

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES (TSI-434)

PROGRAMACIÓN LINEAL

SEMANA 2

Ing. Luis Alfredo Ponce Mgs
ESFOT-EPN
2015 B



1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL²

- La programación lineal es un método de resolución de problemas desarrollado para ayudar a tomar decisiones en el campo administrativo. [1]

1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL³

Aplicaciones típicas: [1]

- Un fabricante quiere desarrollar un cronograma de producción y procesos para el inventario que satisfaga las demandas de ventas en periodos futuros. Idealmente, el cronograma y los procesos harán que cumpla con la demanda y a la vez *minimice* los costos totales de producción e inventario.
- Un analista financiero debe escoger un portafolio de inversiones de una variedad de alternativas de acciones y bonos. El analista desea establecer un portafolio que *maximice* el retorno de la inversión.

1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL⁴

Aplicaciones típicas: [1]

- Un gerente de marketing tiene un presupuesto fijo que quiere invertir entre varias alternativas de de publicidad como radio, televisión, periódico y revistas. El gerente quiere determinar la combinación de medios que *maximice* la efectividad de la publicidad.
- Una compañía tiene bodegas en varias localidades de Ecuador, para satisfacer la demanda de varios clientes. La compañía quiere determinar cuando debe despachar cada bodega a cada cliente para *minimizar* el costo total de transporte.

1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL⁵

- Estos son solo algunos de los varios ejemplos en los cuales la programación lineal se usa en prácticas reales.
- ¿Qué propiedad básica tienen todos estos ejemplos en común?
- MAXIMIZAR o MINIMIZAR
- **El objetivo en todo problema de programación lineal es maximizar o minimizar cierta cantidad. [1]**

1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL⁶

- Todo problema de programación lineal también tiene una segunda propiedad: **restricciones o limitaciones**, las cuales limitan hasta que punto se puede perseguir el objetivo. [1]
- Ejemplos: [1]
- La fabrica tiene las siguientes restricciones:
 - Capacidad de producción
 - Demanda del producto
- El analista financiero tiene las siguientes restricciones:
 - Fondos disponibles para la inversión
 - Cantidad máxima que se puede invertir en cada acción o bono.

1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL⁷

- Ejemplos: [1]
- El gerente de marketing tiene las siguientes restricciones:
 - Presupuesto fijo disponible para publicidad
 - Disponibilidad de los diferentes medios
- El problema del transporte tiene las siguientes restricciones:
 - Disponibilidad del producto en cada bodega
 - Demanda del producto

1. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL⁸

- Las restricciones son otra característica general de cada problema de programación lineal. [1]
- Todos los modelos de IO (investigación de operaciones), incluido el de PL (programación lineal), constan de tres componentes básicos.
 1. Las variables de decisión que pretendemos determinar.
 2. El objetivo (la meta) que necesitamos optimizar (maximizar o minimizar).
 3. Las restricciones que la solución debe satisfacer.

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

PAR es una pequeña empresa fabricante de suministros y equipos de golf, en la cual su gerente ha decidido incursionar en el mercado de maletas de golf de mediano y alto precio. El distribuidor de PAR está entusiasmado con la nueva línea de productos y se ha comprometido a comprar todas las maletas de golf que produce PAR durante los siguientes tres meses.

Después de realizar las investigaciones acerca de los pasos que se requieren para elaborar una maleta de golf, se han determinado las siguientes operaciones:

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

1. Cortar y teñir el material
2. Coser
3. Acabado final (insertar separadores, sostenedores, etc)
4. Inspeccionar y empacar

El director de manufactura, después de analizar cada operación, concluye que si la compañía produce un modelo estándar de precio medio, cada maleta requerirá $7/10$ de hora en la sección de cortar y teñir, $1/2$ hora en la sección de coser, 1 hora en la sección de acabado final y $1/10$ de hora en la inspección y empaquetado. Mientras que el modelo más costoso requerirá de 1 hora para cortar y teñir,

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

$\frac{5}{6}$ de hora para coser, $\frac{2}{3}$ de hora para el acabado y $\frac{1}{4}$ de hora para la inspección y empaquetado.

