

# 第一章 命题逻辑（一）

计算机科学与技术系 洪源

# 命题与联结词

---

## ▶ 命题：非真即假的陈述句

- ▶ “真”，“假”→真值

- ▶ 假：0；真：1

- ▶ 课堂练习：判断下列句子是不是命题，并给出命题的真值。

- ▶ 4月1日是愚人节。

- ▶ 奥巴马一感冒，安倍就打喷嚏。

- ▶ 肖邦是德国人。

- ▶ 今天好冷啊！

- ▶ 我不知道它是这么美。

- ▶ 任意三角形是等腰三角形。

- ▶ 已觉秋窗秋不尽，那堪风雨助凄凉！

- ▶ 我正在说谎。

- ▶  $X + 5 = 10$

# 命题与联结词

---

## ▶ 简单命题 vs 复合命题

### ▶ 简单命题 / 原子命题

- ▶ 在命题逻辑的讨论中不可再分的命题

### ▶ 复合命题

- ▶ 由若干简单命题经过**真值联结词**联结而具有复杂结构的命题

## ▶ 命题标识符：代表原子命题的英文字母

- ▶ 命题常量：代表一个具体的原子命题，一般有确定的真值。
- ▶ 命题变量：代表一个不确定的原子命题，因而没有确定的真值。

# 命题与联结词

## ▶ 真值联结词

### ▶ 否定联结词 $\neg$

- ▶ 单目
- ▶ 自然语言定义（第 10 页定义 1.1）
- ▶ 真值表定义
- ▶ 常见表达：不、并非、.....是不对的
- ▶ 例 1：  $2^{1/2}$  不能表示成分数。
  - $p$ ：  $2^{1/2}$  可以表示成分数。
  - $\neg p$
- ▶ 例 2： 说他没出息，那是不对的。
  - $p$ ： 他有出息。
  - $\neg (\neg p)$
- ▶ 注意：原子命题通常取肯定的形式。

## 复合命题

$\neg p$

真值联结词 原子命题  
命题标识符  
命题常量

# 命题与联结词

---

## ▶ 真值联结词

### ▶ 合取联结词 $\wedge$

- ▶ 双目
- ▶ 自然语言定义（第 11 页定义 1.2）
- ▶ 真值表定义
- ▶ 常见表达：和、并且、同时、而且、既……又……
- ▶ 课堂练习：将下列命题符号化
  - 自然数和分数都是有理数。
  - $abc$  是等腰直角三角形。

# 命题与联结词

---

## ▶ 真值联结词

### ▶ 析取联结词 $\vee$ ( $\bar{\vee}$ )

- ▶ 双目
- ▶ 自然语言定义（第 12 页定义 1.3）
- ▶ 相容或（可兼或） vs 排斥或（不可兼或、不相容或、异或）
- ▶ 真值表定义
- ▶ 常见表达：或、或者、要么.....要么.....
- ▶ 课堂练习：将下列命题符号化
  - 3 是奇数或者偶数。
  - 3 或者只能是奇数，或者只能是偶数。

# 命题与联结词

---

## ▶ 真值联结词

### ▶ 蕴涵联结词 →

- ▶ 双目
- ▶ 自然语言定义（第 13 页定义 1.4）
- ▶ 真值表定义
- ▶ 常见表达
  - 若.....则.....、
  - 如果.....那么.....
  - 如果.....就.....
  - 只要.....就.....
  - 只有.....才.....
  - 当.....时，就.....
  - 仅当.....时，才.....
  - 除非.....，否则.....

# 命题与联结词

---

## ▶ 真值联结词

### ▶ 蕴涵联结词 $\rightarrow$

#### ▶ 充分条件、必要条件、前件、后件

- $p \rightarrow q$
- $p$  :  $q$  的充分条件,  $p \rightarrow q$  的前件。
- $q$  :  $p$  的必要条件,  $p \rightarrow q$  的后件。

#### ▶ 例：你若安好，便是晴天。

- $p$  : 你安好。
- $q$  : 晴天。
- $p \rightarrow q$



# 命题与联结词

---

## ▶ 真值联结词

### ▶ 等价联结词 $\leftrightarrow$

- ▶ 双目
- ▶ 自然语言定义（第 14 页定义 1.5）
- ▶ 真值表定义
- ▶ 常见表达：当且仅当，充要条件，是一回事
- ▶ 例 1：如果你来了，那么他唱不唱就由你唱不唱而定。

