



22137410



International Baccalaureate®  
Baccalauréat International  
Bachillerato Internacional

**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 2**

Viernes 10 de mayo de 2013 (mañana)

1 hora 30 minutos

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de Estudios Matemáticos NM* para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].

*Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.*

**1.** [Puntuación máxima: 19]

Cuarenta familias participan en una encuesta donde se les pregunta a qué lugares han ido el fin de semana. Las lugares eran: el circo ( $C$ ), el museo ( $M$ ) y el parque ( $P$ ).

- 16 familias fueron al circo
- 22 familias fueron al museo
- 14 familias fueron al parque
- 4 familias fueron a los tres lugares
- 7 familias fueron al circo y también al museo, pero no fueron al parque
- 3 familias fueron al circo y también al parque, pero no fueron al museo
- 1 familia fue solo al parque

- (a) Dibuje con precisión un diagrama de Venn para representar todos estos datos, utilizando conjuntos que lleven las etiquetas  $C$ ,  $M$  y  $P$  respectivamente. Complete el diagrama de modo que se indique cuántas familias hay incluidas en cada región.

[4 puntos]

- (b) Halle cuántas familias

- (i) fueron solamente al circo;
- (ii) fueron al museo y también al parque, pero no fueron al circo;
- (iii) no fueron durante el fin de semana a ninguno de esos tres lugares.

[4 puntos]

- (c) De este grupo de 40 familias se elige una familia al azar. Halle la probabilidad de que esa familia haya ido durante el fin de semana

- (i) al circo;
- (ii) a dos o más lugares;
- (iii) al parque o al circo, pero no al museo;
- (iv) al museo, sabiendo que también fue al circo.

[8 puntos]

De este grupo de 40 familias se eligen dos familias al azar.

- (d) Halle la probabilidad de que las dos familias hayan ido al circo.

[3 puntos]

## 2. [Puntuación máxima: 17]

Francesca es la cocinera de un restaurante. Francesca asa ocho pollos y va anotando la masa de cada uno y el tiempo que tarda en asarse. En la siguiente tabla se muestra la masa ( $m$ , en kg) de cada pollo junto al tiempo ( $t$ , en minutos) que ha tardado en asarse.

Masa $m$ (kg)	Tiempo $t$ (minutos) que tarda en asarse
1,5	62
1,6	75
1,8	82
1,9	83
2,0	86
2,1	87
2,1	91
2,3	98

- (a) Dibuje con precisión un diagrama de dispersión que muestre la relación que existe entre la masa del pollo y el tiempo que tarda en asarse. Utilice 2 cm para representar 0,5 kg sobre el eje horizontal, y 1 cm para representar 10 minutos en el eje vertical. [4 puntos]
- (b) Escriba, para este conjunto de datos
- (i) la media de la masa,  $\bar{m}$  ;
- (ii) la media del tiempo que tarda en asarse un pollo,  $\bar{t}$  . [2 puntos]
- (c) Etiquete el punto  $M(\bar{m}, \bar{t})$  en el diagrama de dispersión. [1 punto]
- (d) En el diagrama de dispersión, dibuje con precisión la recta de ajuste óptimo. [2 puntos]
- (e) Utilizando su recta de ajuste óptimo, estime cuánto tiempo, en minutos, tardaría en asarse un pollo de 1,7 kg. [2 puntos]
- (f) Escriba el coeficiente de correlación momento–producto de Pearson,  $r$  . [2 puntos]
- (g) Usando su valor de  $r$ , comente sobre la correlación. [2 puntos]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

*(Pregunta 2: continuación)*

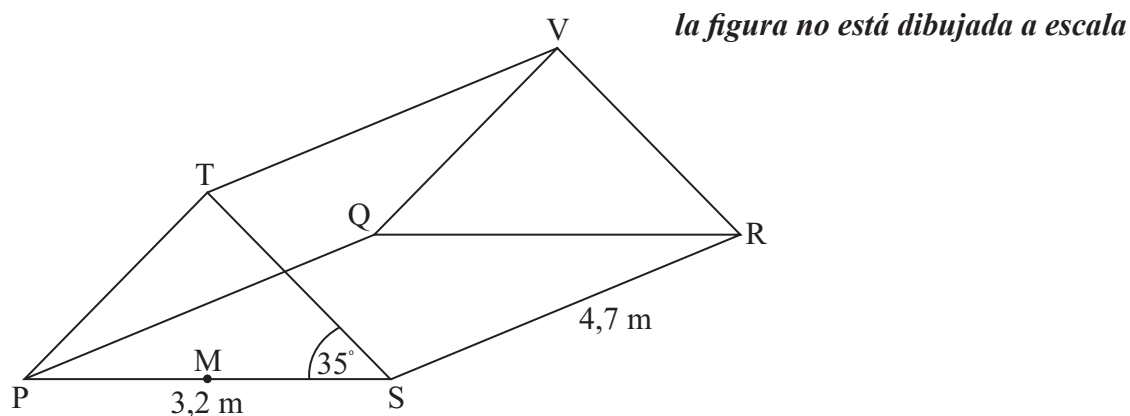
Se anota el tiempo que tarda en asarse un pollo adicional de 2,0 kg. Si se incluye en los datos la masa de este pollo y el tiempo que tarda en asarse, la correlación es débil.

- (h) (i) Explique en qué se puede diferenciar el tiempo que este pollo tarda en asarse, del tiempo que tardaron los otros ocho pollos.
- (ii) Explique en qué se puede diferenciar una nueva recta de ajuste óptimo de la recta que dibujó en el apartado (d).

*[2 puntos]*

3. [Puntuación máxima: 18]

En el siguiente diagrama se muestra una tienda de campaña con forma de prisma recto triangular.



