Algorítmos y Estructuras de Datos - UNLP
Resumen de propiedades Logarítmicas, Exponenciales y de las Sumatorias para Tiempo de Ejecución

Junio de 2015.

Propiedades de Logaritmos

Definición

$$\log_a(x) = y \Leftrightarrow a^y = x,$$

si se cumple $x > 0$, $a > 0$, y $a \neq 1$

Propiedades Triviales

- $\log_a(1) = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$
- $\log_a(a) = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$

Propiedades menos triviales

- $\log_a(b.c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
- $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a(b) - \log_a(c)$
- $\log_a(b^n) = \log_a(\underbrace{b \ldots b}_{n\ veces}) = \underbrace{\log_a(b) + \ldots + \log_a(b)}_{n\ terminos} = n.\log_a(b)$
- $\log_a(\sqrt[n]{b}) = \log_a(b^{\frac{1}{n}}) = \frac{1}{n}.\log_a(b)$
- Cambio de base: $\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$
- $a^{\log_a(b)} = b$

Propiedades de Exponenciales

Definición

Potencia de exponente N

$$a^n = \underbrace{aa \ldots a}_{n\ veces}, \quad n \in N \quad a \in R^+$$

Potencia de exponente nulo

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

Potencia de exponente entero negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad n \in N, \quad a \neq 0$$

Potencia de exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad m \in Z, \quad n \in N$$

Propiedades de Potenciación

- $a^{n+m} = a^n.a^m$
- $a^{n-m} = a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m}$
- $(a^n)^m = a^{n.m} = a^{m.n} = (a^m)^n$
- $(a.b)^n = a^n.b^n$
- $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

Propiedades de la Radicación

- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[\frac{n}{p}]{a^{\frac{m}{p}}}$
- $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$

Propiedades Sumatorias

Resumen de propiedades

$$\sum_{i=1}^{n} c.a_i = c \times \sum_{i=1}^{n} a_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} c = (n - 1 + 1) \times c = n \times c$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i + b_i = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{k} a_i + \sum_{i=k+1}^{n} a_i, \quad k < n$$

$$\sum_{i=k}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_i - \sum_{i=1}^{k-1} a_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \times b_i \neq \sum_{i=1}^{n} a_i \times \sum_{i=1}^{n} b_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \neq (\sum_{i=1}^{n} a_i)^2$$

Resumen de fórmulas para simplificar algunas sumatorias comunes

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = (\frac{n(n+1)}{2})^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} a^i = \frac{a^{n+1} - a}{a - 1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$