ROBÓTICA 2017/2018

Velocidades e Jacobiano

Data de Entrega: FASEADA (Ver plano entregas)

HOMEWORK #3

1. Considere um manipulador cilíndrico (*PRP-RR*) ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por $q = [d_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5]$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i
0->1	90°	d_1	0	90°
1->2	$90^\circ + \theta_2$	0	0	90°
2->3	0°	d_3	0	-90°
3->4	θ_4	0	0	90°
4->G	θ_5	5	0	0°

Obtenha:

a) O Jacobiano Geométrico do manipulador ${}^0J_{6\times5}$;

b) Analise as singularidades do manipulador. Justifique devidamente a resposta e desenhe o manipulador nas configurações singulares;
(AJUDA : Analise para que configurações do manipulador se anula uma qualquer componente de velocidade);

c) Assumindo que se desloca a primeira junta do manipulador com uma velocidade $\dot{d}_1$, obtenha as equações de velocidade para as restantes juntas do manipulador de modo a garantir $\left[{}^0v \middle| {}^0\omega\right]^T = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]^T$.

d) Se aplicar no punho do manipulador uma força ${}^4F_{4,App} = \left[\begin{array}{cccccc} 2 & -1 & 3 & 0 & 10 & 0 \end{array}\right]^T$, estando o manipulador na sua configuração "home" ($q = \left[\begin{array}{ccccc} 10 & 0^\circ & 10 & 0^\circ & 0^\circ \end{array}\right]^T$), quais os valores de binário/força nas juntas do manipulador que asseguram o seu equilíbrio estático.

2. Considere o manipulador com 3 graus de mobilidade RPR cujas matrizes de transformação de junta se apresenta:

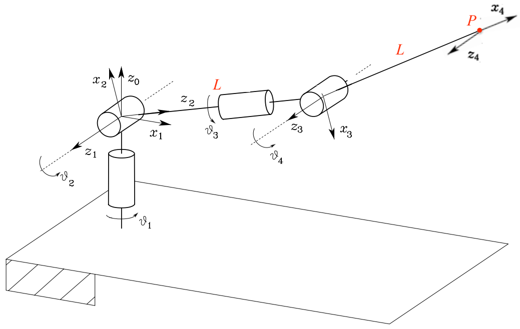
$$ {}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & L_1 \cdot C_1 \\ S_1 & 0 & C_1 & L_1 \cdot S_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^2T_E = \begin{bmatrix} 0 & S_3 & C_3 & L_2 \cdot C_3 \\ 0 & -C_3 & S_3 & L_2 \cdot S_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. $$

a) Obtenha o Jacobiano do manipulador, ${}^{G}J_{6x3}$, que expressa a velocidade linear e angular do *end-effector* em função da velocidade das juntas.
b) Obtenha o Jacobiano de movimento angular expresso no referencial 1 $({}^{1}J_{\omega})$. O que é que esse jacobiano lhe diz em termos da velocidade angular segundo a direção x? Explique as diferenças verificadas entre o Jacobiano de velocidade angular obtido e o Jacobiano angular expresso no referencial base ${}^{0}J_{\omega}$.
c) Recorrendo a ${}^{1}J_{v}$, obtenhas as configurações singulares do manipulador e explique quais as restrições de movimento que acontecem em cada caso (Ajuda: Usando as matrizes de transformação fornecidas, desenhe o esquemático do manipulador em estudo).

3. Considere o robot 4R da figura anexa do qual se conhecem as matrizes de transformação dos elos,

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & S_3 & 0 \\ S_3 & 0 & -C_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & L\cdot C_4 \\ S_4 & C_4 & 0 & L\cdot S_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$



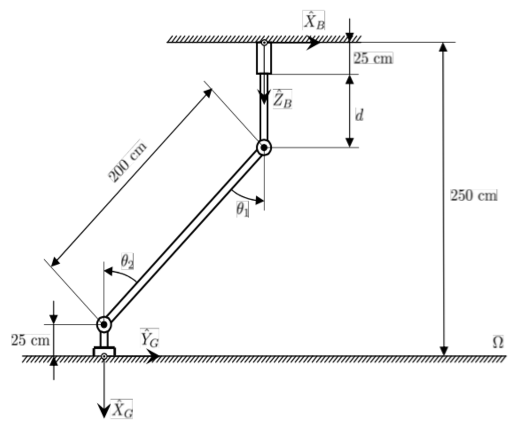
Os sistemas de coordenadas de D-H são os apresentados na figura, correspondendo a configuração apresentada ao vector de variáveis de junta

$$ q = \begin{bmatrix} 0 & 6\pi/10 & \pi & 6\pi/10 \end{bmatrix}^T \equiv \begin{bmatrix} 0^\circ & 108^\circ & 180^\circ & 108^\circ \end{bmatrix}^T. $$

