知识点Z4.35

频率响应函数

主要内容：

1.系统频率响应函数的定义

2.系统频率响应函数的求法

基本要求：

1.掌握系统频率响应函数的基本概念

2.掌握系统频率响应函数的求法

Z4.35 频率响应函数 H(jω)

1.定义： 系统零状态响应*y* (t)的傅里叶变换Y(jω)与激励*f*(t)的傅里叶变换F(jω)之比。即

$$H(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}$$

H(jω)一般是复函数，记为：

$$H(j\omega)=|H(j\omega)|e^{j\theta(\omega)}=\frac{|Y(j\omega)|}{|F(j\omega)|}e^{j[\varphi_y(\omega)-\varphi_f(\omega)]}$$

|H(jω)| 称为幅频特性(或幅频响应), 是ω的偶函数；

θ (ω) 称为相频特性(或相频响应), 是ω的奇函数。

4.8LTI系统的频域分析

2.频率响应函数的求法

(1) $H(j\omega) = \mathcal{F}\,[h(t)]$

(2) $H(j\omega) = Y(j\omega)/F(j\omega)$

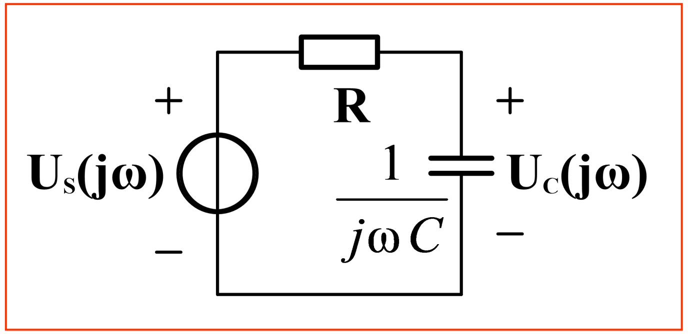
① 由电路的频域模型直接求出；

② 由微分方程求出，对微分方程两边取傅里叶变换。

例1：如图电路，R=1Ω，C=1F，以$u_C(t)$为输出，求$h(t)$。

解：画电路频域模型

$$H(j\omega)=\frac{U_C(j\omega)}{U_S(j\omega)}=\frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{j\omega+1}$$



$$\therefore h(t)=\mathcal{F}^{-1}\left[H(j\omega)\right]=e^{-t}\varepsilon(t)$$

例2：某系统的微分方程为 $y'(t)+2y(t)=f(t)$，求输入信号 $f(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$ 时系统的响应 $y(t)$。

$\boxed{y(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\,\varepsilon(t)}$

傅里叶逆变换

解：微分方程两边取傅里叶变换，

$$j\omega Y(j\omega)+2Y(j\omega)=F(j\omega)$$

系统频率响应函数

$$H(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}=\frac{1}{j\omega+2}$$

输入信号傅里叶变换

$$f(t)=e^{-t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow F(j\omega)=\frac{1}{j\omega+1}$$

系统响应傅里叶变换

$$Y(j\omega)=H(j\omega)F(j\omega)=\frac{1}{(j\omega+1)(j\omega+2)}=\frac{1}{j\omega+1}-\frac{1}{j\omega+2}$$