D.C.L.C - DISPOSITIVO DE CÁLCULO EM LINGUAGEM C

DANIEL MOURA – daniel.moura10@fatec.sp.gov.br
RYAN THEODORO MARCHI – ryan.marchi@fatec.sp.gov.br
VILSON EDGAR RASIA – vilson.rasia@fatec.sp.gov.br
PEDRO HENRIQUE LUNA DA SILVA – pedro.silva193@fatec.sp.gov.br
LEONARDO FREIRE RUSSI – leonardo.russi@fatec.sp.gov.br
GUILHERME DONIZETTI DE MORAES – guilherme.moraes20@fatec.sp.gov.br

MARCIO RODRIGUES SABINO – marcio.sabino@fatecmm.edu.br

RESUMO

Uma calculadora tem por funcionalidade, realizar cálculos variando de complexidade de acordo com o seu tipo, com o objetivo de auxiliar o usuário, executando os referidos cálculos em uma fração de segundo. O objetivo deste trabalho é demonstrar a funcionalidade de uma calculadora capaz de realizar operações de somatório, logica proposicional, matrizes, e análise combinatória que utiliza a linguagem de programação C .
Espera-se com o resultado proporcionar uma solida evidência, de que, tal dispositivo é totalmente capaz de executar as funções que serão mais profundamente especificas a seguir, e consequentemente demonstrar a capacidade dos membros do grupo em desenvolver, programar e operar o Dispositivo de Cálculo em Linguagem C.

Palavras-chave:
Calculadora,programação,capacidade.

ABSTRACT

A calculator has the functionality to perform calculations varying in complexity according to its type, intending to assist the user, performing the referred calculations in a fraction of a second. The objective of this assignment is to demonstrate the functionality of a calculator capable of performing summation operations, propositional logic, matrices, and combinatorial analyzes that uses the programming language C.
The result is expected to provide solid evidence that such a device is fully capable of performing the functions that will be more deeply specific below, and consequently demonstrate the ability of group members to develop, program, and operate the Calculation Device in Language C.

Keywords:
calculator,programming,ability.

1. INTRODUÇÃO

Ao início do ano da criação desse artigo a Faculdade tecnológica (FATEC) Arthur de Azevedo localizada em Mogi Mirim abre o 1° semestre de aula com os alunos que passaram no vestibular para ingressão na Faculdade de Análise e Desenvolvimento de Sistemas (ADS), cujo primeiro projeto interdisciplinar aplicado na instituição ao primeiro semestre em ADS é o projeto integrador, na qual viabiliza a criação ou projeção de um projeto interativo entre a programação e a física do dia a dia.

Em sequência do semestre os grupos e projetos foram separados para a produção e finalização do mesmo até o final do primeiro semestre. Devido ao infeliz acaso do surgimento de uma pandemia mundial (causado pela Covid – 19), a prática e utilização com arduinos e / ou peças mecânicas para o projeto se desfizeram pela quarentena criada para impedir a propagação do vírus, optando assim a instituição pelas aulas onlines e a troca de metodologia no projeto integrador.

O objetivo deste trabalho trata-se de uma calculadora projetada e criada na linguagem de programação C, das quais suas operações matemáticas são atribuídas a Somatórios, logica proposicional, Matrizes e por fim Análise combinatória.

É Parte deste projeto a síntese a respeito dessas operações matemáticas de modo teórico a fim de visar o entendimento previamente antes do uso da calculadora. O artigo é montado com base nas principais obras e autores sobre o tema englobado, a matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao trajeto do artigo será mostrado a teoria básica das 4 operações possíveis na DCLC. Remasterizando ser os somatórios, lógica proposicional, matrizes e análise combinatória. A intuição ao trazer a fundamentação teórica das 4 operações é o leitor domar conhecimento suficiente para aplicar seus cálculos na DCLC. Os artigos e livros das quais influenciaram a moldar esse artigo são replicações verossímeis devido a um real matriz originário, porém são desprovidas de ineficiência ou não funcionalidade

2.1. Somatórios

Somatório (ou somatória) é uma forma abreviada de escrever a soma de um conjunto de termos que obedecem a algum padrão que pode ser representado matematicamente. bastante útil para manipular expressões que envolvam as somas de muitos números, e tem um papel-chave em estatística e na análise econométrica. Para simplificar a representação da operação de adição nas expressões algébricas, utiliza-se a notação σ, letra grega sigma maiúsculo.

Por exemplo, a soma dos 100 primeiros números naturais: 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100. Simbolizaremos por "$x\ i$" o i-ésimo termo da soma. Assim, "$x\ i$" representa o primeiro termo, $x2$ representa o segundo, $x3$, o terceiro, $x100$ representa o centésimo termo. A representação dessa soma é: $\sum_{i=1}^{100} xi$

Imagem 1 - Principais representações de somatório

- Soma simples

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$$

- Soma de quadrados

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$$

- Quadrado da soma

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)^2$$

- Soma de produtos

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n$$

- Produto das somas

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{j=1}^{m} y_j\right) = (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)(y_1 + y_2 + \ldots + y_n)$$

Fonte: OLIVEIRA (2005)

O número de termos ou parcelas de um somatório (nt) pode ser obtido por: nt = (LS – LI) + 1 – r, onde r é o número de restrições a que o somatório está sujeito.

