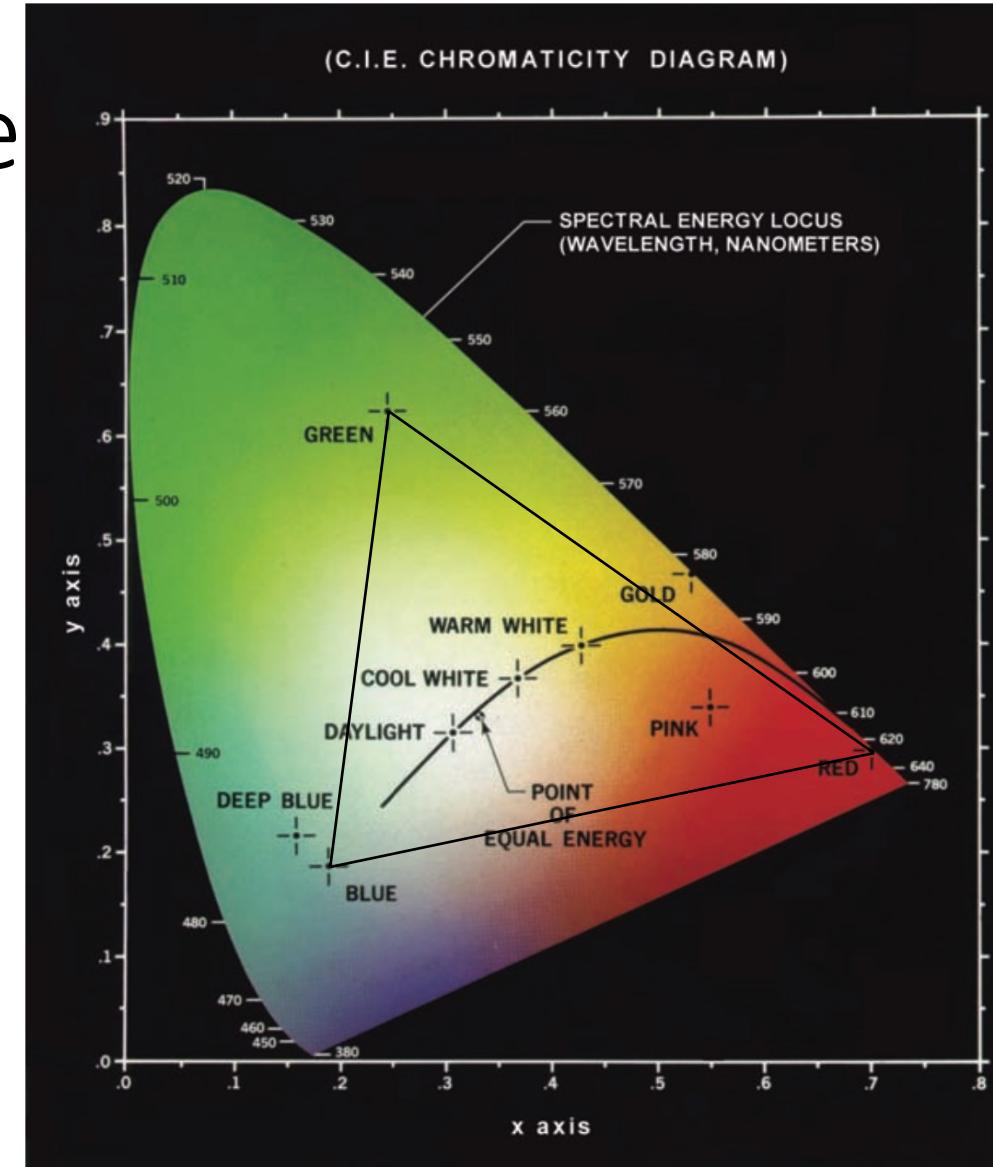
# Rappresentazione del colore

- Il diagramma di cromaticità rappresenta sul piano ( $x, y$ ) il luogo dei punti corrispondenti a tutti i valori di tristimolo normalizzato
  - Le linee rette sono gamme cromatiche ottenute come mix dei due punti estremi
  - Linee rette dal point of equal energy a un qualunque punto di bordo rappresentano tutte le sfumature del colore di bordo corrispondente



# Rappresentazione del colore

- Il diagramma di cromaticità rappresenta sul piano ( $x, y$ ) il luogo dei punti corrispondenti a tutti i valori di tristimolo normalizzato
  - Partendo dalla misura dei tre valori di  $R$ ,  $G$  e  $B$  puri rappresentabili da un dispositivo e riportati sul diagramma di cromaticità, l'intera gamma cromatica rappresentabile è definita dal *triangolo che ha i suoi vertici in  $R$ ,  $G$  e  $B$*



# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- I dati provenienti dai dispositivi di imaging sono *segnali multidimensionali* spazio- e tempo-varianti

$$s = f(\vec{r}, t) = f(x, y, z, t), \quad \forall x, y, z, t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{C}$$

- In genere  $s$  ha valori reali, ma può essere complessa
- Introdurremo con maggiore dettaglio i segnali spaziali perché questa è la natura delle immagini digitali, ma le considerazioni sono identiche anche per i segnali temporali

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Segnali più diffusi

- Esponenziale complesso o sinusoidale

$$Ae^{i(2\pi kx + \phi)} = A(\cos(2\pi kx + \phi) + i \sin(2\pi kx + \phi))$$

- I segnali sinusoidali reali saranno sempre *cosinusoidi* con appropriato sfasamento

- Gaussiana normalizzata

$$G_n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

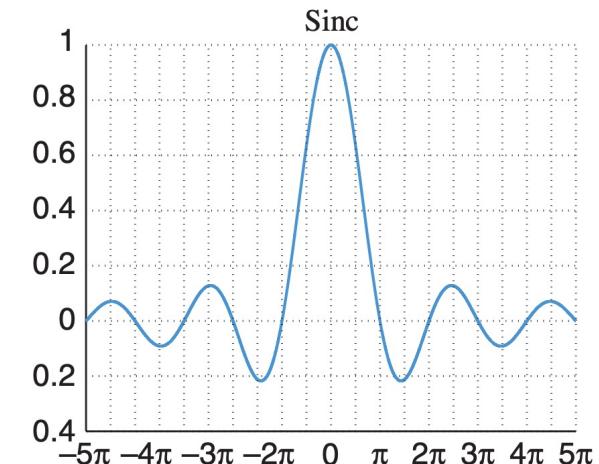
# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Segnali più diffusi

- Sinc

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

- Funzione rettangolare



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

$$\begin{aligned}\Pi\left(\frac{x}{2L}\right) &= 1, & |x| < L \\ &= \frac{1}{2}, & |x| = L \\ &= 0, & |x| > L\end{aligned}$$

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Segnali più diffusi
  - Delta di Dirac

$$\begin{aligned}\delta(x - x_0) &= 0, \quad x \neq x_0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) dx &= 1 \\ \delta(x) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \Pi\left(\frac{x}{\epsilon}\right)\end{aligned}$$

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Convoluzione
  - La convoluzione è un operatore che combina due segnali e descrive come la forma di uno è modificata dall'altro
  - La convoluzione può essere intesa sia in senso spaziale sia in senso temporale per cui ha senso per i segnali che tratteremo nel nostro corso (immagini e/o volumi di immagini)
  - Essa si estende semplicemente al caso di segnali multidimensionali

