



22117409

**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Miércoles 4 de mayo de 2011 (tarde)

1 hora 30 minutos

Número de convocatoria del alumno

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

Código del examen

2	2	1	1	–	7	4	0	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.



0116

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

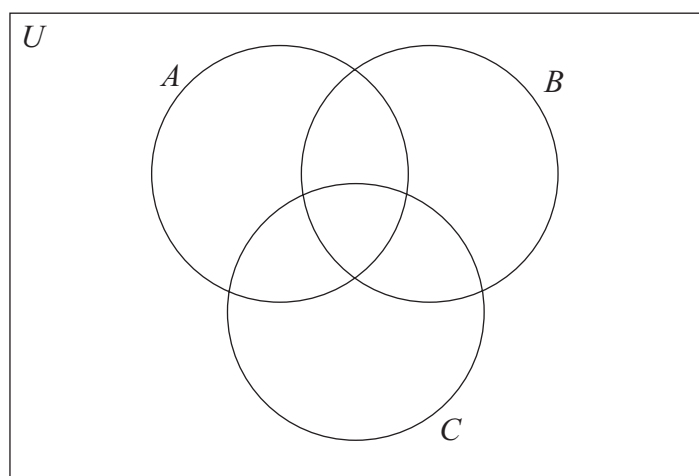
1. U es el conjunto de todos los números enteros **positivos** menores que o iguales a 12.
 A , B y C son subconjuntos de U .

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{\text{enteros impares}\}$$

$$C = \{5, 6, 8\}$$

- (a) Escriba el número de elementos que hay en $A \cap C$. [1 punto]
- (b) Enumere todos los elementos de B . [1 punto]
- (c) Complete el siguiente diagrama de Venn, incluyendo en él **todos** los elementos de U . [4 puntos]



Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)

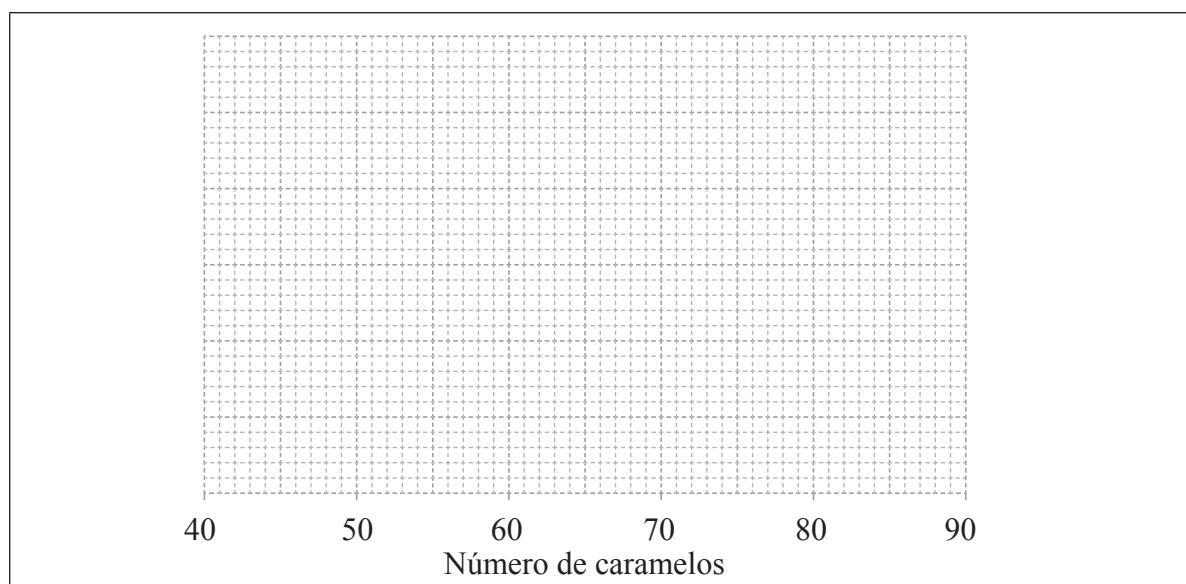


2. A 31 alumnos de una clase se les pidió que hicieran una estimación de cuántos caramelos había en un tarro de cristal. El siguiente diagrama de tallo y hojas muestra sus estimaciones.