Exemplos demonstrados conforme define o capítulo 1 do artigo do Prof. Luiz Alexandre Peternelli sobre conceitos de estatística, população e amostra :

Imagem 2 - Número de termos (PARCELAS) do somatório (NT)

O número de termos ou parcelas de um somatório (NT) pode ser obtido por:

NT = (LS - LI) + 1 – r,

onde r é o número de restrições a que o somatório está sujeito.

Exemplos: Obter o número de termos para os seguintes somatórios:

a) $\sum_{i=3}^{8} X_i$, NT = (8-3) + 1 = 6

b) $\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq 9,11}}^{15} Y_k$, NT = (15 - 1) + 1 - 2 = 13

Fonte: PETERNELLI (2004)

E por fim se encerra a síntese sobre somatórios com o fator K de uma somatória. As propriedades facilitam o desenvolvimento das expressões algébricas com a notação do somatório. O objetivo é desenvolver as expressões até chegar às somas simples e/ou somas de quadrados.

O somatório de uma constante é igual ao produto do número de termos pela constante. Cujo denominada ao símbolo / letra “ k “.

Imagem 3 - Somatório de uma constante " k "

$$\sum_{i=1}^{n} k = k + k + ... + k = nk$$

Exemplos:

a) $\sum_{i=1}^{10} 5 = [(10 - 1) + 1](5) = 10(5) = 50$

b) $\sum_{i=3}^{12} Y_j = [(12 - 3) + 1]\ Y_j = 10\, Y_j$

Fonte : PETERNELLI (2004)

O somatório do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto da constante pelo somatório da variável.

Imagem 4 - Somatório do produto de uma constante por uma variável

$$\sum_{i=1}^{n} kX_i = kX_1 + kX_2 + \ldots + kX_n = k(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) = k\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Exemplo:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{2} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} X_i, k = \frac{1}{2}$$

Fonte : PETERNELLI (2004)

O somatório de uma soma ou subtração de variáveis é igual à soma ou subtração dos somatórios dessas variáveis.

Imagem 5 - Somatório de uma soma ou subtração de variáveis

Sem perda de generalidade, para três variáveis X, Y e W, tem-se:

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i - W_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i - \sum_{i=1}^{n} W_i$$

Fonte : PETERNELLI (2004)

2.2. Lógica Proposicional

Conforme é dito e traduzido (norma literal) por (BUSTAMANTE, 2009) A lógica proposicional é uma linguagem formal que permite decidir sobre a validade ou invalidez de uma ampla classe de raciocínio dedutivo, com base na representação simbólica das propostas envolvidas no raciocínio e das ligações entre eles.

O alfabeto ou conjunto de caracteres da lógica proposicional, que representaremos
com um P, tem símbolos de quatro tipos:

1. Símbolos de variáveis ou átomos proposicionais: p, q, r, s,..., w (p1, p2..., se eu souber necessário). Estes símbolos são utilizados para representar proposições atómicas, ou seja propostas que não podem ser decompostas em propostas mais simples. Exemplos:

p: está a chover, q: está frio, r: hoje é terça-feira.

2. Símbolos lógicos ou proposicionais de ligação (ou de operador). Estes são os símbolos que são apresentados na tabela 1, composto, através de uma ligação entre os símbolos que representam a propostas atómicas que as compõem. Por exemplo, com os símbolos p e q como no numeral 1 acima, "chuva e frio" seria representado por pq, em tanto que "está a chover mas não faz frio" seria representado por p¬q. No terceiro A coluna do quadro indica como cada conjuntivo é lido numa expressão da lógica proposicional. Por exemplo: ¬P é lido como "não p" ou "é falso que p". ou "p é falso". O último da direita dá um exemplo para cada caso.

Tabela 1 - CONECTIVOS LÓGICOS

Conectivos	Símbolos	lê-se	Exemplos
Negação	$\sim$	Não	$\sim p$
Conjunção	$\wedge$	e	$p \wedge q$
Disjunção	$\vee$	ou	$p \vee q$
Condicional	$\rightarrow$	Se ... , então ...	$p \rightarrow q$
Bicondicional	$\leftrightarrow$	… se e somente se...	$p \leftrightarrow q$
Disjunção exclusiva	$\veebar$	Ou …, ou …, mas não ambos	$p \veebar q$

Fonte: Mazzer (2018)

3. Símbolos de pontuação. Estes são os parênteses aberto "(" e fechado ")". São utilizados agrupar, para fins sintácticos ou de clareza, partes de uma expressão. Por exemplo, em vez de escrevermos pqr vamos escrever (pq) r ou p (q r), de acordo com o significado da expressão representada.

4. Símbolos lógicos constantes. Estes são os símbolos V e F. O seu significado é apresentado na tabela a seguir:

Tabela 2 - TABELA VERDADE - SÍMBOLOS LÓGICOS

Operador	Nome da proposição composta	Símbolo	Tabela-verdade
e	conjunção	**$p \wedge q$**	Só será verdadeiro quando ambos **"p"** e **"q"** forem **V** ao mesmo tempo.
ou	disjunção	**$p \vee q$**	Se pelo menos um, **"p"** ou **"q"**, for **V** então será verdadeiro.
se... então...	condicional	**$p \rightarrow q$**	Só será falso quando o **"p"** for **V** e **"q"** for **F**.
se e somente se	bicondicional	**$p \leftrightarrow q$**	Só será verdadeiro quando **"p"** e **"q"** forem **V** ao mesmo tempo ou quando forem **F** ao mesmo tempo.
ou... ou... mas não ambos	disjunção exclusiva	**$p \veebar q$**	Para ser verdadeiro quando um for **V** o outro terá que ser **F**.

