



22127220



International Baccalaureate®  
Baccalauréat International  
Bachillerato Internacional

**MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU SUPÉRIEUR**  
**ÉPREUVE 2**

Vendredi 4 mai 2012 (matin)

2 heures

Numéro de session du candidat

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

Code de l'examen

2	2	1	2	–	7	2	2	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur les feuilles de réponses prévues à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur chaque feuille de réponses que vous avez utilisée et joignez-les à cette épreuve écrite et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- À la fin de l'examen, indiquez le nombre de feuilles de réponses utilisées dans la case prévue à cet effet sur votre page de couverture.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du Livret d'informations pour le cours de **mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est [120 points].



0116

## SECTION A

**1.** [Note maximale : 7]

(a) Trouvez le premier terme et la raison. [4 points]

(b) Trouvez la plus petite valeur de  $n$  telle que la somme des  $n$  premiers termes est supérieure à 600. [3 points]

[illegible]

2. [Note maximale : 5]

La variable aléatoire  $X$  suit la distribution  $B(30, p)$ . Étant donné que  $E(X) = 10$ , trouvez

- (a) la valeur de  $p$ ; [1 point]
- (b)  $P(X = 10)$ ; [2 points]
- (c)  $P(X \geq 15)$ . [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 8]

On considère un triangle ABC tel que  $\widehat{BAC} = 45,7^\circ$ ,  $AB = 9,63$  cm et  $BC = 7,5$  cm.

- (a) En dessinant un diagramme, montrez qu'il existe deux triangles qui satisfont ces conditions.

[2 points]

- (b) Trouvez les valeurs possibles de AC.

[6 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Note maximale : 6]

Quinze garçons et dix filles sont assis dans une même rangée.

- (a) De combien de façons peuvent-ils être assis dans une même rangée de telle sorte que les garçons et les filles forment deux groupes séparés? [3 points]
- (b) Deux garçons et trois filles sont choisis pour aller au théâtre. De combien de façons ce choix peut-il être fait? [3 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Note maximale : 5]

La variable aléatoire  $X$  suit la distribution  $\text{Po}(m)$ .

Étant donné que  $P(X = 5) = P(X = 3) + P(X = 4)$ , trouvez

(a) la valeur de  $m$ ; [3 points]

(b)  $P(X > 2)$ . [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 8]

- (a) Esquissez la représentation graphique de  $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ,  $-4 \leq x \leq 4$ , en montrant clairement les coordonnées des points d'intersection avec l'axe des abscisses, de tout point maximum et tout point minimum.

[4 points]

- (b) Donnez la pente de la courbe en  $x = 1$ .

[1 point]

- (c) Trouvez l'équation de la normale à la courbe en  $x = 1$ .

[3 points]



7. [Note maximale : 5]

La fonction de densité d'une variable aléatoire continue  $X$  est donnée par

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4}, \quad 0 \leq x \leq a.$$

- (a) Trouvez la valeur de  $a$ . [3 points]
- (b) Trouvez l'espérance mathématique de  $X$ . [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





8. [Note maximale : 8]

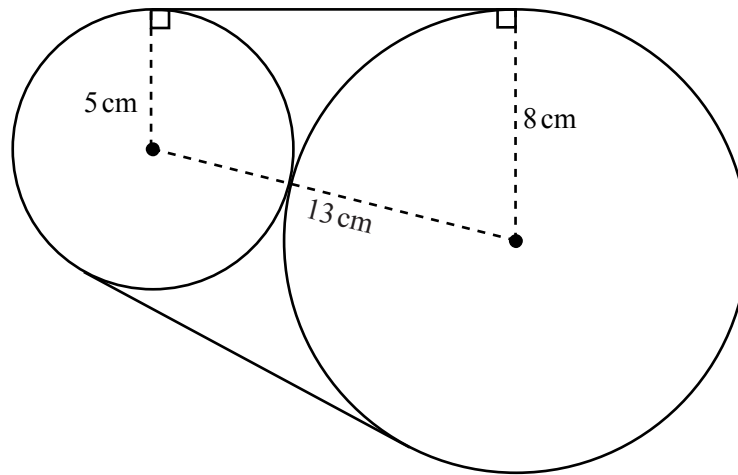
Chaque fois qu'une balle rebondit, elle atteint 95 % de la hauteur qu'elle avait atteinte au rebond précédent. Initialement, elle est lâchée d'une hauteur de 4 mètres.

