22127310

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Viernes 4 de mayo de 2012 (mañana)

1 hora 30 minutos

Código del examen

2	2	1	2	–	7	3	1	0

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en las hojas de respuesta provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información* ***de Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

0112

© International Baccalaureate Organization 2012

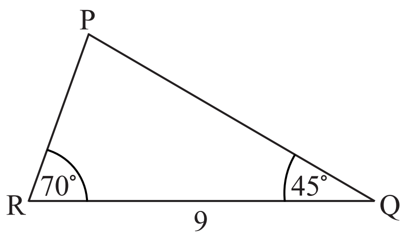
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

*Conteste **todas** las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 6]*

El siguiente diagrama muestra el ΔPQR, donde RQ $= 9$ cm, P$\hat{\text{R}}$Q $= 70^\circ$ y P$\hat{\text{Q}}$R $= 45^\circ$.



la figura no está dibujada a escala

(a) Halle R$\hat{\text{P}}$Q. *[1 punto]*

(b) Halle PR. *[3 puntos]*

(c) Halle el área del ΔPQR. *[2 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. *[Puntuación máxima: 6]*

Sea $f(x) = \cos(e^x)$, para $-2 \le x \le 2$.

(a) Halle $f'(x)$. *[2 puntos]*

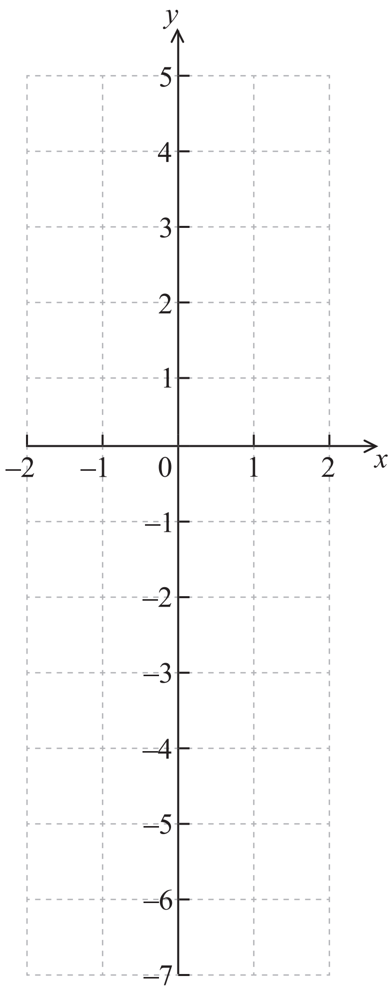
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

(b) Dibuje aproximadamente la gráfica de $f'(x)$ en la cuadrícula que aparece a continuación. *[4 puntos]*



3. *[Puntuación máxima: 6]*

El primer término de una progresión geométrica es 200 y la suma de los cuatro primeros términos es igual a 324,8.

(a) Halle la razón común. *[4 puntos]*

(b) Halle el décimo término. *[2 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

4. *[Puntuación máxima: 6]*

Las estaturas de un grupo de niños de siete años siguen una distribución normal, de media 117 cm y desviación típica igual a 5 cm. Se escoge al azar a un niño del grupo.

(a) Halle la probabilidad de que este niño mida más de 122,5 cm. *[3 puntos]*

(b) La probabilidad de que este niño mida menos de k cm es igual a 0,65. Halle el valor de k. *[3 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. *[Puntuación máxima: 6]*

Una partícula se mueve en línea recta a una velocidad $v = 12t - 2t^3 - 1$, para $t \geq 0$, donde v viene dada en centímetros por segundo y t en segundos.

(a) Halle la aceleración de la partícula al cabo de 2,7 segundos. *[3 puntos]*

(b) Halle el desplazamiento de la partícula al cabo de 1,3 segundos. *[3 puntos]*

6. *[Puntuación máxima: 7]*

Sean $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 2\\ -1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$.

