Phân tích trong miền thời gian

Đáp ứng xung

- *Xem các hệ thống tuyến tính và bất biến thời gian (LTI)*
- *Đáp ứng xung: là tín hiệu ra của hệ thống khi tín hiệu vào là xung lực đơn vị.*

$$x(n) = \partial(n) \xrightarrow{\quad H \quad} y(n) = h(n)$$

Chia hệ thống làm 2 loại:

- *HT có đáp ứng xung lâu vô hạn (Infinite Impulse Response - IIR)*
- *HT có đáp ứng xung lâu hữu hạn (Finite Impulse Response – FIR)*

Tổng nhân chập

- Nếu tín hiệu vào là x(n) nói chung, không phải là tín hiệu xung lực đơn vị, thì tín hiệu ra y(n) = ?
- Phát biểu tín hiệu vào x(n) theo các xung lực ∂(n)

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\partial(n-k)$$

$$x(n_0) = x(k)\partial(n_0 - k)$$

xem x(n) là tín hiệu vào ở hệ thống có đáp ứng xung là h(n).

$$y(n) = H[x(n)] = H[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\partial(n-k)]$$

Nếu HT tuyến tính:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)H[\partial(n-k)]$$

Nếu HT bất biến thời gian:

H[∂(n-k)]=h(n-k)

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

Đối với tín hiệu tương tự, tích phân nhân chập là:

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t')x_2(t-t')dt'$$

Do đó, kết quả trên được gọi là tổng nhân chập.

$$\boldsymbol{y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)}$$

- *Nếu biết được đáp ứng xung của hệ thống, ta có thể tính được tín hiệu ra đối với tín hiệu vào x(n) bất kỳ.*
- *Đáp ứng xung là đặc trưng thời gian của hệ thống LTI.*

Tính tổng nhân chập

- *1. x(n) và h(n) cho trước, ta chuyển sang thời gian tạm k, tức có h(k) và x(k).*
- *2. Tạo h(-k): lấy đối xứng qua trục đứng hoặc lấy ảnh gương*
- *3. Thêm thông số trượt n để dịch chuyển h(-k), tức tạo ra h(n-k)*
  - *n > 0: h(n-k) trượt về phải*
  - *n < 0: h(n-k) trượt về trái*

Bắt đầu từ n =0 để tính y(0),…

- *4. Cho n lần lượt là 1, 2, 3, … -1, -2, -3, … để tính y(n)*

Ví dụ: cho h(n) = [0, 1, 2, 1, -1, 0]

x(n) = [0, 1, 2, 3, 1, 0]

Đặc tính của tổng nhân chập

1. Hoán vị

$y(n) = x(n) * h(n) = h(n) * x(n)$

2. Tính phối hợp

Hai hệ thống mắc nối tiếp có thể thế bằng đáp ứng xung nhân chập của 2 đáp ứng xung kia.

3. Tính phân bố

Hai hệ thống mắc song song có thể thế bằng một hệ thống có đáp ứng xung bằng tổng 2 đáp ứng xung kia.

Một vài ví dụ tính đáp ứng xung

- *VD1: cho y(n), tính h(n)*

  $y(n) = 1,5\, y(n-1) – 0,85\, y(n-2) + 2x(n)$

- *VD2: cho h(n) , tính y(n)*

  $h(n) = a\, h(n-1) + \partial(n)$

Sự ổn định của hệ thống

- *Tiêu chí của sự ổn định: nếu tín hiệu vào là hữu hạn về biên độ thì tín hiệu ra cũng hữu hạn về biên độ.*

  Tức: $|x(n)| \leq Mx \leq \infty$ thì $|y(n)| \leq My \leq \infty$

- *Điều kiện để hệ thống ổn định*

  $|y(n)| \leq My \leq \infty$

$$|y(n)| = |\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)| \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x(k)||h(n-k)|$$

Với $|x(n)| \leq \infty$, để $y(n)$ hữu hạn về biên độ thì

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(n-k)| < \infty$$

Tức $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$

Tổng trị tuyệt đối của đáp ứng xung ở mọi thời điểm phải < ∞

Giới thiệu lọc phi đệ qui và lọc đệ qui

- *Lọc số: tác động lên tín hiệu số vào khiến phổ tần số (phổ biên độ, phổ pha) của tín hiệu số ra khác với tín hiệu số vào.*
- *Lọc số cũng phân gồm 4 loại lọc như lọc tương tự.*
- *Nếu xét từ phương trình hiệu số hay về cấu trúc của lọc thì ta chia làm hai loại lọc: lọc phi đệ qui và lọc đệ qui.*
- *Lọc phi đệ qui: lọc mà tín hiệu ra chỉ phụ thuộc vào tín hiệu vào*
  - $y(n) = \sum_{k=-N}^{N} b_k x(n-k)$, *với* b_k *: hệ số lọc, cũng chính là đáp ứng xung ở thời điểm tương ứng.*

Ví dụ: y(n) = 1/5[x(n+2)+x(n+1)+x(n)+x(n-1)+x(n-2)]

- *Lọc đệ qui*

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} a_k y(n-k) + \sum_{k=-N}^{N} b_k x(n-k)$$

- *Ở lọc đệ qui, tín hiệu ra phụ thuộc tín hiệu vào ở mọi thời điểm và cả tín hiệu ra trước đó, tức hệ thống có hồi tiếp.*
- *Nếu hệ số ak = 0 ta có phương trình của lọc phi đệ qui.*
- *Ví dụ:*
  - *y(n) = 1,5y(n-1) – 0,5 y(n-2) + 0,5x(n-3)*

Liên hệ giữa lọc đệ qui và lọc phi đệ qui

- *VD1: chứng tỏ lọc PĐQ*

$$y(n) = 1/5[x(n+2)+x(n+1)+x(n)+x(n-1)+x(n-2)]$$

tương đương với lọc ĐQ

$$y(n) = y(n-1) + 0,2[x(n+2) - x(n-3)]$$

- *VD2: cho lọc ĐQ*

$$y(n) = 1,5\, y(n-1) - 0,85\, y(n-2) + x(n)$$

Tìm lọc PĐQ tương đương