



22117408



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

**ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2**

Jeudi 5 mai 2011 (matin)

1 heure 30 minutes

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions.
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.

Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d'indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphiques dans votre réponse.

1. [Note maximale : 23]

Partie A

Une université demande à tous les étudiants en sciences d'étudier une langue étrangère pendant un an. On a fait une enquête dans cette université parmi les 150 étudiants en sciences. Ces étudiants avaient tous choisi d'étudier soit le français, soit l'espagnol, soit le russe. Les résultats de l'enquête sont présentés ci-dessous.

	Français	Espagnol	Russe
Femme	9	29	12
Homme	31	40	29

Ludmila décide d'utiliser le test du χ^2 au seuil de signification de 5 % pour déterminer si le choix de la langue est indépendant du sexe.

- (a) Énoncez l'hypothèse nulle de Ludmila. [1 point]
- (b) Donnez le nombre de degrés de liberté. [1 point]
- (c) Trouvez la fréquence théorique pour les femmes étudiant l'espagnol. [2 points]
- (d) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver la statistique du test du χ^2 pour ces données. [2 points]
- (e) Précisez si Ludmila accepte l'hypothèse nulle. Justifiez votre réponse. [2 points]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Partie B

À la fin de l'année, seulement sept femmes étudiantes en sciences ont passé les examens en sciences et en français.

Les notes de ces sept étudiantes sont présentées dans le tableau suivant.

Sciences (S)	23	51	56	62	12	73	72
Français (F)	65	45	45	40	70	36	30

- (a) Dessinez un diagramme de dispersion légendé pour ces données. Utilisez une échelle de 2 cm pour représenter 10 points sur l'axe x (S) et 10 points sur l'axe y (F). [4 points]
- (b) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver
- (i) \bar{S} , la moyenne de S ;
- (ii) \bar{F} , la moyenne de F . [2 points]
- (c) Placez le point $M(\bar{S}, \bar{F})$ sur votre diagramme de dispersion. [1 point]
- (d) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver l'équation de la droite de régression de F en fonction de S . [2 points]
- (e) Dessinez la droite de régression sur votre diagramme de dispersion. [2 points]

La note de Carletta pour l'examen de sciences était 44. Elle n'a pas passé l'examen de français.

- (f) Estimez la note de Carletta pour l'examen de français. [2 points]

La note de Monique pour l'examen de sciences était 85. Elle n'a pas passé l'examen de français. Son professeur de français veut utiliser la droite de régression pour estimer la note de Monique.

- (g) Précisez si la note obtenue par la droite de régression pour l'examen de français de Monique est fiable. Justifiez votre réponse. [2 points]

2. [Note maximale : 14]

Écrivez toutes vos réponses numériques correctes avec deux chiffres après la virgule.

Le 1^{er} janvier 2005, Daniel a investi 30 000 AUD sur un compte d'épargne appelé *Regular Saver* à un taux d'intérêt annuel **simple**. Le 1^{er} janvier 2007, il y avait 31 650 AUD sur le compte.

- (a) Calculez le taux d'intérêt. [3 points]

Le 1^{er} janvier 2005, Rebecca a investi 30 000 AUD sur un compte d'épargne appelé *Supersaver* à un taux d'intérêt annuel nominal de 2,5 % **composés annuellement**.

- (b) Calculez la somme sur le compte d'épargne *Supersaver* après deux années. [3 points]

- (c) Trouvez le nombre d'années complètes nécessaire depuis le 1^{er} janvier 2005 pour que la somme sur le compte de Rebecca dépasse la somme sur le compte de Daniel. [3 points]

Le 1^{er} janvier 2007, Daniel a réinvesti 80 % de la somme du compte d'épargne *Regular Saver* dans un compte d'épargne appelé *Extra Saver* au taux d'intérêt annuel nominal de 3 % **composés trimestriellement**.

- (d) (i) Calculez la somme d'argent réinvestie par Daniel le 1^{er} janvier 2007.
(ii) Trouvez le nombre d'années complètes nécessaire pour que la somme sur le compte d'épargne *Extra Saver* de Daniel dépasse 30 000 AUD. [5 points]

3. [Note maximale : 18]

Partie A

Une suite géométrique a pour premier terme 1024 et pour quatrième terme 128.

