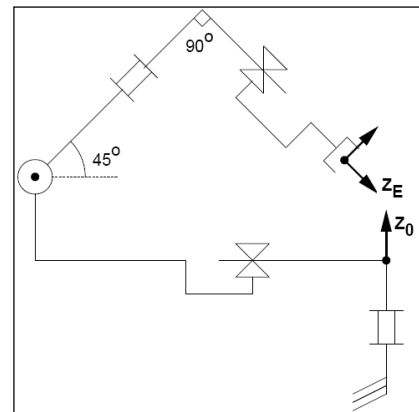


## Modelo Geométrico Directo e Inverso de manipuladores

### HOMEWORK #2

Data de Entrega: 29 de Outubro 2017

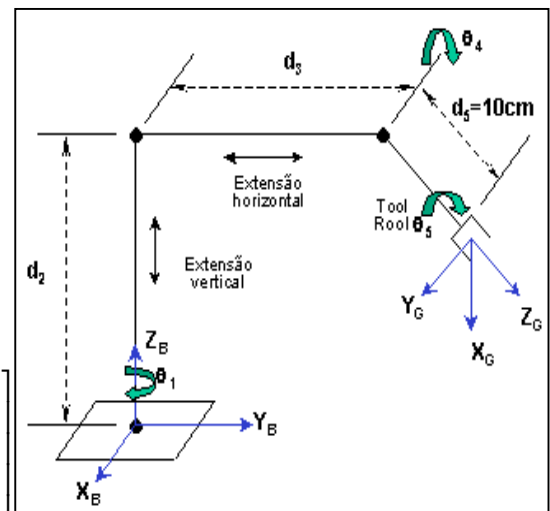
- Observe o esquemático do manipulador RPRRP que se apresenta. Atribua os sistemas de coordenadas de cada elo e indique os parâmetros cinemáticos do manipulador usando o algoritmo de Denavith-Hartenberg.



- Considere o manipulador de cinco graus de mobilidade (RPPRR) cujo diagrama se apresenta na figura.

- Recorrendo à representação de Denavit-Hartenberg obtenha  ${}^B T_G$ .
- Sabendo que  ${}^B T_G$  para a posição de Home do manipulador é igual a

$${}^B T_G = \begin{bmatrix} 0.7071 & -0.5 & 0.5 & 28.2843 \\ -0.7071 & -0.5 & 0.5 & 28.2843 \\ 0 & -0.7071 & -0.7071 & 30.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



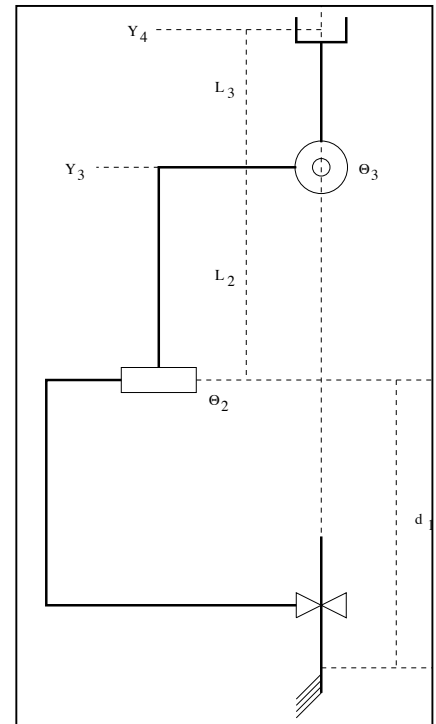
obtenha os valores de  $\theta_1, d_2, d_3, \theta_4$  e  $\theta_5$  para essa posição.

- Considere o manipulador PRR cuja tabela de Denavit-Hartenberg é apresentada de seguida. O sistema referencial da 1ª junta está relacionado com um sistema de coordenadas base através da transformação expressa na 1ª linha da tabela (transformação corpo-rígido).

