

电子学报'15 基于RSA的网关认证密钥交换协议的分析与改进  
 指出 Wei'11 的 RSA-GPAKE 协议中“口令保护”目标未能实现的原因，改进了 RSA-GPAKE 协议，并进行了形式化证明  
 优点：① 指出分离攻击是针对基于 RSA 的 PAKE 协议的严重威胁  
 ② 描述了形式化证明可能出错的原因及启发式分析的重要性  
 ③ 描述结构和逻辑清晰，读者友好

2015 TOSC 54  
 问题：① 安全性证明中仍略去了认证性  
 ② 口令安全证明结果中应为  $\frac{2^{q_{oh}}}{q(n)}$   
 ③ Game<sub>2</sub> 中，A 伪装用户 C，假设 A 已得到口令 pw 且算了  $\alpha$ ，再去验证  $\alpha$  正确性的顺序可能会不易察觉

基于 RSA 的 PAKE 协议易遭受一类特殊的字典攻击：  
 分割攻击 (Partition Attack)，结合离线与在线字典攻击：  
 ① 伪装用户参与协议来收集口令相关信息，通常于作  
 ② 离线地从口令字典中过滤掉非潜在口令 → 只剩几个  
 主要分为两种：  
 { 欧氏余数攻击 e-Residue Attack (离线)  
 { 分离攻击 Separation Attack.

只能从密码协议设计层面防御。  
 GPAKE 中的攻击者能力：Execute, Send, Test, TestPair.  
 在 ROR 游戏中，敌手不使用 Reveal 查询，而是可以使用 Test，但查询结果仍由单位比特 b 代替，用于衡量 Gk 的语义安全性

安全目标  
 ① 语义安全性：敌手优势  $Adv_{P,D}^{ake-ror}(\lambda) \leq \frac{\lambda t}{10} + \epsilon(k)$  t 为主动攻击次数， $\epsilon(k)$  为区分和随机串  
 ② 认证性：敌手的目标为伪装用户或网关 (保证匹配必须正确)  
 ③ 密钥和密性：敌手优势  $Adv_{P,D}^{ake-tp}(\lambda) \leq \epsilon(k)$ ，降低对 S 的信任  
 ④ 口令保护：敌手优势  $Adv_{P,D}^{ake-uda}(\lambda) \leq \frac{\lambda t}{10} + \epsilon(k)$ ，保证敌手无法以明显高于一次排除一个口令的优势攻击。

针对 RSA-GPAKE 的分离攻击 → 针对“口令保护”的安全目标。  
 敌手可为外部攻击者或恶意网关，可主动、被动攻击，可在 PPT 解时  
 ▲ 对于外部攻击者，伪装为用户，① (对于恶意网关，则对 B 挑战) 提供  $\alpha$ ，验证  $gcd(\alpha, n) \neq 1$ ，则拒绝，否则接受。  
 C ① → G ② → S.  
 重复 ①② 计算  $\alpha$ ，验证  $gcd(\alpha, n) = 1$  是否成立。  
 直到  $gcd(\alpha, n) = 1$  成立，终止会话。(可通过 S 的响应确定)  
 C 可选取 pw，计算  $\alpha$  验证  $gcd(\alpha, n) = 1$  是否成立，不成立则排除  
 根据上述步骤，若  $n = 3p$ ，则可以用少于 52 次假会话恢复口令

防御方法 (非密码学方式无法解决)。  
 ① 避免  $n$  含有小因子：小因子无法界定，过小则敌手仍可通过一次成功测试会话排除许多口令，过大则会增加 S 的负载  
 ② 限制敌手发起假冒会话的次数，也无法抵御  
 a) 限制假冒会话的总次数：易影响可用性 (DoS 攻击)。  
 b) 限制连续假冒会话次数的方式：敌手可以通过交叉地在用户的正常会话间发起假冒会话绕过此限制。

形式化证明的缺点是：Provably secure, but actually insecure.  
 对协议的形式化证明是手段而非结果，而启发式分析在建立和保持对密码协议的信任方面仍不可代替。

改进协议 RSA-GPAKE+ (仅记录修改的部分)  
 C → G → S.  
 C:  $C, n, e, y_2, z$  → G:  $y_2, z$  → S: 计算  $d$ ，若  $gcd(\alpha, n) \neq 1$ ，令  $z \in \mathbb{Z}_R$  否则  $z = E^m(aE(\alpha))$ 。  
 若  $gcd(\alpha, n) \neq 1$ ，计算  $C, \alpha$ ，否则  $\alpha \in \mathbb{Z}_R$ ， $C \in \mathbb{Z}_R^*$  ...  
 易知  $gcd(\alpha, n) \neq 1$  时，不会终止会话，而是选择随机值返回  $z$ 。  
 敌手若未知 pw，则无法得  $\alpha$ ，也不知  $\alpha_1$ ，也无法算出  $\alpha$ 。  
 而实际中用伪服务器的交互与 PEKEP 类似 (可模拟证明安全)

