88127309

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Martes 6 de noviembre de 2012 (tarde)

Código del examen

8	8	1	2	–	7	3	0	9

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en las hojas de respuesta provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información* ***de Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

0116

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste ***todas*** *las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 6]*

Sean $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Halle $\boldsymbol{AB}$. *[3 puntos]*

(b) Sabiendo que $\boldsymbol{X} - 2\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}$, halle $\boldsymbol{X}$. *[3 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 6]*

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta X.

x	0	2	5	9
$\mathrm{P}(X=x)$	0,3	k	$2k$	0,1

(a) Halle el valor de k. *[3 puntos]*

(b) Halle $\mathrm{E}(X)$. *[3 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

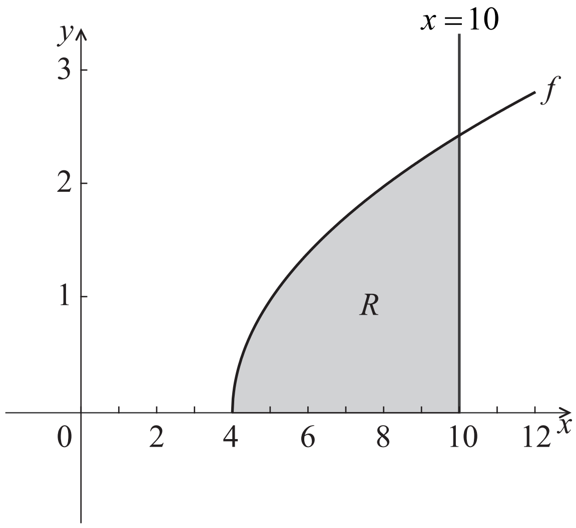
. . . .

. . . .

3. *[Puntuación máxima: 7]*

(a) Halle $\int_4^{10} (x-4)\,\mathrm{d}x$. *[4 puntos]*

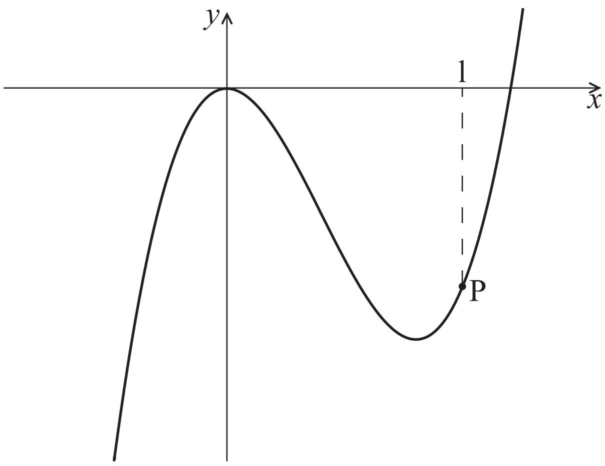
(b) A continuación se muestra una parte de la gráfica de $f(x)=\sqrt{x-4}$, para $x \geq 4$. La región sombreada R está delimitada por la gráfica de f , la recta $x=10$, y el eje x .



La región R se rota 360° alrededor del eje x. Halle el volumen del sólido de revolución así generado. *[3 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 6]*

A continuación se muestra una parte de la gráfica de $f(x) = ax^3 - 6x^2$.



El punto P pertenece a la gráfica de f. En P, $x = 1$.

(a) Halle $f'(x)$. *[2 puntos]*

(b) En el punto P, la pendiente de la gráfica de f es igual a 3. Halle el valor de a. *[4 puntos]*

5. *[Puntuación máxima: 6]*

Sea $\operatorname{sen} 100^\circ = m$. Halle una expresión en función de m para cada uno de los siguientes elementos:

(a) $\cos 100^\circ$; *[3 puntos]*

(b) $\operatorname{tg} 100^\circ$; *[1 punto]*

(c) $\operatorname{sen} 200^\circ$. *[2 puntos]*

6. *[Puntuación máxima: 8]*

La recta L pasa por el punto $(5, -4, 10)$ y es paralela al vector $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(a) Escriba una ecuación vectorial para la recta L. *[2 puntos]*

(b) La recta L corta al eje x en el punto P. Halle la coordenada x del P. *[6 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

7. *[Puntuación máxima: 6]*

La ecuación $x^2 - 3x + k^2 = 4$ tiene dos raíces reales distintas. Halle los posibles valores de k.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

