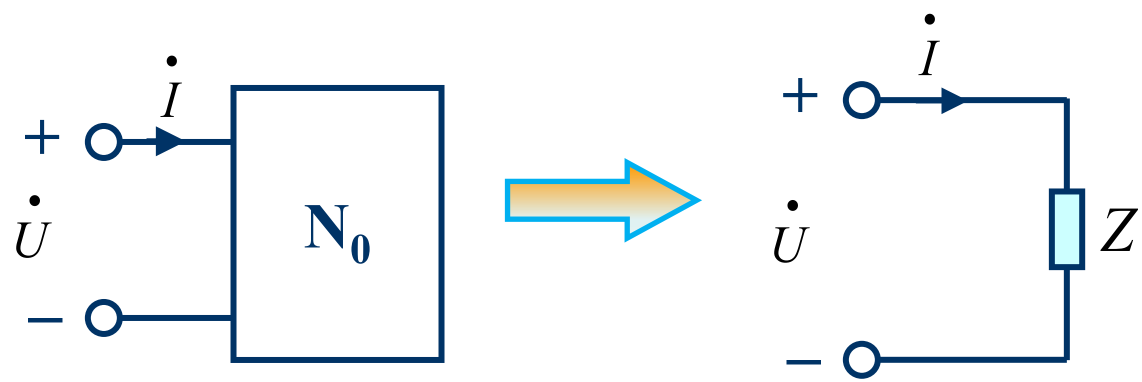
# 第9章 正弦稳态电路的分析

# § 9-1 阻抗和导纳

## 1. 阻抗

### (1) 定义

**正弦稳态情况下**




阻抗 $$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z|\angle\varphi_Z$$

欧姆定律的相量形式

# § 9-1 阻抗和导纳

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z| \angle \varphi_Z$$

阻抗模：$|Z| = U / I$

阻抗角：$\varphi_Z = \psi_u - \psi_i$

阻抗 $Z$ 的代数形式可写为：$Z = R + jX$

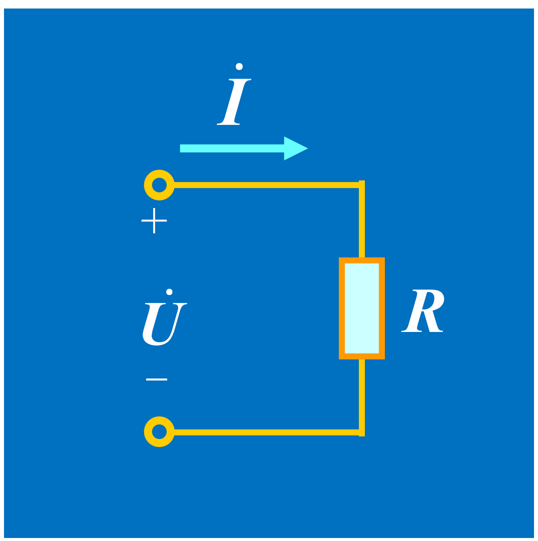
实部 — 电阻（$R$）：$R = |Z| \cos\varphi_Z$

虚部 — 电抗（$X$）：$X = |Z| \sin\varphi_Z$

# § 9-1 阻抗和导纳

## (2) *R*、*L*、*C* 对应的阻抗

### ① 电阻*R*对应的阻抗

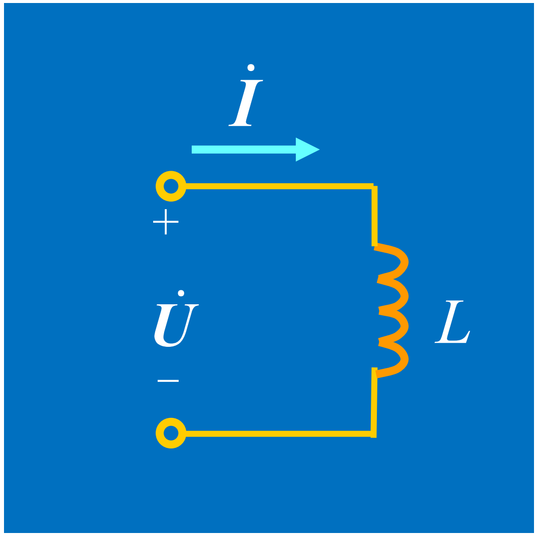



$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R$$

**电阻*R*的阻抗：**

**——实部为*R*，虚部为零。**

## ② 电感$L$对应的阻抗



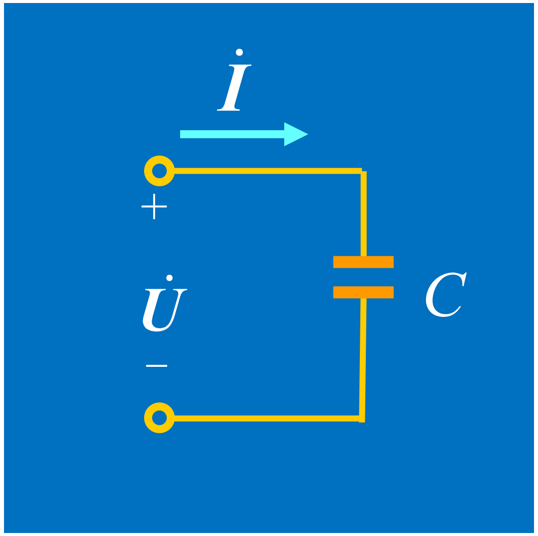

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\mathrm{j}\omega L=\mathrm{j}X_L$$

**电感$L$的阻抗：**

——实部为零，虚部为 $\omega L$ 。

**感抗：** $X_L=\omega L$

## ③ 电容$C$对应的阻抗




$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}=\mathrm{j}X_C$$

**电容$C$的阻抗：**

—— **实部为零，虚部为** $-\dfrac{1}{\omega C}$ 。

**容抗：** $X_C=-\dfrac{1}{\omega C}$

# § 9-1 阻抗和导纳

## 说明

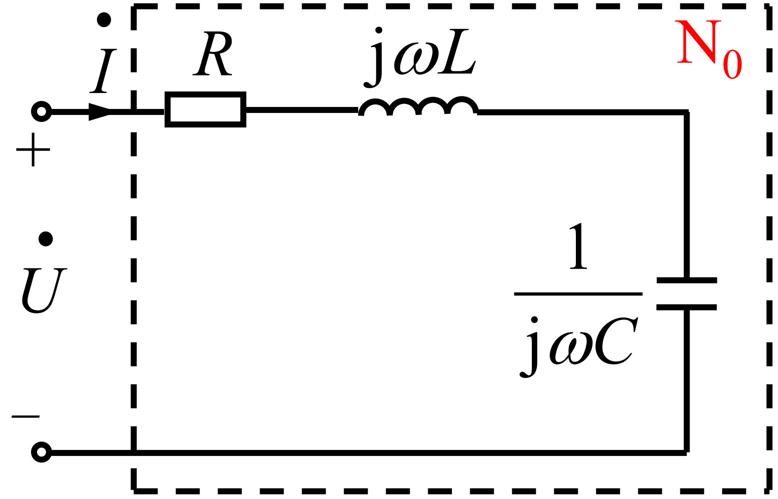
(1) **阻抗**是复数（不是正弦量，所以不对应一个相量，只是普通的复数，模和辐角）；

(2) **电抗**是实数（只有大小，没有辐角），电抗包括感抗和容抗。

# § 9-1 阻抗和导纳

## (3) *RLC*串联电路

**如果$N_0$内部为*RLC*串联电路，如下图所示：**




**根据KVL有：** $\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C=\dot{I}R+j\omega L\dot{I}+\dfrac{\dot{I}}{j\omega C}$

# § 9-1 阻抗和导纳

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}R + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

则阻抗$Z$为： $Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

$$= R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + jX = |Z|\angle\varphi_Z$$

**$Z$的实部就是电阻$R$；它的虚部$X$（即电抗）为:**

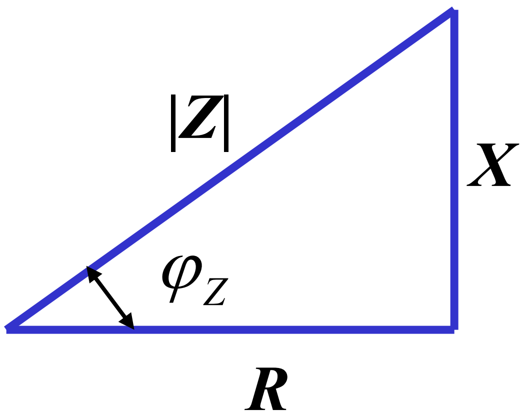
$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L + X_C$$