$i$	$a_i$	$d_i$	$\alpha_i$	$\theta_i$
$B \mapsto 0$	$a_0$	$d_0$	$-\pi/2$	$-\pi/2$
$0 \mapsto 1$	$0$	$*$	$0$	$0$
$1 \mapsto 2$	$a_2$	$0$	$\pi/2$	$*$
$2 \mapsto G$	$a_3$	$0$	$-\pi/2$	$*$

1. Obtenha o desenho esquemático do manipulador na sua posição de “home” (variáveis de junta nulas).
2. Dado  ${}^B d_{B,G}$ , obtenha  ${}^0 d_{0,G}$
3. Conhecendo  ${}^0 d_{0,G}$  é possível obter uma das variáveis de junta independentemente das restantes variáveis. Indique qual a variável de junta e obtenha a equação de cinemática inversa para essa variável de junta.
4. Obtenha as equações de cinemática inversa para as restantes variáveis do manipulador, mantendo a consideração de que apenas é conhecido  ${}^0 d_{0,G}$ .

- Analise o manipulador PRR que se apresenta em anexo. Assumindo comprimentos genéricos para os elos, obtenha a tabela dos parâmetros de D–H (standard). Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico directo do manipulador.



1. Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo ( ${}^{i-1}T_i$ ).
2. Apresente a função de configuração da ferramenta para o robot, isto é, os 6 graus de liberdade  $w(q) = [p_x \ p_y \ p_z \ roll \ pitch \ yaw]^T$ .
3. Apresente a solução de cinemática inversa que assegura  ${}^0 p_{4,org} = [-L_2 \ L_3 \ d_1]^T$ .
4. Assumindo que  $L_2 = 2L_3 = 0.5m$  e que  $0.5m \leq d_1 \leq 1.0m$ ,  $-\pi \leq \theta_2 \leq 0$  e  $-\pi/2 \leq \theta_3 \leq 0$ , apresente o espaço de trabalho 3D do manipulador.

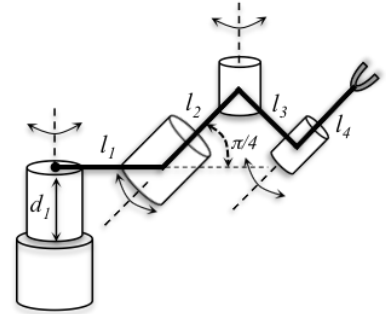
- Identifique os parâmetros de Denavit–Hartenberg  $[\theta, d, a, \alpha]$  da matrix

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\sqrt{2} \\ 0 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere que os parâmetros de rotação apresentam valores no intervalo  $[0..2\pi]$ .

Desenhe o esquemático do elo  $i$ .

- Analise o manipulador PRRR que se apresenta na figura. Assumindo os comprimentos de elo ( $l_1=2$ ,  $l_2=2$ ,  $l_3=l_4=1$ ), obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standart). Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico directo do manipulador. Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo ( ${}^{i-1}T_i$ ).



NOTA : A configuração apresentada na figura corresponde à posição de “home”.

- Considere um manipulador cilíndrico (PRP) equipado com uma garra esférica ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por  $q = [d_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$ .

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
0->1	$0^\circ$	$d_1$	0	$0^\circ$
1->2	$\theta_2$	0	0	$-90^\circ$
2->3	$0^\circ$	$d_3$	0	$-90^\circ$
3->4	$\theta_4$	2	0	$90^\circ$
4->5	$\theta_5$	0	0	$-90^\circ$
5->6	$\theta_6$	1	0	$0^\circ$

Obtenha:

- O desenho esquemático do manipulador na sua posição de “home”;
- As expressões de cinemática inversa do manipulador;

## LABWORK #2

- Escrever uma função **MGD\_DH** que permita estabelecer a posição e orientação da ferramenta de um robô com estrutura arbitrária:  $n$  graus de liberdade e com juntas de revolução e/ou prismáticas.