Tallo	Hoja
4	2, 4, 7, 8, 9
5	1, 1, 2, 3, 8, 9
6	0, 2, 2, 4, 6, 6, 7, 8, 8
7	0, 0, 1, 3, 4, 5, 5, 7
8	1, 2, 2

Clave: 4|7 significa 47 caramelos

- (a) Siempre en relación con estas estimaciones que han realizado los alumnos, escriba
- (i) la mediana;
 - (ii) el primer cuartil;
 - (iii) el tercer cuartil.
- [3 puntos]
- (b) Dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes para las estimaciones de los alumnos, utilizando para ello la siguiente cuadrícula.
- [3 puntos]



Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i)
- (ii)
- (iii)



3. En un colegio dado, los alumnos pueden elegir entre tres asignaturas optativas: arte, psicología o historia.

Considere las siguientes proposiciones

a : *Elijo arte,*
 p : *Elijo psicología,*
 h : *Elijo historia.*

- (a) Escriba con palabras la siguiente proposición compuesta

$$\neg h \Rightarrow (p \vee a).$$

[3 puntos]

- (b) Complete la tabla de verdad para $\neg a \Rightarrow p$.

[1 punto]

a	p	$\neg a$	$\neg a \Rightarrow p$
V	V	F	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

- (c) Establezca si $\neg a \Rightarrow p$ es una tautología, una contradicción o ninguna de las dos cosas. Justifique su respuesta.

[2 puntos]

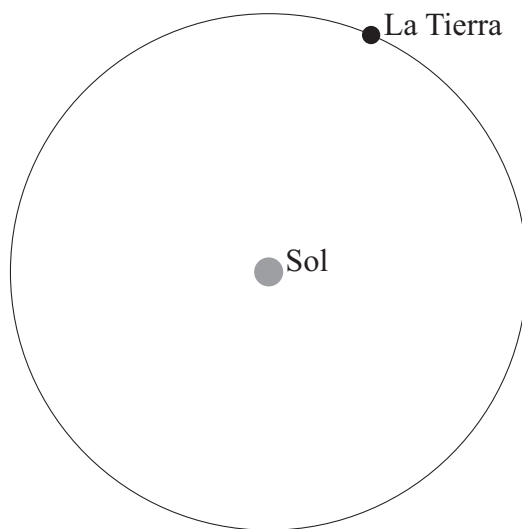
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
-
- (c)
-



4. El planeta Tierra tarda un año en dar una vuelta alrededor del Sol. Suponga que un año son 365 días, y que la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es una circunferencia de radio 150 000 000 km.



*la figura no está
dibujada a escala*

- (a) Calcule la distancia que recorre la Tierra en **un día**. [4 puntos]
- (b) Dé la respuesta al apartado (a) en la forma $a \times 10^k$ donde $1 \leq a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)



5. La recta L pasa por los puntos $A(-1, 4)$ y $B(5, 8)$.

(a) Calcule la pendiente de L . [2 puntos]

(b) Halle la ecuación de L . [2 puntos]

La recta L también pasa por el punto $P(8, y)$.

(c) Halle el valor de y . [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



6. En un campeonato de fútbol se han jugado 80 partidos. La siguiente tabla muestra el número de goles que se han marcado en estos 80 partidos.

Número de goles	0	1	2	3	4	5
Número de partidos	16	22	19	17	1	5

- (a) Halle la media del número de goles que se han marcado por partido. [2 puntos]
- (b) Halle la mediana del número de goles que se han marcado por partido. [2 puntos]

Un periódico local afirma que la media del número de goles marcados por partido es igual a dos.

- (c) Calcule el porcentaje de error cometido por el periódico local con dicha afirmación. [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



7. 10 000 personas acuden a ver un partido de un deporte dado. Sea x el número de adultos que asisten a dicho partido, e y el número de niños que asisten a dicho partido.

(a) Escriba una ecuación que relacione x e y .

[1 punto]

El precio de una entrada de adulto es igual a 12 dólares australianos (AUD). El precio de una entrada de niño es igual a 5 dólares australianos (AUD).

(b) Halle cuánto ha de pagar una familia compuesta por 2 adultos y 3 niños.

[2 puntos]

Para dicho partido se vendieron entradas por un valor total de 108 800 AUD.

(c) Escriba una segunda ecuación que relacione x e y .

[1 punto]

(d) Escriba el valor de x y el valor de y .

[2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)



8. De unas excavaciones realizadas en un campo de batalla de los tiempos de las Guerras Napoleónicas, se extrajeron 75 bolas de cañón, todas ellas esféricas y metálicas y con un diámetro de 10 cm.