# § 9-1 阻抗和导纳

**$Z$ 的模值和辐角分别为:**

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$\varphi_Z = \arctan(\frac{X}{R}) = \arctan(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R})$$




**阻抗三角形**

# § 9-1 阻抗和导纳

## 电路的性质:

$$\boxed{Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + jX = |Z|\angle\varphi_Z}$$

$$\begin{cases} \text{当 } X > 0\text{，即 } \omega L > \dfrac{1}{\omega C} \text{ 时，称电路呈感性；} \\ \text{当 } X < 0\text{，即 } \omega L < \dfrac{1}{\omega C} \text{ 时，称电路呈容性；} \\ \text{当 } X = 0\text{，即 } \omega L = \dfrac{1}{\omega C} \text{ 时，称电路呈阻性（串联谐振）。} \end{cases}$$

# § 9-1 阻抗和导纳

## 2. 导纳

### (1) 定义

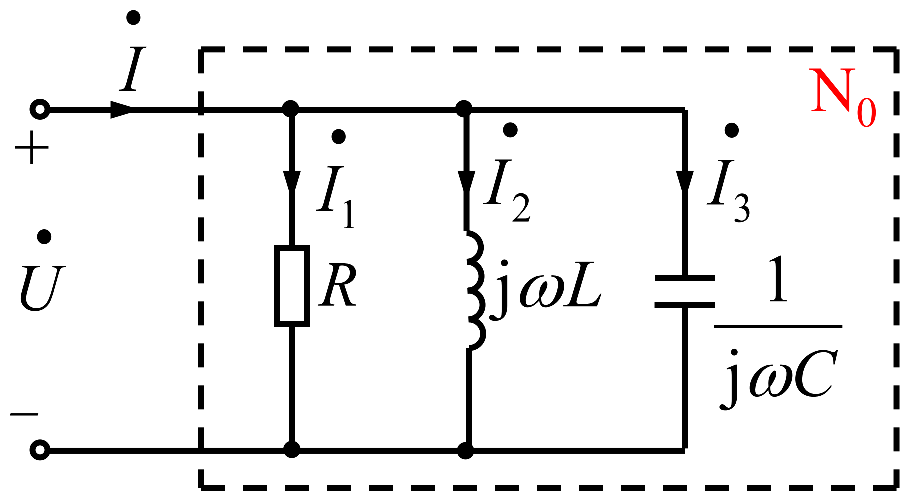
阻抗 $Z$ 的倒数定义为**导纳**，用 $Y$ 表示：

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I}{U}\angle(\psi_i - \psi_u) = |Y|\angle\varphi_{\mathrm{Y}}$$

**导纳模**：$|Y| = \dfrac{I}{U}$　　**导纳角**：$\varphi_{\mathrm{Y}} = \psi_i - \psi_u$

## (3) *RLC*并联电路

如果一端口$N_0$内部为*RLC*并联电路，如下图所示




根据KCL有： $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

# § 9-1 阻抗和导纳

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3$$

其中：$\dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}}{R}, \dot{I}_2=\dfrac{\dot{U}}{\mathrm{j}\omega L}, \dot{I}_3=\mathrm{j}\omega C\dot{U}$

$$\therefore \quad Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}+\mathrm{j}\omega C=\frac{1}{R}+\mathrm{j}(\omega C-\frac{1}{\omega L})$$

***Y*的实部就是电导** $G(=\dfrac{1}{R})$，**虚部** $B=\omega C-\dfrac{1}{\omega L}=B_{\mathrm{C}}+B_{\mathrm{L}}$。

***Y*的模值和辐角分别为：**

$$|Y|=\sqrt{G^2+B^2}=\sqrt{G^2+(\omega C-\frac{1}{\omega L})^2} \qquad \varphi_{\mathrm{Y}}=\arctan\frac{B}{G}=\arctan(\frac{\omega C-\frac{1}{\omega L}}{G})$$

# § 9-1 阻抗和导纳

## 电路的性质:

$$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}+\mathrm{j}\omega C=\frac{1}{R}+\mathrm{j}(\omega C-\frac{1}{\omega L})$$

$$\begin{cases} \text{当 } B>0\text{，即 } \omega C>\frac{1}{\omega L}\text{ 时，称电路呈容性；} \\ \text{当 } B<0\text{，即 } \omega C<\frac{1}{\omega L}\text{ 时，称电路呈感性；} \\ \text{当 } B=0\text{，即 } \omega C=\frac{1}{\omega L}\text{ 时，称电路呈阻性（并联谐振）。} \end{cases}$$

## 4. 阻抗（或导纳）的串联和并联

### (1) 阻抗的串联

对于由$n$个阻抗串联而成的电路，其等效阻抗：

$$Z_{\mathrm{eq}}=Z_1+Z_2+\cdots+Z_n$$

各个阻抗的电压分配关系为:

$$\dot{U}_k=\frac{Z_k}{Z_{\mathrm{eq}}}\dot{U}\quad(k=1,2,\cdots,n)$$

## (2) 导纳的并联

对于由$n$个导纳并联而成的电路，其等效导纳:

$$Y_{\mathrm{eq}} = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$$

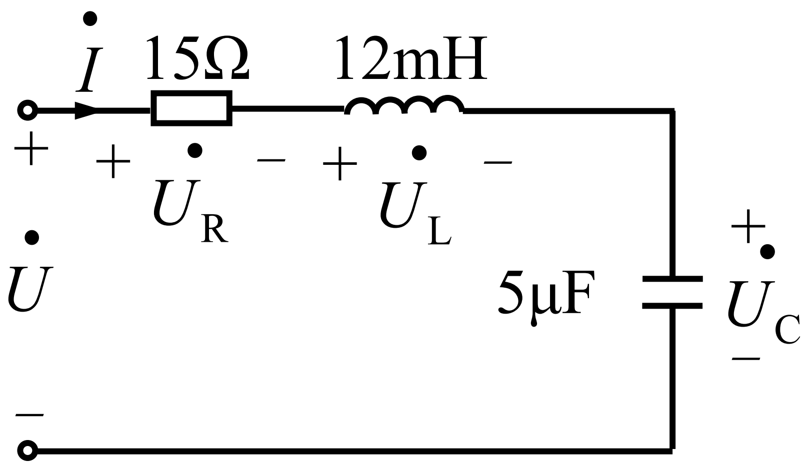
各个导纳的电流分配关系为:

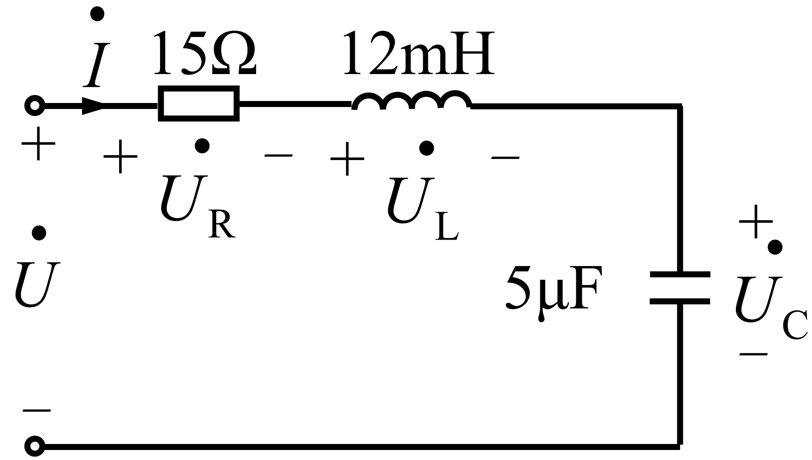
$$\dot{I}_k = \frac{Y_k}{Y_{\mathrm{eq}}} \dot{I} \quad (k = 1, 2, \cdots, n)$$