a. Atribua os sistemas de coordenadas e identifique os parâmetros cinemáticos do robô usando o **algoritmo de Denavith–Hartenberg**, armazenando os **parâmetros das juntas numa matriz  $PJ\_DH$** , onde cada linha da matriz corresponde a  $[\theta_i, d_i, \alpha_i, a_i]_{i=1..n}$ . Esta matriz constitui o parâmetro de entrada da **função  $MGD\_DH(PJ\_DH)$** .

b. Para cada linha da matriz obter a **matriz de transformação do elo  ${}^{i-1}_i A$** . Cada matriz é representada por

$${}^{i-1}_i A = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} \cdot c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} \cdot s_{\alpha_i} & a_i \cdot c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} \cdot c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} \cdot s_{\alpha_i} & a_i \cdot s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c. A **cinemática directa** é obtida através da multiplicação das matrizes

$${}^0_n A = \prod_{j=0}^{n-1} {}^j_{j+1} A = {}^0_1 A \cdot {}^1_2 A \cdots {}^{n-1}_n A$$

- Observe o robô planar com 3-DOF (RRR) da figura. O comprimento dos elos são conhecidos e são iguais a  $L_1 = 4$ ,  $L_2 = 3$  e  $L_3 = 2$  (m).

a. Obtenha a **matriz dos parâmetros** de D-H:  **$PJ\_DH$** .

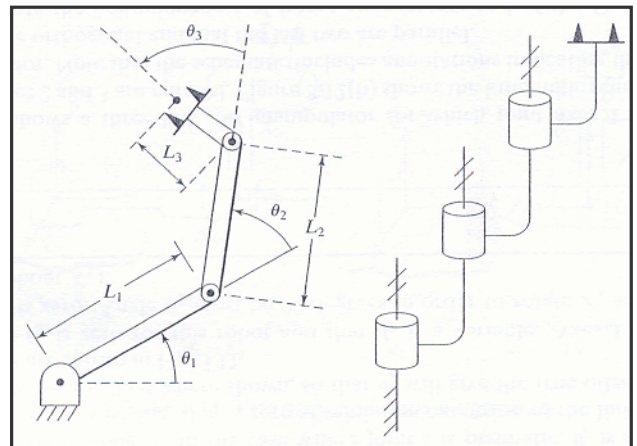
b. Usando a função  **$MGD\_DH(PJ\_DH)$**  obtenha as **matrizes de cinemática directa  ${}^0_2 A$  e  ${}^0_H A$**  para as situações:

- $q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]^T$
- $q = [10^\circ \ 20^\circ \ 30^\circ]^T$
- $q = [90^\circ \ 90^\circ \ 90^\circ]^T$

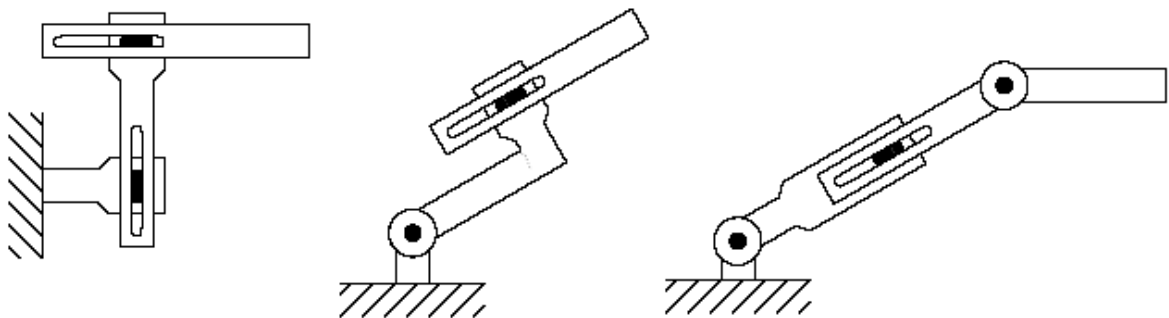
Confirme **visualmente (desenho)** os resultados obtidos.

c. Confirme todos os seus resultados usando as **funções da toolbox Robotics**.

