

Velocidades e Jacobiano

Data de Entrega: FASEADA (Ver plano entregas)

HOMEWORK #3

1. Considere um manipulador cilíndrico (PRP-RR) ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por $q = [d_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5]$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i
0->1	90°	d_1	0	90°
1->2	$90^\circ + \theta_2$	0	0	90°
2->3	0°	d_3	0	-90°
3->4	θ_4	0	0	90°
4->G	θ_5	5	0	0°

Obtenha:

- O Jacobiano Geométrico do manipulador ${}^0J_{6 \times 5}$;
- Análise as singularidades do manipulador. Justifique devidamente a resposta e desenhe o manipulador nas configurações singulares;
(AJUDA : Analise para que configurações do manipulador se anula uma qualquer componente de velocidade);
- Assumindo que se desloca a primeira junta do manipulador com uma velocidade \dot{d}_1 , obtenha as equações de velocidade para as restantes juntas do manipulador de modo a garantir ${}^0v|{}^0\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.
- Se aplicar no punho do manipulador uma força ${}^4F_{4,App} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix}^T$, estando o manipulador na sua configuração "home" ($q = \begin{bmatrix} 10 & 0^\circ & 10 & 0^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}^T$), quais os valores de binário/força nas juntas do manipulador que asseguram o seu equilíbrio estático.

2. Considere o manipulador com 3 graus de mobilidade RPR cujas matrizes de transformação de junta se apresenta:

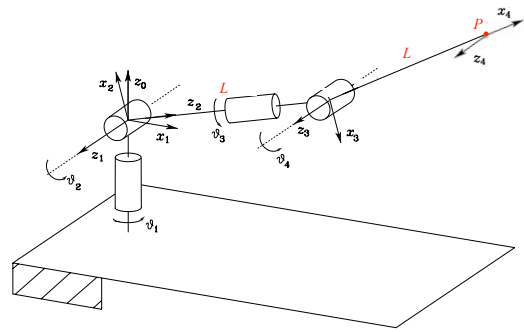
$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & L_1 \cdot C_1 \\ S_1 & 0 & C_1 & L_1 \cdot S_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^2T_E = \begin{bmatrix} 0 & S_3 & C_3 & L_2 \cdot C_3 \\ 0 & -C_3 & S_3 & L_2 \cdot S_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Obtenha o Jacobiano do manipulador, ${}^G J_{6 \times 3}$, que expressa a velocidade linear e angular do *end-effector* em função da velocidade das juntas.
- Obtenha o Jacobiano de movimento angular expresso no referencial 1 (${}^1 J_\omega$). O que é que esse jacobiano lhe diz em termos da velocidade angular segundo a direção x ? Explique as diferenças verificadas entre o Jacobiano de velocidade angular obtido e o Jacobiano angular expresso no referencial base ${}^0 J_\omega$.
- Recorrendo a ${}^1 J_v$, obtenhas as configurações singulares do manipulador e explique quais as restrições de movimento que acontecem em cada caso (Ajuda: Usando as matrizes de transformação fornecidas, desenhe o esquemático do manipulador em estudo).

3. Considere o robot 4R da figura anexa do qual se conhecem as matrizes de transformação dos elos,

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^1_2T = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & S_3 & 0 \\ S_3 & 0 & -C_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^3_4T = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & L \cdot C_4 \\ S_4 & C_4 & 0 & L \cdot S_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Os sistemas de coordenadas de D-H são os apresentados na figura, correspondendo a configuração apresentada ao vector de variáveis de junta

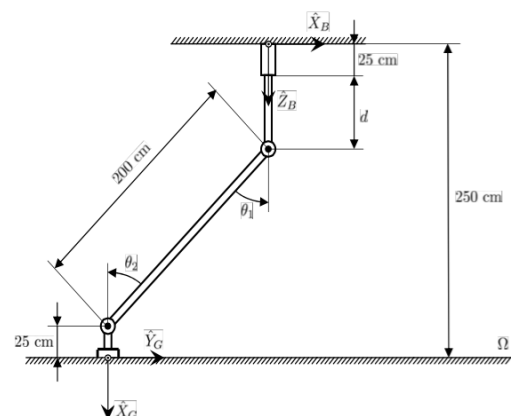
$$q = [0 \quad 6\pi/10 \quad \pi \quad 6\pi/10]^T \equiv [0^\circ \quad 108^\circ \quad 180^\circ \quad 108^\circ]^T.$$

