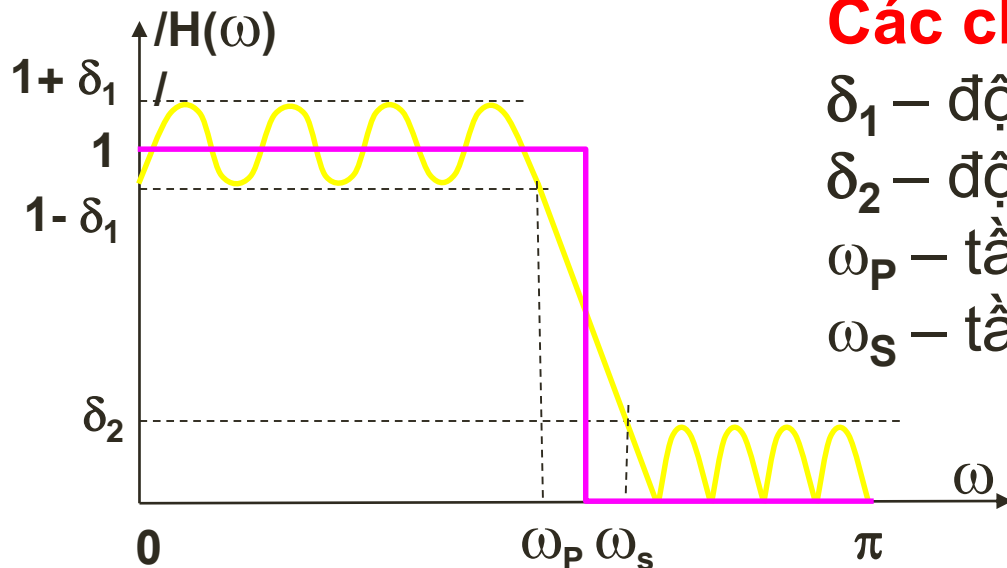


THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ FIR

ĐÁP ỨNG BIÊN ĐỘ CỦA BỘ LỌC SỐ THÔNG THẤP



Các chỉ tiêu kỹ thuật:

δ_1 – độ gợn sóng dải thông

δ_2 – độ gợn sóng dải chặn

ω_P – tần số giới hạn dải thông

ω_S – tần số giới hạn dải chặn

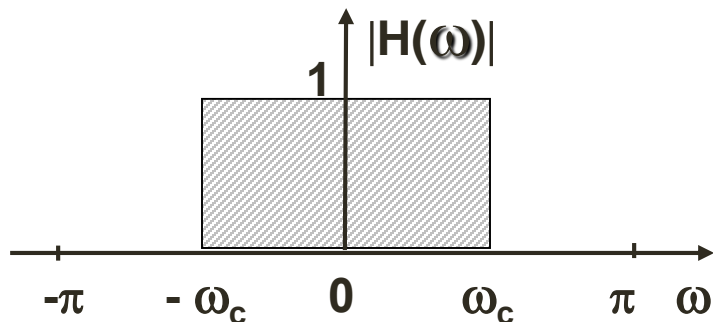
➤ Các phương pháp tổng hợp lọc số FIR:

Phương pháp cửa sổ

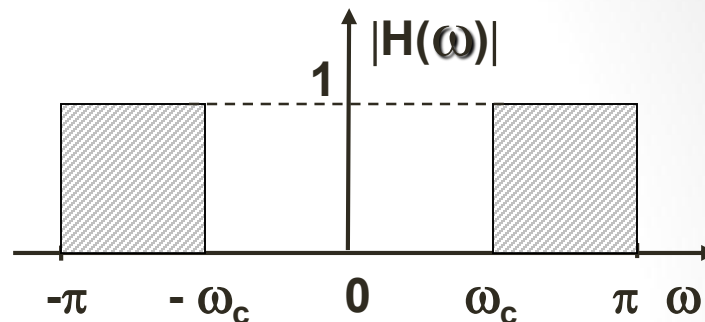
Phương pháp lấy mẫu tần số

Phương pháp lặp (tối ưu)

