Microeconomia 1 (Lista 1)

Frederico Fonseca Ribeiro

Questão 1

1. COMPLETUDE: O indivíduo consegue formar uma relação de preferência entre todas as cestas.$(\forall x, y \in X, \quad x \succeq y \quad \text{ou} \quad y \succeq x)$
2. TRANSITIVIDADE: A relação de preferência entre as cestas consumidas é coerente. $(\forall x, y, z \in X, \quad x \succeq y \wedge y \succeq z \Rightarrow x \succeq z)$
3. DESEJABILIDADE/MONOTONICIDADE: Também tido como Não-Saciedade: quanto mais, melhor.$(\forall x, y \in X, \quad \left[x_i \geq y_i \ \forall i \text{ e } \exists j : x_j > y_j\right] \Rightarrow x \succ y)$
4. CONVEXIDADE: A média é preferível aos extremos.$(\forall x, y \in X, \quad x \succeq y \text{ e } x \succeq z \Rightarrow x \succeq \lambda y + (1-\lambda)z, \quad \forall \lambda \in [0,1])$
5. CONTINUIDADE: Permite traçar relações de utilidade.(Para todo $x \in X,$ os conjuntos $\{y \in X : y \succeq x\}$ e $\{y \in X : x \succeq y\}$ são fechados.)

Questão 2

a)

$$UMg_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2$$

De forma semelhante, , encontramos a utilidade maginal de x_2 e temos que a $TMgS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{x_2}{x_1}$

b)

De forma semelhante, temos que:

$$TMgS = \frac{2x_1x^2}{2x_1^2x_2}$$

c)

$$TMgS = \frac{1/x_1}{1/x_2}$$

Questão 3

a)

Demonstrando homogeneidade de grau zero:

$$\begin{aligned} x_1(p,w) &= x(kp,kw) && (1) \\ \left(\frac{2w}{2p_1+p_2}\right) &= \left(\frac{k2w}{k2p_1+kp_2}\right) && (2) \\ &= \left(\frac{k(ww)}{k(2p_1+p_2)}\right) && (3) \\ &= \left(\frac{2w}{2p_1+p_2}\right) && (4) \end{aligned}$$

Demonstrando Lei de Walras:

$$\begin{aligned} px &= w && (5) \\ p_1x_1 + p_2x_2 &= w && (6) \\ p_1\left(\frac{2w}{2p_1+p_2}\right) + p_2\left(\frac{w}{2p_1+p_2}\right) &= w && (7) \\ w\left(\frac{2p_1+p_2}{2p_1+p_2}\right) &= w && (8) \\ w &= w && (9) \end{aligned}$$

b)

Demonstrando grau de homogeneidade 0 para x_1, sendo os outros casos análogos:

$$
\begin{aligned}
x_1(p,w) &= x(kp,kw) && (10)\\
\left(\frac{p_2 w}{(p_1+p_2+p_3)p_1}\right) &= \left(\frac{kp_2 kw}{(kp_1+kp_2+kp_3)kp_1}\right) && (11)\\
&= \left(\frac{k^2 p_2 w}{k^2(p_1+p_2+p_3)p_1}\right) && (12)\\
&= \left(\frac{p_2 w}{(p_1+p_2+p_3)p_1}\right) && (13)
\end{aligned}
$$

Demonstrando Lei de Walras

$$
\begin{aligned}
w &= px && (14)\\
&= p_1\left(\frac{p_2 w}{(p_1+p_2+p_3)p_1}\right) + p_2\left(\frac{p_3 w}{(p_1+p_2+p_3)p_2}\right) + p_3\left(\frac{\beta p_1 w}{(p_1+p_2+p_3)p_3}\right) && (15)\\
&= \left(\frac{p_2 w + p_3 w + \beta p_1 w}{p_1+p_2+p_3}\right) && (16)\\
&= \frac{w(\beta p_1 + p_2 + p_3)}{p_1+p_2+p_3} && (17)\\
&= w, \text{ se } \beta = 1 && (18)
\end{aligned}
$$

