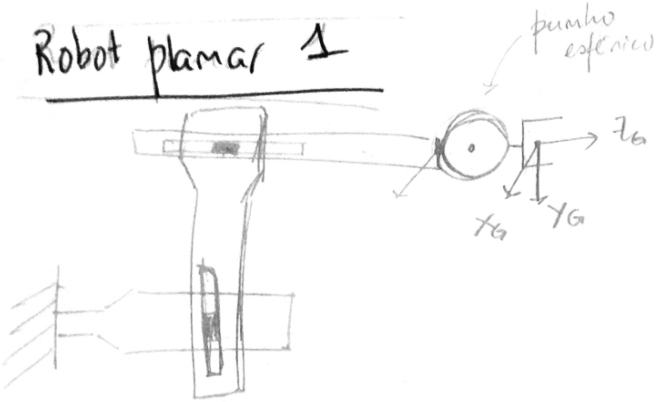
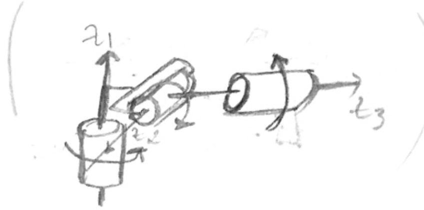
→ Cinemática Inversa

Robot planar 1



→ como a cinemática inversa é sempre igual para o punho esférico, podemos abordar como um caso particular da cinemática, e desta forma separa-se este conjunto de 3 juntas de rotação



do resto do sistema de juntas do robot

assim, para obter a cinemática inversa do robot precisamos de compor a transformada $^0_G T = {}^0_1 T \cdot {}^1_2 T \cdot {}^2_G T$, onde $^2_G T = {}^2_3 T \cdot {}^3_4 T \cdot {}^4_6 T$

vem que $^0_G T = \underbrace{{}^0_1 T \cdot {}^1_2 T}_{\text{braço}} \cdot \underbrace{{}^2_3 T \cdot {}^3_4 T \cdot {}^4_6 T}_{\text{punho esférico}}$

[faz uso apenas do resto de translação da matriz transformação]

→ cinemática inversa para o braço (dita a localização do "end-effector")

$$^0_2 T = {}^0_G T - L_1 \cdot {}^0_G R \cdot \hat{z}$$

$$
{}^{0}_{6}T = \begin{bmatrix} (C_3C_5 - C_4S_3S_5) & (-C_3S_5 - C_4C_5S_3) & (-S_3S_4) & (-S_3S_4)\left(\frac{1}{4}\right) \\ (-S_4S_5) & (-C_5S_4) & (C_4) & \left(d_2 + C_4\left(\frac{1}{4}\right)\right) \\ (-C_5S_3 - C_3C_4S_5) & (S_3S_5 - C_3C_4C_5) & (-C_3S_4) & \left(d_1 - C_3S_4\left(\frac{1}{4}\right)\right) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
\downarrow
$$

$$
{}^{0}_{6}R = {}^{0}_{6}T(1:3, 1:3) = \begin{bmatrix} C_3C_5 - C_4S_3S_5 & C_3S_5 - C_4C_5S_3 & S_3S_4 \\ -S_4S_5 & -C_5S_4 & C_4 \\ -C_5S_3 - C_3C_4S_5 & [illegible] & [illegible] \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{0}_{2}T = {}^{0}_{6}T - L_1 \cdot {}^{0}_{6}R \cdot \hat{z} = \begin{bmatrix} t_x + S_3S_4 \\ t_y - C_4 \\ t_z + C_3S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x' \\ t_y' \\ t_z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \\ d_1 \end{bmatrix}
$$

logo, por comparação tem que $\underbrace{d_2 = t_y - a_y}$

e $\underbrace{d_1 = t_z - a_z}$

a segunda abordagem

⇒ Cinemática Inversa para o punho esférico (define a orientação do "end-effector")

ora, agora "começamos" no "gripper" até à última junta do braço

$$
{}^{2}_{6}T = {}^{2}_{0}T \cdot {}^{0}_{6}T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & d_1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & t_x \\ n_y & s_y & a_y & t_y \\ n_z & s_z & a_z & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\dots)
$$

$$(\ldots) \Leftrightarrow {}^{2}_{6}T = \begin{bmatrix} S_3C_5 + C_3C_4S_5 & C_3C_4C_5 - S_3S_5 & C_3S_4 & C_3S_4 \\ -C_3C_5 + S_3C_4C_5 & S_3C_4C_5 + C_3S_5 & S_3S_4 & S_3S_4 \\ -S_4S_5 & -S_4S_5 & C_4 & C_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[matlab]

