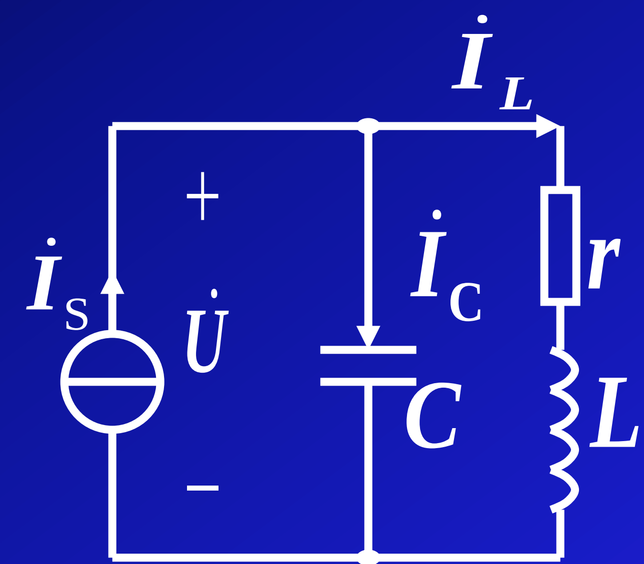
实际并联谐振电路

由带损耗的电感线圈和电容器并联而成。



策动点导纳：

$$Y(j\omega)=j\omega C+\frac{1}{r+j\omega L}$$

$$=\frac{r}{r^2+\omega^2L^2}+j(\omega C-\frac{\omega L}{r^2+\omega^2L^2})$$

当导纳的虚部为零时，发生并联谐振。得：

$$C=\frac{L}{r^2+\omega^2L^2}\ ,\quad \omega^2=\frac{(L-r^2C)}{L^2C}\ ,$$

$$\omega_0^{'}=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{r^2C}{L}}$$

故实际电路的谐振频率与**r**、**L**、**C**均有关：

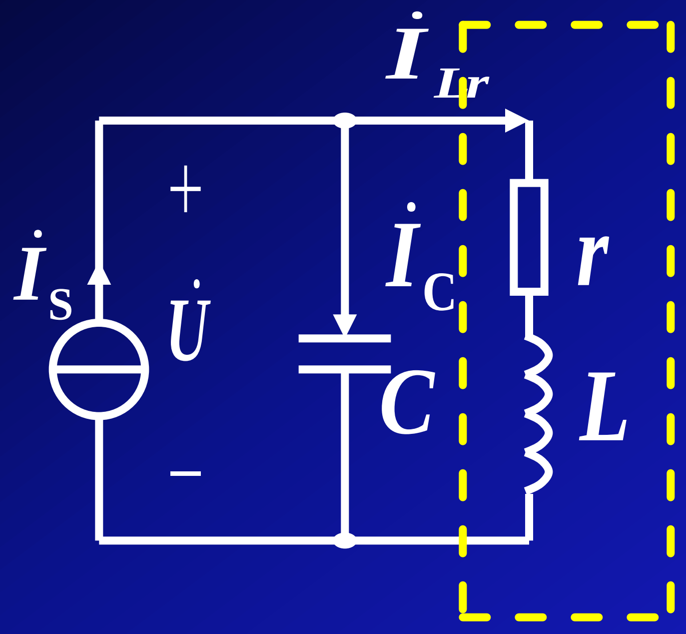
1. 当 $r^2>\dfrac{L}{C}$ 时，ω无实数解，表示电压和电流不可能同相，即电路不会发生谐振；