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

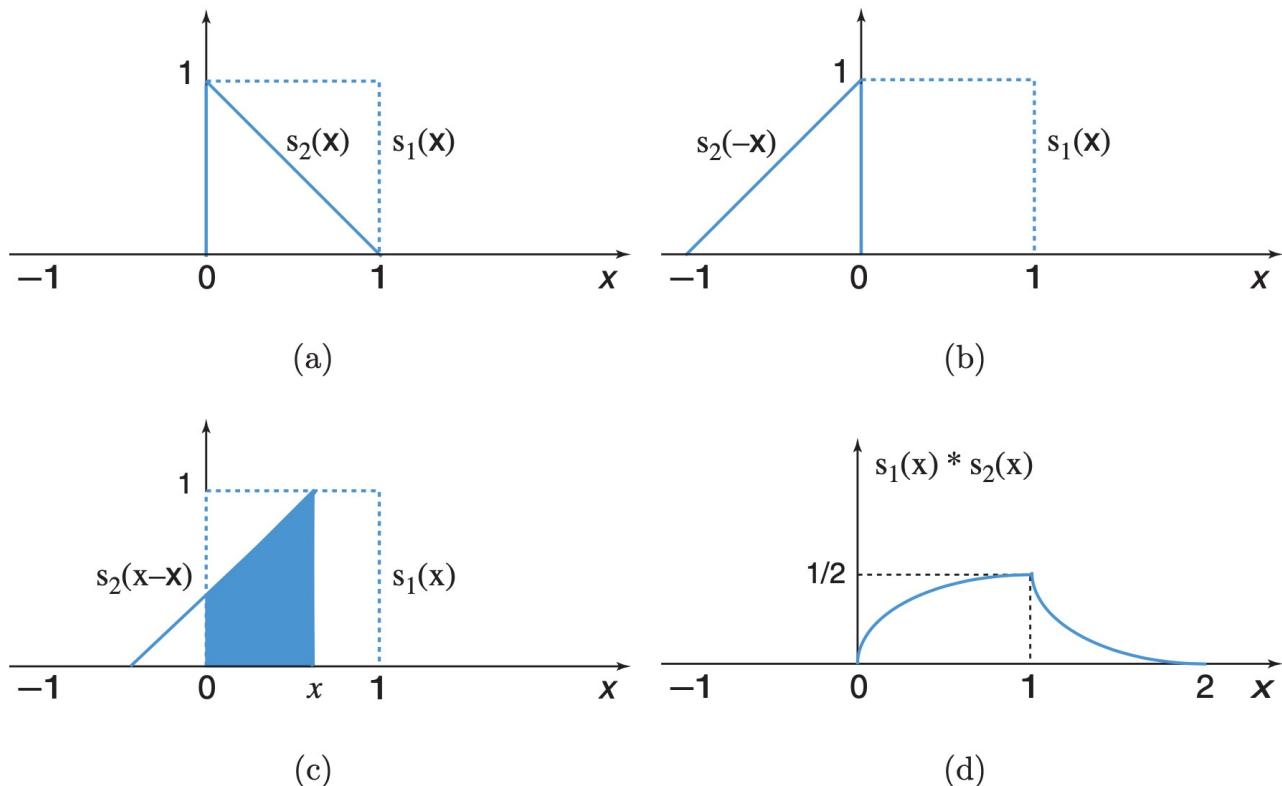
- Convoluzione

- Per definizione la convoluzione è *commutativa* e gode di tutte le proprietà di un *operatore lineare*

$$s_1(x) * s_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(x - \xi) s_2(\xi) d\xi$$

$$s_2(x) * s_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(\xi) s_2(x - \xi) d\xi$$

Si dimostra per sostituzione:  
 $\xi \rightarrow x - \xi$

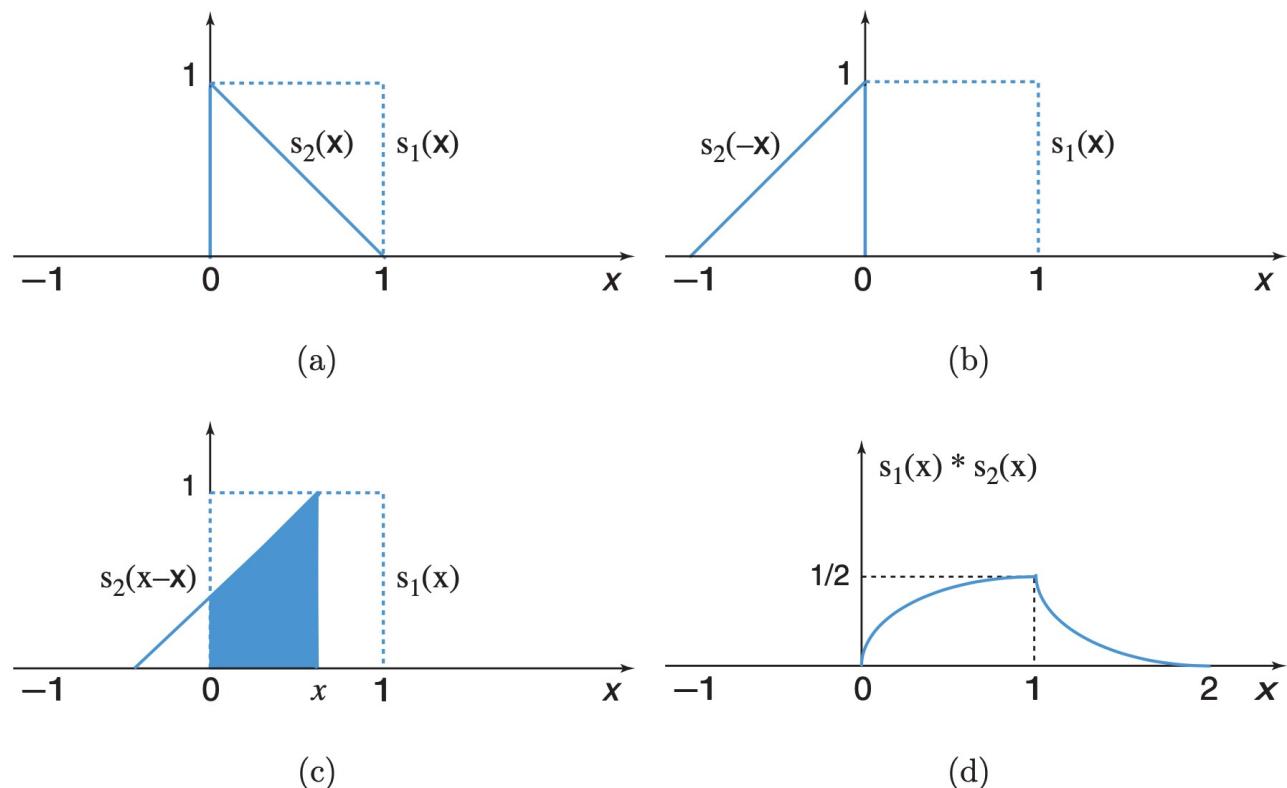


Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Cross-correlazione

- La cross-correlazione è definita come  $s_1(-x)*s_2(x)$  ovvero  $s_1(x)*s_2(-x)$  essa è spesso confusa con la convoluzione, soprattutto nel discreto, ma da luogo a una forma funzionale «specchiata» rispetto alla convoluzione e non è lineare



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Sistemi lineari
  - Un sistema lineare trasforma una *sollecitazione*  $s_i$  in una *risposta*  $s_o$  secondo la relazione generica
$$s_o = \mathcal{L}\{s_i\}$$
  - Il sistema è lineare se applicato ad una combinazione lineare di due sollecitazioni produce una risposta che è la combinazione lineare delle due risposte alle singole sollecitazioni secondo gli stessi coefficienti

$$\mathcal{L}\{c_1 s_1 + c_2 s_2\} = c_1 \mathcal{L}\{s_1\} + c_2 \mathcal{L}\{s_2\}, \quad \forall c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Sistemi lineari
  - Un sistema lineare si dice *tempo-invariante* (Linear Time Invariant - LTI) se la risposta ad una sollecitazione traslata di  $T$  nel tempo  $s_o(t - T)$  è quella che si avrebbe in  $t$ , ma semplicemente traslata di  $T$ :  $s_o(t - T)$
  - Analogamente, un sistema lineare si dice *spazio-invariante* (Linear Space Invariant – LSI) se la risposta ad una sollecitazione traslata di  $X$  nello spazio  $s_o(x - X)$  è quella che si avrebbe in  $x$ , ma semplicemente traslata di  $X$ :  $s_o(x - X)$

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Risposta all'impulso e PSF
  - La funzione delta di Dirac gode della cosiddetta *proprietà di campionamento*

$$s_i(x_0) = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(x) \delta(x - x_0) dx$$

Si può dimostrare esplicitando  $\delta$  come limite di una funzione rettangolare la cui ampiezza tende a 0

- La funzione delta, applicata in un punto  $x_0$ , *seleziona il valore*  $s_i(x_0)$  che il segnale assume in  $x_0$ . Riscrivendo in forma di convoluzione:

$$s_i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(\xi) \delta(x - \xi) d\xi$$

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Risposta all'impulso e PSF
  - La *risposta all'impulso* di un sistema lineare è la risposta ad una sollecitazione delta di Dirac.
  - La linearità del sistema ci consente di scrivere

