第一章习题

1.4将下列命题符号化，并指出真值：

1）2与5都是素数。

2）不但π是无理数，而且自然对数的底e也是无理数。

3）虽然2是最小的素数，但2不是最小的自然数。

4）3是偶素数。

5）4既不是素数，也不是偶数。

1.8将下列命题符号化，并指出真值：

1）只要2<1，就有3<2。

2）如果2<1，则3≥2。

3）只有2<1，才有3≥2。

4）除非2<1，才有3≥2。

5）除非2<1，否则3<2。

6）2<1仅当3<2。

1.11将下列命题符号化，并给出个命题的真值：

1）若2+2=4，则地球是静止不动的。

2）若2+2=4，则地球是运动不止的。

3）若地球上没有树木，则人类不能生存。

4）若地球上没有水，则是$3^{0.5}$无理数。

1.13 将下列命题符号化, 并讨论各命题的真值：

1)若今天是星期一, 则明天是星期二。

2)只有今天是星期一, 明天才是星期二。

3)今天是星期一当且仅当明天是星期二。

4)若今天是星期一, 则明天是星期三。

1.15． 设 $p$: 2+3=5。

q: 大熊猫产在中国。

$r$: 太阳从西方升起。

求下列复合命题的真值：

1)$(p\leftrightarrow q)\to r$

2)$(r\to(p\wedge q))\leftrightarrow\neg p$

3) $\neg r\to(\neg p\vee\neg q\vee r)$

4)$(p\wedge q\wedge\neg r)\leftrightarrow((\neg p\vee\neg q)\to r)$

1.19． 用真值表判断下列公式的类型：

1)$P\to\square(P\vee Q\vee R)$

2)$(P\to\neg P)\to\neg Q$

3) $\neg\square(Q\to R)\wedge R$

4)$(P\to Q)\to\square(\neg Q\to\neg P)$

5)$(P\wedge R)\leftrightarrow\square(\neg P\wedge\neg Q)$

6)$((P\to Q)\wedge\square(Q\to R))\to\square(P\to R)$

7)$(P\to Q)\leftrightarrow\square(R\leftrightarrow S)$

1.20 求下列公式的成真赋值：

1) $\neg P \to Q$
2) $P \lor \neg Q$
3) $(P \land Q) \to \neg P$
4) $\neg(P \lor Q) \to Q$

1.21求下列公式的成假赋值：
1) $\neg(\neg P \land Q) \lor \neg R$
2) $(\neg Q \lor R) \land (P \to Q)$
3) $(P \to Q) \land (\neg(P \land R) \lor P)$

2.4. 用逻辑等价演算法证明下面逻辑等价关系:
1) $P \Leftrightarrow \square(P \land Q) \lor \square(P \land \neg Q)$
2) $((P \to Q) \land (P \to R)) \Leftrightarrow (P \to (Q \land R))$
3) $\neg \square(P \leftrightarrow Q) \Leftrightarrow \square(P \lor Q) \land \neg \square(P \land Q)$
4) $(P \land \neg Q) \lor \square(\neg P \land Q) \Leftrightarrow \square(P \lor Q) \land \neg \square(P \land Q)$

2.8.求下列公式的主合取范式，再用主合取范式求主析取范式：
1) $(P \land Q) \to Q$
2) $(P \leftrightarrow Q) \to R$
3) $\neg(R \to P) \land P \land Q$

2.9. 用真值表求下面公式的主析取范式：
1) $(P \lor Q) \lor \neg(P \land R)$
2) $(P \to Q) \to \square(P \neg \leftrightarrow Q)$

2.10. 用真值表求下面公式的主合取范式：
1) $(P \land Q) \lor R$
2) $(P \to Q) \to \square(Q \leftrightarrow R)$

2.17将下列公式化成与之逻辑等价且含有$\{\neg, \land, \lor\}$中联结词的公式：
1) $\neg(P \to (Q \leftrightarrow (Q \land R)))$
2) $(P \land Q) \lor \neg R$
3) $P \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R)$

2.18将下列公式化成与之逻辑等价且含有$\{\neg, \land\}$中联结词的公式：
1) $P \lor \neg Q \lor \neg R$
2) $(P \leftrightarrow R) \land Q$
3) $(P \to (Q \land R)) \lor P$

2.20. 将下列公式化成与之逻辑等价且仅含 $\{\neg, \to\}$ 中联结词的公式：
1) $(P \land Q) \lor R$
2) $(P \to \neg Q) \land R$
3) $(P \land Q) \leftrightarrow R$