# §9-1 阻抗和导纳

## (3) 举例

**例1**：电路如下图所示，端电压 $u = 100\sqrt{2}\cos(5000t)\mathrm{V}$，试求电路中的电流 $i$（瞬时表达式）和各元件的电压相量。





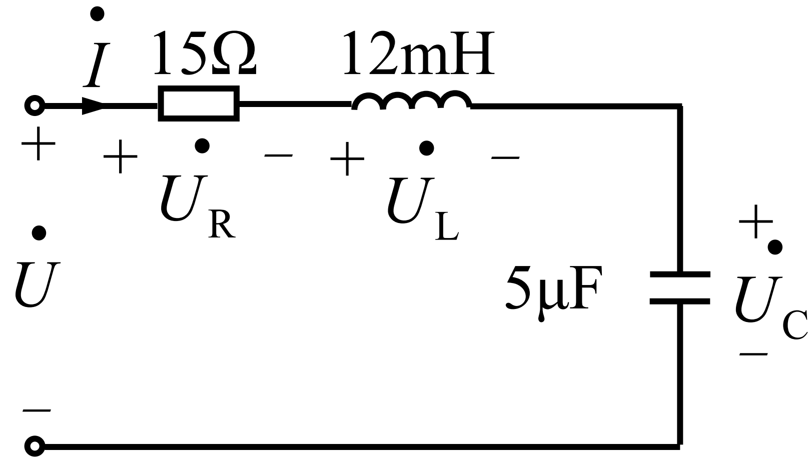

**解：**已知 $\dot{U}=100\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，计算各部分阻抗:

$$Z_R=15\Omega\,,\ Z_L=\mathrm{j}\omega L=\mathrm{j}60\Omega\,,\ Z_C=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}=-\mathrm{j}40\Omega$$

$$\therefore\quad Z_{eq}=Z_R+Z_L+Z_C=15+\mathrm{j}20\Omega=25\angle 53.13^\circ\Omega$$（感性阻抗）

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z_{eq}}=\frac{100\angle 0^\circ}{25\angle 53.13^\circ}=4\angle(-53.13^\circ)\mathrm{A}$$

正弦电流 $i$ 为：　$i=4\sqrt{2}\cos(5000t-53.13^\circ)\mathrm{A}$




各元件电压相量分别为：

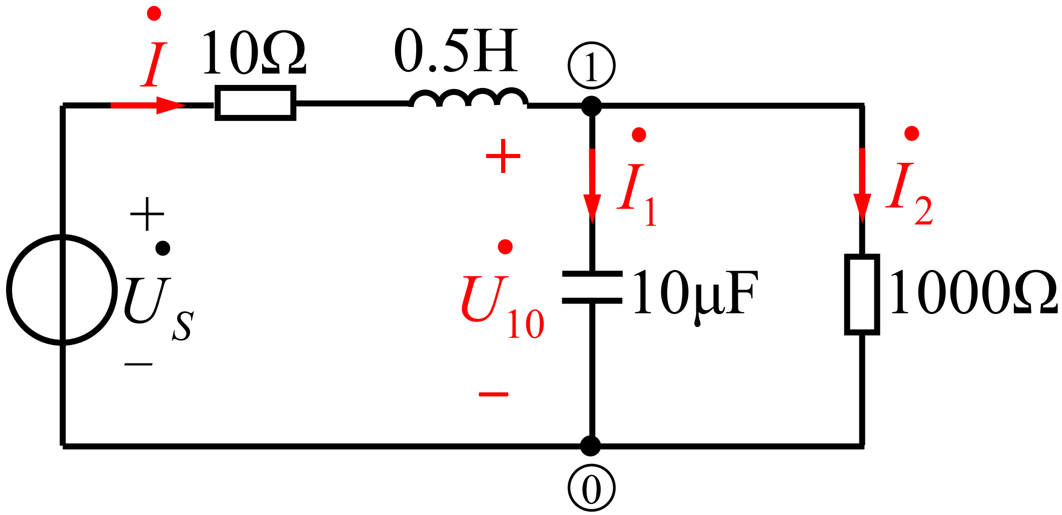
$$\dot{U}_R = R\dot{I} = 60\angle(-53.13^\circ)\text{V}$$

$$\dot{U}_L = \text{j}\omega L\dot{I} = 240\angle 36.87^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{U}_C = -\text{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I} = 160\angle(-143.13^\circ)\text{V}$$

**注意：**本例中有$U_L > U$，$U_C > U$。

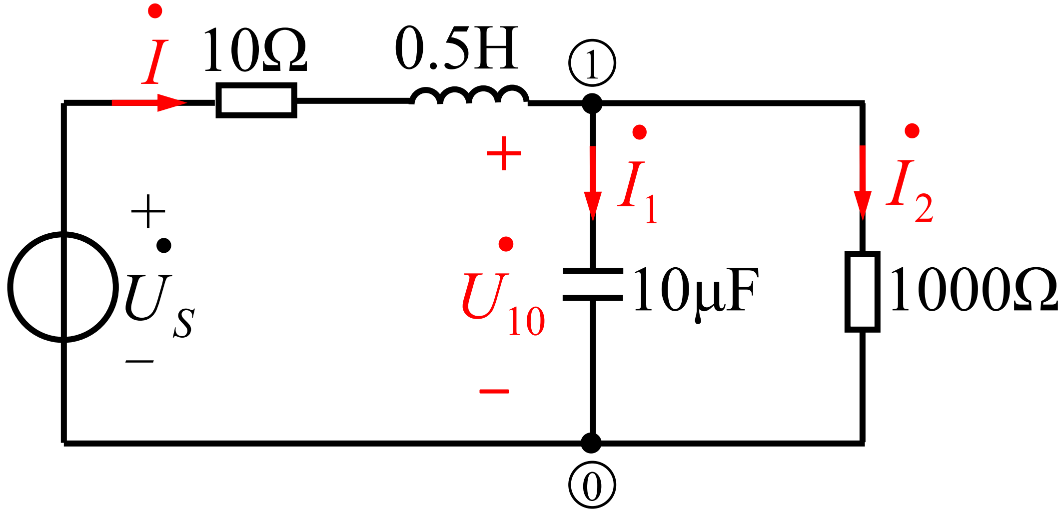
**例2：**下图所示电路，已知$U_S=100\text{V}$，$\omega=314rad/s$。求各支路电流相量$\dot{I}$、$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$和电压相量$\dot{U}_{10}$。




解：令$\dot{U}_S=100\angle 0^\circ\ \text{V}$，各阻抗计算如下：

$$Z_{\text{R}_1}=10\Omega,\ Z_{\text{R}_2}=1000\Omega$$

$$Z_{\text{L}}=\text{j}\omega L=\text{j}157\Omega,\ Z_{\text{C}}=-\text{j}\frac{1}{\omega C}=-\text{j}318.47\Omega$$




$Z_{R_2}$与$Z_C$的并联等效阻抗为$\boldsymbol{Z_{10}}$，有：

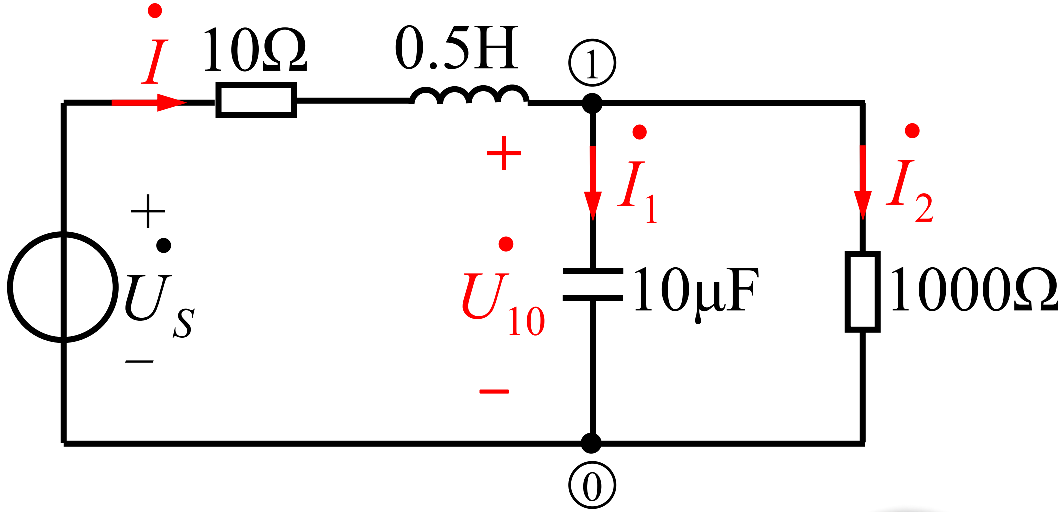
$$Z_{10}=\frac{Z_{\mathrm{R}_2}\cdot Z_{\mathrm{C}}}{Z_{\mathrm{R}_2}+Z_{\mathrm{C}}}=\frac{1000(-\mathrm{j}318.47)}{1000-\mathrm{j}318.47}$$

$$=303.45\angle(-72.33^{\circ})\Omega=(92.11-\mathrm{j}289.13)\Omega$$

总的输入阻抗$\boldsymbol{Z_{\mathrm{eq}}}$为：

$$Z_{\mathrm{eq}}=Z_{10}+Z_{\mathrm{R}_1}+Z_{\mathrm{L}}$$

$$=(102.11-\mathrm{j}132.13)\Omega=166.99\angle(-52.30^{\circ})\Omega$$




各支路电流和电压$\dot{U}_{10}$计算如下：

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_S}{Z_{\mathrm{eq}}}=0.60\angle 52.30^\circ\ \mathrm{A}$$