- (a) Montrez que la raison est $\frac{1}{2}$. [2 points]
- (b) Trouvez la valeur du onzième terme. [2 points]
- (c) Trouvez la somme des huit premiers termes. [3 points]
- (d) Trouvez le nombre de termes de la suite pour lequel la **somme** dépasse pour la première fois 2047,968. [3 points]

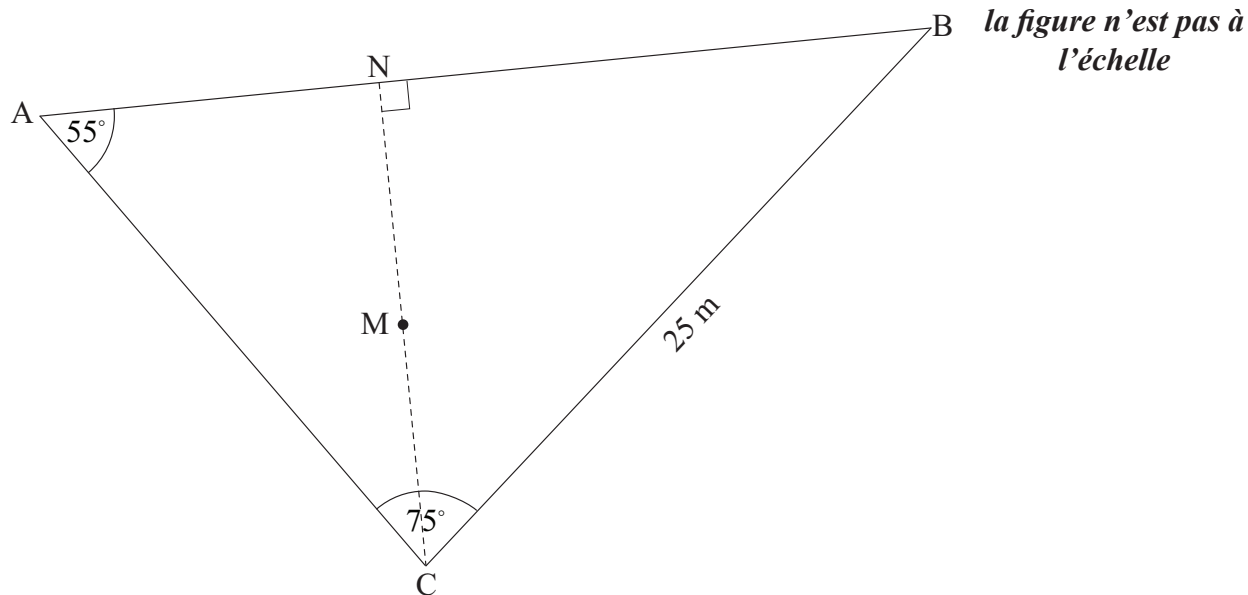
Partie B

On considère la suite arithmétique 1, 4, 7, 10, 13, ...

- (a) Trouvez la valeur du onzième terme. [2 points]
- (b) La somme des n premiers termes de cette suite est $\frac{n}{2}(3n-1)$.
 - (i) Trouvez la somme des 100 premiers termes de cette suite arithmétique.
 - (ii) La somme des n premiers termes est 477.
 - (a) Montrez que $3n^2 - n - 954 = 0$.
 - (b) En utilisant votre calculatrice à écran graphique ou par toute autre méthode, trouvez le nombre de termes, n . [6 points]

4. [Note maximale : 15]

La figure représente un petit champ triangulaire, ABC, tel que $BC = 25 \text{ m}$, l'angle $BAC = 55^\circ$ et l'angle $ACB = 75^\circ$.



- (a) Donnez la mesure de l'angle ABC. [1 point]
- (b) Calculez la longueur AC. [3 points]
- (c) Calculez l'aire du champ ABC. [3 points]

N est le point sur AB tel que CN est perpendiculaire à AB. M est le milieu de CN.

- (d) Calculez la longueur NM. [3 points]

Une chèvre est attachée à une extrémité d'une corde de 7 m de longueur. L'autre extrémité de la corde est attachée au point M.

- (e) Décidez si la chèvre peut atteindre le point P, le milieu de CB. Justifiez votre réponse. [5 points]

5. [Note maximale : 20]

La fonction $f(x)$ est définie par $f(x) = 1,5x + 4 + \frac{6}{x}$, $x \neq 0$.

- (a) Donnez l'équation de l'asymptote verticale. [2 points]
- (b) Trouvez $f'(x)$. [3 points]
- (c) Trouvez la pente de la représentation graphique de la fonction en $x = -1$. [2 points]
- (d) En utilisant votre réponse de la partie (c), décidez si la fonction $f(x)$ est croissante ou décroissante en $x = -1$. Justifiez votre réponse. [2 points]
- (e) Esquissez la représentation graphique de $f(x)$ pour $-10 \leq x \leq 10$ et $-20 \leq y \leq 20$. [4 points]

Le point P_1 est le maximum relatif et le point P_2 est le minimum relatif sur la représentation graphique de $f(x)$.

- (f) En utilisant votre calculatrice à écran graphique, donnez les coordonnées de
 - (i) P_1 ;
 - (ii) P_2 . [4 points]
- (g) En utilisant votre esquisse de la partie (e), déterminez l'image de la fonction $f(x)$ pour $-10 \leq x \leq 10$. [3 points]