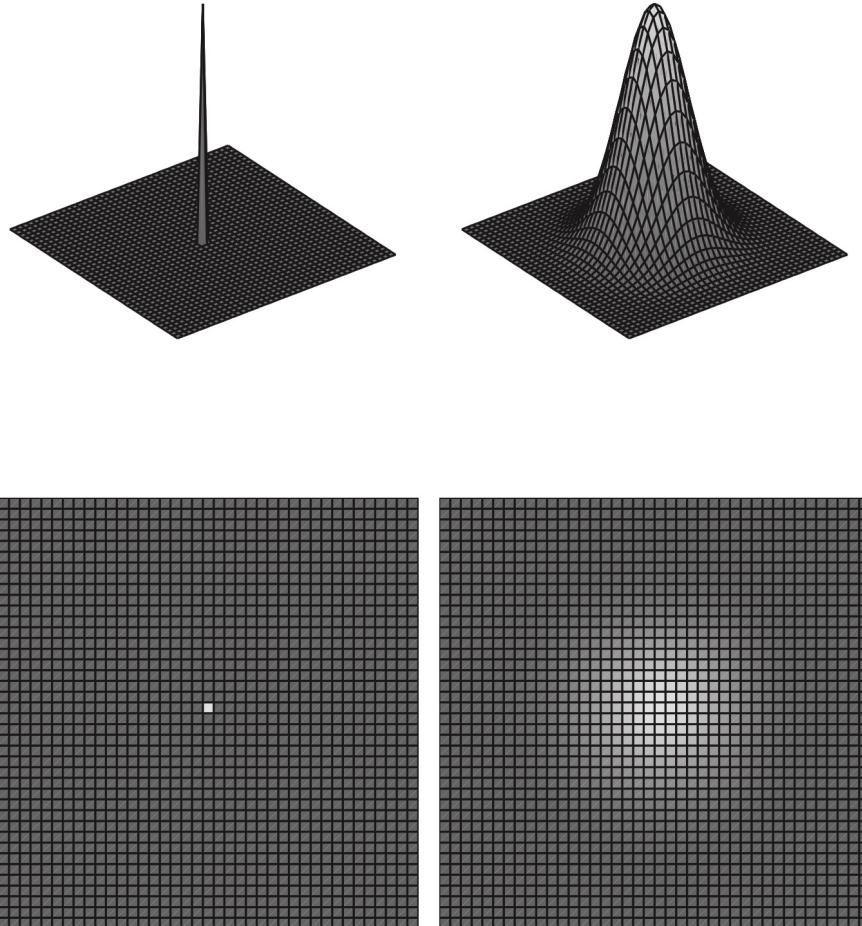
$$s_o(x) = \mathcal{L} \{ s_i \} = \mathcal{L} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(\xi) \delta(x - \xi) d\xi \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(\xi) \mathcal{L}\{\delta(x - \xi)\} d\xi$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(\xi) h(x - \xi) d\xi = s_i * h$$

Risposta all'impulso

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Risposta all'impulso e PSF

- Per un sistema di acquisizione di immagini (imaging) la risposta all'impulso è nota come ***Point Spread Function*** (PSF) e rappresenta come il sistema trasforma una sollecitazione rappresentata da un puntino luminoso estremamente piccolo e brillante
- Le caratteristiche della PSF di un sistema di imaging influenzano direttamente la sua ***risoluzione***



Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Trasformata di Fourier (FT)
  - La FT di un segnale definisce una corrispondenza tra il dominio del segnale stesso (tempo o spazio) e il cosiddetto dominio della frequenza
$$S(\vec{k}) = \mathcal{F}\{s(\vec{r})\} = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\vec{r}) e^{-2\pi i \vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$$
$$s(\vec{r}) = \mathcal{F}^{-1}\{S(\vec{k})\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\vec{k}) e^{+2\pi i \vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{k}$$
  - Segnali temporali: frequenza in Hz ( $\text{sec}^{-1}$ )
  - Segnali spaziali: **frequenza spaziale** la cui dimensione è  $\text{mm}^{-1}$  e indica il contenuto informativo del segnale associato ai dettagli più piccoli e ai contorni più netti

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Trasformata di Fourier (FT)

- FT notevoli

Un segnale *limitato* nello spazio  
*ha una banda illimitata*  
nel dominio della frequenza  
e viceversa

Image space	Fourier space
1	$\delta(k)$
$\delta(x)$	1
$\cos(2\pi k_0 x)$	$\frac{1}{2}(\delta(k + k_0) + \delta(k - k_0))$
$\sin(2\pi k_0 x)$	$\frac{i}{2}(\delta(k + k_0) - \delta(k - k_0))$
$\Pi\left(\frac{x}{2L}\right)$	$2L \operatorname{sinc}(2\pi Lk)$
$\Lambda\left(\frac{x}{2L}\right)$	$L \operatorname{sinc}^2(\pi Lk)$
$G_n(x; \mu, \sigma)$	$\exp(-i2\pi k\mu) \exp(-2\pi^2 k^2 \sigma^2)$

Fonte: Suetens «Fundamentals of Medical Imaging», 3rd ed.

# Brevi richiami di Teoria dei Segnali

- Trasformata di Fourier (FT)

$$\begin{aligned}s_o(x) &= h * s_i = \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(x - \xi)h(\xi)d\xi = \\&= \int_{-\infty}^{+\infty} S_i(k)e^{2\pi i k x} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i k \xi} h(\xi)d\xi \right) dk = \\&= \int_{-\infty}^{+\infty} H(k)S_i(k)e^{2\pi i k x} dk = \mathcal{F}^{-1}\{H(k)S_i(k)\}\end{aligned}$$

- La FT della risposta all'impulso  $h$  si chiama **funzione di trasferimento** e si applica tramite semplice prodotto alla FT della sollecitazione:

$$h * s_i \leftrightarrow H \cdot S_i$$

- Nei sistemi di imaging  $H$  si chiama **Optical Transfer Function** - OTF

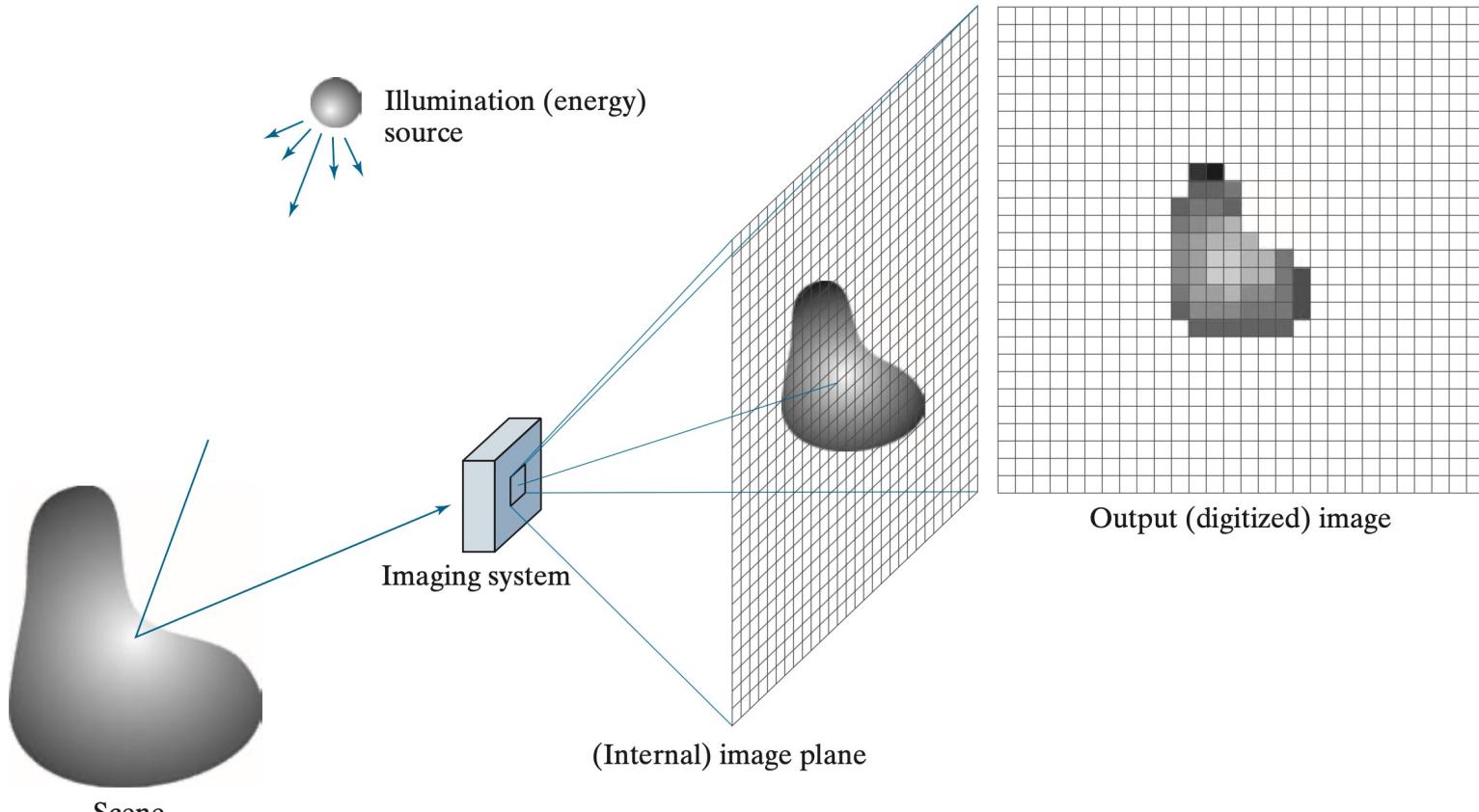
Esprimiamo  $s_i(x-\xi)$  in termini della sua FT inversa

# Digitalizzazione delle immagini

- Un'immagine digitale viene generata a partire da una radiazione elettromagnetica (anche luminosa) in forma di segnale bidimensionale analogico  $s(x,y)$
- L'acquisizione può avvenire attraverso una molteplicità di dispositivi
  - Scanner ottici
  - Macchine fotografiche digitali
  - Tomografi che rilevano un segnale spaziale riprodotto come immagine in pseudo-colore (come nel nostro caso)
  - ...