Assumindo a configuração $q_1 = [0 \quad 3\pi/4 \quad \pi \quad \pi]^T$ e fazendo $L = 1m$,

- Obtenha o Jacobiano básico ${}^0 J_{6 \times 4}$.
- Mostre que na configuração q_1 o manipulador consegue concretizar a velocidade ${}^0 v \quad {}^0 \omega]^T = [0 \quad 0 \quad -L \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0]^T$.
- Considerando unicamente a velocidade linear ${}^0 v$, verifique se perante a configuração q_1 o manipulador se encontra numa configuração singular.

4. Observe o manipulador **PRR** apresentado na figura.

- Obtenha o modelo geométrico directo do manipulador.
 - (NOTA: Respeite os sistemas de coordenadas que se apresentam para a base e garra do manipulador)
- Obtenha o Jacobiano básico do manipulador ${}^B J_{6 \times 3}$.
- Obtenha as expressões das velocidades angulares $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, e linear \dot{d}_1 , que asseguram o movimento rectilíneo com uma velocidade linear constante de $|v_{BX}| = 10cm/s$ sobre o plano Ω .



- d) Se quiser aplicar com o gripper uma força constante sobre o plano Ω igual a ${}^G F = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$, quais as expressões para os binários das juntas função da trajectória.

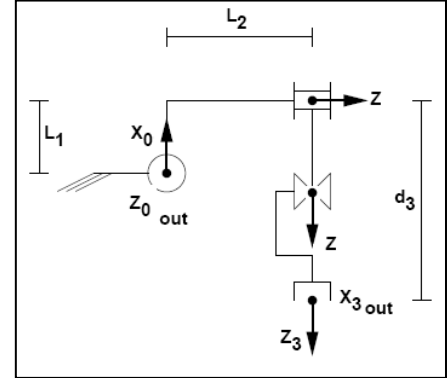
5. Considere o manipulador RRP que se apresenta na figura.

- a) Sabendo que a matriz jacobiana ${}^0 J_v$ do manipulador

é igual a ${}^0 J_v = \begin{bmatrix} S_1 C_2 d_3 + L_2 C_1 - L_1 S_1 & C_1 S_2 d_3 & -C_1 C_2 \\ -C_1 C_2 d_3 + L_2 S_1 + L_1 C_1 & S_1 S_2 d_3 & -S_1 C_2 \\ 0 & -C_2 d_3 & -S_2 \end{bmatrix}$

obtenha a matriz jacobiana ${}^1 J_v$. Considere

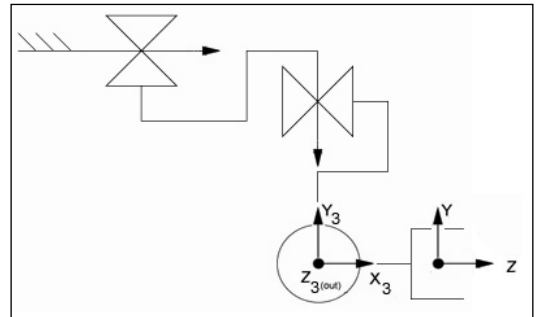
$${}^0_1 T = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & L_1 C_1 \\ S_1 & 0 & -C_1 & L_1 S_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



- b) Usando o resultado obtido na alínea a) determine as singularidades do manipulador. Para cada tipo de singularidade, desenhe a configuração correspondente e apresente uma interpretação física para a singularidade.

6. Considere o manipulador **PPR** da figura. Um vector de força é aplicado ao end-effector e medido no sistema de coordenadas $\{0\}$ como sendo igual a ${}^0 F_{G,App} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$, estando o manipulador na configuração $\begin{bmatrix} d_1 = 25cm & d_2 = 25cm & \theta_3 = 90^\circ \end{bmatrix}$. Considere $d_3 = 10cm$.

