88127310

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Miércoles 7 de noviembre de 2012 (mañana)

1 hora 30 minutos

Código del examen

8	8	1	2	–	7	3	1	0

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en las hojas de respuesta provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información* ***de Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

*Conteste **todas** las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 6]*

Los tres primeros términos de una progresión aritmética son 5; $6{,}7$ y $8{,}4$.

(a) Halle la diferencia común. *[2 puntos]*

(b) Halle el 28.º término de la progresión. *[2 puntos]*

(c) Halle la suma de los 28 primeros términos. *[2 puntos]*

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

2. *[Puntuación máxima: 5]*

Sea $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Escriba $\boldsymbol{A}^{-1}$. *[2 puntos]*

(b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle $\boldsymbol{B}$, sabiendo que $\boldsymbol{AB} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$. *[3 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

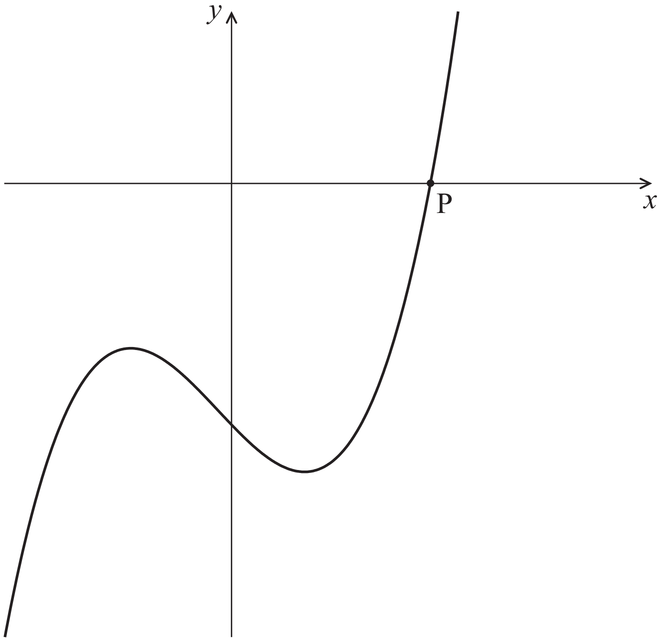
. . . .

. . . .

. . . .

3. *[Puntuación máxima: 6]*

Sea $f(x) = x^3 - 2x - 4$. La figura que aparece a continuación muestra una parte de la curva de f.



La curva corta al eje x en el punto P.

(a) Escriba la coordenada x de P. *[1 punto]*

(b) Escriba la pendiente de la curva en P. *[2 puntos]*

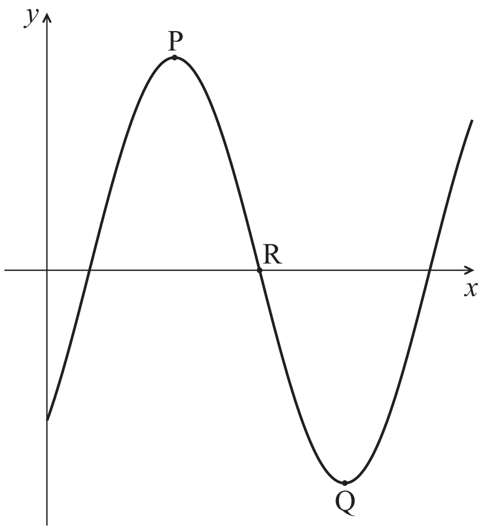
(c) Halle la ecuación de la normal a la curva en P; exprese la ecuación de la forma $y = ax + b$. *[3 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 7]*

El tercer término del desarrollo de $(2x + p)^6$ es $60x^4$. Halle los posibles valores de p.

5. *[Puntuación máxima: 6]*

Sea $f(x) = a\cos\left(b(x-c)\right)$. La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de f, para $0 \le x \le 10$.



La gráfica tiene un máximo local en $\mathrm{P}(3, 5)$, un mínimo local en $\mathrm{Q}(7, -5)$, y corta al eje x en R.

(a) Escriba el valor de

(i) a;

