



## MATEMÁTICAS NIVEL MEDIO PRUEBA 1

Jueves 3 de mayo de 2012 (tarde)

1 hora 30 minutos

Número de	convocatoria	del	alumno
-----------	--------------	-----	--------

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

### Código del examen

2	2	1	2	_	7	3	0	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

#### **INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en las hojas de respuesta provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de Matemáticas NM* para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].

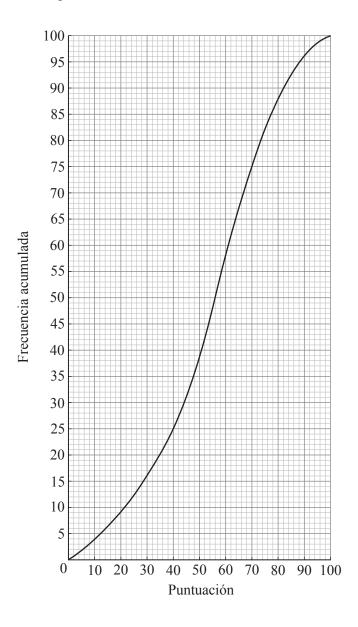
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

#### SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

### 1. [Puntuación máxima: 5]

La curva de frecuencias acumuladas que aparece a continuación representa las puntuaciones obtenidas por 100 alumnos.



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)



		- 3 <b>-</b>	M12/5/MATME/SP1/SPA/TZ0/XX
(Pregur	ta 1: continuación)		
(a	Halle la mediana de las puntuaciones.		[2 puntos]
(b	) Halle el rango intercuartil.		[3 puntos]



2.	[Puntu	ación	máxima:	6
≠•	/ 1 <i>unii</i> u	ucion	maxima.	U

Sean f(x) = 2x - 1 y  $g(x) = 3x^2 + 2$ .

(a) Halle  $f^{-1}(x)$ .

[3 puntos]

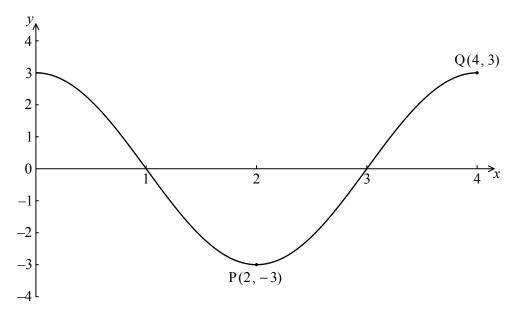
(b) Halle  $(f \circ g)(1)$ .

[3 puntos]




# 3. [Puntuación máxima: 6]

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de  $f(x) = a\cos(bx)$ , para  $0 \le x \le 4$ .



Hay un mínimo en P(2, -3) y un máximo en Q(4, 3).

(a) (i) Escriba el valor de a.

(ii) Halle el valor de b.

[3 puntos]

(b) Escriba la pendiente de la curva en P.

[1 punto]

(c) Escriba la ecuación de la normal a la curva en P.

[2 puntos]

• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	 	



**4.** [Puntuación máxima: 8]

La variable aleatoria X presenta la siguiente distribución de probabilidad, siendo P(X > 1) = 0,5.

X	0	1	2	3
P(X = x)	p	q	r	0,2

(a) Halle el valor de r.

[2 puntos]

(b) Sabiendo que E(X) = 1,4, halle el valor de p y el de q.

[6 puntos]



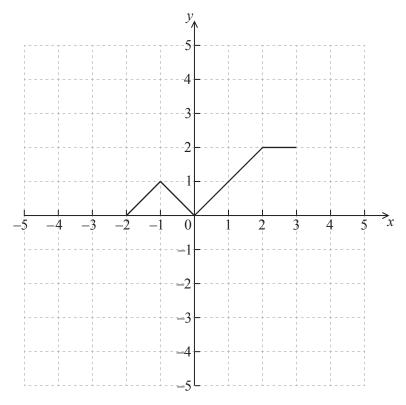

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



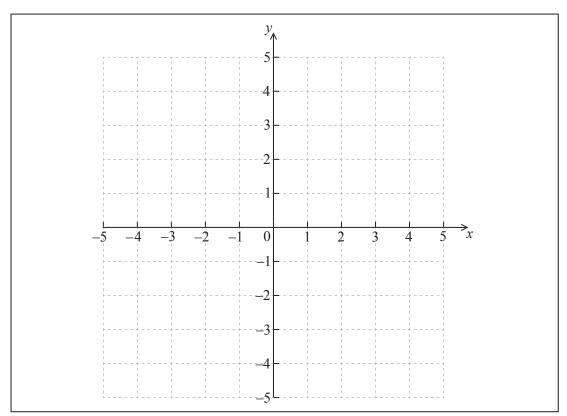
# 5. [Puntuación máxima: 6]

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función f(x), para  $-2 \le x \le 3$ .



(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de f(-x) en la cuadrícula que aparece a continuación.

