22117308

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Numéro de session du candidat

0	0							

Jeudi 5 mai 2011 (matin)

Code de l'examen

2	2	1	1	–	7	3	0	8

1 heure 30 minutes

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur les feuilles de réponses prévues à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur chaque feuille de réponses que vous avez utilisée et joignez-les à cette épreuve écrite et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- À la fin de l'examen, indiquez le nombre de feuilles de réponses utilisées dans la case prévue à cet effet sur votre page de couverture.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.

0112

11 pages

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Nous vous recommandons donc de montrer tout votre raisonnement.

SECTION A

*Répondez à **toutes** les questions dans les cases prévues à cet effet.*

1. *[Note maximale : 5]*

Soit $f(x) = 3x$, $g(x) = 2x - 5$ et $h(x) = (f \circ g)(x)$.

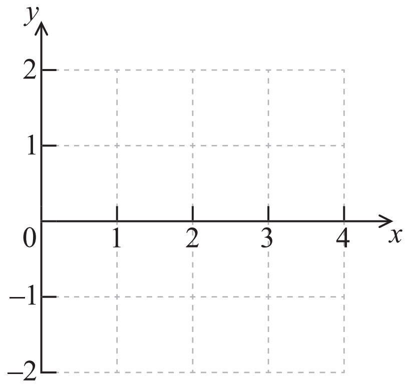
(a) Trouvez $h(x)$. *[2 points]*

(b) Trouvez $h^{-1}(x)$. *[3 points]*

2. *[Note maximale : 6]*

Soit $g(x) = \frac{1}{2} x \sin x$, avec $0 \le x \le 4$.

(a) Esquissez la représentation graphique de g sur le repère suivant. *[4 points]*



(b) À partir de là, trouvez la valeur de x pour laquelle $g(x) = -1$. *[2 points]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3. *[Note maximale : 5]*

Considérez le développement de $(x+2)^{11}$.

(a) Donnez le nombre de termes dans ce développement. *[1 point]*

(b) Trouvez le terme contenant x^2. *[4 points]*

4. *[Note maximale : 7]*

Le système d'équations linéaires ci-dessous peut être écrit comme l'équation matricielle $\boldsymbol{MX} = \boldsymbol{N}$.

$$\begin{aligned} x + 6y - 3z &= -1 \\ 4x + 2y - 4z &= 12 \\ x + y + 5z &= 15 \end{aligned}$$

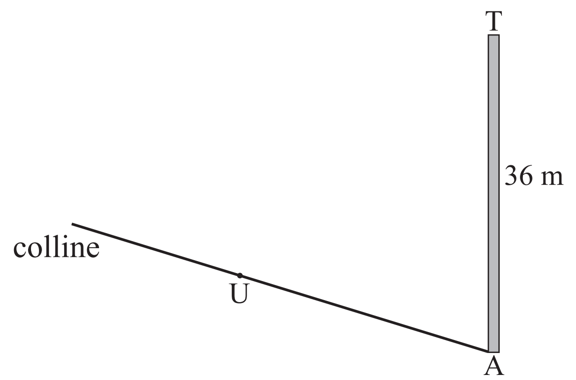
(a) Donnez les matrices $\boldsymbol{M}$ et $\boldsymbol{N}$. *[3 points]*

(b) Résolvez l'équation **matricielle** $\boldsymbol{MX} = \boldsymbol{N}$. *[3 points]*

(c) À partir de là, donnez la solution du système d'équations linéaires. *[1 point]*

5. *[Note maximale : 7]*

Il y a, au pied A d'une colline une tour verticale TA de 36 m de hauteur. Un chemin rectiligne monte sur la colline depuis A vers un point U. Ces informations sont représentées par la figure suivante.