La producción en PAR esta restringida por el número de horas disponibles por cada departamento. Luego de estudiar la carga horaria proyectada de cada departamento, el director de manufactura estima que tiene disponible para la producción de maletas de golf : 630 horas en la sección de corte y teñido, 600 horas en costura, 708 horas en acabado y 135 horas en inspección y empaquetado; durante los siguientes tres meses. El departamento de contabilidad, luego de analizar todas las variables relevantes dentro de los costos ha llegado a los siguientes valores de ganancia:

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

\$10 por cada maleta estándar y \$9 por cada maleta de lujo.

Desarrollar un modelo matemático para PAR, el cual determine el número de maletas estándar y maletas de lujo a producir para maximizar la ganancia.

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

Tiempo de producción (horas)

DEPARTAMENTO	maletas ESTÁNDAR	maletas DE LUJO
Corte y teñido	7/10	1
Costura	1/2	5/6
Acabado	1	2/3
Inspección y empaquetado	1/10	1/4

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- **Formulación del problema** o modelado es el proceso de transformar las declaraciones verbales de un problema en expresiones matemáticas.
- Formular modelos es un arte que solo puede ser dominada mediante la práctica y la experiencia.
- Aunque cada problema es único, existen guías generales para la formulación de un modelo que pueden ayudar.

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- **Entender el problema claramente**
- Describir el objetivo:
 - Maximizar la ganancia total de la compañía PAR.
- Describir cada restricción:
 - Existen 4 restricciones relacionadas al número de horas de producción disponible:
 1. Restricción 1: número de horas disponibles en el área de corte y teñido
 2. Restricción 2: número de horas disponibles en costura
 3. Restricción 3: número de horas disponibles en el acabado
 4. Número de horas disponibles para la inspección y empaquetado

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- Entender el problema claramente
- Definir las variables de decisión:
- Las variables de entrada que se se puede controlar en PAR son:
 - 1. El número de maletas estándar producidas y
 - 2. el número de maletas de lujo producidas

S = número de bolsas estándar

D = número de bolsas de lujo

- Bajo la terminología de programación lineal, S y D se las llama **variables de decisión**.

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- **Entender el problema claramente**
- Escribir el objetivo en término de variables de decisión:
- Las ganancias de PAR vienen de dos fuentes:
 - 1. ganancia debido a maletas estándar (S)
 - 2. ganancia debido a maletas de lujo (D)
- Si obtiene \$10 de ganancia por cada maleta estándar, la compañía hará \$10S si S maletas son producidas.
- Si PAR obtiene \$9 de ganancia por cada maleta de lujo, la compañía hará \$9D si D maletas de lujo son producidas.

$$\text{Ganancia Total} = 10 S + 9 D$$

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- Entender el problema claramente
- Escribir el objetivo en término de variables de decisión:
- Debido a que el objetivo (maximizar las ganancias totales) está en función de las variables de decisión (S y D), nos referimos a $10S + 9D$ como la **función objetivo**.

$$\text{Max } 10 S + 9 D$$

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- **Entender el problema claramente**
- Escribir las restricciones en términos de variables de decisión:

- Restricción 1:

$$\frac{7}{10}S + 1D \leq 630$$

- Restricción 2:

$$\frac{1}{2}S + \frac{5}{6}D \leq 600$$

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- **Entender el problema claramente**
- Escribir las restricciones en términos de variables de decisión:

- Restricción 3:

$$1S + \frac{2}{3} D \leq 708$$

- Restricción 4:

$$\frac{1}{10}S + \frac{1}{4}D \leq 135$$

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- **Entender el problema claramente**
- ¿Además de las 4 restricciones anotadas, hemos olvidado alguna?
- ¿Puede PAR producir un número negativo de maletas?

$$S \geq 0 \text{ y } D \geq 0$$

- Estas restricciones se aseguran de que la solución al problema va a tener valores no negativos.
- Restricciones no negativas son una característica general de todos los problemas de programación lineal

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- Declaración matemática para el problema

$$\text{Max } 10S + 9D$$

subject to (s.t.)

$$\frac{7}{10}S + 1D \leq 630 \quad \text{Cutting and dyeing}$$

$$\frac{1}{2}S + \frac{5}{6}D \leq 600 \quad \text{Sewing}$$

$$1S + \frac{2}{3}D \leq 708 \quad \text{Finishing}$$

$$\frac{1}{10}S + \frac{1}{4}D \leq 135 \quad \text{Inspection and packaging}$$

$$S, D \geq 0$$

Imagen obtenida de [1]

