



22117309

**MATEMÁTICAS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Miércoles 4 de mayo de 2011 (tarde)

1 hora 30 minutos

Número de convocatoria del alumno

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

Código del examen

2	2	1	1	–	7	3	0	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en las hojas de respuesta provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuesta, y adjúntelas a este prueba de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.



0112

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas se deben justificar mediante el procedimiento seguido o las explicaciones correspondientes. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

## SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas.

### 1. [Puntuación máxima: 6]

En una progresión aritmética,  $u_1 = 2$  y  $u_3 = 8$ .

- (a) Halle  $d$ . [2 puntos]
- (b) Halle  $u_{20}$ . [2 puntos]
- (c) Halle  $S_{20}$ . [2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

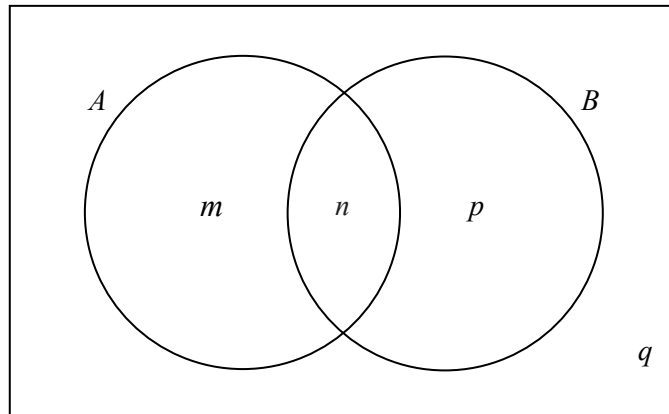
.....

.....



2. [Puntuación máxima: 6]

El siguiente diagrama de Venn muestra los sucesos  $A$  y  $B$ , donde  $P(A)=0,3$ ;  $P(A \cup B)=0,6$  y  $P(A \cap B)=0,1$ . Los valores  $m$ ,  $n$ ,  $p$  y  $q$  son probabilidades.



(a) (i) Escriba el valor de  $n$ .

(ii) Halle el valor de  $m$ , el de  $p$ , y el de  $q$ .

[4 puntos]

(b) Halle  $P(B')$ .

[2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

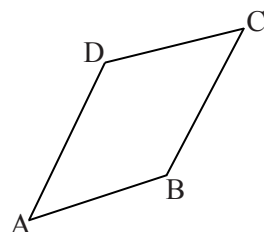
.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra el cuadrilátero ABCD, en el que  $\vec{AD} = \vec{BC}$ ,  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ .



*la figura no está  
dibujada a escala*

- (a) Halle  $\vec{BC}$ . [2 puntos]
- (b) Compruebe que  $\vec{BD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ . [2 puntos]
- (c) Compruebe que los vectores  $\vec{BD}$  y  $\vec{AC}$  son perpendiculares entre sí. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 6]

Sea  $h(x) = \frac{6x}{\cos x}$ . Halle  $h'(0)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 7]

Sean  $f(x) = 3 \ln x$  y  $g(x) = \ln 5x^3$ .

(a) Exprese  $g(x)$  de la forma  $f(x) + \ln a$ , donde  $a \in \mathbb{Z}^+$ . [4 puntos]

(b) La gráfica de  $g$  es una transformación de la gráfica de  $f$ . Dé una descripción geométrica completa de esta transformación. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

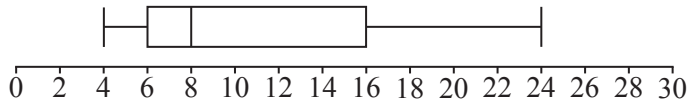
.....



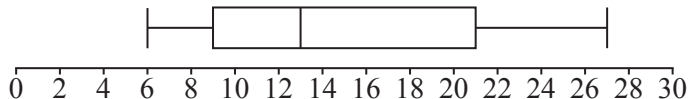
6. [Puntuación máxima: 5]

Una científica tiene 100 peces hembra y 100 peces macho. Decide medir las longitudes de dichos peces, aproximando al centímetro. Los resultados se muestran en el siguiente diagrama de caja y bigotes.

