



INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES (TSI-434)

PROGRAMACIÓN DE PROYECTOS OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO

Ing. Luis Alfredo Ponce Mgs
ESFOT-EPN
2015 B



CONTENIDOS

1. Optimización costo-tiempo
2. Ejercicios Programación de proyectos (taller)

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO

- En un proyecto se puede buscar un balance entre costo-tiempo que acelere la ejecución del mismo.
- **¿Qué se puede hacer para disminuir el tiempo del proyecto?**
- Añadir recursos:
 - Más trabajadores
 - Trabajar horas extra
 - Varios turnos, entre otros.
- **¿Qué consecuencias tiene el aumento de recursos?**
- \$\$\$\$ Costos adicionales

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO

- Por lo que la decisión de disminuir el tiempo del proyecto se la debe tomar en base al costo adicional incurrido en esto.
- Para "acortar" la duración de actividades, lo cual se consigue añadiendo recursos, se utiliza una técnica conocida como **crashing (intensificación)**

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

• Ejm

La siguiente tabla define un proyecto de mantenimiento de dos máquinas, el cual consiste en cinco actividades.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	PREDECESOR	TIEMPO ESPERADO (días)
A	Análisis máquina I	-	7
B	Ajuste máquina I	A	3
C	Análisis máquina II	-	6
D	Ajuste máquina II	C	3
E	Pruebas de verificación	B,D	2

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- Ejm

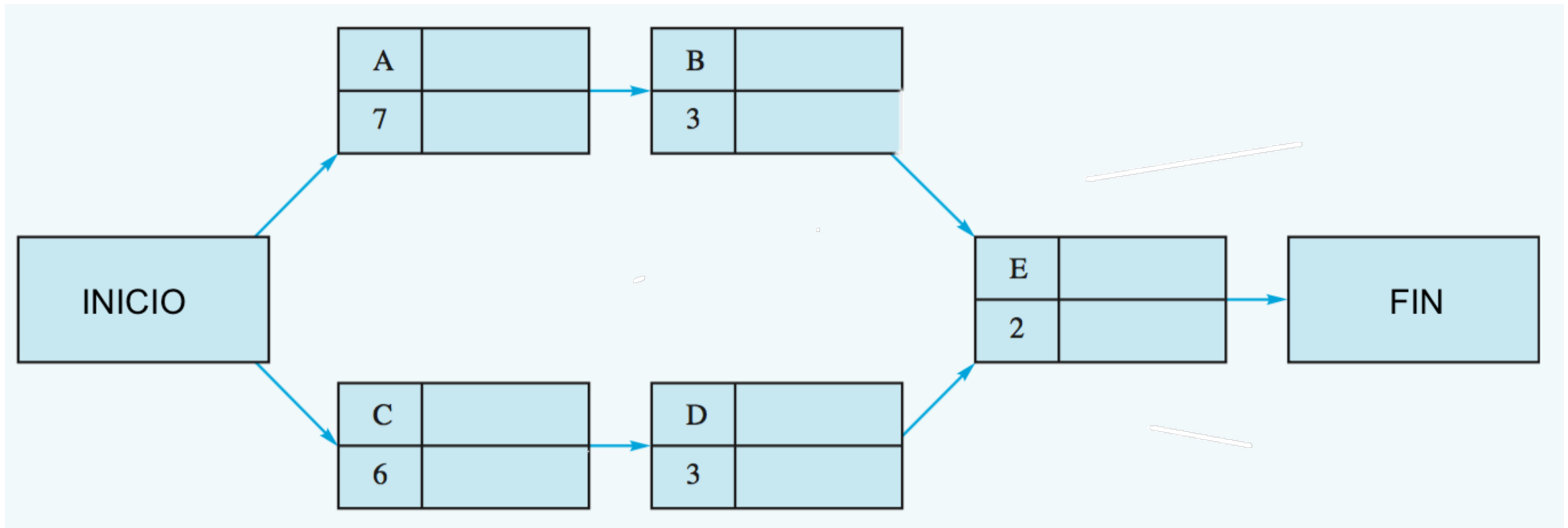
Debido a que el gerente del proyecto ya ha tenido experiencia en proyectos similares, se asumen que los tiempos son conocidos.

