

## 第二章 谓词逻辑（二）

计算机科学与技术系 洪源

# 一阶谓词逻辑等值式与置换规则

---

## ▶ 等值（逻辑等价）关系、等值式

### ▶ 定义

- ▶ 设  $A$  和  $B$  是同一语言  $L$  中的公式
- ▶ 若在  $L$  的任何一个解释下
  - ▶ 只要  $A$  和  $B$  的赋值相同
  - ▶  $A$  和  $B$  的解释就等值
- ▶ 则称公式  $A$  和公式  $B$  等值（或逻辑等价）

### ▶ 一阶逻辑中的基本等值式

- ▶ 命题逻辑中的定律的代换实例
- ▶ 消去量词等值式（注意前提！）
- ▶ 量词否定等值式（第 77 页定理 2.3）
- ▶ 量词辖域收缩与扩张等值式（第 77 页定理 2.4，推论 2.1）
- ▶ 量词分配等值式（第 77 页定理 2.5）

# 一阶谓词逻辑等值式与置换规则

- ▶ 置换规则、换名规则 与 代替规则（第 73 页例 2.6 与例 2.7 之间）
  - ▶ 应用置换规则、换名规则和代替规则的条件
    - ▶ 置换规则：不能与代替规则同时使用。
    - ▶ 换名规则：不能换成（ 1 ）辖域中自由出现的变元或（ 2 ）辖域中辖域包含了被换名变元的约束变元。
    - ▶ 代替规则：不能换成（ 1 ）公式中自由出现的其他变元或（ 2 ）公式中辖域包含了被代替变元的约束变元。
  - ▶ 例：  $(\forall x(P(x, y) \wedge \exists y(Q(x) \rightarrow \forall yR(x, y)))) \wedge \forall yP(x, y)$

# 一阶谓词逻辑前束范式

---

## ▶ 前束范式

- ▶ 第 80 页定义 2.19

- ▶ 不含量词的一阶逻辑公式是前束范式，称为平凡的前束范式

## ▶ 前束范式存在定理（第 80 页定理 2.7）

## ▶ 求前束范式

- ▶ 常用工具

- ▶ 量词辖域的收缩与扩张定律

- ▶ 量词分配定律

- ▶ 量词否定定律

- ▶ 与一个公式等值的前束范式**不唯一**

- ▶ 课堂练习：求与  $\forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$  等值的前束范式

# 一阶谓词逻辑的推理理论

---

- ▶ 推理正确（第 83 页 2.5.1 第一自然段）
- ▶ 推理定律
  - ▶ 命题逻辑推理定律的代换实例
  - ▶ 由基本等值式生成的推理定律
  - ▶ 一些常用的推理定律（量词分配）
    - ▶  $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \Rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$
    - ▶  $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$
    - ▶  $\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow \forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)$
    - ▶  $\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$
- ▶ 量词的指定和推广规则（第 83-84 页）
  - ▶ 注意前提条件

# 一阶谓词逻辑的推理理论

---

- ▶ 课堂练习：构造下面推理的证明（个体域为人类）
  - ▶ 任何人或者吃素，或者吃荤。
  - ▶ 吃素的人常吃豆制品。
  - ▶ 有些人不常吃豆制品。
  - ▶ 所以，有些人是吃荤的。