



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
ESCUELA DE FORMACIÓN DE TECNÓLOGOS

GUIA DE PRÁCTICAS
LABORATORIO TALLER 1
MÉTODO M

CARRERA: ASA ___ ASI X EM ___ ET ___

ASIGNATURA: Investigación de Operaciones CÓDIGO: TSI-434 GRUPO: GR1

FECHA: 04/11/15

APELLIDOS Y NOMBRES : Sánchez Arteaga Fredy Vicente

CÉDULA DE IDENTIDAD: 1725634552

1. PROPÓSITO DE LA PRÁCTICA:

-Calcular la solución óptima mediante el método M para ejercicios de programación lineal.

2. OBJETIVO GENERAL:

- Aplicar los conocimientos adquiridos en cuanto a la resolución de problemas de programación lineal utilizando el método M.

3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

-Distinguir el beneficio del método M para la resolución de ejercicios de programación lineal.
-Recordar los pasos a seguir para la resolución de ejercicios de programación lineal a través del método M.

4. DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES Y PROCEDIMIENTO DE LA PRÁCTICA:

INSTRUCCIONES:

- Resolver en clase los siguientes ejercicios.
- Subir al aula virtual los dos archivos comprimidos (i.e. un archivo .pdf y un archivo .xls)
- Nombre del archivo pdf: #lista.Apellido_taller1p1.pdf
- Nombre del archivo Excel: #lista.Apellido_taller1p2.xls

EJERCICIOS: [1]

1. Considere el siguiente conjunto de restricciones:

$$-2x_1 + 3x_2 = 3 \quad (1)$$

$$4x_1 + 5x_2 \geq 10 \quad (2)$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5 \quad (3)$$

$$6x_1 + 7x_2 \leq 3 \quad (4)$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

En cada uno de los siguientes problemas, desarrolle la fila z después de sustituir las variables artificiales:

- (a) Maximizar $z = 5x_1 + 6x_2$ sujeto a (1), (3) y (4).
- (b) Maximizar $z = 2x_1 + 7x_2$ sujeto a (1), (2) (4) y (5).
- (c) Minimizar $z = 3x_1 + 6x_2$ sujeto a (3), (4) y (5).
- (d) Minimizar $z = 4x_1 + 6x_2$ sujeto a (1), (2) y (5).
- (e) Minimizar $z = 3x_1 + 2x_2$ sujeto a (1) y (5).

2. De las variables del ejercicio anterior, resuelva por el método M el problema del literal c) y e)

3. Compruebe los resultados obtenidos en 2) mediante la herramienta Solver de Excel.



5. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS APLICADOS:

-MS Excel

6. RESULTADOS

1. Desarrollar fila z después de sustituir las variables artificiales.

PROCEDIMIENTO

1. Convertir la desigualdad de cada restricción en igualdades.
2. Agregar un valor M a la función Objetivo por cada variable artificial.
3. Despejar las variables artificiales.
4. Sustituir los valores en la función objetivo.

Literal a)

$$\text{Maximizar } z = 5x_1 + 6x_2$$

Sujeto a:

$$-2x_1 + 3x_2 = 3 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 \leq 5 \quad (3)$$

$$6x_1 + 7x_2 \leq 3 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

①

$$-2x_1 + 3x_2 + R_1 = 3$$

$$x_1 + x_2 + S_3 = 5$$

$$6x_1 + 7x_2 + S_4 = 3$$

②

$$z = 5x_1 + 6x_2 - MR_1$$

③

$$R_1 = 3 + 2x_1 - 3x_2$$

④

$$z = 5x_1 + 6x_2 - M(3 + 2x_1 - 3x_2)$$

$$z = 5x_1 + 6x_2 - 3M - 2Mx_1 + 3Mx_2$$

$$z = (5 - 2M)x_1 + (6 + 3M)x_2 - 3M$$

$$z + (-5 + 2M)x_1 + (-6 - 3M)x_2 = -3M$$

Literal b)

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + 7x_2$$

Sujeto a:

$$-2x_1 + 3x_2 = 3 \quad (1)$$

$$4x_1 + 5x_2 \geq 10 \quad (2)$$

$$6x_1 + 7x_2 \leq 3 \quad (4)$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

