知识点Z2.4

连续系统的初始值

主要内容：

1. 初始值的定义

2. 初始值的求法

基本要求：

1. 了解初始值的概念

2. 掌握系数匹配法

Z2.4 系统的初始值

初始值是n阶系统在t=0时接入激励，其响应在$t=0_+$时刻的值，即$y^{(j)}(0_+)$ (j=0,1,2…，n-1)。

初始状态是指系统在激励尚未接入的t=0-时刻的响应值$y^{(j)}(0_-)$，该值反映了系统的历史情况，而与激励无关。

为求解微分方程，需要从已知的初始状态$y^{(j)}(0_-)$求得$y^{(j)}(0_+)$ 。

例1 某系统描述某系统的微分方程为

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2f'(t) + 6f(t)$$

已知$y(0_-)=2$，$y'(0_-)= 0$，$f(t)=\varepsilon(t)$，求$y(0_+)$和$y'(0_+)$。

解： 将$f(t)=\varepsilon(t)$代入微分方程得

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2\delta(t) + 6\varepsilon(t)$$

系数匹配： 上式在$[0_-, 0_+]$区间两端$\delta(t)$项的系数应相等。由于等号右端含$2\delta(t)$，故只有$y''(t)$包含$\delta(t)$（思考原因）

故：

$$y'(0_+) \neq y'(0_-)$$

$$y(0_+) = y(0_-) = 2$$

2.1 LTI连续系统的响应

对 $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2\delta(t) + 6\varepsilon(t)$ 两端积分

$$\underbrace{\int_{0-}^{0+} y''(t)dt}_{y'(0_+)-y'(0_-)} + 3\underbrace{\int_{0-}^{0+} y'(t)dt}_{y(0_+)-y(0_-)=0} + 2\underbrace{\int_{0-}^{0+} y(t)dt}_{0} = 2\underbrace{\int_{0-}^{0+} \delta(t)dt}_{2} + 6\underbrace{\int_{0-}^{0+} \varepsilon(t)dt}_{0}$$

说明： 积分区间$[0_-, 0_+]$无穷小，且$y(t)$不含$\delta(t)$，故

$$\int_{0-}^{0+} y(t)dt = 0, \int_{0-}^{0+} \varepsilon(t)dt = 0$$

于是由上式得：$y'(0_+) - y'(0_-) = 2$

所以： $y'(0_+) = 2$

结论： 微分方程等号右端含有 $\delta(t)$时，仅在等号左端$y(t)$的最高阶导数中含有 $\delta(t)$，则$y(t)$的次高阶跃变，其余连续；若右端不含冲激函数，则不会跃变。