Se desea realizar un análisis de optimización de costo-tiempo.

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Primero se debe realizar un análisis CPM (método de la ruta crítica)



1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

• Ejm

Análisis CPM:

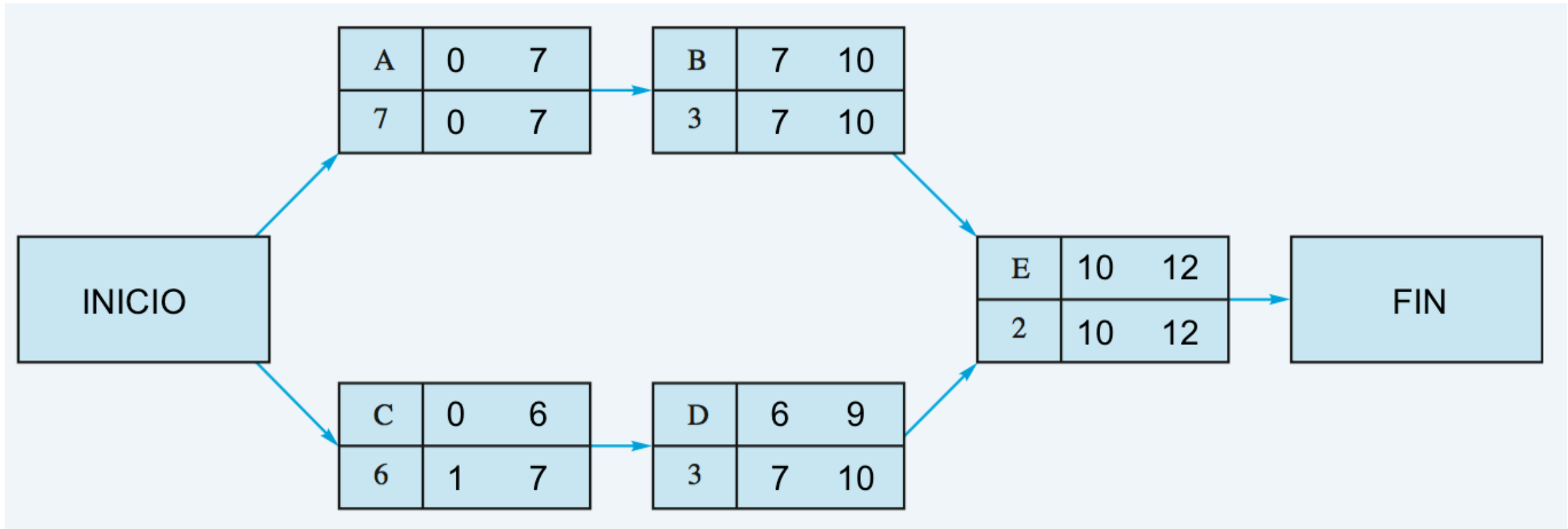


Imagen obtenida de [1]

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

• Ejm

Análisis CPM:

ACTIVIDAD	INICIO TEMPRANO (ES)	INICIO TARDÍO (LS)	FINALIZACIÓN TEMPRANA (EF)	FINALIZACIÓN TARDÍA (LF)	HOLGURA (LS-ES)	ACTIVIDAD CRÍTICA
A	0	0	7	7	0	SI
B	7	7	10	10	0	SI
C	0	1	6	7	1	NO
D	6	7	9	10	1	NO
E	10	10	12	12	0	SI

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Asumamos que debido a los niveles de producción requeridos en la empresa, es imperativo que se realice el proyecto de mantenimiento en 10 días.
- Al analizar la ruta crítica del proyecto (12 días) se puede determinar que es imposible finalizar en 10 días, a menos que se acorten ciertas actividades, añadiendo más recursos (crashing o intensificación)

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Sin embargo, los recursos añadidos asociados a las actividades que se van a intensificar, generalmente incurren en costos adicionales al proyecto; por lo que se debe identificar las actividades que costarán menos intensificarlas y hacerlo solo hasta llegar al tiempo deseado en el proyecto.