La tienda tiene base rectangular PQRS.

PTS y QVR son triángulos isósceles, de modo tal que  $PT = TS$  y  $QV = VR$ .

PS mide 3,2 m, SR mide 4,7 m y el ángulo TSP es igual a  $35^\circ$ .

- (a) Compruebe que el lado ST mide 1,95 m, redondeando a 3 cifras significativas. [3 puntos]
- (b) Calcule el área del triángulo PTS. [3 puntos]
- (c) Escriba el área del rectángulo STVR. [1 punto]
- (d) Calcule el área **total** de la superficie de la tienda de campaña, incluida la base. [3 puntos]
- (e) Calcule el volumen de la tienda. [2 puntos]

Se coloca un palo que va desde V hasta M, siendo M el punto medio de PS.

- (f) Halle, en metros,
  - (i) la altura de la tienda, TM;
  - (ii) la longitud del palo, VM. [4 puntos]
- (g) Calcule el ángulo que forma VM con la base de la tienda. [2 puntos]

4. *[Puntuación máxima: 19]*

El lunes Paco va a entrenar a una pista de atletismo. La primera vuelta a la pista la corre en 120 segundos. A partir de ahí, cada vuelta que corre Paco tarda 10 segundos más que en la vuelta anterior.

- (a) Halle el tiempo, en segundos, que tarda Paco en correr la quinta vuelta. *[3 puntos]*

Paco tarda 260 segundos en correr la última vuelta.

- (b) Halle cuántas vueltas ha corrido Paco el lunes. *[3 puntos]*

- (c) Halle el tiempo **total**, en **minutos**, que ha estado corriendo Paco el lunes. *[4 puntos]*

El miércoles Paco lleva a Lola al entrenamiento. Ambos corren la primera vuelta a la pista en 120 segundos. Cada vuelta que corre Lola tarda 1,06 veces del tiempo que tardó en la vuelta anterior.

- (d) Halle el tiempo, en segundos, que tarda Lola en correr la tercera vuelta. *[3 puntos]*

- (e) Halle el tiempo **total**, en segundos, que tarda Lola en correr las cuatro primeras vueltas. *[3 puntos]*

Como antes, cada vuelta que corre Paco tarda 10 segundos más de lo que tardó en la vuelta anterior. Al cabo de un determinado número de vueltas, Paco corre cada vuelta en menos tiempo que Lola.

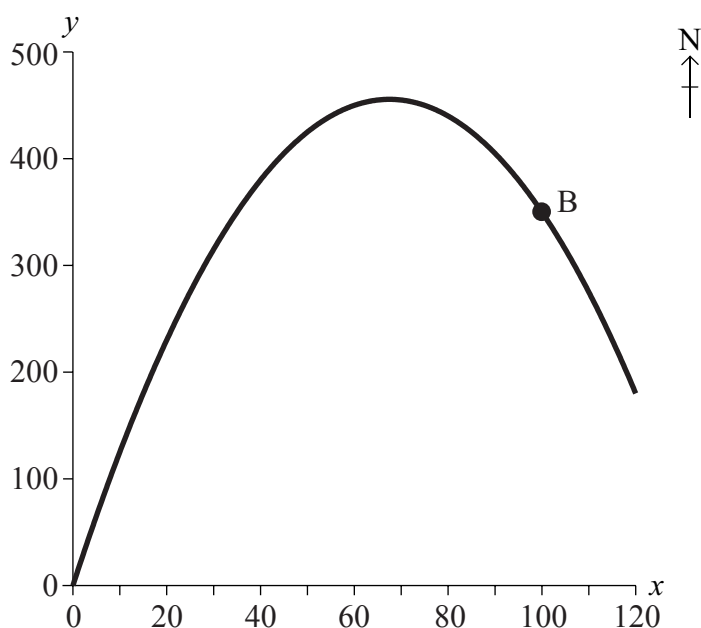
- (f) Halle a partir de qué vuelta sucede esto. *[3 puntos]*

5. [Puntuación máxima: 17]

La siguiente figura muestra la vista **aérea** de un carril bici. La forma de este carril bici se puede modelar mediante la función cuadrática

$$y = \frac{-x^2}{10} + \frac{27}{2}x, \text{ donde } x \geq 0, y \geq 0$$

$(x, y)$  son las coordenadas de un punto situado  $x$  metros al este e  $y$  metros al norte de O, siendo O el origen  $(0, 0)$ . B es un punto perteneciente al carril bici, de coordenadas  $(100, 350)$ .



- (a) Las coordenadas del punto A son  $(75, 450)$ . Determine si el punto A pertenece o no al carril bici. Dé una respuesta razonada. [3 puntos]
- (b) Halle la derivada de  $y = \frac{-x^2}{10} + \frac{27}{2}x$ . [2 puntos]
- (c) Utilice la respuesta del apartado (b) para determinar si A  $(75, 450)$  es el punto del carril bici entre O y B que está más al norte. Dé una respuesta razonada. [4 puntos]
- (d) (i) Escriba cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento de recta OB.
- (ii) Halle la pendiente del segmento de recta OB. [3 puntos]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

*(Pregunta 5: continuación)*

Scott sale con su bici desde un punto  $C(0, 150)$ . Se dirige hacia el carril bici, por una carretera recta que es paralela al segmento de recta  $OB$ .

- (e) Halle la ecuación de la carretera por la que va Scott. Exprese la respuesta de la forma  $ax + by = c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c \in \mathbb{R}$ . *[3 puntos]*
- (f) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar las coordenadas del punto donde Scott cruza por primera vez el carril bici. *[2 puntos]*
-