

1. 设个体域 $D=\{a,b,c\}$, 消去下列各式的量词:

- 1) $\forall x \exists y (F(x) \wedge G(y))$
- 2) $\forall x \forall y (F(x) \vee G(y))$
- 3) $\forall x F(x) \rightarrow \forall y G(y)$
- 4) $\forall x (F(x,y) \rightarrow \exists y G(y))$

2. 给定解释 I 如下:

- a) 个体域 $D=\{3,4\}$;
- b) $\bar{f}(x)$ 为 $\bar{f}(3)=4, \bar{f}(4)=3$;
- c) $\bar{F}(x,y)$ 为 $\bar{F}(3,3)=\bar{F}(4,4)=0, \bar{F}(3,4)=\bar{F}(4,3)=1$ 。

试求下列公式在 I 下的真值:

- 1) $\forall x \exists y F(x,y)$
- 2) $\exists x \forall y F(x,y)$
- 3) $\forall x \forall y (F(x,y) \rightarrow F(f(x), f(y)))$

3. 求下列各式的前束范式:

- 1) $\forall x F(x) \rightarrow \forall y G(x, y)$
- 2) $\forall x (F(x, y) \rightarrow \exists y G(x, y, z))$
- 3) $\forall x F(x, y) \leftrightarrow \exists x G(x, y)$
- 4) $\forall x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_2)) \rightarrow (\exists x_2 H(x_2) \rightarrow \exists x_3 L(x_2, x_3))$
- 5) $\exists x_1 F(x_1, x_2) \rightarrow (F(x_1) \rightarrow \neg \exists x_2 G(x_1, x_2))$

4. 将下列命题符号化, 要求符号化的公式全为前束范式:

- 1) 有的汽车比有的火车跑得快。
- 2) 有的火车比所有的汽车跑得快。
- 3) 不是所有的火车都比所有汽车跑得快。
- 4) 有的飞机比有的汽车慢是不对的。

5. 构造下面推理的证明:

- 1) 前提: $\exists x F(x) \rightarrow \forall y ((F(y) \vee G(y)) \rightarrow R(y)), \exists x F(x)$

结论: $\exists x R(x)$.

- 2) 前提: $\forall x (F(x) \rightarrow (G(a) \wedge R(x))), \exists x F(x)$

结论: $\exists x (F(x) \wedge R(x))$

- 3) 前提: $\forall x (F(x) \vee G(x)), \neg \exists x G(x)$

结论: $\exists x F(x)$

- 4) 前提: $\forall x (F(x) \vee G(x)), \forall x (\neg G(x) \vee \neg R(x)), \forall x R(x)$

结论: $\forall x F(x)$

6. 构造下面推理的证明:

前提: $\exists x F(x) \rightarrow \forall x G(x)$

结论: $\forall x (F(x) \rightarrow G(x))$

7. 构造下面推理的证明:

每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车; 每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车; 有的人

不喜欢乘汽车；所以，有的人不喜欢步行。(个体域为人类集合)

8.构造下面推理的证明：

每个科学工作者都是刻苦钻研的；每个刻苦钻研而又聪明的在他的事业中终将获得成功；王大海是科学工作者，并且是聪明的；所以，王大海在他的事业中将获得成功。(个体域为人类集合)