第十三章 特殊图

计算机科学与技术系 洪源

二部图

- 二部图（二分图，偶图），完全二部图
  - 第373页定义13.4、 13.5
  - 二部图也常表示成 <X, Y, E>
  - 根据定义，X（Y）中的顶点均不相邻

- 二部图的判定
  - 第374页定理13.6

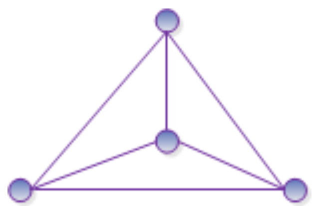
树

- 无向树（树），森林，平凡树，树叶，分枝点
  - 第 381 页定义 13.11（注意其中 *空树* 的概念）
  - 在对树的讨论中，若非特别说明，“回路”均指基本回路

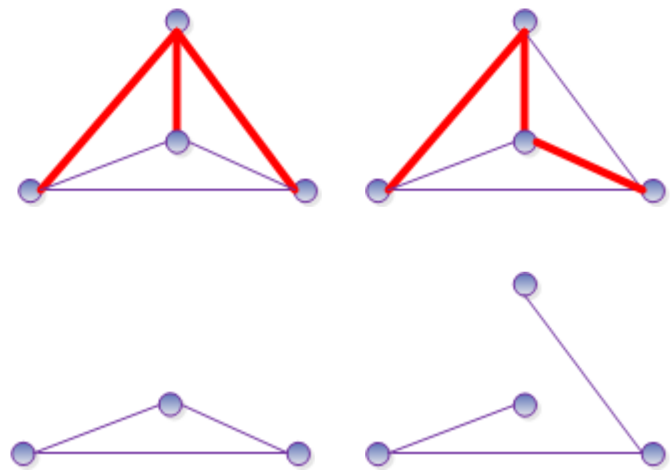
- 无向树的性质
  - 第 381 页定理 13.14
  - （4）和（5）的第一个逗号后面的“但”之后插入“任意”
  - 非平凡树中至少有两片树叶

生成树

- 生成树，树枝，弦，余树
  - 第 383 页定义 13.12
  - 生成树的边称为树枝，其他边称为弦
  - 弦的导出子图称为生成树的余树
  - 例：



K_4



生成树

- 无向图的连通性与生成树共存定理
  - 无向图 G 是连通图当且仅当 G 有生成树
    - 证明
- 基本回路（基本圈），基本回路系统，圈秩
  - 设 G 是 (n, m) 图
  - T 是 G 的一颗生成树
  - $e_{k1}, e_{k2}, \ldots, e_{k(m-n+1)}$ 是 T 的弦
  - C_r (r = k1, k2, …, k(m-n+1)) 为 T 加 e_{kr} 后产生的 G 中由弦 e_{kr} 和树枝构成的回路
  - 则称 C_r 是 e_{kr} 对应的 G 的基本回路
  - 称 $\{C_r \mid r= k1, k2, \ldots, k(m-n+1)\}$ 是 G 对应 T 的基本回路系统
  - 称 m-n+1 是 G 的圈秩，记做 $\xi(G)$，给定的图的圈秩是确定的

生成树

- 定理
  - 设 T 是图 G 的一颗生成树， e 为 T 的树枝
  - 则 G 中唯一存在只含 e 一个树枝的割集，称为 e 所对应的割集
  - 不同的树枝对应的割集不相同
- 基本割集，基本割集系统，割集秩
  - 设 T 是 n 阶连通图 G 的一棵生成树
  - $e_1, e_2, \ldots, e_{n-1}$ 为 T 的树枝
  - S_i 是树枝 e_i 所对应的一个割集（ $i = 1, 2, \ldots, n-1$ ）
  - 称 Si 是树枝 ei 所对应的一个基本割集
  - $\{S_1, S_2, \ldots, S_{n-1}\}$ 是 G 对应 T 的一个基本割集系统
  - n-1 为 G 的割集秩，记做 $\eta(G)$

生成树

- 最小生成树
  - 第 385 页定义 13.13
- 避圈法（ Kruskal 算法）
  - 第 385 页算法 13.1

根树

- 有向树，根树（外向树），树根，树叶，内点，分支点，（顶点的）层数（通路长度），树高
  - 第 387 页定义 13.14 、 13.15 ，第 390 页定义 13.20
  - 内向树 *
- 祖先，后代（后裔），父亲，儿子，兄弟
  - 第 388 页定义 13.16
- 根树的任意结点及其后代的导出子图仍为根树，称为原根树的根子树

根树

- 有序树
  - 第 388 页定义 13.17
- m 叉树，完全 m 叉树，正则 m 叉树
  - 第 388 页定义 13.19
- 完全 2 叉有序树（简称 2 叉树）
  - 左子树，右子树
- 2 叉树的权，最优 2 叉树（ Huffman Tree ）
  - 第 392 页定义 13.21

根树

- 构造最优 2 叉树—— Huffman 算法
  - 算法
    - 输入：t（$t \geq 1$）个权值 $w_1, w_2, \ldots, w_t$
    - 输出：二叉树 T
    - 步骤：

      （1）创建 t 个顶点，分别赋予输入的 t 个权值

      （2）若入度为 0 的顶点少于 2 个，则结束，输出以 0 入度顶点为根的二叉树 T

      （3）插入 1 个顶点和 2 条有向边，2 条有向边均以新插入的顶点为始点，分别以 2 个权值最小的入度为 0 的顶点为终点

      （4）将与新插入顶点相邻的 2 个顶点的权值之和作为权值赋予新插入的顶点

      （5）转（2）
  - 上述算法构造的 Huffman 树的权值等于内点权值之和

根树

- 遍历（周游，行遍）完全 2 叉有序树
  - 遍历（周游，行遍）：对一棵树的每一个顶点都访问一次且仅访问一次
  - 三种遍历完全 2 叉有序树的方式
    - 第 392 页算法 13.4 – 13.6
- 完全 2 叉有序树与二元运算的算术表达式
  - 前缀表达式（波兰式）
  - 中缀表达式
  - 后缀表达式（逆波兰式）