ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

- Es el estudio de cómo los cambios en los coeficientes de un modelo de optimización afectan a la solución óptima.
- Al aplicar un análisis de sensibilidad se puede responder a las siguientes preguntas:

1. ¿Como afectaría un cambio en un coeficiente de la función objetivo a la solución óptima?
2. ¿Como afectaría un cambio la disponibilidad de los recursos (lado derecho de las restricciones) a la solución óptima?

- Debido a que el análisis de sensibilidad inicia luego de haber encontrado la solución óptima al problema original, se lo suele llamar **análisis postóptimo.** [1]

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

- Realizar un análisis de sensibilidad es importante debido a que en problemas del mundo real siempre existen cambios en el entorno: [1]
- Cambios en los precios de materia prima
- Cambios en demanda de productos.
- Compra de nueva maquinaria para producción.
- Fluctuación en la bolsa de valores.
- Rotación de personal.
- entre otros.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

- Explicación a base del ejemplo práctico realizado en la clase No.2:

$$Max\ 10S + 9D$$

Sujeto a:

$$\frac{7}{10}S + 1D \leq 630$$

$$½S + \frac{5}{6D} \leq 600$$

$$1S + \frac{2}{3D} \leq 708$$

$$\frac{1}{10}S + \frac{1}{4}D \leq 135$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

- La solución óptima determinada fue:
- S=540 (maletas estándar) y D=252 (maletas de lujo)

- Asumiendo que después, debido a un corte de presupuesto, la ganancia de maletas estándar se reduce de $10 a $8.50; el análisis de sensibilidad puede determinar si 540 maletas estándar y 252 de lujo sigue siendo la mejor opción.
  - Sin que sea necesario calcular nuevamente el problema con la función 8.50 S + 9 D. [1]

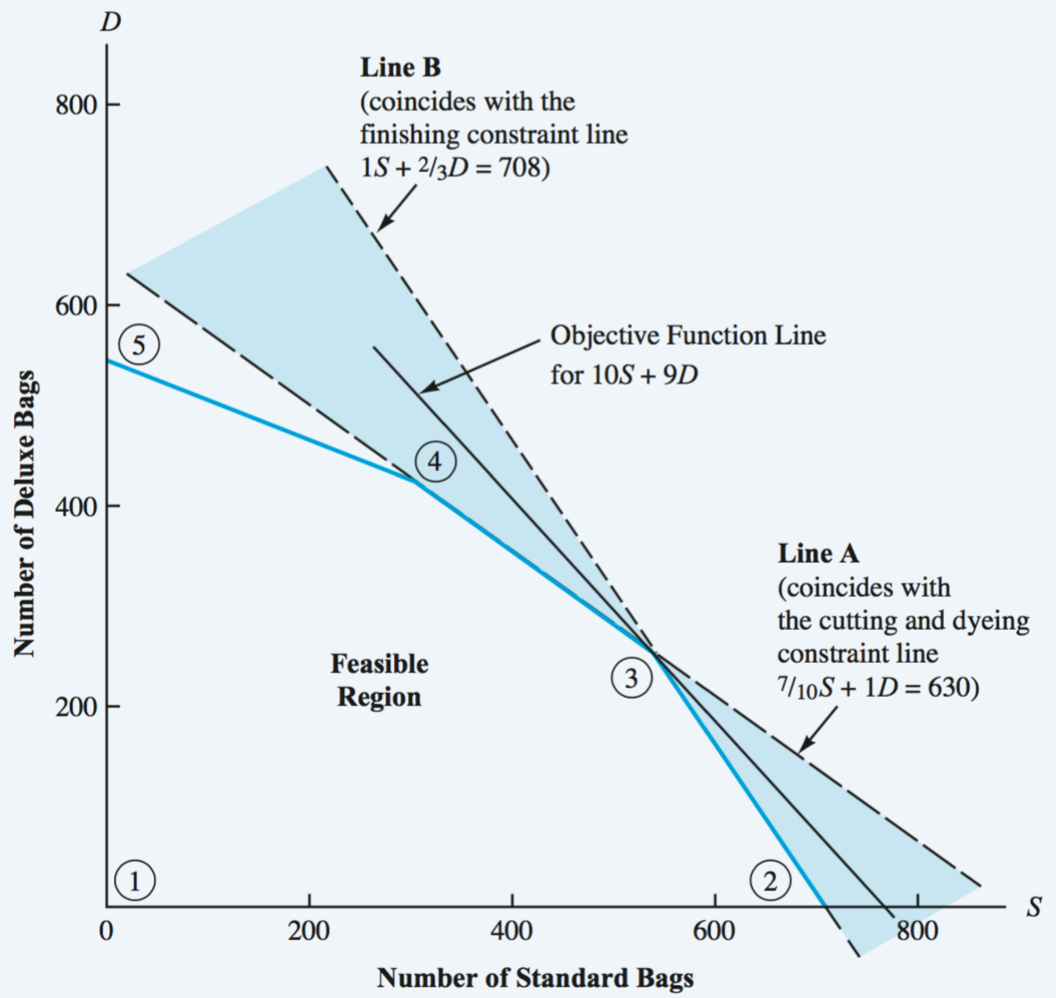
ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