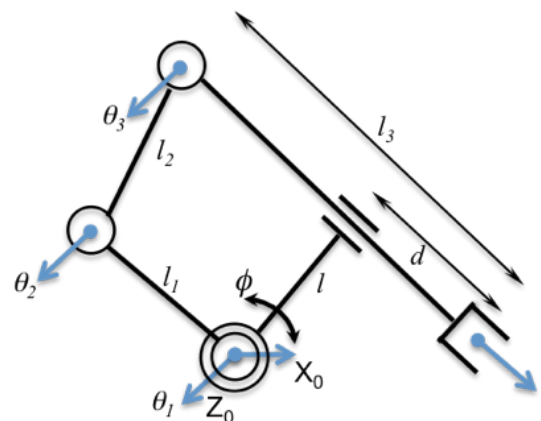
d. Deduza analiticamente a solução de cinemática inversa para o referido manipulador. Dada uma transformação  ${}^0_H T$ , calcule todas as possíveis soluções para  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ .



- e. Com base nas expressões deduzidas analiticamente em d), implemente uma função em MATLAB que resolva o problema da cinemática inversa deste manipulador. Teste os resultados para as matrizes  ${}^0_H A$  obtidas em b) (validação circular). Confirme os valores obtidos comparando-os com os resultados obtidos com a função da toolbox.
- Obtenha os parâmetros de D-H dos 3 manipuladores planares que se apresentam.
    - a. Usando as funções da toolbox Robotics, represente graficamente os robôs.
    - b. Imagine que acoplava um punho esférico a estes manipuladores. Obtenha os parâmetros de D-H e represente-os graficamente usando as funções da toolbox Robotics. Confirme os resultados usando a função *MGD\_DH(PJ\_DH)*.
    - c. Obtenha o modelo geométrico inverso para os manipuladores apresentados. Verifique a validade das soluções encontradas recorrendo às funções da Toolbox Robotics.
    - d. Confirme a validade da solução encontrada usando as funções da toolbox Robotics.



- Considere o sistema manipulador em malha fechada que se apresenta na figura. O sistema é constituído por dois mecanismos cooperantes que permitem o deslocamento linear da garra função do ângulo de orientação  $\phi$ .
  1. Apresente o modelo geométrico direto deste sistema manipulador;
  2. Obtenha as expressões para as variáveis de junta  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  função da



variável de orientação do mecanismo  $\phi$  e amplitude de deslocamento  $d$ .

3. Sabendo que  $l_1 = l_2 = \sqrt{2} \cdot l$ , calcule o comprimento de elo  $l_3$  que assegura a máxima amplitude de movimento  $d$ .

4. Usando as funções disponíveis na Toolbox Robotics, apresente graficamente a estrutura articulada e demonstre a funcionalidade do modelo geométrico inverso anteriormente obtido.

- Considere um manipulador RRP equipado com uma garra esférica ao qual corresponde a tabela de Denavit–Hartenberg que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por  $q = [\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$ .

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
0 -> 1	$\pi/2 + \theta_1$	10	0	$-\pi/2$
1 -> 2	$-\pi/2 + \theta_2$	0	0	$-\pi/2$
2 -> 3	$0^\circ$	$d_3$	0	$0^\circ$
3 -> 4	$\theta_4$	0	0	$-\pi/2$
4 -> 5	$\theta_5$	0	0	$\pi/2$
5 -> G	$\theta_6$	1	0	$0^\circ$

Obtenha:

- O desenho esquemático do manipulador na sua posição de “home”;  
Usando a Toolbox Robotics, apresente a estrutura geométrica do manipulador e confirme o desenho esquemático anteriormente obtido.
- As expressões de cinemática inversa do manipulador; Verifique a validade das soluções encontradas recorrendo às funções da Toolbox Robotics.
- Confirme a validade da solução encontrada usando as funções da toolbox Robotics.