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Para realizar la intensificación, es necesario conocer cuanto se puede intensificar cada actividad y cual es su costo asociado.
- Por lo que se debe hacer las siguientes preguntas:
 1. Costo de la actividad con respecto al tiempo normal o esperado.
 2. Tiempo para completar la actividad bajo el máximo de intensificación (tiempo más corto posible de una actividad)

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

3. Tiempo para completar la actividad bajo el máximo de intensificación (tiempo más corto posible de una actividad)

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Se usa la siguiente nomenclatura:

τ_i = *tiempo esperado de la actividad i*

τ'_i = *tiempo de la actividad i bajo máxima intensificación*

M_i = *tiempo máximo de reducción posible para la actividad i*

$$M_i = \tau_i - \tau'_i$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Se usa la siguiente nomenclatura:

C_i = *costo de la actividad i bajo condiciones normales*

C'_i = *costo de la actividad i bajo máxima intensificación*

K_i = *costo de intensificación por unidad de tiempo (e.g por día)*

$$K_i = \frac{C'_i - C_i}{M_i} = \frac{C'_i - C_i}{\tau_i - \tau'_i}$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- Ejm

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Por ejemplo si el tiempo normal o esperado de la actividad A es 7 días a un costo de $C_A = \$500$, y el tiempo bajo máxima intensificación es de 4 días a un costo de $C'_A = \$800$:

$$M_A = 7 - 4 = 3 \text{ días}$$

$$K_A = \frac{C'_A - C_A}{M_A} = \frac{800 - 500}{3} = \$100 \text{ por día}$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- Se asume que cada porción o fracción del tiempo de intensificación de una actividad corresponde a una porción del costo de intensificar dicha actividad.
- Por ejemplo si decidimos intensificar la actividad A por tan solo un día y medio, el valor agregado sería:
- $1.5 (\$100) = \150 . Lo que resultaría en un costo total de la actividad de $\$500 + \$150 = \$650$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

• Ejm

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

- La siguiente tabla indica los costos normales y de intensificación, así como sus correspondientes tiempos:

ACTIVIDAD	TIEMPO (DÍAS)		COSTO TOTAL		TIEMPO MÁXIMO DE REDUCCIÓN	COSTO DE INTENSIFICACIÓN POR DÍA
	NORMAL	INTENSIFICADO	NORMAL	INTENSIFICADO		
A	7	4	\$500.00	\$800.00		
B	3	2	\$200.00	\$350.00		
C	6	4	\$500.00	\$900.00		
D	3	1	\$200.00	\$500.00		
E	2	1	\$300.00	\$550.00		

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

• Ejm

INTENSIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE ACTIVIDADES:

ACTIVIDAD	TIEMPO (DÍAS)		COSTO TOTAL		TIEMPO MÁXIMO DE REDUCCIÓN	COSTO DE INTENSIFICACIÓN POR DÍA
	NORMAL	INTENSIFICADO	NORMAL	INTENSIFICADO		
A	7	4	\$500.00	\$800.00	3	\$100.00
B	3	2	\$200.00	\$350.00	1	\$150.00
C	6	4	\$500.00	\$900.00	2	\$200.00
D	3	1	\$200.00	\$500.00	2	\$150.00
E	2	1	\$300.00	\$550.00	1	\$250.00

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Por CPM sabemos que:

*Tiempo de Finalización = Tiempo de inicio temprano +
Tiempo de actividad*

- Sin embargo si la actividad tiene holgura, no necesita empezar en su tiempo de inicio temprano:

*Tiempo de Finalización ≥ Tiempo de inicio temprano +
Tiempo de actividad*

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Consideremos la actividad A, la cual tiene un tiempo esperado de 7 días. Denotamos:

$x_A = \text{tiempo de finalización de la actividad A}$

$y_A = \text{cantidad de tiempo que la actividad A es intensificada}$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Si asumimos que el proyecto empieza en tiempo 0, el tiempo de inicio temprano de A es 0. Debido a que el tiempo de la actividad A se reduce por la cantidad de tiempo intensificada tenemos que:

$$x_A \geq 0 + (7 - y_A)$$

$$x_A + y_A \geq 7$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- En general se puede expresar que:

