Example 4.3

Q: $L = ?$ deadbeat respone

Solution $\qquad \alpha_c(A) = A^2$

$$\cancel{\alpha_c(A - L_o C)} = \cancel{[A - L_o C]}^2 \quad \text{没有这种公式}$$

$$[A - L_o C] = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - l_1 & T \\ -l_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_c(A - L_o C) = \begin{bmatrix} 1 - l_1 & T \\ -l_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - l_1 & T \\ -l_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$(1 - l_1)T - T$

$-l_1 T$

$-l_2 T -$

$$= \begin{bmatrix} 1 - 2l_1 + l_1^2 - l_2 T & -l_1 T \\ l_1 l_2 - 2 l_2 & -l_2 T + 1 \end{bmatrix}$$

$$W_c = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & T \end{bmatrix} \qquad W_c^{-1} = \frac{1}{T} \begin{bmatrix} T & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} \end{bmatrix}$$

$$L_o = \begin{bmatrix} 1 - 2l_1 + l_1^2 - l_2 T & -l_1 T \\ l_1 l_2 - 2 l_2 & -l_2 T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - 3l_1 + l_1^2 - l_2 T & -l_1 \\ l_1 l_2 - l_2 - \frac{1}{T} & -l_2 + \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$L_o = \begin{bmatrix} -l_1 \\ -l_2 + \frac{1}{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_c(A) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_o = \begin{bmatrix} 1 & 2T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$1 + \frac{2T}{-T} = -1$$

$$2T \frac{1}{T}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{1}{T} \end{bmatrix}$$

verify

$$x(0) = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} \qquad \bar{x}(0) = \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$x_e(0) = \begin{bmatrix} a_1 - a_2 \\ b_1 - b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$x_e(k+1) = [A - L_o C] x_e(k)$$

$$x_e(1) = \begin{bmatrix} -1 & T \\ -\frac{1}{T} & 1 \end{bmatrix} x_e(0) = \begin{bmatrix} -a + bT \\ -\frac{a}{T} + b \end{bmatrix}$$

$$x_e(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{deadbeat}$$

$$\bar{x}(k+1) = \begin{bmatrix} -1 & T \\ -\frac{1}{T} & 1 \end{bmatrix} \bar{x}(k) + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{1}{T} \end{bmatrix} y(k)$$