# Digitalizzazione delle immagini

- Il processo può essere schematizzato semplicemente
  - Il sistema di acquisizione (lenti, sensori ...) *mette a fuoco* l'immagine su un piano a *distanza focale f* dal punto di cattura e lì è presente il dispositivo di digitalizzazione

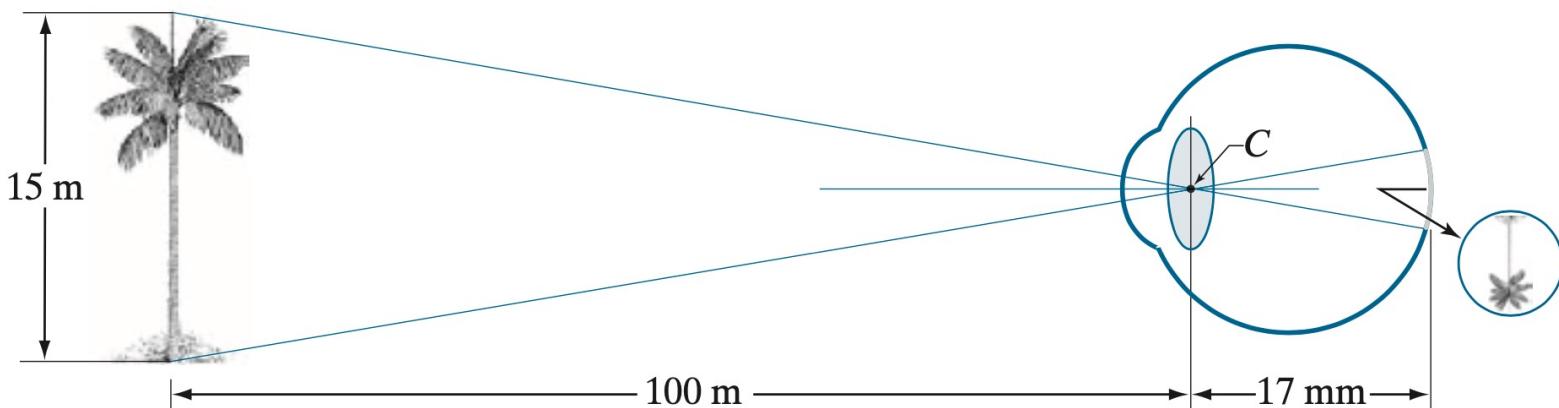


Fonte: Gonzalez, Woods «Digital Image Processing», 4th ed.

# Digitalizzazione delle immagini

- Il sistema di acquisizione dell'occhio

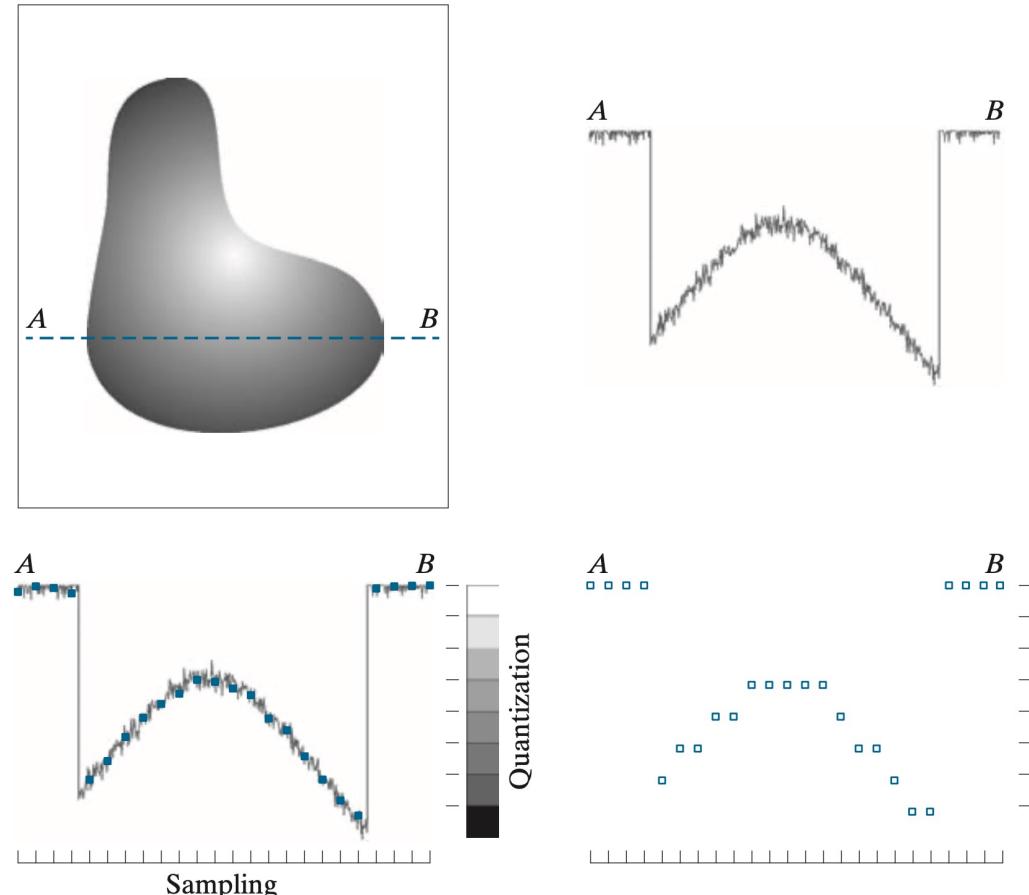
- L'occhio è una cosiddetta *pinhole camera* cioè l'acquisizione si ottiene facendo convergere i raggi in un unico punto di ingresso e di conseguenza si capovolge l'immagine sul sensore (retina)



Fonte: Gonzalez, Woods «Digital Image Processing», 4th ed.

# Digitalizzazione delle immagini

- La digitalizzazione si ottiene attraverso un processo in due passi
  - *Campionamento*: fase di discretizzazione del dominio spaziale del segnale secondo una griglia regolare di punti di acquisizione
  - *Quantizzazione*: fase di discretizzazione dell'ampiezza di s



Fonte: Gonzalez, Woods «Digital Image Processing», 4th ed.

# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento
    - Il campionamento si ottiene moltiplicando il segnale  $s(x)$  per un treno di impulsi equispaziati di una certa *ampiezza di campionamento*  $\Delta x$
- $$\text{III}(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - n\Delta x);$$
- $$s_s(x) = s(x) \text{III}(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} s(x)\delta(x - n\Delta x) \equiv s(n\Delta x), \quad n \in \mathbb{Z};$$

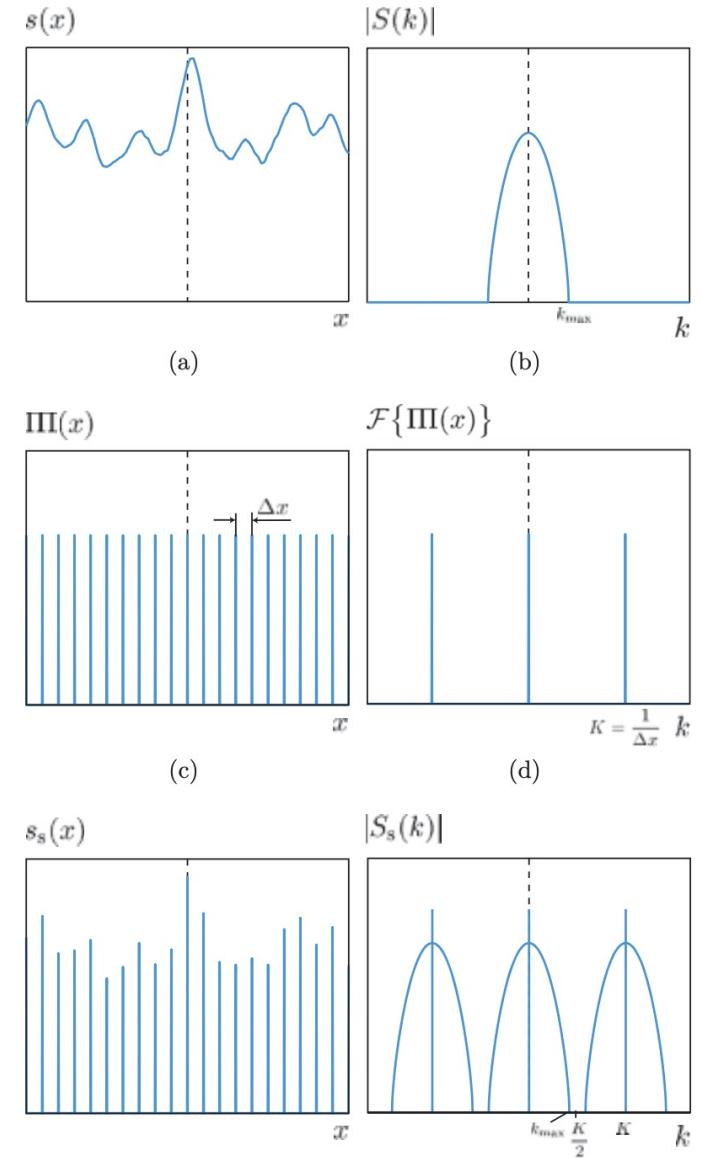
# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

