笔记前言：

本笔记的内容是去掉步骤的概述后，视频的所有内容。

本猴觉得，自己的步骤概述写的太啰嗦，大家自己做笔记时，

应该每个人都有自己的最舒服最简练的写法，所以没给大家写。

再是本猴觉得，不给大家写这个概述的话，大家会记忆的更深，

掌握的更好！

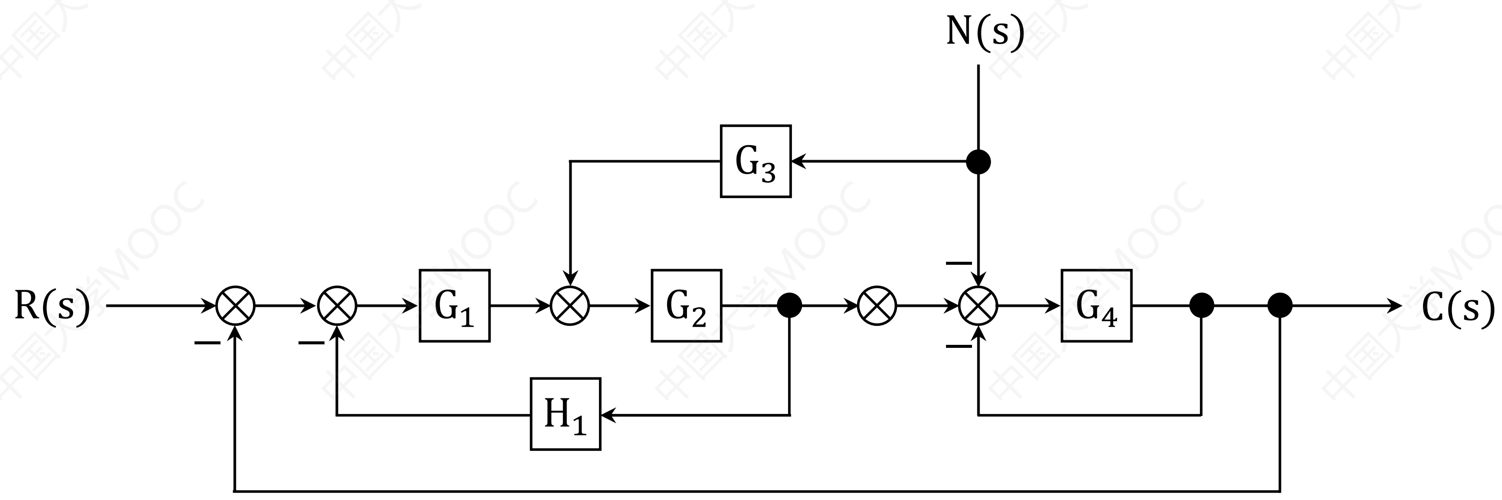
所以老铁！一定要过呀！不要辜负本猴的心意！~~~

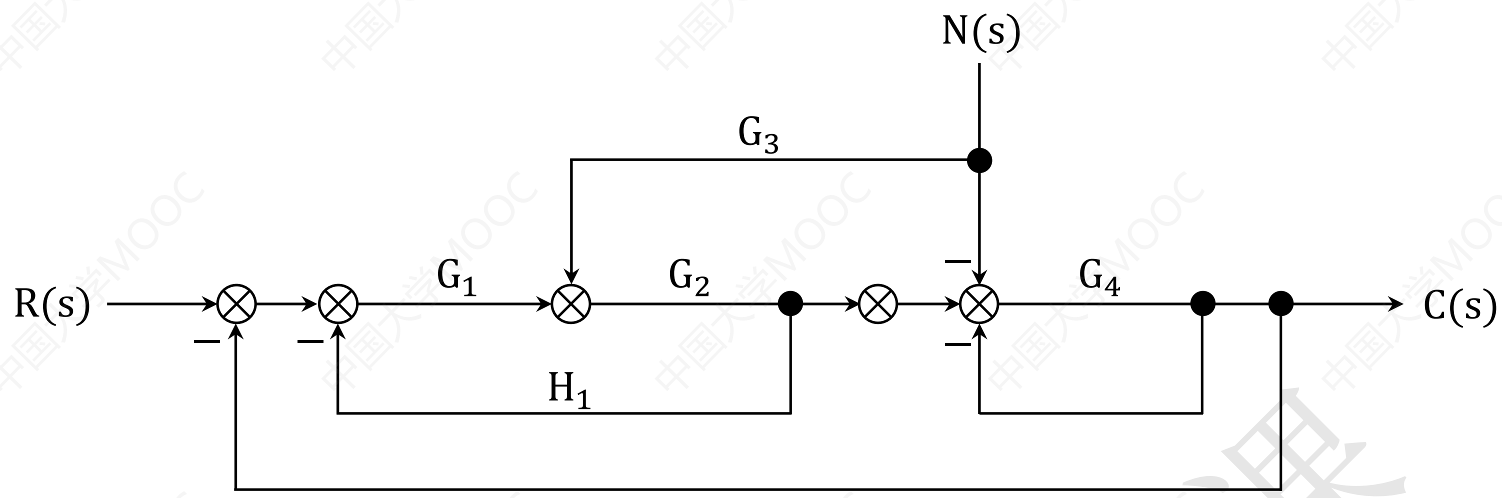
【祝逢考必过，心想事成~~~~】

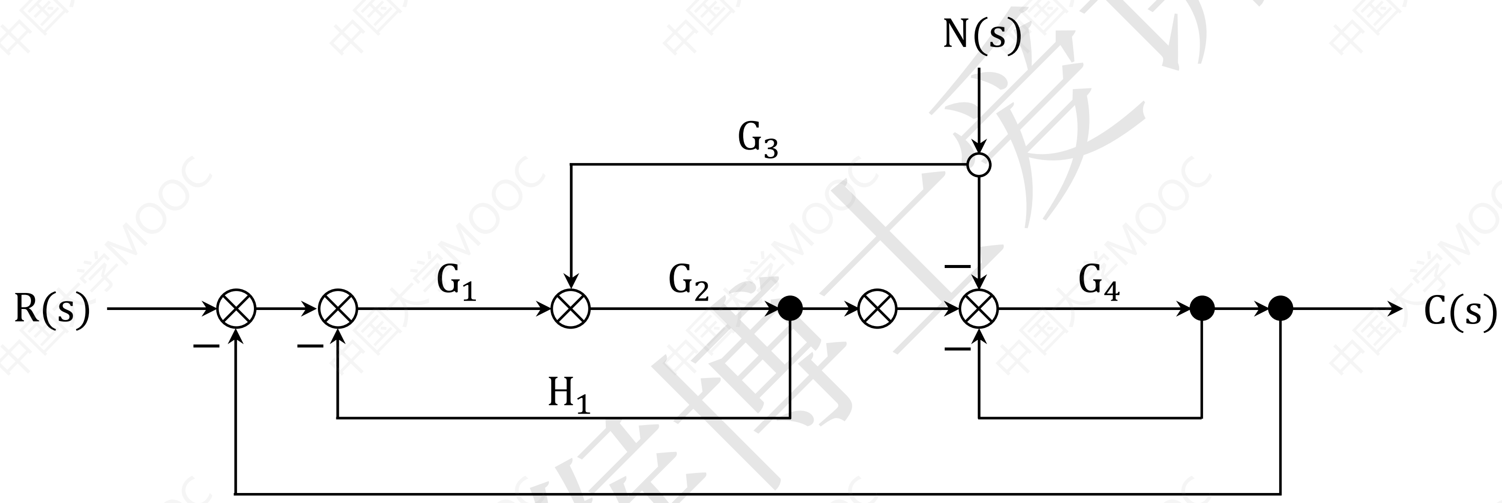
【一定能过！！！！！】

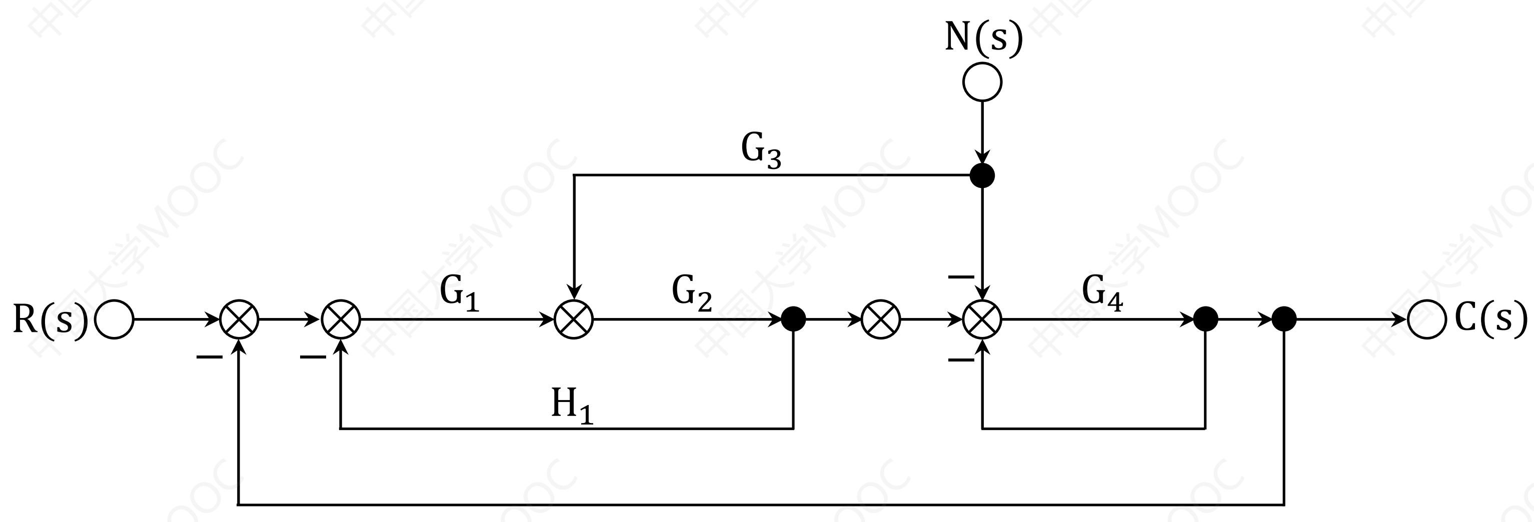
画信号流图

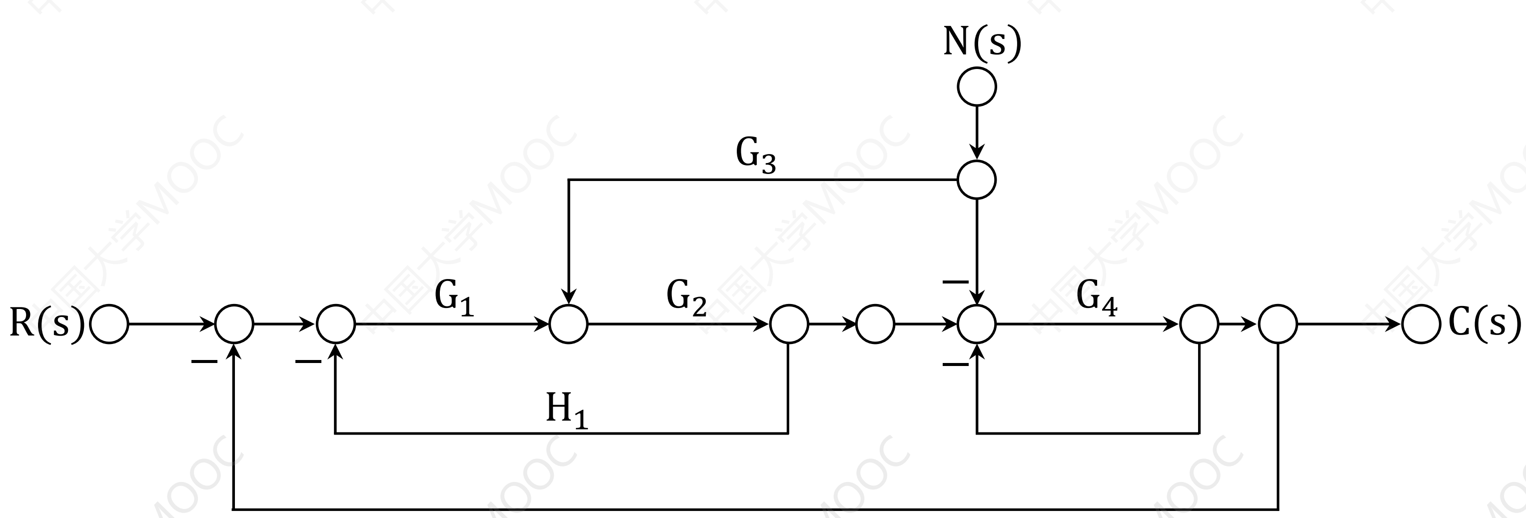
例.如图是某系统的结构图，试画出系统的信号流图



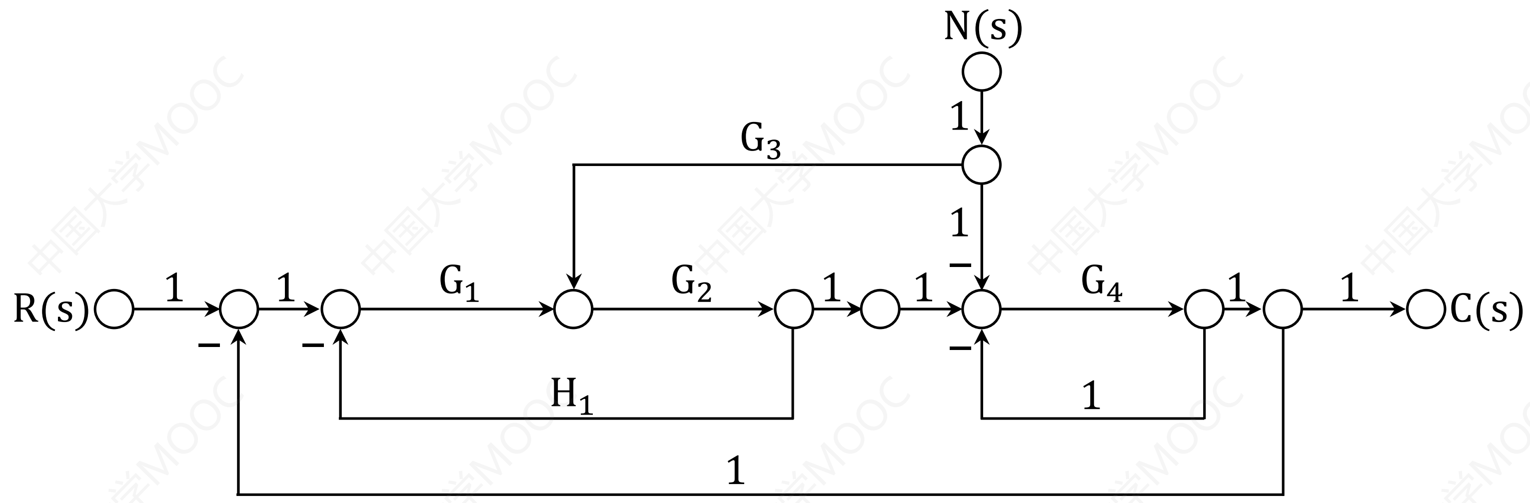
①


②


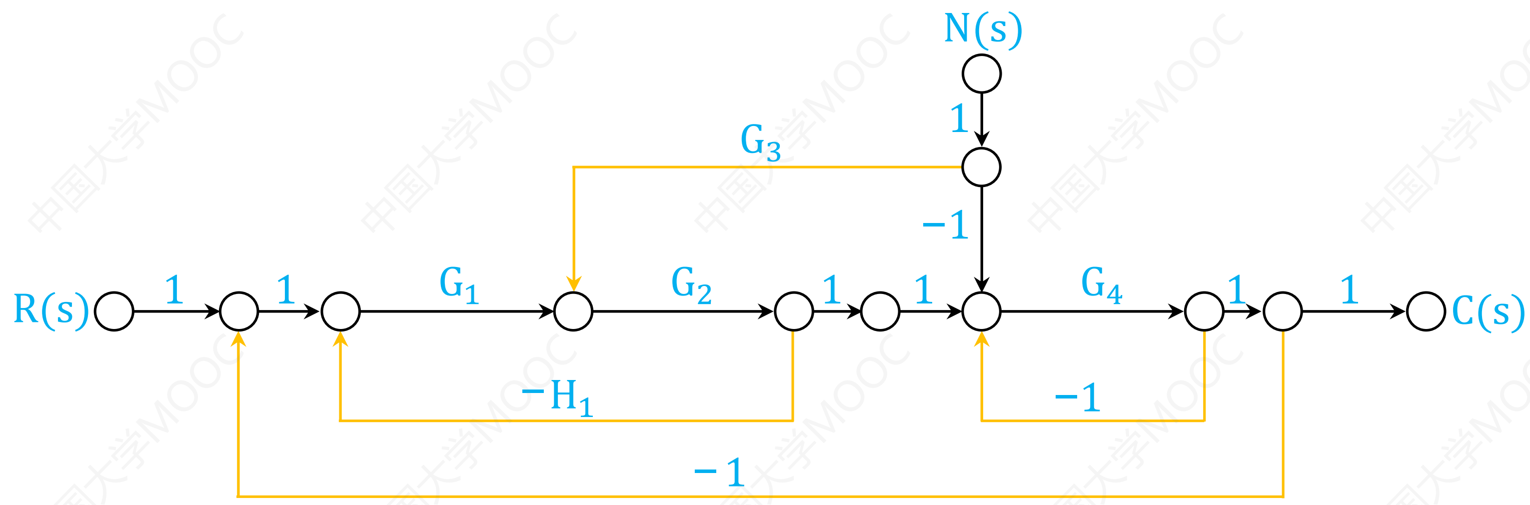
③


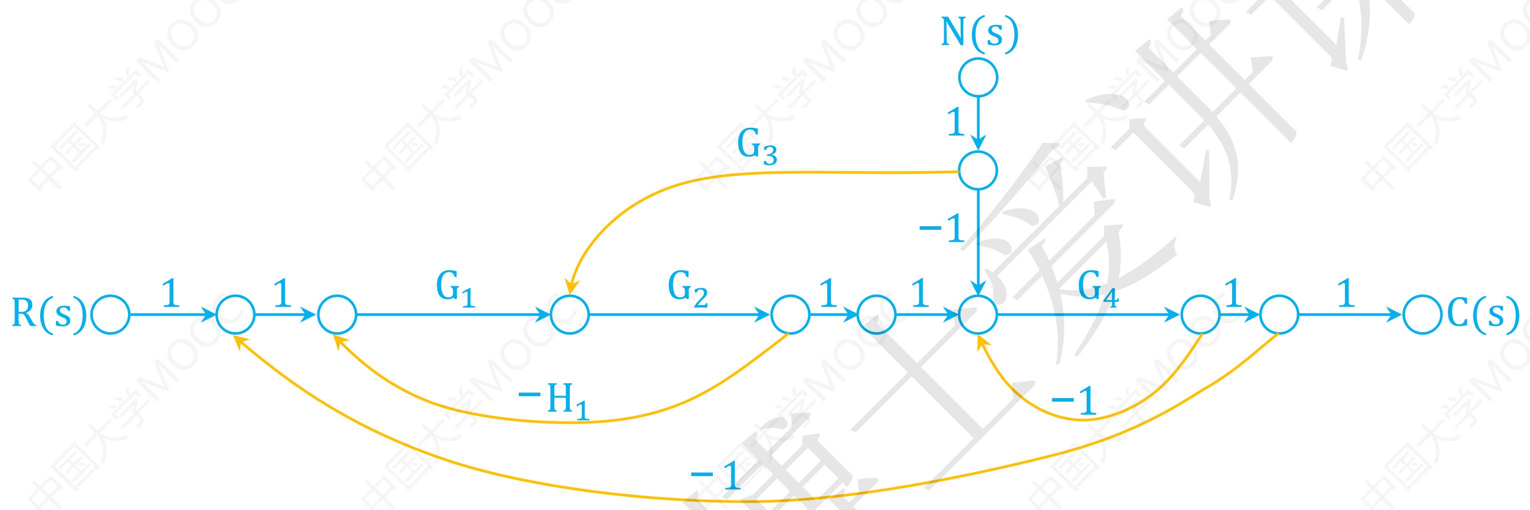
④


⑤


N(s)
R(s)
C(s)
G_1
G_2
G_3
G_4
H_1
1
−

⑥


N(s)
R(s)
C(s)
G_1
G_2
G_3
G_4
$-H_1$
−1
1

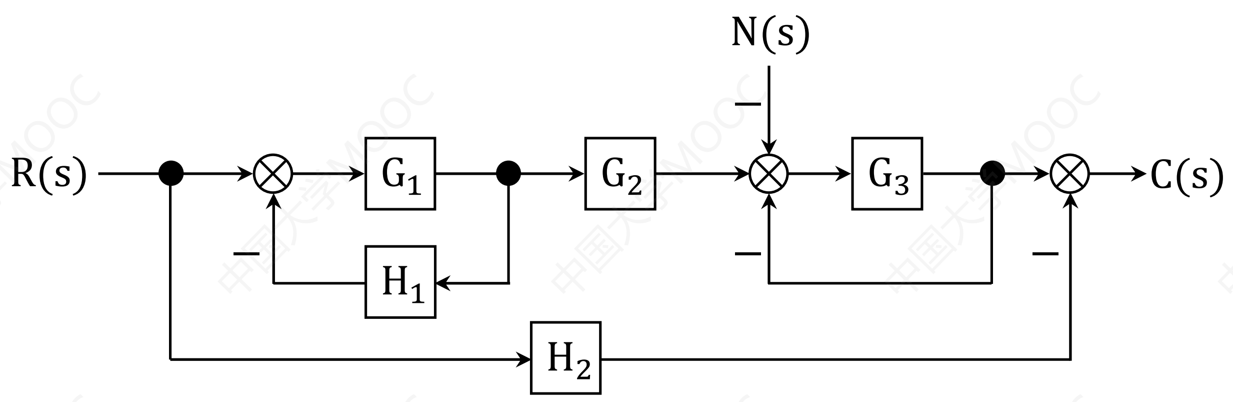

N(s)
R(s)
C(s)
G_1
G_2
G_3
G_4
$-H_1$
−1
1

梅逊法求传递函数

例1. 如图是某系统的结构图，求传递函数 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$

求$\dfrac{C(s)}{R(s)}$： $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{\text{每个}p\cdot(1-b)\text{结果之和}}{1-L_{\text{和}}+a}$

求$\dfrac{C(s)}{N(s)}$： 将上述步骤里所有的R(s)改成N(s)即可



路线1：

② $p=-H_2$

③ $b=-G_1H_1-G_3$

④ $p\cdot(1-b)$
$=-H_2-G_1H_1H_2-G_3H_2$

路线2：

② $p=G_1G_2G_3$

③ $b=0$

④ $p\cdot(1-b)=G_1G_2G_3\cdot(1-0)=G_1G_2G_3$

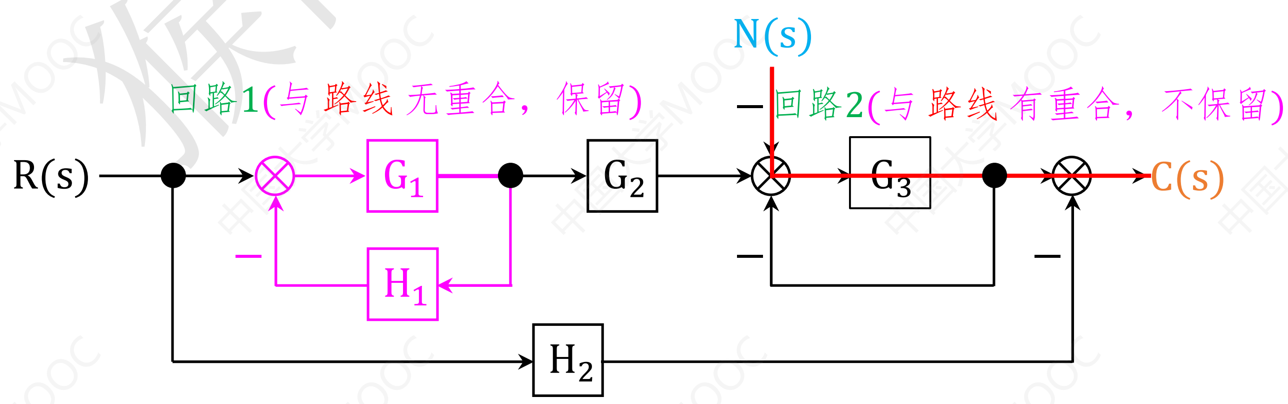
⑥ $L_{\text{和}}=-G_1H_1+-G_3$

⑦ $a=G_1H_1G_3$

⑧ $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{\text{每个}p\cdot(1-b)\text{结果之和}}{1-L_{\text{和}}+a}$

$=\dfrac{-H_2-G_1H_1H_2-G_3H_2+G_1G_2G_3}{1+G_1H_1+G_3+G_1H_1G_3}$

例1（改）. 如图是某系统的结构图，求传递函数 $\dfrac{C(s)}{N(s)}$



② $p=-G_3$

③ $b=-G_1H_1$