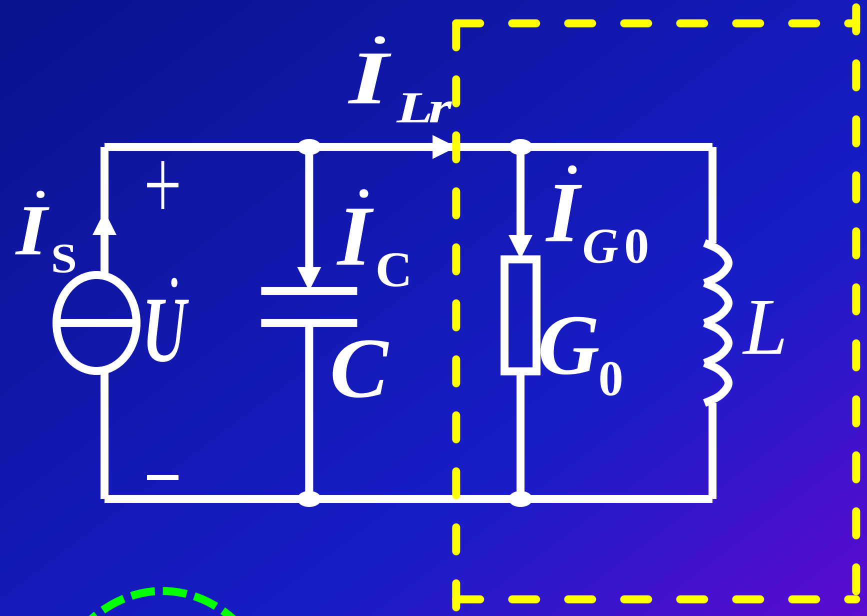
2. 对 $r^2<\dfrac{L}{C}$ 且 $r^2<<\dfrac{L}{C}$ 时，有：

$$\omega_0^{'}\approx\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

则： $Y(\mathrm{j}\omega_0) \approx \dfrac{r}{(\omega_0 L)^2} + \mathrm{j}(\omega_0 C - \dfrac{1}{\omega_0 L})$

谐振时的等效电路如下，图中C保持不变：





$L' \approx L,\quad G_0 \approx \dfrac{r}{(\omega_0 L)^2} = \dfrac{C}{L} r,\quad Q = \dfrac{1}{\omega_0 L G_0}$

定义：谐振阻抗

$$Z_0=R_0=\frac{1}{G_0}=\frac{L}{C\cdot r}=\sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{r}=Q\cdot\rho$$

$$=\frac{\omega_0{}^2L^2}{r}=\frac{\omega_0{}^2L^2}{r^2}\cdot r=Q^2\cdot r$$

谐振时电压

$$\dot{U}_0=\dot{I}_S\cdot R_0=\frac{L}{C\cdot r}\dot{I}_S$$

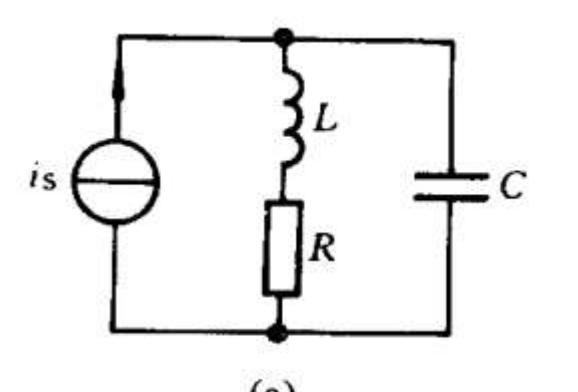
由RLC串联谐振电路： $Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}=\dfrac{1}{\omega_0 CR}$

对偶地，GCL并联谐振电路：$Q=\dfrac{\omega_0 C}{G}=\dfrac{1}{\omega_0 LG}$

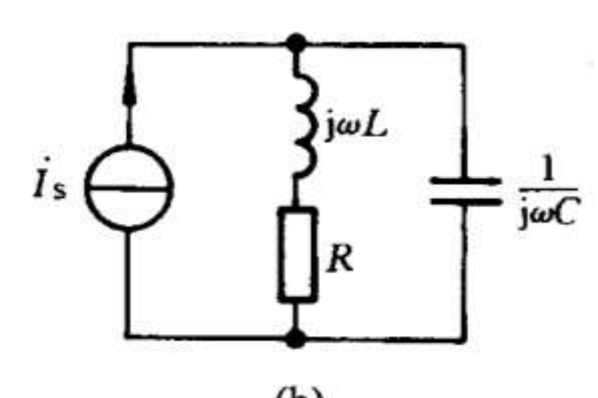
实际的并联谐振电路的品质因数：

$$Q=\frac{\omega_0 C}{G_0}=\frac{1}{\omega_0 L G_0}=\frac{1}{\omega_0 L\cdot\dfrac{r}{\omega_0^2 L^2}}=\frac{\omega_0 L}{r}$$

