



22117410



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Jueves 5 de mayo de 2011 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 23]

Apartado A

Una universidad obliga a todos los alumnos de Ciencias a estudiar un idioma durante un año. Se lleva a cabo una encuesta en esta universidad entre los 150 alumnos de Ciencias. Todos estos alumnos tuvieron que estudiar uno de los siguientes idiomas: francés, español o ruso. Los resultados de la encuesta se muestran en la siguiente tabla.

	Francés	Español	Ruso
Chicas	9	29	12
Chicos	31	40	29

Ludmila decide realizar una prueba de χ^2 a un nivel de significación del 5 % para averiguar si la elección de idioma es independiente del sexo del alumno.

- (a) Establezca la hipótesis nula de Ludmila. [1 punto]
- (b) Escriba el número de grados de libertad. [1 punto]
- (c) Halle la frecuencia esperada para las chicas que estudian español. [2 puntos]
- (d) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar, para estos datos, el estadístico χ^2 . [2 puntos]
- (e) Establezca si Ludmila acepta la hipótesis nula. Dé una respuesta razonada. [2 puntos]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

Apartado B

Al finalizar el año, sólo siete de las chicas alumnas de Ciencias se examinaron de Ciencias y de Francés.

Las notas de estas siete alumnas se muestran en la siguiente tabla.

Ciencias (C)	23	51	56	62	12	73	72
Francés (F)	65	45	45	40	70	36	30

- (a) Dibuje con precisión un diagrama de dispersión rotulado. Use una escala de 2 cm para representar 10 puntos de la nota, en el eje x (C) y 10 puntos de la nota en el eje y (F). [4 puntos]
- (b) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar
- (i) \bar{C} , la media de C;
- (ii) \bar{F} , la media de F. [2 puntos]
- (c) Sitúe el punto $M(\bar{C}, \bar{F})$ en ese mismo diagrama de dispersión. [1 punto]
- (d) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar la ecuación de la recta de regresión de F sobre C. [2 puntos]
- (e) Dibuje con precisión la recta de regresión sobre el diagrama de dispersión. [2 puntos]

La nota que sacó Carletta en el examen de Ciencias fue un 44. No se presentó al examen de Francés.

- (f) Estime qué nota habría sacado Carletta en el examen de Francés. [2 puntos]

La nota que sacó Monique en el examen de Ciencias fue un 85. No se presentó al examen de Francés. Su profesor de Francés quiere utilizar la recta de regresión para hacer una estimación de la nota de Monique.

- (g) Establezca si la nota del examen de Francés de Monique, obtenida a partir de la recta de regresión, resulta fiable. Justifique su respuesta. [2 puntos]

2. [Puntuación máxima: 14]

Dé todas las respuestas numéricas redondeando a dos cifras decimales.

El 1 de enero de 2005 Daniel invirtió 30 000 AUD en una cuenta de *Ahorro Estándar*, que paga una tasa de interés **simple** (un tipo de interés simple) anual. El 1 de enero de 2007 Daniel tenía en su cuenta 31 650 AUD.

- (a) Calcule la tasa de interés (tipo de interés). [3 puntos]

El 1 de enero de 2005 Rebecca invirtió 30 000 AUD en una cuenta de *Superahorro*, con una tasa de interés (un tipo de interés) nominal anual del 2,5 % **compuesto anualmente**.

- (b) Calcule la cantidad que hay en esta cuenta de *Superahorro* al cabo de dos años. [3 puntos]

- (c) Halle cuántos años completos tendrían que pasar desde el 1 de enero de 2005 para que en la cuenta de Rebecca haya más dinero que en la cuenta de Daniel. [3 puntos]

El 1 de enero de 2007 Daniel reinvierte un 80 % del dinero que tenía en la cuenta de *Ahorro Estándar* en una cuenta de *Ahorro Extra* que paga una tasa de interés (tipo de interés) nominal anual del 3 % **compuesto trimestralmente**.

- (d) (i) Calcule cuánto dinero reinvierte Daniel el 1 de enero de 2007.
(ii) Halle cuántos años completos tendrán que pasar para que en la cuenta de *Ahorro Extra* de Daniel haya más de 30 000 AUD. [5 puntos]

3. [Puntuación máxima: 18]

Apartado A

En una progresión geométrica dada, el primer término es 1024 y el cuarto término es 128.