④ $p\cdot(1-b)$
$=-G_3\cdot[1-(-G_1H_1)]$
$=-G_3-G_1H_1G_3$

⑤ 找不到新路线，进行⑥

⑥ $L_{\text{和}}=-G_1H_1+(-G_3)$
$=-G_1H_1-G_3$

⑦ $a=-(-G_1H_1G_3)=G_1H_1G_3$

⑧ $\dfrac{C(s)}{N(s)}=\dfrac{\text{每个}p\cdot(1-b)\text{结果之和}}{1-L_{\text{和}}+a}$ ← 只有一条路线，对应只有一个 $p\cdot(1-b)$

$=\dfrac{-G_3-G_1H_1G_3}{1+G_1H_1+G_3+G_1H_1G_3}$

求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$

已知单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)$：

$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}$、

$G(s)H(s)=G(s)$

例1. 已知单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{K}{Ks^2+s+s^3}(K\neq0)$，

求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{K}{Ks^2+s+s^3+K}$$

$$G(s)H(s)=G(s)=\frac{K}{Ks^2+s+s^3}$$

例2. 已知单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{1}{s(s+0.56)}$，

求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{1}{s^2+0.56s+1}$$

$$G(s)H(s)=G(s)=\frac{1}{s(s+0.56)}$$

例3. 已知单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)}$，

求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$

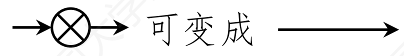
$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)+K_1}$$

$$G(s)H(s)=G(s)=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)}$$

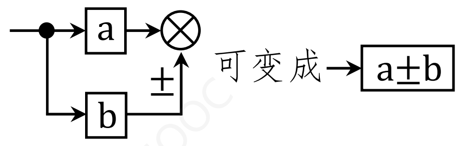
例4. 如图是某系统的结构图，求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$

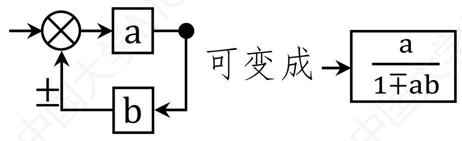
已知结构图：

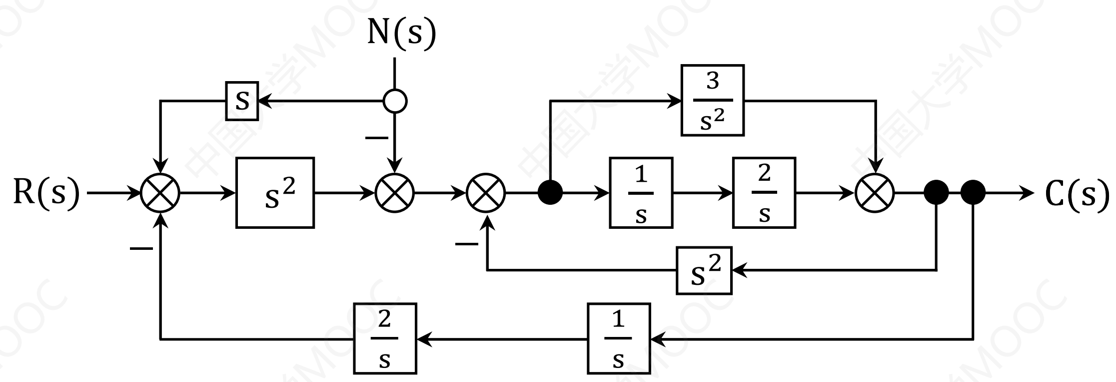
$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{A}{1\mp A\cdot B};\ G(s)H(s)=A\cdot B$$