①

$$\begin{array}{rclclcl} -2x_1 + 3x_2 + R_1 & & & & & = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 & + R_2 & - S_2 & & & = 10 \\ 6x_1 + 7x_2 & & & + S_4 & & = 3 \\ 4x_1 + 8x_2 & + R_5 & & & - S_5 & = 5 \end{array}$$

②

$$z = 2x_1 + 7x_2 - MR_1 - MR_2 - MR_5$$

③

$$R_1 = 3 + 2x_1 - 3x_2$$

$$R_2 = 10 - 4x_1 - 5x_2 + S_2$$

$$R_5 = 5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5$$

④

$$z = 2x_1 + 7x_2 - M(3 + 2x_1 - 3x_2) - M(10 - 4x_1 - 5x_2 + S_2) - M(5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5)$$

$$z = 2x_1 + 7x_2 - 3M - 2Mx_1 + 3Mx_2 - 10M + 4Mx_1 + 5Mx_2 - MS_2 - 5M + 4Mx_1 + 8Mx_2 - MS_5$$

$$z = (2 - 2M + 4M + 4M)x_1 + (7 + 3M + 5M + 8M)x_2 - MS_2 - MS_5 - 18M$$

$$z + (-2 - 6M)x_1 + (-7 - 16M)x_2 + MS_2 + MS_5 = -18M$$

Literal c)

$$\text{Minimizar } z = 3x_1 + 6x_2$$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 \leq 5 \quad (3)$$

$$6x_1 + 7x_2 \leq 3 \quad (4)$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

①

$$\begin{array}{rclclcl} x_1 + x_2 & + S_3 & & & & = 5 \\ 6x_1 + 7x_2 & & + S_4 & & & = 3 \\ 4x_1 + 8x_2 + R_5 & & & - S_5 & & = 5 \end{array}$$

②

$$z = 3x_1 + 6x_2 + MR_5$$

③

$$R_5 = 5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5$$

④

$$z = 3x_1 + 6x_2 + M(5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5)$$

$$z = 3x_1 + 6x_2 + 5M - 4Mx_1 - 8Mx_2 + MS_5$$

$$z = (3 - 4M)x_1 + (6 - 8M)x_2 + MS_5 + 5M$$

$$z + (-3 + 4M)x_1 + (-6 + 8M)x_2 - MS_5 = 5M$$

Literal d)

Minimizar $z = 4x_1 + 6x_2$

Sujeto a:

$$-2x_1 + 3x_2 = 3 \quad (1)$$

$$4x_1 + 5x_2 \geq 10 \quad (2)$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

①

$$-2x_1 + 3x_2 + R_1 = 3$$

$$4x_1 + 5x_2 + R_2 - S_2 = 3$$

$$4x_1 + 8x_2 + R_5 - S_5 = 5$$

②

$$z = 4x_1 + 6x_2 + MR_1 + MR_2 + MR_5$$

③

$$R_1 = 3 + 2x_1 - 3x_2$$

$$R_2 = 10 - 4x_1 - 5x_2 + S_2$$

$$R_5 = 5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5$$

④

$$z = 4x_1 + 6x_2 + M(3 + 2x_1 - 3x_2) + M(10 - 4x_1 - 5x_2 + S_2) + M(5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5)$$

$$z = 4x_1 + 6x_2 + 3M + 2Mx_1 - 3Mx_2 + 10M - 4Mx_1 - 5Mx_2 + MS_2 + 5M - 4Mx_1 - 8Mx_2 + MS_5$$

$$z = (4 + 2M - 4M - 4M)x_1 + (6 - 3M - 5M - 8M)x_2 + MS_2 + MS_5 + 18M$$

$$z + (-4 + 6M)x_1 + (-6 + 16M)x_2 - MS_2 - MS_5 = 18M$$

Literal e)

Minimizar $z = 3x_1 + 2x_2$

Sujeto a:

$$-2x_1 + 3x_2 = 3 \quad (1)$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

①

$$-2x_1 + 3x_2 + R_1 = 3$$

$$4x_1 + 8x_2 + R_5 - S_5 = 5$$

②

$$z = 3x_1 + 2x_2 + MR_1 + MR_5$$

③

$$R1 = 3 + 2x1 - 3x2$$

$$R5 = 5 - 4x1 - 8x2 + S5$$

④

$$z = 3x1 + 2x2 + M(3 + 2x1 - 3x2) + M(5 - 4x1 - 8x2 + S5)$$

$$z = 3x1 + 2x2 + 3M + 2Mx1 - 3Mx2 + 5M - 4Mx1 - 8Mx2 + MS5$$

$$z = (3 + 2M - 4M)x1 + (2 - 3M - 8M)x2 + MS5 + 8M$$

$$z + (-3 + 2M)x1 + (-2 + 11M)x2 - MS5 = 8M$$

2. Resuelva por el método M.

PROCEDIMIENTO.

