

## Lect 2. Example 2.3

Q OCF  $\Rightarrow$  transfer function

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [0 \ 1] x(k)$$

Solution  $\frac{Y(z)}{U(z)} = C [zI - A]^{-1} B + D$

$$[zI - A]^{-1} = \begin{bmatrix} z & -a_0 \\ 1 & z+a_1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{z(z+a_1)+a_0} \begin{bmatrix} z+a_1 & a_0 \\ -1 & z \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = [0 \ 1] \frac{1}{z(z+a_1)+a_0} \begin{bmatrix} z+a_1 & a_0 \\ -1 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} \frac{1}{z(z+a_1)+a_0}$$

$$= \frac{-b_0 + z b_1}{z(z+a_1)+a_0}$$

$$= \frac{b_1 z - b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$