(ii) c. *[2 puntos]*

(b) Halle el valor de b. *[2 puntos]*

(c) Halle la coordenada x de R. *[2 puntos]*

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

6. *[Puntuación máxima: 8]*

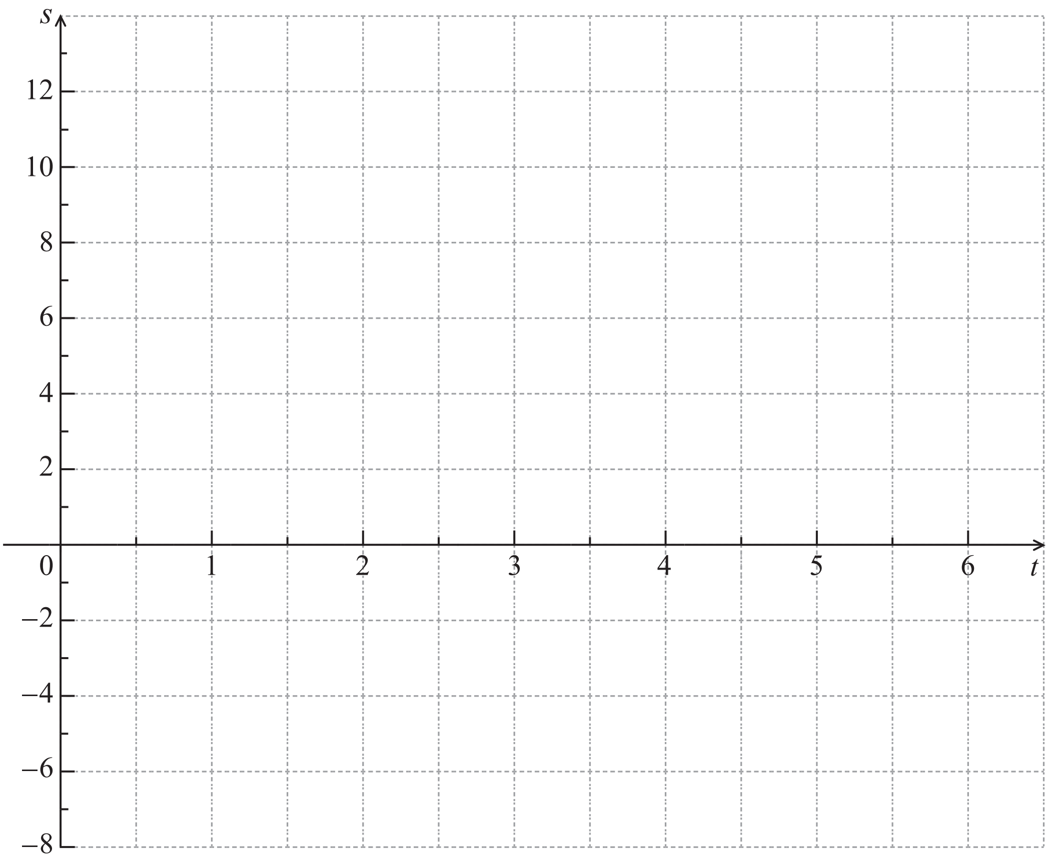
En una ciudad de gran tamaño, el tiempo que se tarda en llegar al trabajo sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ. Se sabe que el 4 % de la población tarda menos de 5 minutos en llegar al trabajo, y que el 70 % tarda menos de 25 minutos.

Halle el valor de μ y el de σ.

7. *[Puntuación máxima: 7]*

El desplazamiento, en metros, de una partícula viene dado por $s(t) = 2t\cos t$, para $0 \le t \le 6$, donde t es el tiempo en segundos.

(a) En la cuadrícula que aparece a continuación, dibuje aproximadamente la gráfica de s. *[4 puntos]*



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 7: continuación)

(b) Halle la velocidad máxima de la partícula. *[3 puntos]*

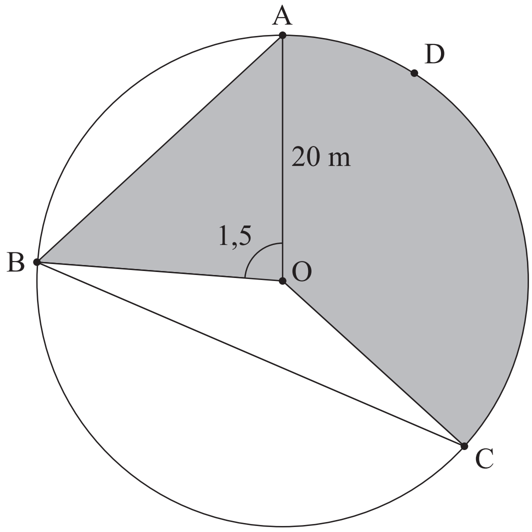
***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 15]*

La figura que aparece a continuación muestra una zona de juegos infantiles de forma circular.



El círculo tiene un centro O y un radio de 20 m, y los puntos A, B, C y D están situados sobre el círculo. El ángulo AOB mide 1,5 radianes.

(a) Halle la longitud de la cuerda [AB]. *[3 puntos]*

(b) Halle el área del triángulo AOB. *[2 puntos]*

El ángulo BOC mide 2,4 radianes.

(c) Halle la longitud del arco ADC. *[3 puntos]*

(d) Halle el área de la región sombreada. *[3 puntos]*

(e) Se necesita pintar de rojo la parte sombreada. La pintura roja se vende en latas que cuestan \$32 cada una. Una lata alcanza para cubrir 140 m^2. ¿Cuánto cuesta entonces la pintura? *[4 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 15]*

Considere la función $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de f, para $-1 \le x \le 5$. *[4 puntos]*

Esta función también se puede escribir de la forma $f(x) = (x - p)^2 - 3$.

(b) Escriba el valor de p. *[1 punto]*

La gráfica de g se obtiene realizando una simetría de la gráfica de f respecto al eje x, seguida de una traslación de $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$.

(c) Compruebe que $g(x) = -x^2 + 4x + 5$. *[4 puntos]*

Las gráficas de f y g se cortan en dos puntos.

(d) Escriba la coordenada x de cada uno de estos dos puntos. *[3 puntos]*

Sea R la región delimitada por las gráficas de f y g.

(e) Halle el área de R. *[3 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 15]*

En un colegio de gran tamaño, los alumnos están obligados a estudiar al menos un idioma: español o francés. Se sabe que el 75 % de los alumnos estudian español y el 40 % estudian francés.

(a) Halle el porcentaje de alumnos que estudian **ambos** idiomas (español y francés). *[2 puntos]*

(b) Halle el porcentaje de alumnos que estudian español pero no francés. *[2 puntos]*

En esta escuela, el 52 % de los alumnos son chicas, y el 85 % de las chicas estudian español.

(c) Se escoge un alumno al azar. Sea G el suceso de que el alumno sea una chica, y sea S el suceso de que el alumno estudie español.

(i) Halle $\mathrm{P}(G \cap S)$.

(ii) Compruebe que G y S **no** son independientes. *[5 puntos]*

(d) Se escoge un chico al azar. Halle la probabilidad de que este chico estudie español. *[6 puntos]*