Questão 4

Provando homogeneidade de grau zero:

$$
\begin{aligned}
x_1(kp,kw) &= \frac{kp_2}{kp_3} = \frac{p_2}{p_3} = x_1(p,w) && (19)\\
x_2(kp,kw) &= -\frac{kp_1}{kp_3} = -\frac{p_1}{p_3} = x_2(p,w) && (20)\\
x_3(kp,kw) &= \frac{kw}{kp_3} = \frac{w}{p_3} = x_3(p,w) && (21)
\end{aligned}
$$

Provando Lei de Walras:

$$p_1\left(\frac{p_2}{p_3}\right) + p_2\left(-\frac{p_1}{p_3}\right) + p_3\left(\frac{w}{p3}\right) = w$$

Os dois primeiros termos se anulam e os p_3 também se anulam no terceiro termo, sendo assim:

$$w = w$$

Questão 5

Cobb-Douglas

a)

Para mostrar que que é homotética, deve-se provar a homogeneidade de grau 1:

$$
\begin{aligned}
tu(x_1, x_2) &= u(tx_1, tx_2) &(22)\\
&= u(K(tx_1)^\alpha (tx_2)^{1-\alpha}) &(23)\\
&= Kt^\alpha x_1^\alpha t^{1-\alpha} x_2^{1-\alpha} &(24)\\
&= tKx_1^\alpha x_2^{1-\alpha} &(25)
\end{aligned}
$$

b)

Para encontrar a demanda Walrasiana, ou seja, em função de p e de w, devemos maximizar a função sujeita à restrição orçamentária, sendo assim temos o seguinte lagrangeano:

$$\mathcal{L} = Kx_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda(w - p_1 x_1 - p_2 x_2) \tag{26}$$

Sendo assim, temos as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \alpha K x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - \lambda p_1 = 0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = (1-\alpha) K x_1^{\alpha} x_2^{-\alpha} - \lambda p_2 = 0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = w - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \tag{29}$$

Isolando λ e substituindo dentro de Equação 27, temos que:

$$K\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} = p_1 \left(\frac{(1-\alpha)Kx_1^\alpha x_2^{-\alpha}}{p_2} \right)$$

Podemos eliminar K dos dois lados. Além disso, para isolar x_2, dividimos ambos os lados por $x_1^{\alpha-1}$ e multiplicamos por x_2^α, restando:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2}\frac{(1-\alpha)}{\alpha}x_1 \tag{30}$$

Substituindo na Equação 29, temos que:

$$w - p_1x_1 - p_2\left(\frac{p_1}{p_2}\frac{(1-\alpha)}{\alpha}x_1\right)$$

$$p_1x_1 + \left(p_1\frac{(1-\alpha)}{\alpha}x_1\right) = w$$

$$p_1x_1\left(1 + \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\right) = w$$

$$p_1x_1\frac{1}{\alpha} = w$$

E chegamos à demanda Walrasiana de x_1:

$$x_1^*(p,w) = \frac{w\alpha}{p_1} \tag{31}$$

Similarmente, encontramos $x_2^*(p,w)$:

$$x_2^*(p,w) = \frac{w(1-\alpha)}{p_2} \tag{32}$$

Verificando propriedades:

Homogeneidade de Grau Zero:

$$x_1^*(\lambda p, \lambda w) = \alpha\frac{\lambda w}{\lambda p_1} = \alpha\frac{w}{p_1} = x_1^*(p,w) \qquad x_2^*(\lambda p, \lambda w) = (1-\alpha)\frac{\lambda w}{\lambda p_2} = (1-\alpha)\frac{w}{p_2} = x_2^*(p,w)$$

Lei de Walras:

$$p_1x_1^*(p,w) + p_2x_2^*(p,w) = p_1\left(\alpha\frac{w}{p_1}\right) + p_2\left((1-\alpha)\frac{w}{p_2}\right) = w$$

c)

Para encontrarmos a função de utilidade indireta, precisamos substituir a demanda Walrasiana dentro da função utilidade:

$$v(p,w) = Kw\left(\frac{w\alpha}{p_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{w(1-\alpha)}{p_2}\right)^{1-\alpha}$$

