INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES (TSI-434)

EJERCICIOS
ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ing. Luis Alfredo Ponce Mgs
ESFOT-EPN
2015 B

Ejercicio 1

JOBCO fabrica dos productos en dos máquinas. Una unidad del producto 1 requiere 2 horas en la máquina 1, y 1 hora en la máquina 2. Una unidad del producto 2 requiere 1 hora en la máquina 1, y 3 horas en la máquina 2. Los ingresos por unidad de los productos 1 y 2 son de $30 y $20, respectivamente. El tiempo de procesamiento diario total disponible en cada máquina es de 8 horas. Determinar la cantidad de producto 1 y 2 que maximicen la ganancia [1].

Ejercicio 1

$x_1 = cantidad\ del\ producto\ 1;\ x_2 = cantidad\ del\ producto\ 2$

$$Maximizar\ z = 30x_1 + 20x_2$$

Sujeto a:

$$2x_1 + x_2 \leq 8\ \ (Máquina\ 1)$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 8\ (Máquina\ 2)$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Ejercicio 1

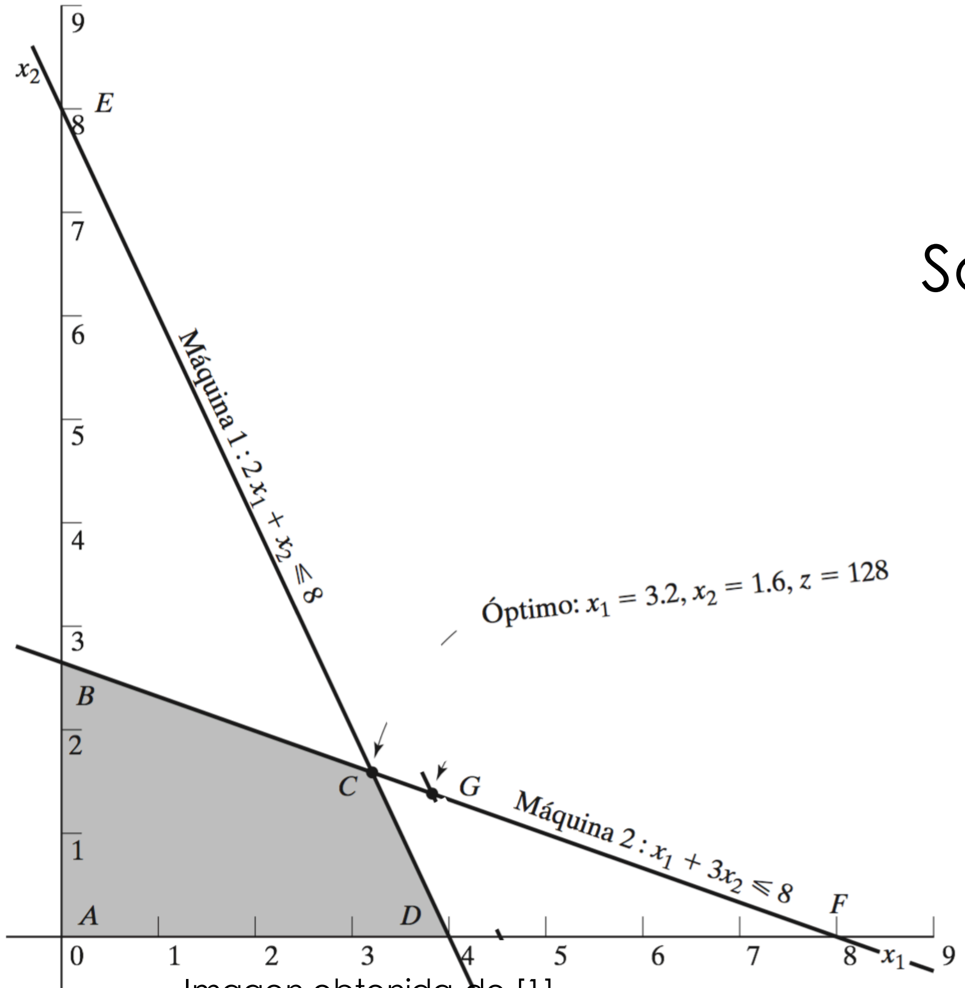

Imagen obtenida de [1]

Solución:

$$x_1 = 3.2$$
$$x_2 = 1.6$$
$$z = \$128$$

Ejercicio 1

Calcule los intervalos o rangos de optimalidad de los coeficientes objetivo.

Ejercicio 1

Calcule los intervalos o rangos de optimalidad de los coeficientes objetivo.