例 13 已知 R=1Ω, L=0. 1mH, C=0. 01μF 试求电路谐振角频率和谐振时的阻抗。



(a)



(b)

解：由相量模型图(b)写出驱动点导纳

$$Y(j\omega)=j\omega C+\frac{1}{R+j\omega L}=\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+j\left[\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right]$$

令虚部为零，得：

$$\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}=0$$

$$(\omega L)^2 = \frac{L}{C} - R^2$$

由于 $\frac{L}{C} = \frac{0.1\times 10^{-3}}{0.01\times 10^{-6}} = 10^4 >> R^2 = 1$

$$\therefore \omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-4}\times 10^{-8}}} = 10^6 \text{rad/s}$$

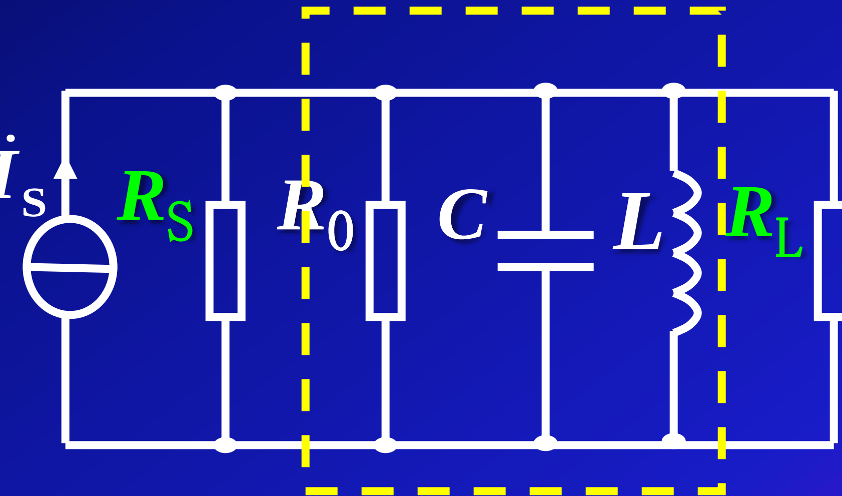
由于$\boldsymbol{\omega_0 L >> R}$，谐振时的阻抗：

$$Z(\mathrm{j}\omega_0) = \frac{R^2 + (\omega_0 L)^2}{R} \approx \frac{L}{CR} = \frac{10^{-4}}{10^{-8}\times 1} = 10\mathrm{k}\Omega$$

9-5 电源内阻及负载电阻对谐振的影响

9-5-1 加载回路

$$G_S=\frac{1}{R_S},G_L=\frac{1}{R_L},G_0=\frac{1}{R_0}$$

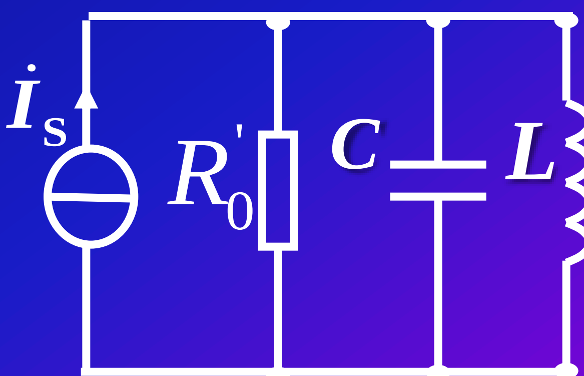


总电导为：

$$G_0'=G_S+G_L+G_0$$

加载并联谐振的谐振频率：

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$



谐振阻抗：$$Z_0'=R_0'=\frac{1}{G_0'}$$

空载时品质因数：
$$Q=\frac{\omega_0 C}{G_0}=\frac{\sqrt{C/L}}{G_0}$$

加载后品质因数：

$$Q'=\frac{1}{G_0'}\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{\sqrt{C/L}}{G_S+G_L+G_0}=\frac{1}{1+\frac{G_S}{G_0}+\frac{G_L}{G_0}}\cdot Q$$

结论：加载后的品质因数比空载时下降，选择性变差，通频带变宽。

故，为了不使品质因数下降太多，并联谐振电路希望与高内阻电源相接。