

知识点Z3.14

单位阶跃响应的定义和求解

主要内容:

1. 单位阶跃响应的定义
2. 单位阶跃响应的求解

基本要求:

掌握单位阶跃响应的求解方法



Z3.14 单位阶跃响应的定义和求解

1. 单位阶跃响应

单位阶跃响应是由单位阶跃序列 $\varepsilon(k)$ 所引起的零状态响应，用 $g(k)$ 表示。

$g(k)$ 隐含的条件：

$$f(k) = \varepsilon(k)$$

$$g(-1) = g(-2) = 0 \text{ (对二阶系统)}$$

基本信号：单位阶跃序列 $\varepsilon(k)$

基本响应：单位阶跃响应 $g(k)$

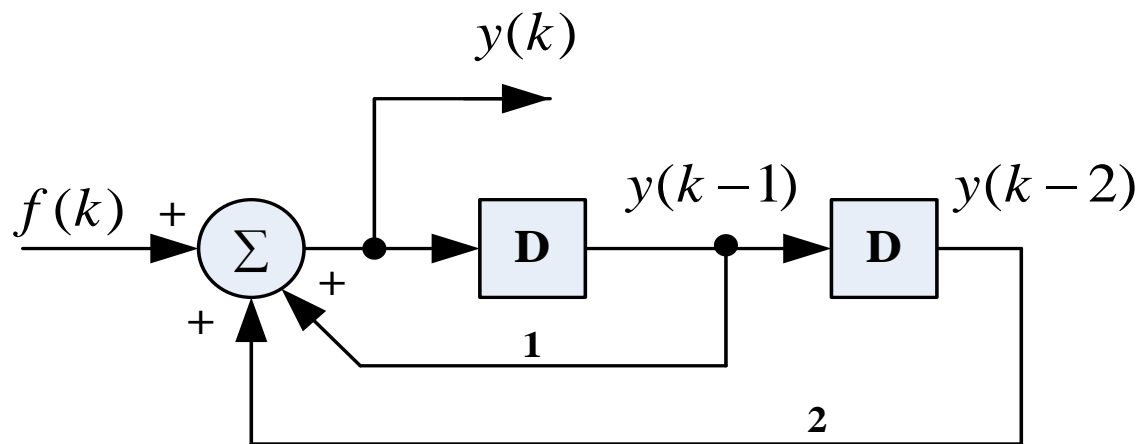


2.求解步骤

- (1) 迭代求初始值;
- (2) 由特征根设定齐次解;
- (3) 求出特解; (比较: 单位脉冲响应只有齐次解)
- (4) 代入初始值, 求系数。



例2 求如图所示离散系统的单位阶跃响应 $g(k)$ 。



解:

(1) 列写差分方程

由加法器的输出可列出系统的方程为

$$y(k) = f(k) + y(k-1) + 2y(k-2)$$

整理得:

$$y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = f(k)$$



根据阶跃响应的定义，它应满足方程

$$\left. \begin{aligned} g(k) - g(k-1) - 2g(k-2) &= \varepsilon(k) \\ \text{初始条件: } g(-1) &= g(-2) = 0 \end{aligned} \right\}$$

(2) 迭代求初始值:

$$\left. \begin{aligned} g(0) &= g(-1) - 2g(-2) + \varepsilon(0) = 1 \\ g(1) &= g(0) - g(-1) + \varepsilon(1) = 2 \end{aligned} \right\}$$

(3) 齐次解和特解分别为:

$$g_h(k) = C_1(-1)^k + C_2(2)^k, \quad g_p(k) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{经典解为: } g(k) = C_1(-1)^k + C_2(2)^k - \frac{1}{2}, \quad k \geq 0$$



(4)代入初始值得:

$$g(0) = C_1 + C_2 - \frac{1}{2} = 1$$

$$g(1) = -C_1 + 2C_2 - \frac{1}{2} = 2$$

由上式可解得:

$$C_1 = \frac{1}{6}, C_2 = \frac{4}{3}$$

于是, 系统的阶跃响应:

$$g(k) = \frac{1}{6}(-1)^k + \frac{4}{3}(2)^k - \frac{1}{2}, \quad k \geq 0$$