(a) Calcule el volumen total de esas 75 bolas de cañón metálicas que se extrajeron. [3 puntos]

Las bolas de cañón se van a fundir para realizar una estatua en forma de cono. El radio de la base del cono es igual a 20 cm.

(b) Calcule la altura del cono, suponiendo que no se desperdicia nada de metal. [3 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

(a)
(b)



9. En un aeropuerto internacional se lleva a cabo una encuesta. Se entrevistó a un determinado número de viajeros, preguntándoles cuál era el destino de su vuelo. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Destino	América	África	Asia
Número de hombres	45	62	37
Número de mujeres	35	46	25

Se escoge un viajero (hombre o mujer) al azar de entre todos los entrevistados.

- (a) Halle la probabilidad de que este viajero vaya a volar a África. [2 puntos]

Se escoge una mujer al azar de entre todos los viajeros entrevistados.

- (b) Halle la probabilidad de que esta mujer vaya a volar a Asia. [2 puntos]

Se escoge un viajero al azar de entre aquellos entrevistados que **no** van a volar a América.

- (c) Halle la probabilidad de que el viajero escogido sea una mujer. [2 puntos]

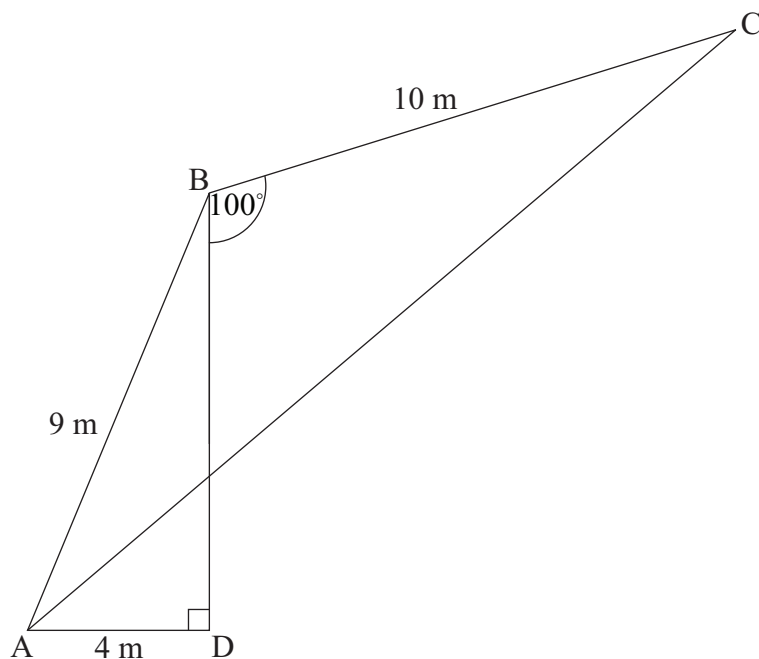
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



10. En el siguiente diagrama, $AD = 4 \text{ m}$, $AB = 9 \text{ m}$, $BC = 10 \text{ m}$, $\hat{BDA} = 90^\circ$ y $\hat{DBC} = 100^\circ$.



*la figura no está
dibujada a escala*

- (a) Calcule el valor del ángulo \hat{ABC} . [3 puntos]
- (b) Calcule la longitud de AC. [3 puntos]