Assumindo a configuração $q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 3\pi/4 & \pi & \pi \end{bmatrix}^T$ e fazendo $L = 1m$,

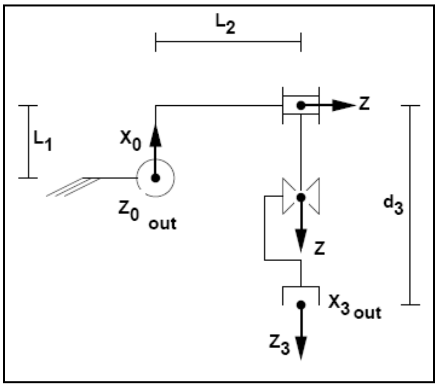
a) Obtenha o Jacobiano básico ${}^{0}J_{6x4}$.
b) Mostre que na configuração q_1 o manipulador consegue concretizar a velocidade $\begin{bmatrix} {}^{0}v & {}^{0}\omega \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T$.
c) Considerando unicamente a velocidade linear ${}^{0}v$, verifique se perante a configuração q_1 o manipulador se encontra numa configuração singular.

4. Observe o manipulador ***PRR*** apresentado na figura.
a) Obtenha o modelo geométrico directo do manipulador.
   i. (NOTA: Respeite os sistemas de coordenadas que se apresentam para a base e garra do manipulador)
b) Obtenha o Jacobiano básico do manipulador ${}^{B}J_{6\times 3}$.
c) Obtenha as expressões das velocidades angulares $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, e linear $\dot{d}_1$, que asseguram o movimento rectilíneo com uma velocidade linear constante de $\left|v_{{}^{B}X}\right| = 10cm/s$ sobre o plano Ω.



d) Se quiser aplicar com o gripper uma força constante sobre o plano Ω igual a ${}^{G}F = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}$, quais as expressões para os binários das juntas função da trajectória.

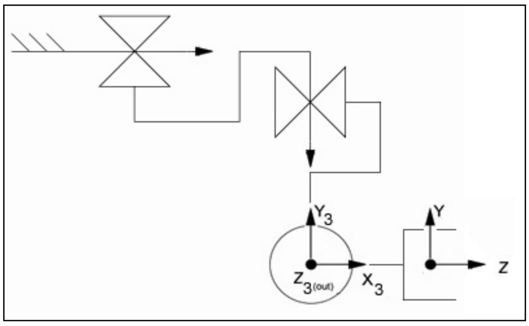
5. Considere o manipulador RRP que se apresenta na figura.



a) Sabendo que a matriz jacobiana ${}^{0}J_{v}$ do manipulador é igual a ${}^{0}J_{v} = \begin{bmatrix} S_1C_2d_3 + L_2C_1 - L_1S_1 & C_1S_2d_3 & -C_1C_2 \\ -C_1C_2d_3 + L_2S_1 + L_1C_1 & S_1S_2d_3 & -S_1C_2 \\ 0 & -C_2d_3 & -S_2 \end{bmatrix}$ obtenha a matriz jacobiana ${}^{1}J_{v}$. Considere ${}_{1}^{0}T = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & L_1C_1 \\ S_1 & 0 & -C_1 & L_1S_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

b) Usando o resultado obtido na alínea a) determine as singularidades do manipulador. Para cada tipo de singularidade, desenhe a configuração correspondente e apresente uma interpretação física para a singularidade.

6. Considere o manipulador ***PPR*** da figura. Um vector de força é aplicado ao end-effector e medido no sistema de coordenadas {0} como sendo igual a ${}^{0}F_{G,App} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{T}$, estando o manipulador na configuração $\begin{bmatrix} d_1 = 25cm & d_2 = 25cm & \theta_3 = 90^{\circ} \end{bmatrix}$. Considere $d_3 = 10cm$.