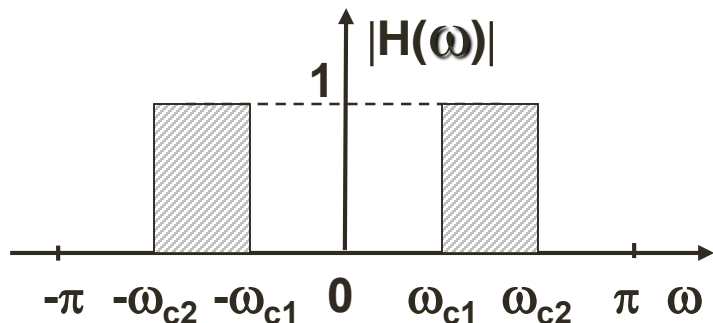
ĐÁP ỨNG BIÊN ĐỘ CÁC LỌC SỐ LÝ TƯỞNG



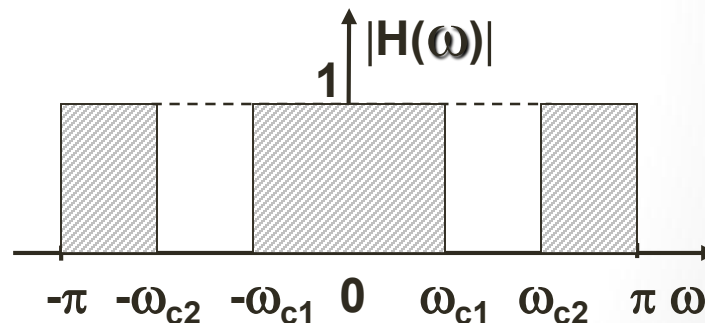
a) Lọc thông thấp lý tưởng



a) Lọc thông cao lý tưởng



a) Lọc thông dải lý tưởng



a) Lọc chặn dải lý tưởng

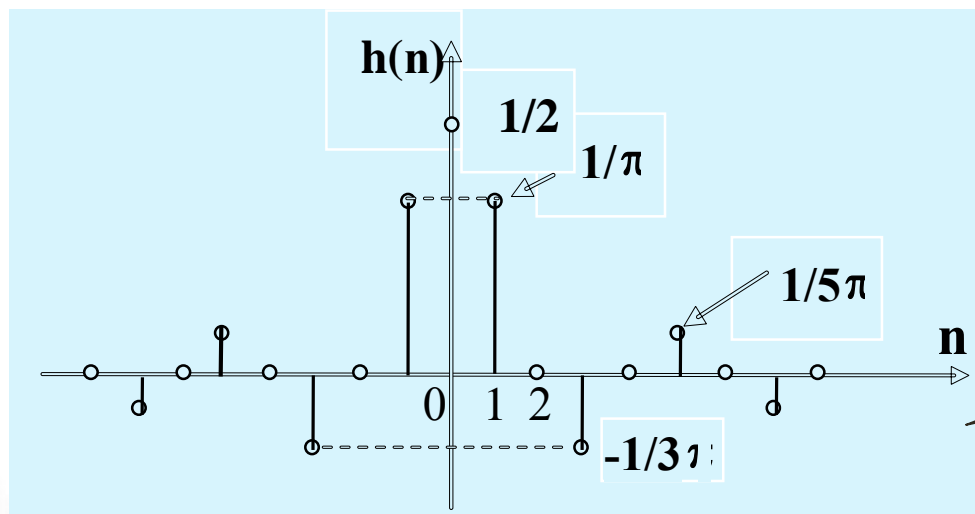
Ký hiệu:  : Dải thông

 : Dải chặn

Ví dụ: Tìm $h(n)$ của lọc thông thấp lý tưởng, biết:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 : -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c = \frac{\pi}{2} \\ 0 : \omega \text{ khác} \end{cases}$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2} \frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}$$



**Đáp ứng xung của
lọc số lý tưởng:**

- Có độ dài vô hạn
- Không nhân quả

CÁC TÍNH CHẤT TỔNG QUÁT LỘC SỐ FIR

- a. Bộ lọc số FIR luôn ổn định do độ dài $L[h(n)] = N$:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{N-1} |h(n)| < \infty$$

- b. Nếu $h(n)$ không nhân quả, dịch $h(n)$ sang phải n_0 đơn vị thành $h(n - n_0)$, nhưng đáp ứng biên độ vẫn không đổi:

$$h(n) \xleftrightarrow{F} H(\omega) = |H(\omega)| e^{j \arg H(\omega)}$$

$$h(n - n_0) \xleftrightarrow{F} e^{-jn_0\omega} H(\omega) = |H(\omega)| e^{j[\arg H(\omega) - n_0\omega]}$$

CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA BỘ LỌC SỐ FIR CÓ PHA TUYẾN TÍNH

- Đáp ứng tần số của bộ lọc: $H(\omega) = A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$

- Thời gian lan truyền tín hiệu: $\tau = \frac{-d[\theta(\omega)]}{d\omega} = \alpha$

- Để thời gian lan truyền τ không phụ thuộc vào Ω thì: $\theta(\omega) = -\alpha\omega + \beta$

Trường hợp 1: $\beta = 0$, $\theta(\omega) = -\alpha\omega$

- Đáp ứng tần số của bộ lọc:

$$H(\omega) = A(\omega)e^{j\theta(\omega)} = A(\omega)e^{-j\alpha\omega} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

$$A(\omega)[\cos \alpha\omega - j\sin \alpha\omega] = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)[\cos \omega n - j\sin \omega n]$$



$$A(\omega)\cos \alpha\omega = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos \omega n$$

$$A(\omega)\sin \alpha\omega = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin \omega n$$



$$\frac{\sin \alpha \omega}{\cos \alpha \omega} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin \omega n}{\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos \omega n}$$



$$\sin \alpha \omega \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos \omega n = \cos \alpha \omega \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin \omega n$$



$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n) [\sin \alpha \omega \cos \omega n - \cos \alpha \omega \sin \omega n] = 0$$



$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin[(\alpha - n)\omega] = 0$$



