

MÓDULO III

Regressão multivariada

Alexandre Loureiros Rodrigues

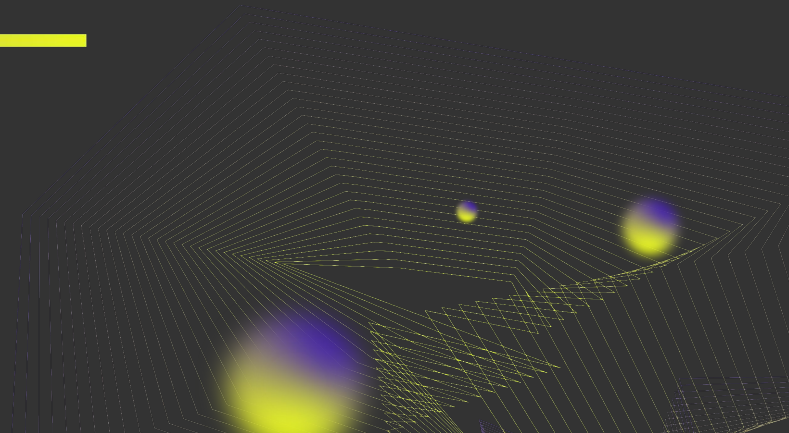
Professor do departamento de Estatística - UFES

ESPECIALIZAÇÃO

INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL
& CIÊNCIA DE DADOS

SEAD
UFES

Superintendência de
Educação a Distância



ÍNDICE

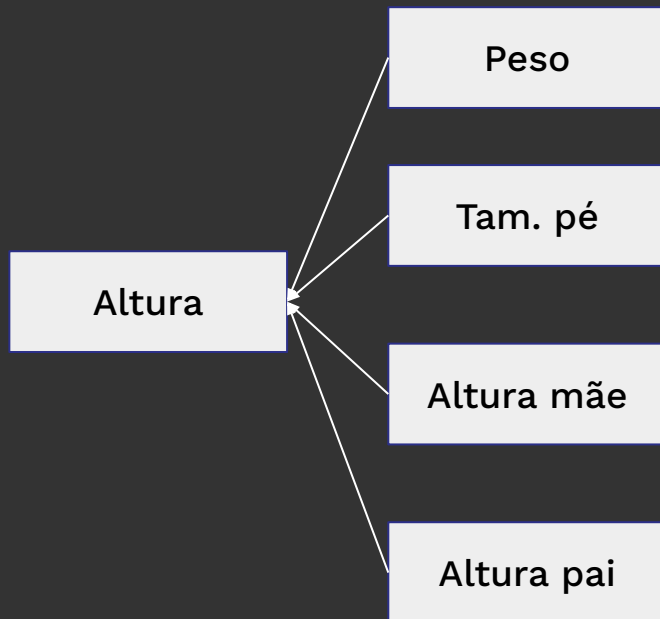


1. Introdução
2. Modelo de regressão multivariada
3. Regressão penalizada



1. Introdução

Introdução - Exemplo



- Neste caso temos uma regressão multivariada
- Predição em função de várias features



2. Modelo linear multivariada



Formulação matemática

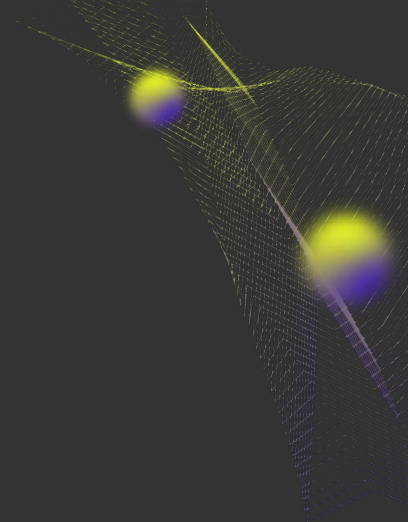
- Modelo básico de regressão linear multivariada

$$\hat{Y} = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \dots + \theta_p X_p$$

- Para capturar formas mais complexas pode-se usar regressão polinomial conjuntamente. Por exemplo, considerando segundo grau temos

$$\hat{Y} = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \beta_1 X_1^2 + \dots + \theta_p X_p + \beta_p X_p^2$$

- Estimação via mínimos quadrados. Neste caso também tem forma fechada (envolve a inversão de uma matriz, o que pode ser custoso para bases muito grandes).