Proriedades:

Homogeneidade de Grau Zero

$$v(\lambda p, \lambda w) = K(\lambda w)\left[\frac{\alpha}{\lambda p_1}\right]^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{\lambda p_2}\right]^{1-\alpha} = v(p,w)$$

Estritamente crescente na renda e não decrescente nos preços

$$\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = K\left[\frac{\alpha}{p_1}\right]^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{p_2}\right]^{1-\alpha} > 0$$

$$\frac{\partial v(p,w)}{\partial p_1} = -\alpha K w p_1^{-\alpha-1} p_2^{\alpha-1}\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} < 0$$

$$\frac{\partial v(p,w)}{\partial p_2} = (\alpha-1)Kwp_1^{-\alpha}p_2^{\alpha-2}\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} < 0$$

d)

$$x_1^*(p,w) = -\frac{-\alpha K w\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{p_2}\right)^{1-\alpha}\cdot\frac{1}{p_1}}{K\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{p_2}\right)^{1-\alpha}}$$

$$x_1^*(p,w) = \frac{\alpha w}{p_1}$$

Semelhantemente:

$$x_2^*(p,w) = \frac{(1-\alpha)w}{p_2}$$

e)

Para acharmos a demanda Hicksiana, devemos minimizar o gasto em função da utilidade, sendo assim, temos:

$$\mathcal{L} = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda(u - Kx_1^{\alpha}x_2^{-\alpha})$$

Condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 + \lambda K \alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha} = 0 \tag{33}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = p_2 + \lambda K(1-\alpha)x_1^{\alpha}x_2^{-\alpha} = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = u - Kx_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}) = 0 \tag{35}$$

Isolando λ na Equação 34 e substituindo na Equação 33, temos:

$$p_1 - \frac{p_2 h K \alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}}{K(1-\alpha)x_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}} = p_1 - \frac{p_2 \alpha x_1^{-1}x_2^{1}}{(1-\alpha)} = 0$$

Isolando x_2:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2}\frac{(1-\alpha)}{\alpha}x_1 \tag{36}$$

Substituindo a Equação 36 na Equação 35:

$$u - Kx_1^{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\frac{1-\alpha}{\alpha}x_1\right)^{1-\alpha} = 0$$

Isolando x_1:

$$x_1 = \frac{u}{K}\left(\frac{p_2}{p_1}\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} = h_1^*(p,u) \tag{37}$$

Semelhantemente, encontra-se $h_2^* = \frac{u}{K}\left(\frac{p_1}{p_2}\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}$

Propriedades:

Homogeneidade de Grau Zero

$$h_1^*(\lambda p, u) = \frac{u}{K}\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}\cdot\frac{\lambda p_2}{\lambda p_1}\right]^{1-\alpha} = h_1^*(p,u)$$
$$h_2^*(\lambda p, u) = \frac{u}{K}\left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\cdot\frac{\lambda p_1}{\lambda p_2}\right]^{\alpha} = h_2^*(p,u)$$

Sem excesso de utilidade:

$$u(h(p,u)) = K\left[\frac{u}{K}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\cdot\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\alpha}\right]^{\alpha}\left[\frac{u}{K}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\cdot\frac{p_1}{p_2}\right)^{\alpha}\right]^{1-\alpha} = u$$

f)

Para achar a função dispêndio, basta substituir a demanda Hicksiana dentro:

$$\begin{aligned}
e(p,u) &= p_1\frac{u}{K}\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{p_2}{p_1}\right]^{1-\alpha} + p_2\frac{u}{K}\left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{p_1}{p_2}\right]^{\alpha} && (38)\\
&= \frac{u}{K}p_1^{\alpha}p_2^{1-\alpha}\left[\frac{\alpha^{1-\alpha}}{(1-\alpha)^{1-\alpha}} + \frac{(1-\alpha)^{\alpha}}{\alpha^{\alpha}}\right] && (39)\\
&= \frac{u}{K}p_1^{\alpha}p_2^{1-\alpha}\left[\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}\right] && (40)
\end{aligned}$$