$$\begin{cases} \alpha = \frac{N-1}{2} \\ h(n) = h(N-1-n) \end{cases}$$

• **Ví dụ:** Hãy vẽ đồ thị $h(n)$ của lọc số FIR có pha tuyến tính

$$\varphi(\omega) = -\alpha\omega:$$

a) $N=7$; $h(0)=1$; $h(1)=2$; $h(2)=3$; $h(3)=4$

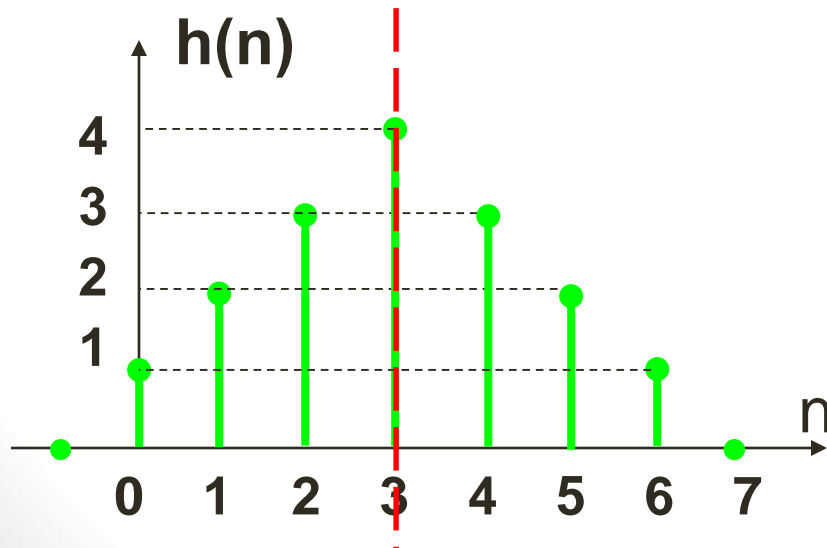
b) $N=6$; $h(0)=1$; $h(1)=2$; $h(2)=3$

• Tâm đối xứng: $\alpha = (N-1)/2 = 3$

• $h(n) = h(6-n)$

$$h(0)=h(6)=1; h(1)=h(5)=2$$

$$h(2)=h(4)=3$$

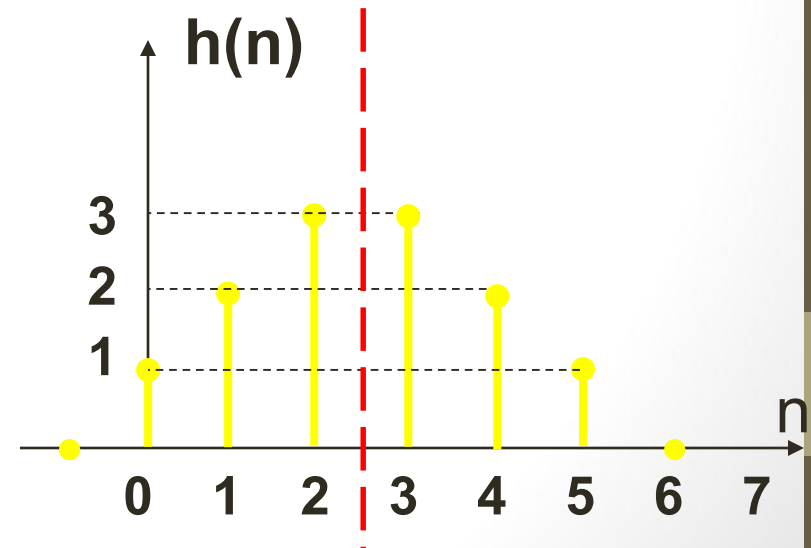


• Tâm đối xứng: $\alpha = (N-1)/2 = 2.5$

• $h(n) = h(5-n)$

$$h(0)=h(5)=1; h(1)=h(4)=2;$$

$$h(2)=h(3)=3$$



Trường hợp 2: $\beta \neq 0$, $\theta(\omega) = -\alpha\omega + \beta$

■ Tương tự trường hợp 1, ta được:

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin[\beta + (\alpha - n)\omega] = 0$$



$$\begin{cases} \alpha = \frac{N-1}{2} \\ h(n) = -h(N-1-n) \end{cases}$$

Bộ lọc loại 1: $h(n)$ đối xứng, N lẻ

Bộ lọc loại 2: $h(n)$ đối xứng, N chẵn

Bộ lọc loại 3: $h(n)$ phản đối xứng, N lẻ

Bộ lọc loại 4: $h(n)$ phản đối xứng, N chẵn

PHƯƠNG PHÁP CỦA SỔ

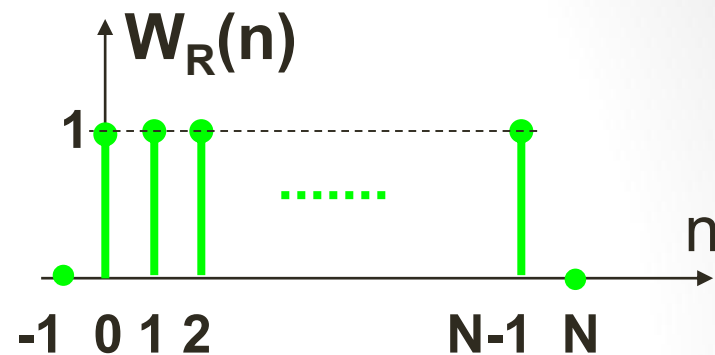
Khái niệm

- Đáp ứng xung $h(n)$ của lọc số lý tưởng là không nhân quả và có độ dài vô hạn \Rightarrow không thể thực hiện được về mặt vật lý.
- Để bộ lọc thiết kế được thì đáp ứng xung $h_d(n)$ phải là nhân quả và hệ ổn định, bằng cách:
 - Dịch $h(n)$ đi n_0 đơn vị $\rightarrow h(n-n_0)$: nhân quả
 - Giới hạn số mẫu của $h(n)$: $h_d(n) = h(n) \cdot w(n)_N$
 \rightarrow hệ ổn định.