- La FT di un impulso, eventualmente traslato in  $x_0$  è data da:

$$\mathcal{F}\{\delta(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i k x} \delta(x) dx = e^{-2\pi i k};$$

$$\mathcal{F}\{\delta(x - x_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i k x} \delta(x - x_0) dx = e^{-2\pi i k x_0};$$



Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.  
LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
CHILAB

# Digitalizzazione delle immagini

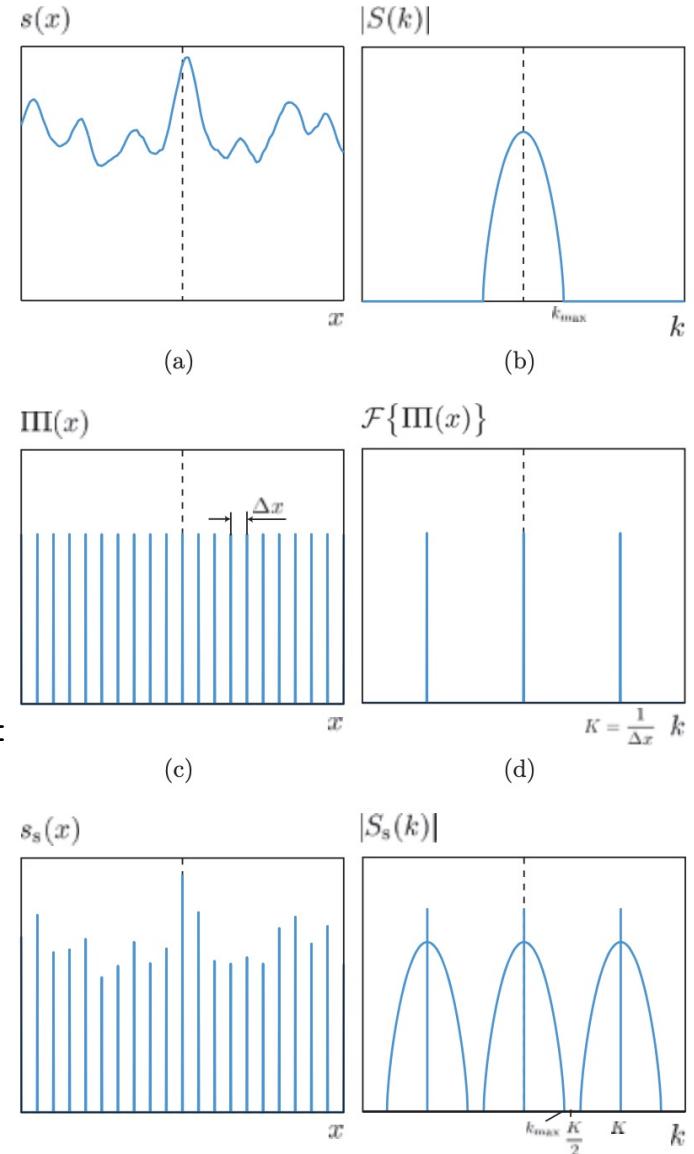
- Campionamento

- Un treno di impulsi è un segnale periodico e ammette rappresentazione come serie di Fourier

$$\text{III}(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{i \frac{2\pi n x}{\Delta x}}; \quad c_n = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} \text{III}(x) e^{-i \frac{2\pi n x}{\Delta x}} dx = \\ = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} \delta(x) e^{-i \frac{2\pi n x}{\Delta x}} dx = \frac{1}{\Delta x} e^0 \equiv \frac{1}{\Delta x}$$



Poiché nell'intervallo di integrazione c'è **una sola funzione delta di Dirac** si applica la proprietà di campionamento in  $x = 0$



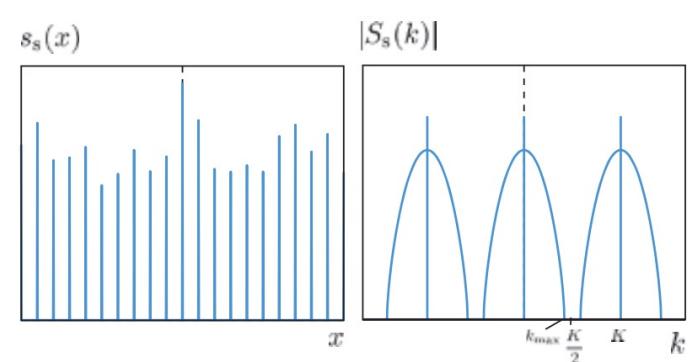
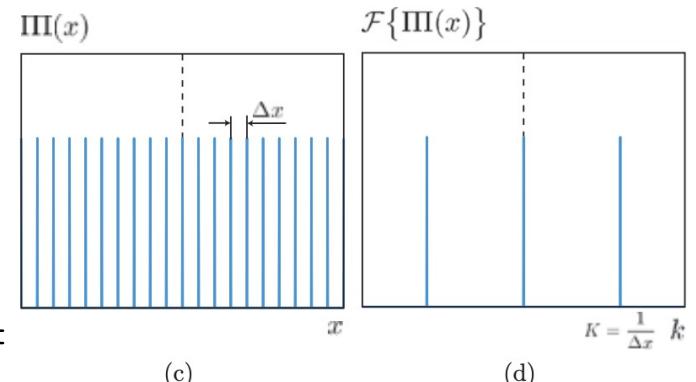
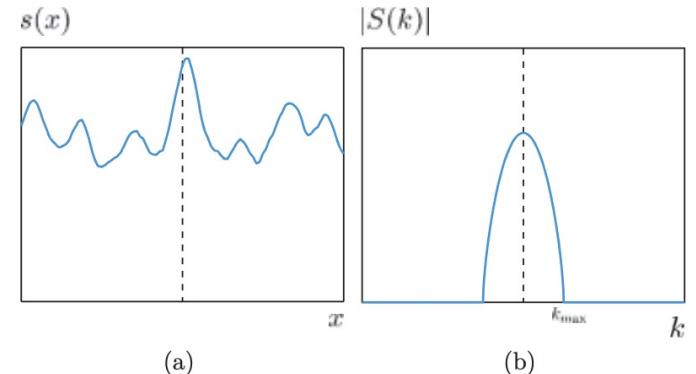
# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

- La FT del treno di impulsi è ancora un treno di impulsi con frequenza  $K = 1/\Delta x$

$$\text{III}(x) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i \frac{2\pi n x}{\Delta x}}; \quad \mathcal{F}\{\text{III}(x)\} = \frac{1}{\Delta x} \mathcal{F} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i \frac{2\pi n x}{\Delta x}} \right\} =$$

$$= \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\{e^{i \frac{2\pi n x}{\Delta x}}\} = K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(k - nK), \quad K \triangleq \frac{1}{\Delta x}$$



Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.  
LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
CHILAB

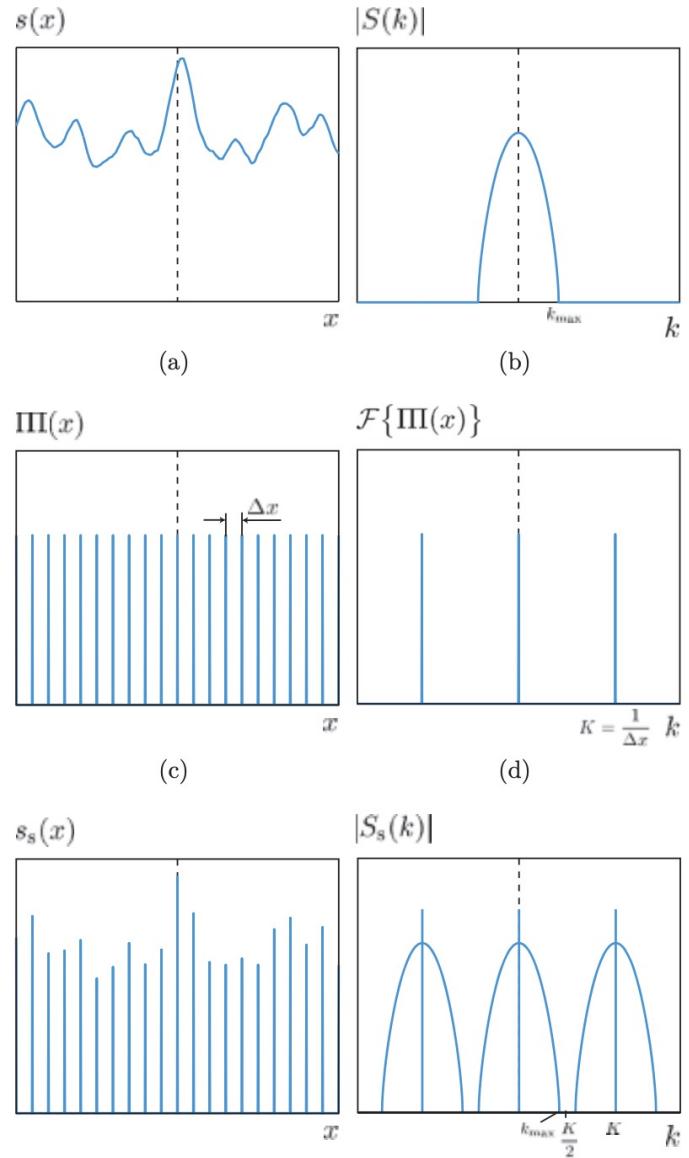
# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

