



22117407



ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Mercredi 4 mai 2011 (après-midi)

1 heure 30 minutes

Numéro de session du candidat

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

Code de l'examen

2	2	1	1	–	7	4	0	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.



0116

Le total des points sera attribué pour une réponse correcte. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

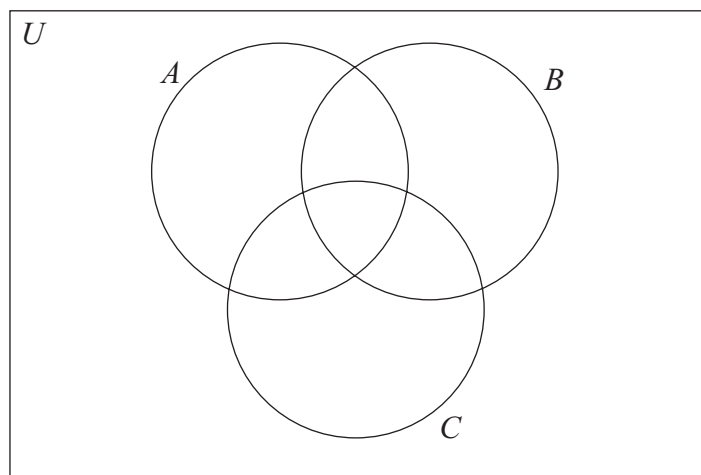
1. U est l'ensemble de tous les entiers **positifs** inférieurs ou égaux à 12.
 A , B et C sont des sous-ensembles de U .

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{\text{entiers impairs}\}$$

$$C = \{5, 6, 8\}$$

- (a) Donnez le nombre d'éléments dans $A \cap C$. [1 point]
- (b) Listez les éléments de B . [1 point]
- (c) Complétez le diagramme de Venn suivant avec **tous** les éléments de U . [4 points]



Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)



2. On a demandé aux 31 élèves d'une classe d'estimer le nombre de bonbons dans un pot. Le diagramme à tiges et feuilles ci-dessous donne leurs estimations.

Tige	Feuille
4	2, 4, 7, 8, 9
5	1, 1, 2, 3, 8, 9
6	0, 2, 2, 4, 6, 6, 7, 8, 8
7	0, 0, 1, 3, 4, 5, 5, 7
8	1, 2, 2

Légende : 4|7 représente 47 bonbons

- (a) Pour les estimations des élèves, donnez

(i) la médiane ;

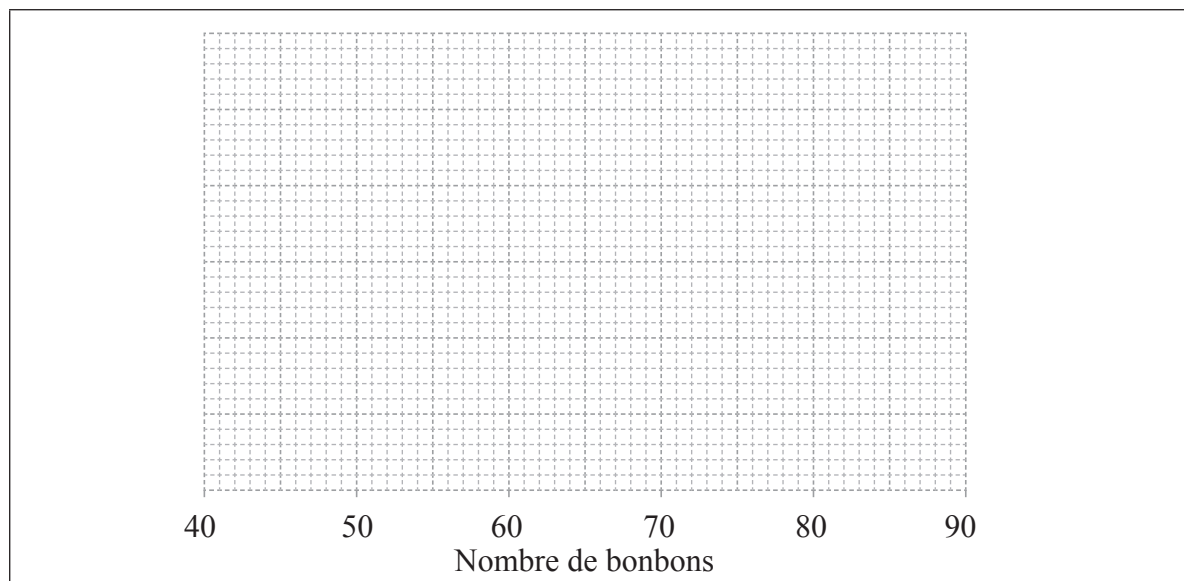
(ii) le premier quartile ;

(iii) le troisième quartile.