Restricción 1: $x_2 = -2x_1 + 8$

Pendiente: $m_1 = -2$

Restricción 2: $x_2 = -1/3\, x_1 + 8/3$

Pendiente: $m_2 = -1/3$

Ejercicio 1

Calcule los intervalos o rangos de optimalidad de los coeficientes objetivo.

$$-2 \leq m_z \leq -1/3$$

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

$$x_2 = \frac{z}{c_2} - \frac{c_1}{c_2}\, x_1$$

$$-2 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq -\frac{1}{3}$$

Ejercicio 1

Calcule los intervalos o rangos de optimalidad de los coeficientes objetivo.

Rango de optimalidad de c_1

$$-2 \leq -\frac{c_1}{20} \leq -\frac{1}{3}$$

$$6.67 \leq c_1 \leq 40$$

Ejercicio 1

Calcule los intervalos o rangos de optimalidad de los coeficientes objetivo.

Rango de optimalidad de c_2

$$-2 \leq -\frac{30}{c_2} \leq -\frac{1}{3}$$

$$15 \leq c_2 \leq 90$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ejercicio 1

Análisis de resultados

- Siempre y cuando los otros valores no cambien, los ingresos por unidad del producto uno pueden variar entre \$6.67 y \$40 y la solución óptima seguirá siendo $x_1 = 3.2$ y $x_2 = 1.6$.
- Siempre y cuando los otros valores no cambien, los ingresos por unidad del producto dos pueden variar entre \$15 y \$90 y la solución óptima seguirá siendo $x_1 = 3.2$ y $x_2 = 1.6$.

Ejercicio 1

Suponga que los ingresos unitarios producidos para los productos 1 y 2 cambian a $35 y $25 respectivamente. ¿Permanecerá igual la solución óptima actual?

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ejercicio 1

Nueva función: $Maximizar\ z = 35x_1 + 25x_2$

$$-2 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \leq \frac{c_1}{c_2} \leq 2$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{35}{25} = 1.4$$

Permanece dentro del intervalo de optimalidad. Cuando la relación no se encuentra dentro de este intervalo, se requieren más cálculos para determinar los nuevos valores óptimos.

Ejercicio 1

Realice un análisis para cambios en las restriciones (asuma un aumento de disponibilidad de 1 hora en cada máquina)

Nota: analice por separado cada aumento.

Ejercicio 1

Incremento de 1 hora en la máquina 1:

Con restricciones originales: z=$128

Con el cambio en la restricción de la máquina 1:

$$2x_1 + x_2 \leq 9 \ \ (Máquina\ 1)$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 8\ (Máquina\ 2)$$
$$x_1 = 3.8 \quad ; \quad x_2 = 1.4$$
$$z = \$142$$

Es decir un incremento en ganancias de $14 por cada hora añadida en la disponibilidad de la máquina 1.

Ejercicio 1

Incremento de 1 hora en la máquina 2:

Con restricciones originales: z=$128

Con el cambio en la restricción de la máquina 1:

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \ \ (Máquina\ 1)$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 9 \ (Máquina\ 2)$$
$$x_1 = 3 \quad ; \quad x_2 = 2$$
$$z = \$130$$

Es decir un incremento en ganancias de $2 por cada hora añadida en la disponibilidad de la máquina 2.

Ejercicio 1

- Un incremento/reducción unitario en la capacidad de la máquina 1 aumentará/reducirá el ingreso en $14.
- El nombre valor unitario de un recurso es una descripción apropiada de la tasa de cambio de la función objetivo por cambio unitario de un recurso.
- Los primeros desarrollos de la PL acuñaron el nombre abstracto de **precio dual (**o **sombra)**. [1]