MỘT SỐ HÀM CỬA SỔ

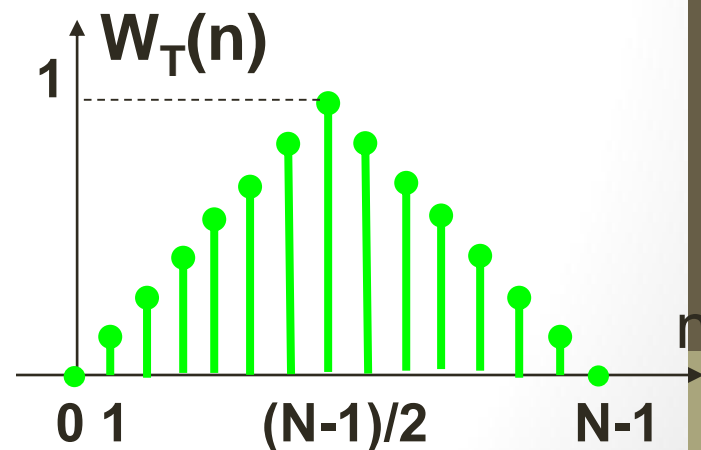
❖ Cửa sổ chữ nhật:

$$W_R(n) = \begin{cases} 1: & N-1 \geq n \geq 0 \\ 0: & n \text{ còn lại} \end{cases}$$



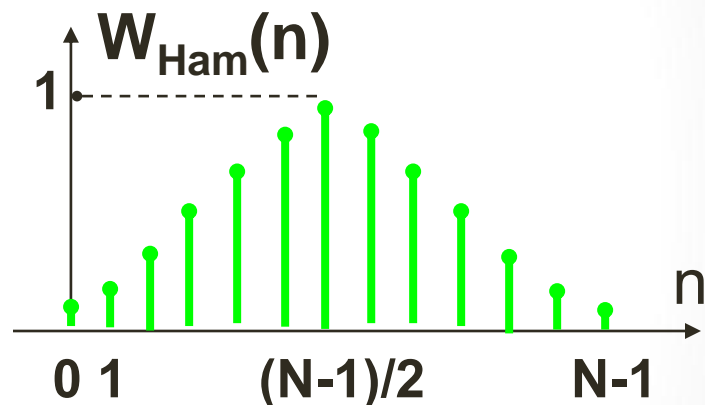
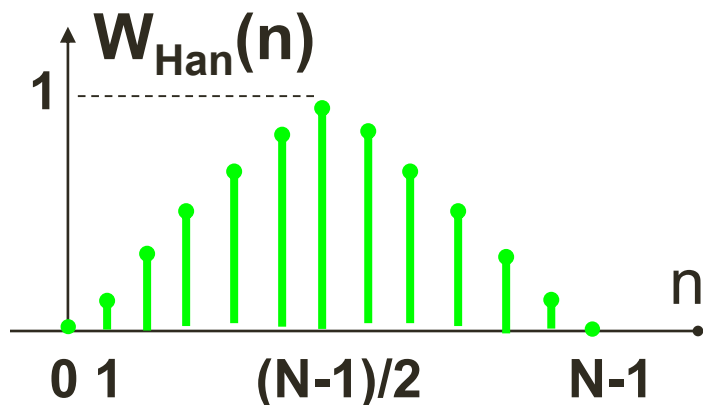
❖ Cửa sổ tam giác (Bartlett):

$$W_T(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N-1}: & 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N-1}: & \frac{N-1}{2} \leq n \leq N-1 \\ 0: & \text{còn lại} \end{cases}$$



❖ Cửa sổ Hanning:

$$W_{Han}(n) = \begin{cases} 0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) : 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 : n \text{ còn lại} \end{cases}$$

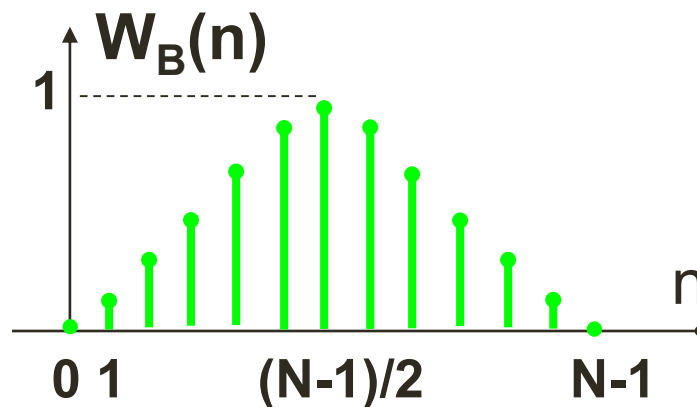


❖ Cửa sổ Hamming:

$$W_{Ham}(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) : 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 : n \text{ còn lại} \end{cases}$$

❖ Cửa sổ Blackman:

$$W_B(n) = \begin{cases} 0,42 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) : 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 : n \text{ còn lại} \end{cases}$$



CÁC BƯỚC THIẾT KẾ LỌC FIR CÓ PHA TUYẾN TÍNH BẰNG PP CỬA SỔ

- Chọn 4 chỉ tiêu kỹ thuật: $\delta_1, \delta_2, \omega_P, \omega_S$
- Chọn hàm cửa sổ $w(n)_N$ và độ dài N
- Chọn đáp ứng xung $h(n)$ của lọc số lý tưởng có tâm đối xứng $\alpha = \frac{N-1}{2}$ và dịch $h(n)$ đi $n_0 = \frac{N-1}{2}$ đơn vị để được $h'(n) = h(n-n_0)$ nhân quả.
- Nhân hàm cửa sổ $w(n)_N$ với $h(n)$: $h_d(n) = h(n-n_0) \cdot w(n)_N$
- Kiểm tra lại các chỉ tiêu kỹ thuật có thỏa mãn không, nếu không thì tăng N .