Fonte: Peters (2019)

O Objetivo da lógica proposicional é identificar as deduções e transformações de proposições compostas cuja validade independe da natureza das suas proposições atômicas, e dos valores lógicos destas.

2.3. Matrizes

De maneira simples podemos dizer que matrizes são tabelas retangulares de valores, organizadas em linhas e colunas. Estes valores podem representar quantidades específicas, variáveis, equações e até dados nominais. A magnitude de aplicações do conceito e operações de matrizes em diversas áreas do conhecimento (principalmente tecnológico) faz com que o seu estudo seja imprescindível.

Conforme é explicado por (IEZZ e HAZZAN, 2004) na sua quarta obra de 11 sequências. Dado dois números m e n naturais e não nulos, chama-se matriz m por n (indica-se m x n) toda tabela M formada por números reais distribuídos em m linhas e n colunas. Veja alguns exemplos a seguir de matrizes e suas respectivas formações.

Esta é uma matriz 2 X 3:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & \frac{4}{5} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Esta é uma matriz 3 X 2:

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ \frac{3}{7} & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Esta é uma matriz 1 X 4:

$$\begin{pmatrix} 0 & -9 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

Esta é uma matriz 3 X 1:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Esta é uma matriz 2 X 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Em uma matriz qualquer M, cada elemento é indicado por aij. O índice i indica a linha e o índice j a coluna às quais o elemento pertence. Com a convenção de que as linhas sejam numeradas de cima para baixo (de 1 até m) e as colunas, da esquerda para a direita (de 1 até n), uma matriz m X n é representada:

$$\begin{pmatrix} a11 & a12 & \dots & a1n \\ a21 & a22 & \dots & a2n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ am1 & am2 & \dots & amn \end{pmatrix}$$

Matrizes especiais

Há matrizes que, por apresentarem uma utilidade maior nesta teoria, recebem um nome especial:

Matriz – linha é toda matriz do tipo 1 X n, isto é, é uma matriz que tem uma única linha.

Matriz – coluna é toda matriz do tipo m X 1, isto é, é uma matriz que tem uma única coluna.

Matriz – nula é toda matriz que tem todos os elementos iguais a zero.

Uma matriz-quadrada de ordem n é toda matriz do tipo n X n, isto é, é uma matriz que tem igual número de linhas e coluna, como mostra na matriz a seguir:

$$\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 & \dots & a1n \\ a21 & a22 & a23 & \dots & a2n \\ a31 & a32 & a33 & \dots & a3n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ an1 & an2 & an3 & \dots & ann \end{pmatrix}$$

Chama-se diagonal principal de uma matriz quadrada de ordem n o conjunto dos elementos que tem os dois índices iguais, isto é:

{a11, a22, a33, ..., ann}

Chama-se de diagonal secundária de uma matriz quadrada de ordem n o conjunto dos elementos que têm soma dos índices a n + 1, isto é:

{a1n, a2, n-1, a3, n-2, ..., an1}

Igualdade

Duas matrizes A = (aij) m X n e B = (bij) m X n são iguais quando aij = bij para todo i (i {1, 2, 3, ..., n}) e todo j (j{1, 2, 3, ..., n}). Isto significa que para serem iguais duas matrizes devem ser do mesmo tipo e apresentar todos os elementos correspondentes (elementos com índices iguais) iguais. Como mostra no exemplo a seguir:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

Adição

Dadas duas matrizes A = (aij) m X n e B = (bij) m X n, chama-se soma A + B a matriz C = (cij) m X n tal que cij = aij + bij, para todo i e todo j. Isto significa que a soma de duas matrizes A e B do tipo m X n é uma matriz C do mesmo tipo em que cada elemento é a soma dos elementos correspondentes em A e B. Veja no exemplo a seguir:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -4 & 0 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & 2-1 & 3+1 \\ 4-4 & 5+0 & 6-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Subtração

Dada duas matrizes A = (aij) m X n e B = (bij) m X n, chama-se subtração A – B a matriz C = (cij) m X n tal que cij = aij – bij, para todo i e todo j. Isto significa que a subtração de duas matrizes A e B do tipo m X n é uma matriz C do mesmo tipo em que cada elemento é a subtração dos elementos correspondentes em A e B. Veja no exemplo a seguir:

$$\begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-1 & 9-2 & 8-3 \\ 7-4 & 6-5 & 5-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Determinantes

A teoria dos determinantes teve orgem em meados do século XVII, quando eram estudados processos para resolução de sistemas lineares de equações. Hoje em dia, embora não sejam um instrumento prático para resolução de sistemas, os determinantes são utilizados, por exemplo, para sintetizar certas expressões matemáticos complicadas.

