

1. 将下列命题符号化, 个体域为实数域R, 并指出个命题的真值:

- 1) 对所有的x, 都存在y使得 $x \cdot y = 0$ 。
- 2) 存在x, 使得对所有y使得 $x \cdot y = 0$ 。
- 3) 对所有的x, 都存在y使得 $y = x + 1$ 。
- 4) 对所有的x和y, 都有 $x \cdot y = y \cdot x$ 。
- 5) 对任意的x和y, 都有 $x \cdot y = x + y$ 。
- 6) 对于任意的x, 存在y使得 $x^2 + y^2 < 0$ 。

2. 给定解释 I 如下:

a) 个体域为实数集合R;

b) 特定元素  $\bar{a} = 0$ ;

c) 函数  $\bar{f}(x, y) = x - y, x, y \in R$ ;

d) 谓词  $\bar{F}(x, y): x = y, \bar{G}(x, y): x < y, x, y \in R$ 。

给出下列公式在I下的解释, 并指出它们的真值:

- 1)  $\forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow \neg F(x, y))$
- 2)  $\forall x \forall y (F(f(x, y), a) \rightarrow G(x, y))$
- 3)  $\forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow \neg F(f(x, y), a))$
- 4)  $\forall x \forall y (G(f(x, y), a) \rightarrow F(x, y))$

3. 给定解释 I 如下:

a) 个体域  $D = N$  (N为自然数);

b) 特定元素  $\bar{a} = 2$ ;

c) N上函数  $\bar{f}(x, y) = x + y, \bar{g}(x, y) = x \cdot y$ ;

d) D上谓词  $\bar{F}(x, y): x = y$ 。

给出下列公式在I下的解释, 并指出它们的真值:

- 1)  $\forall x F(g(x, a), x)$
- 2)  $\forall x \forall y (F(f(x, a), y) \rightarrow F(f(y, a), x))$
- 3)  $\forall x \forall y \exists z (F(f(x, y), z))$
- 4)  $\exists x F(f(x, x), g(x, x))$

4. 判断下列各式的类型:

- 1)  $F(x, y) \rightarrow \square (G(x, y) \rightarrow \square F(x, y))$
- 2)  $\forall x (F(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow \exists y (G(y) \wedge \square \neg G(y))$
- 3)  $\forall x \exists y F(x, y) \rightarrow \square \exists x \forall y F(x, y)$
- 4)  $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \square \forall y \exists x F(x, y)$
- 5)  $\forall x \forall y (F(x, y) \rightarrow \square F(y, x))$
- 6)  $\neg (\forall x F(x) \rightarrow \exists y G(y)) \wedge \exists y G(y)$

5. 证明下面公式既不是永真式也不是矛盾式:

- 1)  $\forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \wedge H(x, y)))$
- 2)  $\forall x \forall y (F(x) \wedge G(y) \rightarrow H(x, y))$