Sabendo que ${}^{G}J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_3 & -S_3 & d_3 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

a) Determine os binários nas juntas que asseguram o equilíbrio estático do manipulador.
b) Quais os valores de força e binário em cada junta do manipulador.

Qual a força e binário que uma ferramenta acoplada ao end-effector aplica quando são aplicadas nas juntas os binários calculados na alínea a). Considere que a ferramenta está alinhada com o eixo $\hat{X}_G$ e que possui um comprimento L=15cm.

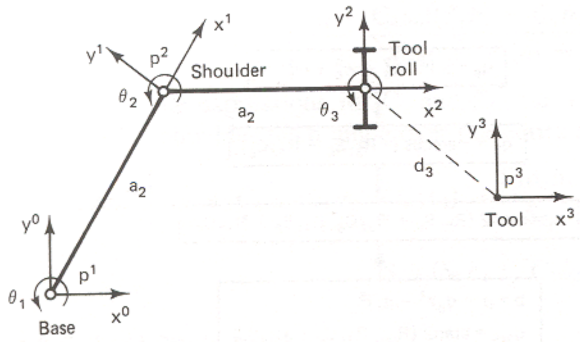
LABWORK #3

- (AULA 1 – A entregar a 12-11-2017)

  Considere o robot apresentado na figura seguinte. Pretende-se utilizar este robot num processo de pintura satisfazendo as seguintes restrições:

  - A pistola de pintura está acoplada ao *tool* com o difusor de tinta perpendicular ao plano do robô, i.e., a ferramenta (e em particular d_3) deve ser vista como estando colocada perpendicularmente à folha do papel. O robô desloca-se paralelamente à superfície a pintar.
  - A matriz de transformação ${}^{Base}T_{ferramenta}$ correspondente ao "*home*" do processo de pintura é

$$ {}^{Base}T_{ferramenta} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 50 \\ 1 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$



  - Para efectuar uma correcta pintura, o robô deve deslocar o *tool* segundo a reta $y = x$ da base até à posição $\begin{bmatrix} 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix}^T$ com uma velocidade $|v|$=*10cm/seg*. A pistola de pintura deverá manter a orientação da posição "*home*" durante o processo de pintura.
  - Considere a dimensão dos elos a_2= *35cm* e a dimensão da ferramenta d_3=*10cm*.

    a) Com base nestas restrições apresente uma solução para as variáveis das juntas do robot $q = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \end{bmatrix}^T$ que garanta o correto posicionamento da ferramenta na posição de "*home*" de pintura.

    b) Calcule as expressões para a velocidade de rotação das juntas $\dot{q} = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \end{bmatrix}^T$ que asseguram a restrição temporal de pintura (v_x=*10cm/seg*).

    c) Realize o movimento do manipulador entre a configuração inicial e final tendo em atenção a restrição de velocidade anteriormente referida (v_x=*10cm/seg*). Para tal considere as duas possíveis abordagens de controlo:

       1. Abordagem Integradora - Controlo de movimento discreto no tempo considerando

$$ \dot{q}^* = J\left(q(k)\right)^{-1} v^* $$

$$ q^*(k+1) = q(k) + \Delta t \cdot \dot{q}^*(k) $$

       2. Abordagem em malha fechada – A abordagem anterior, puramente integradora, sofre de acumulação de erro posicional, podendo ser

eliminado recorrendo a uma solução em malha fechada baseada na diferença entre a pose desejada $p^*(k)$ e a pose actual $f\left(q(k)\right)$.

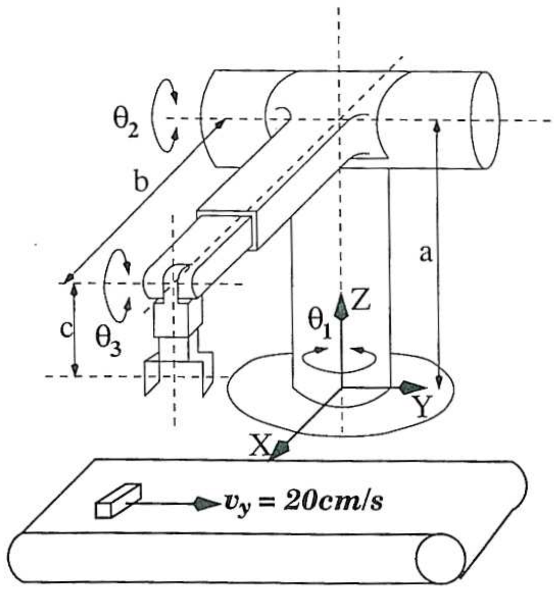
$$\dot{q}^*(k) = J\left(q(k)\right)^{-1}\left(p^*(k) - f(q(k))\right)$$