- La FT del segnale campionato  $S_s(k)$  si ottiene dalla **convoluzione** delle FT di  $s(x)$  e del treno di impulsi

$$\begin{aligned}
 S_s(k) &= \mathcal{F}\{s(x)\} \text{III}(x) \equiv S(k) * \text{III}_{\mathcal{F}}(k) = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu) \text{III}_{\mathcal{F}}(k - \nu) d\nu = K \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(k - nK - \nu) d\nu = \\
 &= K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(k - nK)
 \end{aligned}$$

Si ottiene una somma di integrali, in ognuno dei quali si applica la proprietà di campionamento in  $(k - nK)$



Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.  
 LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
 CHILAB

# Digitalizzazione delle immagini

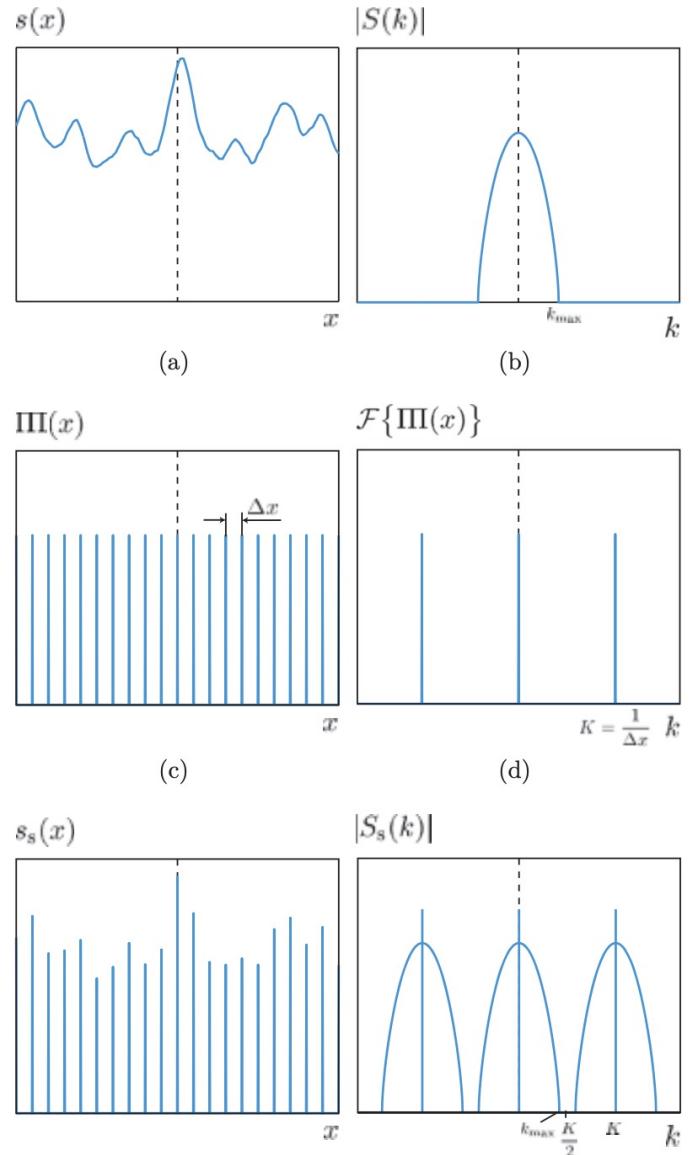
- Campionamento

- La FT del segnale campionato  $S_s(k)$  si ottiene dalla **convoluzione** delle FT di  $s(x)$  e del treno di impulsi

$$S_s(k) = \mathcal{F}\{s(x)\} \text{III}(x) \equiv S(k) * \text{III}_{\mathcal{F}}(k) =$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu) \text{III}_{\mathcal{F}}(k - \nu) d\nu = K \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(k - nK - \nu) d\nu = \\ &= K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(k - nK) \end{aligned}$$

**Criterio di Nyquist:** una frequenza di campionamento **maggior del doppio** della massima frequenza  $k_{max}$  di un segnale con **trasformata a banda limitata** consente la sua **ricostruzione esatta** a partire dai suoi campioni (tramite filtro passa-basso e FT inversa)

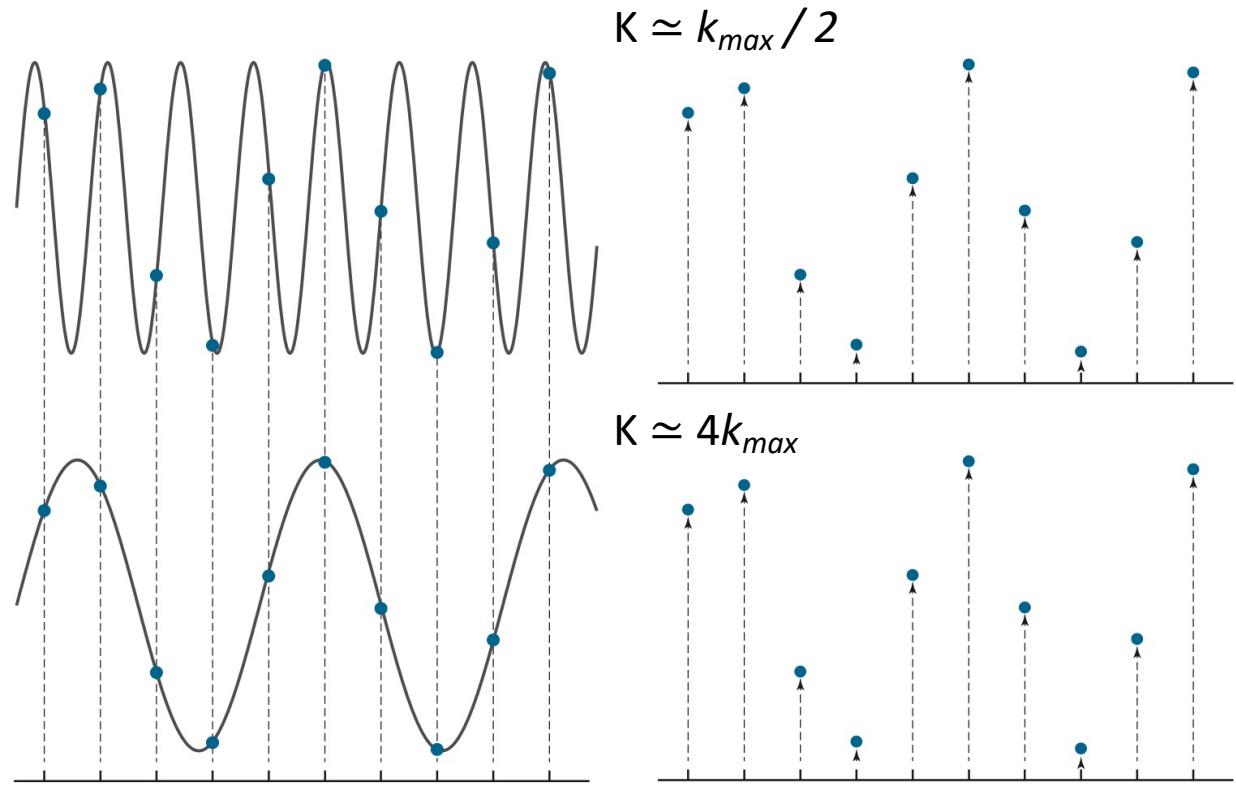


Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.  
LABORATORIO DI INTERAZIONE UOMO-MACCHINA  
CHILAB

# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

- $K = 2k_{max}$  viene detta *frequenza di Nyquist* e definisce la soglia di *campionamento critico* del segnale
- Al di sotto della frequenza di Nyquist il segnale è *sottocampionato* e può dare luogo a fenomeni di *aliasing* cioè di *ricostruzione di un falso segnale* cioè quello per cui  $K$  risulta corretta



Fonte: Gonzalez, Woods «Digital Image Processing», 4th ed.

# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento
  - Una immagine digitale è un *segnale spaziale bidimensionale* e le considerazioni precedenti valgono per una *coppia di frequenze spaziali*  $k_x$  e  $k_y$  per cui il campionamento avverrà attraverso una griglia bidimensionale di impulsi

$$\text{III}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y)$$

$$\mathcal{F}\{\text{III}(x, y)\} = K_x K_y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(k_x - mK_x, k_y - nK_y), \quad K_x \triangleq \frac{1}{\Delta x}, \quad K_y \triangleq \frac{1}{\Delta y}$$

$$S_s(k_x, k_y) = S(k_x, k_y) * \text{III}_{\mathcal{F}}(k_x, k_y) = K_x K_y \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(k_x - mK_x, k_y - nK_y)$$

# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento
  - Anche in questo caso l'aliasing si avrà se non si dovesse rispettare il criterio di Nyquist lungo una delle due direzioni spaziali, per cui il campionamento dovrà avvenire secondo la condizione:
$$K_x > 2k_{x_{max}}, \quad K_y > 2k_{y_{max}}$$
- Ovviamente i valori di  $K_x$  e  $K_y$  in realtà sono limitati dalla PSF del sistema di acquisizione la cui larghezza è una misura della **risoluzione** del sistema stesso ovvero della *sua capacità di riprodurre due punti (linee) molto vicini*

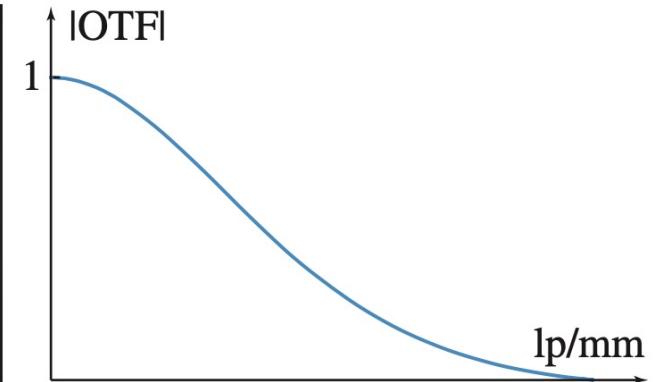
# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.



(a)



(b)

- Risoluzione

- Espressa in *dot per inch* (dpi) indica la densità lineare dei pixel acquisiti da un sistema di acquisizione o mostrati da un display
- In acquisizione è legata alla PSF: si misura la *Full Width at Half Maximum* (FWHM) cioè la larghezza della PSF a metà della sua altezza
- La *Line Spread Function* (LSF) è una misura più comoda che indica la distanza minima tra due linee se la risoluzione è isotropa cioè la PSF ha una impronta circolare

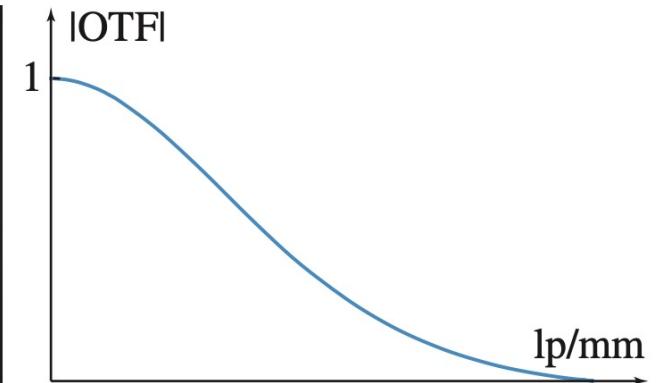
# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

Fonte: Suetens «*Fundamentals of Medical Imaging*», 3rd ed.



(a)



(b)

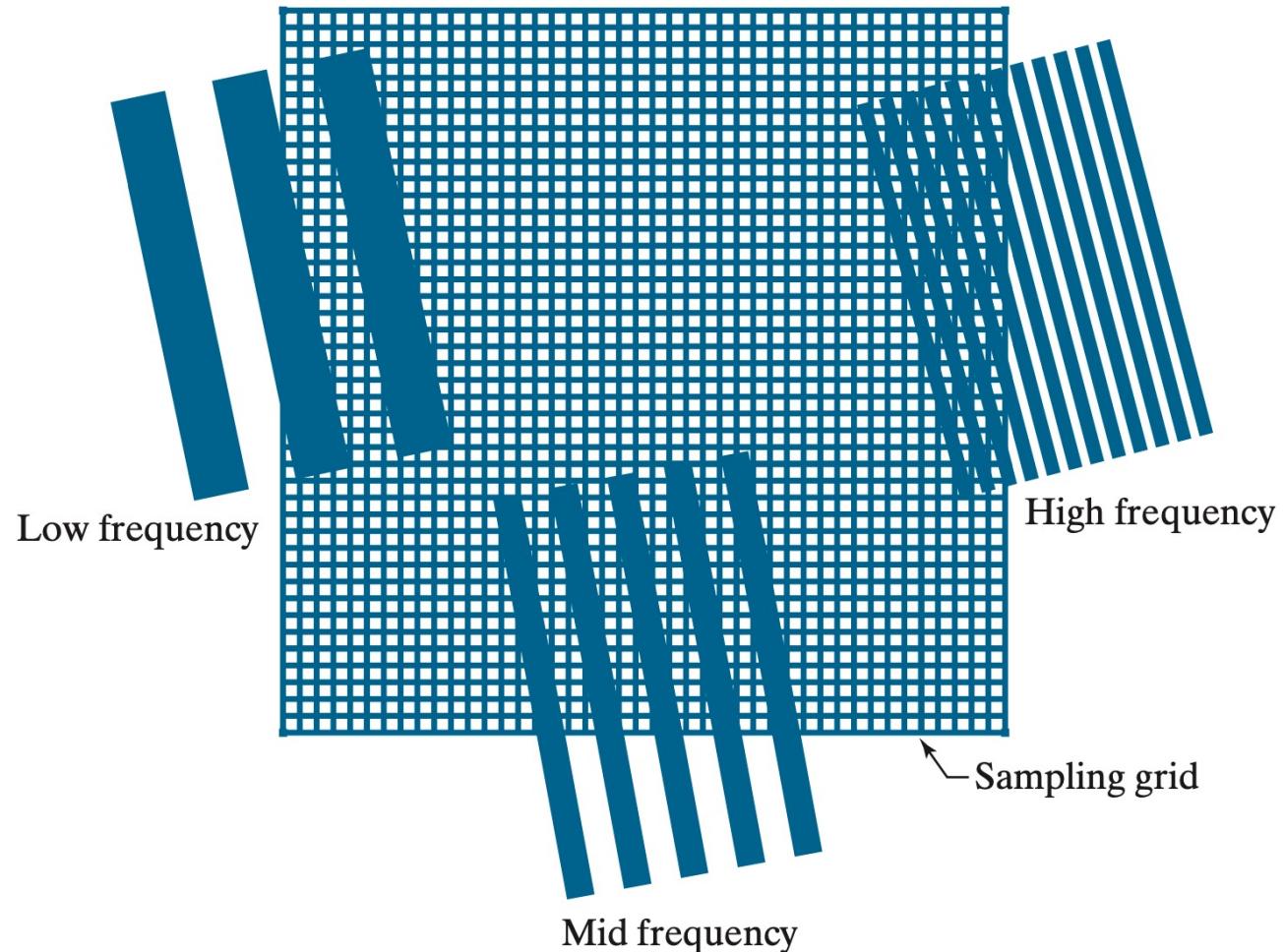
- Risoluzione

- La *Optical Transfer Function* (OTF) è la FT della PSF per cui mostra il comportamento del sistema per un segnale spaziale sinusoidale sia in ampiezza sia in fase
- La *Modulation Transfer Function* (MTF) è espressa come  $MTF = |OTF|$  e misura l'ampiezza della risposta ad un segnale sinusoidale al variare della frequenza spaziale espressa in *line pairs per millimeter* (lp/mm)

# Digitalizzazione delle immagini

- Campionamento

- L'aliasing in una immagine digitale dipende quindi dalla capacità della griglia di pixel, spaziati secondo la risoluzione del sistema d acquisizione, di inseguire rapide variazioni spaziali di **contrasto** cioè la *differenza di intensità del segnale tra regioni adiacenti*



Fonte: Gonzalez, Woods «Digital Image Processing», 4th ed.

