知识点K1.04

单边拉氏变换与傅里叶变换的关系

主要内容：

单边拉氏变换与傅里叶变换的关系

基本要求：

掌握收敛坐标对单边拉氏变换和傅里叶变换的影响

Xidian University, ICIE. All Rights Reserved

K1.04 单边拉氏变换与傅里叶变换的关系

$$F(s)=\int_{0}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \qquad \mathbf{Re[s]>\sigma_0}$$

$$F(\mathrm{j}\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t$$

要讨论其关系，$f(t)$必须为因果信号。

根据收敛坐标σ_0的值可分为以下三种情况：

（1）$\sigma_0<0$，即$F(s)$的收敛域包含 $\mathrm{j}\omega$ 轴，则 $f(t)$的傅里叶变换存在，并且 $F(\mathrm{j}\omega)=F(s)\big|_{s=\mathrm{j}\omega}$

如 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t) \longleftrightarrow F(s)=1/(s+2)$ ，$\sigma>-2$；

则 $F(\mathrm{j}\omega)=1/(\mathrm{j}\omega+2)$。

Xidian University, ICIE. All Rights Reserved

单边拉氏变换与傅里叶变换的关系

（2）σ_0 =0，即$F(s)$的收敛边界为jω轴，

$$F(\mathrm{j}\omega)=\lim_{\sigma\to 0}F(s)$$

如 $f(t)=\varepsilon(t)\longleftrightarrow F(s)=1/s$ (验证一下)

$$F(\mathrm{j}\omega)=\lim_{\sigma\to 0}\frac{1}{\sigma+j\omega}=\lim_{\sigma\to 0}\frac{\sigma}{\sigma^2+\omega^2}+\lim_{\sigma\to 0}\frac{-j\omega}{\sigma^2+\omega^2}$$

$$=\pi\delta(\omega)+1/\mathrm{j}\omega$$

（3）σ_0 >0，$F(\mathrm{j}\omega)$不存在。

如 $f(t)=\mathrm{e}^{2t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow F(s)=1/(s-2)$ ，$\sigma>2$；

其傅里叶变换不存在。

Xidian University, ICIE. All Rights Reserved