Sabendo que ${}^G J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_3 & -S_3 & d_3 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$



- a) Determine os binários nas juntas que asseguram o equilíbrio estático do manipulador.
b) Quais os valores de força e binário em cada junta do manipulador.

Qual a força e binário que uma ferramenta acoplada ao end-effector aplica quando são aplicadas nas juntas os binários calculados na alínea a). Considere que a ferramenta está alinhada com o eixo \hat{x}_G e que possui um comprimento $L=15cm$.

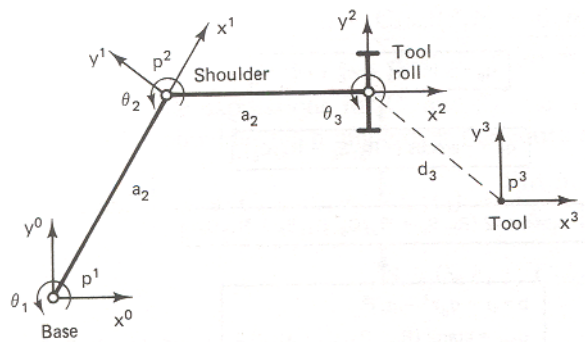
LABWORK #3

- (AULA 1 – A entregar a 12-11-2017)

Considere o robot apresentado na figura seguinte. Pretende-se utilizar este robot num processo de pintura satisfazendo as seguintes restrições:

- A pistola de pintura está acoplada ao *tool* com o difusor de tinta perpendicular ao plano do robô, i.e., a ferramenta (e em particular d_3) deve ser vista como estando colocada perpendicularmente à folha do papel. O robô desloca-se paralelamente à superfície a pintar.
- A matriz de transformação ${}^{Base}T_{ferramenta}$ correspondente ao “home” do processo de pintura é

$${}^{Base}T_{ferramenta} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 50 \\ 1 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



- Para efectuar uma correcta pintura, o robô deve deslocar o *tool* segundo a reta $y = x$ da base até à posição $\begin{bmatrix} 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix}^T$ com uma velocidade $|v| = 10 \text{ cm/seg}$. A pistola de pintura deverá manter a orientação da posição “home” durante o processo de pintura.
- Considere a dimensão dos elos $a_2 = 35 \text{ cm}$ e a dimensão da ferramenta $d_3 = 10 \text{ cm}$.
 - a) Com base nestas restrições apresente uma solução para as variáveis das juntas do robot $q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ que garanta o correto posicionamento da ferramenta na posição de “home” de pintura.
 - b) Calcule as expressões para a velocidade de rotação das juntas $\dot{q} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ que asseguram a restrição temporal de pintura ($v_x = 10 \text{ cm/seg}$).
 - c) Realize o movimento do manipulador entre a configuração inicial e final tendo em atenção a restrição de velocidade anteriormente referida ($v_x = 10 \text{ cm/seg}$). Para tal considere as duas possíveis abordagens de controlo:

1. Abordagem Integradora - Controlo de movimento discreto no tempo considerando

$$\dot{q}^* = J(q(k))^{-1} v^*$$

$$q^*(k+1) = q(k) + \Delta t \cdot \dot{q}^*(k)$$

2. Abordagem em malha fechada – A abordagem anterior, puramente integradora, sofre de acumulação de erro posicional, podendo ser

eliminado recorrendo a uma solução em malha fechada baseada na diferença entre a pose desejada $p^*(k)$ e a pose actual $f(q(k))$.

$$\dot{q}^*(k) = J(q(k))^{-1} (p^*(k) - f(q(k)))$$

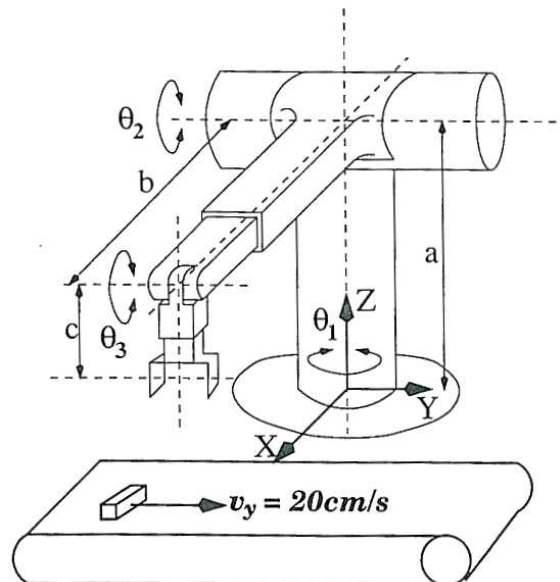
$$q^*(k+1) = q(k) + K_p \cdot \Delta t \cdot \dot{q}^*(k)$$

Utilize as funções da Toolbox Robótica para validar e visualizar os resultados.