$$q^*(k+1) = q(k) + K_p \cdot \Delta t \cdot \dot{q}^*(k)$$

Utilize as funções da Toolbox Robótica para validar e visualizar os resultados.

- (AULA 2 – A entregar a 19-11-2017)

Observe a figura na qual se representa um manipulador com 3 graus de liberdade de rotação ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) e 2 graus de liberdade prismáticos (b e c). A posição de referência (todas as variáveis das juntas iguais a 0) corresponde à posição vertical do braço. Na Figura, tem-se $\theta_2 = \theta_3 = 90^\circ$, a = 50 cm e c = 30 cm. A distância mínima da peça à base do robô ocorre com o eixo prismático na sua extensão mínima $b_{min} = 40cm$.



Pretende-se controlar o movimento do robô de modo a concretizar o seguimento da peça no tapete com a garra. A orientação da ferramenta não é determinante, devendo-se assegurar apenas o alinhamento do gripper face à peça, a qual se desloca paralelamente ao eixo *YY* do referencial base do robô com uma velocidade constante $v_y = 20cm/seg$. O gripper deverá manter uma distância fixa de 5cm ao plano do tapete.

a. Calcule a matriz Jacobiana do manipulador ${}^0J$.

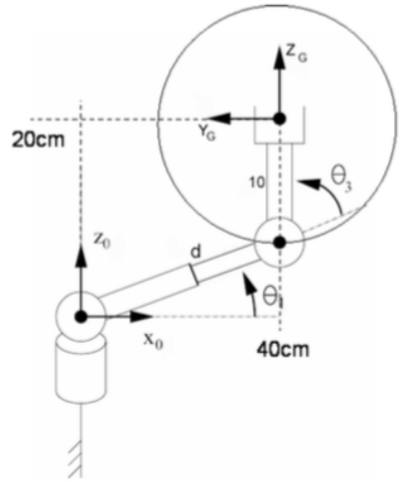
b. Admitindo que se controla unicamente as juntas de rotação θ_1, θ_2 e a junta prismática b ($\dot{\theta}_3 = \dot{c} = 0$), calcule as velocidades de funcionamento que permitem seguir a peça.

c. Calcule as expressões analíticas das variáveis das juntas θ_1, θ_2 e b em função dos parâmetros da trajetória pretendida para a garra (*x = bmin, y variável*).

d. Realize o movimento da garra entre os pontos [bmin, -30,0] e [bmin,30,0] tendo em atenção a restrição de velocidade de movimento ($v_y = 20cm/seg$). Tal como no problema anterior, implemente as duas estratégias de controlo do movimento: puramente integradora e em malha fechada.

- (AULA 3 – A entregar a 26-11-2017)

  Observe o manipulador ***RPR*** apresentado na figura. Desenvolva um programa em MATLAB que permita visualizar o modo de funcionamento do manipulador. Tenha em atenção os seguintes aspectos:



  1. Obter o modelo cinemático directo do manipulador recorrendo aos parâmetros de Denavit-Hartenberg.
  2. Pretende-se manter o sistema referencial da garra solidário à posição [40cm, 0cm, 20cm], variando a sua orientação. Obter a solução de cinemática inversa para θ_1, d_2 e θ_3 que permite efectuar o movimento circular marcado na figura.
  3. Calcule as expressões para a velocidade de rotação das juntas $\dot{q} = \begin{bmatrix} \omega_1 & v_d & \omega_3 \end{bmatrix}^T$ que asseguram um movimento circular com uma velocidade angular igual a π rad/s.

O programa a desenvolver deverá apresentar a velocidade das juntas função do tempo para os requisitos do ponto 3.

Use as funções da Toolbox Robotics para validar e visualizar os resultados.