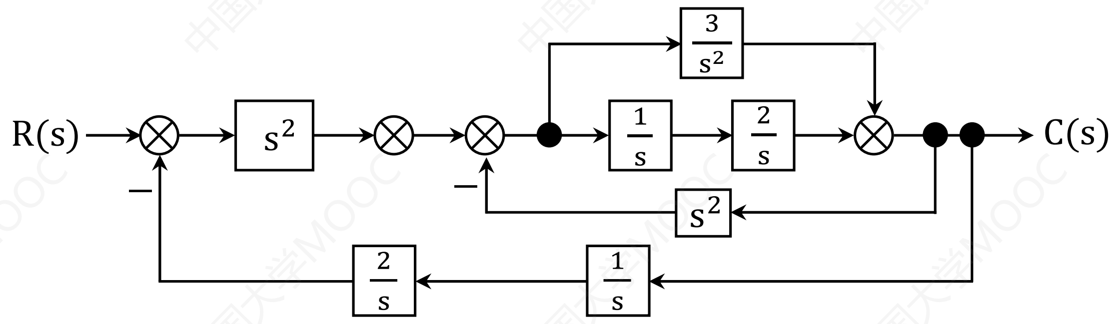
原则一：

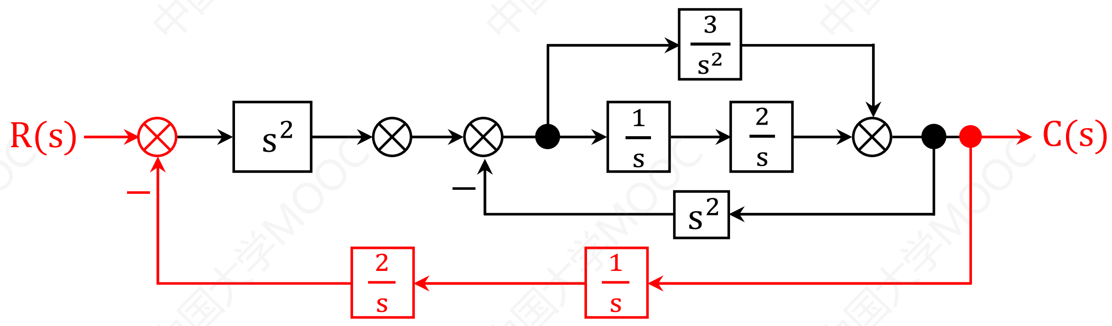
原则二：

原则三：

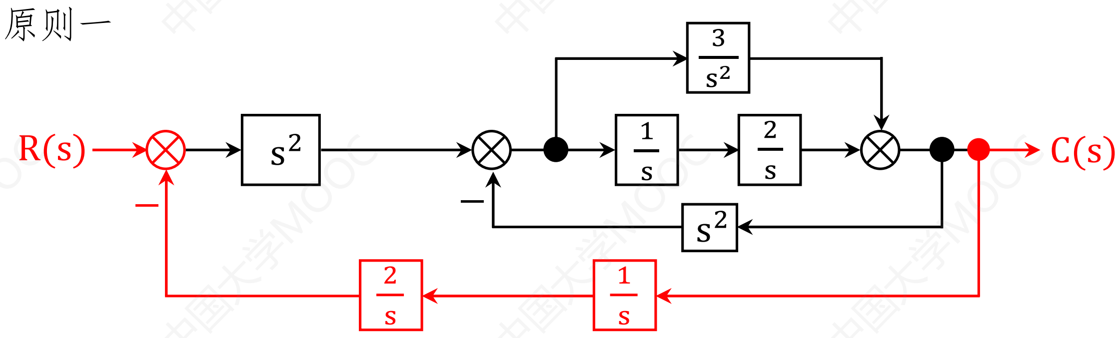
原则四：



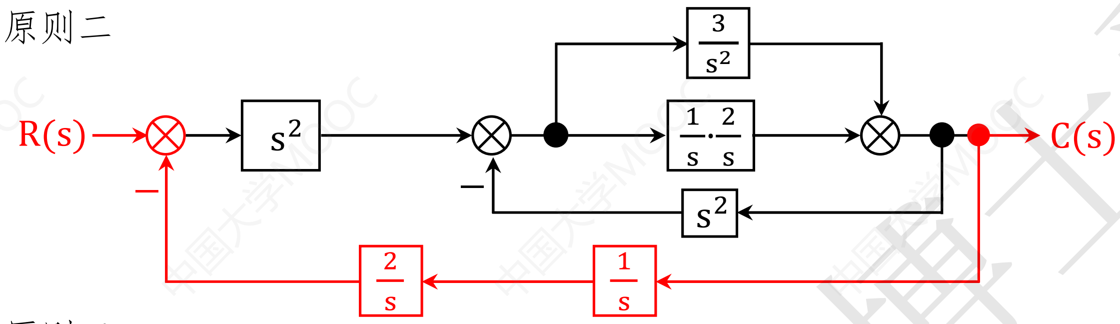




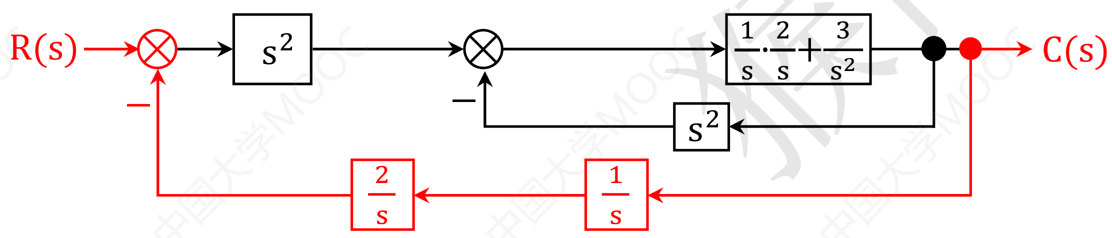
原则一



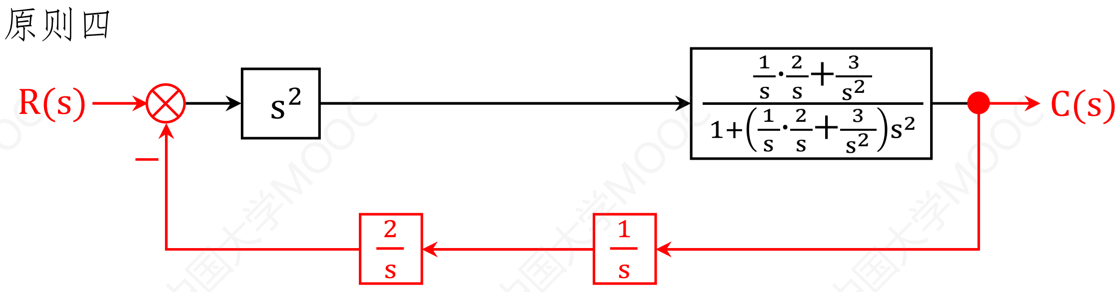
原则二



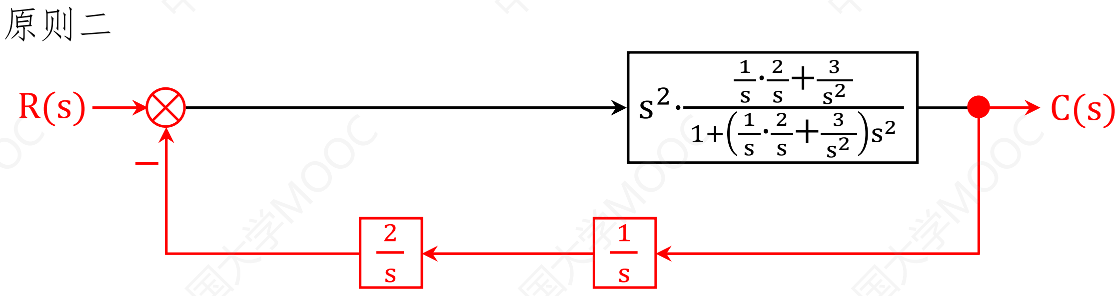
原则三

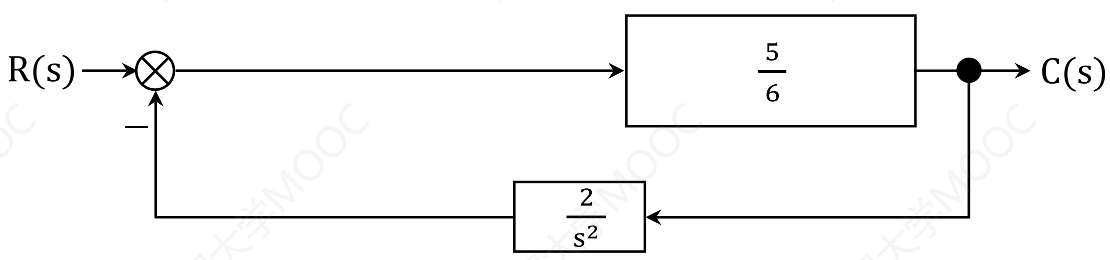


原则四



原则二

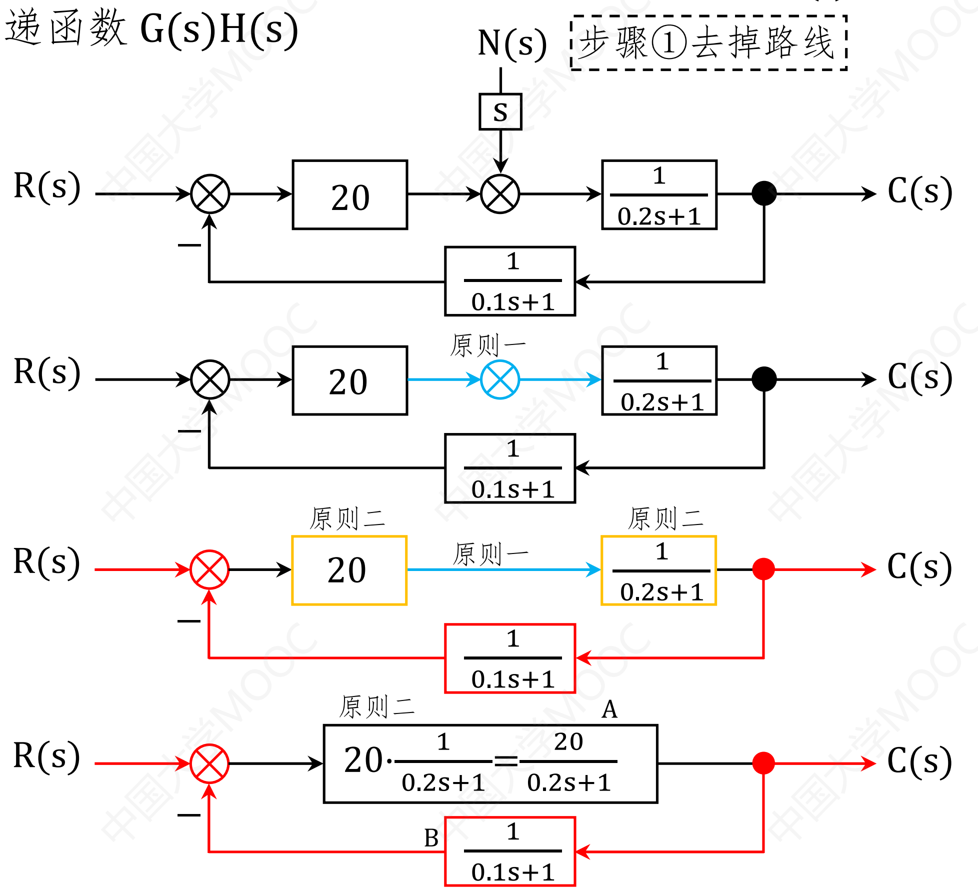




$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{A}{1\mp A\cdot B}=\frac{5s^2}{6s^2+10}$$

$$G(s)H(s)=A\cdot B=\frac{5}{3s^2}$$

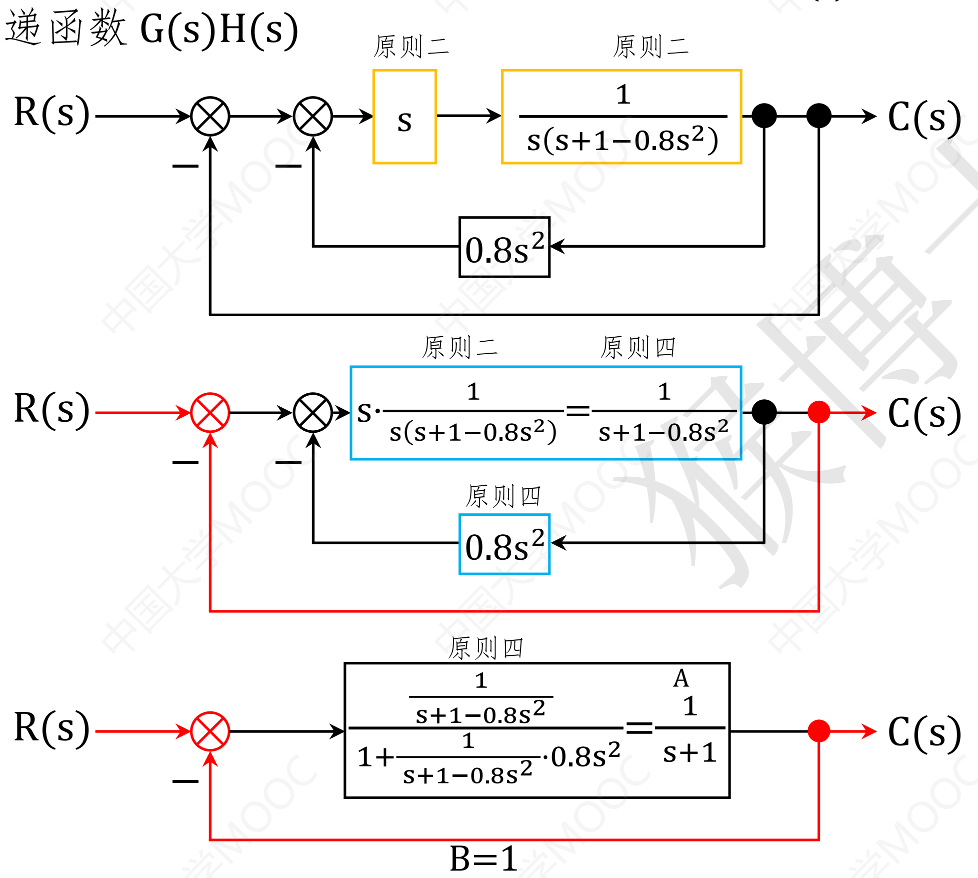
例5. 如图是某系统的结构图，求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$



$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{A}{1\mp A\cdot B}=\frac{20(0.1s+1)}{(0.2s+1)(0.1s+1)+20}$$

$$G(s)H(s)=A\cdot B=\frac{20}{(0.2s+1)(0.1s+1)}$$

例6. 如图是某系统的结构图，求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和开环传递函数 $G(s)H(s)$