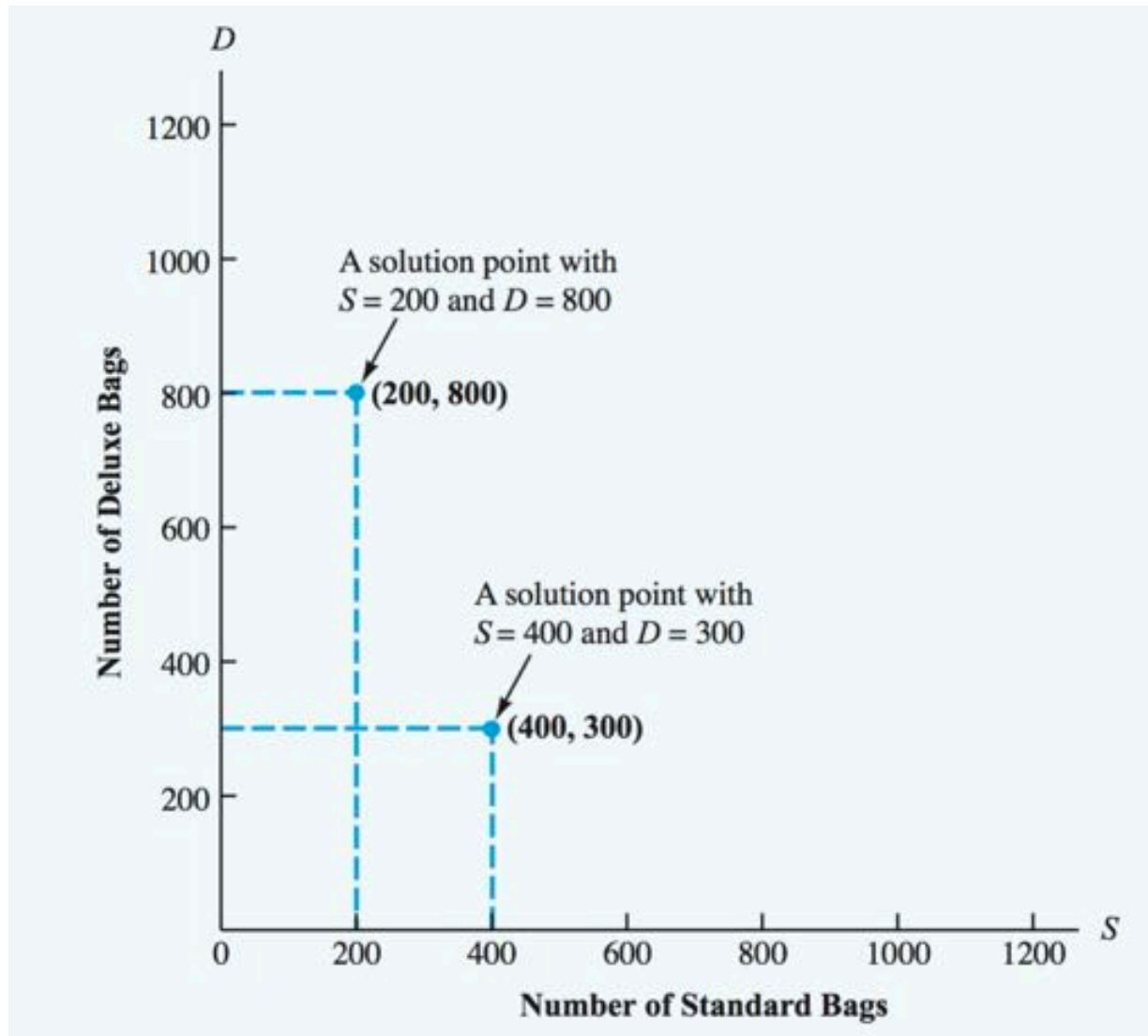
2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

- El siguiente paso es encontrar la combinación de productos (cantidad de S y D) que satisfacen todas las restricciones y que al mismo tiempo maximicen las ganancias.

SOLUCIÓN GRÁFICA

- Un problema de PL que tiene solo dos variables puede ser resuelto usando un procedimiento de solución gráfica.
- Primero se grafica las posibles soluciones de los valores S y D.