# 命题与联结词

---

## ▶ 命题的形式化 / 符号化 / 翻译

### ▶ 定义

- ▶ 将自然语言叙述的命题改用符号语言表达的过程
- ▶ 其结果依赖于所采用的目标形式语言系统

### ▶ 要点

- ▶ 原子命题的设定：保证原子性，包括否定联结词的分离。
- ▶ 真值联结词的确定：正确表述逻辑含义。

# 命题与联结词

---

## ▶ 命题的形式化 / 符号化 / 翻译

### ▶ 课堂练习 1 : 判断命题形式化结果的正误。

▶ 命题的自然语言叙述：我们不能既划船又跑步。

▶  **$p$  : 我们划船。  $q$  : 我们跑步。**

1)  $\neg (p \wedge q)$

2)  $\neg p \wedge \neg q$

3)  $\neg p \vee \neg q$

4)  $p \bar{\vee} q$

### ▶ 课堂练习 2 : 形式化下述命题。

▶ 如果星期日上午不下雨，我就去踢足球，否则我在家上网或看电视。

# 命题公式及其赋值

---

## ▶ 命题公式的概念

### ▶ 合式公式

- ▶ 合式公式的递归定义（第 16 页定义 1.6）

- 注意：公式的有限性——定义 1.6（4）

- ▶ 子公式（第 24 页定义 1.13）

- ▶ 课堂练习：判断下列表达式是否合式公式。

- $p$
  - $\neg p \rightarrow q$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
  - $(q)$
  - $((\neg p) \rightarrow q) \wedge r$
  - $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow \neg q$
  - $pq \rightarrow r$
  - $(p \wedge q) \leftrightarrow$
  - $(\neg r)$
  - $\neg p$

# 命题公式及其赋值

---

## ▶ 命题公式的概念

### ▶ 合式公式的简化表示约定

▶ 第 16-17 页 (1) - (3)

▶ 课堂练习：判断下列表达式是否合式公式。

- ☐  $p$
- ☐  $\neg p \rightarrow q$
- ☐  $(p \wedge q) \rightarrow r$
- ☐  $(q)$
- ☐  $((\neg p) \rightarrow q) \wedge r$
- ☐  $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow \neg q$
- ☐  $pq \rightarrow r$
- ☐  $(p \wedge q) \leftrightarrow$
- ☐  $(\neg r)$
- ☐  $\neg p$

# 命题公式及其赋值

---

## ▶ 命题公式的概念

### ▶ 公式的层次

▶ 第 17 页定义 1.8

▶ 课堂练习：试给出下列公式的层次。

- $p$
- $\neg p \rightarrow q$
- $(p \wedge q) \rightarrow r$
- $((\neg p) \rightarrow q) \wedge r$
- $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow \neg q$

### ▶ 由变元生成的公式

▶ 如果一个公式  $A$  中一共出现了  $n$  个命题变元  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ，则称该公式为“由变元  $p_1, p_2, \dots, p_n$  生成的公式”，表示为  $A(p_1, p_2, \dots, p_n)$ 。

# 命题公式及其赋值

## ▶ 命题公式的赋值

- ▶ 命题公式是**真值函数**，其取值经赋值后才有确定值

- ▶ 例如

- $(p \wedge q) \rightarrow r$
  - $p:1; q:1; r:0.$
  - $p:0; q:1; r:0.$

- ▶ 赋值 / 解释 ( 第 17 页定义 1.9 )

- ▶ 思考：由  $n$  个变元生成的命题公式共存在多少个不同的赋值？

- ▶ 真值表 ( 第 18 页定义 1.10 )

- ▶ 基本功：构造真值表

- 从低到高写出公式在各个层次上的子公式
  - 穷举变元取值的组合
  - 从低到高计算公式在各个层次上的子公式的真值

- 课堂练习： $((p \wedge q) \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow \neg q$

# 命题公式及其赋值

---

## ▶ 命题公式的类型

- ▶ 成真赋值，成假赋值（第 17 页定义 1.9 续）
- ▶ 永真式（重言式）、永假式（矛盾式）、可满足式
  - ▶ 第 20 页定义 1.11
  - ▶ 讨论：三者关系