ROBÓTICA 2017/2018

Planeamento de Trajectórias

HOMEWORK #4 *Data de Entrega: 17-Dez-2017*

1.
Pretende-se mover para a posição θ_{p_f} uma junta de rotação de um manipulador que se encontra em repouso na posição θ_{p_0}. O tempo de execução do movimento é definido por t_f e pretende-se realizar o movimento utilizando funções com troços parabólicos (Funções de velocidade trapezoidal). Mostre que a velocidade definida para este movimento está condicionada ao intervalo

$$\frac{\theta_{p_f}-\theta_{p_f}}{t_f} < V \leq \frac{2\left(\theta_{p_f}-\theta_{p_f}\right)}{t_f}$$

para que o mesmo seja possivel.

2.
Pretende-se mover a garra de um manipulador PRR da posição P_A para a posição P_B, estando as posições representadas, respectivamente, pelas matrizes de transformação

$$ {}^{0}_{P_A}T = \begin{bmatrix} 0.3536 & 0.866 & -0.3536 & 2.4142 \\ -0.6124 & 0.5 & 0.6124 & -4.1815 \\ 0.7071 & 0 & 0.7071 & 7.8284 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{0}_{P_B}T = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0 & 0.7071 & 4.8284 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.7071 & 0 & 0.7071 & 2.1716 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As equações de cinemática inversa do manipulador são conhecidas e definidas por

$$d_1 = t_z - 4\cdot n_z \quad \theta_2 = tg^{-1}\left(\frac{t_y}{t_x}\right) \quad \theta_3 = tg^{-1}\left(\frac{t_z - d_1}{C_2\cdot t_x + S_2\cdot t_y - 2}\right)$$

O manipulador deverá realizar a trajetória em 2 segundos e cada junta do manipulador deverá movimentar-se com velocidade constante durante metade do percurso.

a) Qual a aceleração necessária em cada junta para concretizar a trajetória?
b) Qual o valor da velocidade linear de cada junta?
c) Qual o valor das juntas quando se inicia e finaliza o percurso em velocidade linear.

3.
Considere um manipulador PRR do qual se conhecem as expressões de cinemática inversa das juntas.

$$d_1 = t_z - 3\cdot n_z \quad \theta_2 = \text{atan2}(t_y, t_x) \quad \theta_3 = \text{atan2}(n_z, a_z)$$

Pretende-se mover a garra do manipulador da posição P_A para a posição P_B, estando as posições representadas, respectivamente, pelas matrizes de transformação

$$ {}^{0}_{P_A}T = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{3}/2 & 0.5 & 1.5 \\ 0 & 0.5 & -\sqrt{3}/2 & -2.5981 \\ 1 & 0 & 0 & 6.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{0}_{P_B}T = \begin{bmatrix} 0.5 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 3.0 \\ \sqrt{3}/2 & 0.5 & 0 & 5.1962 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O manipulador deverá realizar a trajetória em 5 segundos e cada junta do manipulador deverá movimentar-se com velocidade constante durante 60% do percurso.

1. Qual a aceleração necessária em cada junta para concretizar a trajetória?
2. Qual o valor da velocidade linear de cada junta?
3. Qual o valor das juntas quando se inicia e finaliza o percurso em velocidade linear.

Se adoptasse uma estratégia de planeamento de trajetória baseada em funções polinomiais de grau 3, quais as relações de velocidade máxima por junta entre as duas abordagens?

4.

Pretende-se mover uma junta de rotação de uma posição inicial $\theta_i = -\frac{\pi}{6}$ para uma posição final $\theta_f = \frac{\pi}{4}$. O movimento deve ser realizado em 2*seg*, iniciando-se e terminando-se o movimento em condição de repouso, i.e, com velocidade inicial e final nula.

I. Usando uma abordagem baseada em funções de segunda ordem (*Parabolic Blends*), mostre que é possível concretizar o movimento da junta com uma velocidade linear de amplitude igual a $\left|V\right| = \frac{\pi}{4} rad/s$. Durante quanto tempo é possível movimentar a junta com essa velocidade?

II. Assumindo que a junta de rotação apresenta uma aceleração máxima igual a $\frac{\pi}{8} {rad}/{s^2}$, calcule o tempo mínimo necessário para efectuar o movimento. Qual a máxima velocidade de rotação que a junta consegue atingir? Durante quanto tempo se desloca a junta com velocidade linear?

5.