2.21. 证明:
1) $(P \uparrow Q) \Leftrightarrow \square(Q \uparrow P)$, $(P \downarrow Q) \Leftrightarrow \square(Q \downarrow P)$

2.27. 某电路中有一个灯泡和三个开关 A、B、C。已知在且仅在下述四种情况下灯亮:
1) C的扳键向上，A、B的扳键向下；
2) A的扳键向上，B、C的扳键向下；
3) B、C的扳键向上，A的扳键向下；

4）A、B的扳键向上，C的扳键向下。
设$F$为1表示灯亮，P、Q、R分别表示A、B、C的扳键向上。
a）求$F$ 的主析取范式。
b）在联结词完备集$\{\neg, \wedge\}$上构造$F$。
c）在联结词完备集$\{\neg, \to, \leftrightarrow\}$上构造$F$。

2.28. 一个排队线路, 输入为$A$、$B$、$C$，其输出分别为$F_A$、$F_B$、$F_C$。本线路中, 在同一时间内只能输出一个信号；当同时有两个或两个以上信号申请输出时, 则按$A$、$B$、$C$ 的顺序输出。 试写出$F_A$、$F_B$、$F_C$在联结词完备集$\{\neg, \vee\}$中的表达式。

2.29.在某班班委成员的选举中，已知王小红、李强、丁金生三位同学被选进班委会，该班的甲、乙、丙三名学生预言：
甲说：王小红为班长，李强为生活委员；
乙说：丁金生为班长，王小红为生活委员；
丙说：李强为班长，王小红为学习委员。
班委会分工名单公布后发现，甲、乙、丙三人都恰好猜对了一半。问王小红、李强、丁金生各任何职（用逻辑等价演算求解）。

2.30.某公司要从赵、钱、孙、李、周五名新毕业的大学生中选派一些人出国学习，选派必须满足以下条件：
1）若赵去，钱也去；
2）李、周两人中必有一人去；
3）钱、孙两人中去且仅去一人；
4）孙、李两人同去或同不去；
5）若周去，则赵、钱也同去。
用等值演算法分析该公司如何选派他们出国?

3.14构造下面推理的证明：
1）前提：$P\to\square(Q\to R), P, Q$
结论：$R\vee S$
2）前提:：$P\to Q, \neg(Q\wedge R), R$
结论：$\neg P$
3）前提：$P\to Q$
结论：$P\to(P\wedge Q)$
4）前提：$Q\to P, Q\leftrightarrow S, S\leftrightarrow T, T\wedge R$
结论：$P\wedge Q$
5）前提：$P\to R, Q\to S, P\wedge Q$
结论：$R\wedge S$
6）前提：$\neg P\vee R, \neg Q\vee S, P\wedge Q$
结论：$T\to\square(R\wedge S)$

3.15.利用CP规则证明下面各推理：
1）前提：$\mathrm{P}\to\square(Q\to R), S\to P, Q$
结论：$S\to R$
2）前提：$(P\vee Q)\to\square(\mathrm{R}\wedge\mathrm{S}), (\mathrm{S}\vee\mathrm{T})\to\mathrm{U}$
结论：$\mathrm{P}\to U$

3.16.用归谬法证明下面推理：
1）前提：$P\to\neg Q, \neg R\vee Q, R\wedge\neg S$
结论：$\neg P$
2）前提：$\mathrm{P}\vee Q, P\to R, Q\to S$

结论：R∨*S*

3.18.构造下面推理的证明：
1）如果今天是星期六，我们就要到颐和园或圆明园去玩；如果颐和园游人太多，我们就不去颐和园玩；今天是星期六；颐和园游人太多；所以我们去圆明园玩。
2）如果小王是理科学生，他的数学成绩一定很好；如果小王不是文科生，他必是理科生；小王的数学成绩不好；所以小王是文科学生。

4.1. 将下面命题用 0 元谓词符号化：
1）小王学过英语和法语。
2）除非李建是东北人，否则他一定怕冷。
3）2大于3仅当2大于4。
4）3不是偶数。
5）2或3是素数。

4.2. 在一阶逻辑中，分别在(a)、(b)时将下面命题符号化，并讨论命题的真值：
1）凡有理数都能被2整除。
2）有的有理数能被2整除。
其中（a）个体域为有理数集合；（b）个体域为实数集合。