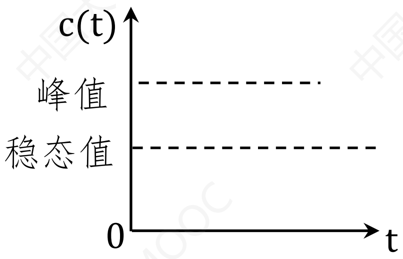
$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{A}{1\mp A\cdot B}=\frac{1}{s+2}$$

$$G(s)H(s)=A\cdot B=\frac{1}{s+1}$$

二阶系统欠阻尼动态分析

名称	结果
衰减系数 σ	$\xi\omega_n$
阻尼振荡频率 ω_d	$\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$
阻尼角 β	$\frac{\pi}{180^\circ}\arccos\xi$
上升时间 t_r	$\frac{\pi-\beta}{\omega_d}$
峰值时间 t_p	$\frac{\pi}{\omega_d}$
调节时间 t_s	$\Delta=0.05$时，$\frac{3.5}{\sigma}$
	$\Delta=0.02$时，$\frac{4.4}{\sigma}$
超调量 $\sigma_p\%$	$e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times100\%$

输入信号为单位阶跃信号时：

名称	结果
稳态值	$\lim\limits_{s\to0}\frac{C(s)}{R(s)}$
峰值	$(\sigma_p\%+1)\cdot$稳态值
概略响应曲线	a、画出下图  b、原点出发到峰值 c、降落至低于稳态值 d、在稳态值附近上下波动，最后回归到稳态值 e、最终点向下作虚线，与t轴交点为t_s f、给峰值、稳态值、t_s填上具体值

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{1}{s(s+0.56)}$，

求衰减系数 σ、阻尼振荡频率 ω_d、阻尼角 β、上升时间 t_r、

峰值时间 t_p、$\Delta=0.05$ 时的调节时间 t_s、超调量 $\sigma_p\%$，

输入信号为单位阶跃信号时的稳态值、峰值、概略响应曲线。

① $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{s^2+0.56s+1}$ 第一章第3课学过

② 化简$\frac{C(s)}{R(s)}$，得到a、b，求出 ω_n、ξ

$a=0.56$，$b=1$

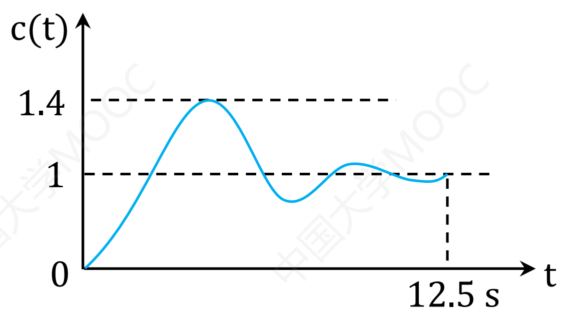
$\omega_n=\sqrt{b}=1$ $\qquad \xi=\frac{a}{2\sqrt{b}}=0.28$

③ $\sigma=0.28$ $\quad \omega_d=0.96\ \mathrm{rad/s}$ $\quad \beta=1.29\ \mathrm{rad}$ $\quad t_r=1.93\ \mathrm{s}$

$t_p=3.27\ \mathrm{s}$ $\quad t_s=12.5\ \mathrm{s}$ $\quad \sigma_p\%=40\%$

稳态值：$\lim\limits_{s\to0}\frac{C(s)}{R(s)}=\lim\limits_{s\to0}\frac{1}{s^2+0.56s+1}=1$

峰值：$(\sigma_p\%+1)\cdot$稳态值$=1.4$



劳斯判据

例1. 已知系统的特征方程为 $2-3s+s^3=0$，试用劳斯判据判断系统稳定性并判断正实部根的个数

特征式子 $=2-3s+s^3$

s^3	1	-3
s^2	0	2
s^1		
s^0	2	

$s^{最高}$	$s^{最高}$的系数　$s^{最高-2}$的系数　…	s^0的系数(即常数项)
$s^{最高-1}$	$s^{最高-1}$的系数　$s^{最高-3}$的系数　…	
⋮		
s^0	常数项	

填行公式：

s^{a+2}	A		C
s^{a+1}	B		D
s^a		$\frac{BC-AD}{B}$	

s^3	A：1	C：-3
s^2	B：ε	D：2
s^1	$\frac{BC-AD}{B}=\frac{\varepsilon\cdot(-3)-1\cdot 2}{\varepsilon}=\frac{-3\varepsilon-2}{\varepsilon}$	
s^0	2	

s^3	A：1	-3	C：0
s^2	B：ε	2	D：0
s^1	$\frac{-3\varepsilon-2}{\varepsilon}$	$\frac{BC-AD}{B}=\frac{\varepsilon\cdot 0-1\cdot 0}{\varepsilon}=0$	
s^0	2		

s^3	1	正	-3	
		没切换		
s^2	ε	正	2	共切换2次
		第一次切换		
s^1	$\frac{-3\varepsilon-2}{\varepsilon}$	负	0	
		第二次切换		
s^0	2	正		

系统不稳定，且系统正实部根的个数=2

例2. 已知单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{K}{Ks^2+s+s^3}(K\neq 0)$

试用劳斯判据判断系统稳定性并判断正实部根的个数

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{Ks^2+s+s^3+K}$$

特征式子 $=Ks^2+s+s^3+K$

s^3	A：1	C：1
s^2	B：K	D：K
s^1		
s^0	K	

s^3	A：1	C：1
s^2	B：K	D：K
s^1	$\frac{BC-AD}{B}=\frac{K\cdot 1-1\cdot K}{K}=0$	
s^0	K	

s^3	A：1	1	C：0
s^2	B：K	K	D：0
s^1	0	$\frac{BC-AD}{B}=\frac{K\cdot 0-1\cdot 0}{K}=0$	
s^0	K		

s^3	1	1
s^2	K	K
s^1	上面的数×[上面行表头s的指数+2−2×1]	上面的数×[上面行表头s的指数+2−2×2]
s^0	K	

s^3	1	正	1	
		第一次切换		
s^2	K	负	K	共切换1次
		没切换		
s^1	2K	负	0	
		没切换		
s^0	K	负		

当 K>0 时，

系统稳定，且系统正实部根的个数=0

当 K<0 时，

系统不稳定，且系统正实部根的个数=1

静态误差系数法求稳态误差

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)}$ 设输入信号是单位斜坡输入信号，若系统稳定，用静态误差系数法求输入信号作用下的稳态误差 $e_{ss}(\infty)$

① $G(s)H(s)=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)}$ 第一章第3课学过

$=\frac{K_1\cdot s^0}{0.2s^3+3s^2+10s}$

② $k_p=\infty$

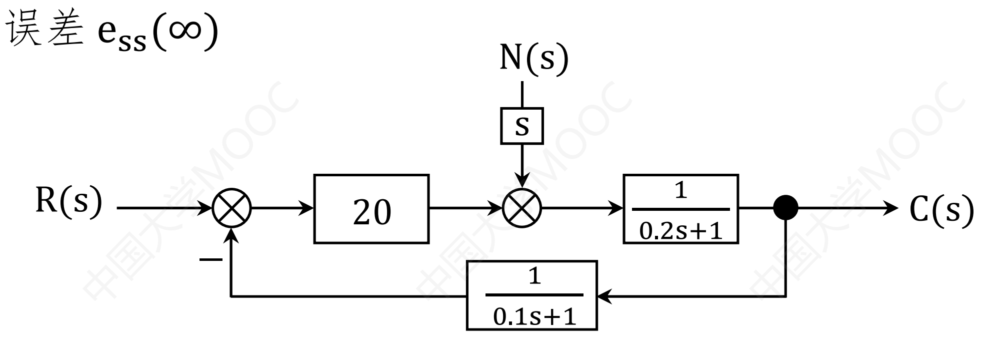
$k_v=\frac{K_1}{10}$

$k_a=0$

③ $e_{ss}(\infty)=\frac{1}{k_v}$

$=\frac{10}{K_1}$

例2. 如图是某系统的结构图，设输入信号 $r(t)=2+3t$，若系统稳定，用静态误差系数法求输入信号作用下的稳态误差 $e_{ss}(\infty)$



① $G(s)H(s)=\frac{20}{(0.2s+1)(0.1s+1)}$ 第一章第3课学过

$=\frac{20\cdot s^0}{0.02s^2+0.3s^1+1\cdot s^0}$

② $k_p=20$

$k_v=0$

$k_a=0$

③ $e_{ss}(\infty)=\frac{2}{1+k_p}+\frac{3}{k_v}$ 【求极限时，$\frac{\text{非零数}}{0}=\infty$】

$=\infty$ 【数 $+\infty=\infty$】

【$K=\frac{\text{分子里 s 的最小指数所在项前的系数}}{\text{分母里 s 的最小指数所在项前的系数}}$】

分母里 s 的最小指数	k_p	k_v	k_a
0	K	0	0
1	∞	K	0
2	∞	∞	K
3	∞	∞	∞

若输入信号是汉字，则 $e_{ss}(\infty)=\begin{cases}\text{输入单位阶跃，} & \frac{1}{1+k_p}\\ \text{输入单位斜坡，} & \frac{1}{k_v}\\ \text{输入单位加速度，} & \frac{1}{k_a}\end{cases}$

若输入信号是 $r(t)$，则 $e_{ss}(\infty)=r(t)$ 结果里的 $\begin{cases}\text{常数项 变成 } \frac{\text{常数}}{1+k_p}\\ \text{常数}\cdot t\text{ 项 变成 } \frac{\text{常数}}{k_v}\\ \text{常数}\cdot t^2\text{项 变成 } \frac{2\cdot\text{常数}}{k_a}\end{cases}$

若输入信号是 $R(s)$，则 $e_{ss}(\infty)=R(s)$ 结果里的 $\begin{cases}\frac{\text{常数}}{s}\text{项 变成 } \frac{\text{常数}}{1+k_p}\\ \frac{\text{常数}}{s^2}\text{项 变成 } \frac{\text{常数}}{k_v}\\ \frac{\text{常数}}{s^3}\text{项 变成 } \frac{\text{常数}}{k_a}\end{cases}$

终值定理法求稳态误差

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)}$，设输入信号是单位斜坡输入信号，若系统稳定，用终值定理法求输入信号作用下的稳态误差 $e_{ss}(\infty)$

① $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)+K_1}$ 第一章第3课学过

② $H(s)=1$

③ $R(s)=\frac{1}{s^2}$

④ $e_{ss}(\infty)=\lim\limits_{s\to0}s\cdot\left[1-\frac{C(s)}{R(s)}H(s)\right]\cdot R(s)$

$=\lim\limits_{s\to0}s\cdot\left[1-\frac{K_1}{s(s+10)(0.2s+1)+K_1}\times1\right]\cdot\frac{1}{s^2}$

$=\lim\limits_{s\to0}s\cdot\frac{s(s+10)(0.2s+1)}{s(s+10)(0.2s+1)+K_1}\cdot\frac{1}{s^2}$

$=\lim\limits_{s\to0}\frac{(s+10)(0.2s+1)}{s(s+10)(0.2s+1)+K_1}$ 接近 $\frac{(0+10)\times(0.2\times0+1)}{0\times(0+10)\times(0.2\times0+1)+K_1}=\frac{10}{K_1}$

$=\frac{10}{K_1}$

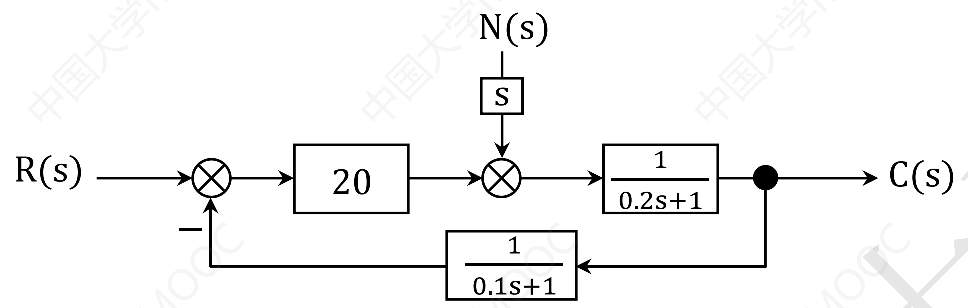
若输入信号是汉字，则 $R(s)=\begin{cases}\text{输入单位阶跃，}\frac{1}{s}\\\text{输入单位斜坡，}\frac{1}{s^2}\\\text{输入单位加速度，}\frac{1}{s^3}\end{cases}$

若输入信号是 $r(t)$，则 $R(s)=r(t)$ 结果里的 $\begin{cases}\text{常数项 变成 }\frac{\text{常数}}{s}\\\text{常数}\cdot t\text{ 项 变成 }\frac{\text{常数}}{s^2}\\\text{常数}\cdot t^2\text{ 项 变成}\frac{2\cdot\text{常数}}{s^3}\end{cases}$

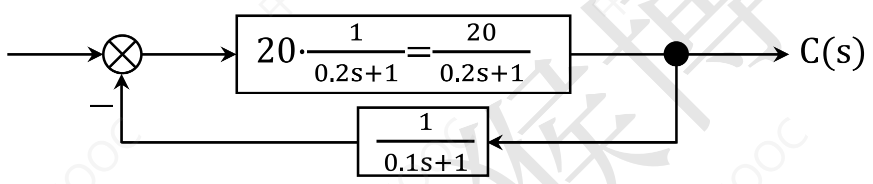
若输入信号是 $R(s)$，则 $R(s)$ 保持不变

稳态误差 $e_{ss}(\infty)=\lim\limits_{s\to0}s\cdot\left[1-\frac{C(s)}{R(s)}H(s)\right]\cdot R(s)$

例2. 如图是某系统的结构图，设输入信号 $r(t)=2+3t$，若系统稳定，用终值定理法求输入信号作用下的稳态误差 $e_{ss}(\infty)$



① $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{20(0.1s+1)}{(0.2s+1)(0.1s+1)+20}$ 第一章第3课学过

②


$H(s)=\frac{1}{0.1s+1}$

③ $R(s)=\frac{2}{s}+\frac{3}{s^2}$

④ $e_{ss}(\infty)=\lim\limits_{s\to0}s\cdot\left[1-\frac{C(s)}{R(s)}H(s)\right]\cdot R(s)$

$=\lim\limits_{s\to0}s\cdot\left[1-\frac{20(0.1s+1)}{(0.2s+1)(0.1s+1)+20}\times\frac{1}{0.1s+1}\right]\cdot\left(\frac{2}{s}+\frac{3}{s^2}\right)$

$=\lim\limits_{s\to0}\frac{(0.2s+1)(0.1s+1)(2s+3)}{s[(0.2s+1)(0.1s+1)+20]}=\infty$ 接近 $\frac{(0.2\times0+1)(0.1\times0+1)(2\times0+3)}{0\times[(0.2\times0+1)(0.1\times0+1)+20]}=\frac{3}{0}=\infty$ 【求极限时，$\frac{\text{非零数}}{0}=\infty$】

求开环零点与开环极点

例1. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{s^2+2s+4}$，试求出该系统的开环零点和开环极点，并将开环零点和开环极点画到坐标系上

