

### 知识点Z4.11

## 周期信号的功率

#### 主要内容:

- 1.周期信号功率的定义
- 2.帕斯瓦尔等式
- 3.频带宽度的定义

#### 基本要求:

- 1.掌握周期信号功率的基本概念
- 2.熟练掌握帕斯瓦尔等式计算周期信号功率的方法
- 3.了解频带宽度的概念



### Z4.11 周期信号的功率

周期信号一般是功率信号，其平均功率为

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left[ \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n) \right]^2 dt \\ &= \left( \frac{A_0}{2} \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n^2 = |F_0|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |F_n|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F_n|^2 \end{aligned}$$

这是帕斯瓦尔定理在傅里叶级数情况下的具体体现；

含义：

周期信号平均功率=直流和谐波分量平均功率之和。

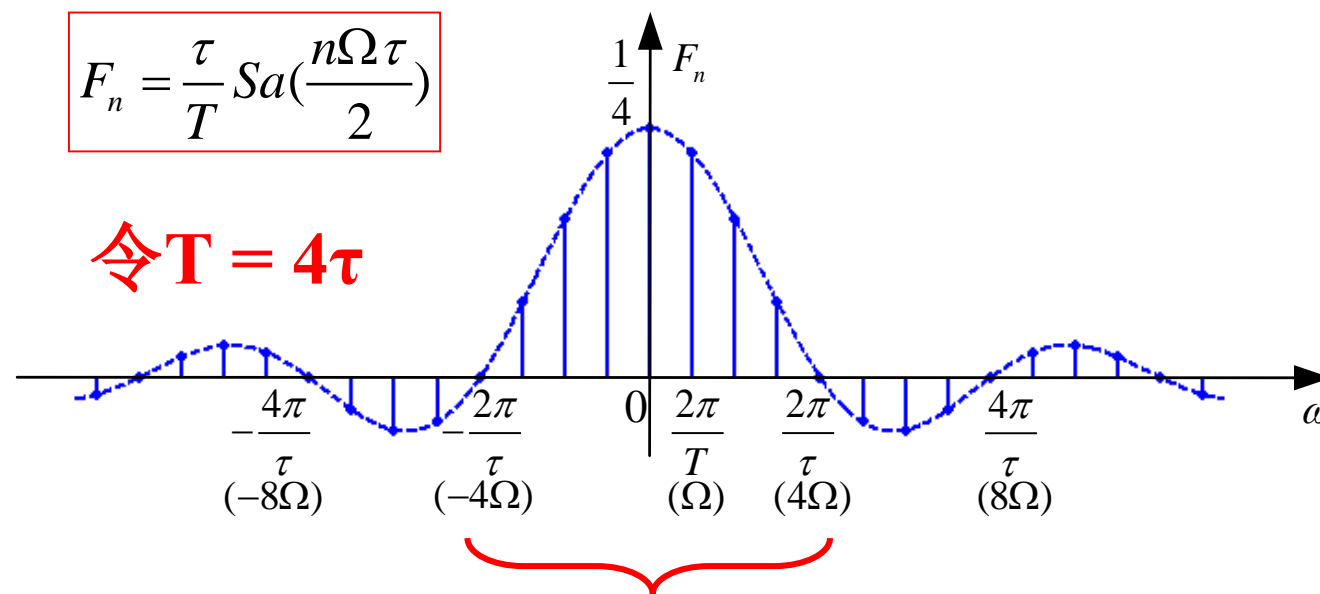
表明：

对于周期信号，在时域中求得的信号功率与在频域中求得的信号功率相等。



### 频带宽度

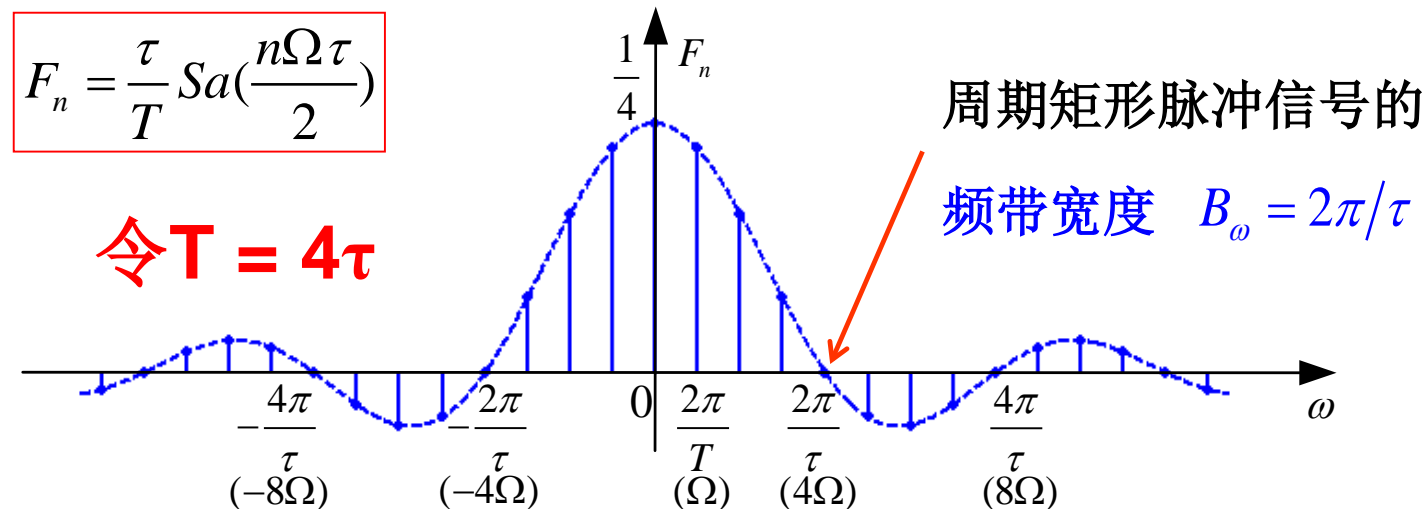
在满足一定失真条件下，信号可以用某段频率范围的信号来表示，此频率范围称为频带宽度。



第一个零点集中了信号绝大部分能量（平均功率）  
由频谱的收敛性可知，信号的功率集中在低频段。



## 4.3 周期信号的频谱及特点



$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t) dt = 0.25$$

$$\begin{aligned} P_{8\pi} &= |F_0|^2 + 2 \sum_{n=1}^4 |F_n|^2 \\ &= (0.25)^2 + 2(0.25)^2 [\text{Sa}^2(0.25\pi) + \text{Sa}^2(0.5\pi) + \text{Sa}^2(0.75\pi) + \text{Sa}^2(\pi)] \\ &= 0.2257 \end{aligned}$$

第一个零点以内各分量的功率占总功率:  $\frac{P_{8\pi}}{P} = \frac{0.2257}{0.25} \approx 90.3\%$



(1) 一般把第一个零点作为信号的频带宽度。记为：

$$B_{\omega} = \frac{2\pi}{\tau} \text{ 或 } B_f = \frac{1}{\tau} \quad \text{宽度与脉宽成反比}$$

(2) 对于一般周期信号，将幅度下降为  $\frac{1}{10}|F_n|_{\max}$  的频率区间定义为频带宽度。

(3) 系统的通频带>信号的带宽，才能不失真。

语音信号      频率大约为      300~3400Hz,

音乐信号      频率大约为      50~15,000Hz,

⇒扩音器/扬声器 有效带宽约为      15~20,000Hz。