4.4. 在一阶逻辑中将下列命题符号化：
1）没有不能表示成分数的有理数。
2）在北京卖菜的人不全是外地人。
3）乌鸦都是黑色的。
4）有的人天天锻炼身体。

4.5. 在一阶逻辑中将下列命题符号化：
1）火车都比轮船快。
2）有的火车比有的汽车快。
3）不存在比所有火车都快的汽车。
4）说凡是汽车就比火车慢是不对的。

4.6. 将下列命题符号化，个体域为实数域R，并指出个命题的真值：
1）对所有的x，都存在y使得$x\cdot y=0$。
2）存在x，使得对所有y都有$x\cdot y=0$。
3）对所有的x，都存在y使得$y=x+1$。
4）对所有的x和y，都有$x\cdot y=y\cdot x$。
5）对任意的x和y，都有$x\cdot y=x+y$。
6）对于任意的x，存在y使得$x^2+y^2<0$。

4.9. 给定解释 *I* 如下：
a）个体域为实数集合R；
b）特定元素 $\bar{a}=0$；
c）函数 $\bar{f}(x,y)=x-y$, $x,y\in R$；
d）谓词 $\bar{F}(x,y)$: $x=y$, $\bar{G}(x,y)$: $x<y$, $x,y\in R$。.
给出下列公式在*I*下的解释, 并指出它们的真值：
1）$\forall x\forall y(G(x,y)\rightarrow\neg F(x,y))$
2）$\forall x\forall y(F(f(x,y),a)\rightarrow G(x,y))$
3）$\forall x\forall y(G(x,y)\rightarrow\neg F(f(x,y),a))$

4）$\forall x\forall y(G(f(x,y),a) \to F(x,y))$

9. 给定解释 $I$ 如下：

a）个体域为实数集合R；

b）特定元素 $\bar{a}$ =0；

c）函数 $\bar{f}$ $(x, y) = x-y$, $x, y\in$R；

$d$）谓词 $\bar{F}$ $(x, y)$: $x = y$, $\bar{G}$ $(x, y)$: $x < y$, $x, y\in$R。.

给出下列公式在$I$下的解释, 并指出它们的真值：

1）$\forall x\forall y(G(x,y) \to \neg F(x,y))$

2）$\forall x\forall y(F(f(x,y),a) \to G(x,y))$

3）$\forall x\forall y(G(x,y) \to \neg F(f(x,y),a))$

4）$\forall x\forall y(G(f(x,y),a) \to F(x,y))$

4.10.给定解释$I$如下：

a）个体域$D$=N(N为自然数)；

b）特定元素 $\bar{a}$ =2；

c）N上函数 $\bar{f}$ $(x,y)=x+y$, $\bar{g}$ $(x,y)=x\cdot y$；

d）$D$上谓词 $\bar{F}$ $(x,y)$: $x=y$。

给出下列公式在$I$下的解释, 并指出它们的真值：

1）$\forall xF(g(x,a),x)$

2）$\forall x\forall y(F(f(x,a),y) \to F(f(y,a),x))$

3）$\forall x\forall y\exists z(F(f(x,y),z)$

4）$\exists xF(f(x,x),g(x,x))$

4.11.判断下列各式的类型：

1）$F(x, y) \to$□$(G(x, y) \to$□$F(x, y))$

2）$\forall x(F(x)\to F(x) )\to\exists y(G(y)\to$□$\neg G(y))$

3）$\forall x\exists yF(x, y) \to$□$\exists x\forall yF(x, y)$.

4）$\exists x\forall y F(x, y)\to$□$\forall y\exists x F(x, y)$

5）$\forall x\forall y(F(x, y) \to$□$F(y, x))$.