Pretende-se mover uma junta de rotação de uma posição inicial $\theta_i = 0^\circ$ para uma posição final $\theta_f = \frac{\pi}{4}$. O movimento deve ser realizado em 1*seg*, iniciando-se e terminando-se o movimento em condição de repouso, i.e, com velocidade inicial e final nula.

a) Usando uma abordagem baseada em funções de segunda ordem (*Parabolic Blends*), calcule a aceleração necessária para concretizar o deslocamento com a máxima velocidade. Qual a máxima velocidade de rotação que a junta consegue atingir? Durante quanto tempo se desloca a junta com velocidade linear?

b) Se lhe fosse pedido para substituir a anterior abordagem de planeamento da trajectória por uma abordagem baseada em funções polinomiais de ordem três, qual a máxima velocidade de rotação que a junta consegue atingir?

LABWORK #4.

1. Pretende-se planear a trajetória de um manipulador RPR que se move de um ponto de partida p_A até um ponto de chegada p_B em $t_f = 8$segundos. Sabe-se que o modelo geométrico inverso do manipulador é dado por

$$\theta_1 = tg^{-1}\left(\frac{t_y - 10\cdot a_y}{t_x - 10\cdot a_x}\right) \qquad d_2 = C_1\left(t_x - 10\cdot a_x\right) + S_1\left(t_y - 10\cdot a_y\right) \quad \theta_2 = tg^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) - \theta_1$$

e que as transformações para cada um dos pontos que definem a trajectória são conhecidas e iguais a

$${}^0_AT = \begin{bmatrix} 0 & 0.9659 & 0.2588 & 21.4720 \\ 0 & -0.2588 & 0.9659 & 22.1791 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0_iT = \begin{bmatrix} 0 & 0.9659 & 0.2588 & 26.2396 \\ 0 & -0.2588 & 0.9659 & 15.9659 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0_BT = \begin{bmatrix} 0 & 0.8660 & -0.5 & 12.0 \\ 0 & 0.5 & 0.8660 & 22.5167 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

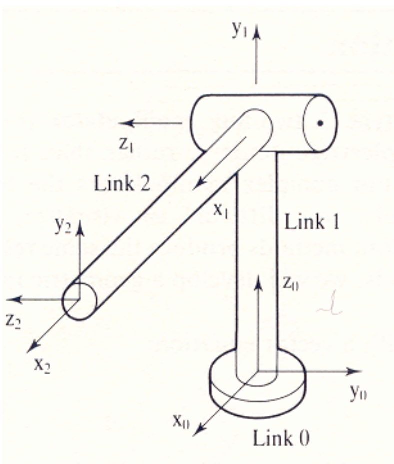
Como condições de movimento, a trajectória deve ter uma velocidade inicial e final NULA e deve integrar um ponto de passagem (*via point*) p_i no instante $t_i = 5(seg)$, para evitar a colisão com um obstáculo existente no espaço de trabalho.

a. Usando funções polinomiais cúbicas para a modelização da trajectória ($p_A \to p_i \to p_B$), obtenha as expressões que permitem calcular os valores dos coeficientes das funções polinomiais (8 coeficientes), assumindo que a trajectória tem velocidades e acelerações contínuas no ponto de passagem p_i.

b. Implemente um algoritmo em matlab que concretize a trajetória definida anteriormente.

2.

Considere o manipulador do tipo 2 que se apresenta na figura. Para movimentar o manipulador pretende-se elaborar um planeamento de trajectória com controlo das juntas. Assumindo que o comprimento dos elos é igual a 1 ($L_1 = L_2 = 1$) pretende-se que a trajectória do "end-effector" se inicie no ponto A, de coordenadas $P_A = \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$, passe pelo ponto B, de coordenadas $P_B = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ e termine no ponto C, de coordenadas $P_C = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$.



Obtenha a função polinomial cúbica que modela a trajectória da junta.

a) Desenhe as configurações do manipulador nos três pontos que definem a trajectória e indique os respectivos valores das juntas para cada configuração.

b) Pretende-se que a trajectória seja efectuada em 10 segundo, devendo o manipulador efectuar o movimento entre os pontos A e B em 4 segundos, gastando 6 segundos na execução do movimento entre os pontos B e C. Obtenha as expressões das velocidades angulares das juntas função do tempo. (AJUDA : Baseie a sua análise na seguinte heurística: Se o sentido de crescimento da variável da junta se inverter a velocidade no ponto é nula (a junta pára antes de mudar de direcção), caso contrário, a velocidade é obtida por interpolação das velocidades médias nos troços adjacentes ao ponto.) Implemente um algoritmo em matlab que concretize a trajetória definida.

c) Considere agora que se pretendia realizar um movimento sequencial $A \to B \to C \to A \to B \to C \to \cdots$. Adapte o programa implementado em b) de modo a concretizar esse objetivo.

d) Apresente uma solução alternativa de planeamento à realizada na alínea b) mas adoptando funções parabólicas. Considere que a aceleração máxima de cada uma das juntas é $|\ddot{\theta}| = 300^\circ / s^2$. Implemente esta solução em matlab.