

Algoritmos e Estruturas de Dados 2

Unidade 1: Árvores rubro-negras

Rafael Beserra Gomes

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Material compilado em 5 de março de 2013.

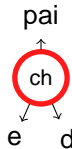
Licença desta apresentação:



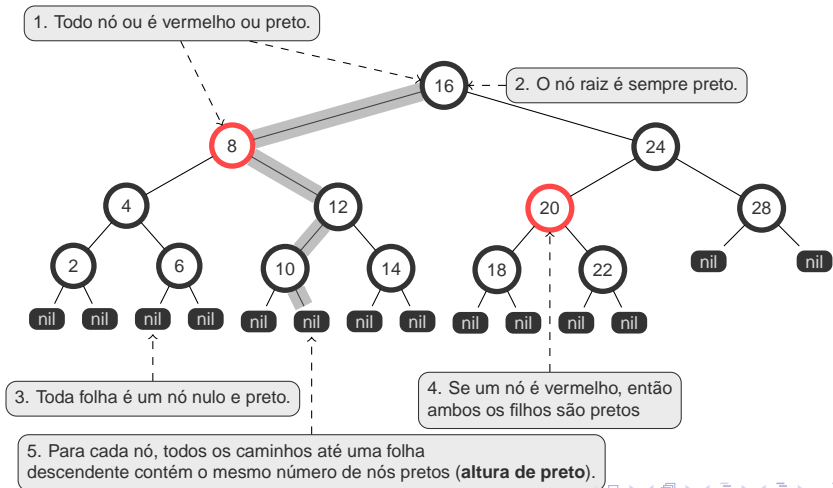
<http://creativecommons.org/licenses/>

Nó de uma árvore rubro-negra

Um nó de uma árvore rubro-negra contém: chave, filho esquerdo, filho direito, pai e cor (vermelho ou preto).

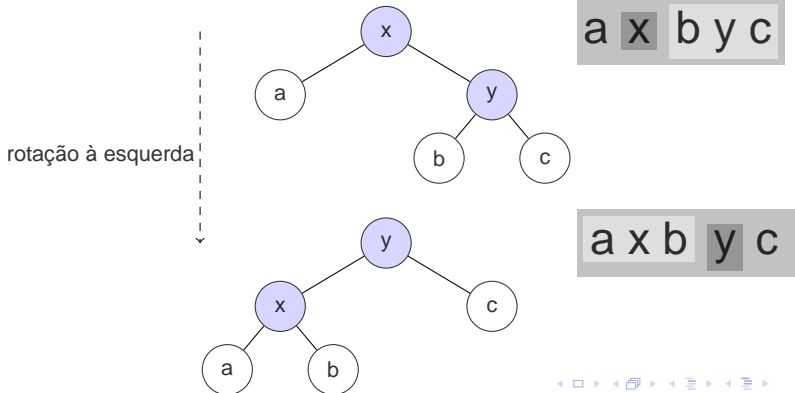


Propriedades de uma árvore rubro-negra



Rotações

A rotação é uma operação básica na árvore que será utilizada para as demais operações. É uma forma de reescrever uma subárvore modificando a raiz e mantendo as propriedades de uma árvore binária de busca.



Inserção

Todo nó a ser adicionado será a princípio vermelho.



Suponha que a árvore está vazia.

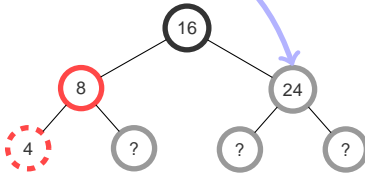
- ✓ 1. Todo nó é vermelho ou preto
- 2. A raiz é preta
- ✓ 3. Toda folha é um nó nulo e preto
- ✓ 4. Se um nó é vermelho, então ambos os filhos são pretos
- ✓ 5. Para cada nó, todos os caminhos até uma folha tem a mesma altura de preto

Solução: tornamos este nó preto.



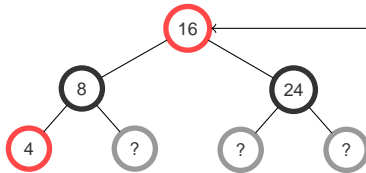
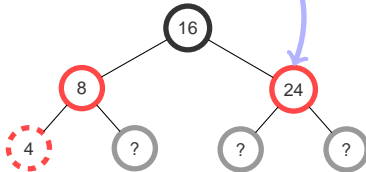
Inserção

O procedimento depende da cor do tio.