思考：是否还有其它求解$\dot{I}_1$和$\dot{I}_2$的方法？

$$\dot{U}_{10}=Z_{10}\dot{I}=182.07\angle(-20.03^\circ)\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_{10}}{Z_{\mathrm{C}}}=0.57\angle 69.97^\circ\ \mathrm{A}\qquad \dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{10}}{Z_{\mathrm{R}_2}}=0.18\angle(-20.03^\circ)\mathrm{A}$$

# § 9-2 电路的相量图

## 1. 相量图的定义

将电路中的所有电压、电流相量绘制在同一个复平面上所形成的图形称为电路的相量图。

## 2. 绘制相量图的目的

(1) 可以直观地显示各相量之间的关系，既包括各元件自身的VCR关系，也包括各元件之间的拓扑连接关系，即KCL和KVL关系；

(2) 借助于相量图可以方便交流电路的分析和计算。

（具体实例见§9.5 复功率中“功率因数的提高”部分）

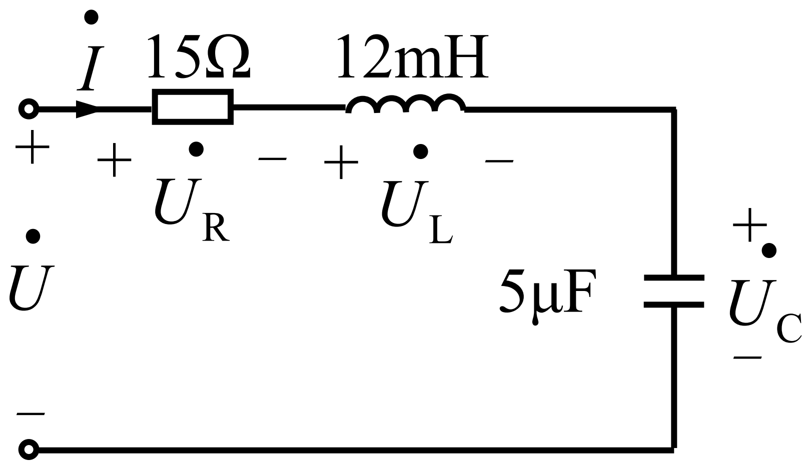
# § 9-2 电路的相量图

## 3. 绘制相量图的一般方法

(1) 如果绘制电路串联部分的相量图，则以电流相量作为参考相量，根据支路元件的VCR确定各元件的电压相量，然后再根据回路上的KVL方程，用相量平移求和的法则，画出回路上各电压相量所组成的多边形；

(2) 如果绘制电路并联部分的相量图，则以电压相量作为参考相量，根据支路元件的VCR确定各并联支路的电流相量；然后，再根据结点上的KCL方程，用相量平移求和法则，画出结点上各支路电流相量组成的多边形。

**例1：画出上节例1所示电路的相量图。**



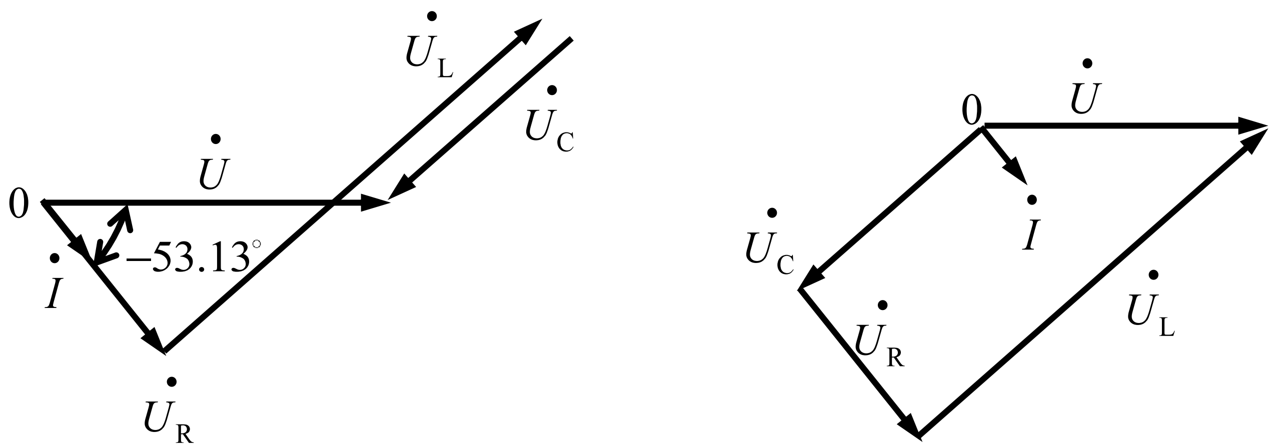

$$\dot{U} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I} = 4\angle(-53.13^\circ)\text{A}$$

$$\dot{U}_R = 60\angle(-53.13^\circ)\text{V}$$

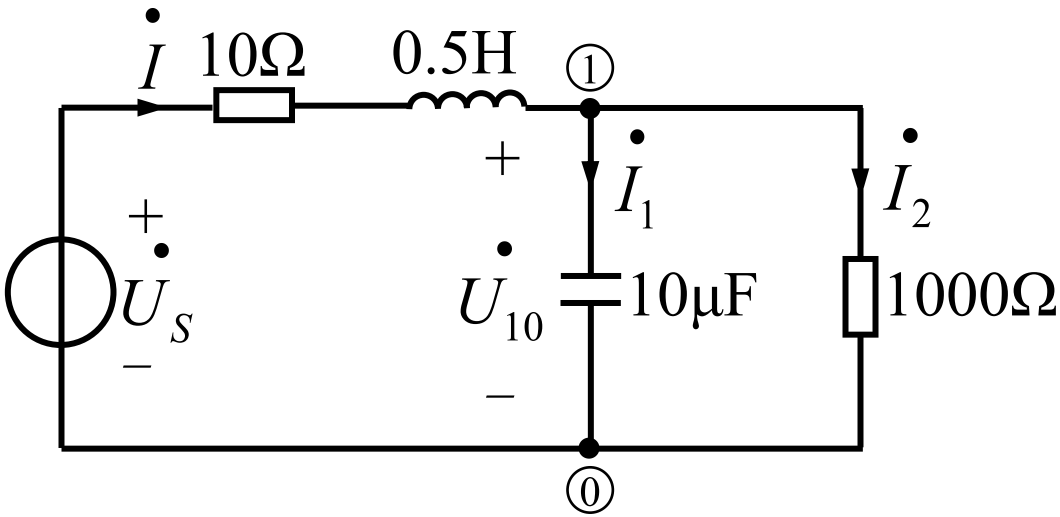
$$\dot{U}_L = 240\angle 36.87^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = 160\angle(-143.13^\circ)\text{V}$$




(*a*) (*b*)