θ_3 θ_4 θ_5

$\theta_3 = ?$

$$\frac{S_3\cancel{S_4}}{C_3\cancel{S_4}} = \frac{S_3}{C_3} \Leftrightarrow tg(\theta_3) \rightarrow \boxed{\theta_3 = tg^{-1}\left(\frac{-a_z}{-a_x}\right)}$$

$\theta_5 = ?$

$$\frac{-S_4S_5}{-S_4C_5} = \frac{n_y}{s_y} \Leftrightarrow \boxed{\theta_5 = tg^{-1}\left(\frac{-s_y}{-n_y}\right)}$$

$\theta_4 = ?$

$$\begin{cases} C_3S_4 = -a_z \\ S_3S_4 = -a_x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_3^2 S_4 = -a_z C_3 \\ S_3^2 S_4 = -a_x S_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow S_4(C_3^2 + S_3^2) = -a_zC_3 - a_xS_3 \Leftrightarrow \begin{cases} S_4 = -a_zC_3 - a_xS_3 \\ C_4 = a_y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\theta_4 = tg^{-1}\left(\frac{a_y}{-a_zC_3 - a_xS_3}\right)}$$

Robot Planar 2

$$
\underset{[\text{Matlab}]}{{}^0_6T} = \begin{bmatrix}
s_1s_3c_5 - c_1s_4s_5 + s_1c_3c_4s_5 & s_1c_3c_4c_5 - c_1s_4c_5 - s_1s_3s_5 & c_1c_4 + s_1c_3s_4 \\
-s_1s_4s_5 - c_1s_3c_5 - c_1c_3c_4c_5 & c_1s_3s_5 - s_1s_4c_5 - c_1c_3c_4c_5 & s_1c_4 - c_1c_3s_4 \\
c_3 \cdot c_5 - c_4s_3s_5 & -c_3s_5 - s_3c_4c_5 & -s_3s_4 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

$$
(\ldots) \begin{matrix}
-s_1 + c_1c_4 + d_2c_1 + s_1c_3s_4 \\
c_1 + s_1c_4 + d_2s_1 - c_1c_3s_4 \\
-s_3s_4 \\
1
\end{matrix} \Bigg]
$$

$$
{}^0_6T = \underbrace{{}^0_1T \cdot {}^1_2T}_{\text{braço}} \cdot \underbrace{{}^2_3T \cdot {}^3_4T \cdot {}^4_6T}_{\text{punho esférico}}
$$

$\Rightarrow$ Cinemática inversa posição

$$
{}^0_2t = {}^0_6t - L_1 \cdot {}^0_6R \cdot \hat{z} = \begin{bmatrix} t_x - a_x \\ t_y - a_y \\ t_z - a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2c_1 - s_1 \\ d_2s_1 + c_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_x \\ t'_y \\ t'_z \end{bmatrix}
$$

$$
\frac{t'_y}{t'_x} = \frac{d_2s_1 + c_1}{d_2c_1 - s_1} \Leftrightarrow \frac{t'_y}{t'_x} = \frac{tg(\theta_1) + \frac{1}{d_2}}{1 - \frac{1}{d_2}tg(\theta_1)} \Leftrightarrow \frac{t'_y}{t'_x} = tg\left(\theta_1 + tg^{-1}\left(\frac{1}{d_2}\right)\right)
$$

$$
\Leftrightarrow \theta_1 = tg^{-1}(t'_y, t'_x) - tg^{-1}\left(\frac{1}{d_2}\right)
$$

para θ_5

$$\frac{-s_4 s_5}{-s_4 s_5} = \frac{m_x c_1 + m_y s_1}{A_x c_1 + A_y s_1} \Rightarrow \boxed{\theta_5 = tg^{-1}\left(-(m_x c_1 + m_y s_1), -(A_x c_1 + A_y s_1)\right)}$$

para θ_4

$$\begin{cases} c_3 s_4 = -(a_y c_1 - a_x s_1) \\ s_3 s_4 = -(a_z) \\ c_4 = a_x c_1 + a_y s_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_4(c_3^2 + s_3^2) = -c_3(a_y c_1 - a_x s_1) - s_3 a_z \\ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \theta_4 = tg^{-1}\left(\left(-c_3(a_y c_1 - a_x s_1) - s_3 a_z\right), \left(a_x c_1 + a_y s_1\right)\right)$$

Nota: Os cálculos foram abreviados porque as deduções estão feitas no exercício 2 com mais detalhe e fundamento teórico.