6）$\neg(\forall xF(x)\to\exists y G(y))\wedge\exists y G(y)$

11.判断下列各式的类型：

2）$\forall x(F(x)\to F(x))\to\exists y(G(y)$Ù$\neg G(y))$

5）$\forall x\forall y(F(x, y)\to F(y, x))$

6）$\neg(\forall xF(x)\to\exists yG(y))\wedge\exists yG(y)$

4.14.证明下面公式既不是永真式也不是矛盾式：

1）$\forall x(F(x) \to\exists y(G(y) \wedge H(x,y)))$

2）$\forall x\forall y(F(x) \wedge G(y) \to H(x,y))$

5.2. 设个体域 $D=\{a,b,c\}$, 消去下列各式的量词：

1）$\forall x\exists y(F(x) \wedge G(y))$

2）$\forall x\forall y(F(x) \vee G(y))$

3）$\forall xF(x) \to\forall yG(y)$

4）$\forall x(F(x,y) \to\exists yG(y))$

5.5. 给定解释 $I$ 如下：

a）个体域$D=\{3,4\}$；

b）$\bar{f}(x)$为$\bar{f}(3)=4, \bar{f}(4)=3$；

c）$\bar{F}(x,y)$为$\bar{F}(3,3)=\bar{F}(4,4)=0, \bar{F}(3,4)=\bar{F}(4,3)=1$。

试求下列公式在$I$下的真值：

1）$\forall x\exists yF(x,y)$

2）$\exists x\forall yF(x,y)$

3）$\forall x\forall y(F(x,y) \rightarrow F(f(x),f(y)))$

5.12.求下列各式的前束范式：

1）$\forall xF(x) \rightarrow\square\forall yG(x, y)$

2）$\forall x(F(x, y) \rightarrow\square\exists yG(x, y,z))$

3）$\forall xF(x, y) \leftrightarrow\square\exists xG(x, y)$

4）$\forall x_1(F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_2)) \rightarrow\square(\exists x_2\mathrm{H}(x_2) \rightarrow\square\exists x_3\mathrm{L}(x_2, x_3))$

5）$\exists x_1F(x_1, x_2) \rightarrow\square(F(x_1) \rightarrow\square\exists\neg x_2G(x_1, x_2))$

5.13.将下列命题符号化, 要求符号化的公式全为前束范式：

1）有的汽车比有的火车跑得快。

2）有的火车比所有的汽车跑得快。

3）不是所有的火车都比所有汽车跑得快。

4）有的飞机比有的汽车慢是不对的。

5.15.构造下面推理的证明：

1）前提：$\exists xF(x) \rightarrow\square\forall y((F(y) \vee\square G(y)) \rightarrow\square R(y)), \exists xF(x)$

结论：$\exists xR(x)$.

2）前提：$\forall x(F(x) \rightarrow\square(G(a) \wedge R(x))), \exists xF(x)$

结论：$\exists x(F(x) \wedge R(x))$

3）前提：$\forall x(F(x) \vee G(x)), \neg\exists xG(x)$

结论：$\exists xF(x)$

4）前提：$\forall x(F(x) \vee G(x)), \forall x(\neg G(x) \vee\neg R(x)), \forall xR(x)$

结论：$\forall xF(x)$

5.19.构造下面推理的证明：

前提：$\exists xF(x) \rightarrow\square\forall x\, G(x)$

结论：$\forall x(F(x)\rightarrow\square G(x))$

5.24.构造下面推理的证明：

每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车；每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车；有的人不喜欢乘汽车；所以，有的人不喜欢步行。(个体域为人类集合)

5.25.构造下面推理的证明：

每个科学工作者都是刻苦钻研的；每个刻苦钻研而又聪明的在他的事也终将获得成功；王大海是科学工作者，并且是聪明的；所以，王大海在他的事业中将获得成功。(个体域为人类集合)

14构造下面推理的证明：

1）前提：$p\rightarrow(q\rightarrow r), p, q$

结论：$r\vee s$

2）前提:：$p\rightarrow q, \neg(q\wedge r), r$

结论：$\neg p$

3）前提：$p \to q$

结论：$p \to (p \wedge q)$

4）前提：$q \to p, q \leftrightarrow s, s \leftrightarrow t, t \wedge r$

结论：$p \wedge q$

5）前提：$p \to r, q \to s, p \wedge q$

结论：$r \wedge s$

15.利用CP规则证明下面各推理：

1）前提：$p \to (q \to r), s \to p, q$

结论：$s \to r$

2）前提：$(p \vee q) \to (r \wedge s), (s \vee t) \to u$

结论：$p \to u$

16.用归谬法证明下面推理：

1）前提：$p \to \neg q, \neg r \vee q, r \wedge \neg s$

结论：$\neg p$

2）前提：$p \vee q, p \to r, q \to s$

结论：$r \vee s$

18.构造下面推理的证明：

1）如果今天是星期六，我们就要到颐和园或圆明园去玩；如果颐和园游人太多，我们就不去颐和园玩；今天是星期六；颐和园游人太多；所以我们去圆明园玩。

2）如果小王是理科学生，则他的数学成绩一定很好；如果小王不是文科生，他必是理科生；小王的数学成绩不好；所以小王是文科学生。