Propriedades:

Homogeneidade de Grau 1 em p:

$$e(\lambda p, u) = \frac{u}{K}\lambda^{\alpha}p_1^{\alpha}\lambda^{1-\alpha}p_2^{1-\alpha}\left[\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}\right] = \lambda e(p,u)$$

Estritamente crescente na utilidade e não decrescente nos preço:

$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial u} = \frac{1}{K}p_1^{\alpha}p_2^{1-\alpha}\left[\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}\right] > 0$$
$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_1} = \frac{u}{K}\alpha p_1^{\alpha-1}p_2^{1-\alpha}\left[\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}\right] > 0$$
$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_2} = \frac{u}{K}(1-\alpha)p_1^{\alpha}p_2^{-\alpha}\left[\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}\right] > 0$$

g)

Aplicando o Lema de Shephard, basta derivar a função dispêndio em relação ao preço:

$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_1} = \frac{u}{K}\left(\frac{p_2}{p_1}\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} = h_1^*(p,u)$$

Nota: o expoente α que desce multiplicando ajuda na simplificação ao evidenciar o expoente dos parênteses dos termos à direita.

h)

Para encontrar os efeitos Renda, Substituição e Total, devemos usar a Equação de Slutsky.

Efeito Total:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = -\alpha\frac{w}{p_1^2}$$

Efeito Renda:

$$\frac{\partial x_1}{\partial w}x_1 = \frac{\alpha}{p_1}\left(\alpha\frac{w}{p_1}\right) = \alpha^2\frac{w}{p_1^2}$$

Efeito Substituição:

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_1} = -\alpha(1-\alpha)\frac{w}{p_1^2}$$

CES

Questão 6

Podemos definir a renda real como $R = w - p_0 x$. A partir da Equação 31, temos que:

$$x - x_0 = \frac{R\alpha}{p_x} = \frac{(w - px_0)\alpha}{p_x}$$

Ou seja, como se gasta primeiro com x_0, há uma redução da reta orçamentária real.

Questão 7

a)

Para resolver a questão, devemos utilizar a Identidade de Roy, sendo assim:

$$x_1^*(p,w) = -\frac{-\alpha/p_1}{(\alpha+\beta)/w} = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{w}{p_1}$$

Similarmente, para x_2:

$$x_2^*(p,w) = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{w}{p_2}$$

b)

Para encontrar a função dispêndio, basta isolar w:

$$\ln w = \frac{\alpha \ln p_1 + \beta \ln p_2 - K + u}{(\alpha+\beta)}$$

Usando propriedades logarítimicas e depois usando função exponencial, tem-se que:

$$e(p,u) = e^{\frac{u-K}{\alpha+\beta}} p_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} p_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

Para chegar à Demanda Hicksiana, aplica-se o Lema de Shephard, que é a derivação da função dispêndio pelo preço:

$$h_1(p,u) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\, e^{\frac{u-K}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

Semelhantemente, para o outro bem:

$$h_2(p,u) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, e^{\frac{u-K}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$$

Questão 8

a)

Para esta questão, considere $\alpha = 1/2$

Logo, a fim de maximizar a utilidade dada uma restrição orçamentária, temos as seguintes CPOs:

$$\alpha x_1^{\alpha-1} + \lambda p_1 = 0$$
$$(1-\alpha) x_2^{-\alpha} + \lambda p_2 = 0$$
$$w - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0$$

Igualando as equações, temos que:

$$\frac{(1-\alpha) x_2^{-\alpha}}{p_2} = \frac{\alpha x_1^{\alpha-1}}{p_1}$$

Isolando:

$$x_2^{\alpha} = \frac{p_1}{p_2} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} x_1^{\alpha-1}$$
$$x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2} \frac{\alpha}{(1-\alpha) x_1^{1-\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

Reduzindo ao substituir α:

$$x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 x_1$$

Substituindo na restrição orçamentária:

$$w = p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 x_1$$
$$x_1^* = \frac{w}{p_1 + \frac{p_1^2}{p_2}}$$
$$x_1^* = \frac{p_2 w}{p_1 p_2 + p_1^2}$$