Inserção

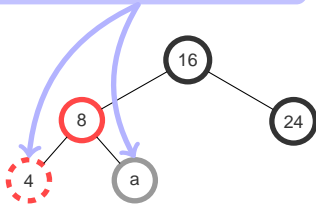
Caso o tio for vermelho trocamos as cores do pai, do tio e do avô.



Note que com a mudança deste nó para vermelho precisamos verificar as propriedades que este nó pode estar violando.

Inserção

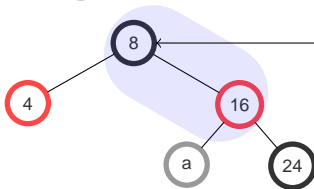
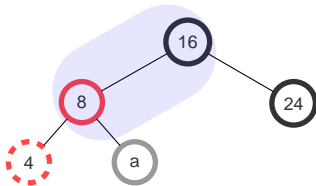
Caso o tio for preto, verificamos se o novo nó é filho esquerdo ou direito.



Inserção

Observação: este caso é quando o tio for filho direito de seu pai.
Caso seja filho esquerdo, considere toda a regra de forma simétrica.

Se o novo nó for filho esquerdo realizamos uma rotação à direita entre seu pai e seu avô. Mudamos também a cor do pai e do avô.

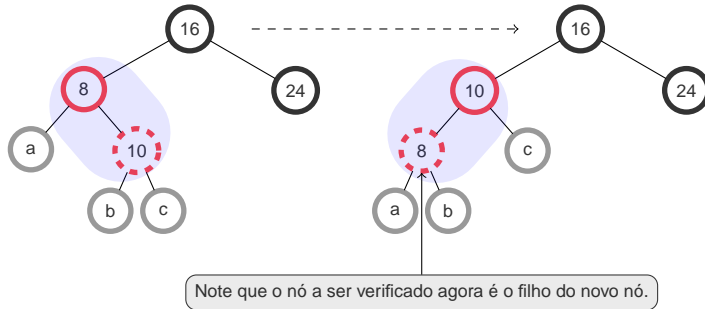


Note que com este nó preto, não poderá mais haver violações das propriedades.

Inserção

Observação: este caso é quando o tio for filho direito de seu pai.
Caso seja filho esquerdo, considere toda a regra de forma simétrica.

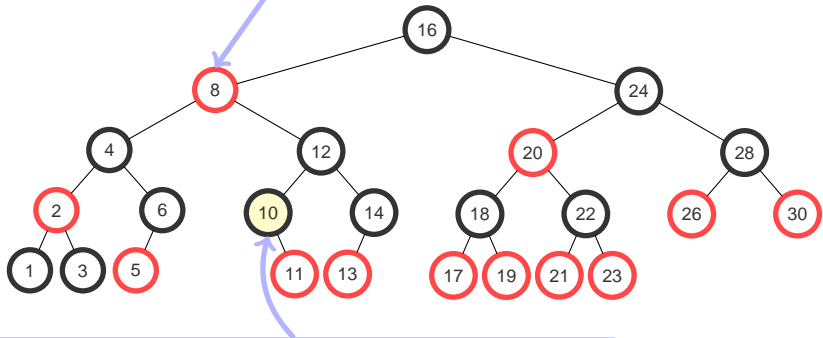
Se o novo nó for filho direito realizamos uma rotação à esquerda entre o novo nó e seu avô.
Como consequência, temos o caso anterior (novo nó é filho esquerdo).



