



ÉTUDES MATHÉMATIQUES NIVEAU MOYEN ÉPREUVE 2

Vendredi 10 mai 2013 (matin)

1 heure 30 minutes

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du *livret d'informations pour le cours d'études mathématiques NM* pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est [90 points].

Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d'indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphiques dans votre réponse.

1. *[Note maximale : 19]*

On a interrogé 40 familles sur les endroits où elles sont allées pendant le week-end. Les endroits étaient le cirque (C), le musée (M) et le parc (P).

- Il y a 16 familles qui sont allées au cirque
- Il y a 22 familles qui sont allées au musée
- Il y a 14 familles qui sont allées au parc
- Il y a 4 familles qui sont allées aux trois endroits
- Il y a 7 familles qui sont allées au cirque et au musée, mais pas au parc
- Il y a 3 familles qui sont allées au cirque et au parc, mais pas au musée
- Il y a 1 famille qui est allée seulement au parc
- (a) Dessinez un diagramme de Venn pour représenter les informations données en utilisant des ensembles légendés *C*, *M* et *P*. Complétez le diagramme en y marquant le nombre de familles représentées dans chaque région.

[4 points]

- (b) Trouvez le nombre de familles qui
 - (i) sont allées seulement au cirque;
 - (ii) sont allées au musée et au parc, mais pas au cirque ;
 - (iii) ne sont allées à aucun des trois endroits pendant le week-end.

[4 points]

- (c) Une famille est choisie au hasard dans le groupe des 40 familles. Trouvez la probabilité que la famille soit allée
 - (i) au cirque;
 - (ii) à deux endroits ou plus ;
 - (iii) au parc ou au cirque, mais pas au musée;
 - (iv) au musée, sachant qu'elle est aussi allée au cirque.

[8 points]

Deux familles sont choisies au hasard dans le groupe des 40 familles.

(d) Trouvez la probabilité que les deux familles soient allées au cirque.

[3 points]

2. [*Note maximale : 17*]

Francesca est chef cuisinière dans un restaurant. Elle prépare huit poulets et note leurs masses et les temps de cuisson. La masse m de chaque poulet, en kg, et son temps de cuisson t, en minutes, sont indiqués dans le tableau suivant.

| Masse m (kg) | Temps de cuisson t (minutes) |
|--------------|------------------------------|
| 1,5 | 62 |
| 1,6 | 75 |
| 1,8 | 82 |
| 1,9 | 83 |
| 2,0 | 86 |
| 2,1 | 87 |
| 2,1 | 91 |
| 2,3 | 98 |

(a) Dessinez un diagramme de dispersion montrant la relation entre la masse d'un poulet et son temps de cuisson. Utilisez 2 cm pour représenter 0,5 kg sur l'axe horizontal et 1 cm pour représenter 10 minutes sur l'axe vertical.

[4 points]

- (b) Donnez pour cet ensemble de données
 - (i) la masse moyenne, \overline{m} ;
 - (ii) le temps de cuisson moyen, \overline{t} .

[2 points]

(c) Légendez le point $M(\overline{m}, \overline{t})$ sur le diagramme de dispersion.

[1 point]

(d) Dessinez la droite de régression sur le diagramme de dispersion.

[2 points]

(e) En utilisant votre droite de régression, estimez le temps de cuisson, en minutes, pour un poulet de 1,7 kg.

[2 points]

(f) Donnez le coefficient de corrélation de Pearson, r.

[2 points]

(g) En utilisant votre valeur pour r, commentez la corrélation.

[2 points]

(Suite de la question à la page suivante)

2213-7408 Tournez la page

(Suite de la question 2)

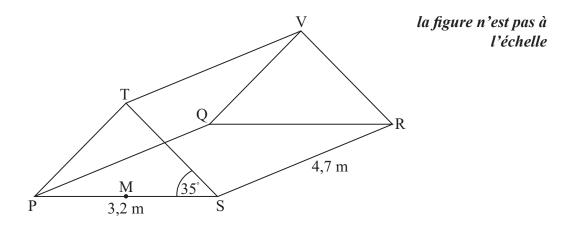
Le temps de cuisson d'un poulet supplémentaire de 2,0 kg est noté. Si la masse et le temps de cuisson de ce poulet sont ajoutés aux données, la corrélation est faible.

- (h) (i) Expliquez comment le temps de cuisson de ce poulet supplémentaire pourrait se distinguer de celui des huit autres poulets.
 - (ii) Expliquez comment une nouvelle droite de régression pourrait se distinguer de celle dessinée dans la partie (d).

