M13/5/MATME/SP2/FRE/TZ0/XX

22137308

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Numéro de session du candidat

0	0							

Vendredi 10 mai 2013 (matin)

1 heure 30 minutes

Code de l'examen

2	2	1	3	–	7	3	0	8

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du Livret d'informations pour le cours de ***mathématiques NM*** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est *[90 points]*.

0112

11 pages
© International Baccalaureate Organization 2013

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

SECTION A

*Répondez à **toutes** les questions dans les cases prévus à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.*

1. *[Note maximale : 5]*

Soit $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(a) Donnez $\boldsymbol{A}^{-1}$. *[2 points]*

(b) Résolvez $\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{B}$. *[3 points]*

2. *[Note maximale : 6]*

La variable aléatoire X est normalement distribuée avec une moyenne de 20 et un écart-type de 5.

(a) Trouvez $\mathrm{P}(X \leq 22{,}9)$. *[3 points]*

(b) Étant donné que $\mathrm{P}(X < k) = 0{,}55$, trouvez la valeur de k. *[3 points]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

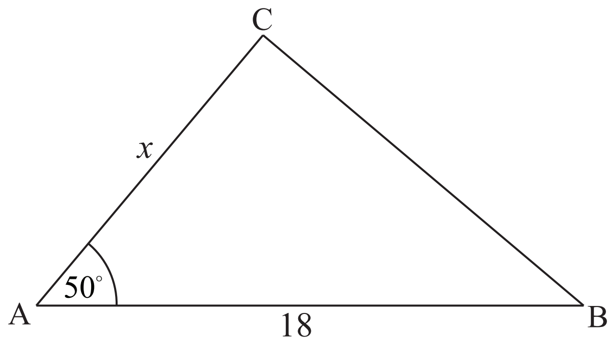
. . . .

. . . .

. . . .

3. *[Note maximale : 6]*

La figure suivante représente un triangle ABC.



la figure n'est pas à l'échelle

L'aire du triangle ABC est 80 cm^2, $\text{AB} = 18\text{ cm}$, $\text{AC} = x\text{ cm}$ et $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C} = 50^\circ$.

(a) Trouvez x. *[3 points]*

(b) Trouvez BC. *[3 points]*

4. *[Note maximale : 7]*

La droite L_1 a pour équation $\boldsymbol{r}_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et la droite L_2 a pour équation $\boldsymbol{r}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Les droites L_1 et L_2 se coupent au point A. Trouvez les coordonnées de A.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. *[Note maximale : 6]*

La somme des trois premiers termes d'une suite géométrique est 62,755 et la somme de la suite infinie est 440. Trouvez la raison.

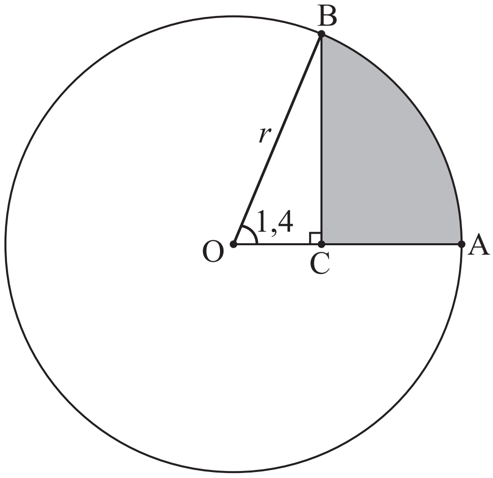
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

6. *[Note maximale : 7]*

Le terme constant dans le développement de $\left(\dfrac{x}{a}+\dfrac{a^2}{x}\right)^6$, où $a \in \mathbb{Z}$, est 1280. Trouvez a.

7. *[Note maximale : 8]*

La figure suivante représente un cercle de centre O et de rayon r cm.



la figure n'est pas à l'échelle

Les points A et B sont sur la circonférence du cercle et $\text{A}\hat{\text{O}}\text{B} = 1,4$ radians.
Le point C est sur [OA] de telle sorte que $\text{B}\hat{\text{C}}\text{O} = \frac{\pi}{2}$ radians.

(a) Montrez que $\text{OC} = r\cos 1,4$. *[1 point]*

(b) L'aire de la région grisée est $25\ \text{cm}^2$. Trouvez la valeur de r. *[7 points]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.*

SECTION B

*Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.*

8. *[Note maximale : 15]*

Considérez les points $A(5\,;2\,;1)$, $B(6\,;5\,;3)$ et $C(7\,;6\,;a+1)$, où $a \in \mathbb{R}$.

(a) Trouvez

(i) $\overrightarrow{AB}$;

(ii) $\overrightarrow{AC}$. *[3 points]*

Soit α la mesure de l'angle entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

(b) Trouvez la valeur de a pour laquelle $\theta = \frac{\pi}{2}$. *[4 points]*

(c) (i) Montrez que $\cos\theta = \frac{2a+14}{\sqrt{14a^2+280}}$.

(ii) À partir de là, trouvez la valeur de a pour laquelle $\theta = 1{,}2$. *[8 points]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.*

9. *[Note maximale : 15]*

Un sac contient quatre boules d'or et six boules d'argent.

(a) Deux boules sont tirées au hasard du sac avec remise. Soit X le nombre de boules d'or tirées du sac.

(i) Trouvez $\mathrm{P}(X=0)$.

(ii) Trouvez $\mathrm{P}(X=1)$.

(iii) À partir de là, trouvez $\mathrm{E}(X)$. *[8 points]*

Quatorze boules sont tirées du sac avec remise.

(b) Trouvez la probabilité qu'exactement cinq de ces boules soient en or. *[2 points]*

(c) Trouvez la probabilité qu'au plus cinq de ces boules soient en or. *[2 points]*

(d) Étant donné qu'au plus cinq boules sont en or, trouvez la probabilité qu'exactement cinq boules soient en or. Donnez la réponse avec une précision de deux chiffres après la virgule. *[3 points]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.*

10. *[Note maximale : 15]*

Soit $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{x}{4}}$ et $g(x) = mx$, avec $m \geq 0$, et $-5 \leq x \leq 5$. Soit R la région délimitée par l'axe des ordonnées Oy, la courbe de f, et la courbe de g.

(a) Soit $m = 1$.

(i) Esquissez les courbes de f et de g dans le même repère.

(ii) Trouvez l'aire de R. *[7 points]*

(b) Considérez toutes les valeurs de m pour les quelles les courbes de f et g se coupent. Trouvez la valeur de m qui donne la plus grande valeur pour l'aire de R. *[8 points]*

Veuillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.