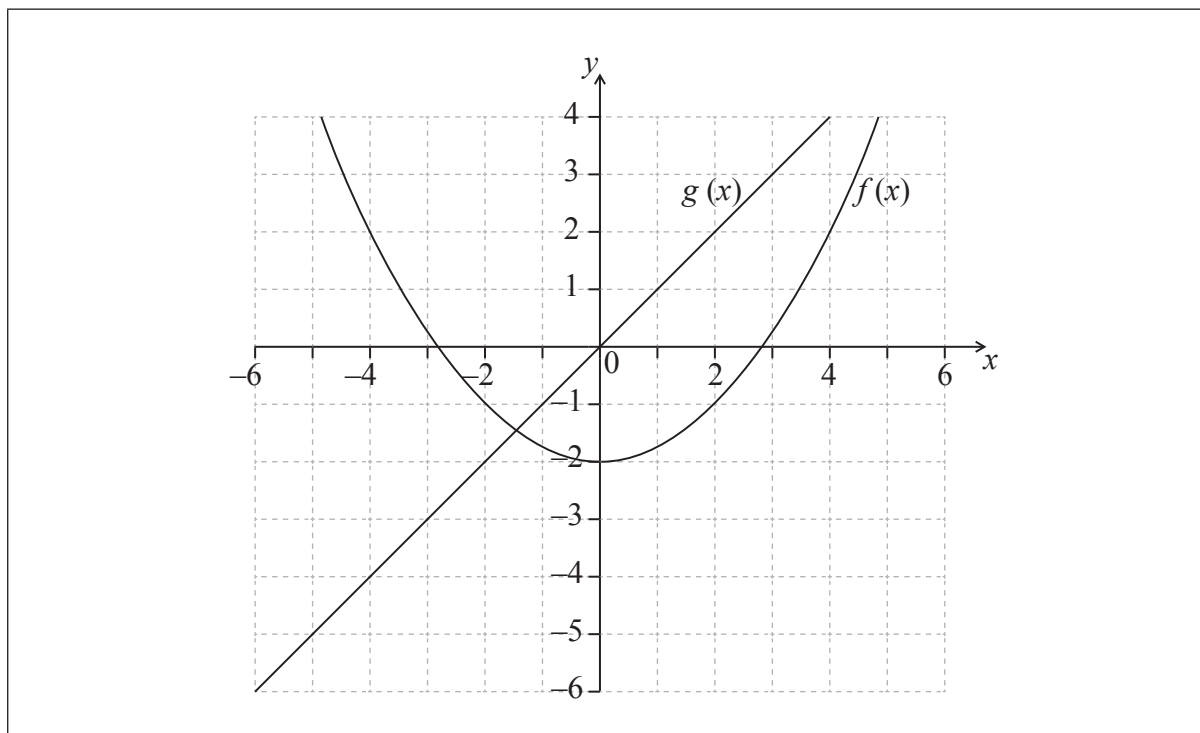
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)



11. La siguiente figura muestra las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$ y $g(x) = x$.



- (a) Derive $f(x)$ con respecto a x . [1 punto]
- (b) Derive $g(x)$ con respecto a x . [1 punto]
- (c) Calcule para qué valor de x tienen las dos gráficas la misma pendiente. [2 puntos]
- (d) Dibuje la tangente a la parábola en el punto donde el valor de x es el hallado en el apartado (c). [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



12. Un fabricante en Inglaterra fabrica 16 000 estatuas de jardín. El 12 % están defectuosas y no se pueden vender.

(a) Halle el número de estatuas que no son defectuosas.

[2 puntos]

El fabricante vende cada estatua no defectuosa por 5,25 libras esterlinas británicas (GBP) a una empresa de Estados Unidos. El tipo de cambio de GBP a dólares estadounidenses (USD) es $1 \text{ GBP} = 1,6407 \text{ USD}$.

(b) Calcule, en USD, la cantidad que paga la empresa estadounidense por todas las estatuas no defectuosas. Dé la respuesta redondeando a **dos cifras decimales**.

[2 puntos]

La empresa estadounidense vende a un cliente australiano una de las estatuas por 12 USD. El tipo de cambio de dólares australianos (AUD) a USD es $1 \text{ AUD} = 0,8739 \text{ USD}$.

(c) Calcule, en AUD, la cantidad que paga este cliente australiano por esta estatua. Dé la respuesta redondeando a **dos cifras decimales**.

[2 puntos]

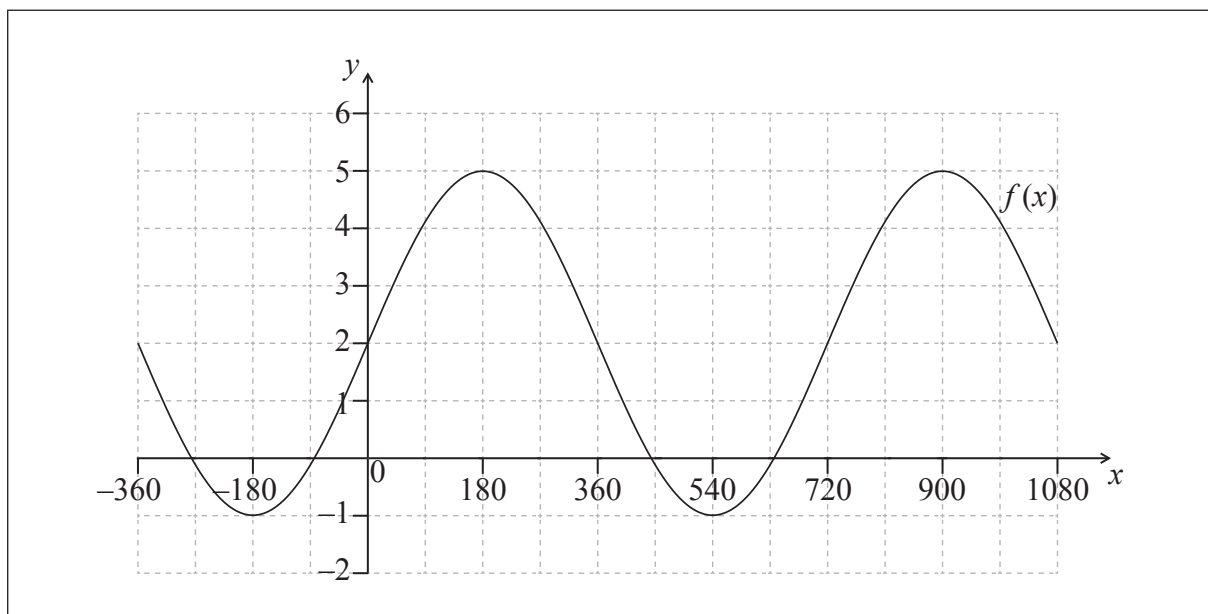
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



