非正弦周期信号的有效值

根据傅立叶级数理论，任一周期信号总是可以展开为傅立叶级数，即有：

$$f(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega_0 t+b_n\sin n\omega_0 t)$$

其中：$\omega_0=\dfrac{2\pi}{T}$，　$a_0=\dfrac{1}{T}\int_0^T f(t)dt,$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega_0 t dt,\ b_n=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin n\omega_0 t dt$$

将上式中的同频率项合并，则有：

$$f(t)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\omega_0 t+\varphi_n)$$

其中：$\omega_0=\dfrac{2\pi}{T}$， $A_0=a_0$，

$$A_n=\sqrt{a_n^{\ 2}+b_n^{\ 2}},\quad \varphi_n=\arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$$

非正弦周期信号f(t)激励下的稳态响应为f(t)的直流分量和各次谐波分量分别作用下的稳态响应的和。

用傅里叶级数分解出非正弦周期电流和电压信号的直流分量和各种谐波分量后，可以用以下公式计算它们的有效值：

$$I=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\cdots+I_n^2}$$

$$U=\sqrt{U_0^2+U_1^2+U_2^2+\cdots+U_n^2}$$

即：非正弦周期信号的有效值等于其直流分量和各次谐波分量有效值的平方和的平方根。

引入周期性非正弦电压和电流的有效值后，可以用以下公式计算电阻的平均功率：

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

例33 已知流过5Ω电阻的电流为

$$i(t) = 5 + 10\sqrt{2}\cos t + 5\sqrt{2}\cos 2t\ \text{A}$$

求电阻吸收的平均功率。

解：分别计算各种频率成分的平均功率再相加，即：

$$P = P_0 + P_1 + P_2 = 5^2 \times 5 + 10^2 \times 5 + 5^2 \times 5 = 750\text{W}$$

或 $$P = \left(\sqrt{5^2 + 10^2 + 5^2}\right)^2 \times 5 = \left(\sqrt{150}\right)^2 \times 5 = 750\text{W}$$

式中的$I = \sqrt{150}$是周期性非正弦电流的有效值。

注意：

电路在**频率相同**的几个正弦信号激励时，**不能用平均功率叠加的方法**来计算正弦稳态的平均功率。

应该先计算出**总的电压和电流**后，再用公式$P=UI\cos\varphi$来计算平均功率。