$x_i = \text{tiempo de finalización de la actividad } i$

$y_i = \text{cantidad de tiempo que la actividad } i \text{ es intensificada}$

$i = A, B, C, D, E \dots$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Continuamos con el mismo principio para la actividad **C** (tiempo esperado=6 días):

$$x_C \geq 0 + (6 - y_C)$$

$$x_C + y_C \geq 6$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Continuando con el procedimiento de CPM (de inicio a fin), vemos que el inicio temprano de la actividad **B** es x_A (el tiempo de fin de la actividad A)

$$x_B \geq x_A + (3 - y_B)$$

$$x_B + y_B - x_A \geq 3$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Para la actividad **D**:

$$x_D \geq x_C + (3 - y_D)$$

$$x_D + y_D - x_C \geq 3$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Finalmente consideramos la actividad **E**. El inicio temprano de la actividad E es igual al mayo de los tiempo finales de actividades B y D.
- Debido a que los tiempos de finalización de las actividades B y D estarán determinadas luego del proceso de intensificación, se debe escribir las dos restricciones para la actividad E: una basada en el tiempo de finalización de B y otra en el de D.

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Para la actividad **E**:

$$x_E \geq x_B + (2 - y_E)$$

$$x_E + y_E - x_B \geq 2$$

Y

$$x_E \geq x_D + (2 - y_E)$$

$$x_E + y_E - x_D \geq 2$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Hay que recordar que se tiene la restricción de los 10 días como máximo:

$$x_E \leq 10$$

- Adicionalmente se debe añadir las siguientes 5 restricciones referentes al tiempo máximo de intensificación de cada actividad:

$$y_A \leq 3 ; y_B \leq 1 ; y_C \leq 2 ; y_D \leq 2 ; y_E \leq 1$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Finalmente, al igual que todo ejercicio de programación lineal, se debe incluir los requerimientos de no negatividad para las variables de decisión.
- Falta por definir la función objetivo

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**

Modelo de programación lineal para intensificar:

- Debido a que el costo total del proyecto (con tiempos normales) es **fijo** de \$1700, se puede minimizar el costo total del proyecto (costo normal más costo de intensificación); al minimizar el costo total de intensificación:

$$\text{Min } 100y_A + 150 y_B + 200 y_C + 150y_D + 250y_E$$

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**
- RESOLVER el problema de programación lineal de 10 variables y 12 restricciones.