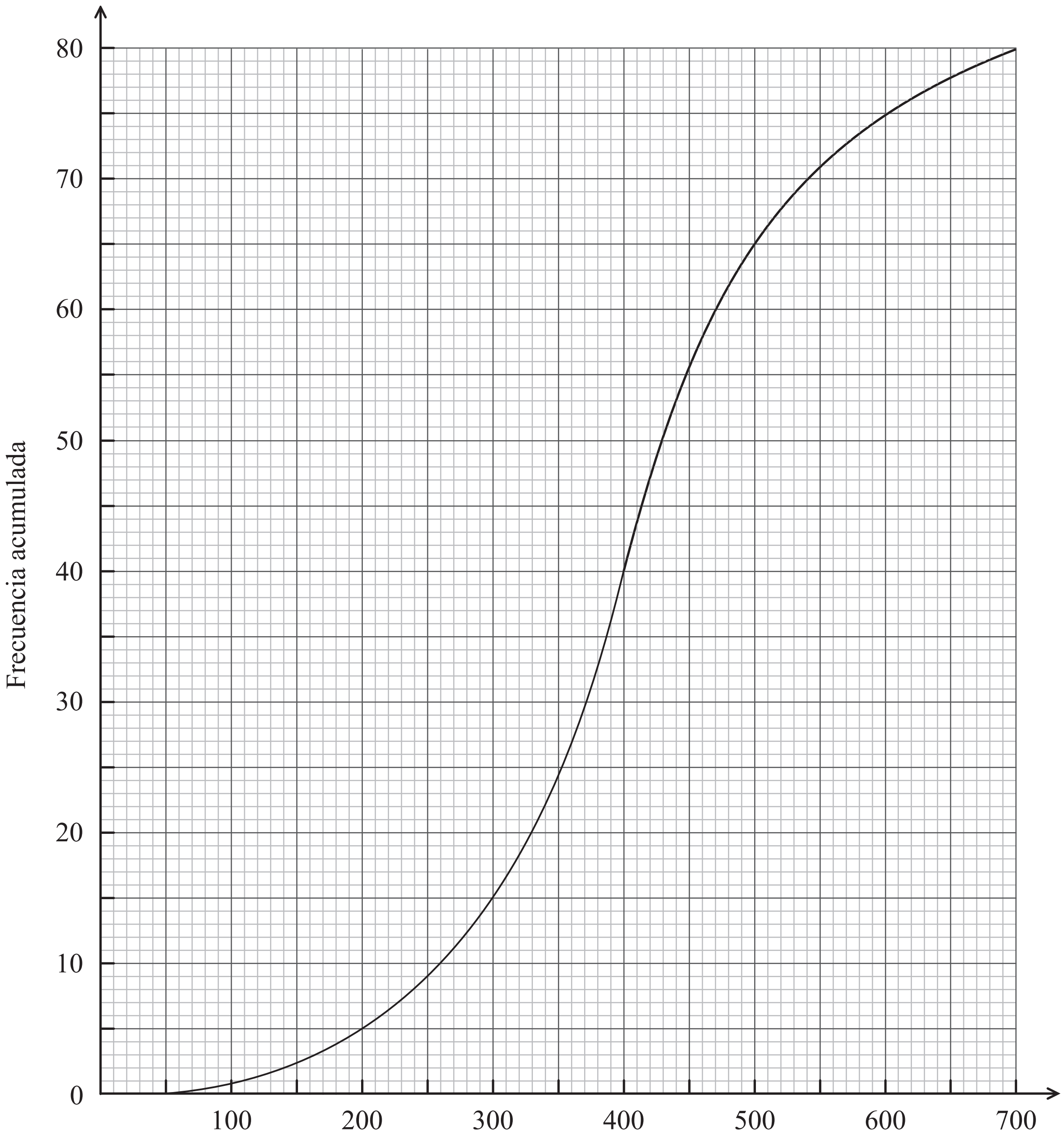
***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 15]*

En la siguiente curva de frecuencias acumuladas se muestra el salario semanal (en dólares) de 80 trabajadores.



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

***NO** escriba soluciones en esta página.*

(Pregunta 8: continuación)

(a) (i) Escriba el valor de la mediana de los salarios semanales.

(ii) Halle el rango intercuartil de los salarios semanales. *[4 puntos]*

El siguiente diagrama de caja y bigotes representa los salarios semanales de estos trabajadores.

(b) Escriba el valor de

(i) a;

(ii) b;

(iii) c. *[3 puntos]*

A los trabajadores se les paga \$20 por hora.

(c) Halle la mediana del número de **horas** que trabajan por semana. *[3 puntos]*

(d) Halle el número de trabajadores que trabajan más de 25 horas por semana. *[5 puntos]*

NO *escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 14]*

Sean A y B puntos tales que $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(a) Compruebe que $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. *[1 punto]*

Sean C y D puntos tales que ABCD sea un **rectángulo**.

(b) Sabiendo que $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \begin{pmatrix} 4 \\ p \\ 1 \end{pmatrix}$, compruebe que $p = 3$. *[4 puntos]*

(c) Halle las coordenadas del punto C. *[4 puntos]*

(d) Halle el área del rectángulo ABCD. *[5 puntos]*

NO *escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 16]*

Sea $f(x) = \dfrac{6x}{x+1}$, para $x > 0$.

(a) Halle $f'(x)$. *[5 puntos]*

Sea $g(x) = \ln\left(\dfrac{6x}{x+1}\right)$, para $x > 0$.

(b) Compruebe que $g'(x) = \dfrac{1}{x(x+1)}$. *[4 puntos]*

(c) Sea $h(x) = \dfrac{1}{x(x+1)}$. El área de la región delimitada por la gráfica de h, el eje x y las rectas $x = \dfrac{1}{5}$ y $x = k$ es igual a $\ln 4$. Sabiendo que $k > \dfrac{1}{5}$, halle el valor de k. *[7 puntos]*

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.