① $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{s^2+2s+4}$

② 分子：$K^*(s+2)=0 \Rightarrow s+2=0 \Rightarrow s_1=-2 \Rightarrow z_1=s_1=-2=-2+0\cdot j$

$K^*(s+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} K^*=0 \\ s+2=0 \end{cases}$

∵ 求的是 解 s_1、s_2、$s_3\cdots$

∴ 只保留 $s+2=0$

分母：$s^2+2s+4=0$

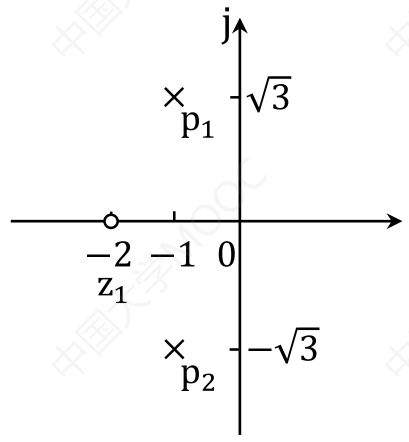
$$\Rightarrow \begin{cases} s_1=\frac{-2+\sqrt{2^2-4\times4}}{2} \\ s_2=\frac{-2-\sqrt{2^2-4\times4}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1=\frac{-2+\sqrt{-12}}{2} \\ s_2=\frac{-2-\sqrt{-12}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1=\frac{-2+\sqrt{12}\,j}{2} \\ s_2=\frac{-2-\sqrt{12}\,j}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1=-1+\sqrt{3}\,j \\ s_2=-1-\sqrt{3}\,j \end{cases}$$

$s^2+bs+c=0$ 的解为 $\begin{cases} s_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2} \\ s_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4c}}{2} \end{cases}$

$\sqrt{-A}=\sqrt{A}\,j$

$\Rightarrow p_1=s_1=-1+\sqrt{3}\,j$，$p_2=s_2=-1-\sqrt{3}\,j$

③



例2. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+1)}{s^2(s+4)(s+6)}$，试求出该系统的开环零点和开环极点，并将开环零点和开环极点画到坐标系上

① $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+1)}{s^2(s+4)(s+6)}$

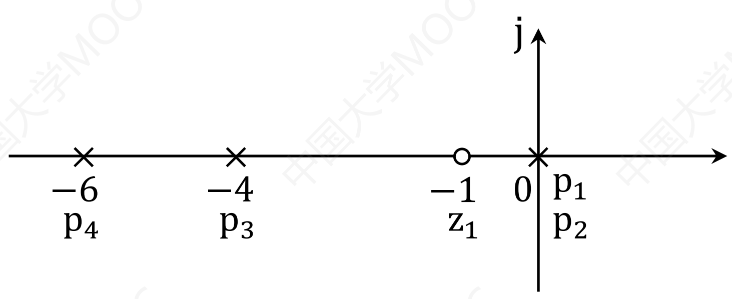
② 分子：$K^*(s+1)=0 \Rightarrow s+1=0 \Rightarrow s_1=-1 \Rightarrow z_1=s_1=-1=-1+0\cdot j$

分母：$s^2(s+4)(s+6)=0$

$$\Rightarrow s\cdot s\cdot(s+4)(s+6)=0 \Rightarrow \begin{cases} s_1=0 \\ s_2=0 \\ s_3=-4 \\ s_4=-6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_1=s_1=0=0+0\cdot j \\ p_2=s_2=0 \\ p_3=s_3=-4=-4+0\cdot j \\ p_4=s_4=-6=-6+0\cdot j \end{cases}$$

③



求开环零点与开环极点

例3. 某系统的开环传递函数为$G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)^3}{(s+1)^3}$，试求出该系统的开环零点和开环极点，并将开环零点和开环极点画到坐标系上

① $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)^3}{(s+1)^3}$

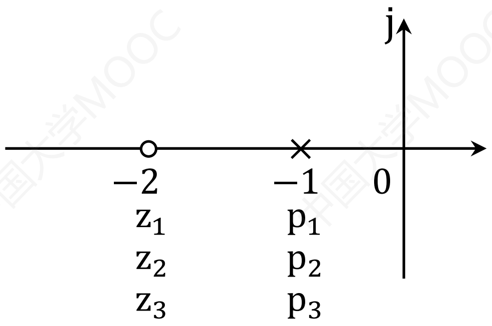
② 分子：$K^*(s+2)^3=0 \Rightarrow (s+2)^3=0 \Rightarrow (s+2)\cdot(s+2)\cdot(s+2)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} s_1=-2 \\ s_2=-2 \\ s_3=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=s_1=-2=-2+0\cdot j \\ z_2=s_2=-2=-2+0\cdot j \\ z_3=s_3=-2=-2+0\cdot j \end{cases}$$

分母：$(s+1)^3=0$

$$\Rightarrow (s+1)\cdot(s+1)\cdot(s+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} s_1=-1 \\ s_2=-1 \\ s_3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1=s_1=-1=-1+0\cdot j \\ p_2=s_2=-1=-1+0\cdot j \\ p_3=s_3=-1=-1+0\cdot j \end{cases}$$

③

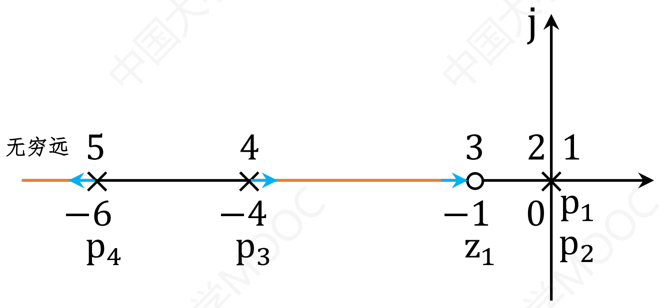


180° 根轨迹法—求分离点坐标

例1. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+1)}{s^2(s+4)(s+6)}$，求根轨迹分离点坐标

$z_1=-1$

$p_1=0$、$p_2=0$、$p_3=-4$、$p_4=-6$ $\boxed{\text{第三章第1课学过}}$



不存在分离点

例2. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{s^2+2s+4}$，求根轨迹分离点坐标

$z_1=-2$、$p_1=-1+\sqrt{3}\,j$、$p_2=-1-\sqrt{3}\,j$ $\boxed{\text{第三章第1课学过}}$

$$\frac{1}{d-p_1}+\frac{1}{d-p_2}=\frac{1}{d-z_1}$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{d-(-1+\sqrt{3}\,j)}+\frac{1}{d-(-1-\sqrt{3}\,j)}=\frac{1}{d-(-2)}$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{(d+1)-\sqrt{3}\,j}+\frac{1}{(d+1)+\sqrt{3}\,j}=\frac{1}{d+2}$$

$$\Longrightarrow \frac{(d+1)+\sqrt{3}\,j+(d+1)-\sqrt{3}\,j}{[(d+1)-\sqrt{3}\,j]\cdot[(d+1)+\sqrt{3}\,j]}=\frac{1}{d+2}$$

$$\Longrightarrow \frac{2d+2}{(d+1)^2-\left(\sqrt{3}\,j\right)^2}=\frac{1}{d+2}$$

$$\Longrightarrow (2d+2)(d+2)=(d+1)^2-\left(\sqrt{3}\,j\right)^2$$

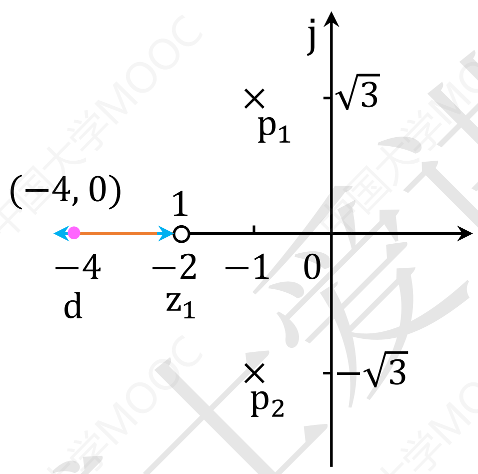
$$\Longrightarrow 2d^2+4d+2d+4=d^2+2d+1-(-3)$$

$$\Longrightarrow d^2+4d=0$$

$$\Longrightarrow d(d+4)=0$$

$$\Longrightarrow d=0 \text{ 或 } d=-4$$

根轨迹分离点坐标是 $(-4,0)$



若 p 和 z 都求出：列 $\frac{1}{d-p_1}+\frac{1}{d-p_2}+\cdots=\frac{1}{d-z_1}+\frac{1}{d-z_2}+\cdots$，求 d

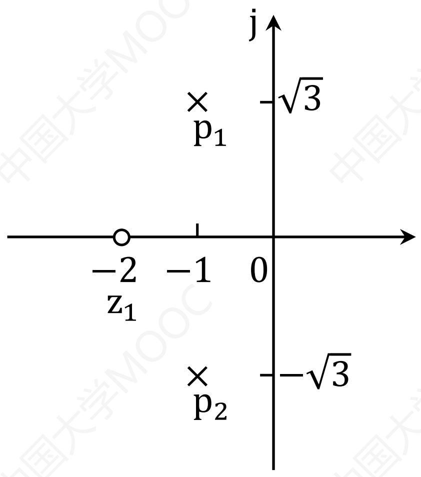
若只求出 p：列 $\frac{1}{d-p_1}+\frac{1}{d-p_2}+\cdots=0$，求 d

证明点是否在根轨迹上

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{s^2+2s+4}$，

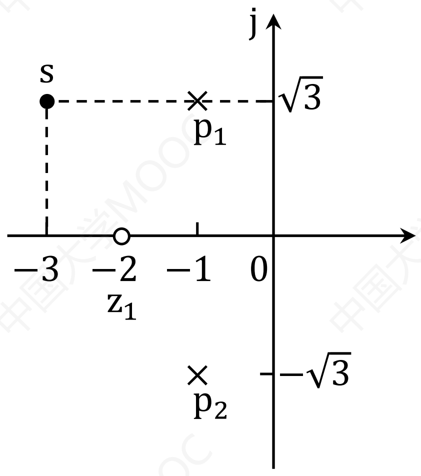
试证明点 $s=-3+\sqrt{3}\,j$ 是否在根轨迹上

①



第三章第1课学过

②



③ $\alpha=120°\times1=120°$

$\alpha_{和}=\alpha=120°$

④ $\beta=180°\times1=180°$

$\beta=120°\times1=120°$

$\beta_{和}=180°+120°=300°$　　奇数

⑤ $\alpha_{和}-\beta_{和}=120°-300°=-180°=-1\times180°$

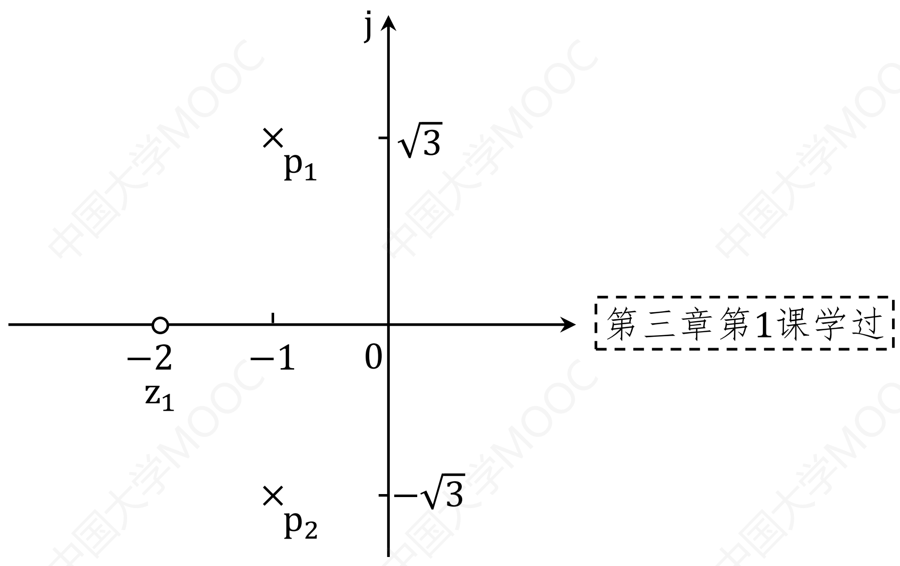
要证明的点在根轨迹上

180°根轨迹法—画起始角

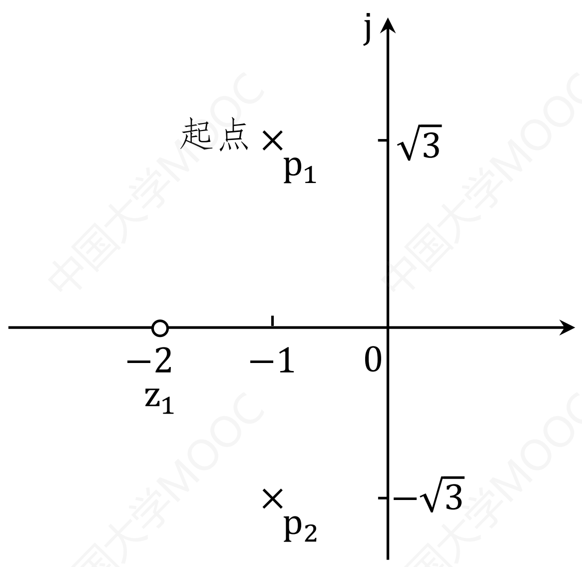
例1. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{s^2+2s+4}$，