[3 points]

- (b) Dessinez un diagramme à boîtes et moustache pour les estimations des élèves en utilisant le quadrillage ci-dessous.

[3 points]



Résolution :

Réponses :

- (a) (i)
(ii)
(iii)



3. Dans un certain établissement scolaire, les élèves doivent choisir au moins un des trois cours en option : art, psychologie ou histoire.

Considérez les énoncés suivants

a : je choisis l'art,
 p : je choisis la psychologie,
 h : je choisis l'histoire.

- (a) Écrivez, en toutes lettres, l'énoncé composé

$$\neg h \Rightarrow (p \vee a).$$

[3 points]

- (b) Complétez la table de vérité pour $\neg a \Rightarrow p$.

[1 point]

a	p	$\neg a$	$\neg a \Rightarrow p$
V	V	F	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

- (c) Précisez si $\neg a \Rightarrow p$ est une tautologie, une contradiction **ou** ni l'une ni l'autre. Justifiez votre réponse.

[2 points]

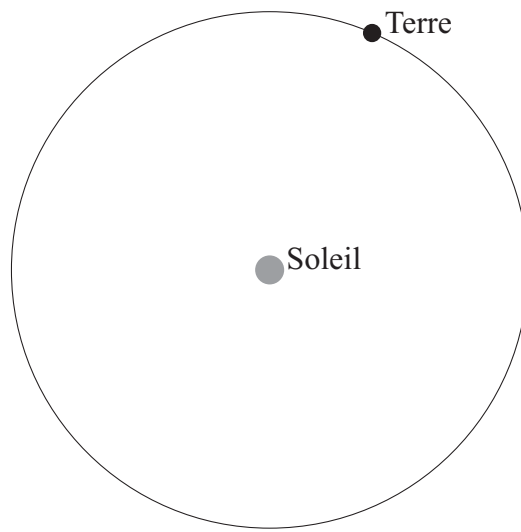
Résolution :

Réponses :

- (a)
-
- (c)
-



4. La planète Terre tourne autour du Soleil en un an. On suppose qu'une année est égale à 365 jours et que la trajectoire de la Terre autour du Soleil est un cercle de rayon 150 000 000 km.



la figure n'est pas à l'échelle

- (a) Calculez la distance parcourue par la Terre en **un jour**. [4 points]
- (b) Écrivez votre réponse à la partie (a) sous la forme $a \times 10^k$ avec $1 \leq a < 10$ et $k \in \mathbb{Z}$. [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)



5. La droite L passe par les points $A(-1; 4)$ et $B(5; 8)$.

(a) Calculez la pente de L . [2 points]

(b) Trouvez l'équation de L . [2 points]

La droite L passe aussi par le point $P(8; y)$.

(c) Trouvez la valeur de y . [2 points]

Résolution :

Réponses :

(a)

(b)

(c)



6. Dans un tournoi de football, 80 matchs ont été disputés. Le tableau suivant donne le nombre de buts marqués pour tous les matchs.

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5
Nombre de matchs	16	22	19	17	1	5

(a) Trouvez le nombre moyen de buts marqués par match. [2 points]

(b) Trouvez le nombre médian de buts marqués par match. [2 points]

Un journal local affirme que le nombre moyen de buts marqués par match est deux.

(c) Calculez le pourcentage d'erreur dans l'affirmation du journal local. [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



7. Il y a eu 10 000 spectateurs à un événement sportif. Soit x le nombre d'adultes présents à cet événement et soit y le nombre d'enfants présents à cet événement.

(a) Donnez une équation en x et y . [1 point]

Le coût d'un ticket adulte était de 12 dollar australien (AUD). Le coût d'un ticket enfant était de 5 dollar australien (AUD).

(b) Trouvez le coût total pour une famille de 2 adultes et 3 enfants. [2 points]

Le coût total des tickets vendus pour cet événement sportif était de 108 800 AUD.

(c) Donnez une seconde équation en x et y . [1 point]

(d) Donnez la valeur de x et la valeur de y . [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)



8. Sur le champ de bataille d'une guerre napoléonienne, on a creusé 75 boulets de canon sphériques, chacun d'un diamètre de 10 cm.