Similarmente:

$$x_2^* = \frac{p_1 w}{p_1 p_2 + p_2^2}$$

Substituindo na função utilidade:

$$v(p^*, w) = \left(\frac{p_1 w}{p_1 p_2 + p_2^2}\right)^{1/2} + \left(\frac{p_2 w}{p_1 p_2 + p_1^2}\right)^{1/2}$$
$$v(p^*, w) = w^{1/2}\left(\frac{p_1^2 + p_2^2}{p_1 p_2 (p_1 + p_2)}\right)^{1/2}$$

Para achar a função dispêndio, deve-se isolar w:

$$w = u^2\left(\frac{p_1 p_2 (p_1 + p_2)}{(p_1 + p_2)^2}\right)$$

$$w = u^2\left(\frac{p_1 p_2}{(p_1 + p_2)}\right)$$

Da função dispêndio, derivando em relação aos preços, encontra-se a Demanda Hicksiana:

Dica: Em vez de usar regra do quociente, bote a expressão em baixo elevado a -1 para usar a regra do produto.

$$u^2\left[p_2(p_1 + p_2)^{-1} - p_1 p_2 (p_1 + p_2)^{-2}\right] = u^2 \frac{p_2^2}{(p_1 + p_2)^2} = h_1(p, u)$$

Semelhantemente para o bem 2:

$$u^2 \frac{p_1^2}{(p_1 + p_2)^2} = h_2(p, u)$$

b)

Para responder, devemos utilizar a Equação de Slutsky:

Para achar ET, basta a diferença de x_2 com os diferentes preços:

$$\frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 1 + 2^2} - \frac{1 \cdot 10}{1 \cdot 1 + 1^2}$$
$$\frac{10}{6} - \frac{10}{2} = \frac{-10}{3} = ET$$

Efeito renda, sendo a derivada da demanda walrasiana em relação a w:

$$-\frac{p_2}{p_1 p_2 + p_2^2} x_1$$

Sendo assim, temos:

$$-\frac{1}{2\cdot 1+1^2}\cdot\frac{1\cdot 10}{2\cdot 1+2^2}=-\frac{1}{3}\frac{10}{6}=-\frac{5}{9}=ER$$

Sendo assim, o $ES = ET - ER$ é igual a:

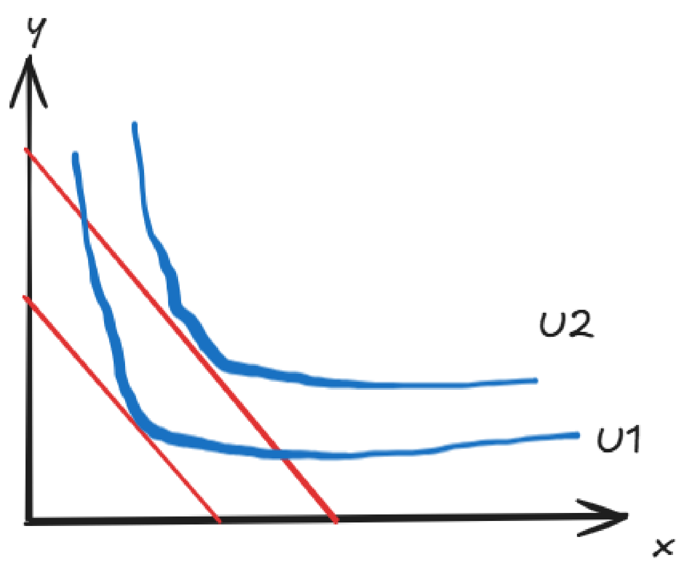
$$-\frac{10}{3}-\left(-\frac{5}{9}\right)$$
$$\frac{5}{9}-\frac{30}{9}=-\frac{25}{9}=ES$$