ANÁLISS PARA COEFICIENTES DE LA FUNCIÓN OBJETIVO

- El **rango de optimalidad** para cada coeficiente de la función objetivo proporciona el rango de valores sobre los cuales la solución actual permancerá siendo óptima.
- Más atención requerirá para esos coeficientes que tenga un rango de optimalidad muy estrecho, ya que un pequeño cambio modificará la solución óptima. [1]

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

- Gráfica de la solución del problema:



Al analizar la gráfica se puede notar que mientras la pendiente de la función objetivo esté entre las pendientes de la línea A y la B, el punto extremo 3 (con S=540 y D=252) seguirá siendo el óptimo.

Imagen obtenida de [1]

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

- Al cambiar el coeficiente S o D de la función objetivo causará un cambio en la pendiente de la recta.

$$pendiente\ línea\ B \leq pendiente\ función\ objetivo \leq pendiente\ línea\ A$$

Ecuación de la línea A:

$$^{7}/_{10}S + 1\,D = 630$$
$$D = -^{7}/_{10}S + 630$$

Pendiente línea A: -7/10

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$pendiente\ línea\ B \leq pendiente\ función\ objetivo \leq pendiente\ línea\ A$$

Ecuación de la línea B:

$$1S + {}^{2}/_{3}\ D = 708$$
$$D = -{}^{3}/_{2}\, S + 1062$$

Pendiente línea B: -3/2

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$-\frac{3}{2} \leq pendiente\ función\ objetivo \leq -\frac{7}{10}$$

Ecuación de la función objetivo:

$$P = C_S S + C_D D$$

$$C_D D = -C_S S + P$$

$$D = -\frac{C_S}{C_D} S + \frac{P}{C_D}$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \leq -\frac{\boldsymbol{C_S}}{\boldsymbol{C_D}} \leq -\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}}$$

Para calcular el rango de optimalidad para la ganancia de las maletas estándar, se mantiene la ganancia de las maletas de lujo como fijas es decir C_D=9

$$-\frac{3}{2} \leq -\frac{C_S}{9} \leq -\frac{7}{10}$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$-\frac{3}{2} \leq -\frac{C_S}{9} \leq -\frac{7}{10}$$

Se resuelve la inecuación: (lado izquierdo)

$$-{}^{3}/_{2} \leq -{}^{C_S}/_{9}$$

$${}^{3}/_{2} \geq {}^{C_S}/_{9}$$

$${}^{27}/_{2} \geq C_S$$

$$C_S \leq {}^{27}/_{2} = 13.5$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$-\frac{3}{2} \leq -\frac{C_S}{9} \leq -\frac{7}{10}$$

Se resuelve la inecuación: (lado derecho)

$$-{}^{C_S}/_{9} \leq -{}^{7}/_{10}$$

$$^{C_S}/_{9} \geq {}^{7}/_{10}$$

$$C_S \geq {}^{63}/_{10} = 6.3$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$\mathbf{6.3 \leq C_S \leq 13.5}$$

- En el problema original las maletas estándar tenian una ganancia de $10, con lo cual se obtenía una resultado óptimo de 540 maletas estándar y 252 maletas de lujo.
- El rango de optimalidad obtenido para Cs nos indica que:
- Manteniendo los otros coeficientes sin cambios, la ganancia que se obtiene por cada maleta estándar puede estar entre los $6.30 y $13.50; y la cantidad a producir de S=540 y D=252 seguirá siendo la óptima.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

- Realizar el mismo proceso, manteniendo Cs=10 y buscar el rango de optimalidad para las maletas de lujo.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$-\frac{3}{2} \leq -\frac{10}{C_D} \leq -\frac{7}{10}$$

Se resuelve la inecuación: (lado izquierdo)

$$-{}^{3}/_{2} \leq -{}^{10}/_{C_D}$$

$${}^{3}/_{2} \geq {}^{10}/_{C_D}$$

$$C_D \geq {}^{20}/_{3} = 6.67$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$-\frac{3}{2} \leq -\frac{10}{C_D} \leq -\frac{7}{10}$$