13. La siguiente figura muestra la gráfica de la función $f(x) = a \sin(bx) + c$ para $-360^\circ \leq x \leq 1080^\circ$.



- (a) Escriba el período de $f(x)$. [1 punto]
- (b) Escriba el valor de
- (i) a ;
 - (ii) b ;
 - (iii) c . [3 puntos]

P es uno de los puntos donde la gráfica de $y = f(x)$ corta al eje x . La coordenada x de P se encuentra entre -180° y 180° .

- (c) (i) Marque y rotule sobre la gráfica anterior el punto P .
- (ii) **Estime** la coordenada x del punto P . [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b) (i)
- (ii)
- (iii)
- (c) (ii)



14. Shiyun se compró un coche en 1999. El valor del coche, V , en USD, está disminuyendo, según el siguiente modelo exponencial

$$V = 25\,000 \times 1,5^{-0,2t}, t \geq 0,$$

donde t es el tiempo, en años, que hace que Shiyun se compró el coche.

- (a) Escriba el valor del coche cuando Shiyun se lo compró. [1 punto]
- (b) Calcule el valor del coche tres años después de que Shiyun se lo compró. Dé la respuesta redondeando a **dos cifras decimales**. [2 puntos]
- (c) Calcule el tiempo que ha de transcurrir para que el valor del coche disminuya a la mitad del valor que tenía cuando Shiyun lo compró. [3 puntos]

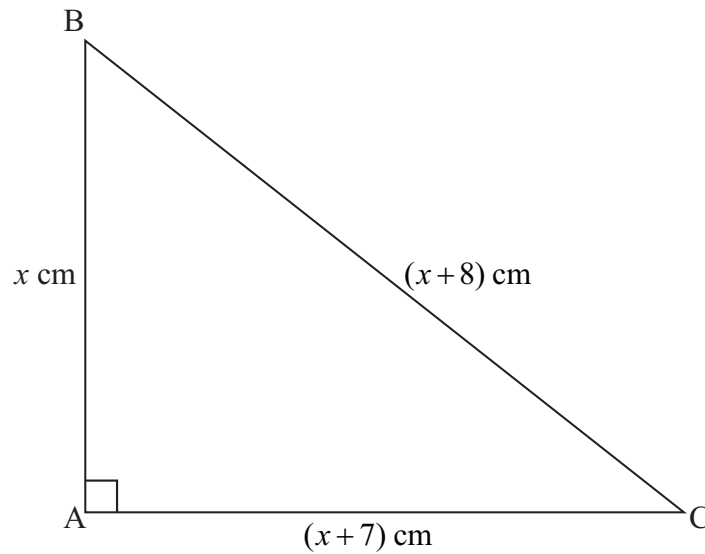
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



15. En el siguiente diagrama, $\hat{BAC} = 90^\circ$. La longitud de los tres lados es igual a x cm, $(x+7)$ cm y $(x+8)$ cm.



*la figura no está
dibujada a escala*

- (a) Escriba y **simplifique** una ecuación de segundo grado en x que relacione los tres lados del triángulo. [3 puntos]
- (b) Resuelva la ecuación de segundo grado que obtuvo en el apartado (a). [2 puntos]
- (c) Escriba cuánto mide el perímetro del triángulo. [1 punto]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)