Questão 9

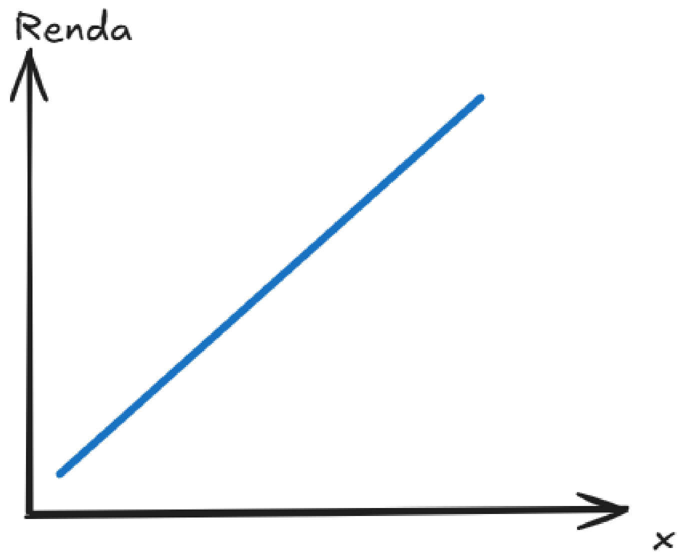
a)

Dado um aumento de renda, a demanda do bem x aumentará se for um bem normal e o oposto, caso for um bem inferior.

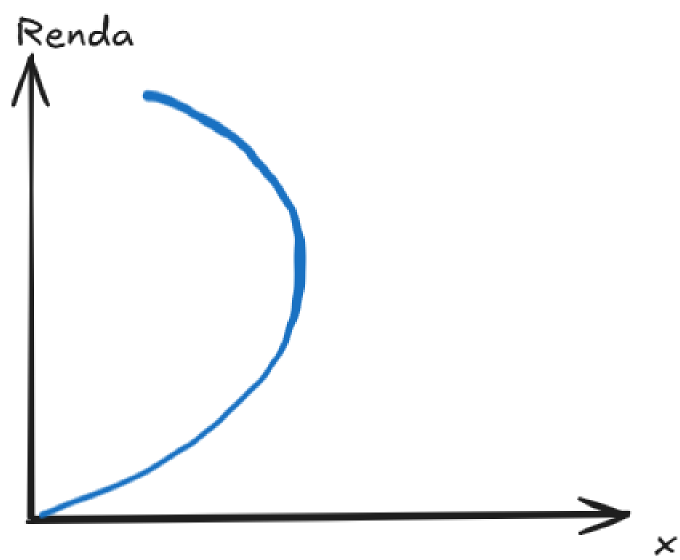
Em relaçao à $TMgS$, caso a renda aumente, o valor continuará o mesmo, apenas mudando a curva de indiferença em que a escolha ótima está, mas com a inclinação da reta constante.



Já para as Curvas de Engel, tem-se:



Quanto maior a renda, maior a demanda de x.



Para um bem inferior, após certo ponto da renda, a demanda diminui.

b)

Ao aumentar o preço, há o efeito substituição e o efeito renda. O de substituição se refere ao aumento da demanda de outro bem, vide a relação cruzada de demanda e preço. Já o efeito renda, se refere ao impacto do preço na renda real.

Questão 10

O resultado esperado de cada loteria se dá por:

$$L_1 = \left(0 \cdot \frac{1}{3} + 100 \cdot \frac{1}{3} + 200 \cdot \frac{1}{3}\right) = 100$$

$$L_2 = \left(0 \cdot \frac{1}{2} + 100 \cdot 0 + 200 \cdot \frac{1}{2}\right) = 100$$

$$L_3 = \left(0 \cdot 0 + 100 \cdot \frac{3}{4} + 200 \cdot \frac{1}{4}\right) = 125$$

Assumindo uma relação linear tal qual $u(x) = x$, tanto o valor esperado de L_2 quanto de L_3 são maiores que L_1, logo há contradição.

