

知识点Z4.5

周期信号波形对称性和谐波特性

主要内容:

- 1.奇函数、偶函数、奇谐函数和偶谐函数
- 2.谐波特性

基本要求:

了解奇函数、偶函数、奇谐函数和偶谐函数的谐波特性

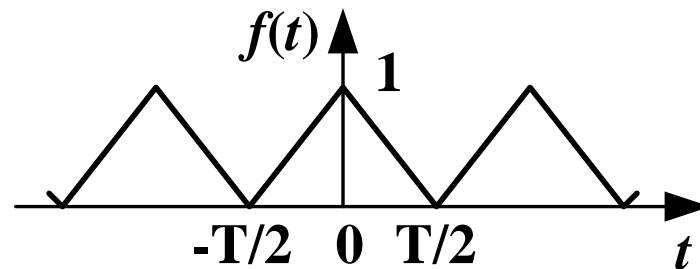


Z4.5 周期信号波形的对称性和谐波特性

1. $f(t)$ 为偶函数——对称于纵轴 $f(t) = f(-t)$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\Omega t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\Omega t) dt$$

$b_n = 0$ ，展开为余弦级数。



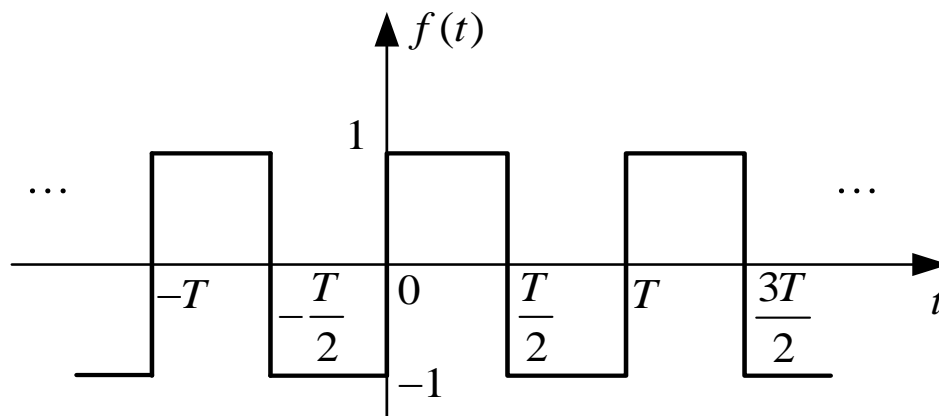
$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \left[\cos(\Omega t) + \frac{1}{3^2} \cos(3\Omega t) + \frac{1}{5^2} \cos(5\Omega t) + \cdots + \frac{1}{n^2} \cos(n\Omega t) + \cdots \right], \quad n = 1, 3, 5, \dots$$



2. $f(t)$ 为奇函数——对称于原点 $f(t) = -f(-t)$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\Omega t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\Omega t) dt$$

$a_n = 0$ ，展开为**正弦**级数。



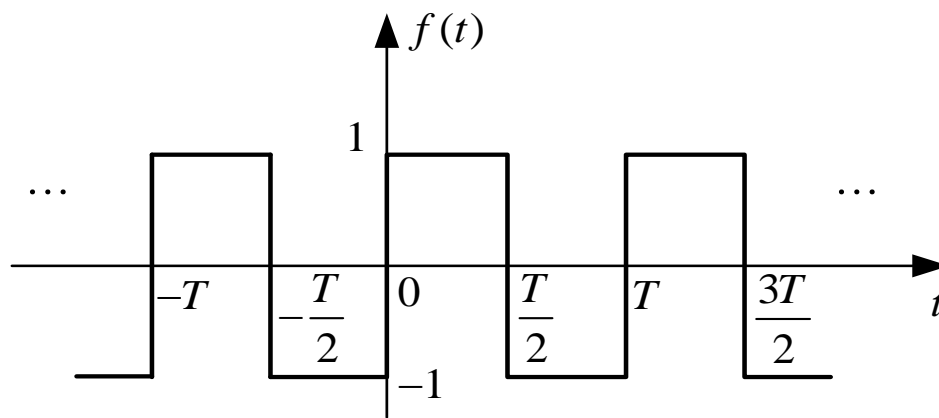
$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin(\Omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\Omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\Omega t) + \cdots + \frac{1}{n} \sin(n\Omega t) + \cdots \right], \quad n = 1, 3, 5, \cdots$$



3. $f(t)$ 为奇谐函数—— $f(t) = -f(t \pm T/2)$

其傅里叶级数中只含奇次谐波分量，而不含偶次谐波分量，即：

$$a_0 = a_2 = \dots = b_2 = b_4 = \dots = 0$$



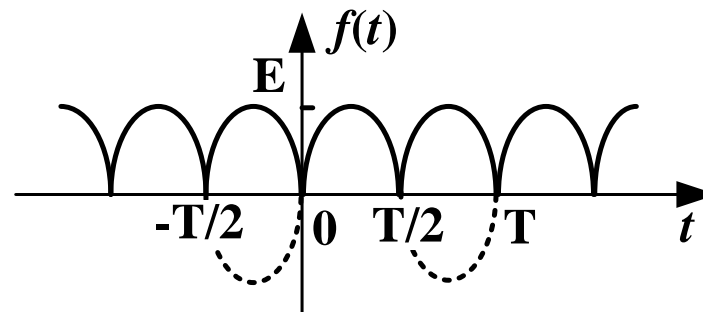
$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin(\Omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\Omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\Omega t) + \dots + \frac{1}{n} \sin(n\Omega t) + \dots \right], \quad n = 1, 3, 5, \dots$$



4. $f(t)$ 为偶谐函数—— $f(t) = f(t \pm T/2)$

其傅里叶级数中只含偶次谐波分量，而不含奇次谐波分量，即：

$$a_1 = a_3 = \dots = b_1 = b_3 = \dots = 0$$



全波整流信号

$$f(t) = \frac{2E}{\pi} \left[1 - \frac{2}{3} \cos(2\Omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\Omega t) - \dots - \frac{2}{n^2 - 1} \cos(n\Omega t) - \dots \right], \quad n = 2, 4, 6, \dots$$

