

# Estrutura de Dados

## Algoritmos de Ordenação por Contagem

prof. Frederico Santos de Oliveira

Universidade Federal de Mato Grosso  
Instituto de Engenharia



# Roteiro

- 1 Objetivos
- 2 Referências bibliográficas
- 3 Countingsort
- 4 Exemplo

# Objetivos

Esta aula tem como objetivos:

- 1 Apresentar os métodos de ordenação por contagem:
  - Radixsort
- 2 Exemplificar a execução dos algoritmos.

# Referências bibliográficas

# Introdução

- Até agora vimos métodos de ordenação que comparam chaves.
  - Esta é uma abordagem genérica que funciona para qualquer tipo de chaves.
- Uma abordagem alternativa para ordenação é processar as chaves por partes.
  - Por exemplo, começamos pelas primeiras letras do nome quando procuramos um nome num catálogo.
  - Não precisamos comparar chaves.

# Algoritmo

## Ideia Geral

- Quebrar uma chave em vários pedaços
  - Dígitos de um número em uma dada base (radix)
  - 312 tem os dígitos 3, 1 e 2 na base 10
  - 312 tem os dígitos 100111000 na base 2
  - “exemplo” tem 6 caracteres (base 256)
- Ordenar de acordo com o primeiro pedaço
  - Números cujo dígito mais à esquerda começa com 0 vêm antes de números cujo dígito mais à esquerda é 1
- Podemos ordenar repetindo esse processo para todos os pedaços

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>

Digito	Contador
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>

Digito	Contador
0	0
1	0
2	<b>2</b>
3	<b>3</b>
4	<b>1</b>
5	0
6	0
7	<b>1</b>
8	0
9	0



# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Depois calcular a posição deles no vetor ordenado.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>0</b>
3	<b>3</b>	<b>2</b>
4	<b>1</b>	<b>5</b>
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>6</b>
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- E finalmente colocar os elementos em suas posições.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
		12 <b>3</b>				

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>0</b>
3	<b>3</b>	<b>3</b>
4	1	5
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>6</b>
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
<b>142</b>		<b>123</b>				

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>1</b>
3	<b>3</b>	<b>3</b>
4	<b>1</b>	<b>5</b>
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>6</b>
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
<b>142</b>		<b>123</b>				<b>087</b>

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>1</b>
3	<b>3</b>	<b>3</b>
4	<b>1</b>	<b>5</b>
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>7</b>
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	<b>263</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
<b>142</b>		<b>123</b>	<b>263</b>			<b>087</b>

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>1</b>
3	<b>3</b>	<b>4</b>
4	<b>1</b>	<b>5</b>
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>7</b>
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	<b>233</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
<b>142</b>		<b>123</b>	<b>263</b>	<b>233</b>		<b>087</b>

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>1</b>
3	<b>3</b>	<b>5</b>
4	<b>1</b>	<b>5</b>
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>7</b>
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
<b>142</b>		<b>123</b>	<b>263</b>	<b>233</b>	014	087

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>1</b>
3	<b>3</b>	<b>5</b>
4	1	6
5	0	0
6	0	0
7	1	7
8	0	0
9	0	0

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Para isso iremos contar quantos elementos existem de cada valor.

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
<b>142</b>	<b>132</b>	<b>123</b>	<b>263</b>	<b>233</b>	<b>014</b>	<b>087</b>

Dig	C	Posicao
0	0	0
1	0	0
2	<b>2</b>	<b>1</b>
3	<b>3</b>	<b>5</b>
4	<b>1</b>	<b>6</b>
5	0	0
6	0	0
7	<b>1</b>	<b>7</b>
8	0	0
9	0	0



# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Repetimos o mesmo processo para o próximo dígito.
  - Funciona por que o método do contador que usamos anteriormente é estável!

1 2 <b>3</b>	1 4 <b>2</b>	0 8 <b>7</b>	2 6 <b>3</b>	2 3 <b>3</b>	0 1 <b>4</b>	1 3 <b>2</b>
1 <b>4</b> 2	1 <b>3</b> 2	1 <b>2</b> 3	2 <b>6</b> 3	2 <b>3</b> 3	0 <b>1</b> 4	0 <b>8</b> 7
0 <b>1</b> 4	1 <b>2</b> 3	1 <b>3</b> 2	2 <b>3</b> 3	1 <b>4</b> 2	2 <b>6</b> 3	0 <b>8</b> 7

# Algoritmo

## Ordenando um dígito

- Repetimos o mesmo processo para o próximo dígito.
  - Funciona por que o método do contador que usamos anteriormente é estável!

12 <b>3</b>	14 <b>2</b>	08 <b>7</b>	26 <b>3</b>	23 <b>3</b>	01 <b>4</b>	13 <b>2</b>
1 <b>4</b> 2	1 <b>3</b> 2	1 <b>2</b> 3	2 <b>6</b> 3	2 <b>3</b> 3	0 <b>1</b> 4	0 <b>8</b> 7
<b>0</b> 14	<b>1</b> 23	<b>1</b> 32	<b>2</b> 33	<b>1</b> 42	<b>2</b> 63	<b>0</b> 87
014	087	123	132	142	233	263

# Radixsort

## Pseudo-código

---

### Algoritmo 1: Radixsort

---

**Entrada:** Vetor  $V[0..n]$ , tamanho do vetor  $n$ , quantidade de dígitos  $d$

**Saída:** Vetor  $V$  ordenado

```
1 início
2   // Cada elemento do vetor possui  $d$  dígitos.
3   para  $(i \leftarrow 1$  até  $d)$  faça
4     Ordene  $V[0..n]$  pelo dígito  $i$  usando um método de ordenação estável (por
      exemplo Countingsort)
```

---

# Conclusão

- Vantagens
  - Não realiza comparações;
  - É um algoritmo de ordenação estável;
  - Se o número de dígitos for pequeno, tem custo computacional  $O(n)$ .
- Desvantagens
  - Nem sempre é fácil otimizar a inspeção dos dígitos.
    - Depende do hardware.
  - Seu uso só é viável se o número de dígitos for pequeno.
    - Em geral o número de dígitos tem crescimento  $O(\lg n)$ .

# Dúvidas

