



# B+ Trees

Diferencias del B+ con el B-Tree:

- los nodos internos solo tienen los keys que actúan como routers para encontrar las hojas, dado que en las hojas se encuentran los datos correspondientes a cada key. por esta razón, hay keys duplicados en el B+
- los nodos hoja están linkeados con un double linked list para que el acceso secuencial sea rápido
- el insert y el delete son “más fáciles” que el B
- como los nodos internos solo tienen los keys, significa que cada nodo puede guardar más datos y por lo tanto el árbol termina teniendo menos altura que un B, por lo tanto operaciones más eficientes
- hay más...

## Insert

Nodo a la izquierda: <

Nodo a la derecha: ≥

Se busca el nodo con el algoritmo típico del Btree hasta llegar a la hoja donde se debería insertar el nodo, porque la inserción siempre ocurre en las hojas.

Se ubica la ubicación correcta del *key* dentro del nodo hoja, si el nodo tiene más que el número máximo de *keys*, entonces hacer un split

## Split en un leaf

Se crean dos nodos:

1. Los que están desde el índice 0 hasta  $\lfloor \frac{count}{2} \rfloor - 1$
2. Los que están desde  $\lfloor \frac{count}{2} \rfloor$  hasta *count*

El nodo en la posición  $\lfloor \frac{count}{2} \rfloor$  sube al padre en la posición correcta y se reajustan los punteros a los hijos

Mientras la recursión se va desenrollando, revisar si el nodo interno tiene más que el número máximo de *keys*, si es así se hace un **split de nodo interno**

## Split en un nodo interno

Se crean dos nodos:

1. Los que están desde el índice 0 hasta  $\lfloor \frac{count}{2} \rfloor - 1$
2. Los que están desde  $\lfloor \frac{count}{2} \rfloor + 1$  hasta *count*

El nodo en la posición  $\lfloor \frac{count}{2} \rfloor$  sube al padre en la posición correcta y se reajustan los punteros a los hijos



Notar que el **split de nodo interno** difiere del **split de un leaf**, porque en el **split del nodo interno**, el nodo del medio **sube** y no se queda abajo

## Delete

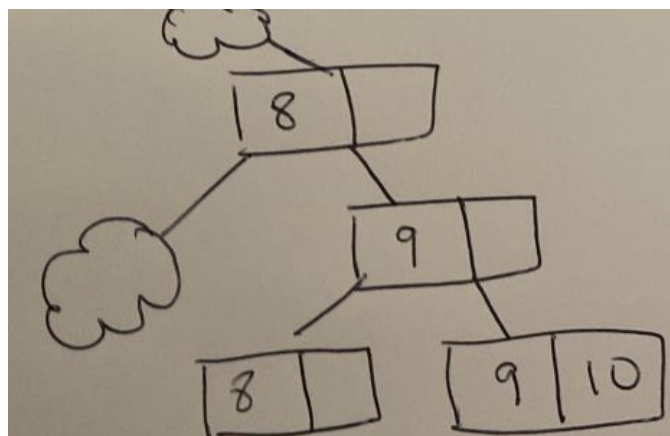
Ubicar el nodo hoja donde está el *key* que se quiere borrar y mantener un puntero al nodo interno donde está ese *key* si aplica el caso

Borrar el *key* del nodo hoja

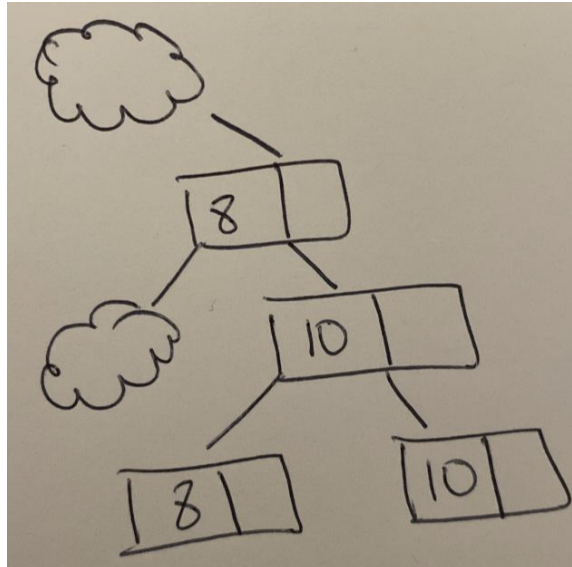
Si el nodo tiene más *keys* que el número mínimo de *keys*

Si el puntero al nodo interno es distinto a nullptr, entonces copiar el *key* al lado (a la derecha, osea el **sucesor**) del *key* que acabamos de borrar y ponerlo en el lugar del *key* del puntero al nodo interno:

Por ejemplo, borremos el 9



Antes de borrar el 9.



Luego de borrar el 9. Notar que “el nodo de la derecha”, osea el sucesor de 9 es 10.