画起始角

①



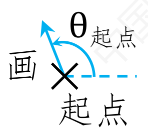
②

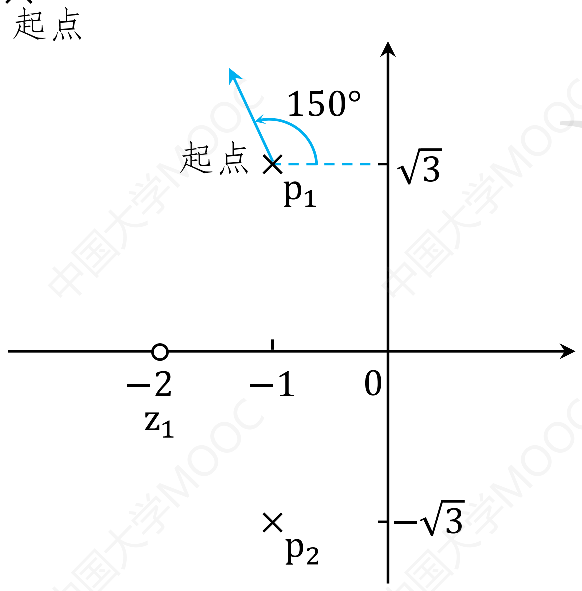


③ $\alpha_{和}=\alpha=60°$

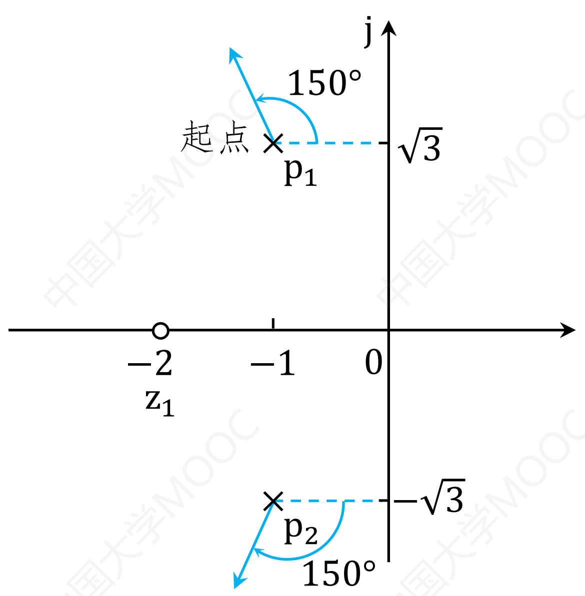
④ $\beta_{和}=\beta=90°$

⑤ $\theta_{起点}=\frac{180°+\alpha_{和}-\beta_{和}}{起点处p的个数}=150°$





⑥

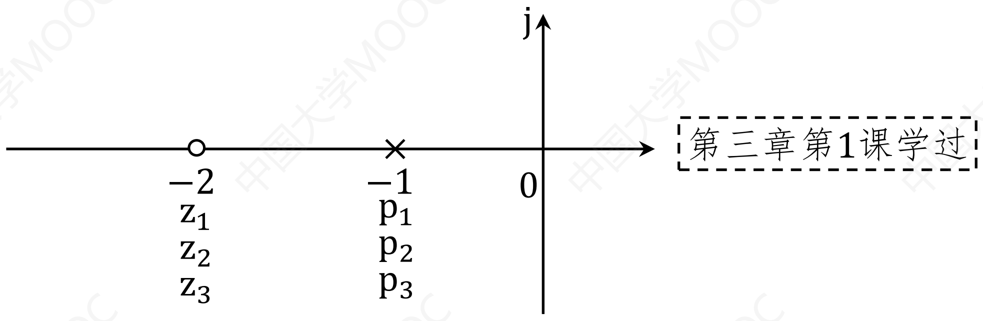


180°根轨迹法—画终止角

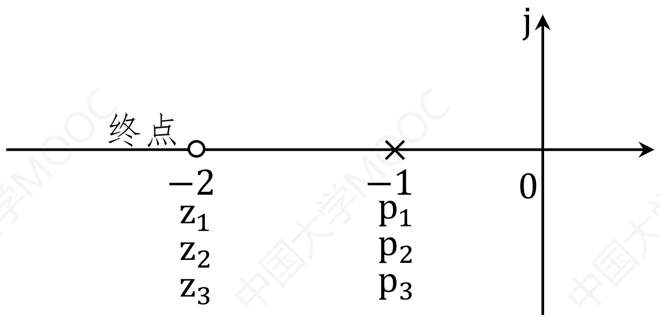
例1. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)^3}{(s+1)^3}$，

画终止角

①

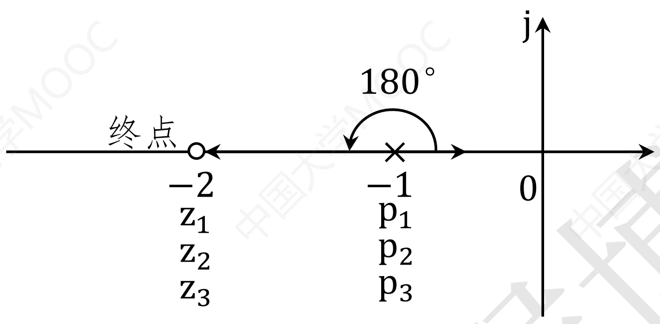


②



③ $\alpha_{和}=0$

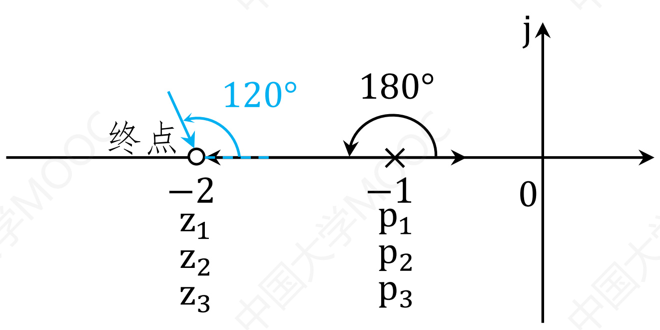
④



$\beta=180°\times3=540°$

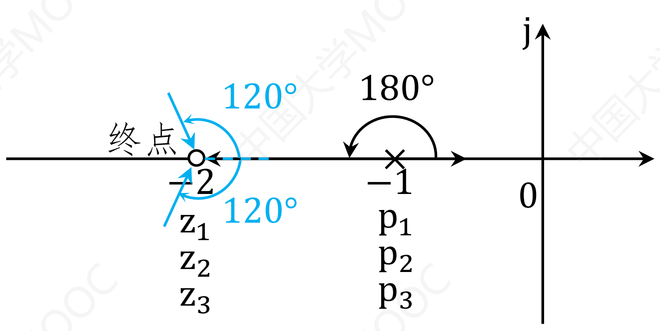
$\beta_{和}=\beta=540°$

⑤



$\theta_{终点}=\frac{-180°+\beta_{和}-\alpha_{和}}{终点处z的个数}=\frac{-180°+540°-0}{3}=120°$

⑥

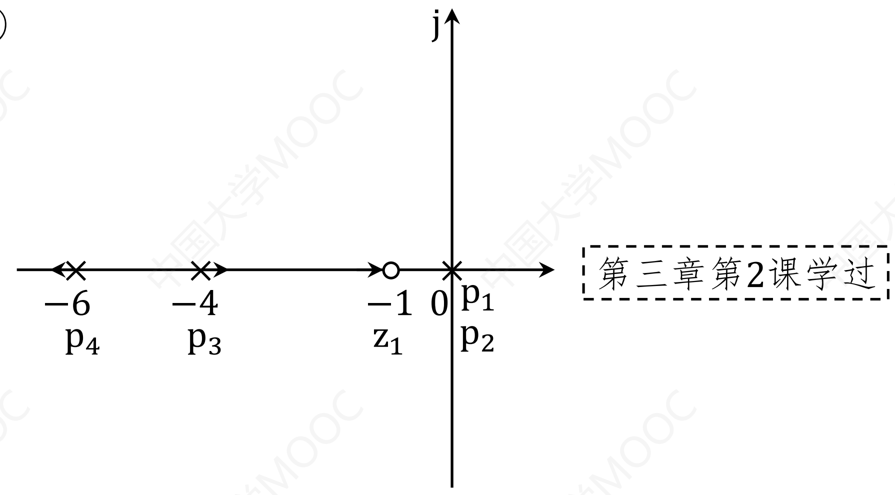


180° 根轨迹法—画根轨迹图

例1. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+1)}{s^2(s+4)(s+6)}$，

画系统的概略根轨迹图

①



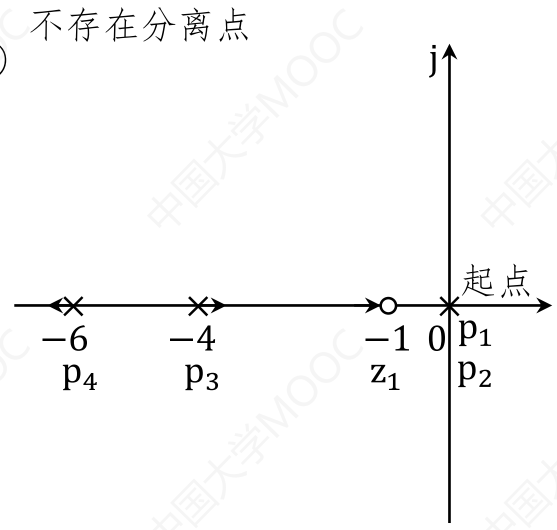
$z_1=-1$

$p_1=0$ $p_2=0$

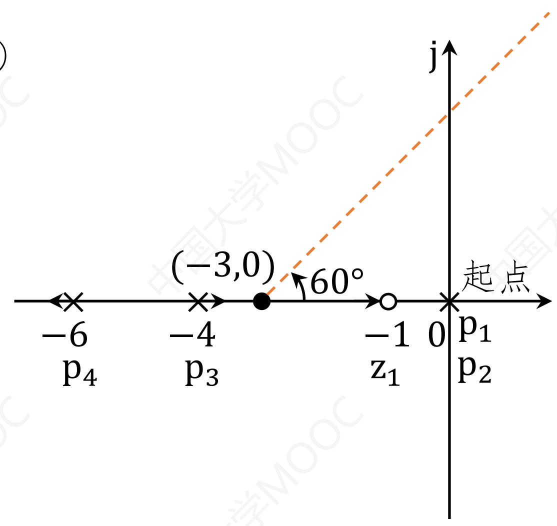
$p_3=-4$ $p_4=-6$

不存在分离点

②



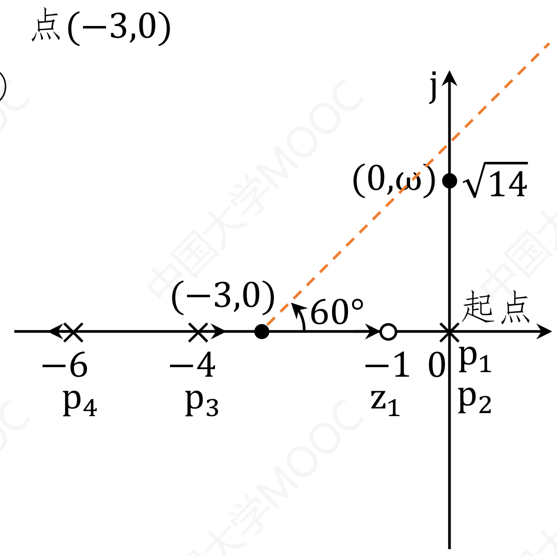
③



$\varphi_a=\frac{\text{找到的奇数}\times180°}{|\text{p的个数}-\text{z的个数}|}=\frac{1\times180°}{|4-1|}=60°$

点(−3,0)

④



$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K^*(j\omega+1)}{(j\omega)^2(j\omega+4)(j\omega+6)}$

$(j\omega)^2(j\omega+4)(j\omega+6)+K^*(j\omega+1)=0$

$\Rightarrow \omega^4-10\omega^3j-24\omega^2+K^*j\omega+K^*=0$

$\Rightarrow (\omega^4-24\omega^2+K^*)+(K^*\omega-10\omega^3)j=0$

$a+bj=0 \Rightarrow \begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}\omega^4-24\omega^2+K^*=0\\K^*\omega-10\omega^3=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(\omega^2)^2-24\omega^2+K^*=0 & ①\\ \omega(K^*-10\omega^2)=0 & ②\end{cases}$

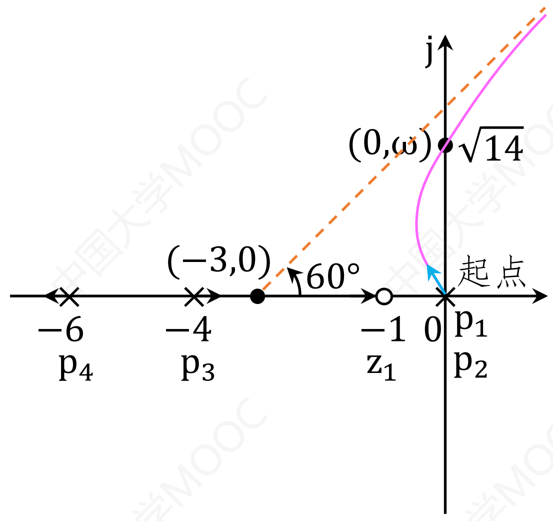
由式子②可知

情况一：$\omega=0$ 【将其代入式子①，可求得 $K^*=0$】

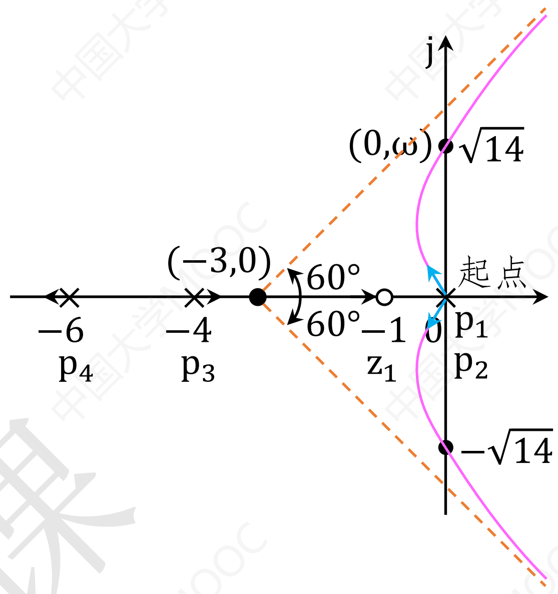
情况二：$(K^*-10\omega^2)=0$ 即 $\omega^2=\frac{K^*}{10}$ 【将其代入式子①，可求得 $\begin{cases}\omega^2=14\\K^*=140\end{cases}$ 】

$\Rightarrow \begin{cases}\omega=\sqrt{14}\\K^*=140\end{cases}$

⑤



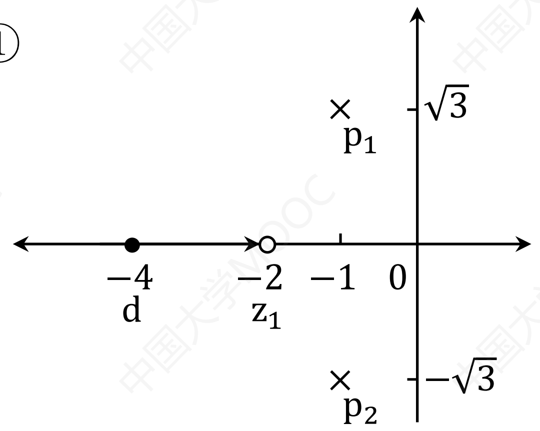
⑥



例2. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{s^2+2s+4}$，

画系统的概略根轨迹图

①



第三章第2课学过

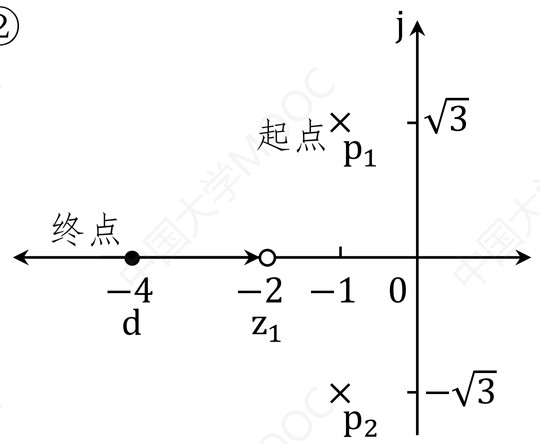
$z_1=-2$

$p_1=-1+\sqrt{3}\,j$

$p_2=-1-\sqrt{3}\,j$

根轨迹分离点坐标 $(-4,0)$

②



③ 找不到

④ $G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K^*(j\omega+2)}{(j\omega)^2+2j\omega+4}$