(a) Calculez le volume total de l'ensemble des 75 boulets de canon creusés. [3 points]

Les boulets de canon doivent être fondus pour former une sculpture en forme de cône.
Le rayon de la base du cône est 20 cm.

(b) Calculez la hauteur du cône, en supposant qu'il n'y a aucune perte de métal. [3 points]

Résolution :

Réponses :

(a)

(b)



9. Une enquête a été faite dans un aéroport international. Un certain nombre de voyageurs ont été interrogés et on leur a demandé leur destination. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

Destination	Amérique	Afrique	Asie
Nombre d'hommes	45	62	37
Nombre de femmes	35	46	25

On choisit au hasard un voyageur ou une voyageuse parmi tous ceux interrogés.

- (a) Trouvez la probabilité que ce voyageur ou cette voyageuse partait pour l'Afrique. [2 points]

On choisit au hasard une voyageuse parmi tous ceux interrogés.

- (b) Trouvez la probabilité que cette voyageuse partait pour l'Asie. [2 points]

On choisit au hasard un voyageur ou une voyageuse parmi ceux qui **ne** partaient **pas** pour l'Amérique.

- (c) Trouvez la probabilité que la personne choisie est une femme. [2 points]

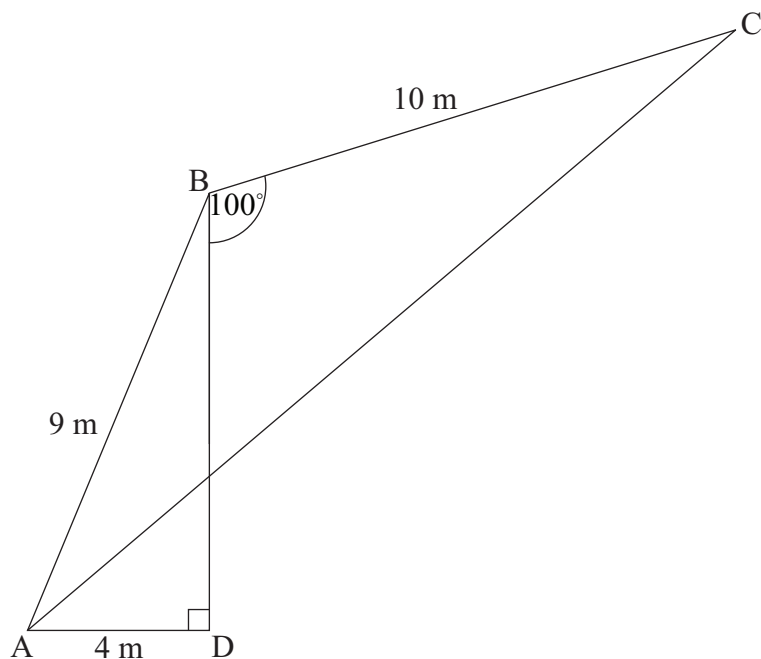
Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



10. Dans cette figure, $AD = 4 \text{ m}$, $AB = 9 \text{ m}$, $BC = 10 \text{ m}$, $\hat{BDA} = 90^\circ$ et $\hat{DBC} = 100^\circ$.



la figure n'est pas à l'échelle

- (a) Calculez la mesure de \hat{ABC} . [3 points]
- (b) Calculez la longueur AC. [3 points]