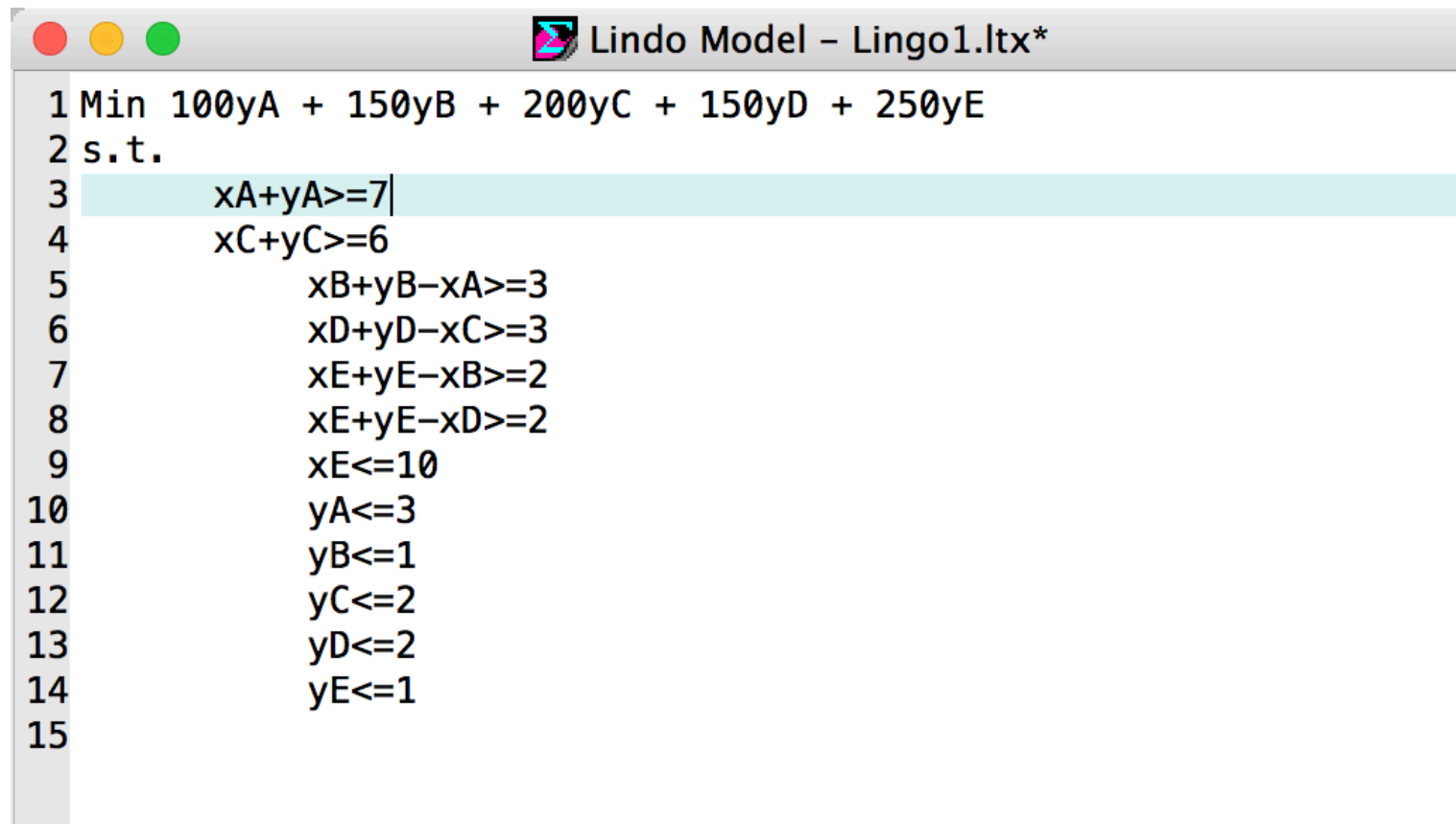
1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- Ejm
- Al resolver el problema en el software Lingo:



1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- Ejm
- Al resolver el problema en el software Lingo:




```
Lindo Model - Lingo1.ltx*
1 Min 100yA + 150yB + 200yC + 150yD + 250yE
2 s.t.
3   xA+yA>=7|
4   xC+yC>=6
5       xB+yB-xA>=3
6       xD+yD-xC>=3
7       xE+yE-xB>=2
8       xE+yE-xD>=2
9       xE<=10
10      yA<=3
11      yB<=1
12      yC<=2
13      yD<=2
14      yE<=1
15
```

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- Ejm

- Al resolver el problema en el software Lingo:

 Solution Report – Lingo1.ltx

Variable	Value
YA	1.000000
YB	0.000000
YC	0.000000
YD	0.000000
YE	1.000000
XA	6.000000
XC	6.000000
XB	9.000000
XD	9.000000
XE	10.00000

Global optimal solution found.
Objective value:

350.0000

1. OPTIMIZACIÓN COSTO-TIEMPO^[1]

- **Ejm**
- La solución obtenida indica que:
- Se debe reducir 1 día las actividades A y E.
- Se tendría un costo de intensificación total de:
$$\$100 + \$250 = \$350$$

ACTIVIDAD	TIEMPO (días)
A	6
B	3
C	6
D	3
E	1

TALLER

Realizar al menos 4 ejercicios del taller

REFERENCIAS

- [1] D. Anderson, D. Sweeney, T. Williams, J. Camm and K. Martin, *An introduction to management science, quantitative approaches to decision making*, 13th ed. Mason, USA: South-Western CENGAGE Learning, 2012.
- Guía de los Fundamentos para la Dirección de Proyectos (Guía del PMBOK), 5ta edición, PMI, 2013