**例2：画出上节例2所示电路的相量图。**



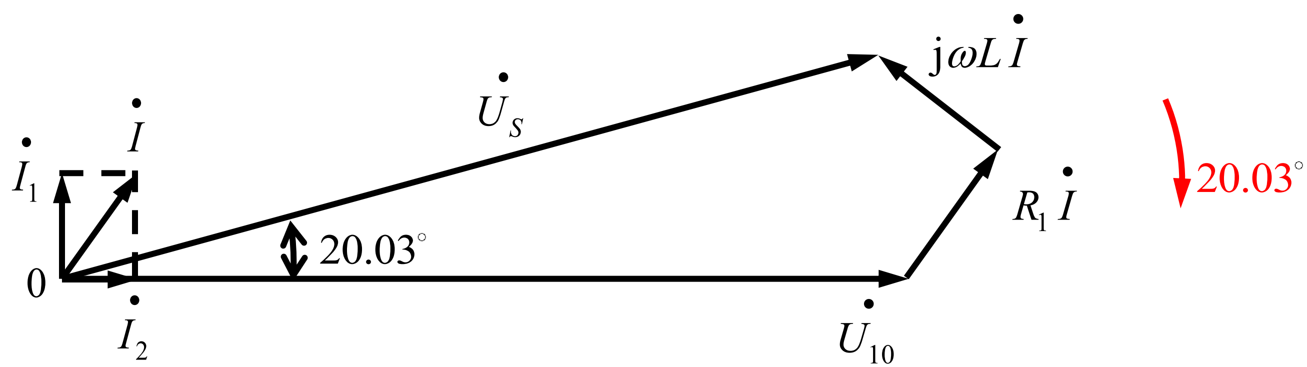

$$\dot{U}_S = 100\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I} = 0.60\angle 52.30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{10} = 182.07\angle(-20.03^\circ)\text{V}$$

$$\dot{I}_1 = 0.57\angle 69.97^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 0.18\angle(-20.03^\circ)\text{A}$$



# § 9-3 正弦稳态电路的分析

## 1. 理论推广

应用相量法分析计算正弦电流电路时，通过相量、阻抗、导纳和KCL、KVL相量形式的引入，使得正弦电流电路在形式上与直流电阻电路非常相似，具体体现如下表所示。

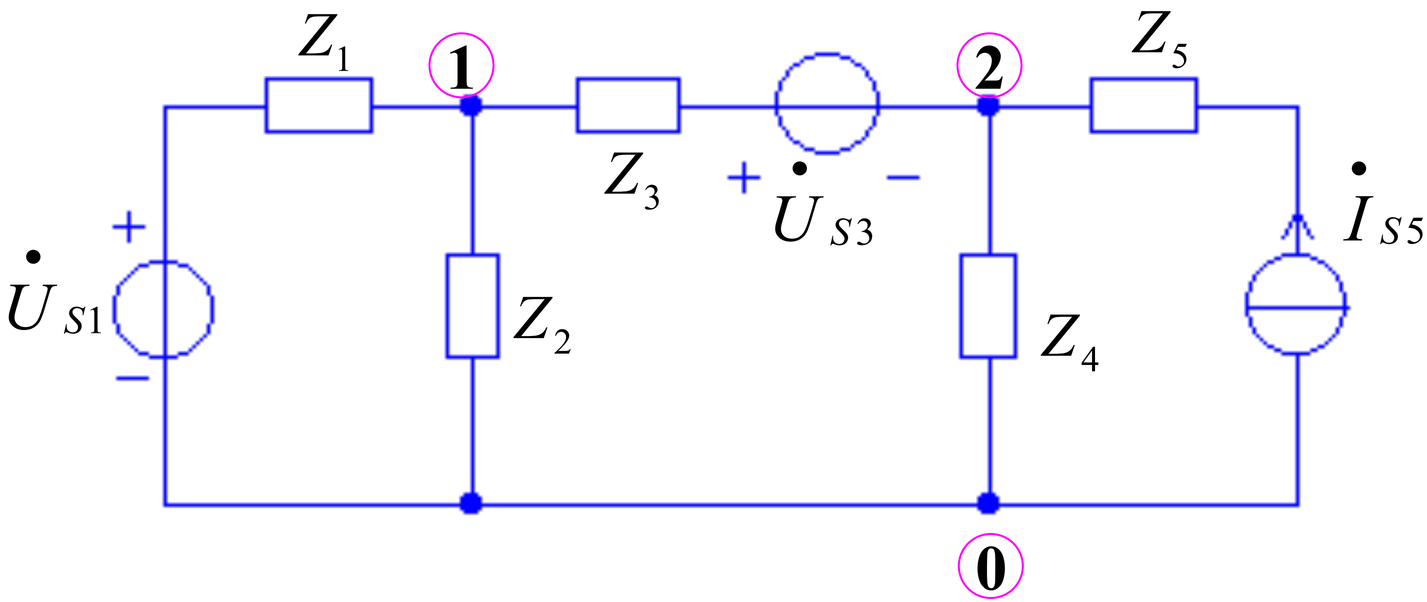
| 直流电阻电路 | 正弦电流电路 |
|---|---|
| $\Sigma I = 0$ | $\Sigma \dot{I} = 0$ |
| $\Sigma U = 0$ | $\Sigma \dot{U} = 0$ |
| $U = RI$<br>$I = GU$ | $\dot{U} = Z\dot{I}$<br>$\dot{I} = Y\dot{U}$ |

# §9-3 正弦稳态电路的分析

因此，直流电阻电路中的各种分析方法和电路定理均可用于正弦电路的稳态分析，二者之间的主要差别如下表所示：

| 直流电阻电路 | 正弦电流电路 |
| --- | --- |
| 所列代数方程中的变量均为直流量 | 所列代数方程中的变量均为相量 |
| 方程中的系数均为实数 | 方程中的系数均为复数 |
| 求解方程时进行的是实数运算 | 求解方程时进行的是复数运算 |

**例1**：电路中的独立电源全都是同频正弦量。试列出该电路的结点电压方程和回路电流方程。



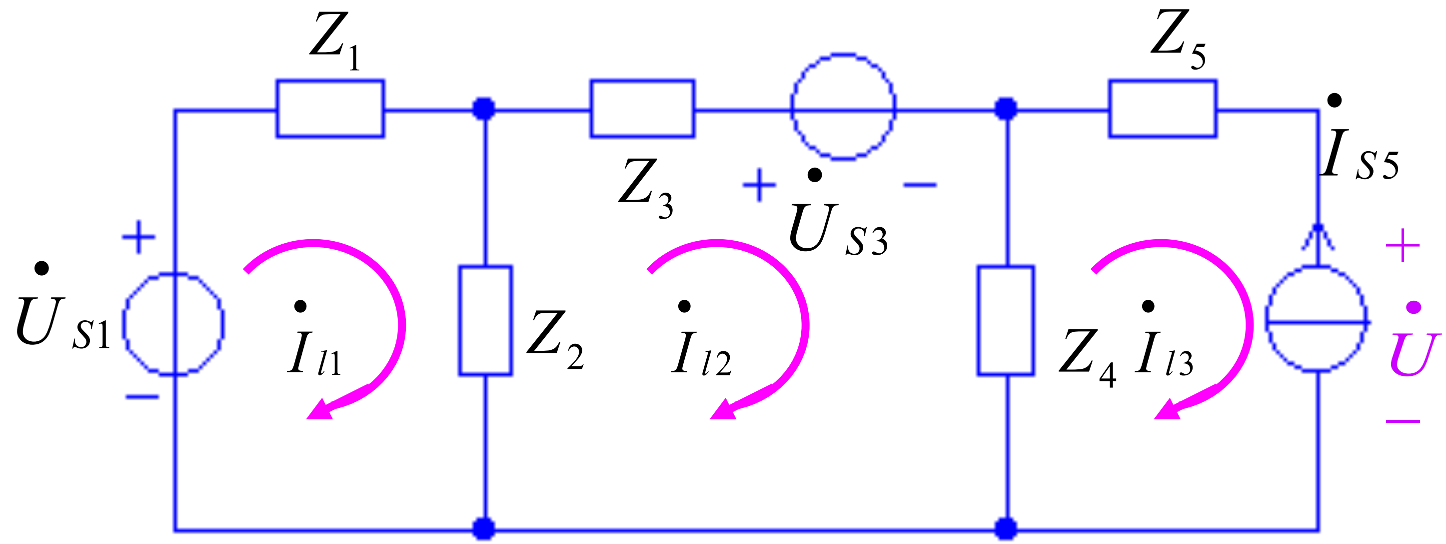

解：电路的结点电压方程为：

$$(Y_1+Y_2+Y_3)\dot U_{n1} - Y_3\dot U_{n2} = +Y_1\dot U_{S1} + Y_3\dot U_{S3}$$

$$-Y_3\dot U_{n1} + (Y_3+Y_4+Y_5)\dot U_{n2} = -Y_3\dot U_{S3} + \dot I_{S5}$$

$Y_3+Y_4$

# 网孔电流方程




$$(Z_1+Z_2)\dot{I}_{l1} - Z_2\dot{I}_{l2} + 0\,\dot{I}_{l3} = +\dot{U}_{S1}$$

$$-Z_2\dot{I}_{l1} + (Z_2+Z_3+Z_4)\dot{I}_{l2} - Z_4\dot{I}_{l3} = -\dot{U}_{S3}$$