[2 puntos]

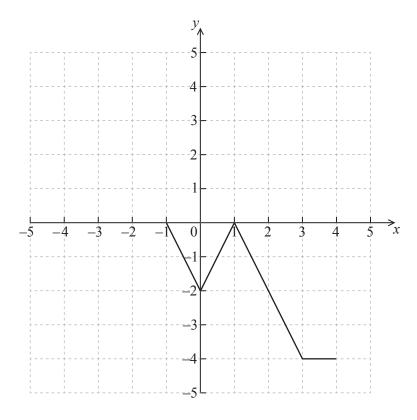


(Esta pregunta continúa en la siguiente página)



(Pregunta 5: continuación)

(b) La gráfica de f se transforma de modo tal que se obtiene la gráfica de g. A continuación se muestra la gráfica de g.



La función g se puede escribir de la forma g(x) = af(x+b). Escriba el valor de a y el de b.

[4 puntos]


6.	[Puntue	ación	máxima:	7
•	1 1 0010000	$x \in U \cap U$	micustinici.	

Considere la ecuación  $x^2 + (k-1)x + 1 = 0$ , donde k es un número real.

Halle los valores de k para los cuales la ecuación tiene dos soluciones reales **iguales**.




7. [Puntuación máxima: 7]

Sabiendo que  $\left(1 + \frac{2}{3}x\right)^n (3 + nx)^2 = 9 + 84x + \dots$ , halle el valor de n.



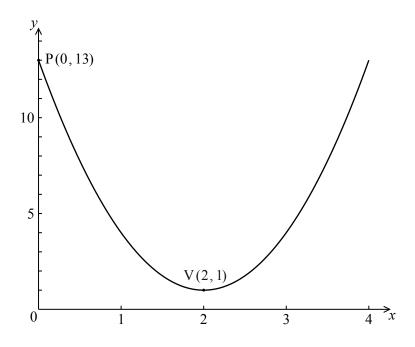

NO escriba soluciones en esta página.

### SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

# **8.** [Puntuación máxima: 15]

La siguiente figura muestra la gráfica de una función cuadrática f, para  $0 \le x \le 4$ .



La gráfica pasa por el punto P(0, 13), y el vértice es el punto V(2, 1).

- (a) La función se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ .
  - (i) Escriba el valor de h y el de k.
  - (ii) Compruebe que a = 3.

[4 puntos]

(b) Halle f(x); exprese la respuesta en la forma  $Ax^2 + Bx + C$ .

[3 puntos]

(c) Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de f, el eje x, y las rectas x = 2 y x = 4.

[8 puntos]

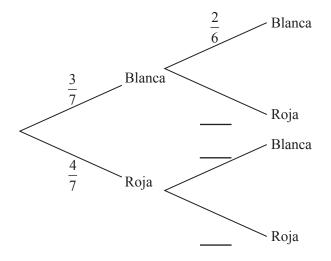


NO escriba soluciones en esta página.

### 9. [Puntuación máxima: 14]

La bolsa A contiene tres bolas blancas y cuatro bolas rojas. Se escogen al azar dos bolas sin reposición.

(a) (i) **Copie** y complete el siguiente diagrama de árbol. (No escriba en esta página.)



(ii) Halle la probabilidad de que las dos bolas escogidas sean blancas.

[5 puntos]

La bolsa B contiene cuatro bolas blancas y tres bolas rojas. Cuando se escogen dos bolas de la bolsa B al azar y sin reposición, la probabilidad de que ambas sean blancas es igual a  $\frac{2}{7}$ .

Se tira un dado estándar. Si sale un 1 o un 2 se escogen dos bolas sin reposición de la bolsa A; en caso contrario, las bolas se escogen de la bolsa B.

(b) Halle la probabilidad de que las dos bolas sean blancas.

[5 puntos]

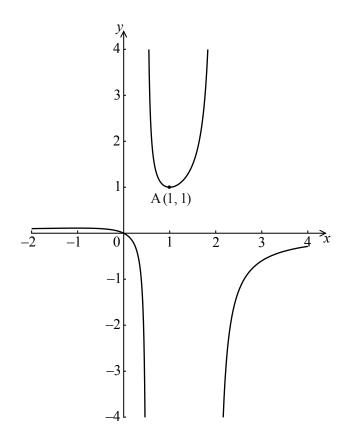
(c) Sabiendo que ambas bolas son blancas, halle la probabilidad de que hayan sido escogidas de la bolsa A.

[4 puntos]

NO escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 16]

Sea  $f(x) = \frac{x}{-2x^2 + 5x - 2}$ , para  $-2 \le x \le 4$ ,  $x \ne \frac{1}{2}$ ,  $x \ne 2$ . A continuación se muestra la gráfica de f.



La gráfica de f presenta un mínimo local en A(1, 1) y un máximo local en B.

- (a) Utilice la regla del cociente para comprobar que  $f'(x) = \frac{2x^2 2}{(-2x^2 + 5x 2)^2}$ . [6 puntos]
- (b) A partir de lo anterior, halle las coordenadas de B. [7 puntos]
- (c) Sabiendo que la recta y = k no corta a la gráfica de f, halle los posibles valores de k. [3 puntos]

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

