

Microeconomia 1 (Lista 1)

Frederico Fonseca Ribeiro

Questão 1

Questão 2

a)

$$UMg_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2$$

De forma semelhante, , encontramos a utilidade maginal de x_2 e temos que a $TMgS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{x_2}{x_1}$

b)

De forma semelhante, temos que:

$$TMgS = \frac{2x_1x^2}{2x_1^2x_2}$$

c)

$$TMgS = \frac{1/x_1}{1/x_2}$$

Questão 3

a)

Demonstrando homogeneidade de grau zero:

$$x_1(p, w) = x(kp, kw) \quad (1)$$

$$\left(\frac{2w}{2p_1 + p_2} \right) = \left(\frac{k2w}{k2p_1 + kp_2} \right) \quad (2)$$

$$= \left(\frac{k(w)}{k(2p_1 + p_2)} \right) \quad (3)$$

$$= \left(\frac{2w}{2p_1 + p_2} \right) \quad (4)$$

Demonstrando Lei de Walras:

$$px = w \quad (5)$$

$$p_1x_1 + p_2x_2 = w \quad (6)$$

$$p_1 \left(\frac{2w}{2p_1 + p_2} \right) + p_2 \left(\frac{w}{2p_1 + p_2} \right) = w \quad (7)$$

$$w \left(\frac{2p_1 + p_2}{2p_1 + p_2} \right) = w \quad (8)$$

$$w = w \quad (9)$$

b)

Demonstrando grau de homogeneidade 0 para x_1 , sendo os outros casos análogos:

$$x_1(p, w) = x(kp, kw) \quad (10)$$

$$\left(\frac{p_2w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_1} \right) = \left(\frac{kp_2kw}{(kp_1 + kp_2 + kp_3)kp_1} \right) \quad (11)$$

$$= \left(\frac{k^2p_2w}{k^2(p_1 + p_2 + p_3)p_1} \right) \quad (12)$$

$$= \left(\frac{p_2w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_1} \right) \quad (13)$$

Demonstrando Lei de Walras

$$w = px \quad (14)$$

$$= p_1 \left(\frac{p_2 w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_1} \right) + p_2 \left(\frac{p_3 w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_2} \right) + p_3 \left(\frac{\beta p_1 w}{(p_1 + p_2 + p_3)p_3} \right) \quad (15)$$

$$= \left(\frac{p_2 w + p_3 w + \beta p_1 w}{p_1 + p_2 + p_3} \right) \quad (16)$$

$$= \frac{w(\beta p_1 + p_2 + p_3)}{p_1 + p_2 + p_3} \quad (17)$$

$$= w, \text{ se } \beta = 1 \quad (18)$$

Questão 4

Provando homogeneidade de grau zero:

$$x_1(kp, kw) = \frac{kp_2}{kp_3} = \frac{p_2}{p_3} = x_1(p, w) \quad (19)$$

$$x_2(kp, kw) = -\frac{kp_1}{kp_3} = -\frac{p_1}{p_3} = x_2(p, w) \quad (20)$$

$$x_3(kp, kw) = \frac{kw}{kp_3} = \frac{w}{p_3} = x_3(p, w) \quad (21)$$

Provando Lei de Walras:

$$p_1 \left(\frac{p_2}{p_3} \right) + p_2 \left(-\frac{p_1}{p_3} \right) + p_3 \left(\frac{w}{p_3} \right) = w$$

Os dois primeiros termos se anulam e os p_3 também se anulam no terceiro termo, sendo assim:

$$w = w$$

Questão 5

Cobb-Douglas

a)

Para mostrar que é homotética, deve-se provar a homogeneidade de grau 1:

$$tu(x_1, x_2) = u(tx_1, tx_2) \quad (22)$$

$$= u(K(tx_1)^\alpha (tx_2)^{1-\alpha}) \quad (23)$$

$$= Kt^\alpha x_1^\alpha t^{1-\alpha} x_2^{1-\alpha} \quad (24)$$

$$= tKx_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad (25)$$

b)

Para encontrar a demanda Walrasiana, ou seja, em função de p e de w , devemos maximizar a função sujeita à restrição orçamentária, sendo assim temos o seguinte lagrangeano:

$$\mathcal{L} = Kx_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda(w - p_1x_1 - p_2x_2) \quad (26)$$