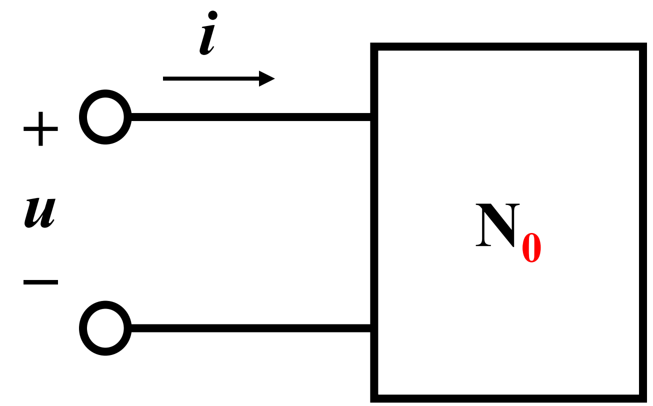
$$0\,\dot{I}_{l1} - Z_4\dot{I}_{l2} + (Z_4+Z_5)\dot{I}_{l3} = -\dot{U}$$

附加方程： $\dot{I}_{l3} = -\dot{I}_{S5}$

# § 9-4 正弦稳态电路的功率

## 1. 瞬时功率

设右图所示一端口$N_0$内部不含独立电源，仅含电阻、电感和电容等无源元件。




在正弦稳态情况下，设

$$u = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \psi_u)$$

$$i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_i)$$

则瞬时功率为

$$p = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \psi_u) \times \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_i)$$

# § 9-4 正弦稳态电路的功率

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$p = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\psi_u)\times\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$$

$$= UI\cos(\psi_u-\psi_i)+UI\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)$$

令 $\varphi = \psi_u - \psi_i$ 为电压和电流之间的相位差，则

$$p = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)$$

瞬时功率还可以改写为： $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$$p = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t+2\psi_u-\varphi)$$

$$= UI\cos\varphi + UI\cos\varphi\cos(2\omega t+2\psi_u)+UI\sin\varphi\sin(2\omega t+2\psi_u)$$

$$= UI\cos\varphi\{1+\cos[2(\omega t+\psi_u)]\}+UI\sin\varphi\sin[2(\omega t+\psi_u)]$$

## 2. 有功功率、无功功率、视在功率

### (1) 有功功率

有功功率又称平均功率，是指瞬时功率在一个周期（$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$）内的平均值，用大写字母 $P$ 表示：

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T UI\left[\cos\varphi+\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)\right]\mathrm{d}t$$

$$\boxed{=UI\cos\varphi}$$

有功功率代表一端口实际消耗的功率，式中 $\cos\varphi$ 称为功率因数，并用 $\lambda$ 表示，即有 $\lambda=\cos\varphi$。

**(2) 无功功率**

$$Q \overset{def}{=} UI\sin\varphi$$

无功功率与瞬时功率的可逆部分有关，它衡量了无源元件与电源之间能量交换的规模。

**(3) 视在功率**

$$S \overset{def}{=} UI$$

视在功率衡量了外部电源提供的功率容量。

有功功率的单位用W（瓦）表示；

无功功率的单位用Var（乏）表示；

视在功率用V•A（伏安）表示。

## (4) 三者关系

**有功功率*P*、无功功率*Q*、视在功率*S*之间存在以下关系：**

$$P = S\cos\varphi$$

$$Q = S\sin\varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right)$$

# § 9-4 正弦稳态电路的功率

## (5) *R*、*L*、*C* 的功率

### ① 电阻*R*

由于$\varphi=\psi_u-\psi_i=0$，所以瞬时功率：

$$p_{\mathrm{R}}=UI\cos\varphi\{1+\cos[2(\omega t+\psi_u)]\}+UI\sin\varphi\sin[2(\omega t+\psi_u)]$$

$$=UI\left\{1+\cos\left[2\left(\omega t+\psi_u\right)\right]\right\}$$

它始终大于或等于零，这说明电阻一直在吸收能量。

**电阻的有功功率（平均功率）为：**

$$P_{\mathrm{R}}=UI\cos\varphi=UI=I^2R=GU^2$$

**电阻的无功功率为：** $Q_{\mathrm{R}}=UI\sin\varphi=0$

**电阻的视在功率为：** $S_{\mathrm{R}}=UI=P_{\mathrm{R}}$

# § 9-4 正弦稳态电路的功率

## ② 电感$L$

由于$\varphi=\dfrac{\pi}{2}$，所以瞬时功率：

$$p_{\mathrm{L}}=UI\cos\varphi\{1+\cos[2(\omega t+\psi_u)]\}+UI\sin\varphi\sin[2(\omega t+\psi_u)]$$

$$=UI\sin\left[2\left(\omega t+\psi_u\right)\right]$$

$p_{\mathrm{L}}$正负交替变化，说明电感元件和电源之间有能量的来回交换。

**电感的有功功率（平均功率）为：** $P_{\mathrm{L}}=UI\cos\varphi\ =0$

**电感的无功功率为：** $Q_{\mathrm{L}}=UI\sin\varphi\ =UI=\omega LI^2=\dfrac{U^2}{\omega L}$

**电感的视在功率为：** $S_{\mathrm{L}}=UI=Q_{\mathrm{L}}$

# § 9-4 正弦稳态电路的功率

## ③ 电容$C$

由于$\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$，所以瞬时功率为：

$$p_{\mathrm{C}}=UI\cos\varphi\{1+\cos[2(\omega t+\psi_u)]\}+UI\sin\varphi\sin[2(\omega t+\psi_u)]$$