Exemplo 1

Eliminação

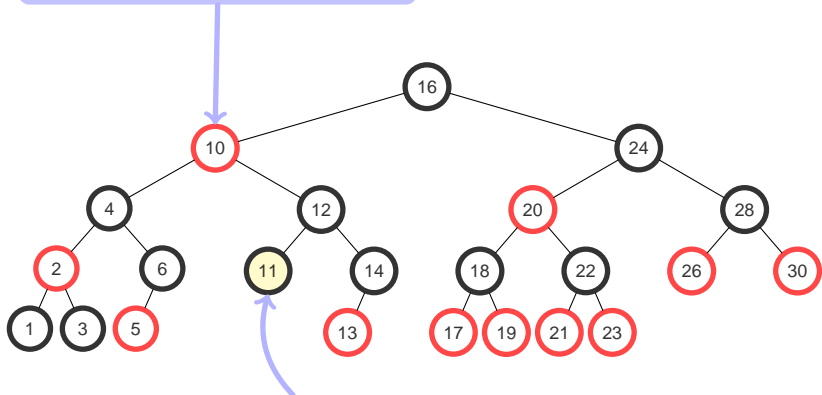
A remoção deste nó exige a extração do seu sucessor (nó 10).



Nesse exemplo o sucessor é preto. O que ocorre se seu único filho for vermelho?

Eliminação

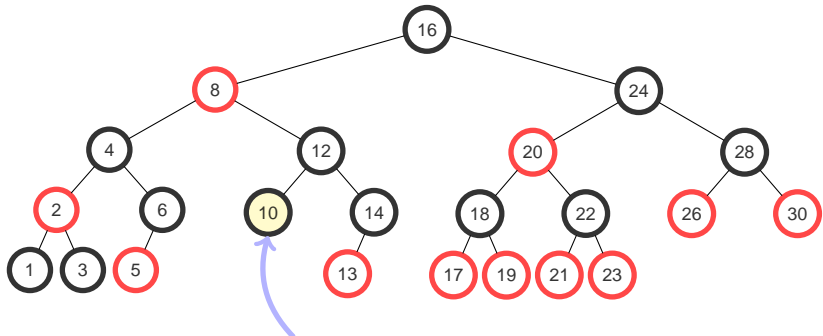
Este nó contém agora a chave do sucessor.



O filho do sucessor substitui o sucessor e modificamos sua cor para preto.

Exemplo 2

Eliminação

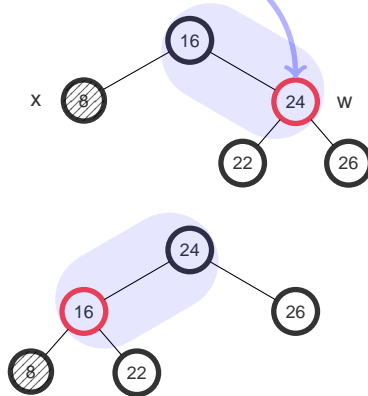


No caso do sucessor não possuir filho não nulo, ficamos em débito de preto

Eliminação

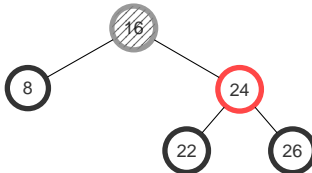
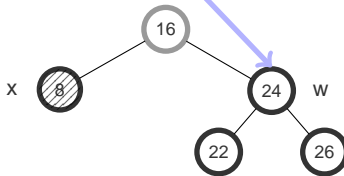
Observação: este caso é quando o irmão for filho direito de seu pai.
Caso seja filho esquerdo, considere toda a regra de forma simétrica.

Caso 1: o irmão é vermelho



Eliminação

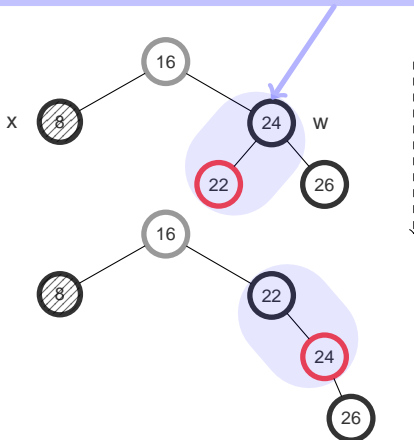
Caso 2: o irmão é preto e respectivos filhos também



Eliminação

Observação: este caso é quando o irmão for filho direito de seu pai.
Caso seja filho esquerdo, considere toda a regra de forma simétrica.

Caso 3: irmão preto, filho esquerdo do irmão é vermelho e filho direito do irmão é preto



Eliminação

Observação: este caso é quando o irmão for filho direito de seu pai.
Caso seja filho esquerdo, considere toda a regra de forma simétrica.

Caso 4: irmão preto, filho direito do irmão é vermelho