Questão 11

a)

$$r_A(x) = -\frac{-\frac{1}{4}x^{-3/2}}{\frac{1}{2}x^{-1/2}}$$

$$r_A(x) = \frac{1}{2x}$$

Substituindo x:

$$\frac{1}{2 \cdot 5} = 0,1$$

Relativa:

$$R_R = 5 \cdot 0,1 = 0,5$$

b)

Primeiro devemos calcular a utilidade esperada:

$$\mathbb{E}(u) = \sqrt{16} \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{4} \cdot \frac{1}{2} = 3$$

Achando o Equivalente Certeza:

$$EC = 3^2 = 9$$

Prêmio de Probabilidade:

$$\sqrt{10} = \sqrt{16} \cdot \left(\frac{1}{2} - \pi\right) + \sqrt{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \pi\right)$$

Isolando *pi*:

$$\sqrt{10} = 4 \cdot \left(\frac{1 - 2\pi}{2}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1 + 2\pi}{2}\right)$$

$$\sqrt{10} = 2(1 - 2\pi) + (1 + 2\pi)$$
$$\sqrt{10} = 2 - 4\pi + 1 + 2\pi$$
$$\frac{\sqrt{10} - 3}{2}$$

Por que a renda inicial é 10? Não tem no enunciado. PERGUNTAR

c)

Achando a utilidade esperada:

$$\mathbb{E}(u) = \sqrt{36} \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{16} \cdot \frac{1}{2} = 5$$

Achando EC:

$$EC = 5^2 = 25$$

De forma semelhante à letra anterior, tem-se o prêmio de probabilidade:

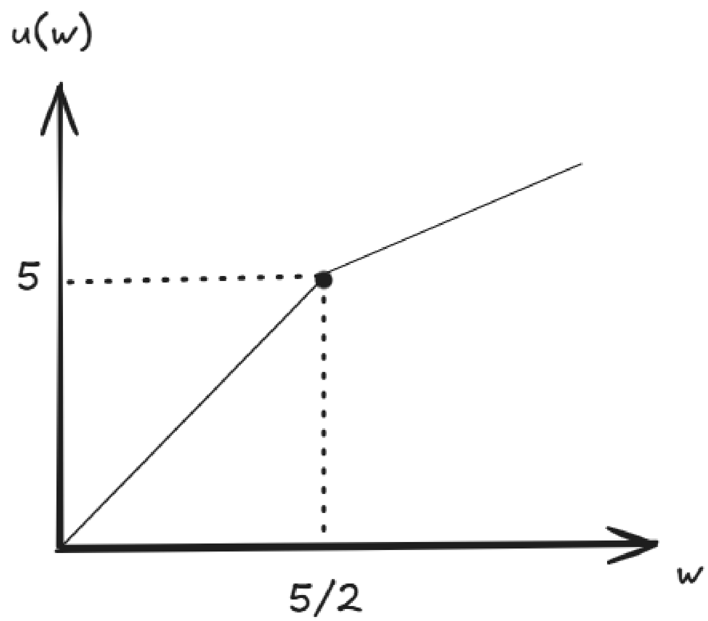
$$\sqrt{26} = 6 \cdot \left(\frac{1 + 2\pi}{2}\right) + 4 \cdot \left(\frac{1 - 2\pi}{2}\right)$$

$$\sqrt{26} = 3 + 6\pi + 2 - 4\pi$$
$$\pi = \frac{\sqrt{26} - 5}{2}$$

O valor que faz o indivíduo ficar indiferente é maior no segundo caso.

Questão 12

a)



Pelo gráfico é possível perceber que a função é fracamente côncava, sendo assim, ele é fracamento averso ao risco. É possível traçar uma linha entre dois pontos cujo valor médio é preferível aos extremos.

b)

$$\mathbb{E}(u)_1 = \frac{2 + 7,5 + 11,5}{3} = 7$$

$$\mathbb{E}(u)_2 = \frac{4 + 5,5 + 12,5}{3} = 7,33333$$

Ativo 2 é preferível.

c)

Ativo 1:

$$\mathbb{E}^2(x) = \left(\frac{1+5+9}{3}\right)^2 = 25$$

$$\mathbb{E}(x^2) = \frac{1+25+81}{3} = \frac{107}{3}$$

$$V(x) = \frac{107}{3} - 25 = \frac{32}{3}$$

Ativo 2:

$$\mathbb{E}^2(y) = \left(\frac{2+3+10}{3}\right)^2 = 25$$

$$\mathbb{E}(y^2) = \frac{4+9+100}{9} = \frac{113}{3}$$

$$V(y) = \frac{38}{3}$$

O avesso prefere x, menor variância

d)

A frase é falsa. Conforme as questões anteriores, a depender de qual aversão, o resultado diverge.