Consideremos o conjunto das matrizes quadradas de elementos reais. Seja M uma matriz de ordem n desse conjunto. Chamamos determinante da matriz M (e indicamos por det M) o número que podemos obter operando com os elementos de M da seguinte forma:

1º) Se M é de ordem n=1, então M é o único elemento de M.
M = (a11) -> det M = a11
Exemplo
M = (6) -> det M = 6

2º) Se M é de ordem n = 2, o produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

$$M = \begin{pmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{pmatrix} \rightarrow \det M \begin{pmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{pmatrix} = a11\, a22 - a12\, a21$$

3º)Se M é de ordem n=3, isto é:

$$M = \begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

Definimos M = a11.a22.a33 + a12.a23.a31 + a13.a21.a32 – a13.a22.a31 – a11.a23.a32 - a12.a21.a33

Podemos memorizar da seguinte forma:

a) Repetimos ao lado da matriz, as duas primeiras colunas.

b) Os termos procedidos pelo sinal + são obtidos multiplicando-se os elementos segundo as flechas situadas na direção da diagonal principal: a11.a22.a33; a23.a31.a21.a32

Este dispositivo prático é conhecido como regra de Sarrus, para cálculo de determinante de ordem 3.

Produto de Matrizes

O produto de uma matriz por outra não é determinado por meio do produto dos seus respectivos elementos. Assim, o produto das matrizes A = (aij) m X p e B = (bij) p X n é a matriz C = (cij) m X n, em que cada elemento cij é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da i-ésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna B. Veja no exemplo a seguir uma multiplicação de matrizes 2x2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \; e \; B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1ª linha e 1ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} \boxed{1 \quad 2} \\ 3 \quad 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} -1 \\ 4 \end{matrix}} & \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{c_{11}}{\boxed{1.(-1)+2.4}} & \\ & \end{bmatrix}$$

- 1ª linha e 2ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} \boxed{1 \quad 2} \\ 3 \quad 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \begin{matrix} -1 \\ 4 \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.(-1)+2.4 & \overset{c_{12}}{\boxed{1.3 + 2.2}} \\ & \end{bmatrix}$$

- 2ª linha e 1ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} 1 \quad 2 \\ \boxed{3 \quad 4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} -1 \\ 4 \end{matrix}} & \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.(-1)+2.4 & 1.3+2.2 \\ \underset{c_{21}}{\boxed{3.(-1)+4.4}} & \end{bmatrix}$$

- 2ª linha e 2ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} 1 \quad 2 \\ \boxed{3 \quad 4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \begin{matrix} -1 \\ 4 \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.(-1)+2.4 & 1.3+2.2 \\ 3.(-1)+4.4 & \underset{c_{22}}{\boxed{3.3+4.2}} \end{bmatrix}$$

Sendo assim, A.B = $\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 13 & 17 \end{pmatrix}$

Agora observe o que aconteceria se fosse feito o contrário, ou seja, multiplicar B por A:

$$B.A = \begin{bmatrix} \boxed{-1 \quad 3} \\ \boxed{4 \quad 2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{(-1).1+3.3} & \boxed{(-1).2+3.4} \\ \boxed{4.1+2.3} & \boxed{4.2+2.4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

Portanto, A.B ≠ B.A, ou seja, para a multiplicação de matrizes não vale a propriedade comutativa.

2.2 Análise Combinatória

Segundo Morgado (2001, p. 1), Análise combinatória é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas e os dois tipos mais frequentes de problemas resolvidos pela análise combinatória são:

- Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado;
- Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas.

A origem dos problemas de contagem está ligada a jogos de loterias, ainda no século XVII. As primeiras publicações a respeito pareceram com Blaise Pascale Pierre de Fermat. Além desses ilustres personagem, muitos outros posteriormente desenvolveram estudos, com destaque para os suíços JaquesBernoulli e Leonhard Euler e para o alemão Gottfried W. Leibniz. Esta nossa primeira aula não consiste, em dar absolutamente uma maneira formal para a resolução de problemas de contagem por meio de fórmulas, mas sim algumas técnicas de contagem de todos os casos possíveis de um acontecimento, como a árvore das possibilidades e o princípio fundamental da contagem.

Quantas placas diferentes posso fazer com, por exemplo, 2 letras e 4 algarismos? A análise combinatória se ocupa de problemas do dia-a-dia como este.

Na análise combinatória consideramos conjuntos cujos elementos são agrupados sob certas condições.

Por exemplo:

- A é o conjunto de números de dois algarismos distintos formados a partir dos dígitos 1 e 2, ou seja,

A = {13,23,33,43,53}, # A = 5,

onde o símbolo # representa o número de elementos. Neste caso, temos 5 elementos no conjunto A e escrevemos que
A = 5 (cardinal de A é Cinco).

- B é o conjunto das sequências de letras que se obtêm mudando-se a ordem das letras da palavra sol , ou seja,

B = { sol slo osl ols lso los }, # B = 6 > Neste caso, o conjunto B tem 6 elementos.

- C é o conjunto de números de três algarismos, todos distintos, formados a partir dos dígitos 0, 1, 2, 3 e 4. Então temos

  C = {012, 021, 013, 031, 014, 041,...}.

Observe que nesse caso há um número grande de possibilidades.

Desse modo, é trabalhoso obter todos os elementos agrupados deste conjunto. E será trabalhado nesse artigo métodos que visam facilitar a resolução desses casos. Estas técnicas são conhecidas como Princípio Fundamental de Contagem ou regras gerais de Análise Combinatória (Taneja & Araújo, 2010).