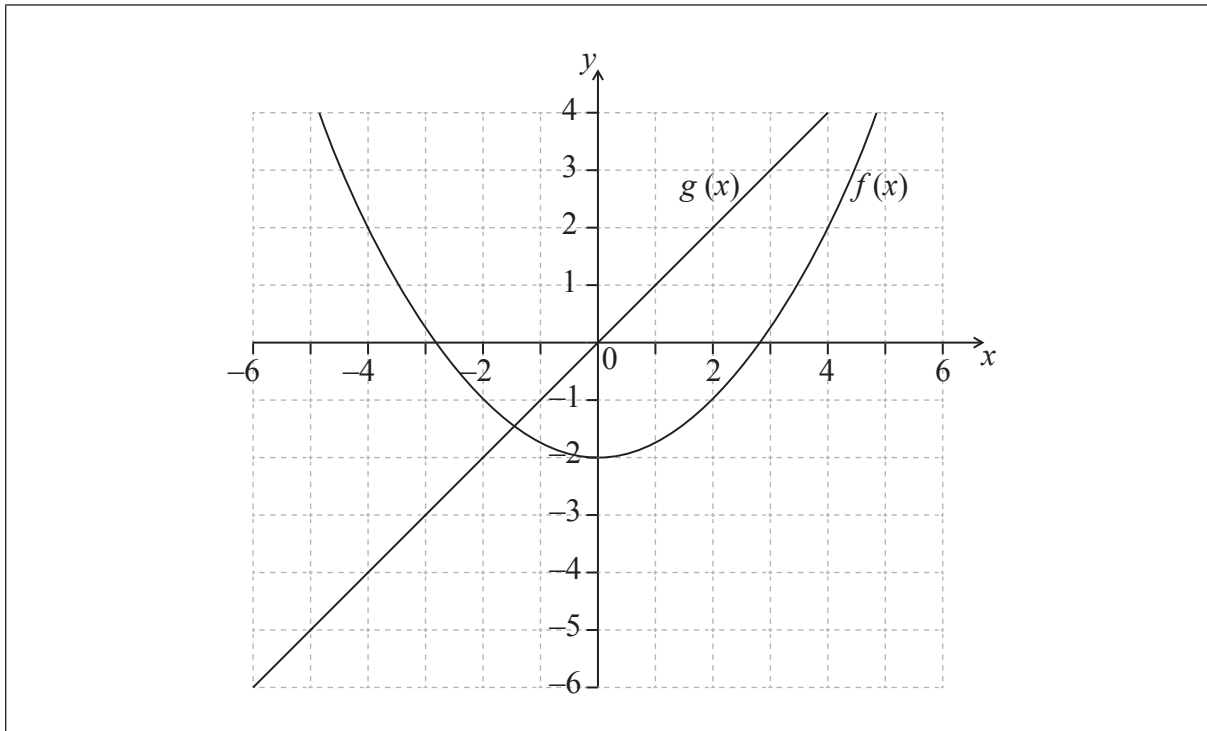
Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)



11. La figure illustre les représentations graphiques des fonctions $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$ et $g(x) = x$.



- (a) Dérivez $f(x)$ par rapport à x . [1 point]
- (b) Dérivez $g(x)$ par rapport à x . [1 point]
- (c) Calculez la valeur de x pour laquelle les pentes des deux représentations graphiques sont les mêmes. [2 points]
- (d) Dessinez la tangente à la parabole au point de la valeur de x trouvée dans la partie (c). [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



12. Un industriel en Angleterre fabrique 16 000 statues de jardin; 12 % sont défectueuses et ne peuvent pas être vendues.

(a) Trouvez le nombre de statues qui ne sont pas défectueuses.

[2 points]

L'industriel vend chacune des statues non défectueuses pour 5,25 livres sterling (GBP) à une compagnie américaine. Le taux de change de la GBP en dollars américains (USD) est $1 \text{ GBP} = 1,6407 \text{ USD}$.

(b) Calculez le montant en USD payé par la compagnie américaine pour toutes les statues non défectueuses. Écrivez votre réponse correcte avec **deux chiffres après la virgule**.

[2 points]

La compagnie américaine vend une de ces statues à un client australien pour 12 USD. Le taux de change du dollar australien (AUD) en USD est $1 \text{ AUD} = 0,8739 \text{ USD}$.

(c) Calculez le montant en AUD payé par le client australien pour cette statue. Écrivez votre réponse correcte avec **deux chiffres après la virgule**.

[2 points]