- (a) Quelle hauteur la balle atteint-elle après son quatrième rebond? [2 points]
- (b) Combien de fois la balle rebondit-elle avant qu'elle n'atteigne plus une hauteur de 1 mètre? [3 points]
- (c) Quelle est la distance totale parcourue par la balle? [3 points]



9. [Note maximale : 8]

Deux disques, l'un de rayon 8 cm et l'autre de rayon 5 cm, sont placés de telle sorte qu'ils se touchent. Une corde est enroulée autour des disques. Ceci est représenté dans la figure ci-dessous.



*la figure n'est pas à l'échelle*

Calculez la longueur de la corde nécessaire pour faire le tour des disques.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

### SECTION B

Répondez à **toutes** les questions sur les feuilles de réponses fournies. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

10. [Note maximale : 14]

Des pommes, des poires et des prunes sont vendues dans un marché.

- (a) Les poids des pommes sont normalement distribués avec une moyenne de 200 grammes et un écart-type de 25 grammes.

(i) Étant donné qu'il y a 450 pommes sur l'étalage, quel est le nombre attendu de pommes ayant un poids de plus de 225 grammes?

(ii) Étant donné que 70 % des pommes ont un poids inférieur à  $m$  grammes, trouvez la valeur de  $m$ .

[5 points]

- (b) Les poids des poires sont normalement distribués avec une moyenne de  $\mu$  grammes et un écart-type de  $\sigma$  grammes. Étant donné que 8 % de ces poires ont un poids supérieur à 270 grammes et que 15 % ont un poids inférieur à 250 grammes, trouvez  $\mu$  et  $\sigma$ .

[6 points]

- (c) Les poids des prunes sont normalement distribués avec une moyenne de 80 grammes et un écart-type de 4 grammes. Cinq prunes sont choisies au hasard. Quelle est la probabilité qu'exactement 3 d'entre elles aient un poids supérieur à 82 grammes?

[3 points]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

11. [Note maximale : 24]

- (a) Trouvez les valeurs de  $k$  pour lesquelles le système d'équations suivant n'admet aucune solution et la valeur de  $k$  pour la quelle ce système admet une infinité de solutions.

$$x - 3y + z = 3$$

$$x + 5y - 2z = 1$$

$$16y - 6z = k$$

[5 points]

- (b) Sachant que le système d'équations peut être résolu, trouvez les solutions sous la forme vectorielle de l'équation d'une droite,  $\mathbf{r} = \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b}$ , où les composantes de  $\mathbf{b}$  sont des entiers.

[7 points]

- (c) Le plan  $\div$  est à la fois parallèle à la droite de la partie (b) et à la droite  $\frac{x-4}{3} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2}{0}$ . Étant donné que le plan  $\div$  contient le point  $(1, 2, 0)$ , montrez que l'équation cartésienne de  $\div$  est  $16x + 24y - 11z = 64$ .

[5 points]

- (d) L'axe des cotes  $Oz$  rencontre le plan  $\div$  au point  $P$ . Trouvez les coordonnées de  $P$ .

[2 points]

- (e) Trouvez l'angle entre la droite  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z}{2}$  et le plan  $\div$ .

[5 points]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

12. [Note maximale : 22]

Une particule se déplace en ligne droite avec une vitesse de  $v$  mètres par seconde.

À tout instant  $t$  secondes,  $0 \leq t < \frac{3\pi}{4}$ , la vitesse est donnée par l'équation différentielle  $\frac{dv}{dt} + v^2 + 1 = 0$ . On sait également que  $v = 1$  lorsque  $t = 0$ .

- (a) Trouvez une expression pour  $v$  en fonction de  $t$ . [7 points]
- (b) Esquissez la courbe de  $v$  en fonction de  $t$ , en montrant clairement les coordonnées de tout point d'intersection avec les axes, ainsi que les équations de toute asymptote. [3 points]
- (c) (i) Donnez le temps  $T$  auquel la vitesse est nulle.
- (ii) Trouvez la distance parcourue pendant l'intervalle  $[0, T]$ . [3 points]
- (d) Trouvez une expression pour  $s$ , la position, en fonction de  $t$ , sachant que  $s = 0$  lorsque  $t = 0$ . [5 points]
- (e) Montrez alors, ou autrement, que  $s = \frac{1}{2} \ln \frac{2}{1+v^2}$ . [4 points]
- 



Veuillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



Veuillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.