(a) Escriba $\boldsymbol{A}^{-1}$. *[2 puntos]*

(b) Sea $\boldsymbol{C}$ una matriz de orden 3×3 tal que $\boldsymbol{ACA}^{-1}=\boldsymbol{B}$. Halle $\boldsymbol{C}$. *[5 puntos]*

7. *[Puntuación máxima: 8]*

En una fábrica se fabrican lámparas. La probabilidad de que una lámpara esté defectuosa es igual a 0,05. Se analiza una muestra aleatoria compuesta por 30 lámparas.

(a) Halle la probabilidad de que en la muestra haya al menos una lámpara defectuosa. *[4 puntos]*

(b) Sabiendo que en la muestra hay al menos una lámpara defectuosa, halle la probabilidad de que haya como máximo dos lámparas defectuosas. *[4 puntos]*

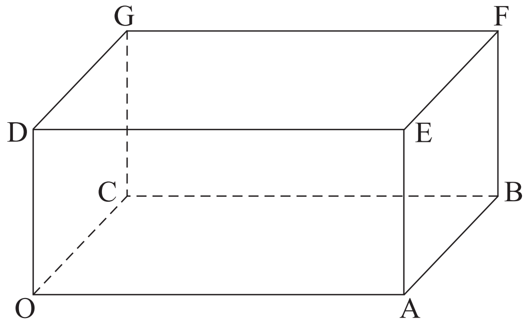
NO *escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

Conteste ***todas*** *las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 16]*

La siguiente figura muestra el ortoedro (sólido rectangular) OABCDEFG, donde O es el origen, y $\vec{OA} = 4\boldsymbol{i}$, $\vec{OC} = 3\boldsymbol{j}$, $\vec{OD} = 2\boldsymbol{k}$.



(a) (i) Halle $\vec{OB}$.

(ii) Halle $\vec{OF}$.

(iii) Compruebe que $\vec{AG} = -4\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$. *[5 puntos]*

(b) Escriba una ecuación vectorial para

(i) la recta OF;

(ii) la recta AG. *[4 puntos]*

(c) Halle el ángulo obtuso que forman las rectas OF y AG. *[7 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 13]*

Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, donde a, b y c son números reales. La gráfica de f pasa por el punto $(2, 9)$.

(a) Compruebe que $8a + 4b + c = 9$. *[2 puntos]*

La gráfica de f presenta un mínimo local en $(1, 4)$.

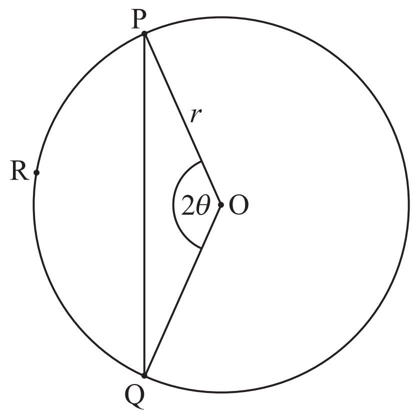
(b) Halle otras dos ecuaciones que relacionen a, b y c; exprese sus respuestas de una forma similar a la del apartado (a). *[7 puntos]*

(c) Halle el valor de a, el de b y el de c. *[4 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 16]*

Considere el siguiente círculo, de centro O y radio r.



Los puntos P, R y Q pertenecen a la circunferencia, y $\text{P}\hat{\text{O}}\text{Q} = 2\theta$, para $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

(a) Utilice el teorema del coseno para comprobar que $\text{PQ} = 2r\,\text{sen}\,\theta$. *[4 puntos]*

Sea l la longitud del arco PRQ.

(b) Sabiendo que $1{,}3\,\text{PQ} - l = 0$, halle el valor de θ. *[5 puntos]*

Considere la función $f(\theta) = 2{,}6\,\text{sen}\,\theta - 2\theta$, para $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

(c) (i) Dibuje aproximadamente la gráfica de f.

(ii) Escriba la raíz de $f(\theta) = 0$. *[4 puntos]*

(d) Utilice la gráfica de f para hallar los valores de θ para los cuales $l < 1{,}3\,\text{PQ}$. *[3 puntos]*

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.