▪ (AULA 2 – A entregar a 19-11-2017)

Observe a figura na qual se representa um manipulador com 3 graus de liberdade de rotação ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) e 2 graus de liberdade prismáticos (b e c). A posição de referência (todas as variáveis das juntas iguais a 0) corresponde à posição vertical do braço. Na Figura, tem-se $\theta_2 = \theta_3 = 90^\circ$, $a = 50 \text{ cm}$ e $c = 30 \text{ cm}$. A distância mínima da peça à base do robô ocorre com o eixo prismático na sua extensão mínima $b_{\min} = 40 \text{ cm}$.

Pretende-se controlar o movimento do robô de modo a concretizar o seguimento da peça no tapete com a garra. A orientação da ferramenta não é determinante, devendo-se assegurar apenas o alinhamento do gripper face à peça, a qual se desloca paralelamente ao eixo YY do referencial base do robô com uma velocidade constante $v_y = 20 \text{ cm/seg}$. O gripper deverá manter uma distância fixa de 5 cm ao plano do tapete.

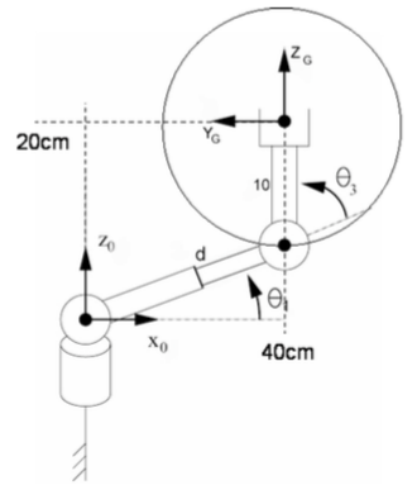


- Calcule a matriz Jacobiana do manipulador 0J .
- Admitindo que se controla unicamente as juntas de rotação θ_1, θ_2 e a junta prismática b ($\dot{\theta}_3 = \dot{c} = 0$), calcule as velocidades de funcionamento que permitem seguir a peça.
- Calcule as expressões analíticas das variáveis das juntas θ_1, θ_2 e b em função dos parâmetros da trajetória pretendida para a garra ($x = b_{\min}, y$ variável).
- Realize o movimento da garra entre os pontos $[b_{\min}, -30, 0]$ e $[b_{\min}, 30, 0]$ tendo em atenção a restrição de velocidade de movimento ($v_y = 20 \text{ cm/seg}$). Tal como no problema anterior, implemente as duas estratégias de controlo do movimento: puramente integradora e em malha fechada.

- (AULA 3 – A entregar a 26-11-2017)

Observe o manipulador **RPR** apresentado na figura. Desenvolva um programa em MATLAB que permita visualizar o modo de funcionamento do manipulador. Tenha em atenção os seguintes aspectos:

1. Obter o modelo cinemático directo do manipulador recorrendo aos parâmetros de Denavit-Hartenberg.
2. Pretende-se manter o sistema referencial da garra solidário à posição $[40\text{cm}, 0\text{cm}, 20\text{cm}]$, variando a sua orientação. Obter a solução de cinemática inversa para θ_1 , d_2 e θ_3 que permite efectuar o movimento circular marcado na figura.



3. Calcule as expressões para a velocidade de rotação das juntas $\dot{q} = \begin{bmatrix} \omega_1 & v_d & \omega_3 \end{bmatrix}^T$ que asseguram um movimento circular com uma velocidade angular igual a π rad/s.

O programa a desenvolver deverá apresentar a velocidade das juntas função do tempo para os requisitos do ponto 3.

Use as funções da Toolbox Robotics para validar e visualizar os resultados.