Sendo assim, temos as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \alpha Kx_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - \lambda p_1 = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = (1 - \alpha)Kx_1^\alpha x_2^{-\alpha} - \lambda p_2 = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = w - p_1x_1 - p_2x_2 = 0 \quad (29)$$

Isolando λ e substituindo dentro de Equação 27, temos que:

$$K\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} = p_1 \left(\frac{(1 - \alpha)Kx_1^\alpha x_2^{-\alpha}}{p_2} \right)$$

Podemos eliminar K dos dois lados. Além disso, para isolar x_2 , dividimos ambos os lados por $x_1^{\alpha-1}$ e multiplicamos por x_2^α , restando:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2} \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} x_1 \quad (30)$$

Substituindo na Equação 29, temos que:

$$w - p_1x_1 - p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} x_1 \right)$$

$$\begin{aligned}
p_1 x_1 + \left(p_1 \frac{(1-\alpha)}{\alpha} x_1 \right) &= w \\
p_1 x_1 \left(1 + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right) &= w \\
p_1 x_1 \frac{1}{\alpha} &= w
\end{aligned}$$

E chegamos à demanda Walrasiana de x_1 :

$$x_1^*(p, w) = \frac{w\alpha}{p_1} \quad (31)$$

Similarmente, encontramos $x_2^*(p, w)$:

$$x_2^*(p, w) = \frac{w(1-\alpha)}{p_2} \quad (32)$$

c)

Para encontrarmos a função de utilidade indireta, precisamos substituir a demanda Walrasiana dentro da função utilidade:

$$v(p, w) = Kw \left(\frac{w\alpha}{p_1} \right)^\alpha \left(\frac{w(1-\alpha)}{p_2} \right)^{1-\alpha}$$

d)

e)

Para acharmos a demanda Hicksiana, devemos minimizar o gasto em função da utilidade, sendo assim, temos:

$$\mathcal{L} = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda(u - Kx_1^\alpha x_2^{-\alpha})$$

Condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 + \lambda K \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = p_2 + \lambda K (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha} = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = u - Kx_1^\alpha x_2^{1-\alpha} = 0 \quad (35)$$

Isolando λ na Equação 34 e substituindo na Equação 33, temos:

$$p_1 - \frac{p_2 h K \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{K(1-\alpha)x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}} = p_1 - \frac{p_2 \alpha x_1^{-1} x_2^1}{(1-\alpha)} = 0$$

Isolando x_2 :

$$x_2 = \frac{p_1 (1-\alpha)}{p_2 \alpha} x_1 \quad (36)$$

Substituindo a Equação 36 na Equação 35:

$$u - Kx_1^\alpha \left(\frac{p_1 (1-\alpha)}{p_2 \alpha} x_1 \right)^{1-\alpha} = 0$$

Isolando x_1 :

$$x_1 = \frac{u}{K} \left(\frac{p_2 \alpha}{p_1 (1-\alpha)} \right)^{1-\alpha} = h_1^*(p, u) \quad (37)$$

Semelhantemente, encontra-se $h_2^* = \frac{u}{K} \left(\frac{p_1 (1-\alpha)}{p_2 \alpha} \right)^\alpha$

f)

Para achar a função dispêndio, basta substituir a demanda Hicksiana dentro:

$$e(p, u) = p_1 \frac{u}{K} \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{p_2}{p_1} \right]^{1-\alpha} + p_2 \frac{u}{K} \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{p_1}{p_2} \right]^\alpha \quad (38)$$

$$= \frac{u}{K} p_1^\alpha p_2^{1-\alpha} \left[\frac{\alpha^{1-\alpha}}{(1-\alpha)^{1-\alpha}} + \frac{(1-\alpha)^\alpha}{\alpha^\alpha} \right] \quad (39)$$

$$= \frac{u}{K} p_1^\alpha p_2^{1-\alpha} [\alpha^{-\alpha} (1-\alpha)^{-(1-\alpha)}] \quad (40)$$

CES

Questão 6

Questão 7

Questão 8

Questão 9

Questão 10

Questão 11

Questão 12

Questão 13

Questão 14

Questão 15