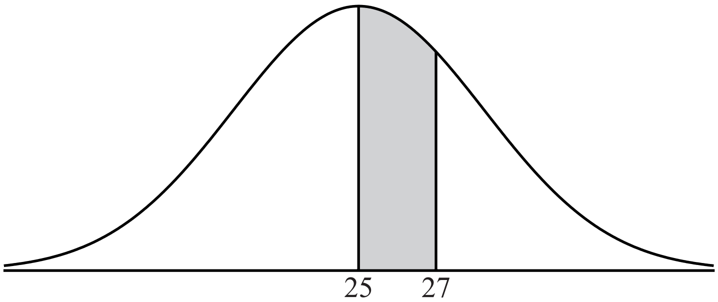
Le chemin fait un angle de 4° avec l'horizontale.
Le point U sur le chemin est à 25 m de la base de la tour.
Le sommet de la tour est relié à U par un câble de longueur x (en m).

(a) Complétez la figure en représentant clairement toutes les informations ci-dessus. *[3 points]*

(b) Trouvez x. *[4 points]*

6. *[Note maximale : 7]*

Soit la variable aléatoire X normalement distribuée avec une moyenne de 25, comme le montre la figure ci-dessous.



La région grisée entre 25 et 27 représente 30 % de la distribution.

(a) Trouvez $\mathrm{P}(X > 27)$. *[2 points]*

(b) Trouvez l'écart-type de X. *[5 points]*

7. *[Note maximale : 8]*

La pente d'une fonction est donnée par $\dfrac{dy}{dx} = 10e^{2x} - 5$. Quand $x = 0$, $y = 8$. Trouvez la valeur de y quand $x = 1$.

. . . .

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page. Ce qui est écrit sur cette page ne sera **PAS** pris en compte pour la notation.*

SECTION B

*Répondez à **toutes** les questions sur les feuilles de réponses fournies. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.*

8. *[Note maximale : 17]*

La droite L_1 passe par les points $A(1; -1; 4)$ et $B(2; -2; 5)$.

(a) Trouvez $\overrightarrow{AB}$. *[2 points]*

(b) Trouvez une équation de L_1 sous la forme $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + t\boldsymbol{b}$. *[2 points]*

La droite L_2 a pour équation $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(c) Trouvez l'angle entre L_1 et L_2. *[7 points]*

(d) Les droites L_1 et L_2 se coupent en un point C. Trouvez les coordonnées de C. *[6 points]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page. Ce qui est écrit sur cette page ne sera **PAS** pris en compte pour la notation.*

9. *[Note maximale : 12]*

Deux dés équilibrés à quatre faces, l'un rouge et l'autre vert, sont jetés. Pour chaque dé, les faces sont marquées 1, 2, 3, 4. Le score pour chaque dé est le nombre sur la face sur laquelle le dé tombe.

(a) Listez les paires de scores qui donnent une somme de 6. *[3 points]*

La distribution de probabilités pour la somme des scores des deux dés est donnée ci-dessous.

Somme	2	3	4	5	6	7	8
Probabilité	p	q	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	r	$\frac{1}{16}$

(b) Trouvez la valeur de p, de q et de r. *[3 points]*

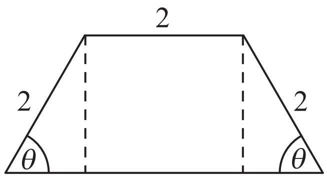
Fred joue à un jeu. Il lance quatre fois deux dés équilibrés à quatre faces. Il gagne un prix si la somme est 5 pour trois lancers ou plus.

(c) Trouvez la probabilité que Fred gagne un prix. *[6 points]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page. Ce qui est écrit sur cette page ne sera **PAS** pris en compte pour la notation.*

10. *[Note maximale : 16]*

La figure ci-dessous représente le plan d'une fenêtre en forme de trapèze.



Trois côtés de la fenêtre ont une longueur de 2 m. L'angle entre les côtés obliques de la fenêtre et la base est θ, où $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$.

(a) Montrez que l'aire de la fenêtre est donnée par $y = 4\sin\theta + 2\sin 2\theta$. *[5 points]*

(b) Zoé veut une fenêtre avec une aire de 5 m^2. Trouvez les deux valeurs possibles de θ. *[4 points]*

(c) John veut deux fenêtres qui ont la même aire A mais des valeurs différentes de θ.

Trouvez toutes les valeurs possibles de A. *[7 points]*

Veuillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.