

【图像处理】-022 双边滤波

之前工作中为了进行人脸美颜的磨皮工作，对双边滤波进行了研究，这里重新整理记录一下。

1 双边滤波

1.1 基本推导

1.2 高斯形式的双边滤波

1.3 个人理解

无论是在频域滤波还是空域滤波中，都讲到了高斯滤波，高斯滤波可以平滑图像、降低噪声的效果。在图像降噪有应用，但高斯滤波的平滑效果是对整个滤波区域一致的，也就是说对整个图像中，无论是边缘还是平坦区域，滤波强度都一致。而实际图像中，图像的边缘信息通常比平坦区域的信息更重要，所以，需要一种滤波，既能够对平坦区域进行滤波，同时对边缘信息能够很好的保持。由此引出了双边滤波。

1 双边滤波

1.1 基本推导

双边滤波(Bilateral Filter)是一种非线性滤波器，是结合图像的空间邻近度和像素值相似度的一种折中处理，同时考虑了空域信息和灰度相似性，从而力求在保持图像中边缘信息的同时，又实现降噪的效果。具有简单、非迭代以及局部性的特点。

在空域中，考虑一种移不变的低通局部滤波器：

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = k_d^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\xi) c(\xi - \mathbf{x}) d\xi \quad (1)$$

其中， \mathbf{h} 和 \mathbf{f} 分别表示滤波器的输出和输入图像。为了保持图像的直流分量，

$$k_d = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) d\xi \quad (2)$$

与空域中的滤波器类似，在值域中也可以考虑一种类似的滤波器：

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = k_r^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\xi) s(\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi \quad (3)$$

在这种情况下，滤波器核函数衡量的是像素之间在值域内的相似度，所以，归一化的常数是：

$$k_r = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi \quad (4)$$

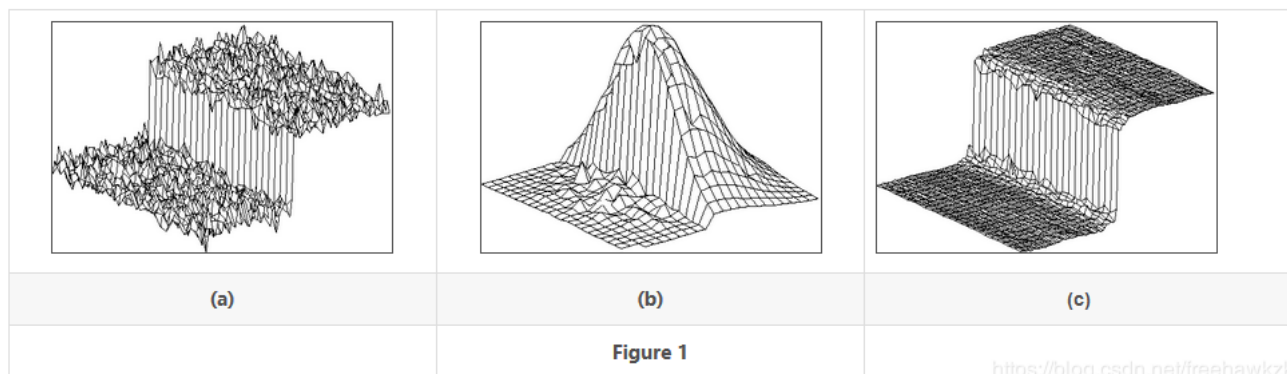
在值域滤波中，空域滤波并不起作用。值域滤波器只是改变了图像的颜色映射表，对于滤波并没有太多的作用。合适的做法，是组合空域滤波和值域滤波，对图像的空域和值域同时施加影响。组合的滤波器如下：

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = k^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\xi) c(\xi - \mathbf{x}) s(\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi \quad (5)$$

其归一化常数：

$$k(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi - \mathbf{x}) s(\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi \quad (6)$$

这种组合滤波器称为双边滤波器，它使用与 \mathbf{x} 相关的相似度和邻近距离替换该像素的值。在平滑区域，邻域内的像素的像素值彼此接近，双边滤波器与普通的空域滤波器工作结果相似，滤除由噪声引起的小的、与邻域内其它像素低相似度的像素。



当双边滤波器的中心被放在亮的一边时，相似度函数 s 假设值接近1的像素的亮的一侧，值接近0的像素的暗的一侧。此时， 23×23 的滤波器的相似度函数如图(b)所示，对于图(a)所示的输入，产生图(c)所示的输出。由于归一化系数 k 的存在，保证了邻域内所有像素的权值加起来等于1。通俗的说，此时，滤波器会忽略暗侧的像素，对亮侧的像素进行空域滤波。当双边滤波器中心被放到暗侧时，输入的亮侧会被忽略，只对暗侧进行空域滤波。由此，图像的滤波效果有空域滤波器保证，图像边缘信息的保留由值域滤波器保证。

1.2 高斯形式的双边滤波

在上面的推导过程中，空域滤波和值域滤波都可以是高斯形式。此时，距离相近函数 c 和相似度函数 s 都是关于参数的欧几里得距离的高斯函数。

$$c(\xi - \mathbf{x}) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{d(\xi - \mathbf{x})}{\sigma_d} \right)^2} \quad (7)$$

其中，

$$d(\xi - \mathbf{x}) = \|\xi - \mathbf{x}\| \quad (8)$$

d 是欧几里得距离。相似度函数 s 与 c 相似：

$$s(\xi - \mathbf{x}) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\delta(\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x}))}{\sigma_r} \right)^2} \quad (9)$$

其中

$$\delta(\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})) = |\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})| \quad (10)$$

是一种合适的衡量亮度空间中的距离的计算方式。在标量空间中，可以简单地视为像素值的差的绝对值，或者是一种亮度相关的形式。

1.3 个人理解

双边滤波实际上可以看成两个高斯滤波的组合形式，其中空域中的高斯滤波决定滤波的效果，也就是普通的高斯滤波中的强度。值域中的高斯滤波决定双边滤波器的边缘保持能力。 σ_d 和 σ_r 分别决定双边滤波的平滑能力与保边能力。