Permutações Simples

Uma permutação de n objetos distintos é qualquer agrupamento ordenado desses objetos, de modo que, se denominarmos P_n os números das permutações simples dos n objetos, então

P_n=n(n-1)(n-2)…1=n!.
Definimos P_0= 0!=1.

Vejamos no exemplo a seguir, como funciona:

Considerando os dígitos 1, 2, 3, 4 e 5, quantos números de 2 algarismos distintos podem ser formados?

Os números de 2 algarismos têm o algarismo das unidades e o algarismo das dezenas. Podemos dizer então que existem 2 posições para serem preenchidas, digamos P1 e P2. A posição P1 pode ser preenchida de 5 maneiras diferentes, restando, portanto, 4 dígitos que podem ocupar a posição P2. Então há 5.4 = 20 maneiras diferentes das posições P1 e P2 serem ocupadas, isto é, há 20 números de 2 algarismos distintos que podem ser formados com os 5 dígitos disponíveis.

De modo geral, podemos dizer que o princípio multiplicativo leva em conta a ordem dos elementos do grupo formado. Se essa ordem não importar, devemos excluir as repetições dividindo o resultado, obtido com o princípio multiplicativo, pelo número de permutações dos componentes do grupo.

Arranjos

são utilizados para resolver o seguinte problema: de quantas maneiras podemos alocar p objetos em n lugares, sendo p.

Conforme é demonstrado o exemplo por (GUSTAVO & SIMIOLI, 2012).

Em uma corrida, estão competindo 10 pilotos, na qual apenas os três primeiros comparecem ao podium. Então, pergunta-se: de quantas maneiras diferentes o podium pode ser montado? Note que temos 3 decisões a tomar:

d1: escolher dentre os 10 competidores o que ocupará o primeiro lugar no podium.

d2: escolher dentre os 9 competidores restantes, já que o primeiro lugar foi ocupado, aquele que ocupará o segundo lugar do podium.

d3: escolher dentre os 8 competidores restantes, já que o primeiro e o segundo lugar foram ocupados, aquele que ocupará o terceiro lugar no podium.

Pelo princípio multiplicativo, temos que isso pode ser feito de 10 × 9 × 8 = 720 maneiras distintas.

Suponhamos que os competidores sejam A, B, C, D, E, F, G, H, I e J. Note que, quando usamos o princípio multiplicativo, as composições.

A, B, C

A, C, B

B, A, C

B, C, A

C, A, B

C, B, A

são consideradas respostas diferentes, pois conforme é citado na apostila esta estamos contando cada uma delas. E, nesse exemplo, isso deve ser feito, já que estamos interessados na ordem em que os elementos aparecem. Por exemplo, A chegar em primeiro, B em segundo e C em terceiro é diferente de A chegar em primeiro, C em segundo e B em terceiro.

Vamos tentar encontrar uma expressão matemática que caracterize A_n^p, usando o princípio multiplicativo.

Temos n elementos dos quais queremos tornar p. Este é um problema equivalente a termos n objetos com os quais queremos preencher p lugares.

$$\overline{L1}\ \overline{L2}\ \overline{L3} \cdots \overline{Lp}$$

O primeiro lugar pode ser preenchido de n maneiras diferentes. Tendo preenchido L1, restam (n – 1) objetos e, portanto, o segundo lugar pode ser preenchido de (n – 1) maneiras diferentes. Após o preenchimento de L2,há (n – 2) maneiras de se preencher L3 e, assim sucessivamente, vamos preenchendo as posições de forma que Lp, terá (n – (p – 1)) maneiras diferentes de ser preenchido. Pelo princípio multiplicativo, podemos dizer que as p posições podem ser preenchidas sucessivamente de n(n – 1)(n – 2)...(n –(n – 1)) maneiras diferentes.

Portanto, A_n^p = n(n – 1)(n – 2)...(n –(n – 1)). Sabemos que uma igualdade não se altera se a multiplicarmos e dividirmos por um mesmo valor, então:

$$A_n^p = \frac{\left[n(n-1)(n-2)\ldots\left(n-(p-1)\right)\right]\left[(n-p)(n-p-1)\ldots 2.1\right]}{(n-p)(n-p-1)\ldots 2.1}$$

Podendo ser simplificada para :

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo simples e comum para a explicação da mesma

Quantos anagramas de 2 letras diferentes podemos formar com um alfabeto de 23 letras?

$$A_{23}^2 = \frac{23!}{21!} = 23\,.\,22 = 506.$$

Combinação simples

O número de subconjuntos distintos com p elementos que podemos obter é o que chamamos de combinação de n tomado p a p. Num conjunto, a forma em que apresentamos seus termos não importa, ou seja, se mudarmos a ordem da apresentação dos elementos, o conjunto permanecerá o mesmo. Por isso, dizemos que na combinação a ordem não importa. (GUSTAVO & SIMIOLI, 2012).