Questão 13

a)

$$\frac{\partial q}{\partial k} = \frac{1}{\rho}(k^\rho + l^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho k^{\rho-1}$$

Cortando ρ e fazendo manipulação, substituindo a função de produção por q:

$$PM_g^k = \left(\frac{q}{k}\right)^{1-\rho}$$

Analogamente:

$$PM_g^l = \left(\frac{q}{l}\right)^{1-\rho}$$

b)

Para achar a $TMgST$, basta dividir PM_g^l por PM_g^k

$$TMgST = \frac{\left(\frac{q}{l}\right)^{1-\rho}}{\left(\frac{q}{k}\right)^{1-\rho}} = \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}$$

Para provar σ, devemos aplicar ln e depois derivar:

$$\sigma = \frac{\ln(k/l)}{(1-\rho)\ln(k/l)} = \frac{1}{(1-\rho)}$$

Questão 14

Formando o lagrangeano, minimizando a função custo dada a função produção:

$$\mathcal{L} = w_k k + w_l l + \lambda\left(q - k^\alpha l^{1-\alpha}\right)$$

Sendo assim, temos as seguintes CPOs:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k} = w_k - \lambda\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = w_l - \lambda(1-\alpha) k^\alpha l^{-\alpha} = 0$$

$$\frac{w_k}{w_l} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{l}{k} \Rightarrow l = \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_k}{w_l}k$$

Substituindo na restrição de produção, temos:

$$q = k^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_k}{w_l}k\right)^{1-\alpha}$$

Isolando k:

$$k^* = q\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_l}{w_k}\right)^{1-\alpha}$$

Semelhantemente, para l:

$$l^* = q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_k}{w_l}\right)^{\alpha}$$

Função custo:

$$C(w_k, w_l, q) = w_l q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_k}{w_l}\right)^{\alpha} \cdot w_k q\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_l}{w_k}\right)^{1-\alpha}$$

Para a oferta e lucro, tem-se:

$$q = \begin{cases} 0, & \text{se } p < CMg \\ \in \mathbb{R}, & \text{se } p = CMg \\ \infty, & \text{se } p > CMg \end{cases} \quad \pi = \begin{cases} 0, & \text{se } p \leq CMg \\ \infty, & \text{se } p > CMg \end{cases}$$

b)

Como é uma função de produção de Leontief, tem-se que

$$k = l = q$$

A função custo então se dá pela soma dos preços dos insumos, vezes a quantidade produzida:

$$c(w_l, w_k, q) = q(w_l + w_k)$$

Sendo assim, a quantidade ofertada e o lucro se dão por:

$$q = \begin{cases} 0, & \text{se } p < v + w \\ \in \mathbb{R}, & \text{se } p = v + w \\ \infty, & \text{se } p > v + w \end{cases} \qquad \pi = \begin{cases} 0, & \text{se } p \leq v + w \\ \infty, & \text{se } p > v + w \end{cases}$$

c)

Similarmente ao Cobb-Douglas, a oferta e lucro se dão por:

$$q = \begin{cases} 0, & \text{se } p < CMg \\ \in \mathbb{R}, & \text{se } p = CMg \\ \infty, & \text{se } p > CMg \end{cases} \quad \pi = \begin{cases} 0, & \text{se } p \leq CMg \\ \infty, & \text{se } p > CMg \end{cases}$$

Questão 15

Como os custos de x_3 e x_4 são maiores que dos outros insumos, não há necessidade de demandálos.

Sendo assim, $x_1 = x_2$, pois vira um problema de Leontief clássico.

b)

Função Custo:

$$q \min \left[w_1 + w_2, w_3 + w_4\right]$$

c)

Retornos constantes, pois, dobrando os insumos, temos o dobro da produção.