- (a) Compruebe que la razón común es igual a $\frac{1}{2}$. [2 puntos]
- (b) Halle el valor del undécimo término (el 11º). [2 puntos]
- (c) Halle la suma de los ocho primeros términos. [3 puntos]
- (d) Halle cuál es el menor número de términos de la progresión tal que la **suma** de dichos términos sea mayor que 2047,968. [3 puntos]

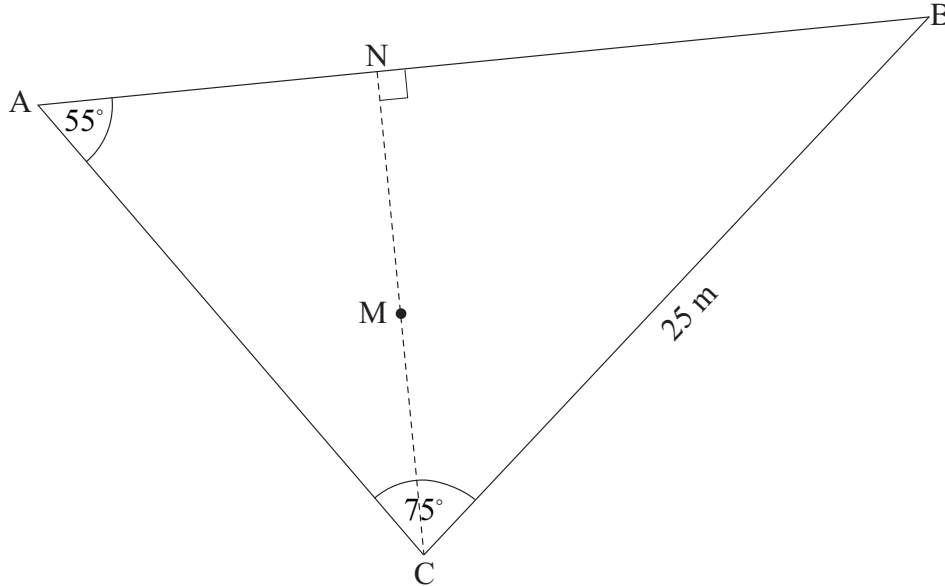
Apartado B

Considere la progresión aritmética 1, 4, 7, 10, 13, ...

- (a) Halle el valor del undécimo término (el 11º). [2 puntos]
- (b) La suma de los n primeros términos de esta progresión es igual a $\frac{n}{2}(3n-1)$.
 - (i) Halle la suma de los 100 primeros términos de esta progresión aritmética.
 - (ii) La suma de los n primeros términos es igual a 477.
 - (a) Compruebe que $3n^2 - n - 954 = 0$.
 - (b) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica o de cualquier otro modo, halle el número de términos, n . [6 puntos]

4. [Puntuación máxima: 15]

El diagrama representa un pequeño terreno triangular, ABC, con $BC = 25 \text{ m}$, el ángulo $BAC = 55^\circ$ y el ángulo $ACB = 75^\circ$.



la figura no está dibujada a escala

- (a) Escriba el valor del ángulo ABC. [1 punto]
- (b) Calcule la longitud de AC. [3 puntos]
- (c) Calcule el área del terreno ABC. [3 puntos]

N es un punto del segmento AB, de modo tal que CN es perpendicular a AB. M es el punto medio de CN.

- (d) Calcule la longitud de NM. [3 puntos]

Se ata una cabra a uno de los extremos de una cuerda de 7 m de longitud. El otro extremo de la cuerda se ata al punto M.

- (e) Decida si la cabra puede o no llegar hasta el punto P, que es el punto medio de CB. Justifique su respuesta. [5 puntos]

5. [Puntuación máxima: 20]

La función $f(x)$ viene dada por $f(x) = 1,5x + 4 + \frac{6}{x}$, $x \neq 0$.

- (a) Escriba la ecuación de la asíntota vertical. [2 puntos]
- (b) Halle $f'(x)$. [3 puntos]
- (c) Halle la pendiente de la gráfica de la función en $x = -1$. [2 puntos]
- (d) Utilice la respuesta obtenida en el apartado (c) para decidir si la función $f(x)$ es creciente o decreciente en $x = -1$. Justifique su respuesta. [2 puntos]
- (e) Dibuje aproximadamente la gráfica de $f(x)$ para $-10 \leq x \leq 10$ y $-20 \leq y \leq 20$. [4 puntos]

P_1 es el máximo local y P_2 es el mínimo local de la gráfica de $f(x)$.

- (f) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica, escriba las coordenadas de
 - (i) P_1 ;
 - (ii) P_2 . [4 puntos]
- (g) Utilizando el dibujo realizado en (e), determine el recorrido de la función $f(x)$ para $-10 \leq x \leq 10$. [3 puntos]