Combinações simples de n elementos tomados p a p, onde n ≥ 1 e p é um número natural tal que p ≤ n, são todas as escolhas não ordenadas de p desses n elementos. Notação $C_n^p = \binom{n}{p}$ (lê-se: combinação de n p a p). Se p > n, p e n inteiros, define-se $C_b^p = 0$. Vimos que o número de arranjos simples de n elementos tomados p a p é igual ao número de maneiras de preencher p lugares com n elementos disponíveis. Obtivemos:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Como sendo o número de agrupamentos que diferem entre si pela natureza e pela ordem de colocação dos elementos no agrupamento, isto é, importa quem participa e o lugar que ocupa.

Entretanto, quando consideramos combinações simples de n elementos tomados p a p, temos agrupamentos de p elementos, tomados dentre os n elementos disponíveis, que diferem entre si apenas pela natureza dos elementos, isto é, importa somente quem participa do grupo. De maneira geral:

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Desta última igualdade, podemos tornar:

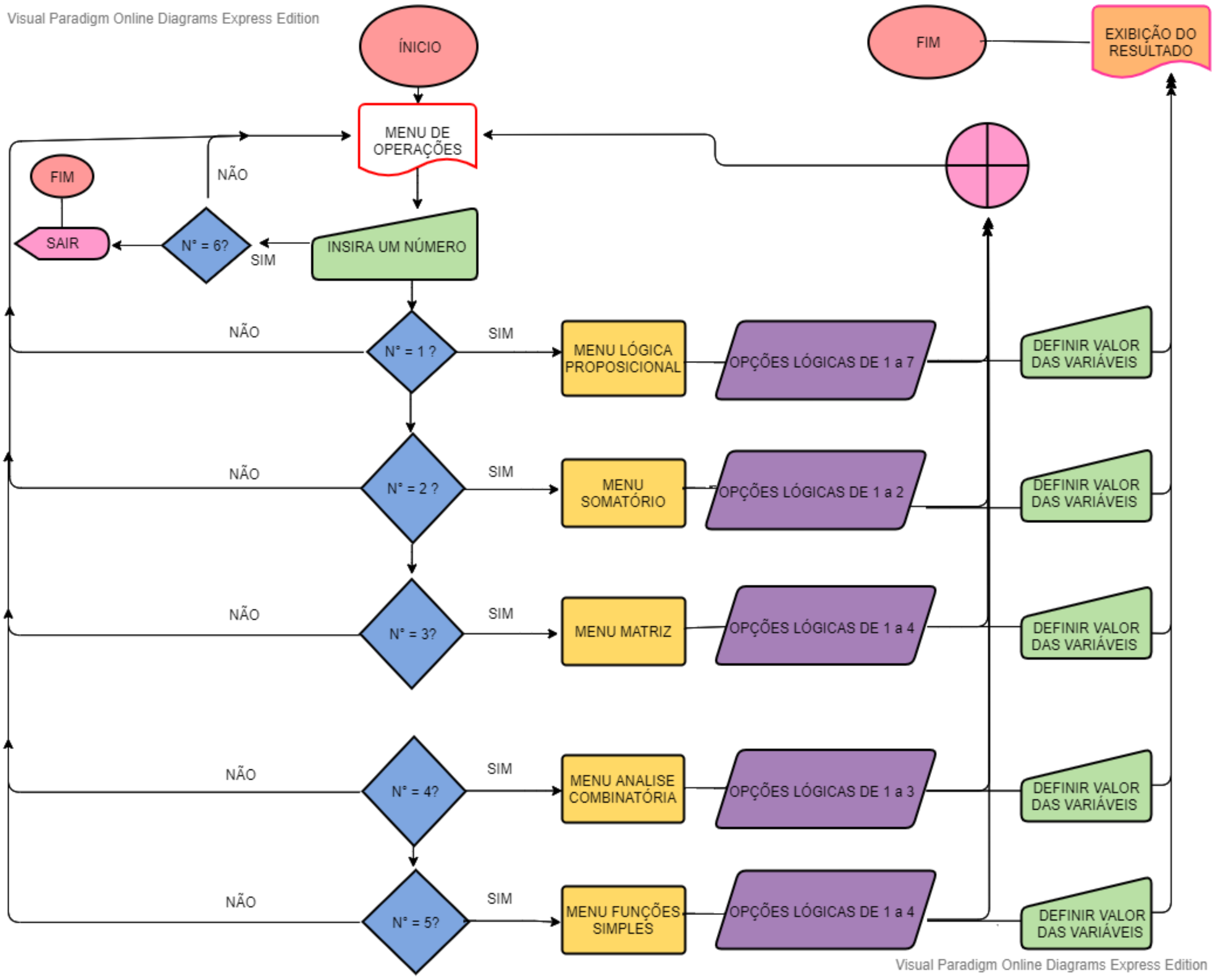
$$A_n^p = p!\, C_n^p$$

Isto é, o arranjo de n elementos tornados p a p pode ser calculado a partir de uma escolha de determinados objetos, considerando-se para cada escolha a permutação desses objetos. Resumindo quantos subconjuntos distintos de p elementos podemos obter de um conjunto de n elementos distintos {a1, a2, ... , an}? Cada subconjunto de p elementos é chamado de combinação simples de classe p dos n objetos <a1, a2, ... , an> Ao se basear nessa percepção se compreende a análise combinatória .

3. DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, é destacado um fluxograma com o propósito dedicado ao entendimento lógico mais simples que é passado pela calculadora DCLC, sendo adicionado procedimentos lógicos devido as ações feitas em seu uso. A produção dele foi feita atráves do Visual Paradigm.