Ví dụ: Thiết kế bộ lọc thông thấp FIR có pha tuyến tính $\varphi(\omega) = -\alpha\omega = -\omega(N-1)/2$ với các chỉ tiêu kỹ thuật:

$\delta_1 = \delta_{10}$; $\delta_2 = \delta_{20}$; $\omega_p = \omega_{p0}$; $\omega_s = \omega_{s0}$; $\omega_c = (\omega_{p0} + \omega_{s0})/2 = \pi/2$ và vẽ sơ đồ bộ lọc.

- Chọn 4 chỉ tiêu kỹ thuật: $\delta_1 = \delta_{10}$; $\delta_2 = \delta_{20}$; $\omega_p = \omega_{p0}$; $\omega_s = \omega_{s0}$
- Chọn hàm cửa sổ $w(n)_N$ với độ dài $N=9$:

$$W_R(n) = \begin{cases} 1 : 8 \geq n \geq 0 \\ 0 : n \text{ còn lại} \end{cases}$$

- Chọn bộ lọc thông thấp lý tưởng có tần số cắt $\omega_c = \pi/2$ và đáp ứng xung $h(n)$ có tâm đối xứng tại $\alpha = (N-1)/2 = 4$.

- Do $h(n)$ của lọc thông thấp lý tưởng có tâm đối xứng $n=0$

và

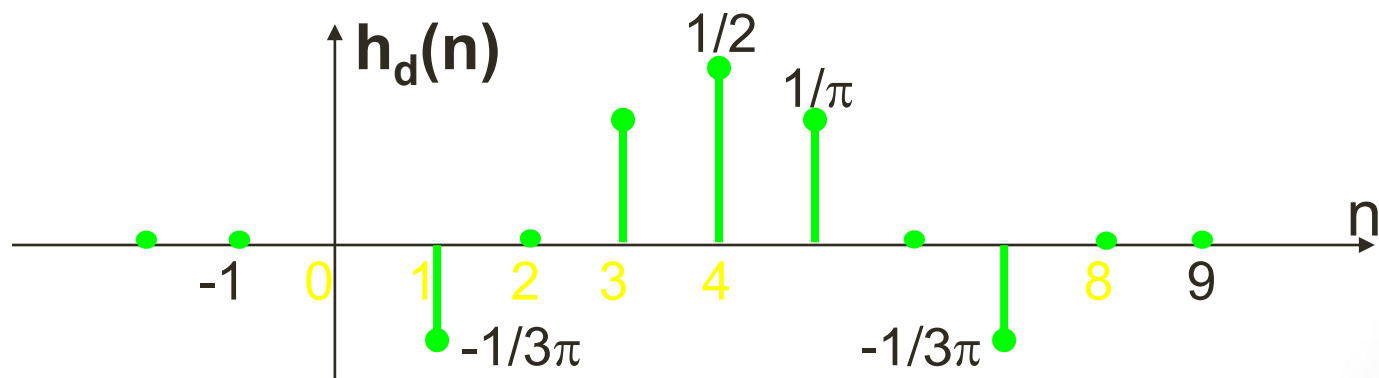
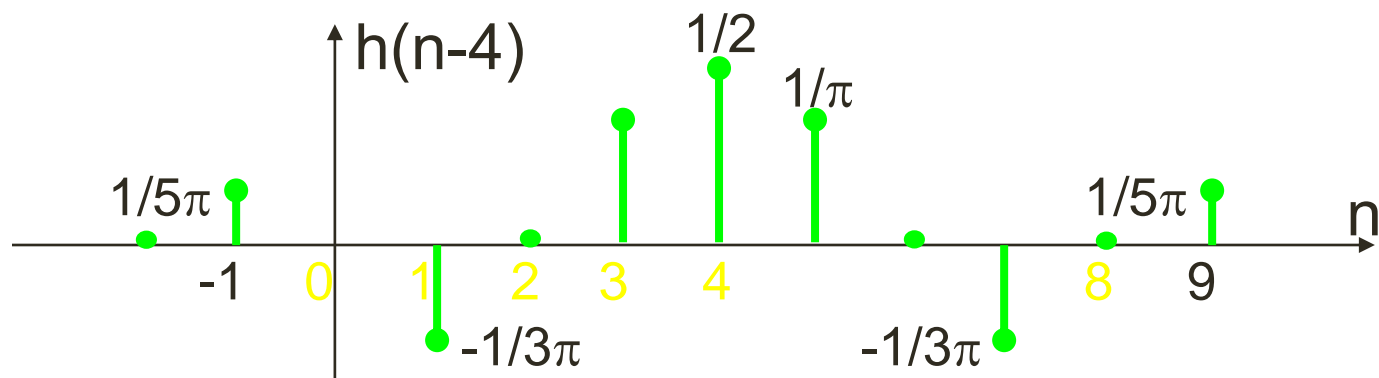
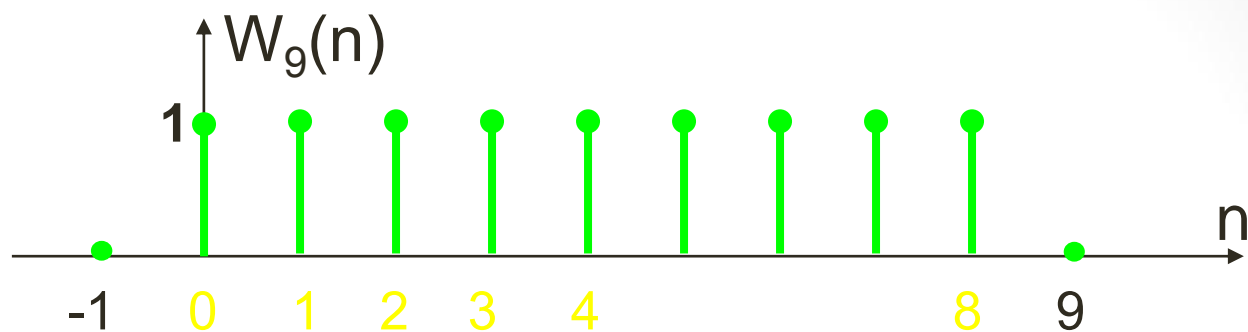
$$h(n) = \frac{1}{2} \frac{\sin \pi n / 2}{\pi n / 2}$$

