Gabarito: 1ª Lista de Exercícios de Microeconomia I (PECO – 5037) – Prof. Henrique Hott

Questão 1

Ver notas de Aula 1.

Questão 2

(a) $TMgS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{x_2}{x_1}$
(b) $TMgS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{2x_1x_2^2}{2x_1^2x_2}$
(c) $TMgS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{1/x_1}{1/x_2}$

Questão 3

(a) Basta conferir que $x(\alpha p, \alpha w) = x(p,w)$ e $px = w$.
(b) Basta conferir que $x(\alpha p, \alpha w) = x(p,w)$ e $px = w$, o que só ocorre se $\beta = 1$.

Questão 4

Basta conferir que $x(\alpha p, \alpha w) = x(p,w)$ e $px = w$.

Questão 5

I. Cobb Douglas

Feito nas Aulas 2 e 3.

II. CES

(a) $u(tx_1, tx_2) = tu(x_1, x_2)$
(b) $x_1^*(p,w) = w\frac{p_1^{\frac{1}{\rho-1}}}{\left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]}$ e $x_2^*(p,w) = w\frac{p_2^{\frac{1}{\rho-1}}}{\left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]}$. Verificar as propriedades.
(c) $v(p,w) = w\left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{\frac{1-\rho}{\rho}}$. Verificar as propriedades.
(d) Aplique a identidade de Roy.
(e) $h_1(p,u) = \bar{u}\frac{p_1^{\frac{1}{\rho-1}}}{\left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{\frac{1}{\rho}}}$ e $h_2(p,u) = \bar{u}\frac{p_2^{\frac{1}{\rho-1}}}{\left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{\frac{1}{\rho}}}$.Verificar as propriedades.
(f) $e(p,u) = u\left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{\frac{\rho-1}{\rho}}$. Verificar as propriedades.
(g) Aplique o lema de Shepard.
(h) Use que $ET = \frac{\partial x_1}{\partial p_1}$, $ER = -x_1\frac{\partial x_2}{\partial w}$ e $ES = \frac{\partial h_1}{\partial p_1}$.

Questão 6

O consumidor gasta $p_x x_0$ para sobrevier. Com a renda restante maximiza a utilidade consumindo x e y como em uma Cobb-Douglas. Assim:

$$(x - x_0) = \frac{\alpha(w - p_x x_0)}{p_x} \quad \text{e} \quad y = \frac{\beta(w - p_x x_0)}{p_y}$$

Questão 7

(a) $x_1(p,w) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{w}{p_1}$ e $x_2(p,w) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{w}{p_2}$

(b) $e(p,u) = e^{\frac{u-K}{\alpha+\beta}} p_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} p_1^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$, $h_1(p,u) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} e^{\frac{u-K}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ e $h_2(p,u) = \frac{\beta}{\alpha+\beta} e^{\frac{u-K}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$

Questão 8

(a) $x_1^*(p,w) = \frac{wp_2}{p_1(p_1+p_2)}$, $x_2^*(p,w) = \frac{wp_1}{p_2(p_1+p_2)}$, $v(p,w) = \left[\frac{wp_2}{p_1(p_1+p_2)}\right]^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{wp_1}{p_2(p_1+p_2)}\right]^{\frac{1}{2}}$, $e(p,u) = u^2 \frac{p_1 p_2}{p_1+p_2}$, $h_1(p,u) = u^2 \frac{p_2^2}{(p_1+p_2)^2}$ e $h_2(p,u) = u^2 \frac{p_1^2}{(p_1+p_2)^2}$.

(b) $ET = -\frac{10}{3}$, $ES = -\frac{25}{9}$ e $ER = -\frac{5}{9}$.

Questão 9

Ver notas Aula 3.

Questão 10

$$L_1 \succ L_2 \Rightarrow u(100) > \frac{u(0) + u(200)}{2}$$

$$L_1 \succ L_2 \Rightarrow 4u(0) + u(200) > 5u(100)$$

Unindo os resultados, $u(0) > u(200)$. Contradição.

Questão 11

(a) $r_A(5) = \frac{1}{10}$ e $r_r(5) = \frac{1}{2}$.

(b) $c = 9$ e $\pi = \frac{\sqrt{10}-3}{2}$.

(c) $c = 25$ e $\pi = \frac{\sqrt{26}-5}{2}$.

Questão 12

(a) Fracamente avesso pois há regiões lineares, mas é avesso ao risco pois pegando dois pontos, um com $w < 5/2$ e outro com $w > 5/2$, é melhor o valor médio do que a loteria.

(b) $\mathbb{E}\big(u(x)\big) = 7$ e $\mathbb{E}\big(u(y)\big) = 7{,}33$. Prefere y.

(c) $\mathbb{E}(x) = \mathbb{E}(y) = 5$, $V(x) = 32/3$ e $V(y) = 38/3$. Avesso prefere x.

(d) Avesso ao risco prefere y e avesso a variância prefere x.

Questão 13

Demonstrar o resultado.

Questão 14

(a) $l^*(v,w,q) = q\left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{v}{w}\right]^{\alpha}$

$$k^*(v,w,q) = q\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{v}\right]^{1-\alpha}$$

$$c(v,w,q) = qv^{\alpha}w^{1-\alpha}\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$$

$$q = \begin{cases} 0, se\ p < CMg \\ \in \mathbb{R}, se\ p = CMg \\ \infty, se\ p > CMg \end{cases}$$

$$\pi = \begin{cases} 0, se\ p \leq CMg \\ \infty, se\ p > CMg \end{cases}.$$

(b) $l(q) = k(q) = q$

$$c(v,w,q) = q(v+w)$$

$$q = \begin{cases} 0, se\ p < v+w \\ \in \mathbb{R}, se\ p = v+w \\ \infty, se\ p > v+w \end{cases}$$

$$\pi = \begin{cases} 0, se\ p \leq v+w \\ \infty, se\ p > v+w \end{cases}$$

(c) $l^*(v,w,q) = \frac{qv^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left(w^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}+v^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}$

$$k^*(v,w,q) = \frac{qw^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left(w^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}+v^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}$$

$$c(v,w,q) = q\frac{\left[vw^{\frac{1}{1-\alpha}}+wv^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]}{\left(w^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}+v^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}$$

$$q = \begin{cases} 0, se\ p < CMg \\ \in \mathbb{R}, se\ p = CMg \\ \infty, se\ p > CMg \end{cases}$$

$$\pi = \begin{cases} 0, se\ p \leq CMg \\ \infty, se\ p > CMg \end{cases}$$

Questão 15

(a) $q = \begin{cases} x_1 = x_2,\ se\ w_1 + w_2 < w_3 + w_4 \\ x_3 = x_4,\ se\ w_1 + w_2 > w_3 + w_4 \\ x_1 = x_2 = x_3 = x_4,\ se\ w_1 + w_2 = w_3 + w_4 \end{cases}$

(b) $c(q,w) = q\{w_1 + w_2, w_3 + w_4\}$

(c) Constante.