

---

## 1ª Lista de Exercícios: Consumidor, Incerteza e Produção

---

### Teoria do Consumidor

- ① Apresente as principais hipóteses sobre a preferência que é padrão a teoria microeconômica assumir. Discuta a intuição e a definição formal de cada uma dessas hipóteses.
- ② (*Nicholson 3.3*) Considere as seguintes funções de utilidade:
- (a)  $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ .
  - (b)  $u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ .
  - (c)  $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$ .

Encontre a  $TMgS$  e as utilidades marginais para cada uma dessas funções utilidade.

- ③ Verifique se as demandas Walrasianas abaixo satisfazem as propriedades de homogeneidade de grau zero em  $(p, w)$  e a lei de Walras:
- (a)  $x(p, w) = \left( \frac{2w}{2p_1 + p_2}, \frac{w}{2p_1 + p_2} \right)$ .
  - (b)  $x(p, w) = \left( \frac{p_2 w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_1}, \frac{p_3 w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_2}, \frac{\beta p_1 w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_3} \right)$ .
- ④ (*MWG 2.F.16*) Considere que  $L = 3$  e que as funções de demanda  $x(p, w)$  sejam dadas por:

$$\begin{aligned}x_1(p, w) &= \frac{p_2}{p_3} \\x_2(p, w) &= -\frac{p_1}{p_3} \\x_3(p, w) &= \frac{w}{p_3}\end{aligned}$$

Mostre que  $x(p, w)$  é homogênea de grau zero em  $(p, w)$  e satisfaz a lei de Walras.

- ⑤ (*MWG 3.D.5 e MWG 3.E.6*) Para as funções de utilidade  $u(x_1, x_2) = Kx_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$  ( $\alpha \in (0, 1)$ ) e  $u(x_1, x_2) = (\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)^{1/\rho}$  ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ):
- (a) Mostre que as funções utilidade são homotéticas.
  - (b) Encontre a função de demanda Walrasiana e verifique suas propriedades.
  - (c) Encontre a função de utilidade indireta e verifique suas propriedades.
  - (d) Aplique a identidade de Roy para encontrar a demanda Walrasiana a partir da função de utilidade indireta.
  - (e) Encontre a função de demanda Hicksiana e verifique suas propriedades.
  - (f) Encontre a função dispêndio e verifique suas propriedades.

(g) Aplique o Lema de Shephard para encontrar a demanda Hicksiana a partir da função dispendio.

(h) Encontre os efeitos renda, substituição e total.

- ⑥ (*Nicholson 4.12*) Suponha que os indivíduos precisam de uma quantidade  $x_0$  de alimentos para permanecerem vivos (utilidade Stone-Geary). Uma vez que  $x_0$  é adquirido, os indivíduos obtêm utilidade com o consumo de alimento ( $x$ ) e com os demais bens ( $y$ ):

$$u(x, y) = (x - x_0)^\alpha y^\beta$$

em que  $\alpha + \beta = 1$ . Mostre que se  $w > p_x x_0$  o consumidor maximiza sua utilidade gastando  $\alpha(w - p_x x_0) + p_x x_0$  com o bem  $x$  e  $\beta(w - p_x x_0)$  em  $y$ . Interprete.

- ⑦ Seja a função de utilidade indireta de um consumidor dada por:

$$v(p, w) = K + (\alpha + \beta) \ln w - \alpha \ln p_1 - \beta \ln p_2$$

(a) Encontre as demandas Walrasianas dos bens 1 e 2.

(b) Encontre a função despesa e as demandas Hicksianas dos bens 1 e 2.

- ⑧ Considere um consumidor com preferências  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

(a) Encontre as demandas Hicksiana e Walrasiana, bem como as funções de utilidade indireta e dispendio.

(b) Considere que inicialmente  $w = 10$  e  $p = (p_1, p_2) = (1, 1)$ . Se os preços mudarem para  $p = (2, 1)$ , qual o efeito substituição e efeito renda dessa mudança?

- ⑨ Sobre a estática comparativa na teoria do consumidor.

(a) (*Comportamento da demanda em resposta a variações na renda*) Explique como a demanda pelo bem  $x$  se altera quando há um aumento na renda, mantendo todas as demais variáveis constantes. Discuta a distinção entre bens normais e bens inferiores e relacione essa mudança à Taxa Marginal de Substituição (*TMgS*) no ponto ótimo do consumidor. Ilustre graficamente o caminho de expansão da renda e a curva de Engel para os casos de bens normais e inferiores.

