

## 图论章节部分习题

### 习题十四

5. 设无向图 $G$ 有10条边, 3度与4度顶点各2个, 其余顶点的度数均小于3, 问 $G$ 中至少有几个顶点? 在最少顶点的情况下, 写出 $G$ 的度数列,  $\Delta(G)$ ,  $\delta(G)$ .

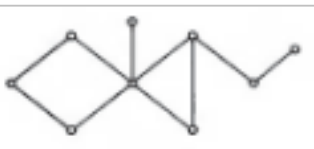
10. 设9阶图 $G$ 中, 每个顶点的度数不是5就是6, 证明 $G$ 中至少有5个6度顶点或至少有6个5度顶点.

15. 下列各数列中哪些是可以简单图化的? 对于是简单图化的试给出两个非同构的图.

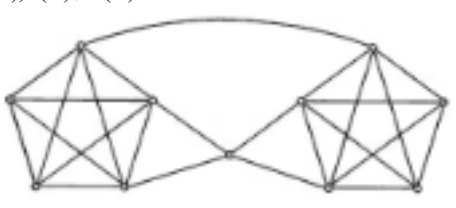
- (1) (2, 3, 3, 5, 5, 6, 6);
- (2) (1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5);
- (3) (2, 2, 2, 2, 3, 3).

16. 画出无向完全图 $K_4$ 的所有非同构的子图, 指出哪些是生成子图, 哪些是自补图.

22. 无向图 $G$ 如下图所示, 现将该图顶点和边标定. 然后求图中的全部割点和桥, 以及图的点连通度和边连通度.



23. 求下图 $G$ 的 $\kappa(G)$ ,  $\lambda(G)$ 和 $\delta(G)$ .



25. 画出5阶3条边的所有非同构的无向简单图.

29. 设 $G$ 是 $n$ 阶 $n+1$ 条边的无向图, 证明 $G$ 中存在顶点 $v$ ,  $d(v) \geq 3$ .

30. 设 $e=(u, v)$ 为无向图 $G$ 中的一条边, 证明:  $e$ 为 $G$ 中桥当且仅当 $e$ 不在 $G$ 的任何圈中.

44. 有向图 $D$ 如下图所示.

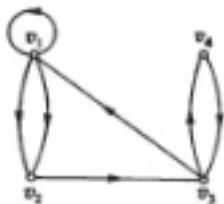
(1)  $D$ 中 $v_1$ 到 $v_4$ 长度为1, 2, 3, 4的通路各为几条?

(2)  $D$ 中 $v_1$ 到 $v_1$ 长度为1, 2, 3, 4的回路各为几条?

(3)  $D$ 中长度为4的通路 (不含回路) 有多少条? 长度为4的回路为多少条?

(4)  $D$ 中长度小于或等于4的通路为多少条? 其中有多少条为回路?

(5) 写出 $D$ 的可达矩阵.



49. 设 $G$ 是 $n$ 阶 $m$ 条边的无向连通图, 证明 $m \geq n-1$ .

### 习题十五

2. 判断下列命题是否为真?

(1) 完全图 $K_n$  ( $n \geq 3$ ) 是欧拉图.

(2)  $n$  ( $n \geq 2$ ) 阶有向完全图是欧拉图.

(3) 完全二部图 $K_{r,s}$  ( $r, s$ 均为非0正偶数) 是欧拉图.

3. 画一个无向欧拉图, 使它具有:

(1) 偶数个顶点, 偶数条边.

(2) 奇数个顶点, 奇数条边.

(3) 偶数个顶点, 奇数条边.

(4) 奇数个顶点, 偶数条边.

### 习题十六

2. 一棵无向树 $T$ 有5片树叶, 3个2度分支点, 其余的分支点都是3度顶点, 问 $T$ 有几个顶点?

4. 一棵无向树 $T$ 有 $n_i$  ( $i=2, 3, \dots, k$ ) 个 $i$ 度顶点, 其余顶点都是树叶, 问 $T$ 有几片树叶?

13. 下面两个正整数数列中, 哪个(些)能充当无向树的度数列? 若能, 请画出3

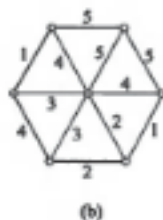
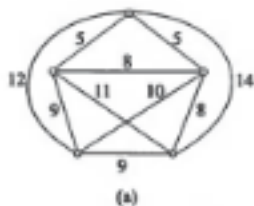
棵非同构的无向树.

(1) 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4

(2) 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3

23. 已知 $n$ 阶 $m$ 条边的无向图 $G$ 是 $k$  ( $k \geq 2$ ) 棵树组成的森林, 证明:  $m = n - k$ .

25. 画出下图所示两个带权图中的最小生成树.



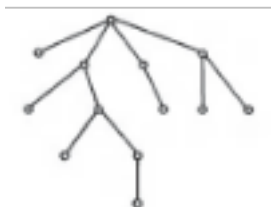
31. 根树 $T$ 如下图所示. 回答以下问题:

(1)  $T$ 是几叉树?

(2)  $T$ 的树高为几?

(3)  $T$ 有几个内点?

(4)  $T$ 有几个分支点?



36. 设 $T$ 是有 $t$ 片树叶的2叉正则树, 证明 $T$ 有 $2t-1$ 个顶点.

37. 画一棵权为3, 4, 5, 6, 7, 8, 9的最优2叉树, 并计算出它的权.

41. 设7个字母在通信中出现的频率如下:

$a$ : 35%       $b$ : 20%  
 $c$ : 15%       $d$ : 10%  
 $e$ : 10%       $f$ : 5%  
 $g$ : 5%

用Huffman算法求传输它们的最佳前缀码. 要求画出最优树, 指出每个字母对应的编码. 并指出传输  $10^n$  ( $n \geq 2$ ) 个按上述频率出现的字母需要多少个二进制数字.

42. 下图中的2叉树表示一个算式.

(1) 用中序行遍法还原算式.

(2) 用前序行遍法写出该算式的波兰符号法表示式.

(3) 用后序行遍法写出该算式的逆波兰符号法表示式.