- Do pha tuyến tính $\varphi(\omega) = -\alpha\omega = -\omega(N-1)/2$ nên $h(n)$ sẽ có tâm đối xứng tại $\alpha = (N-1)/2=4$, bằng cách dịch $h(n)$ sang

phải $n_0=4$ đơn vị: $h'(n) = h(n-4) = \frac{1}{2} \frac{\sin \pi(n-4)/2}{\pi(n-4)/2}$

- Nhân cửa sổ chữ nhật $W_9(n)$ với $h(n-4)$ ta được:

$$h_d(n) = h(n-4) W_9(n)$$



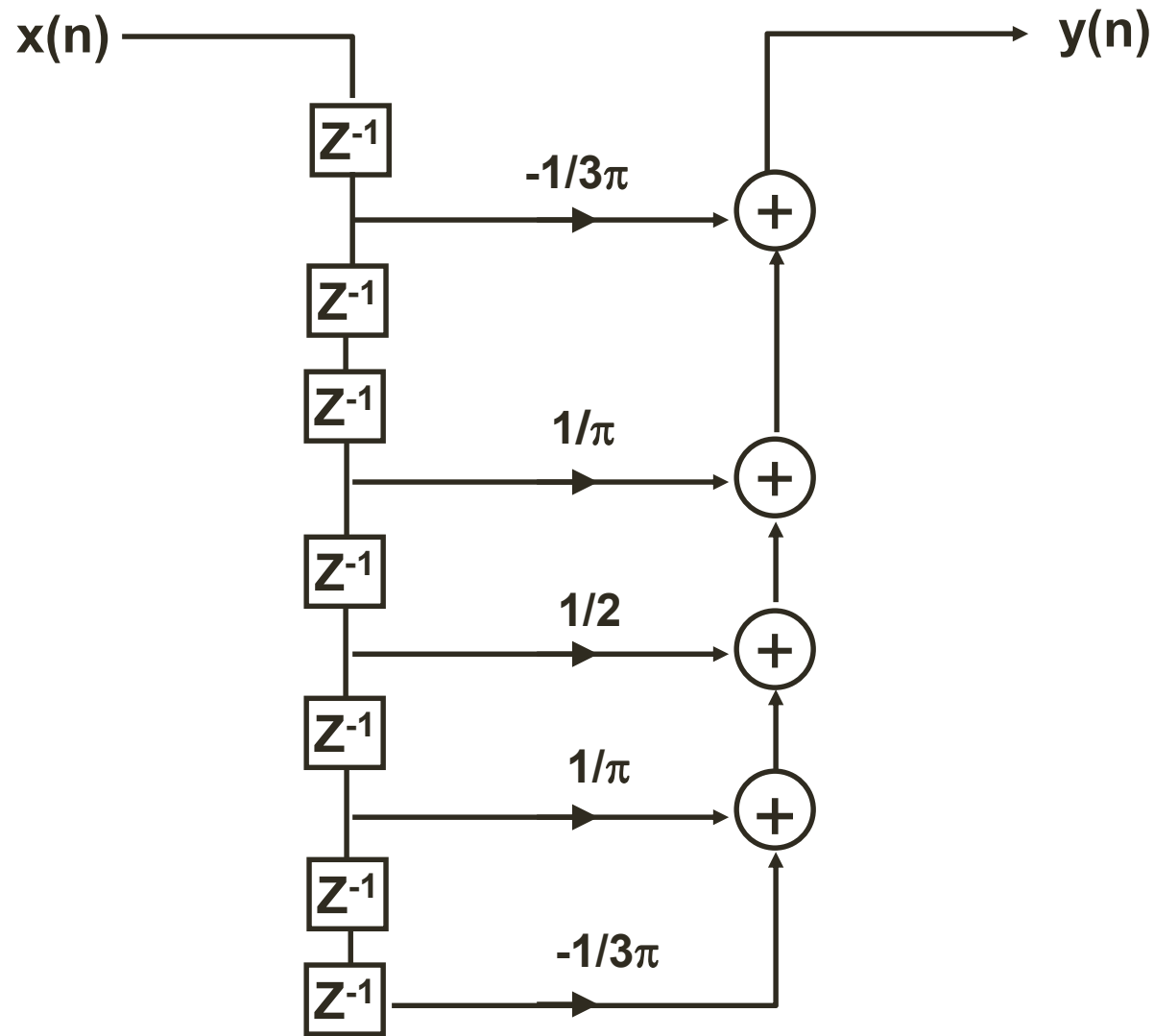
- Thử lại xem $H_d(\omega)$ có thỏa các chỉ tiêu kỹ thuật không?