与 RSA-GPAKE 相比，引入了 Hash 运算和随机数生成函数来防止重放攻击。  
 基于 RSA 假设对口令保护的形式化证明， $q_{send}, q_{exe}, q_{oh}$ 。  
 一系列混合仿真游戏，逐步修改敌手机的回答方式。  
 Game<sub>0</sub> 的事件：  
 Succ: A 成功预测口令  
 AskParam: A 查询 H，得到  $d$  ( $p, w, y_1, y_2, z, ID$ )  
 Adv<sub>P,D</sub><sup>ake-uda</sup> AskAuthn: A 成功计算出  $\alpha_1$ ，并查询了  $H_1$  或  $H_2$   
 简称为 Pr[Succ] AskHn: A 正确查询了  $H_1, H_2, H_3$ 。  
 Game<sub>0</sub>: 在 ROR 下的真实攻击，有  $Adv(\lambda) = Pr[Succ_0]$

Game<sub>1</sub>: 正常模拟哈希，及 Game<sub>0</sub> 使用的私有哈希，并维护 Hash 查询列表，其他查询与真实协议一样，有  $Pr[Succ_1] = Pr[Succ_0]$   
 Game<sub>2</sub>: 去掉不太可能出现的碰撞。

① 通信消息  $((C, n, e, y_1), (n', e', y_2, z), (C, C, \mu), (C, \eta))$  的碰撞  
 参与至少一个是诚实的，故  $y_1, y_2$  至少一个随机， $\mu, \eta$  也随机  
 ② Hash 输出的碰撞。  
 根据生日悖论： $Pr[Succ_2] - Pr[Succ_1] \leq \frac{(q_{send} + q_{exe})^2}{2q(n)} + \frac{q_{oh}^2}{2M}$

③ 去掉  $gcd(\alpha, n) \neq 1$  的情况，由协议可知， $gcd(\alpha, n) \neq 1$  时，S 设置  $z$  为与口令无关的值，无论 A 被动攻击还是伪装成 C, G，都不会影响 A 的优势。

Game<sub>3</sub>: 若 A 幸运猜测出了认证元  $\mu$  和  $\eta$ ，即 S 接受，但 A 未查询  $H_1$  或  $H_2$ ，但  $\mu, \eta$  的碰撞在 Game<sub>2</sub> 排除，除非是 A 自行产生的认证元被拒绝，与 Game<sub>0</sub> 不可区分  $Pr[Succ_3] - Pr[Succ_2] \leq \frac{q_{send}}{2k}$  合法

Game<sub>4</sub>: 若 A 通过查询  $H_1$  或  $H_2$  得到认证元，终止协议，则只有 AskAuth<sub>4</sub> 发生，Game<sub>3</sub>, Game<sub>4</sub> 不可区分 (即 A 算出了  $\alpha_1$ )  
 { 已知  $d$ : 被动攻击，伪装 G，伪装 C.  $Pr[AskAuth_4] \leq q_{send}(\frac{1}{q(n)} + \frac{1}{10})$   
 { 未知  $d$ :  $z$  对 A 来说是随机值，并未查询  $H_1$ ，则 Game<sub>3</sub>, Game<sub>4</sub> 不可区分： $Pr[AskAuth_4] \leq \frac{q_{oh}}{q(n)}$

则有： $Pr[Succ_4] - Pr[Succ_3] \leq \frac{q_{oh}}{q(n)} + q_{send}(\frac{1}{q(n)} + \frac{1}{10})$

Game<sub>5</sub>: 使用私有 Hash 函数： $\mu, \eta, sk = H_2(ID || y_1 || y_2 || z)$ 。  
 不包含  $a_1, b_1, b_2$ ，则若 AskH<sub>5</sub> 不发生，Game<sub>5</sub> 和 Game<sub>4</sub> 不可区分  
 AskH<sub>5</sub> → 可算  $\alpha_1$  (在 Game<sub>4</sub> 排除) 或可解  $b_1, b_2$ 。

$Pr[Succ_5] - Pr[Succ_4] \leq R[AskH_5] \leq (q_{send} + q_{exe}) Adv_{P,D}^{rsa}(O(t))$

Game<sub>6</sub>: 限定到前两轮，用  $\alpha = H(C || y_1 || y_2 || G)$  代替 H，与 pw 无关。  
 则除非 AskParam 发生，Game<sub>6</sub> 和 Game<sub>5</sub> 不可区分  
 $Pr[Succ_6] - Pr[Succ_5] \leq Pr[AskParam_6] \leq \frac{q_{oh}}{q(n)}$ 。  
 又  $\alpha$  完全与 pw 独立，又有 pw 无关，由 Game<sub>2</sub> 可知  $Pr[Succ_6] = 0$ 。  
 综上可得  $Adv(\lambda) \leq \frac{q_{send}}{10} + O(k)$