Imagem 6 - Fluxograma de ações lógicas da DCLC



Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

Um Fluxograma tem como objetivo traçar objetivamente processos lógicos independente do caso, e isso é o mesmo aplicado no atual (imagem 6), pode se notar uma limitação sobre os processos lógicos devido ao espaço utilizável pela produção lógica completa de como seria os casos do uso da DCLC, que por sua vez tratando se de um sistema que recebe e devolve dados, seria extenso sua explicação por um fluxograma, de forma bem articulada ela foi dedicada a mostrar as principais áreas de escolha, e suas consequências estabelecidas em meio a interação de usuário x DCLC. Algo a ressaltar são que de modo geral calculadoras só possuem volatilidade mediante aos dados inseridos em suas operações, já os pré – processos podemos dizer que entram em looping ao uso contínuo.

4. RESULTADOS

Imagem 7 - Tela inicial

Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

Como é visto na imagem 6 definida, temos o modelo final da DCLC, que apresenta esteticamente como um aplicativo real apesar de ela estar sendo executado em um compilador. a tela inicial detém de características simples porém bem intuitivas, com cores com bom contraste e uma logo art aplicada na parte superior para o conhecimento do aplicativo. Temos na tela inicial também a ordem das operações com base no artigo sem trazer uma mistura deles. E seu uso é facilmente entendido por intermédio dos números propostos para cada ação previamente, por conta da linguagem atribuir ações somente por ligação de dados e não área programada para a ação.

Imagem 8 - Interação lógica proposicional

Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

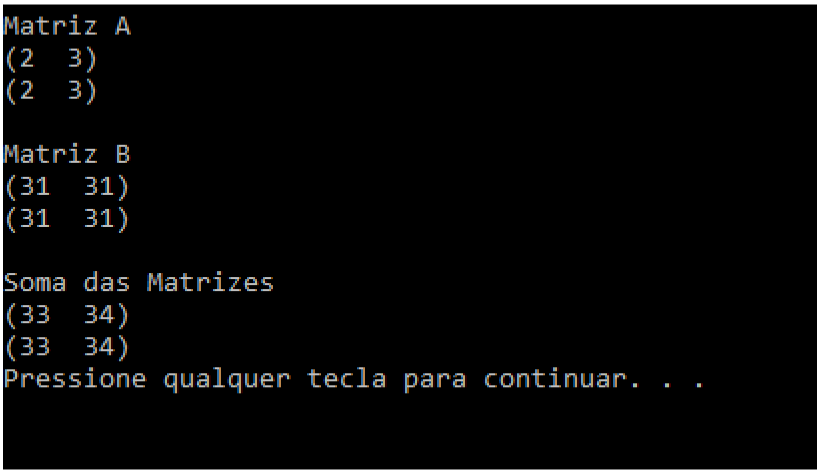
Ao selecionar a primeira opção definida pela DCLC (número 1) entramos para área de cálculo de proposições, com uma nova tela e espaço de escolha para qual conectivo lógico será aplicado a situação do usuário, após a seleção do conectivo será dada a escolha do número de cada variável dependendo do conectivo. Detalhe estético somente citado aqui e aplicado nas demais operações, uma art mostrando ao usuário em qual operação ele se encontra.

Imagem 9 - Interação Matrizes

Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

A área de matrizes se destaca devido à maior ingressamento de dados por operações internas da mesma, e isso se deve aos seus módulos de colunas e linhas (m x n), que são definidos pelo usuário.