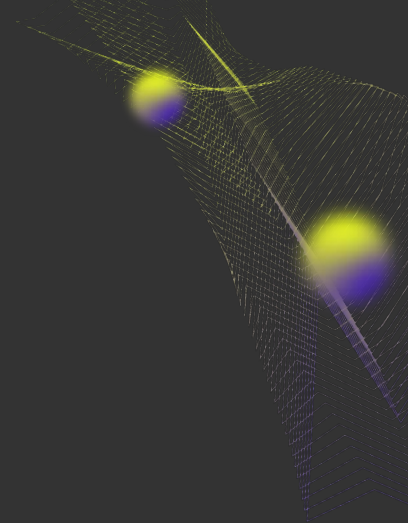


Descida de gradiente

- Para problemas enormes, a estimação dos parâmetros pode ser custosa computacionalmente.
- Neste caso (e em vários outros em machine learning) podemos usar métodos baseados no gradiente da função perda.
- Ajusta os parâmetros na direção oposta ao gradiente.

$$\theta^{(t+1)} = \theta^{(t)} - \alpha \nabla L(\theta^{(t)})$$

Animação: <https://www.youtube.com/watch?v=vWFjqgb-ylQ>



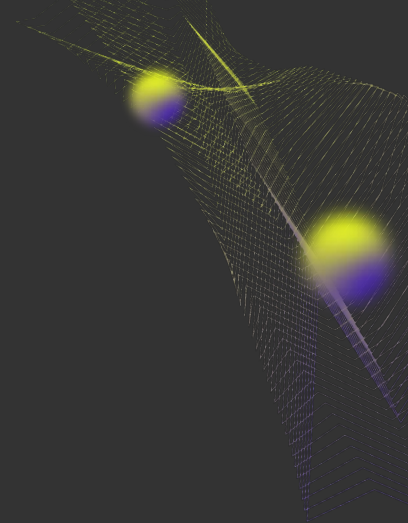
An abstract background featuring a series of concentric, slightly offset rectangular outlines in a light blue color. Overlaid on these are several thin, yellow lines that form a grid-like pattern, possibly representing a coordinate system or a data visualization. In the upper right quadrant, there are three small, glowing yellow dots, each with a blue outline, arranged in a triangular pattern.

3. Regressão penalizada



Garbage in, Garbage out

- Algumas características podem não ser relevantes
- Outras podem ser redundantes
- Procedimentos para seleção de características
 - Estatística descritiva
 - Métodos de seleção de características
 - Métodos “inteligentes” que selecionam as principais característica



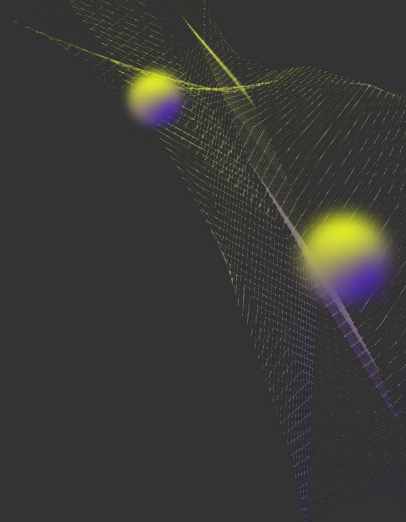


Regressão regularizada

- Objetivo é inserir uma penalização a função perda
- Esta penalização tipicamente força uma seleção de características
- Considerando a perda quadrática queremos minimizar

$$\sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n \left(\hat{Y}_i - Y_i \right)^2 + \lambda \times pen$$

- pen : função dos coeficientes da regressão
- λ : parâmetro de penalização





Regressão Lasso

- Coeficientes da regressão são dados minimizando

$$\sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n \left(\hat{Y}_i - Y_i \right)^2 + \lambda \sum_{i=1}^n |\theta_i|$$

- Diferente dos outros casos, não temos fórmula fechada
 - Valores alto de λ implica em diversos θ'_s iguais a zero, resultando em uma seleção de características
 - Usar validação cruzada para escolher λ
 - Outras opções: Ridge, elastic regression
- 