(b) (*Impacto da variação no preço sobre a demanda*) Descreva as duas formas pelas quais uma mudança no preço do bem  $x$  afeta sua demanda. Como é possível separar o efeito da alteração nos preços relativos do impacto sobre a renda real? Utilizando a compensação de Hicks, ilustre graficamente e explique os efeitos substituição e renda tanto para um aumento quanto para uma redução no preço de  $x$ . Discuta a relação entre esses efeitos e a existência de bens de Giffen.

### **Incerteza**

- ⑩ Considere três payoffs monetários, \$0, \$100 e \$200. Considere três loterias sob esses payoffs:

$$L_1 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

$$L_2 = \left( \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right)$$

$$L_3 = \left( 0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right)$$

Um consumidor representativo afirma que  $L_1 \succ L_2$  e  $L_1 \succ L_3$ . Mostre que as preferências desse consumidor contradizem a maximização da utilidade esperada.

- 11 (MWG 6.C.18) Suponha que um indivíduo tenha a função de utilidade Bernoulli  $u(x) = \sqrt{x}$
- Calcule os coeficientes de aversão absoluta e relativa de Arrow-Pratt para um nível de renda  $w = 5$ .
  - Calcule o equivalente certeza e o prêmio de probabilidade para a loteria  $(16, 4; \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .
  - Calcule o equivalente certeza e o prêmio de probabilidade para a loteria  $(36, 16; \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ . Compare com (b).
- 12 Considere um indivíduo com a seguinte função de utilidade, onde  $w$  denota sua riqueza monetária:

$$u(w) = \begin{cases} 2w & \text{se } w \leq \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} + w & \text{se } w > \frac{5}{2} \end{cases}$$

- Descreva graficamente essa função. Mostre que esse indivíduo é (fracamente) avesso ao risco.
- Suponha que existam três estados do mundo, cada um igualmente provável. Existem dois ativos,  $x$  e  $y$ . O ativo  $x$  é a variável aleatória com pagamentos  $(1, 5, 9)$ , e o ativo  $y$  é a variável aleatória com pagamentos  $(2, 3, 10)$ . Calcule a utilidade esperada do ativo  $x$  e do ativo  $y$ . Qual ativo, portanto, seria preferido por esse indivíduo, se ambos fossem oferecidos pelo mesmo preço?
- Calcule o valor esperado de cada ativo. Calcule a variância de ambos os ativos (dica:  $V(x) = \mathbb{E}(x^2) - \mathbb{E}^2(x)$ ). Qual ativo seria escolhido por esse indivíduo se ele fosse avesso à variância?
- Com base nas suas respostas anteriores, comente sobre a validade da seguinte afirmação: “Todo indivíduo avesso ao risco também é avesso à variância”.

### Teoria da Firma

- 13 (Nicholson 9.6) Considere uma função de produção CES:  $q = [k^\rho + l^\rho]^{1/\rho}$
- Mostre que  $PMg_k = (q/k)^{1-\rho}$  e  $PMg_l = (q/l)^{1-\rho}$ .
  - Mostre que  $TMgST = (k/l)^{1-\rho}$ ; use para mostrar que  $\sigma = 1/(1 - \rho)$ .
- 14 Encontre a demanda condicional por insumos, a função custo, a função de oferta (verifique as condições) e a função lucro para tecnologias com um único produto com função de produção dada por:
- $f(k, l) = k^\alpha l^{1-\alpha}$ .
  - $f(k, l) = \min\{k, l\}$ .
  - $f(k, l) = (k^\alpha + l^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$

Dica: As tecnologias acima apresentam retornos constantes à escala. Para encontrar a oferta e a função lucro nesse caso, veja a observação que está na Aula 7.

- 15 (Varian 5.11) Uma firma usa quatro insumos para produzir uma unidade de produto. A função de produção é dada por  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \min\{x_1, x_2\} + \min\{x_3, x_4\}$ .
- Quais as demandas condicionais de insumo para produzir uma unidade de produto quando os preços dos insumos são  $w = (1, 2, 3, 4)$ .
  - Qual a função custo?
  - Qual o tipo de retorno de escala que essa tecnologia exhibe?