$$=-UI\sin\left[2\left(\omega t+\psi_u\right)\right]$$

$p_{\mathrm{C}}$ 正负交替变化，说明电容元件和电源之间有能量的来回交换。

**电容的有功功率（平均功率）为：** $P_{\mathrm{C}}=UI\cos\varphi\ \ =0$

**电容的无功功率为：** $Q_{\mathrm{C}}=UI\sin\varphi=-UI=-\dfrac{1}{\omega C}I^2=-\omega CU^2$

**电容的视在功率为：** $S_{\mathrm{C}}=UI=-Q_{\mathrm{C}}$

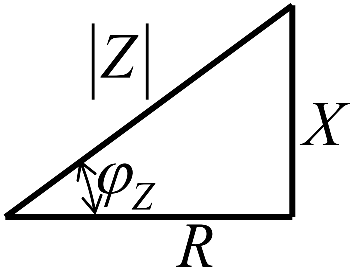
## ④ *RLC*串联电路

如果一端口$N_0$为*RLC*串联电路，则其阻抗为：

$$Z = R + \mathrm{j}X = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

根据 $U = I|Z|$，可得一端口的有功功率（平均功率）为：

$$P = UI\cos\varphi = I^2|Z|\cos\varphi = I^2 R$$

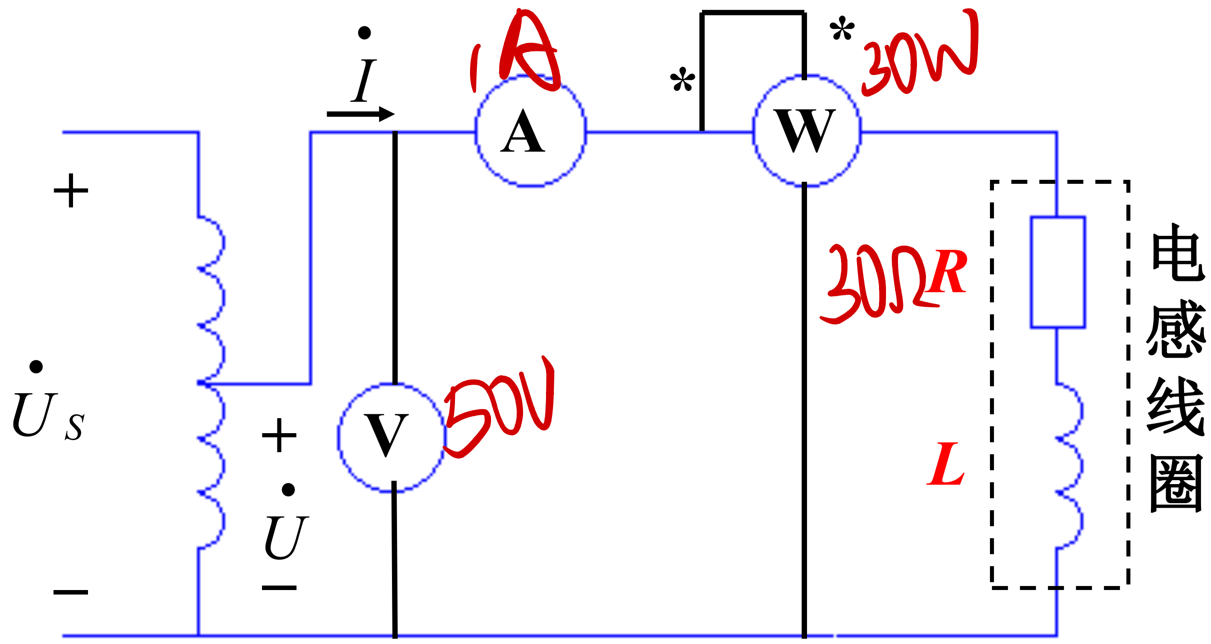


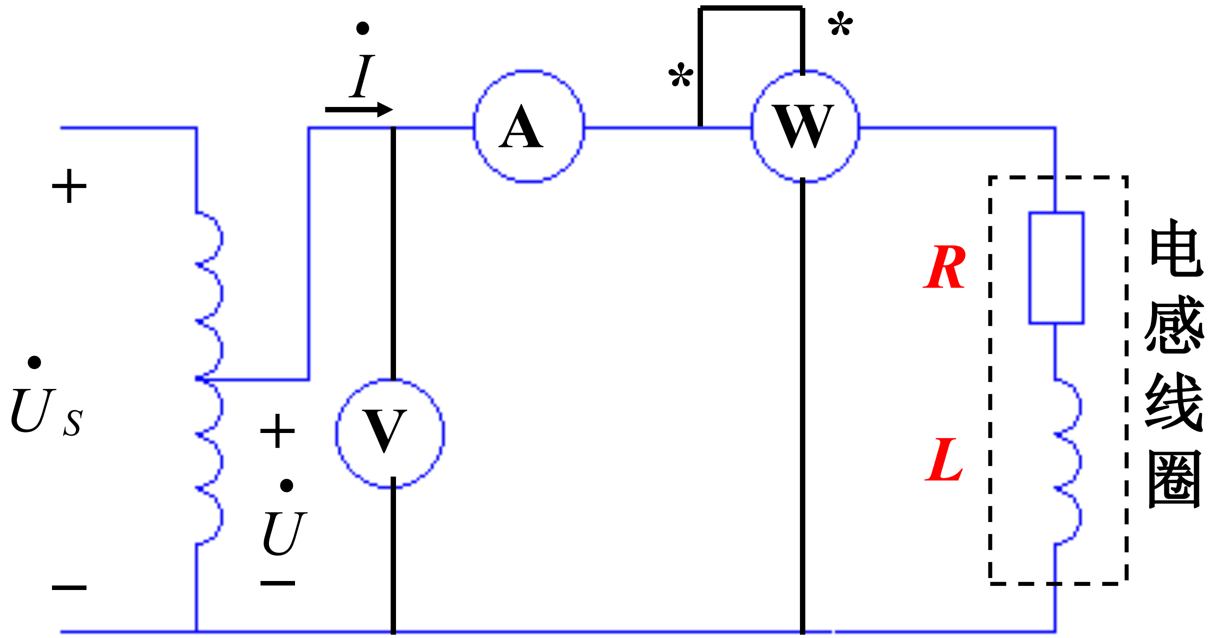

一端口的无功功率为：

$$Q = UI\sin\varphi = I^2|Z|\sin\varphi = I^2 X = I^2(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = Q_{\mathrm{L}} + Q_{\mathrm{C}}$$

**例：**下图是测量电感线圈$R$、$L$的实验电路，已知电压表的读数为50V，电流表的读数为1A，功率表读数为30W，电源的频率$f=50\text{Hz}$。试求$R$、$L$的值。

有功功率






解：可先求得线圈的阻抗

$$Z = |Z|\angle\varphi = R + \mathrm{j}\omega L$$

$$UI\cos\varphi = 30$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = 50\Omega$$

$$\varphi = 53.13^\circ$$

$$Z = 50\angle 53.13^\circ = 30 + j40\Omega$$

$$R = 30\Omega$$

$$L = \frac{40}{\omega} = \frac{40}{2\pi f} = 127\text{mH}$$

**另一种解法:**

$$I^2 R = 30 \Longrightarrow R = 30\Omega$$

而

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{U}{I} = 50\ \Omega$$

**故可求得:** $\omega L = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40\ \Omega$

$$L = \frac{40}{\omega} = \frac{40}{2\pi f} = 127\text{mH}$$

# §9-5 复功率

## 1. 复功率

设一个一端口的电压相量为 $\dot{U}$，电流相量为 $\dot{I}$，则复功率 $\overline{S}$ 定义为：

$$\overline{S} \overset{def}{=} \dot{U}\overset{*}{\dot{I}} = U\angle\psi_u \cdot I\angle(-\psi_i) = UI\angle(\psi_u - \psi_i)$$

$$= UI\angle\varphi = UI\cos\varphi + \mathrm{j}UI\sin\varphi = P + \mathrm{j}Q$$

式中，$\overset{*}{\dot{I}}$ 是 $\dot{I}$ 的共轭复数，$\overset{*}{\dot{I}} = I\angle(-\psi_i)$。