$(j\omega)^2+2j\omega+4+K^*(j\omega+2)=0$

$\Longrightarrow -\omega^2+2j\omega+4+K^*j\omega+2K^*=0$

$\Longrightarrow 2K^*-\omega^2+4+(K^*\omega+2\omega)j=0$

$\Longrightarrow \begin{cases}2K^*-\omega^2+4=0\\ K^*\omega+2\omega=0\end{cases}$ $\Longrightarrow \begin{cases}2K^*-\omega^2+4=0 & ①\\ \omega(K^*+2)=0 & ②\end{cases}$

$\Longrightarrow \begin{cases}\omega=0\\ K^*=-2\end{cases}$

没有 ω 的解

由式子②可知

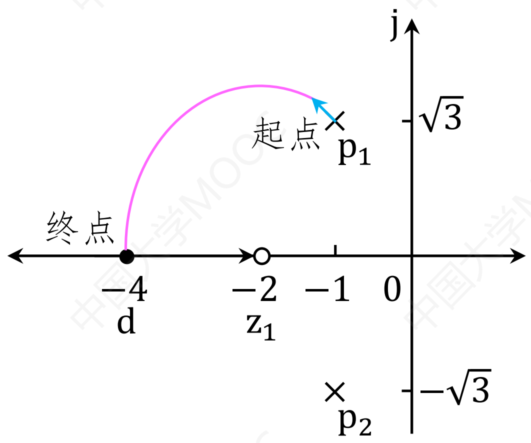
情况一：$\omega=0$

【将其代入式子①，可求得 $K^*=-2$】

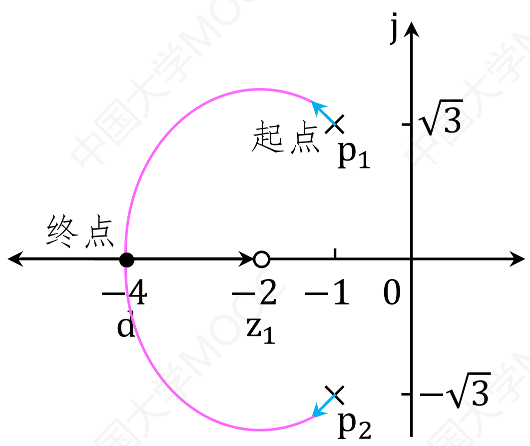
情况二：$K^*+2=0$ 即 $K^*=-2$

【将其代入式子①，可求得 $\omega=0$】

⑤



⑥



求根轨迹增益K^*与开环增益K

例1. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K^*}{(s+1)(s+2)(s+4)}$，

求点 $s_1=-1+\sqrt{3}\,j$ 处的根轨迹增益 K^* 和开环增益 K

① $G(s)H(s)=\frac{K^*}{(s+1)(s+2)(s+4)}$

② $\left|\frac{K^*}{(-1+\sqrt{3}\,j+1)(-1+\sqrt{3}\,j+2)(-1+\sqrt{3}\,j+4)}\right|=1$

$\Rightarrow\left|\frac{K^*}{\sqrt{3}\,j\cdot(1+\sqrt{3}\,j)\cdot(3+\sqrt{3}\,j)}\right|=1$

整体的绝对值可以移动到每一个个体上

$\Rightarrow\frac{|K^*|}{|\sqrt{3}\,j\cdot(1+\sqrt{3}\,j)\cdot(3+\sqrt{3}\,j)|}=1$

$\Rightarrow\frac{|K^*|}{|\sqrt{3}\,j|\cdot|1+\sqrt{3}\,j|\cdot|3+\sqrt{3}\,j|}=1$

$\Rightarrow\frac{|K^*|}{|0+\sqrt{3}\,j|\cdot|1+\sqrt{3}\,j|\cdot|3+\sqrt{3}\,j|}=1$

$|a+bj|=\sqrt{a^2+b^2}$

$\Rightarrow\frac{|K^*|}{\sqrt{0^2+\sqrt{3}^2}\cdot\sqrt{1^2+\sqrt{3}^2}\cdot\sqrt{3^2+\sqrt{3}^2}}=1$

$\Rightarrow|K^*|=12$

$\Rightarrow K^*=12$

④ $K=\frac{G(s)H(s)\text{分子里不含s的项}}{G(s)H(s)\text{分母里不含s的项}}=\frac{K^*}{8}=\frac{3}{2}$

例2. 某系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{K}{(s+1)\left(\frac{1}{2}s+1\right)\left(\frac{1}{4}s+1\right)}$，

求点 $s_1=-1+\sqrt{3}\,j$ 处的根轨迹增益 K^* 和开环增益 K

① $G(s)H(s)=\frac{K}{(s+1)\left(\frac{1}{2}s+1\right)\left(\frac{1}{4}s+1\right)}\overset{③}{=}\frac{K}{\frac{1}{8}s^3+\frac{7}{8}s^2+\frac{7}{4}s+1}$

② $\left|\frac{K}{(-1+\sqrt{3}\,j+1)\left[\frac{1}{2}\times(-1+\sqrt{3}\,j)+1\right]\left[\frac{1}{4}\times(-1+\sqrt{3}\,j)+1\right]}\right|=1$

$\Rightarrow\left|\frac{K}{\sqrt{3}\,j\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}j\right)}\right|=1$

$\Rightarrow\frac{|K|}{\left|\sqrt{3}\,j\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}j\right)\right|}=1$

$\Rightarrow\frac{|K|}{|\sqrt{3}\,j|\cdot\left|\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right|\cdot\left|\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}j\right|}=1$

$\Rightarrow\frac{|K|}{|0+\sqrt{3}\,j|\cdot\left|\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right|\cdot\left|\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}j\right|}=1$

$\Rightarrow\frac{|K|}{\sqrt{0^2+\sqrt{3}^2}\cdot\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}\cdot\sqrt{(\frac{3}{4})^2+(\frac{\sqrt{3}}{4})^2}}=1$

$\Rightarrow|K|=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow K=\frac{3}{2}$

④ $K^*=\frac{G(s)H(s)\text{分子里s最高的系数}}{G(s)H(s)\text{分母里s最高的系数}}=\frac{K}{\frac{1}{8}}=12$

求开环频率特性

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数为

$G(s)H(s)=\frac{300}{s(s+10)(0.2s+1)}$，求系统的开环幅频特性和开环相频特性

① $G(s)H(s)=\frac{300}{s(s+10)(0.2s+1)}$

$$\Downarrow$$

$$\overset{0}{\uparrow}$$

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{300}{(j\omega)^1(1\cdot j\omega+10)^1(0.2j\omega+1)^1}$$

$$\downarrow$$

$$1\times 90°+1\cdot\arctan\frac{1\cdot\omega}{10}+1\cdot\arctan\frac{0.2\omega}{1}$$

原则一：不含 j 的项的相位角为 0

原则二： $(j\omega)^n$ 的相位角为 $n\cdot 90°$

原则三： $(a\cdot j\omega+b)^n$ 的相位角为 $n\cdot\arctan\frac{a\omega}{b}$

原则四：若 分子/分母=项1·项2·…

则 分子/分母的相位角=项1的相位角+项2的相位角+…

② $A(\omega)=\left|\frac{300}{j\omega(j\omega+10)(0.2j\omega+1)}\right|$ $\boxed{A(\omega)=|G(j\omega)H(j\omega)|}$

$$=\frac{|300|}{|j\omega|\cdot|j\omega+10|\cdot|0.2j\omega+1|}$$

$$=\frac{300}{|0+\omega j|\cdot|10+\omega j|\cdot|1+0.2\omega j|}$$

$$=\frac{300}{\sqrt{0^2+\omega^2}\cdot\sqrt{10^2+\omega^2}\cdot\sqrt{1^2+(0.2\omega)^2}}$$

$$=\frac{300}{\omega\cdot\sqrt{100+\omega^2}\cdot\sqrt{1+0.04\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega)=0-\left(1\times 90°+1\cdot\arctan\frac{1\cdot\omega}{10}+1\cdot\arctan\frac{0.2\omega}{1}\right)=-90°-\arctan(0.1\omega)-\arctan(0.2\omega)$$

$$\boxed{\varphi(\omega)=G(j\omega)H(j\omega)\text{分子相位角}-G(j\omega)H(j\omega)\text{分母相位角}}$$

例2. 某单位反馈系统的开环传递函数为

$G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$，求系统的开环频率特性

① $G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$

$$\Downarrow$$

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{(1\cdot j\omega+1)^2}{(j\omega)^3}$$

$$\nearrow\ 2\cdot\arctan\frac{1\cdot\omega}{1}$$

$$\searrow\ 3\times 90°$$

② $A(\omega)=\left|\frac{(j\omega+1)^2}{(j\omega)^3}\right|$

$$=\frac{|(j\omega+1)\cdot(j\omega+1)|}{|(j\omega)\cdot(j\omega)\cdot(j\omega)|}$$

$$=\frac{|j\omega+1|\cdot|j\omega+1|}{|j\omega|\cdot|j\omega|\cdot|j\omega|}$$

$$=\frac{|1+\omega j|\cdot|1+\omega j|}{|0+\omega j|\cdot|0+\omega j|\cdot|0+\omega j|}$$

$$=\frac{\sqrt{1^2+\omega^2}\cdot\sqrt{1^2+\omega^2}}{\sqrt{0^2+\omega^2}\cdot\sqrt{0^2+\omega^2}\cdot\sqrt{0^2+\omega^2}}$$

$$=\frac{1+\omega^2}{\omega^3}$$

$$\varphi(\omega)=2\cdot\arctan\frac{1\cdot\omega}{1}-3\times 90°=2\arctan\omega-270°$$

求闭环频率特性和输出信号

例1. 某单位反馈系统的闭环传递函数为 $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{s+2}$，
输入信号为 $r(t)=3\sin(2t+30°)$，求系统的
闭环幅频特性、闭环相频特性以及输出信号

例2. 某单位反馈系统的闭环传递函数为 $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{s+2}$，
输入信号为 $r(t)=3\sin(2t+30°)$，求系统的
闭环频率特性以及输出信号

闭环幅频特性　闭环相频特性

① $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{s+2}$

$\Downarrow$

$\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}=\frac{1}{(1\cdot j\omega+2)^1}$

$\rightarrow 0$

$\rightarrow 1\cdot\arctan\frac{1\cdot\omega}{2}$

原则一：不含 j 的项的相位角为 0
原则二：$(j\omega)^n$ 的相位角为 $n\cdot 90°$
原则三：$(a\cdot j\omega+b)^n$ 的相位角为 $n\cdot\arctan\frac{a\omega}{b}$
原则四：若 分子/分母=项1·项2·…
则 分子/分母的相位角=项1的相位角+项2的相位角+…

② $A(\omega)=\left|\frac{1}{j\omega+2}\right|$

$=\frac{|1|}{|j\omega+2|}$

$=\frac{1}{\sqrt{2^2+\omega^2}}$

$=\frac{1}{\sqrt{4+\omega^2}}$

闭环幅频特性：$A(\omega)=\left|\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}\right|$

$\varphi(\omega)=0-1\cdot\arctan\frac{1\cdot\omega}{2}=-\arctan\frac{\omega}{2}$

闭环相频特性：$\varphi(\omega)=\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}$分子相位角$-\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}$分母相位角

③ $a=3$、$\omega_0=2$、$\alpha=30°$

$A(\omega_0)=\frac{1}{\sqrt{4+{\omega_0}^2}}$　　$\varphi(\omega_0)=-\arctan\frac{\omega_0}{2}$

输出信号：$c(t)=A(\omega_0)\cdot a\cdot\sin[\omega_0 t+\alpha+\varphi(\omega_0)]$

$$c(t)=\frac{1}{\sqrt{4+2^2}}\cdot 3\cdot\sin\left[2t+30°+\left(-\arctan\frac{2}{2}\right)\right]=\frac{3}{2\sqrt{2}}\cdot\sin[2t+30°+(-45°)]=\frac{3}{2\sqrt{2}}\sin(2t-15°)$$

画奈奎斯特曲线/开环幅相曲线

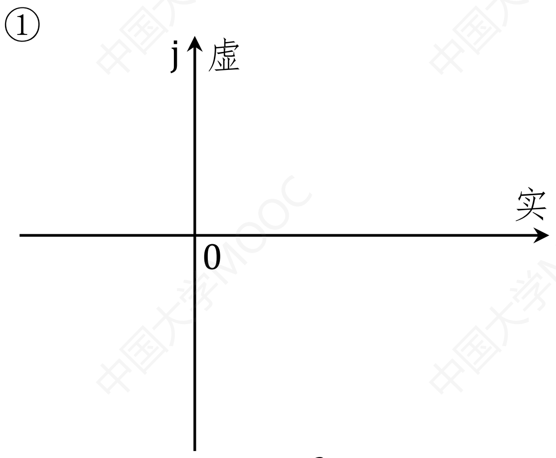
例1. 某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$，

请画出系统的奈奎斯特曲线

例2. 某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$，

请画出系统的开环幅相曲线

①



② $G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$

③ $G(j\omega)H(j\omega)=\frac{(j\omega+1)^2}{(j\omega)^3}$

$$=-\frac{2}{\omega^2}+\frac{1-\omega^2}{\omega^3}j$$

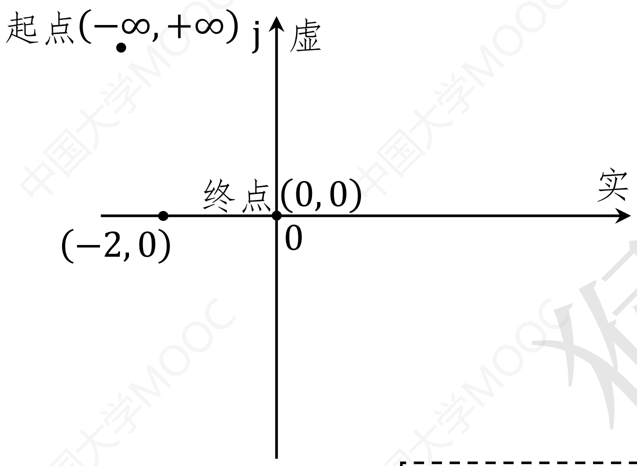
(1) $-\frac{2}{0^2}+\frac{1-0^2}{0^3}j=-\infty+\infty\cdot j$