Sino

Pedirle prestado al hermano inmediato izquierdo o derecho si tienen más del número mínimo de *keys*

Prestar a través del padre:

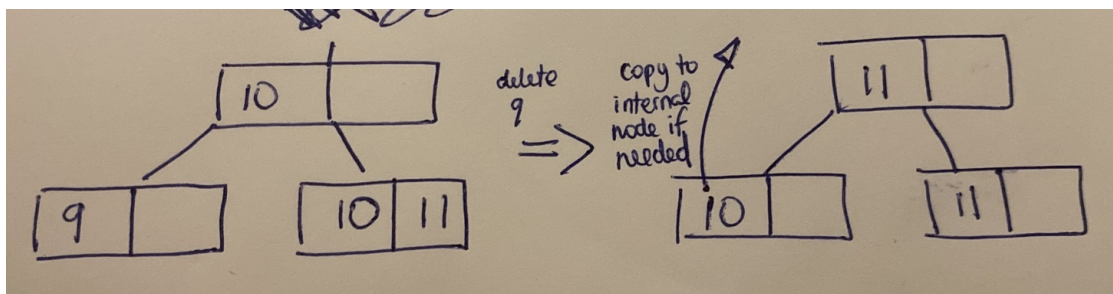
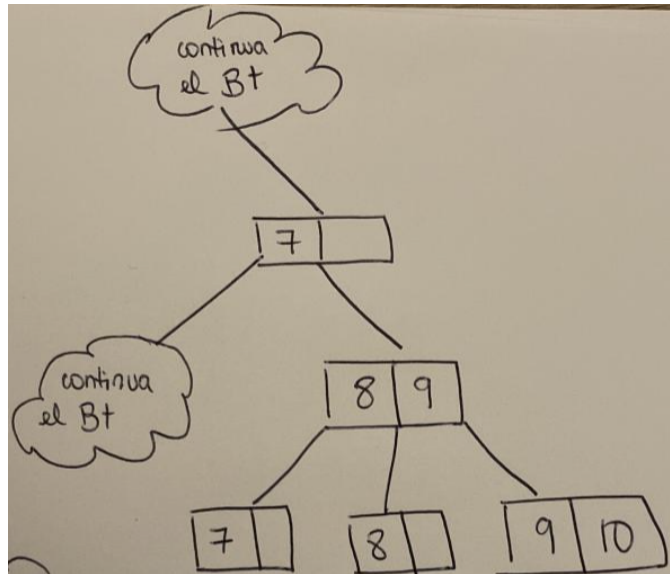


Ilustración del préstamo del hermano inmediato derecho **a través del padre**. Notar que el *key* prestado tiene que chancar el *key* si está tmb presente en un nodo interno.

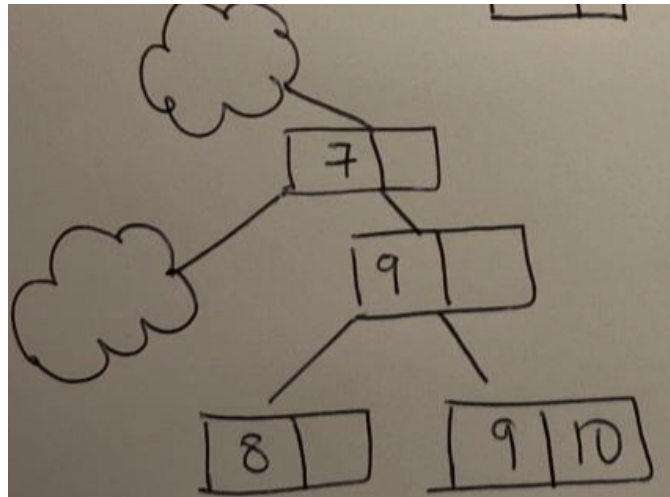
Sino (ambos hermanos inmediatos tienen el mínimo número de *keys*)

El *key* padre baja al nodo del *key* a borrar y luego se hace merge con el hermano inmediato izquierdo o derecho y luego se borra el *key* y cualquier *key* que esté repetido (solo habrá como máximo 1 repetición). Copiar el *key* del padre y ponerlo en el lugar del *key* del puntero al nodo interno:

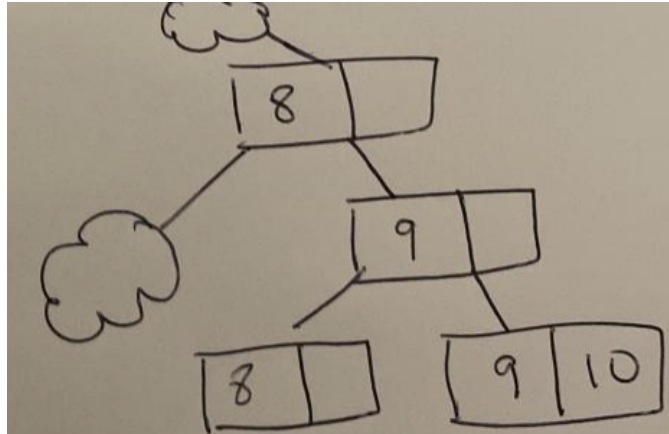
Por ejemplo, del siguiente B+ borremos el 7



Antes de borrar.



El padre 8 bajó y por lo tanto el nodo se convirtió en 7 8, luego se hizo merge con el nodo derecho que dio nacimiento del nodo 7 8 8, borramos el 7 y el repetido quedando el nodo 8. Además, como bajó el padre 8, se reordenaron los punteros en ese nodo padre.



Ya que el 7 estaba también presente en nodos internos, se copió el valor del 8 al lugar del 7.

Luego **mientras la recursión se desenrolla**, revisar si el padre (en el ejemplo de arriba el nodo 9) tiene menos del mínimo número de *keys* y si es así, replicar el proceso de pedir prestado al heramano inmediato izquierdo o derecho, sino hacer merge