正弦稳态电路的相量模型

基尔霍夫定律的相量形式

KCL: $$\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0$$

电路中全部电流都具有同一频率 ω，则可用振幅相量或有效值相量表示：

$$i_k(t) = \mathrm{Re}[\dot{I}_{km}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] = \mathrm{Re}[\sqrt{2}\dot{I}_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$$

代入KCL中得： $\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{Re}[\dot{I}_{km}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] = 0$

$$= \mathrm{Re}(\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_{km}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}) = \mathrm{Re}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_{km}) = 0$$

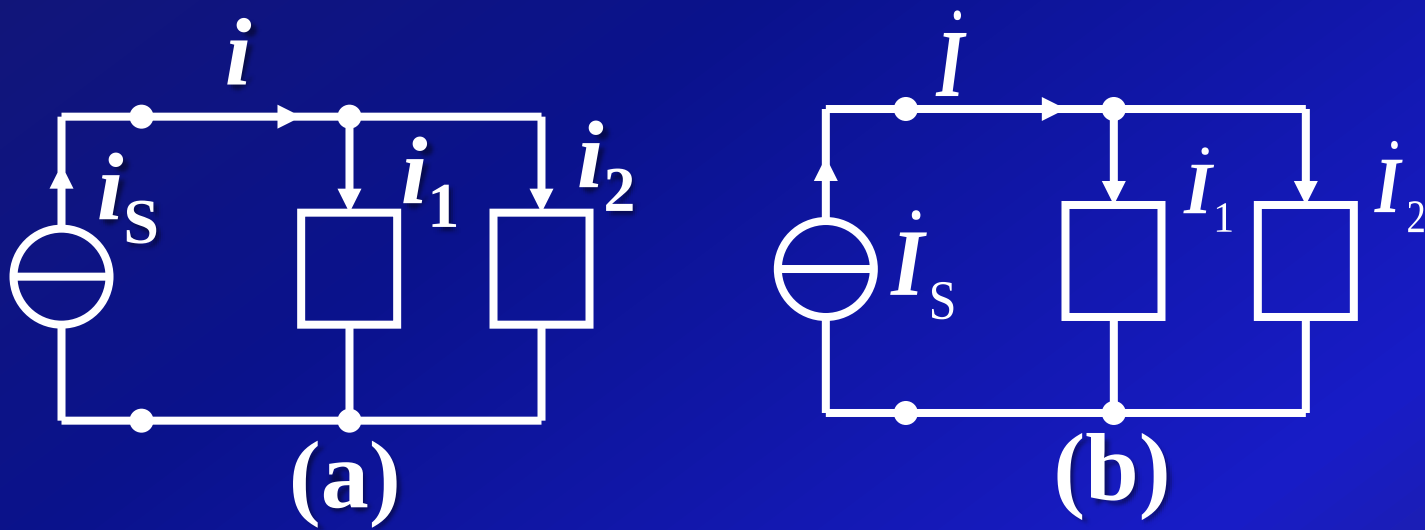
$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_{km} = 0 \quad \text{或} \quad \sum_{k=1}^{n} \dot{I}_{k} = 0$$

相量形式的KCL定律：

对于具有相同频率的正弦电路中的任一节点和封闭面，流出该节点和封闭面的全部支路电流相量的代数和等于零。

例6（P199例7-6）试求电流$i(t)$并作出相量图。

$i_1(t)=2\sqrt{2}\cos 314t\text{A}$，$i_2(t)=2\sqrt{2}\cos(314t+120^\circ)\text{A}$



解：根据图(a)电路的时域模型，得图(b)所示的相量模型——将时域模型中各电流符号用相应的相量符号表示。

有效值相量

$\dot{I}_1 = 2\angle 0^\circ A \qquad \dot{I}_2 = 2\angle 120^\circ A$

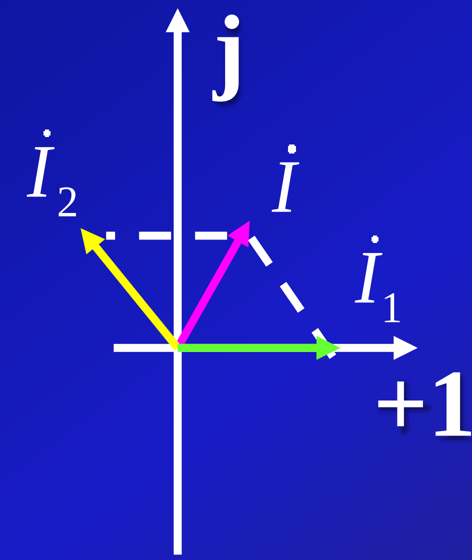
由相量形式的KCL定律：

$$-\dot{I} + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2\angle 0^\circ + 2\angle 120^\circ$$