1. Convertir la desigualdad de cada restricción en igualdades.
2. Agregar un valor M a la función Objetivo por cada variable artificial.
3. Determinar las variables básicas y no básicas.
4. Despejar las variables artificiales y sustituir los valores en la función objetivo.
5. Plantear la matriz Simplex.

Literal c)

$$\text{Minimizar } z = 3x1 + 6x2$$

Sujeto a:

$$x1 + 2x2 \leq 5 \quad (3)$$

$$6x1 + 7x2 \leq 3 \quad (4)$$

$$4x1 + 8x2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x1, x2 \geq 0$$

①

$$x1 + x2 + S3 = 5$$

$$6x1 + 7x2 + S4 = 3$$

$$4x1 + 8x2 + R5 - S5 = 5$$

②

$$z = 3x1 + 6x2 + MR5$$

③

<i>Variables Basica.</i>	<i>Variables NO Basica.</i>
S3 = 5	$x1 = 0$
S4 = 3	$x2 = 0$
R5 = 5	$S5 = 0$

④

Para este caso en el que $x1=3$ y $x2=6$, vamos a utilizar un valor de $M=100$

$$R5 = 5 - 4x1 - 8x2 + S5$$

$$z = 3x1 + 6x2 + M(5 - 4x1 - 8x2 + S5)$$

$$z = 3x1 + 6x2 + 5M - 4Mx1 - 8Mx2 + MS5$$

$$z = (3 - 4M)x1 + (6 - 8M)x2 + MS5 + 5M$$

$$z + (-3 + 4M)x1 + (-6 + 8M)x2 - MS5 = 5M$$

$$z + 397x1 + 794x2 - 100S5 = 500$$

MATRIZ SIMPLEX

Se encuentra la columna y fila pivote y en su intersección el elemento pivote.

	Básica	x1	x2	S3	S4	S5	R5	Solución	
F1	<i>z</i>	397	794	0	0	-100	0	500	
F2	<i>S3</i>	1	2	1	0	0	0	5	$\frac{5}{2} = 2.5$
F3	<i>S4</i>	6	7	0	1	0	0	3	$\frac{3}{7} = 0.4$
F4	<i>R5</i>	4	8	0	0	-1	1	5	$\frac{5}{8} = 0.6$

Se hace 1 al elemento pivote.

$$\frac{1}{7}F3 \rightarrow F3$$

Hacemos ceros los elementos de arriba y abajo del elemento pivote.

$$-794F3 + F1 \rightarrow F1$$

$$-2F3 + F2 \rightarrow F2$$

$$-8F3 + F4 \rightarrow F4$$

	Básica	x1	x2	S3	S4	S5	R5	Solución	
F1	<i>z</i>	$-\frac{1985}{7}$	0	0	$-\frac{794}{7}$	-100	0	$\frac{1118}{7}$	
F2	<i>S3</i>	$-\frac{5}{7}$	0	1	$-\frac{2}{7}$	0	0	$\frac{29}{7}$	-5.8
F3	<i>x2</i>	$\frac{6}{7}$	1	0	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{3}{7}$	0.5
F4	<i>R5</i>	$-\frac{20}{7}$	0	0	$-\frac{8}{7}$	-1	1	$\frac{11}{7}$	-0.55

Solución:

INFACTIBLE (SIN SOLUCIÓN): No se encuentra un punto en el que se cumplan todas las restricciones y además se encuentra en la matriz una variable artificial. Geométricamente, esto implica que la región de los puntos que cumplen todas las restricciones se halla fuera del primer cuadrante.