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ejercicio 1

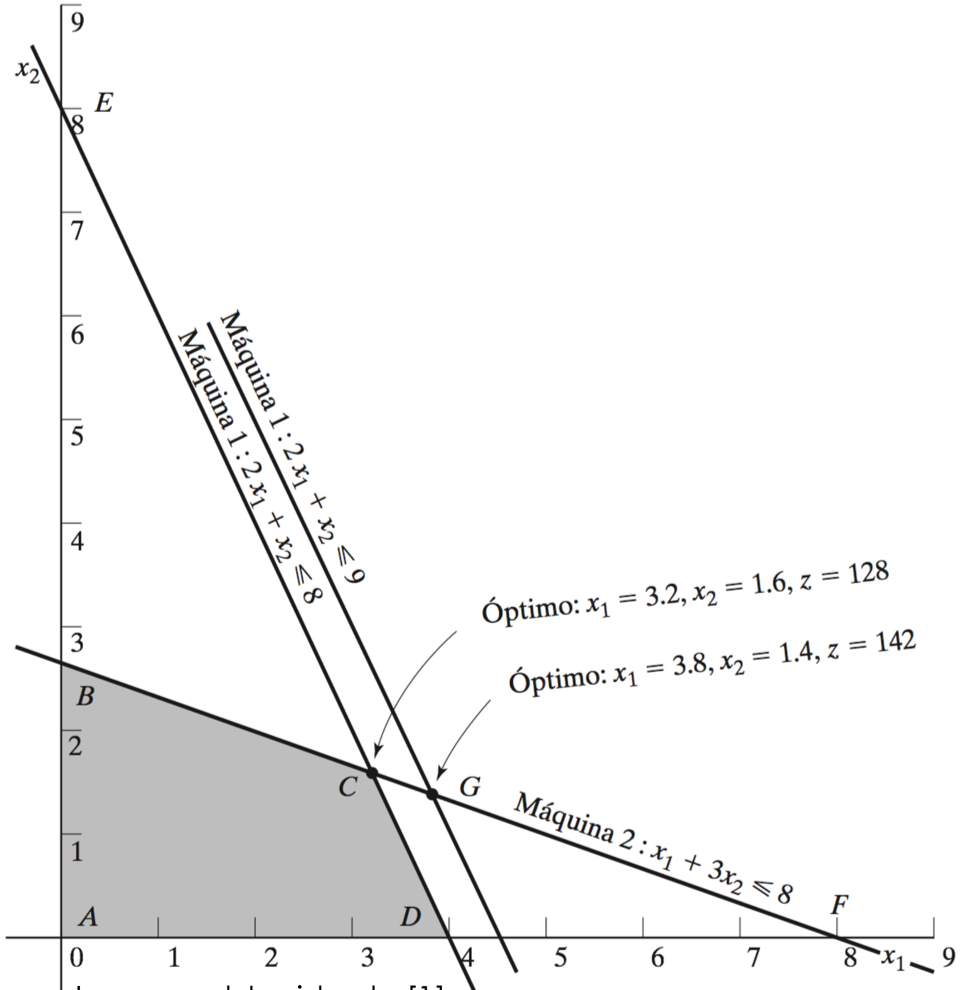

Imagen obtenida de [1]

el precio dual de $14/h permanece válido para cambios (incrementos o reducciones) en la capacidad de la máquina 1 que mueven su restricción paralela a sí misma a cualquier punto sobre el segmento de línea *BF*.

Ejercicio 1

Se debe calcular la capacidad mínima y máxima de la máquina 1 en B y en F.

Primero determinar puntos B y F en la ecuación de la máquina 2:

$$x_1 + 3x_2 = 8$$

Punto B: $x_1 = 0\,; x_2 = 2.67$ (0 , 2.67)

Punto F: $x_2 = 0\,; x_1 = 8$ (8 , 0)

Ejercicio 1

Capacidad mínima de la máquina 1 en B=(0 , 2.67):

$$2x_1 + x_2 = ?$$
$$2(0) + 2.67 = 2.67h$$

Capacidad máxima de la máquina 1 en F=(8 , 0):

$$2x_1 + x_2 = ?$$
$$2(8) + 0 = 16\ h$$

Por lo tanto el precio dual de $14/h permanece válido en el intervalo de:

$$2.67h \leq Capacidad\ de\ la\ máquina\ 1 \leq 16h$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ejercicio 1