复功率的单位为V•A。

## 3. 功率因数的提高

### (1) 提高功率因数的意义

① 提高电源设备的利用率；

② 减小传输线路上的功率损耗。

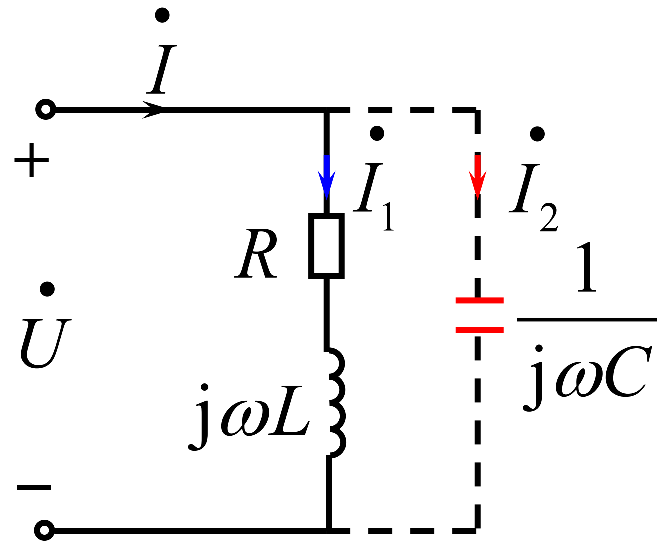
### (2) 提高功率因数的方法

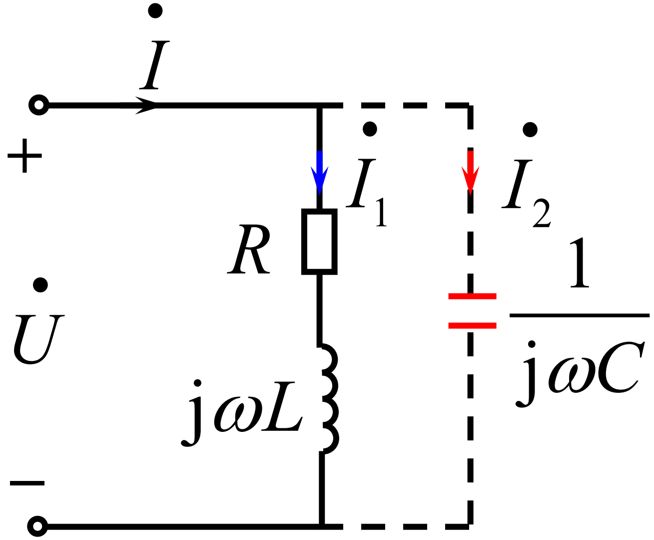
① 在感性负载两端并联电容；

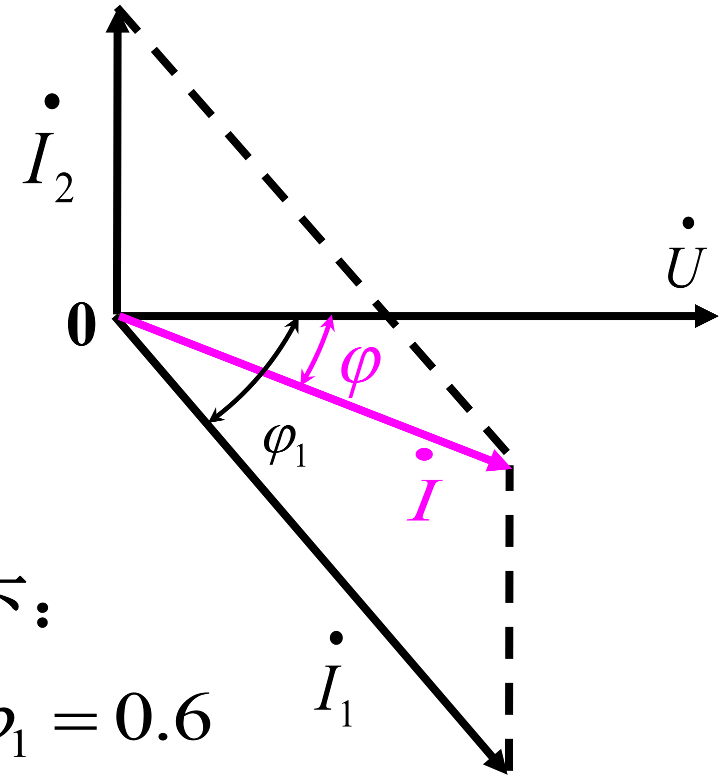
② 在容性负载两端并联电感。

# § 9-5 复功率

**例：正弦电压为50Hz、380V，感性负载吸收的功率为20kW，功率因数为0.6。若使电路的功率因数提高到0.9，求在负载的两端并接的电容值。**






**解：** 借助于相量图进行分析如下：

$$P = UI_1 \cos\varphi_1 \qquad \cos\varphi_1 = 0.6$$

$$I_1 = 87.72\text{A} \qquad \varphi_1 = 53.13^\circ$$

$$P = UI\cos\varphi \qquad \cos\varphi = 0.9$$

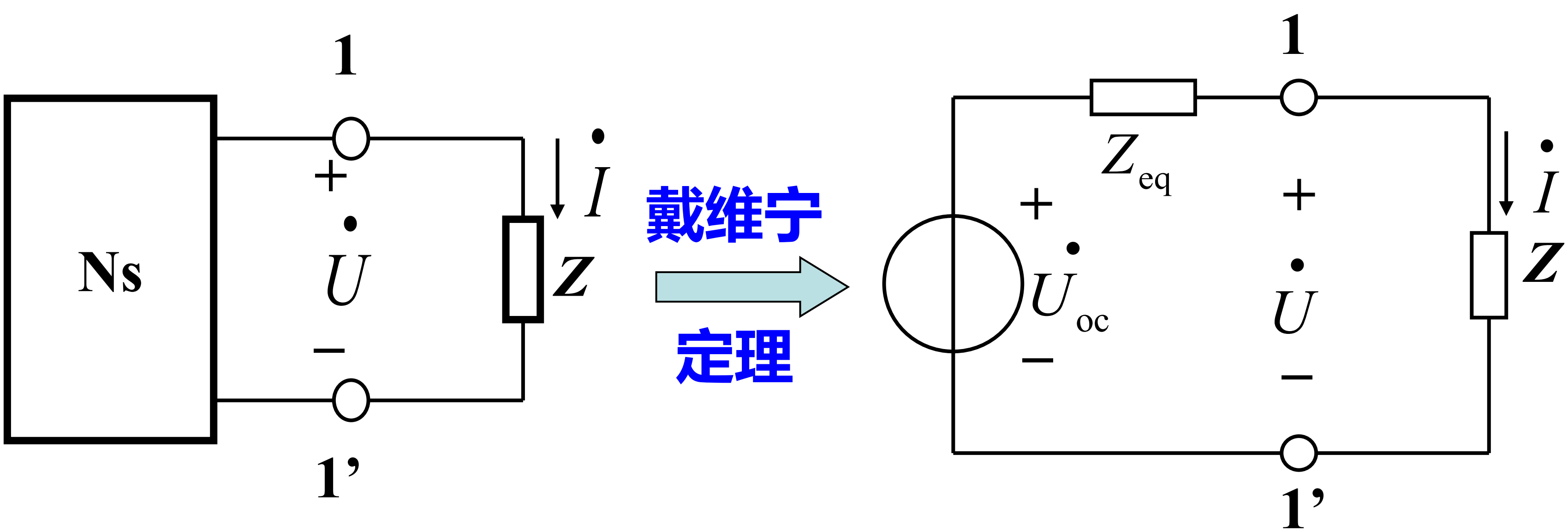
$$I = 58.48\text{A} \qquad \varphi = 25.84^\circ$$

$$I_2 = I_1 \sin\varphi_1 - I\sin\varphi = 44.69\text{A}$$

$$C = \frac{I_2}{\omega U} = \frac{I_2}{2\pi f U} = 375\mu\text{F}$$

# §9-6 最大功率传输

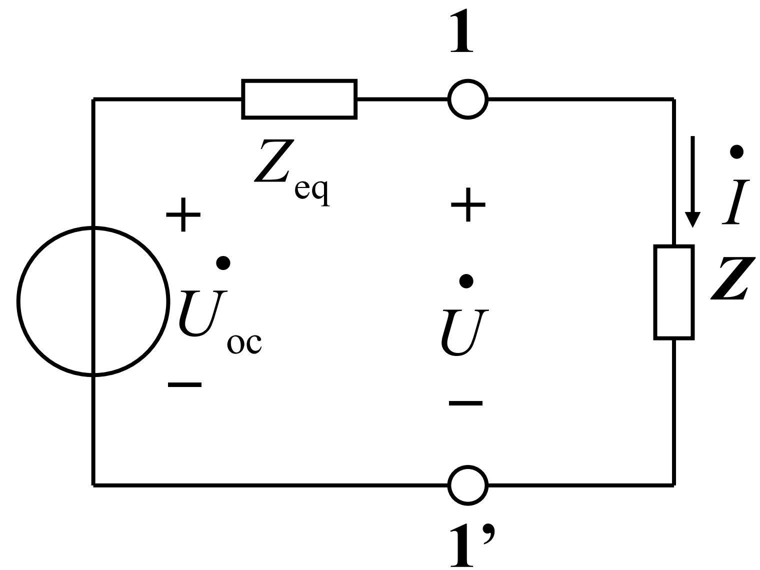
含源一端口向终端负载Z传输功率，要研究使负载获得最大功率（有功）的条件。



# § 9-6 最大功率传输

设 $Z_{eq}=R_{eq}+\mathrm{j}X_{eq}$, $Z=R+\mathrm{j}X$ 则负载吸收的有功功率为：

$$P=\frac{U_{oc}^2 R}{(R+R_{eq})^2+(X_{eq}+X)^2}$$




获得最大功率的条件为：

$$X=-X_{eq} \qquad R=R_{eq}$$

即有 $Z=R_{eq}-\mathrm{j}X_{eq}=Z_{eq}^*$

此时获得的最大功率为：$\boxed{P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}}}$

**上述获得最大功率的条件称为最佳匹配。**

# 本章重点内容小结

1. 阻抗、导纳的定义及其求法

2. 正弦稳态电路的分析方法

3. 正弦电路五种功率的定义及求法

4. 功率因数的提高

5. 最大功率传输

# 本章作业

9-1（cd）计算阻抗

9-3（24）等效电路

9-5 阻抗串并联

9-8 支路电流

9-25 功率及功率因数