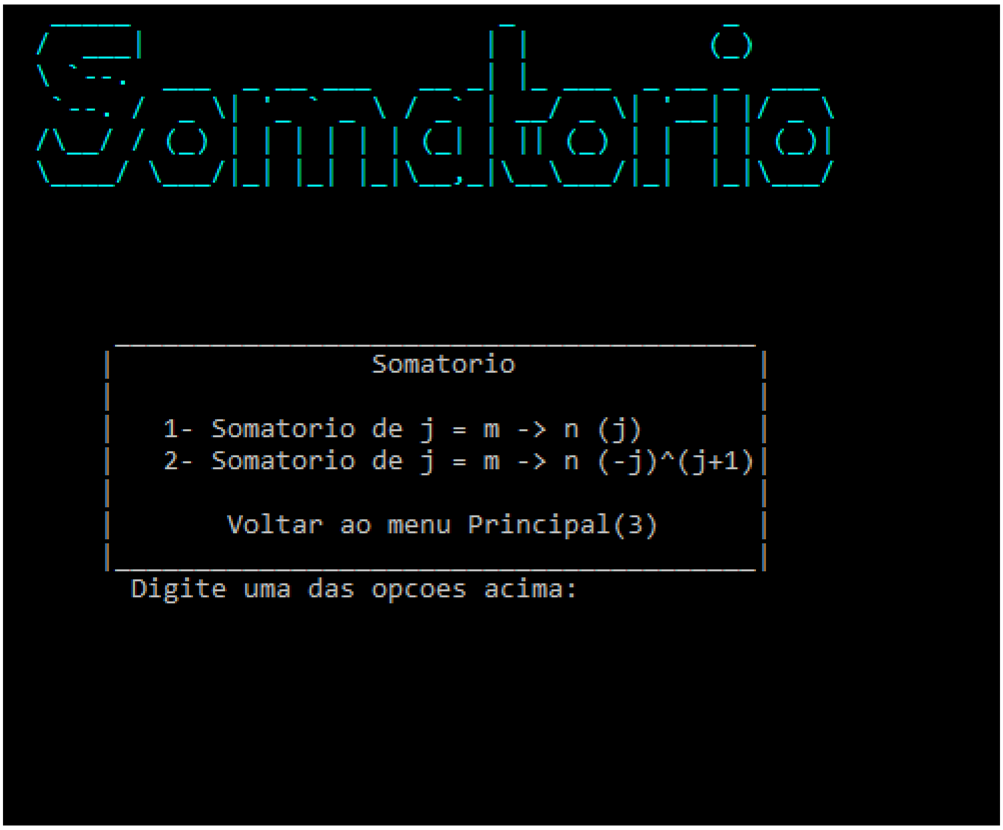
Imagem 10 - Exemplo de uso



Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

Ainda nas matrizes é interessante mostrar como é o procedimento atendido para ingressar e resultar a operação, conforme vemos na imagem 9, foi selecionado o modo de soma de matrizes entre A e B, bem simples para o exemplo que se aplica nas outras operações de matrizes. Os valores de a11, a12, a21 e a22 foram acrescentados em ambas matrizes (A e B) para geração soma delas.

Imagem 11- Interação somatórios



Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

Como é aplicado no menu de lógica e será aplicado nas demais operações, uma nova tela para definição prévia dos módulos de cada operação, já que por se tratarem de maior complexidade dependem de outros métodos para sua resolução e deixamos eles a escolha do usuário, das quais são citadas no artigo para aplicação.

Por fim, para complementar o que foi passado para a produção do projeto integrador que é constituído pelo código que efetue as 4 operações propostas (lógica proposicional, somatórios, matrizes e análise combinatória), foi adicionado um campo abaixo delas (imagem 5) que se destaca por operações simples que se abrangem pelas 4 operações básicas (Adição, subtração, multiplicação e divisão), trazendo mais funções para o usuário e não limitando a DCLC, sendo ela uma calculadora completa para trabalhar com o necessário. Como mostrado na imagem abaixo (imagem 11)

Imagem 12 - Interação a funções simples

Fonte: (Autores do Projeto integrador, 2020)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como tópico final vale ressaltar a importância deste projeto, que visa abranger e desenvolver ferramentas e conceitos por parte da nossa equipe com ênfase em aprender a linguagem C em vários aspectos e isso é bem visto com o resultado final da DCLC, ela é feita e poderá ser usada por outras pessoas ou por nós mesmos, para futuras matérias cálculos ou situações do dia, das quais apenas a resolução é o suficiente. A proposta inicial era atender o chamado inicial do Projeto integrador, uma calculadora programada em C que atendesse 4 operações especificas para o uso e complementação em notas devido a interdisciplinidade.

O objetivo foi atendido e ultrapassado, como visto é não só atribuído mais funções das quais foram pedidas, mas como possui um menu inteiramente interativo, com um design próprio e compacto para o uso. O processo foi só crescendo conforme o acompanhar de aulas especificas para entendimento da lógica e semântica da calculadora. O artigo atual vem trazer ao leitor esses eventos, características e informações do processo de criação da DCLC. É notório o quão importante todas as matérias envolvidas didaticamente no Projeto Integrador são, e isso influenciou em nosso aprendizado e nocão para próximos projetos da faculdade ou para a vida.

O vídeo explicativo do funcionamento da calculadora pode ser visualizado por meio do Qr code ou link presentes na figura 1. O Qr code foi montado atráves de um site cujo nome é Qr code generator e seu link :https://br.qr-code-generator.com/

Figura 1 - Acesso ao video explicativo das operações na D.C.L.C

ASSISTA AGORA

(Autores do Projeto integrador, 2020)

REFERÊNCIAS

ARIAS, Alfonso Bustamante. **Lógica y argumentación**: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole. 1. ed. Universidad Icesi, Cali (Colômbia): Pearson Educación de México S.A. de C.V, 2009. p. 1-274.

IEZZI, Gelsonn; HAZZAN, Samuel. **FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR** : SEQUÊNCIAS E MATRIZES DETERMINANTES . 2. ed. SÃO PAULO - SP - BRASIL: ATUAL EDITORA, 2004. p. 1-119.

PASSEI DIRETO. **Tabela resumo de todos operadores raciocínio lógico**. Disponível em: https://www.passeidireto.com/arquivo/62629422/tabela-resumo-de-todos-os-operadores-raciocinio-logico. Acesso em: 21 jun. 2020.

PORTAL EXATAS. **Raciocínio Lógico: Proposições e conectivos**. Disponível em: https://portalexatas.com.br/raciocinio-logico-proposicoes-e-conectivos/. Acesso em: 21 jun. 2020.

MORGADO, A. C. O., et al. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. (Coleção Professor de Matemática).

TEIXEIRA, P. J. M. **Problemas de geometria em análise combinatória**. In: Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, 2, Salvador, 2004. Anais... Salvador, 2004.

PEREIRA, A. G. C; CAMPOS, V. S. M. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 2. ed. Natal – RN: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – EDUFRN, 2012. p. 5-249.