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN



Debido a que cada punto (S,D) corresponde a una posible solución, cada punto en la gráfica es llamado *punto solución*. (*solution point*)

2. PROBLEMA DE MAXIMIZACIÓN

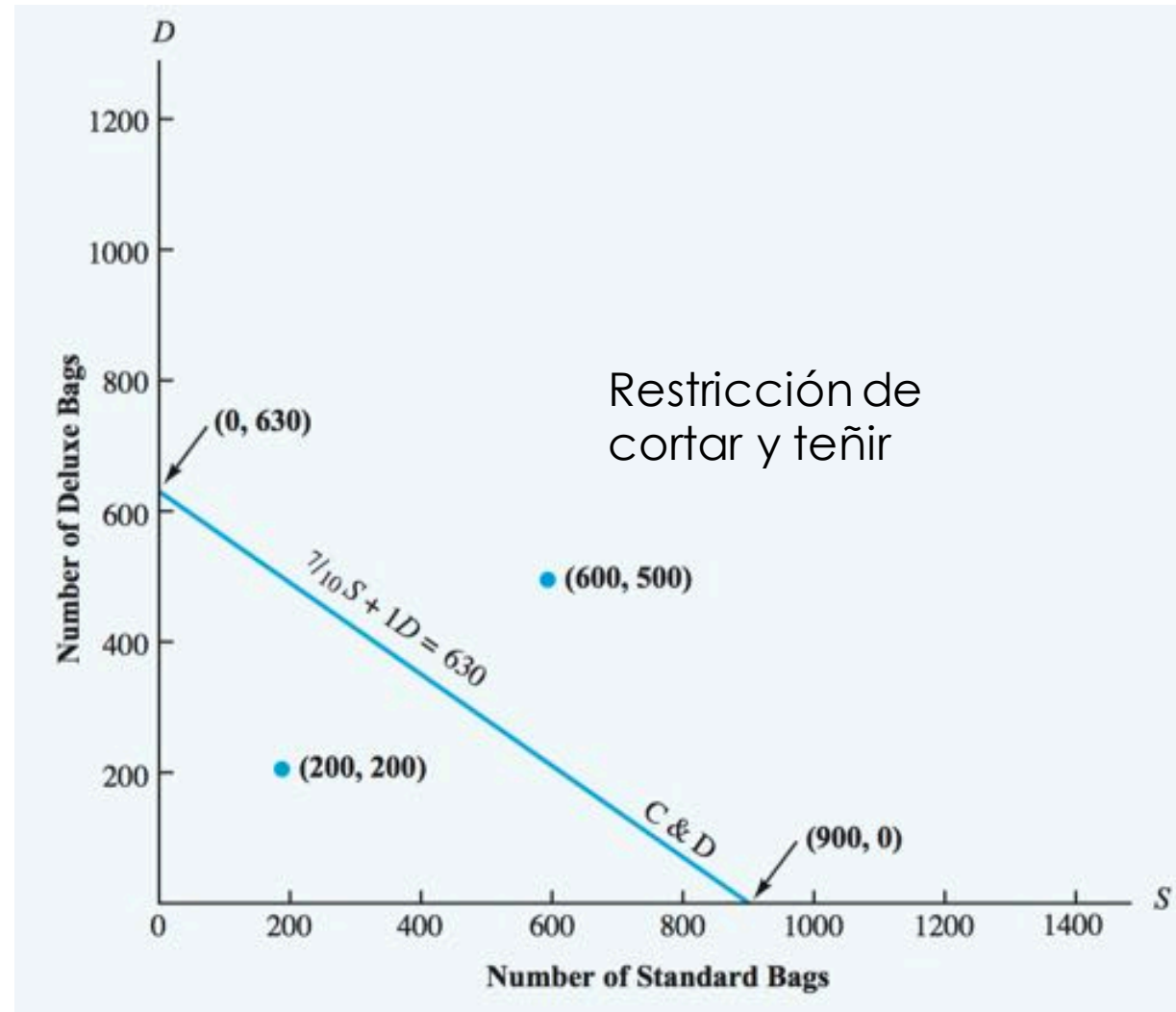


Imagen obtenida de [1]