$$H_d(\Omega) = H'(\omega) * W_R(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H'(\omega') W_R(\omega - \omega') d\omega'$$

- Nếu không, ta cần tăng N và làm lại các bước từ đầu.
- Giả sử với N=9, các chỉ tiêu kỹ thuật đã thỏa mãn, ta có:

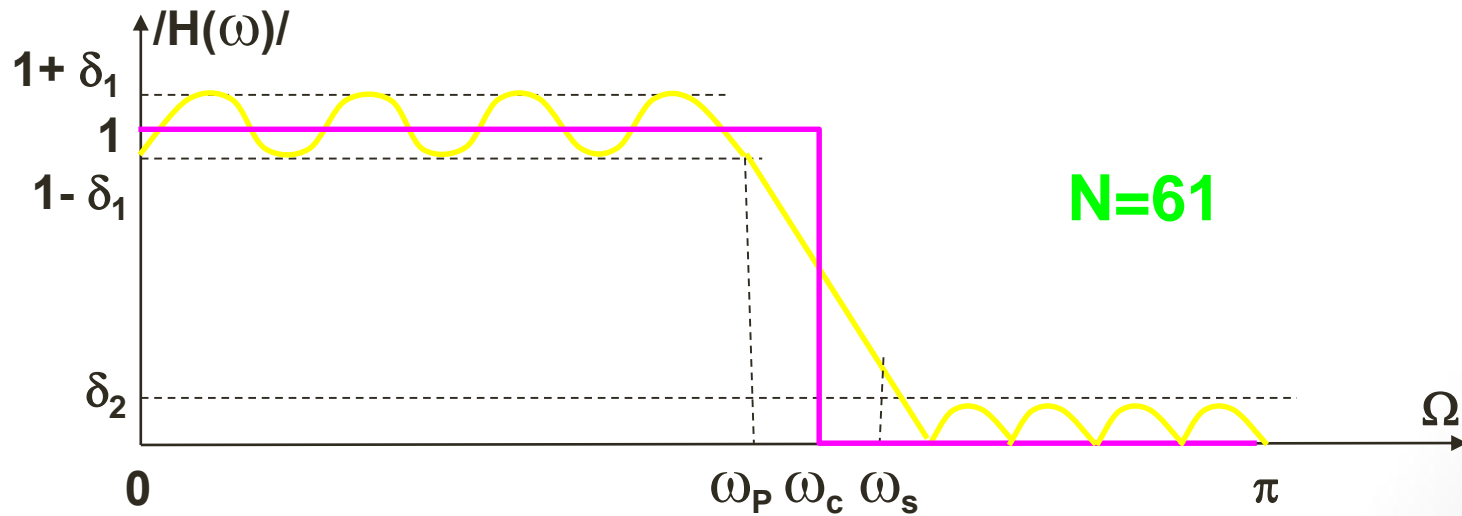
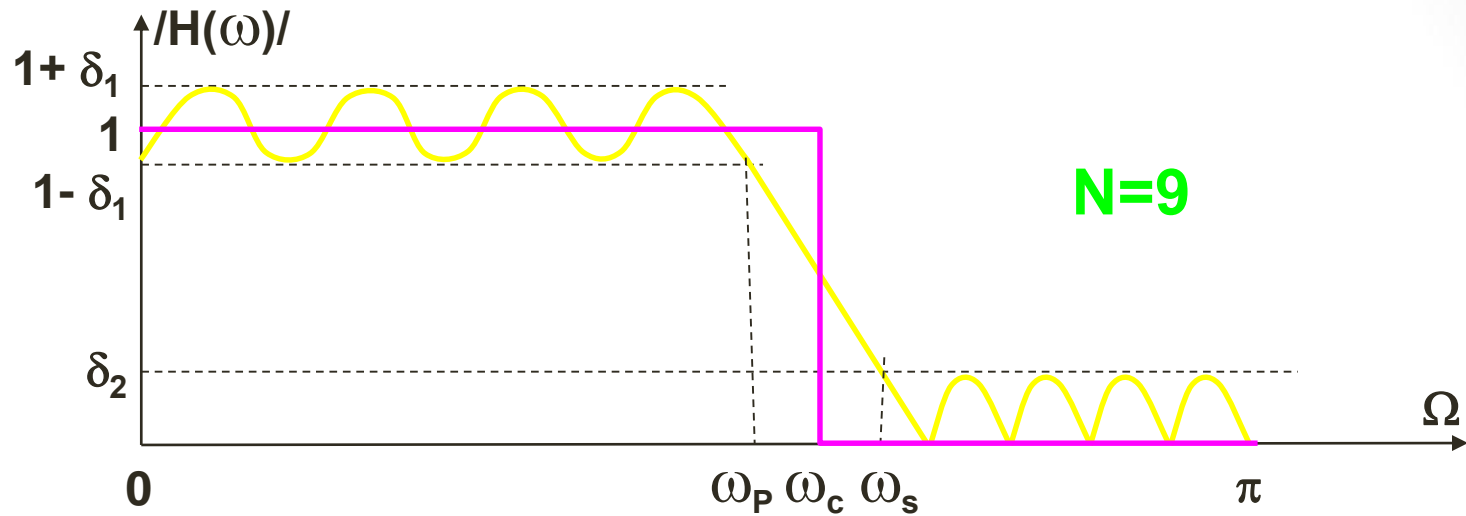
$$h_d(n) = \frac{-1}{3\pi} \delta(n-1) + \frac{1}{\pi} \delta(n-3) + \frac{1}{2} \delta(n-4) + \frac{1}{\pi} \delta(n-5) + \frac{-1}{3\pi} \delta(n-7)$$