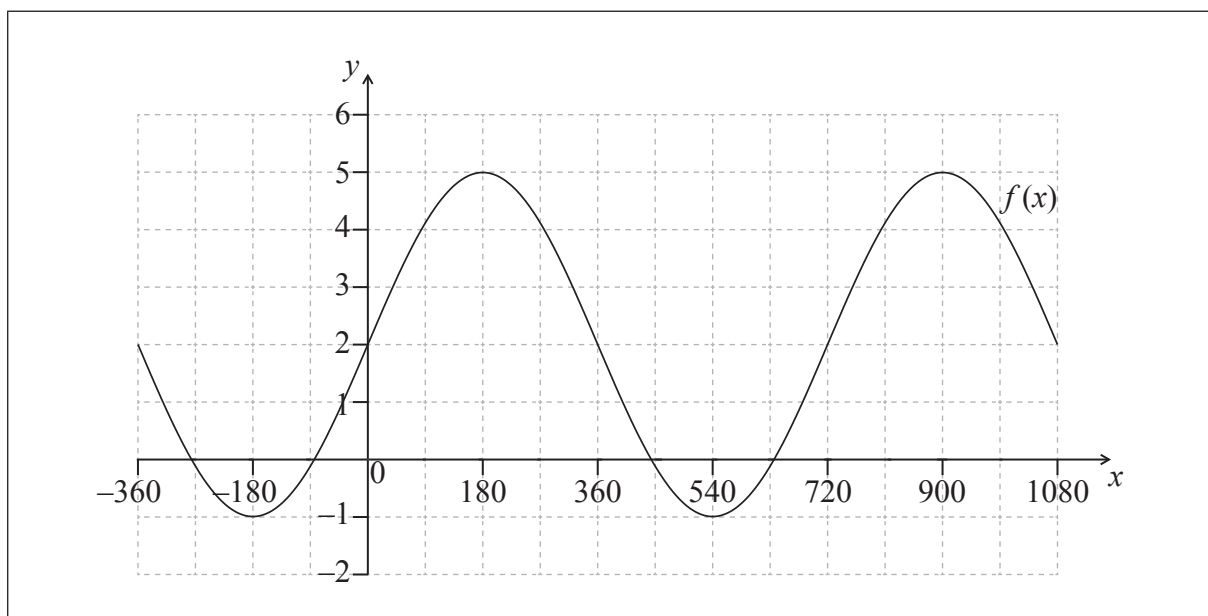
Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



13. La représentation graphique de la fonction $f(x) = a \sin(bx) + c$ est illustrée ci-dessous pour $-360^\circ \leq x \leq 1080^\circ$.



- (a) Donnez la période de $f(x)$. [1 point]
- (b) Donnez la valeur de
- (i) a ;
 - (ii) b ;
 - (iii) c . [3 points]

P est l'un des points où la représentation graphique de $y = f(x)$ coupe l'axe des abscisses. L'abscisse de P se situe entre -180° et 180° .

- (c) (i) Marquez et légendez le point P sur la représentation graphique ci-dessus.
- (ii) **Estimez** l'abscisse de P . [2 points]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b) (i)
- (ii)
- (iii)
- (c) (ii)



14. Shiyun a acheté une voiture en 1999. La valeur V de la voiture, en USD, se déprécie en suivant le modèle exponentiel

$$V = 25\,000 \times 1,5^{-0,2t}, t \geq 0,$$

où t est le nombre d'années pendant lequel Shiyun possède la voiture.

- (a) Donnez la valeur de la voiture quand Shiyun l'a achetée. [1 point]
- (b) Calculez la valeur de la voiture trois ans après son achat par Shiyun. Écrivez votre réponse correcte avec **deux chiffres après la virgule**. [2 points]
- (c) Calculez le nombre d'années pour que la voiture perde la moitié de sa valeur après son achat par Shiyun. [3 points]

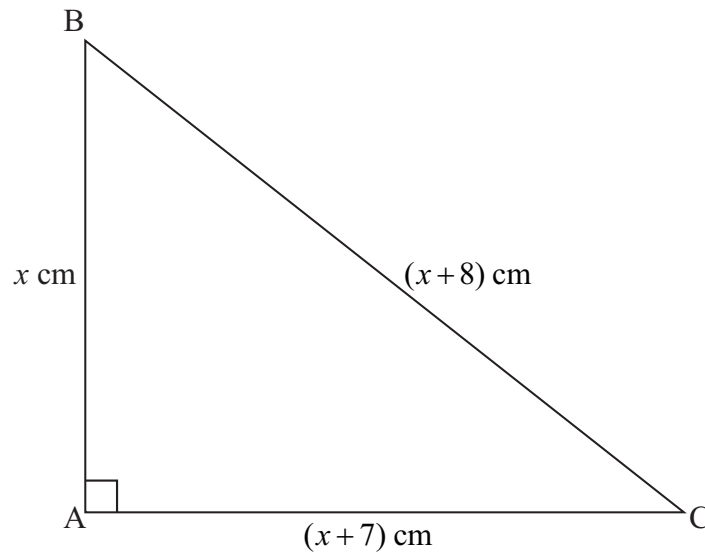
Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



15. Dans cette figure, $\hat{BAC} = 90^\circ$. Les longueurs des trois côtés sont x cm, $(x+7)$ cm et $(x+8)$ cm.



la figure n'est pas à l'échelle

- (a) Donnez et **simplifiez** une équation du second degré en x qui lie les trois côtés du triangle. [3 points]
- (b) Résolvez l'équation du second degré trouvée dans la partie (a). [2 points]
- (c) Donnez le périmètre du triangle. [1 point]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)