[2 points]

3. [*Note maximale : 18*]

Une tente en forme de prisme triangulaire droit est représentée dans la figure ci-dessous.



La tente a une base rectangulaire PQRS.

PTS et QVR sont des triangles isocèles tels que PT = TS et QV = VR.

PS mesure 3,2 m, SR mesure 4,7 m et l'angle TSP mesure 35°.

(a) Montrez que la longueur du côté ST est 1,95 m, correct avec 3 chiffres significatifs.

[3 points]

(b) Calculez l'aire du triangle PTS.

[3 points]

(c) Donnez l'aire du rectangle STVR.

[1 point]

(d) Calculez l'aire **totale** de la tente, y compris la base.

[3 points]

(e) Calculez le volume de la tente.

[2 points]

Une barre est placée depuis V jusqu'à M, le milieu de PS.

- (f) Trouvez, en mètres,
 - (i) la hauteur de la tente TM;

(ii) la longueur de la barre VM.

[4 points]

(g) Calculez la mesure de l'angle entre VM et la base de la tente.

[2 points]

4. [*Note maximale : 19*]

Lundi, Paco va s'entraîner sur une piste de course. Il fait en courant le premier tour de piste en 120 secondes. Pour chaque tour de piste qu'il court, il faut à Paco 10 secondes de plus que pour son tour précédent.

(a) Trouvez le temps, en secondes, qu'il faut à Paco pour courir son cinquième tour.

[3 points]

Il faut à Paco 260 secondes pour courir son dernier tour.

(b) Trouvez combien de tours il a fait en courant lundi.

[3 points]

(c) Trouvez la durée **totale**, en **minutes**, pendant laquelle Paco a couru lundi.

[4 points]

Mercredi, Paco emmène Lola pour s'entraîner. Tous les deux, ils font en courant le premier tour de piste en 120 secondes. Pour chaque tour de piste qu'elle court, il faut à Lola 1,06 fois plus de temps que pour son tour précédent.

(d) Trouvez le temps, en secondes, qu'il faut à Lola pour courir son troisième tour.

[3 points]

(e) Trouvez la durée **totale**, en secondes, qu'il faut à Lola pour courir ses quatre premiers tours.

[3 points]

De nouveau, pour chaque tour de piste qu'il court, il faut à Paco 10 secondes de plus que pour son tour précédent. Après un certain nombre de tours, il faut à Paco moins de temps qu'à Lola pour faire un tour.

(f) Trouvez à quel tour cela arrive.

[3 points]

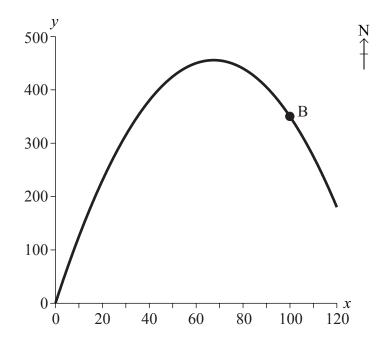
5. *[Note maximale : 17]*

La figure ci-dessous représente une **vue d'avion** d'une piste cyclable. La piste peut être modélisée par la fonction du second degré

− 7 *−*

$$y = \frac{-x^2}{10} + \frac{27}{2}x$$
, avec $x \ge 0$, $y \ge 0$

(x, y) sont les coordonnées d'un point à x mètres à l'est et à y mètres au nord de O, où O est l'origine (0; 0). B est un point sur la piste cyclable de coordonnées (100; 350).



- (a) Les coordonnées du point A sont (75; 450). Déterminez si le point A est sur la piste cyclable. Justifiez votre réponse. [3 points]
- (b) Trouvez la dérivée de $y = \frac{-x^2}{10} + \frac{27}{2}x$. [2 points]
- (c) Utilisez la réponse de la partie (b) pour déterminer si A (75; 450) est le point le plus au nord sur la piste entre O et B. Justifiez votre réponse. [4 points]
- (d) (i) Donnez le milieu du segment de droite OB.
 - (ii) Trouvez la pente du segment de droite OB. [3 points]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 5)

Scott part du point C(0;150). Il marche vers la piste cyclable sur une route droite, parallèle au segment de droite OB.

- (e) Trouvez l'équation de la route de Scott. Exprimez votre réponse sous la forme ax + by = c, où a, b et $c \in \mathbb{R}$. [3 points]
- (f) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver les coordonnées du point où Scott traverse pour la première fois la piste cyclable. [2 points]