

# RSA

---

## Teórica #8 de Criptografia Aplicada

### Modelo de Criptografia Chave Pública (PKC)

Este modelo representa a cifração das mensagens de um canal de comunicação recorrendo a chaves públicas, que ambas as partes conhecem, e chaves privadas, onde cada agente tem e conhece apenas a sua própria chave.

### RSA

Imaginamos o cenário em que duas entidades, Alice e Bob, desejam comunicar entre si. A Alice começa por gerar um par de chaves (1 pública e 1 privada), através do seguinte procedimento:

1. Produz dois “grandes” primos, de peso similar:  $p$  e  $q$ ;
2. Define  $n=p*q$
3. Produz  $e < \phi(n) = (p - 1)(q - 1)$ , onde  $(e, \phi(n)) = 1$
4. Calcula  $d = e^{-1} \pmod{\phi(n)}$

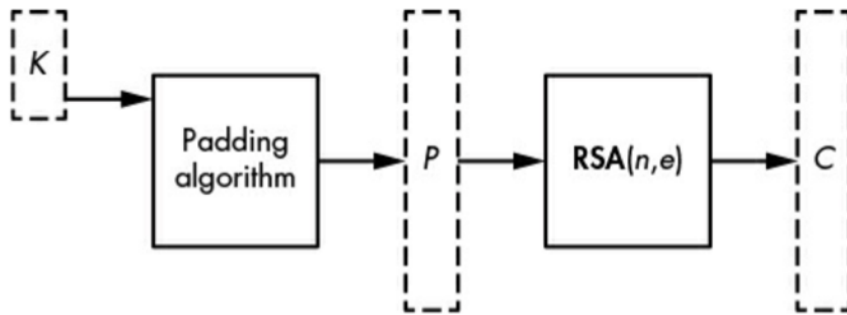
Chave pública =  $(n, e)$  Chave privada =  $(n, d)$

Se o Bob deseja enviar uma mensagem  $m$  à Alice, calcula a mensagem cifrada  $c = m^e \pmod{n}$  e envia-lhe. A Alice decifra a mensagem cifrada através de:  $c^d \pmod{n} = (m^e \pmod{n})^d \pmod{n} = m^{e*d} \pmod{n} = m^{k\phi(n)+1} = m$

O RSA e na generalidade todos os PKC Ciphers, são fáceis de utilizar mas pouco eficientes, sendo cerca de 1000 mais lentos que cifras simétricas. O facto que também usa uma chave pública, que é *pública*, as cifras PKC são vulneráveis a ataques de dicionário quando a mensagem original tem origem num campo de mensagens conhecidas ou de pequeno período (tamanho).

### Optional Asymmetric Encryption Padding (OAEP)

O OAEP é um técnica usada para tornar a cifração com RSA mais forte. Esta consiste na adição de padding à mensagem original, de forma a que seja mais difícil adivinhar a mesma.



## Optimal Asymmetric Encryption Padding (OAEP)

Esta técnica utiliza um PRNG (Pseudorandom Number Generator), de forma a garantir as propriedades da indistinguibilidade e não maleabilidade. O OAEP é seguro desde que a função RSA e PRNG sejam seguros e também que as funções hash não sejam muito fracas.

Para cifrar textos com RSA deve-se usar o OAEP.

### Assinar com RSA

Para assinar com RSA, um apenas precisa de calcular  $m^d \pmod{n}$

Sendo que a verificação da assinar é a decifração da mensagem com a chave pública.

### Problema de Assinaturas Simples RSA

Um atacante pode falsificar assinaturas de 0, 1 e (n-1), pois:

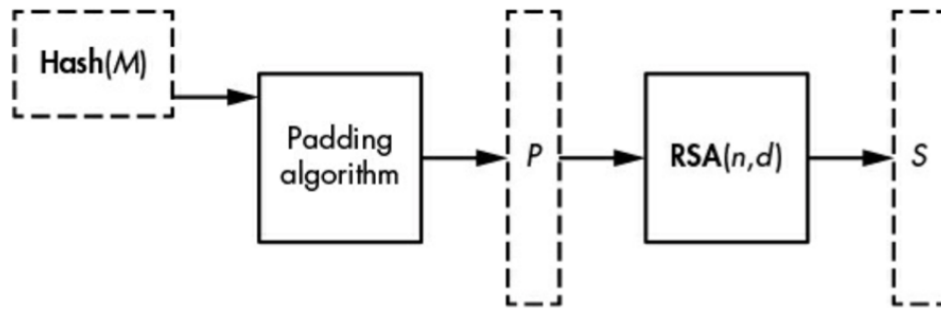
$$\begin{aligned} 0^d \pmod{n} &= 1^d \pmod{n} = 1 \\ &= (n-1)^d \pmod{n} = -1 \end{aligned}$$

Um atacante pode também realizar um *blinding attack*, dado que se um encontra um valor  $r$  dado que  $r^e * m \pmod{n}$  é o valor da mensagem plausível de ter sido assinada, então é fácil obter  $m^d$ , dado que:

$$S = (r^e * m)^d = rm^d$$

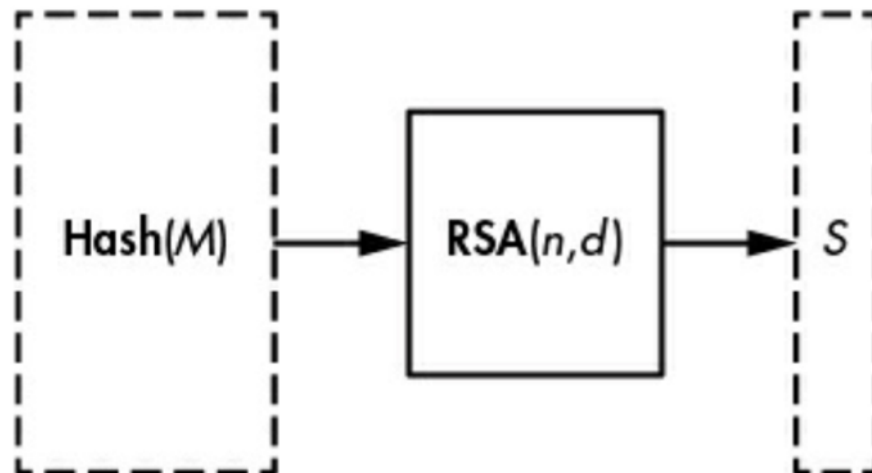
### PSS (Probabilistic Signature Scheme) Signature Standard

Esquema de assinaturas com RSA, provado como seguro, mas complexo, o que leva a erros desnecessários de implementação.



### Full Domain Hash Signatures (FDHS)

Implementação mais simples que PSS, mas com menores provas de segurança.



Em termos de segurança, PSS é preferível ao FDHS, dado as suas provas de segurança. Contudo, na maioria dos contextos, a aplicação de FDHS não traz grandes perdas de segurança em comparação com o PSS. Contudo, em alguns contextos, PSS é preferível devido à aleatoriedade adicionada por estes, evitando problemas causadas na implementação deste, como por exemplo fault attacks e side channel attacks.