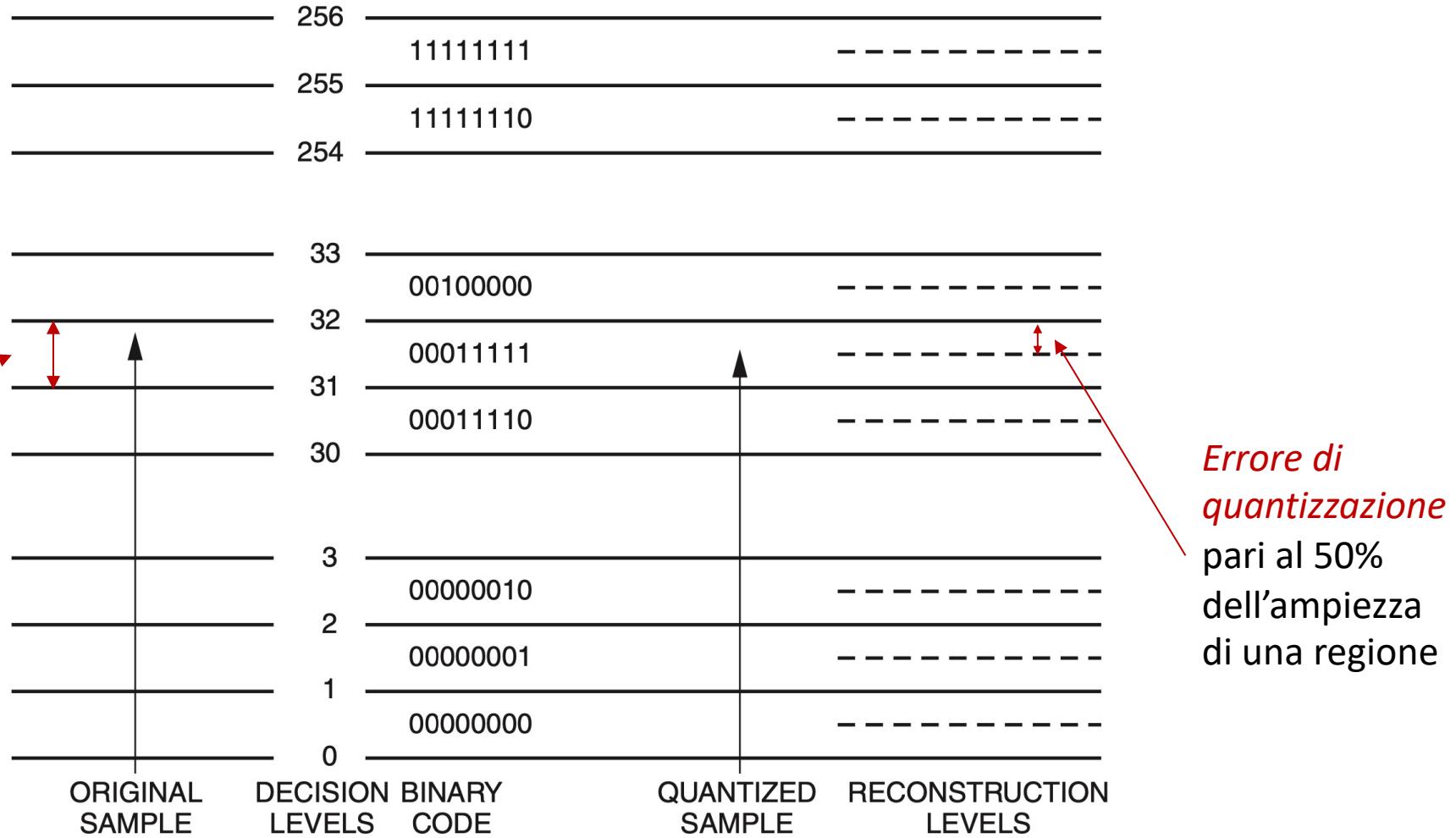
# Digitalizzazione delle immagini

- Quantizzazione
  - La quantizzazione è il processo di discretizzazione dell'ampiezza del campione in un numero di bit prefissato che, storicamente, è definito in modo adeguato allo storage in un calcolatore pur non perdendo in qualità.
  - Il processo di quantizzazione si basa sul confronto dell'ampiezza del singolo campione con un certo numero di *livelli di decisione* prefissati che servono a stabilire quale sarà l'ampiezza discretizzata del campione stesso

# Digitalizzazione delle immagini

- Quantizzazione

*Regioni di quantizzazione*  
di ampiezza costante: parliamo di  
un *quantizzatore uniforme*

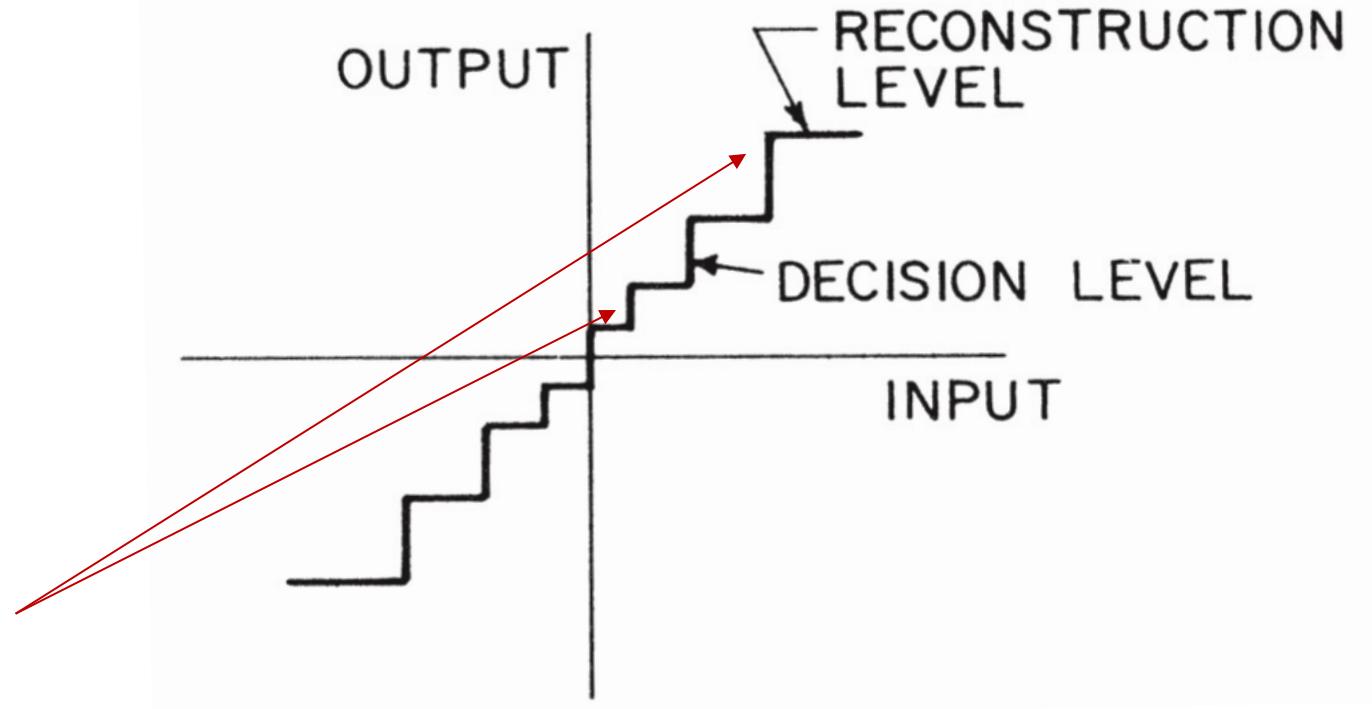


Fonte: Pratt «Digital Image Processing», 4th ed.

# Digitalizzazione delle immagini

- Quantizzazione

La quantizzazione può essere rappresentata in forma funzionale: i livelli di ricostruzione possono essere anche non equispaziati: si parla di *quantizzazione non uniforme*



Fonte: Pratt «Digital Image Processing», 4th ed.

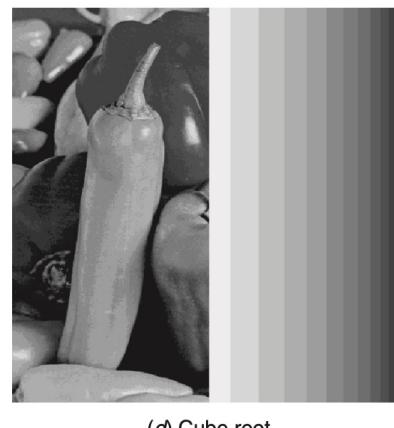
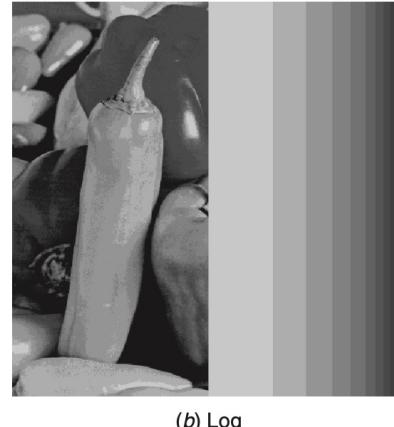
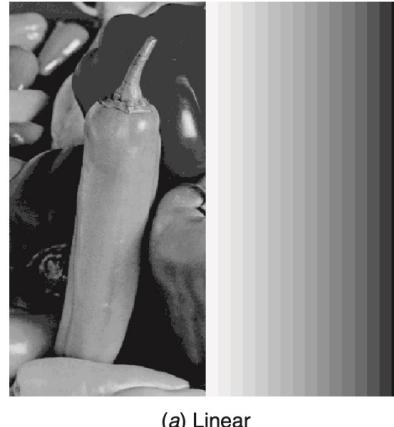
# Digitalizzazione delle immagini

- Quantizzazione
  - Si parla di *immagine a k bit* con riferimento a un'immagine quantizzata usando  $2^k$  livelli distinti
  - In genere le immagini fotografiche a livelli di grigio sono quantizzate a 8 bit e così pure quelle a colori usando 8 bit per ognuno dei tre canali *R*, *G* e *B*.
  - Le immagini prodotte dagli apparecchi di TAC/RM usano in genere 12 bit e non sono quindi immediatamente visualizzabili su un monitor convenzionale che utilizza una quantizzazione a 8 bit.

# Digitalizzazione delle immagini

- Quantizzazione

Quantizzazione  
non uniforme  
al variare della  
legge utilizzata  
in 4 bit



Quantizzazione  
uniforme  
al variare del  
numero di bit