Se resuelve la inecuación: (lado derecho)

$$-{}^{10}/_{C_D} \leq -{}^{7}/_{10}$$

$${}^{10}/_{C_D} \geq {}^{7}/_{10}$$

$$100/7 \geq C_D$$

$$C_D \leq {}^{100}/_{7} = 14.28$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

$$\mathbf{6.67 \leq C_D \leq 14.29}$$

Manteniendo los otros coeficientes sin cambios, la ganancia que se obtiene por cada maleta de lujo puede estar entre los \$6.67 y \$14.29; y la cantidad a producir de S=540 y D=252 seguirá siendo la óptima.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

Cambios simultáneos:

- El rango de optimalidad para los coeficientes de la función objetivo es únicamente aplicable para cambios realizados en un coeficiente a la vez, mientras todos los otros coeficientes se asumen como fijos en sus valores iniciales.
- Consideremos cambios en los dos coeficientes del ejemplo anterior, asumiendo que la ganancia de maletas estándar aumenta a \$13 y que para las maletas de lujo se reduce a \$8.

$$\mathbf{6.3 \leq C_S \leq 13.5}$$
$$\mathbf{6.67 \leq C_D \leq 14.29}$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

Cambios simultáneos:

$$\mathbf{6.3 \leq C_S \leq 13.5}$$
$$\mathbf{6.67 \leq C_D \leq 14.29}$$

- Recordemos que los rangos óptimos se calculan uno a la vez (es decir manteniendo el otro constante), por lo tanto no se puede decir que si Cs aumenta a \$13 y C_D disminuye a \$8 la solución óptima será la misma.

$$-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \leq -\frac{\boldsymbol{C_S}}{\boldsymbol{C_D}} \leq -\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}}$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

Cambios simultáneos:

$$-\mathbf{1.5} \leq -\frac{\boldsymbol{C_S}}{\boldsymbol{C_D}} \leq -\mathbf{0.7}$$

$$-\frac{\boldsymbol{C_S}}{\boldsymbol{C_D}} = -\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{8}} = -\mathbf{1.625}$$

No está en el rango, por lo tanto S=540 y D=252 no serán soluciones óptimas.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

ANÁLISIS PARA DISPONIBILDAD EN RESTRICCIONES (LADO DERECHO)

- Consideremos un cambio en una de las restricciones:

$$\frac{7}{10}S + 1D \leq 630$$

Ahora:

$$\frac{7}{10}S + 1D \leq 640$$

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

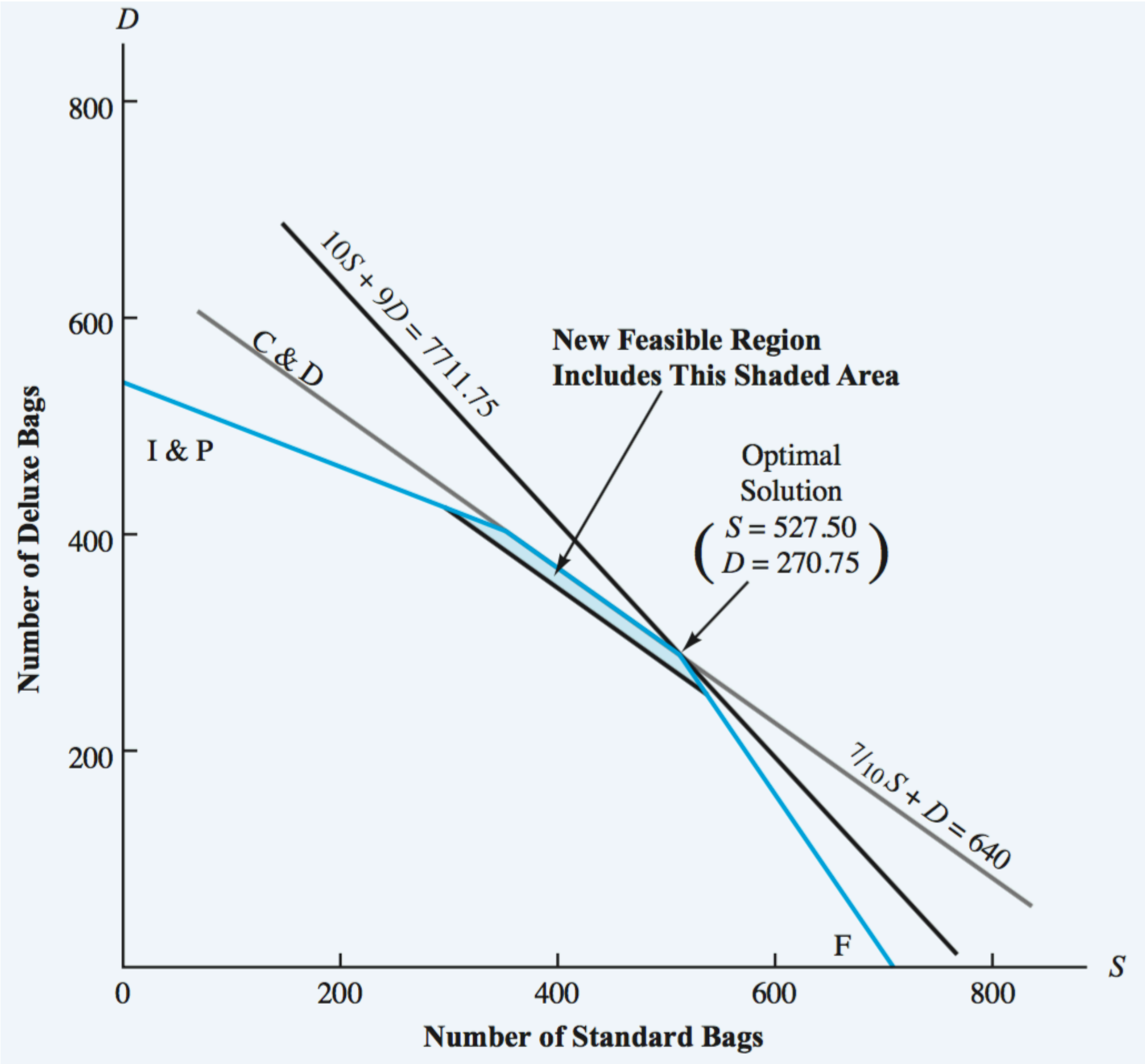
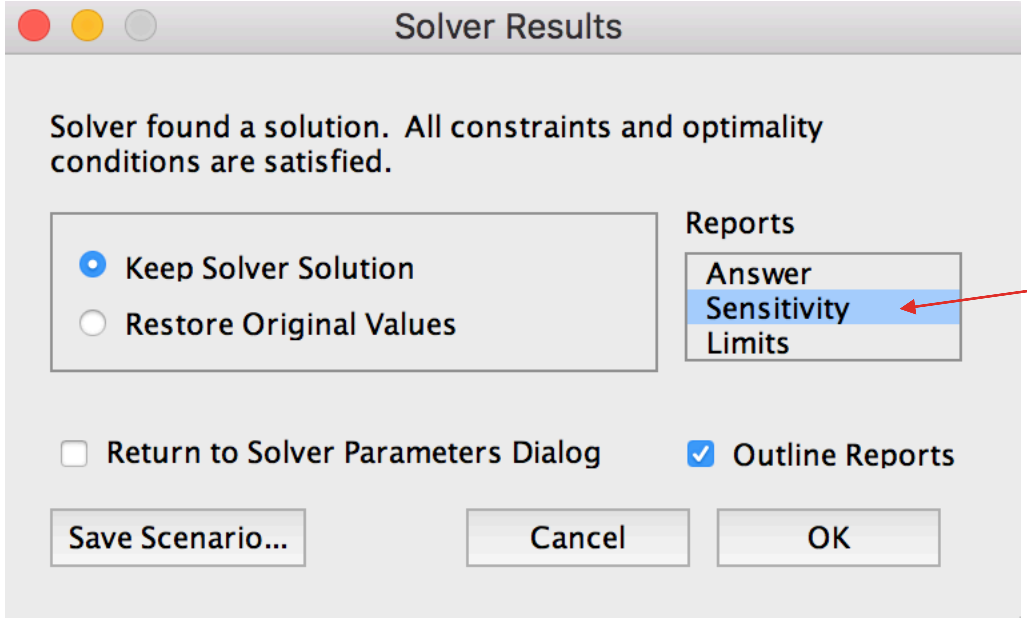


Imagen obtenida de [1]

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GRÁFICA

- Al adicionar 10 horas para la sección de corte y teñido, se expande la región de factibilidad del problema.
- Ahora la solución óptima es S=527.5 y D=270.75
- El nuevo valor de la función objetivo es: 10(527.5)+9(270.75)=$7711.75.
- Se registra un incremento en las ganancias de $7711.75-$7668.00=$43.75
- Por lo tanto el incremento de ganancia ocurre a una tasa de: $43.75/10 horas = $4.38 por hora añadida.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD: EXCEL



confidencialidad

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD: EXCEL

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
C11	solución S	540	0	10	3.5	3.7
D11	solución D	252	0	9	5.285714286	2.333333333

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
E4	r1 TOTAL	630	4.375	630	52.36363636	134.4
E5	r2 TOTAL	480	0	600	1E+30	120
E6	r3 TOTAL	708	6.9375	708	192	128
E7	r4 TOTAL	117	0	135	1E+30	18

REFERENCIAS

- [1] D. Anderson, D. Sweeney, T. Williams, J. Camm and K. Martin, *An introduction to management science, quantitative approaches to decision making*, 13th ed. Mason, USA: South-Western CENGAGE Learning, 2012.