0.1 Esercizio 1

$$max\ x_1 + x_2 \quad (1)$$
$$x_1 + x_2 \leq 2 \quad (2)$$
$$2x_1 - x_2 \leq 0 \quad (3)$$
$$x_1 \geq 0 \quad (4)$$
$$x_2 \geq 0 \quad (5)$$

0.2 Esercizio 2

$$max\ x_1 + x_2 \quad (6)$$
$$x_1 + x_2 - x_3 = 2 \quad (7)$$
$$2x_1 - x_2 \leq 0 \quad (8)$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (9)$$
$$x_3 \leq 0 \quad (10)$$

Conversione in forma standard

1 La forma standard non prevede vincoli di non positivita', quindi inverto il segno di x_3 in tutti i vincoli:

$$max\ x_1 + x_2 \quad (11)$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 2 \quad (12)$$
$$2x_1 - x_2 \leq 0 \quad (13)$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (14)$$

2 I vincoli devono essere esclusivamente in forma $\leq$. Quindi sostituisco il vincolo $x_1 + x_2 + x_3 = 2$ con l'equivalente in termini di disuguaglianze e inverto il segno di quella con $\geq$.

$$max\ x_1 + x_2 \quad (15)$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \quad (16)$$
$$-x_1 - x_2 - x_3 \leq -2 \quad (17)$$
$$2x_1 - x_2 \leq 0 \quad (18)$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (19)$$

Conversione in forma aumentata

1 Aggiungo tre variabili di slack per portare i tre vincoli $\leq$ in vincoli $=$.

$$max\ x_1 + x_2 \tag{20}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \tag{21}$$
$$-x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = -2 \tag{22}$$
$$2x_1 - x_2 + x_6 = 0 \tag{23}$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \tag{24}$$
$$x_4, x_5, x_6 \geq 0 \tag{25}$$

2 Quindi esporto la funzione obiettivo $f(x)$ in un vincolo $Z - f(x) = 0$.

$$max\ Z \tag{26}$$
$$Z - x_1 - x_2 = 0 \tag{27}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \tag{28}$$
$$-x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = -2 \tag{29}$$
$$2x_1 - x_2 + x_6 = 0 \tag{30}$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \tag{31}$$
$$x_4, x_5, x_6 \geq 0 \tag{32}$$

Risoluzione con tableau

Iterazione 0

base	riga	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	termine noto
Z	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0
x_4	1	0	1	1	1	1	0	0	2
x_5	2	0	-1	-1	-1	0	1	0	-2
x_6	3	0	2	-1	0	0	0	1	0

Iterazione 1 Sono presenti nella prima riga coefficienti negativi. Seleziono arbitrariamente x_1, perche' tutti i coefficienti negativi hanno pari valore.

Nella prima colonna considero i coefficienti delle righe 1, 3.
Seleziono il minimo rapporto, ovvero 0 della riga 3.

Questo ha l'effetto di togliere dalla base x_1 e inserire x_6.

base	riga	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	termine noto
Z	0	1	0	-$\frac{3}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0
x_4	1	0	0	$\frac{3}{2}$	1	1	0	-$\frac{1}{2}$	2
x_5	2	0	0	-$\frac{3}{2}$	-1	0	1	$\frac{1}{2}$	-2
x_1	3	0	1	-$\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0

Iterazione 2 A questo punto seleziono come variabile entrante x_2, l'ultima variabile non di base con coefficiente negativo nella prima riga.

Seleziono l'unica riga con coefficiente strettamente positivo, ovvero la riga 1. Quindi x_4 esce dalla base.

base	riga	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	termine noto
Z	0	1	0	0	1	1	0	0	2
x_2	1	0	0	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	-$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$
x_5	2	0	0	0	0	1	1	0	0
x_1	3	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Iterazione 3 Non sono piu' presenti coefficienti negativi nella riga 0, quindi l'algoritmo si arresta.

La soluzione ottimale e':
$<x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6> = <\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, 0, 0, 0, 0>$

Visto che le variabili decisionali sono x_1, x_2, la soluzione al problema PL e:
$<x_1, x_2> = <\frac{2}{3}, \frac{4}{3}>$