***Тема. Сжатие графической информации линейной рециркуляционной сетью. Модель линейной рециркуляционной сети с адаптивным шагом обучения с нормированными весами.***

Для лабораторной работы в качестве данных исходного растрового изображения можно использовать файлы следующих форматов:

- BMP;

- TIFF;

- PNG;

- JPG.

Можно использовать как цветное, так и чёрно-белое изображение, где значения интенсивности цвет пиксела задаются **R**, **G**, **B** на множестве шкал **S** (например **S** = {**R**, **G**, **B**}). Исходное изображение **h×w** (рекомендуемый размер – не менее 256**×**256 (или картинка с таким же числом пикселей)) разбивается на **L** прямоугольников размерностью **n×m (n\*m = N/|S|)** (**n ≤ h**, **m ≤ w**), где значения **n**, **m** может указать пользователь. Все прямоугольники должны полностью накрывать исходное изображение и не выходить за его границы, может допускаться перекрытие прямоугольников, которое может задать пользователь.

Пусть **C i** обозначает одно из значений **R**, **G**, **B** (**i** ∈ **S**) и принимает значения в диапазоне **0 ≤ C i ≤ 255 = C max**. Для того, чтобы использовать значения цвета пикселя исходного изображения для дальнейшей обработки, следует выполнить преобразование:

**c i (jk) = (2\*C i (jk) / C max) – 1**, ( 1 )

где **c i (jk)** – это значение цвета пикселя для дальнейших преобразований (**jk** – координаты пикселя).

Так преобразуются все значения пикселей для всех прямоугольников. Значения цвета пикселей из прямоугольника **q** собираются в свой (эталонный) вектор **X0(q)**, компоненты которого вычисляются в соответствии с выражением **X0(q) i+|S|\*(j+k\*n) = c (q) i (jk)** , где **j ≤ n, k ≤ m**. Т. е. число элементов **X0(q)** будет равно **N**, где **X0(q)** – это вектор размера **1×N**, а его значения после преобразований уже будут **|X0(q) k| ≤ 1**.

Пример 1:

0.1 0.5 0.2

**c (q)**= 0.3 -0.2 0.6 ,

0.7 -0.7 0.9

тогда **X0(q)** = [0.1, 0.5, 0.2, 0.3, -0.2, 0.6, 0.7, -0.7, 0.9].

Далее следует использовать матрицу весов **W** для первого слоя сети размерностью **N×p**, где **p** – это заданное пользователем число нейронов второго слоя, **p ≤ 2\*N**. Значения весов должны быть **|Wij| ≤ 1**. Матрица весов на втором слое **W*/* = [W] *T***.

Производится обучение последовательно на выборке из **L** эталонных образов длиной **N**. Принимается **X(i) = X0(i)**. Следует произвести следующие преобразования:

**Y(i) = X(i)\*W** ( 2 )

**X*/* (i) = Y(i)\*W*/*** ( 3 )

∆**X(i) = X*/* (i) – X(i)** (4 )

Для корректировки весов на втором слое следует вычислить значения согласно формуле:

**W*/* (t + 1) = W*/* (t) – α*/*\*[Y(i)] *T* \***∆**X(i)**, ( 5 )

где **0 < α*/* ≤ 0.01** – коэффициент обучения, указываемый пользователем либо вычисляемый согласно выражению для расчета адаптивного шага:

**α*/* = 1/**∑ (**Y(i))*2***,

Для обучения нейронов первого слоя следует вычислить:

**W(t + 1) = W(t) – α\*[X(i)] *T* \***∆**X(i)\*[W*/* (t)] *T***, ( 6 )

где **0 < α ≤ 0.01 –** коэффициент обучения, указываемый пользователем (**α = α*/***) либо вычисляемый согласно выражению для расчета адаптивного шага:

**α = 1/**∑ (**X(i))*2***,

Нормализация может быть осуществлена согласно выражениям:

**W ij = W ij /|[W]*T* j|**,

**W*/* ji = W*/* ji /|[W*/*]*T* i|**.

Максимальную допустимую ошибку **е** задаёт пользователь, где **0 < е ≤ 0.1\*p** (**α ≤ е**). Суммарная среднеквадратическая ошибка для прямоугольника **q** в процессе обучения высчитывается по формуле:

**Е(q) =** ∑∆**X(q)i \***∆**X(q)i** , где **1 ≤ i ≤ N** ( 7 )

Суммарная ошибка для обучающей выборки равна:

**Е =** ∑ **Е(q)**, где **1 ≤ q ≤ L** ( 8 )

**Е(i + 1)** не вычисляется до тех пор, пока не произойдёт вычисление **Е(i)**. Т.е. вычисление по формулам (5) – (7) происходит **L** раз.

Если **Е > е**, тогда повторять действия, описанные в формулах (2) – (8), до тех пор, пока **Е ≤ е**.

Далее следует производить обучение для каждого эталонного прямоугольника по формулам (2) и (3), где **X(i) = X0(i)**, а **W** и **W*/*** – веса, полученные в результате обучения. После восстанавливаются значения пикселей по формуле обратной формуле ( 1 ):

**u k = C max \*(X*/* (i) k + 1) /2**, ( 9 )

где **u k** – значение пикселя для восстановленного изображения.

После восстановления пикселей собирается изображение из **L** элементов. Для этого производятся преобразования обратные тем, которые приведены в Примере 1. Полученное изображение выводится на экран. Так же требуется вывести результаты следующих вычислений:

– достигнутая ошибка при обучении;

– матрица весов на первом слое (для отладки);

– матрица весов на втором слое (для отладки);

– количество пройденных обучаемых шагов.

Коэффициент сжатия **Z**, при условии представления с одинаковой точностью всех числовых параметров:

**Z = (N\*L)/((N+L)\*p+2)**, ( 10 )

В отчёте привести графики и таблицы следующих зависимостей:

– числа итераций обучения от коэффициента сжатия **Z** (для фиксированного изображения и параметров);

– числа итераций обучения для разных изображений (для фиксированных параметров и **Z**);

– числа итераций от **е** (остальные параметры фиксированы);

– числа итераций от **α** (остальные параметры фиксированы).