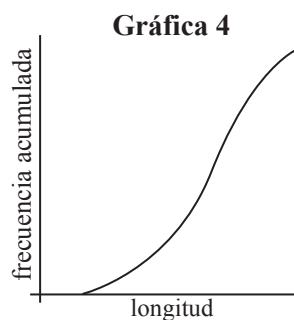
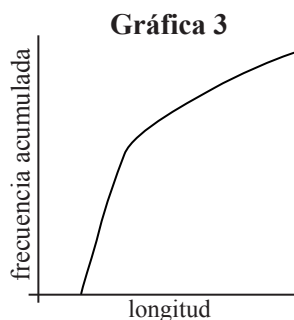
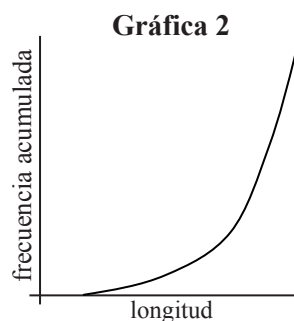
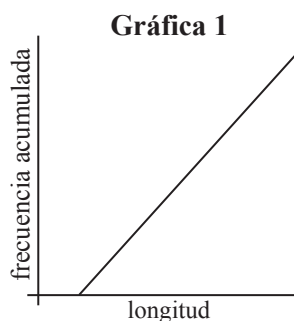
Peces hembra



Peces macho



- (a) Halle el rango de las longitudes de **todos** estos 200 peces. [3 puntos]
- (b) A continuación se muestran cuatro gráficas de frecuencia acumulada.



¿Cuál de las gráficas representa de manera más acertada las longitudes de los peces **hembra**?

[2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 8]

Sea  $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ .

(a) Halle el valor de  $x$  para el cual no existe  $A^{-1}$ .

[3 puntos]

(b) Sabiendo que  $A = A^{-1}$ , halle  $x$ .

[5 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





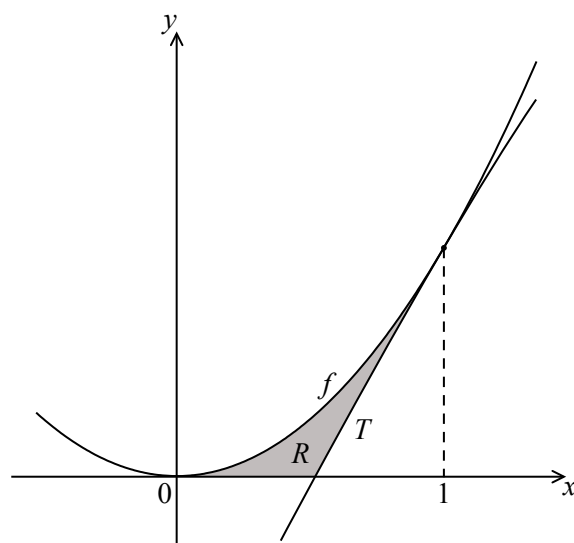
**NO** escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

### SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuesta provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de la función  $f(x) = 2x^2$ .



la figura no está  
dibujada a escala

La recta  $T$  es la tangente a la gráfica de  $f$  para  $x = 1$ .

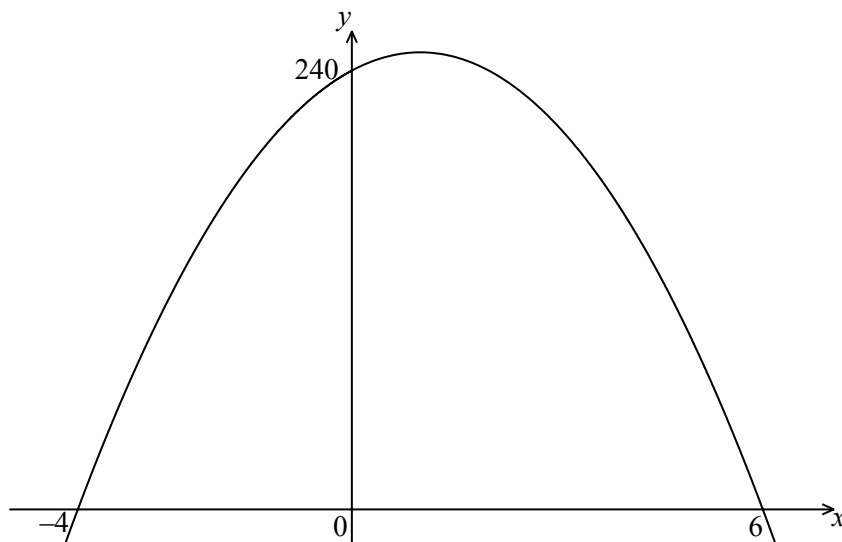
- (a) Compruebe que la ecuación de  $T$  es  $y = 4x - 2$ . [5 puntos]
- (b) Halle la intersección de  $T$  con el eje  $x$ . [2 puntos]
- (c) La región sombreada  $R$  está delimitada por la gráfica de  $f$ , la recta  $T$  y el eje  $x$ .
  - (i) Escriba una expresión para el área de  $R$ .
  - (ii) Halle el área de  $R$ . [9 puntos]