$$= 2 - 1 + \mathrm{j}\sqrt{3} = 2\angle 60^\circ \mathrm{A}$$

$$i(t) = 2\sqrt{2}\cos(\omega t + 60^\circ)\mathrm{A}$$



KVL： $\sum_{k=1}^{n} u_k(t) = 0$

相量形式：

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{U}_{km} = 0 \quad \text{或} \quad \sum_{k=1}^{n} \dot{U}_{k} = 0$$

相量形式的KVL定律：

对于具有相同频率的正弦电流电路中的任一回路，沿该回路全部支路电压相量的代数和等于零。

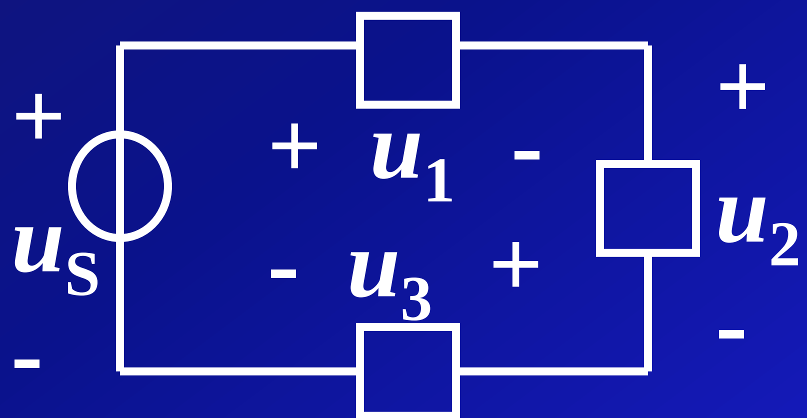
例7 求$u_S(t)$和相应的相量，并画出相量图。

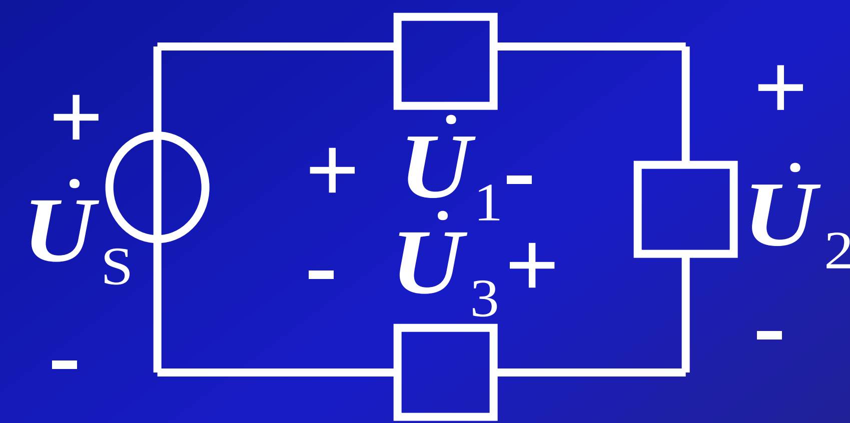
已知

$$u_1(t) = -6\sqrt{2}\cos\omega t \text{ V}$$

$$u_2(t) = 8\sqrt{2}\cos(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$u_3(t) = 12\sqrt{2}\cos\omega t \text{ V}$$





解：根据电路的时域模型，画出其相量模型图, 并计算出电压相量。

$$\dot{U}_1 = 6\angle -180^\circ \text{V}, \quad \dot{U}_2 = 8\angle 90^\circ \text{V}, \quad \dot{U}_3 = 12\angle 0^\circ \text{V}$$

在相量图中，列出的相量形式KVL方程；

$$-\dot{U}_S + \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0$$

$$\dot{U}_S = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 6\angle -180^\circ + 8\angle 90^\circ + 12\angle 0^\circ$$

$$= -6 + \text{j}8 + 12 = 6 + \text{j}8 = 10\angle 53.1^\circ \text{V}$$

由相量得时间表达式；

$$u_S(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 53.1^\circ)\text{V}$$

各相量的关系如右图