$$y(n) = \frac{-1}{3\pi} x(n-1) + \frac{1}{\pi} x(n-3) + \frac{1}{2} x(n-4) + \frac{1}{\pi} x(n-5) + \frac{-1}{3\pi} x(n-7)$$



$$y(n) = \frac{-1}{3\pi} x(n-1) + \frac{1}{\pi} x(n-3) + \frac{1}{2} x(n-4) + \frac{1}{\pi} x(n-5) + \frac{-1}{3\pi} x(n-7)$$

Đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp thiết kế



SO SÁNH CÁC HÀM CỬA SỔ

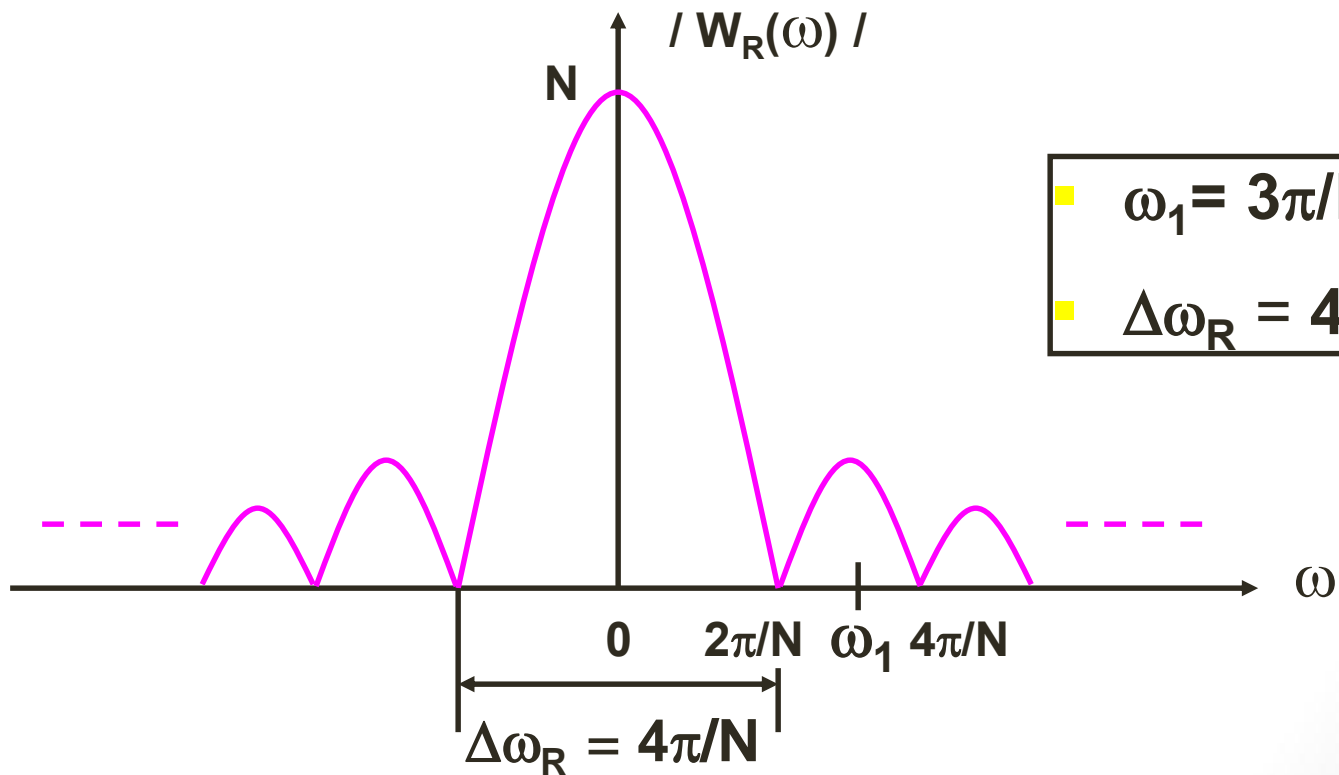
CÁC THÔNG SỐ ĐẶC TRƯNG CHO PHỔ CÁC HÀM CỬA SỔ

- Bề rộng đỉnh trung tâm của phổ cửa sổ $\Delta\omega$:
tỷ lệ với bề rộng dải quá độ
- Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp đầu tiên và đỉnh trung tâm:
tỷ lệ với độ gợn sóng dải thông và dải chắn.

$$\lambda = 20 \log_{10} \left| \frac{W(\omega_1)}{W(0)} \right|, \text{dB}$$

- ✓ Xét với cửa sổ chữ nhật: $W_R(n) = \begin{cases} 1: N-1 \geq n \geq 0 \\ 0: n \end{cases}$ còn lại

$$w_R(n) \xleftrightarrow{F} W_R(\omega) = \frac{\sin \frac{\omega N}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} e^{-j\omega \frac{N-1}{2}}$$



■ $\omega_1 = 3\pi/N$

■ $\Delta\omega_R = 4\pi/N$