Literal e)

$$\text{Minimizar } z = 3x_1 + 2x_2$$

Sujeto a:

$$-2x_1 + 3x_2 = 3 \quad (1)$$

$$4x_1 + 8x_2 \geq 5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

①

$$-2x_1 + 3x_2 + R_1 = 3$$

$$4x_1 + 8x_2 + R_5 - S_5 = 5$$

②

$$z = 3x_1 + 2x_2 + MR_1 + MR_5$$

③

<i>Variables Basicas</i>	<i>Variables NO Basicas</i>
R1 = 3	$x_1 = 0$
R5 = 5	$x_2 = 0$
	$S_5 = 0$

④

Para este caso en el que $x_1=3$ y $x_2=2$, vamos a utilizar un valor de $M=100$

$$R_1 = 3 + 2x_1 - 3x_2$$

$$R_5 = 5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5$$

$$z = 3x_1 + 2x_2 + M(3 + 2x_1 - 3x_2) + M(5 - 4x_1 - 8x_2 + S_5)$$

$$z = 3x_1 + 2x_2 + 3M + 2Mx_1 - 3Mx_2 + 5M - 4Mx_1 - 8Mx_2 + MS_5$$

$$z = (3 + 2M - 4M)x_1 + (2 - 3M - 8M)x_2 + MS_5 + 8M$$

$$z + (-3 + 2M)x_1 + (-2 + 11M)x_2 - MS_5 = 8M$$

$$z + 197x_1 + 1098x_2 - 100S_5 = 800$$

MATRIZ SIMPLEX

Se encuentra la columna y fila pivote y en su intersección el elemento pivote.

	Básica	x1	x2	S5	R1	R5	Solución	
F1	z	197	1098	-100	0	0	800	
F2	R1	-2	3	0	1	0	3	$\frac{3}{3} = 1$
F3	R5	4	8	-1	0	1	5	$\frac{5}{8} = 0.6$

Se hace 1 al elemento pivote.

$$\frac{1}{8}F3 \rightarrow F3$$

Hacemos ceros los elementos de arriba y abajo del elemento pivote.

$$-1098F3 + F1 \rightarrow F1$$

$$-3F3 + F2 \rightarrow F2$$

Realizamos una nueva iteración y encontramos otra vez el elemento pivote.

	<i>Básica</i>	<i>x1</i>	<i>x2</i>	<i>S5</i>	<i>R1</i>	<i>R5</i>	<i>Solución</i>	
F1	<i>z</i>	-352	0	$\frac{149}{4}$	0	$-\frac{549}{4}$	$\frac{455}{4}$	
F2	<i>x1</i>	$\frac{7}{2}$	0	$\frac{3}{8}$	1	$-\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$	-0.32
F3	<i>x2</i>	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	1.25

Se hace 1 al elemento pivote.

$$-\frac{2}{7}F2 \rightarrow F2$$

Hacemos ceros los elementos de arriba y abajo del elemento pivote.

$$352F2 + F1 \rightarrow F1$$

$$-\frac{1}{2}F2 + F3 \rightarrow F3$$

	<i>Básica</i>	<i>x1</i>	<i>x2</i>	<i>S5</i>	<i>R1</i>	<i>R5</i>	<i>Solución</i>
F1	<i>z</i>	0	0	$-\frac{13}{28}$	$-\frac{704}{7}$	$-\frac{2787}{28}$	$\frac{17}{28}$
F2	<i>x1</i>	1	0	$-\frac{3}{28}$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{3}{28}$	$-\frac{9}{28}$
F3	<i>x2</i>	0	1	$-\frac{5}{16}$	1	$-\frac{7}{16}$	$\frac{11}{14}$

Encontramos las soluciones.

Solución:

$$z = \frac{17}{28}$$

$$x1 = -\frac{9}{28}$$

$$x2 = \frac{11}{14}$$

3. Compruebe los resultados obtenidos en 2) mediante la herramienta Solver de Excel.

ANEXO 1: Resolución Solver

7. CONCLUSIONES

- El método M para la resolución de problemas es factible para resolver cuando tenemos restricciones ≥ 0 = utilizando las variables de holgura y artificiales correspondientes.
- Los pasos de resolución son seguidos correctamente pero no se encuentra solución por fallas de formulación de los respectivos ejercicios.

8. BIBLIOGRAFÍA REFERENCIAL:

- [1] H. Taha, Investigación de operaciones, 9th ed. México: PEARSON, 2012.

Fredy Sánchez Arteaga

FIRMA DEL ESTUDIANTE