

【注】(1) 一般来说,洛必达法则是用来计算“ $\frac{0}{0}$ ”型或者“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型未定式的,不是“ $\frac{0}{\infty}$ ”型和“ $\frac{\infty}{0}$ ”

型,就不能用洛必达法则.

张宇 考研数学基础30讲·高等数学分册

(2) 如果极限 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)}$ 仍属于“ $\frac{0}{0}$ ”型或者“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型,且 $f'(x)$, $F'(x)$ 继续满足洛必达法则的条件,

则可以继续使用洛必达法则, 即 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{F(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f''(x)}{F''(x)}$.

(3) 如果 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)}$ 不存在也不为 ∞ , 不能推出 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{F(x)}$ 不存在也不为 ∞ , 简单一点说就是:

对于 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{F(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)}$, “右存在, 则左存在; 但左存在, 并不意味着右一定存在” 比如说,

极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x} = 0$$

存在, 而如果使用洛必达法则, 会有

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(2x \cdot \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x} \right),$$

这个极限显然不存在. 这是一个很细致、很隐蔽的问题, 稍不注意就可能出错.