知识点Z1.19

因果与非因果系统

主要内容：

1.因果系统的定义

2.举例--由LTI系统的性质求响应

基本要求：

1.了解因果系统的判定方法

2.掌握由线性、时不变性、微积分特性求系统响应

Z1.19 系统分类：因果系统与非因果系统

1.定义

因果系统是指零状态响应不会出现在激励之前的系统。

如下列系统均为因果系统：

$$y_{zs}(t) = 3f(t-1) \qquad y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)dx$$

而下列系统为非因果系统：

(1) $y_{zs}(t) = 2f(t+1)$ 令t=1时，有$y_{zs}(1) = 2f(2)$

(2) $y_{zs}(t) = f(2t)$ 令t=1时，有$y_{zs}(1) = f(2)$

1.4 系统的概念及分类

例1 某LTI因果连续系统，初始状态为x(0_)。已知：

当x(0_) =1，输入因果信号$f_1(t)$时，全响应

$$y_1(t) = e^{-t} + \cos(\pi t)，t>0;$$

当x(0_) =2，输入信号$f_2(t)=3f_1(t)$时，全响应

$$y_2(t) = -2e^{-t} + 3\cos(\pi t)，t>0;$$

求输入$f_3(t)=f_1'(t)+2f_1(t-1)$时，系统的零状态响应$y_{zs3}(t)$。

解：

设：初始状态为x(0_) =1，零输入响应为$y_{zi1}(t)$

输入因果信号$f_1(t)$，零状态响应为$y_{zs1}(t)$

则：x(0_) =2，零输入响应 $y_{zi2}(t)=2y_{zi1}(t)$

输入$f_2(t)=3f_1(t)$时，零状态响应为$y_{zs2}(t)=3y_{zs1}(t)$

1.4 系统的概念及分类

$y_1(t)=y_{zi1}(t)+y_{zs1}(t)=e^{-t}+\cos(\pi t)$，$t>0$ (1)

$y_2(t)=2y_{zi1}(t)+3y_{zs1}(t)=-2e^{-t}+3\cos(\pi t)$，$t>0$ (2)

式(2)– 2×式(1)，得

$$y_{zs1}(t)=[-4e^{-t}+\cos(\pi t)]\varepsilon(t)$$

求输入$f_3(t)=f_1'(t)+2f_1(t-1)$时,系统的零状态响应$y_{zs3}(t)$。

LTI系统的微分特性

LTI系统的时不变特性

LTI系统的线性特性

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} x(0_-) \\ LTI \end{matrix}} \longrightarrow y = y_x + y_f$$

$$f_1(t),\quad x(0_-) = 1 \quad \Longrightarrow \quad y_1(t) = y_{x1} + y_{f1} = \cdots \quad (1)$$

$$\downarrow$$

$$3f_1(t),\quad x(0_-) = 2 \quad \Longrightarrow \quad y_2(t) = 2y_{x1} + 3y_{f1} = \cdots \quad (2)$$

解：y_{x1}，y_{f1}

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} LTI \\ \{x=0\} \end{matrix}} \longrightarrow y(t)$$

$$f_1(t) \longrightarrow y_{f1}(t)$$

$$f_3 = + \left\langle \begin{matrix} f_1'(t) \longrightarrow y_{f1}'(t) \\ 2f_1(t-1) \longrightarrow 2y_{f1}(t-1) \end{matrix} \right\rangle \oplus = y_{3f}(t)$$

输入$f_1(t)$的零状态响应为：$y_{zs1}(t) = [-4e^{-t} + \cos(\pi t)]\varepsilon(t)$

输入$f_3(t)=f_1'(t)+2f_1(t-1)$时

根据LTI系统的微分特性：

$$\frac{\mathrm{d}\,f_1(t)}{\mathrm{d}t} \to \frac{\mathrm{d}\,y_{zs1}(t)}{\mathrm{d}t} = -3\delta(t) + [4e^{-t} - \pi\sin(\pi t)]\varepsilon(t)$$

根据LTI系统的时不变特性：

$$f_1(t-1) \to y_{zs1}(t-1) = \{-4e^{-(t-1)} + \cos[\pi(t-1)]\}\varepsilon(t-1)$$

根据LTI系统的线性特性：

$$f_3(t)=f_1'(t)+2f_1(t-1) \to y_{zs3}(t) = y'_{zs1}(t) + 2y_{zs1}(t-1)$$

$$y_{zs3}(t) = -3\delta(t) + [4e^{-t} - \pi\sin(\pi t)]\varepsilon(t) + 2\{-4e^{-(t-1)} + \cos[\pi(t-1)]\}\varepsilon(t-1)$$