知识点K1.20

系统函数与系统的频率特性

主要内容：

1. $H(s)$与$H(\mathrm{j}\,\omega)$关系

2. $H(s)$ 零、极点与连续系统频率特性

基本要求：

1. 掌握系统函数与系统的频率特性

2. 掌握因果稳定系统和频率响应函数

K1.20 系统函数与系统的频率特性

1. *H*(*s*) 与 *H*(j *ω*) 关系 设 *h*(*t*) 为因果信号

$$H(s)=\int_{0-}^{\infty}h(t)e^{-st}dt \qquad \sigma>\sigma_0$$

$$H(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{0-}^{\infty}h(t)e^{-j\omega t}dt$$

当 $\sigma>\sigma_0$ 且 $\sigma_0<0$ 时 （*H*(*s*) 极点在左半平面）

$$H(\mathrm{j}\omega)=H(s)\Big|_{s=\mathrm{j}\omega}$$

这种情况下，*h*(*t*) 对应的系统称为因果稳定系统。

2. *H*(*s*) 零、极点与连续系统频率特性

设 $$H(s)=\frac{b_m(s-\xi_1)\cdots(s-\xi_m)}{(s-p_1)\cdots(s-s_n)}$$

若*H*(s)的极点均在左半开平面，则 $H(j\omega)=H(s)|_{s=j\omega}$

$H(j\omega)$ 又称为系统的频率响应。

$$H(j\omega)=\frac{b_m(j\omega-\xi_1)\cdots(j\omega-\xi_m)}{(j\omega-p_1)\cdots(j\omega-p_n)}$$

$$=\frac{b_m\prod_{i=1}^{m}(j\omega-\xi_i)}{\prod_{i=1}^{n}(j\omega-p_i)}$$

系统函数与系统的频率特性

设 $j\omega - \xi_i = B_i e^{j\psi_i} \quad , \quad i = 1,2,\cdots, \quad m$

$j\omega - p_i = A_i e^{j\theta_i} \quad , \quad i = 1,2,\cdots, \quad n$

则 $$H(j\omega) = \frac{b_m B_1 B_2 \cdots B_m e^{j(\psi_1+\psi_2+\cdots+\psi_m)}}{A_1 A_2 \cdots A_n e^{j(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n)}}$$

$$= H(\omega) e^{j\phi(\omega)}$$

$$H(\omega) = \frac{b_m B_1 B_2 \cdots B_m}{A_1 A_2 \cdots A_n} \quad ,$$

$$\phi(\omega) = (\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_m) - (\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n)$$