Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

► **Título da Lista** ◄

**Professor:** Fulado Cicrano de Tal **Disciplina:** Miscelânea

**Curso:** Licenciatura em Matemática $8^{\text{o}}$ semestre

**Aluno (a):** **Data:** / /

# Lista de Atividade I

## 1 Sequências & Séries

**Questão 1.** Na Figura 1 temos uma espiral formada por semicírculos cujos centros pertencem ao eixos das abscissas. Se o raio do primeiro semicírculo é igual a 1 e o raio de cada semicírculo é igual a metade do semicírculo anterior, determine:

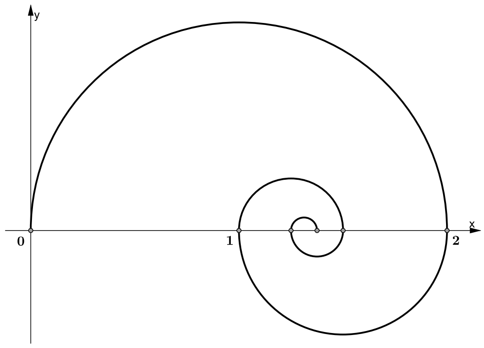


**Figura 1:** Um tipo de espiral

(a) o comprimento da espiral. **Resp.**: $2\pi$

(b) a abscissa do ponto assintótico da espiral. **Resp.**: $4/3$

**Questão 2.** Uma sequência $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é dita `Sequência de Cauchy` quando:

> Dado arbitrariamente um número real $\varepsilon > 0$, pode-se obter $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que:
> $$m > n_0 \quad \text{e} \quad n > n_0 \Longrightarrow |x_m - x_n| < \varepsilon.$$

(a) Mostre que toda sequência convergente é de Cauchy.

**Questão 3.** Classifique as afirmações abaixo com **V** (Verdadeiro) ou **F** (Falso). Justificando cada uma. Procure justificar as afirmações falsas com um contra exemplo.

( ) toda sequência decrescente limitada é convergente e seu limite é zero.

( ) toda sequência divergente é não limitada.

( ) toda sequência alternada é divergente.

( ) toda sequência convergente é limitada.

( ) toda sequência limitada é convergente.

( ) toda sequência limitada é monótona.

( ) toda sequência monótona é convergente.

( ) toda sequência divergente é não monótona.

## 2 Cálculo Vetorial e Integral

### 2.1 Integrais Triplas

#### 2.1.1 Coordenadas Cilíndricas e Esféricas

**Questão 4.** Use coordenadas esféricas e calcule as seguintes integrais:

(a) $\displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{8-x^2-y^2}} \left(x^2+y^2+z^2\right) \,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$ **Resp.**: $\frac{256\pi}{5}\left(\sqrt{2}-1/2\right)$

(b) $\displaystyle\int_{0}^{\sqrt{2}}\int_{y}^{\sqrt{4-y^2}}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$ **Resp.**: $\pi$

### 2.2 Integrais de Linha

**Questão 5.** Seja $\Gamma$ o segmento de reta que liga a origem ao ponto $\mathrm{A}=(1,1,1)$. Calcule $\displaystyle\int_\Gamma \vec{F}\,\mathrm{d}\Gamma$, onde:

$$\vec{F}(x,y,z) = xy\cdot\vec{\mathbf{i}} - y\cdot\vec{\mathbf{j}} + 1\cdot\vec{\mathbf{k}}.$$

## 3 Álgebra Linear

### 3.1 Sistemas Lineares

**Questão 6.** (Fuvest-SP-Adap.) Considerando o sistema

$$\begin{cases} x+2y+3z = 14 \\ \quad 4y+5z = 23\,, \\ \qquad 6z = 18 \end{cases}$$

então o valor de $x$ é igual a:

(a) -2 (b) 0 (c) 1 (d) 3 (e) 27

**Questão 7.** (IBMEC) Num prédio existem 12 andares, todos ocupados. Alguns, por 4 pessoas, outros, por apenas 2 pessoas, num total de 38 pessoas. O número de andares ocupados por 2 pessoas é:

(a) 4
(b) 5
(c) 6
(d) 8
(e) 19

## 4 Estatística

**Questão 8.** Uma pesquisa realizada sobre a preferência dos consumidores por três categorias de veículos $A$, $B$ e $C$ de uma indústria automobilística revelou que dos 500 entrevistados:

I) 210 preferiam o veículo $A$
II) 230 preferiam o veículo $B$
III) 160 preferiam o veículo $C$
IV) 90 preferiam o v eículo $A$ e $B$
V) 90 preferiam os veículos $A$ e $C$
VI) 70 preferiam os veículos $B$ e $C$

Um consumidor é selecionado ao acaso entre os entrevistados. Calcule a probabilidade de que:

(a) Ele prefira as três categorias.
(b) Ele prefira somente uma das categorias.
(c) Ele prefira apenas a categoria $A$

**Questão 9.** Cinco corredores foram examinados para determinar a quantidade máxima de aspiração de oxigênio, que é uma medida usada para caracterizar a situação cardiovascular de uma pessoa. Os resultados estão na Tabela 1, onde "$x$" é o número de segundos no melhor tempo feito em um quilômetro e "$y$" é o número de mililitros por minuto, por quilograma de peso corporal da aspiração máxima de oxigênio do corredor.

(a) Trace o diagrama de dispersão.
(b) Ache a reta de regressão para os dados da tabela.
(c) Use a reta de regressão para estimar a máxima aspiração de oxigênio de um corredor, cujo melhor tempo em uma milha é de 340,4 s.

**Tabela 1:** Segundos por melhor corredor

| | Corredor A | Corredor B | Corredor C | Corredor D | Corredor E |
|---|---|---|---|---|---|
| **x** | 300,5 | 350,6 | 407,3 | 326,2 | 512,8 |
| **y** | 350,2 | 325,8 | 375,6 | 418,5 | 400,2 |

## 5 Variáveis Complexas

**Questão 10.** (UFMS-adap.) Sobre o número complexo $z$ que satisfaz a equação

$$2\bar{z} + iz + 1 - i = 0,$$

julgue os itens abaixo em **V** (verdadeiro) ou **F** (falso).

( ) $|z| = \sqrt{z}$.
( ) $\bar{z} = -1 + i$.
( ) $z^2 = i$.
( ) $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 0$.
( ) $z$ é um número real.

**Questão 11.** Sendo $\varphi\colon [0, 2\pi] \to \mathbb{C}$, definida por $\varphi(t) = 1 + e^{it}$, tal que $\Phi = \varphi([0, 2\pi])$, encontre:

$$\oint_{\Phi} \frac{1}{z^2 - 1}\, \mathrm{d}z$$

de duas formas:

(a) Diretamente (usando parametrização).

(b) Usando o `Teorema da Integral de Cauchy`.

**Questão 12.** Prove que

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{8\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$