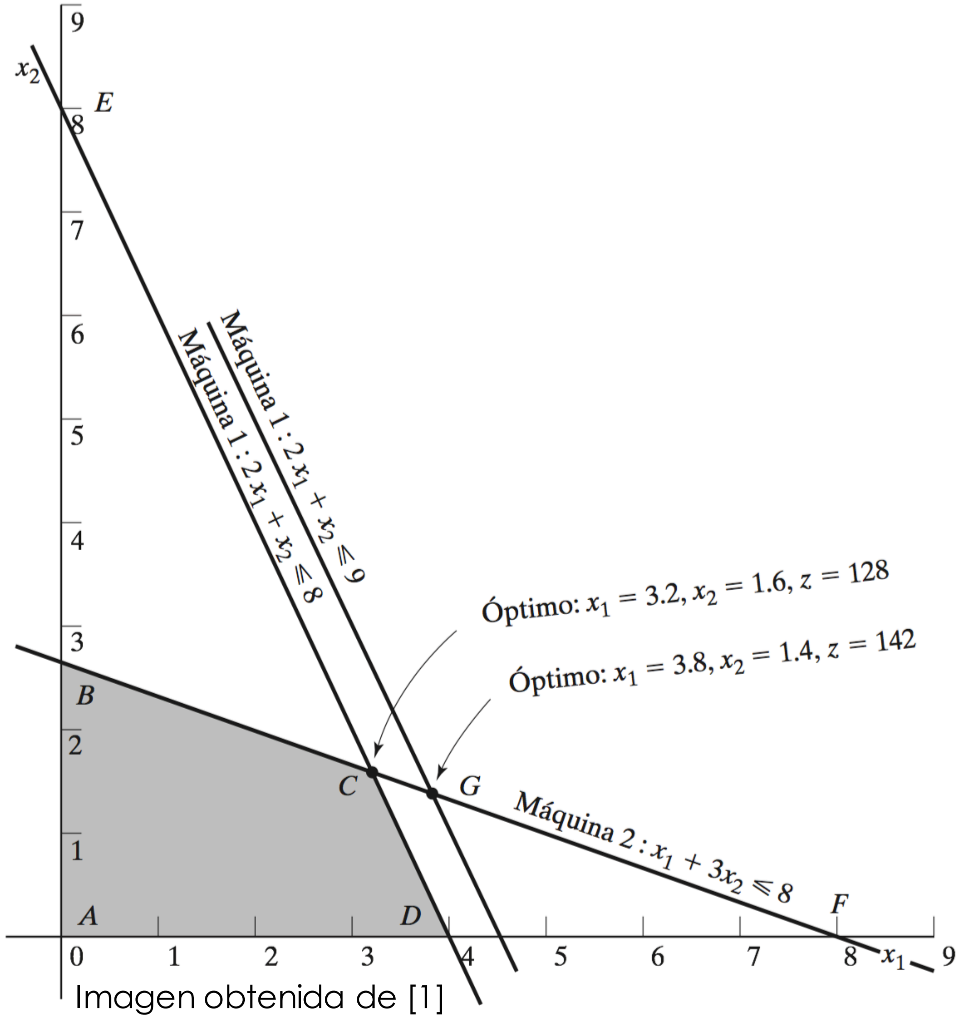

Imagen obtenida de [1]

el precio dual de \$14/h permanece válido para cambios (incrementos o reducciones) en la capacidad de la máquina 1 que mueven su restricción paralela a sí misma a cualquier punto sobre el segmento de línea *BF*.

Ejercicio 1

Se debe calcular la capacidad mínima y máxima de la máquina 2 en D y en E.

Primero determinar puntos D y E en la ecuación de la máquina 1:

$$2x_1 + x_2 = 8$$

Punto D: $x_2 = 0\,; x_1 = 4$ (4 , 0)

Punto E: $x_1 = 0\,; x_2 = 8$ (0 , 8)

Ejercicio 1

Capacidad mínima de la máquina 1 en D=(4 , 0):

$$x_1 + 3x_2 =?$$
$$1(4) + 3(0) = 4h$$

Capacidad máxima de la máquina 1 en E=(8 , 0):

$$x_1 + 3x_2 =?$$
$$0 + 3(8) = 24h$$

Por lo tanto el precio dual de $2/h permanece válido en el intervalo de:

$$4h \leq Capacidad\ de\ la\ máquina\ 2 \leq 24h$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ejercicio 1

Si la compañia puede incrementar la capacidad de ambas máquinas, ¿Cuál tendría prioridad?

- Según los precios duales para las máquinas 1 y 2, cada hora adicional de la máquina 1 incrementa el ingreso en $14, en comparación con sólo $2 para la máquina 2. Por lo tanto, la máquina 1 debe tener la prioridad [1].

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Ejercicio 1

Se sugiere incrementar las capacidades de las máquinas 1 y 2 al costo adicional de $10/h para cada máquina. ¿Es esto aconsejable?

- Para la máquina 1, el ingreso neto adicional por hora es $14 – $10 = $4, y para la máquina 2, es $2 - $10 = - $8. Por consiguiente, sólo la máquina 1 debe considerarse para el incremento de capacidad [1].

Ejercicio 1

Si la capacidad de la máquina 1 se incrementa de 8 a 13 horas, ¿cómo impactará este incremento al ingreso óptimo?

- El precio dual para la máquina 1 es de \$14 y es válido en el intervalo de 2.67h a 16 h. El incremento propuesto de 13 horas está dentro del intervalo de factibilidad. Por consiguiente, el incremento del ingreso será de:
- \$14 (13 – 8) = \$70, lo que significa que el ingreso total se incrementará de \$128 a \$198.

REFERENCIAS

- [1] H. Taha, *Investigación de operaciones*, 9th ed. México: PEARSON, 2012.