非正弦周期电路的稳态分析

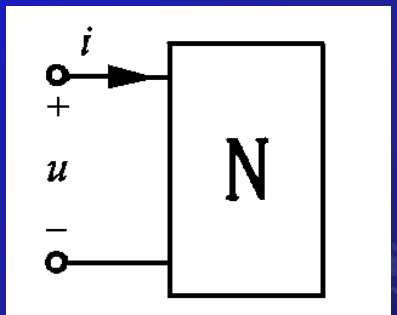
本节讨论几种不同频率正弦信号激励的非正弦稳态的平均功率。

如图所示为非正弦稳态单口网络，在端口电压和电流采用关联参考方向的条件下，设其电压和电流为：

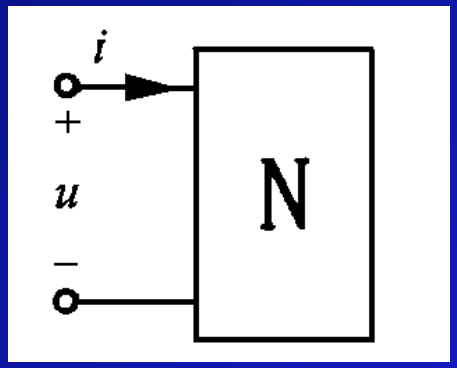
$$u(t)=U_{1m}\cos(\omega_1 t+\psi_{u1})+U_{2m}\cos(\omega_2 t+\psi_{u2})$$

$$i(t)=I_{1m}\cos(\omega_1 t+\psi_{i1})+I_{2m}\cos(\omega_2 t+\psi_{i2})$$

且 $\omega_1 \neq \omega_2$



非正弦周期信号的功率



单口网络的瞬时功率为

$$p(t)=u(t)i(t)$$

$$=U_{1m}\cos(\omega_1 t+\psi_{u1})I_{1m}\cos(\omega_1 t+\psi_{i1})$$

$$+U_{2m}\cos(\omega_2 t+\psi_{u2})I_{2m}\cos(\omega_2 t+\psi_{i2})$$

$$+U_{1m}\cos(\omega_1 t+\psi_{u1})I_{2m}\cos(\omega_2 t+\psi_{i2})$$

$$+U_{2m}\cos(\omega_2 t+\psi_{u2})I_{1m}\cos(\omega_1 t+\psi_{i1})$$

瞬时功率随时间作周期性变化；

三角函数的正交性：

$$\int_0^T \cos\omega t dt = 0 \quad ; \qquad \int_0^T \sin\omega t dt = 0 \quad ;$$

$$\int_0^T \cos\omega_1 t \cos\omega_2 t dt = \begin{cases} 0 \ , & \omega_1 \neq \omega_2; \\ \dfrac{T}{2} \ , & \omega_1 = \omega_2; \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin\omega_1 t \sin\omega_2 t dt = \begin{cases} 0 \ , & \omega_1 \neq \omega_2; \\ \dfrac{T}{2} \ , & \omega_1 = \omega_2; \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin\omega_1 t \cos\omega_2 t dt = 0 \quad ;$$

$$p(t)=u(t)i(t)$$

$$=U_{1\mathrm{m}}\cos(\omega_1 t+\psi_{\mathrm{u}1})I_{1\mathrm{m}}\cos(\omega_1 t+\psi_{\mathrm{i}1})$$

$$+U_{2\mathrm{m}}\cos(\omega_2 t+\psi_{\mathrm{u}2})I_{2\mathrm{m}}\cos(\omega_2 t+\psi_{\mathrm{i}2})$$

$$+U_{1\mathrm{m}}\cos(\omega_1 t+\psi_{\mathrm{u}1})I_{2\mathrm{m}}\cos(\omega_2 t+\psi_{\mathrm{i}2})$$

$$+U_{2\mathrm{m}}\cos(\omega_2 t+\psi_{\mathrm{u}2})I_{1\mathrm{m}}\cos(\omega_1 t+\psi_{\mathrm{i}1})$$

由三角函数的正交性可知：一个周期内不同频率的电压和电流乘积的积分为零；

不同频率正弦信号激励下的平均功率为：

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)\mathrm{d}t=U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+0+0$$

$$=P_1+P_2$$

结论:(1)不同频率正弦信号激励的单口网络吸收的平均功率等于每种频率的正弦信号单独作用时网络吸收的平均功率之和，即:

$$P=\sum P_k$$

其中 $$P_k=U_kI_k\cos(\psi_{uk}-\psi_{ik})=U_kI_k\cos\varphi_k$$

(2)非正弦周期信号的平均功率等于直流分量和各次谐波分量各自产生的平均功率之和。

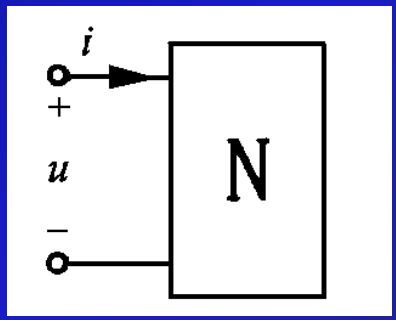
例32 已知图所示单口网络的电压和电流为

$$u(t)=100+100\cos t+50\cos 2t+30\cos 3t\,\mathrm{V}$$

$$i(\mathrm{t})=10\cos(t-60^\circ)\mathrm{A}+2\cos(3t-135^\circ)\mathrm{A}$$

试求单口网络吸收的平均功率。

解：分别计算每种频率正弦信号单独作用产生的平均功率



$$P_0=0 \qquad P_1=\frac{100\times 10}{2}\cos 60^\circ=250\mathrm{W}$$

$$P_2=0 \qquad P_3=\frac{30\times 2}{2}\cos 135^\circ=-21.2\mathrm{W}$$

单口网络**吸收的平均功率**：

$$P=P_0+P_2+P_2+P_3=(0+250+0-21.2)=228.8\mathrm{W}$$