

MATTE 1 OBLIG

I dette dokumentet presenterer jeg resultatene av min noble jakt på sannheten om Newtons avkjølingslov. Er det virkelig en robust modell for varmetap over tid, eller er det bare en fancy ligning?

Selv om Isaac Newton kanskje er det største geniet homo sapiens noen gang har produsert, har jeg lært på skolen at man skal ta ting med en klype salt. Han levde tross alt for hundrevis av år siden, og jeg har derfor bestemt meg for å teste hans teori på noe han ikke hadde tilgang på: vann fra springen.

Jeg starter med å fylle et med glass vann og sette det på kjøkkenbenken.

Newton påstår at temperaturendringen i vannet er gitt ved:

$$T'(t) = -\alpha(T(t) - T_{Om})$$

Her er α en eller annen konstant, T er vannets temperatur og T_{Om} er temperaturen i leiligheten.

Denne ligningen hadde skremt vannet av meg for noen måneder siden, men uheldigvis for den har jeg hatt Matte 1 på NTNU Gløshaugen og det er derfor null problem for meg å knuse den nå. Jeg gjør det og finner at T er gitt ved:

$$T(t) = T_{Om} + (T_0 - T_{Om}) * e^{-\alpha t}$$

Her er T_0 temperaturen i vannet ved $t = 0$, som i mitt tilfelle var $50,1^\circ\text{C}$. Fordi jeg er student og heller vil bruke pengene mine på øl enn strøm, er temperaturen i leiligheten stusslige 20 grader.

For å finne α trenger jeg en målt verdi av T . Jeg velger $T(150)$ som var $26,1^\circ\text{C}$. Hvis jeg nå setter inn alle tallene jeg har i formelen og trikser litt med den får jeg at α er ca. 0,0106.

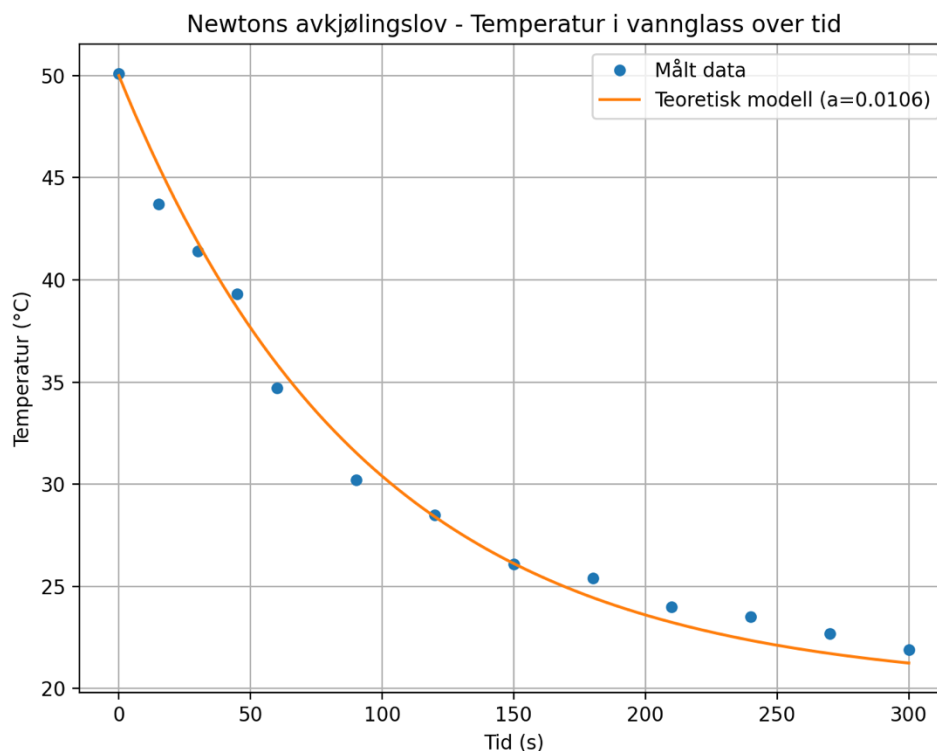
Det endelige uttrykket for temperaturen i vannet blir da:

$$T(t) = 20 + 30.1e^{-0.0106t}$$

Jeg prøver meg på litt python for å kunne illustrere temperaturen over tid.
Fikk skrappt sammen dette makkverket av en kode og trykket på kjør...

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 tid = np.array([0, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300]) #målt i sekunder
5 temp = np.array([50.1, 43.7, 41.4, 39.3, 34.7, 30.2, 28.5, 26.1, 25.4, 24.0, 23.5, 22.7, 21.9]) #Grader celsius i vannet
6
7 T_K = 20 #Romtemperatur
8 T0 = 50 #Starttemperatur på vann
9 alpha = 0.0106
10
11 #Teoretisk kurve
12 t_fit = np.linspace(0, max(tid), 100)
13 T_fit = T_K + (T0 - T_K) * np.exp(-alpha * t_fit)
14
15 #Plot
16 plt.figure(figsize=(8, 6))
17 plt.plot(tid, temp, 'o', label='Målt data', markersize=5)
18 plt.plot(t_fit, T_fit, '-', label=f'Teoretisk modell (a={alpha:.4f})')
19 plt.xlabel('Tid (s)')
20 plt.ylabel('Temperatur (°C)')
21 plt.title('Newtons avkjølingslov - Temperatur i vangglass over tid')
22 plt.legend()
23 plt.grid(True)
24 plt.show()
```

... og ut kom plottet nedenunder. Ganske kult.



For å svare meg selv på spørsmålet jeg stilte i øverste avsnitt: Ja takk begge deler.