**NO** escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

9. [Puntuación máxima: 15]

La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de una función cuadrática  $f$ .



Los puntos de intersección con el eje  $x$  son  $(-4, 0)$  y  $(6, 0)$ , y el punto de intersección con el eje  $y$  es  $(0, 240)$ .

- (a) Escriba  $f(x)$  de la forma  $f(x) = -10(x - p)(x - q)$ . [2 puntos]
- (b) Halle otra expresión para  $f(x)$ , de la forma  $f(x) = -10(x - h)^2 + k$ . [4 puntos]
- (c) Compruebe que  $f(x)$  también se puede escribir de la forma  $f(x) = 240 + 20x - 10x^2$ . [2 puntos]

Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta, de forma que su velocidad  $v \text{ ms}^{-1}$ , en el instante  $t$  segundos, viene dada por la expresión  $v = 240 + 20t - 10t^2$ , para  $0 \leq t \leq 6$ .

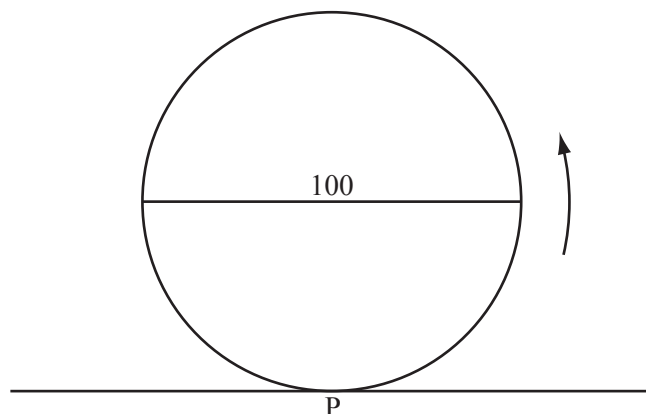
- (d) (i) Halle el valor de  $t$  en el cual velocidad de la partícula es máxima.
- (ii) Halle la aceleración de la partícula cuando su velocidad es igual a cero. [7 puntos]



**NO** escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

10. [Puntuación máxima: 14]

El siguiente diagrama representa una noria de gran tamaño, de 100 metros de diámetro.



Sea P un punto de la noria. Inicialmente, P es el punto más bajo de la noria, en el nivel del suelo. La noria gira a velocidad constante, en el sentido contrario al de las agujas del reloj. Tarda 20 minutos en dar una vuelta completa.

(a) Escriba la altura de P sobre el nivel del suelo al cabo de

(i) 10 minutos;

(ii) 15 minutos.

[2 puntos]

Sea  $h(t)$  metros la altura de P sobre el nivel del suelo al cabo de  $t$  minutos. En la siguiente tabla se muestran algunos valores de  $h(t)$ .

$t$	$h(t)$
0	0,0
1	2,4
2	9,5
3	20,6
4	34,5
5	50,0

(b) (i) Compruebe que  $h(8) = 90,5$ .

(i) Halle  $h(21)$ .

[4 puntos]

(c) **Dibuje aproximadamente** la gráfica de  $h$ , para  $0 \leq t \leq 40$ .

[3 puntos]

(d) Sabiendo que  $h$  se puede expresar de la forma  $h(t) = a \cos bt + c$ , halle  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

[5 puntos]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en  
esta página no serán corregidas.

