

1. 将下面命题用 0 元谓词符号化:

- 1) 小王学过英语和法语。
- 2) 除非李建是东北人, 否则他一定怕冷。
- 3) 2 大于 3 仅当 2 大于 4。
- 4) 3 不是偶数。
- 5) 2 或 3 是素数。

2. 在一阶逻辑中, 分别在(a)、(b)时将下面命题符号化, 并讨论命题的真值:

- 1) 凡有理数都能被2整除。
- 2) 有的有理数能被2整除。

其中 (a) 个体域为有理数集合; (b) 个体域为实数集合。

3. 在一阶逻辑中将下列命题符号化:

- 1) 没有不能表示成分数的有理数。
- 2) 在北京卖菜的人不全是外地人。
- 3) 乌鸦都是黑色的。
- 4) 有的人天天锻炼身体。

4. 在一阶逻辑中将下列命题符号化:

- 1) 火车都比轮船快。
- 2) 有的火车比有的汽车快。
- 3) 不存在比所有火车都快汽车。
- 4) 说凡是汽车就比火车慢是不对的。

5. 将下列命题符号化, 个体域为实数域 $\mathbf{R}$ , 并指出个命题的真值:

- 1) 对所有的 $x$ , 都存在 $y$ 使得 $x \cdot y = 0$ 。
- 2) 存在 $x$ , 使得对所有 $y$ 使得 $x \cdot y = 0$ 。
- 3) 对所有的 $x$ , 都存在 $y$ 使得 $y = x + 1$ 。
- 4) 对所有的 $x$ 和 $y$ , 都有 $x \cdot y = y \cdot x$ 。
- 5) 对任意的 $x$ 和 $y$ , 都有 $x \cdot y = x + y$ 。
- 6) 对于任意的 $x$ , 存在 $y$ 使得 $x^2 + y^2 < 0$ 。

6. 给定解释  $I$  如下:

a) 个体域为实数集合 $\mathbf{R}$ ;

b) 特定元素  $\bar{a} = 0$ ;

c) 函数  $\bar{f}(x, y) = x - y, x, y \in \mathbf{R}$ ;

d) 谓词  $\bar{F}(x, y): x = y, \bar{G}(x, y): x < y, x, y \in \mathbf{R}$ 。

给出下列公式在 $I$ 下的解释, 并指出它们的真值:

- 1)  $\forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow \neg F(x, y))$
- 2)  $\forall x \forall y (F(f(x, y), a) \rightarrow G(x, y))$
- 3)  $\forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow \neg F(f(x, y), a))$
- 4)  $\forall x \forall y (G(f(x, y), a) \rightarrow F(x, y))$

7. 给定解释  $I$  如下:

- a) 个体域  $D = \mathbb{N}$  ( $\mathbb{N}$  为自然数);
- b) 特定元素  $\bar{a} = 2$ ;
- c)  $\mathbb{N}$  上函数  $\bar{f}(x, y) = x + y$ ,  $\bar{g}(x, y) = x \cdot y$ ;
- d)  $D$  上谓词  $\bar{F}(x, y): x = y$ .

给出下列公式在  $I$  下的解释, 并指出它们的真值:

- 1)  $\forall x F(g(x, a), x)$
- 2)  $\forall x \forall y (F(f(x, a), y) \rightarrow F(f(y, a), x))$
- 3)  $\forall x \forall y \exists z (F(f(x, y), z))$
- 4)  $\exists x F(f(x, x), g(x, x))$

8. 判断下列各式的类型:

- 1)  $F(x, y) \rightarrow (G(x, y) \rightarrow F(x, y))$
- 2)  $\forall x (F(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow \exists y (G(y) \rightarrow \neg G(y))$
- 3)  $\forall x \exists y F(x, y) \rightarrow \exists x \forall y F(x, y)$ .
- 4)  $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x F(x, y)$
- 5)  $\forall x \forall y (F(x, y) \rightarrow F(y, x))$ .
- 6)  $\neg (\forall x F(x) \rightarrow \exists y G(y)) \wedge \exists y G(y)$

9. 证明下面公式既不是永真式也不是矛盾式:

- 1)  $\forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \wedge H(x, y)))$
- 2)  $\forall x \forall y (F(x) \wedge G(y) \rightarrow H(x, y))$