(2) $-\frac{2}{(+\infty)^2}+\frac{1-(+\infty)^2}{(+\infty)^3}j=0+0\cdot j$

(3) $\frac{1-\omega^2}{\omega^3}=0 \implies 1-\omega^2=0 \implies \omega=\pm 1$

$-\frac{2}{(\pm 1)^2}+\frac{1-(\pm 1)^2}{(\pm 1)^3}j=-2+0\cdot j$

(4) $-\frac{2}{\omega^2}=0 \implies$ 无解

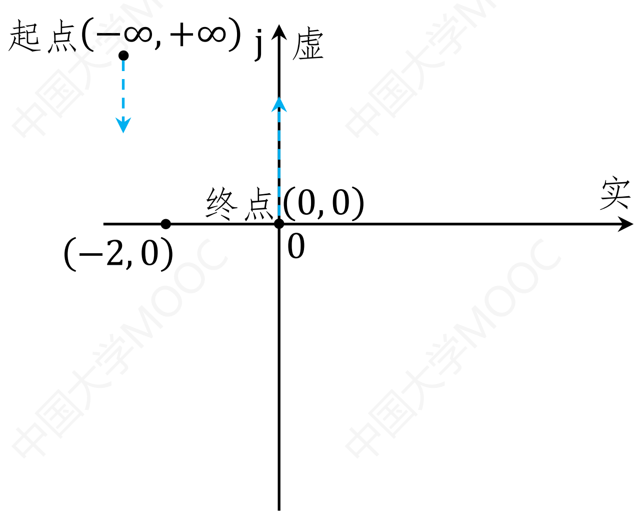


④ $\varphi(\omega)=2\arctan\omega-270°$ 第四章第1课学过

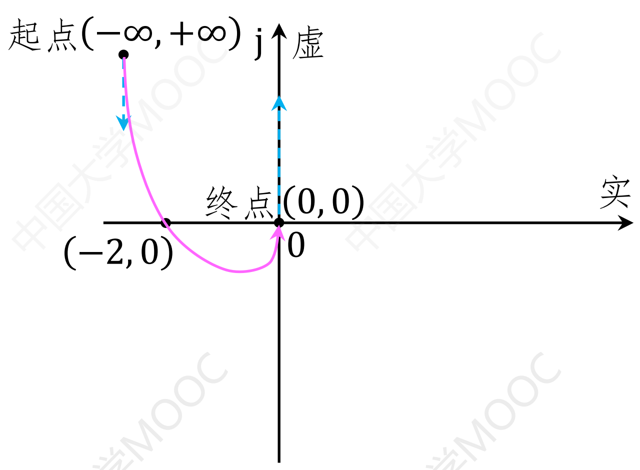
$\varphi(0)=2\arctan 0-270°=2\times 0-270°=-270°$

$\varphi(+\infty)=2\arctan(+\infty)-270°=2\times 90°-270°=-90°$

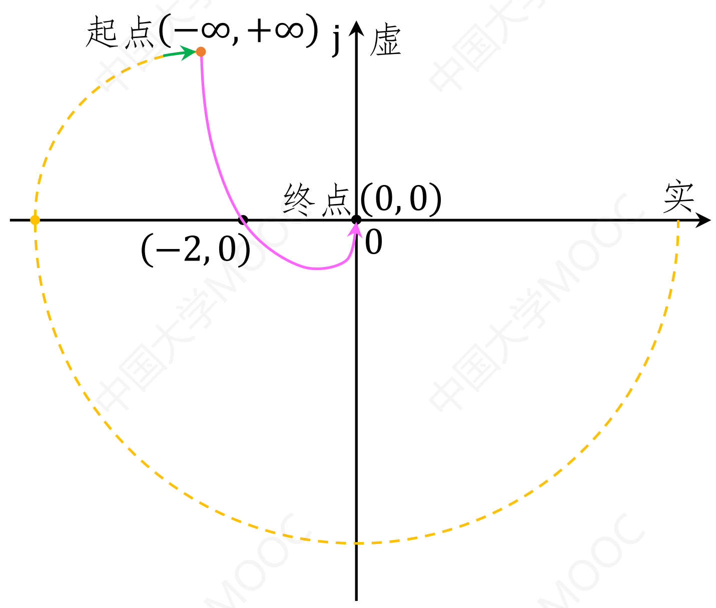
⑤



⑥



⑥



奈奎斯特稳定判据

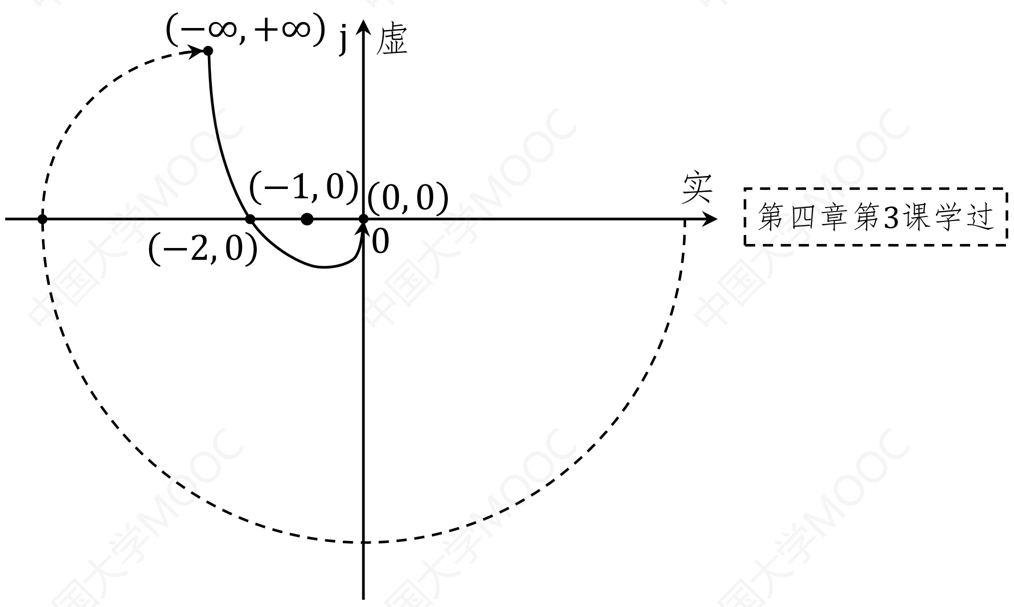
例1. 某单位反馈系统的开环传递函数$G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$，

试通过奈奎斯特稳定判据判断系统的稳定性，

并判断s右半平面闭环极点的个数。

① $G(s)H(s)=\frac{(s+1)^2}{s^3}$

②



③ $s^3=0$

$\Longrightarrow s\cdot s\cdot s=0$

$\Longrightarrow\begin{cases}s_1=0\\s_2=0\\s_3=0\end{cases}$

$\Longrightarrow P=0$

④ 演算纸：

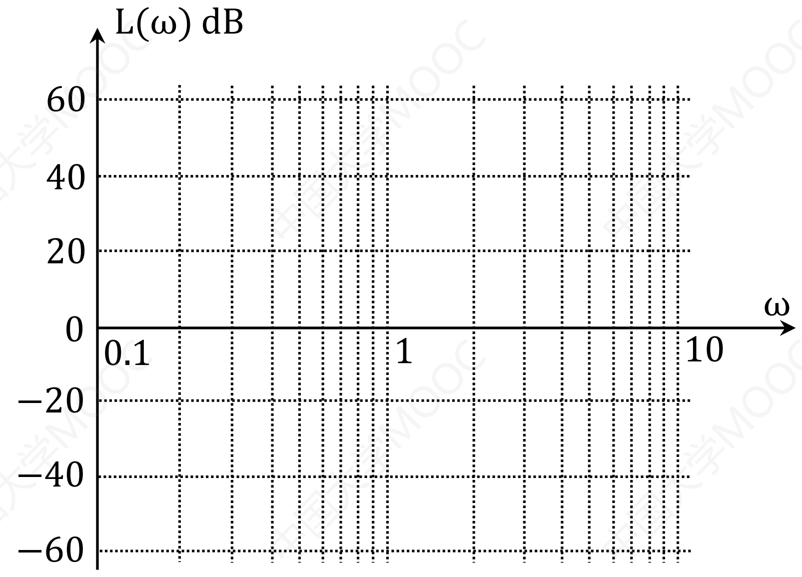
$N=0$

⑤ $P-2N=0-2\times0=0$

系统稳定，$\begin{cases}\text{正实部闭环极点个数}\\ \text{s右半平面闭环极点个数}\end{cases}$为0

画开环对数幅频渐进特性曲线/伯德图

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)H(s)=\frac{300}{(s^2+10s)(0.2s+1)}$，试画出系统开环对数幅频渐进特性曲线



① $G(s)H(s)=\frac{300}{(s^2+10s)(0.2s+1)}$

$$=\frac{300\times1\times1}{10\cdot s\cdot(0.1s+1)\cdot(0.2s+1)}$$

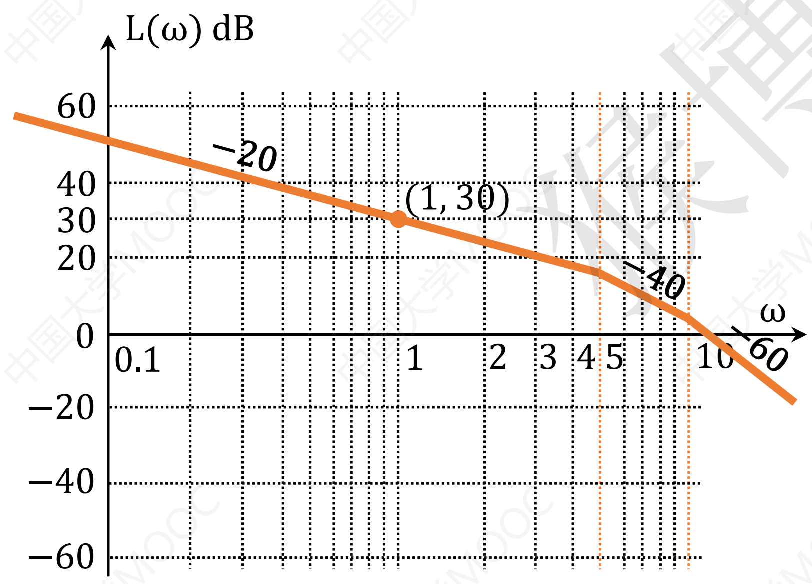
$$=30\cdot\frac{1}{s^1}\cdot\frac{1}{(0.1s+1)\cdot(0.2s+1)}$$

$\omega=\frac{1}{0.1}=10$
斜率变化量：-20

$\omega=\frac{1}{0.2}=5$
斜率变化量：-20

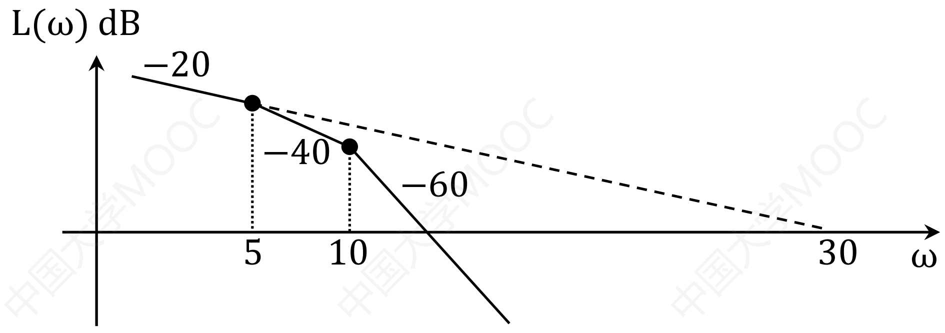
首段经过点：$(1,20\cdot\lg30)\approx(1,30)$
初始斜率：$-20\times1=-20$

②



根据伯德图求开环传递函数

例1. 已知某系统的伯德图如下，求该系统的开环传递函数



① $v=\frac{-20}{-20}=1$

$K=30^1=30$

② 式子 $=\frac{1}{\frac{1}{5}\cdot s+1}=\frac{1}{0.2s+1}$

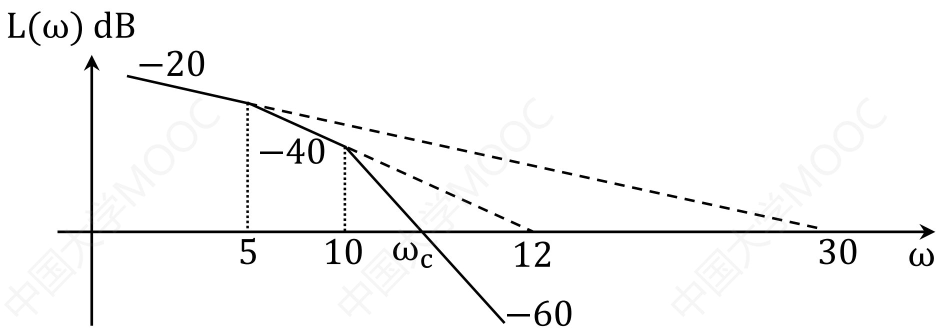
式子 $=\frac{1}{\frac{1}{10}\cdot s+1}=\frac{1}{0.1s+1}$

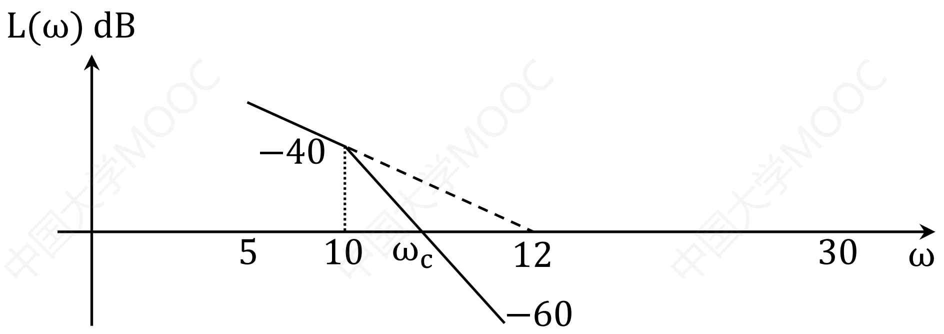
开环传递函数 $G(s)H(s)=30\cdot\frac{1}{s^1}\cdot\left(\frac{1}{0.2s+1}\cdot\frac{1}{0.1s+1}\right)=\frac{30}{s(0.2s+1)(0.1s+1)}$

开环传递函数 $G(s)H(s)=K\cdot\frac{1}{s^v}\cdot$每个转折点式子的乘积

根据伯德图求ω

例1. 已知某系统的伯德图如下，求 ω_c





$$|-40|\cdot\lg\frac{12}{10}=|-60|\cdot\lg\frac{\omega_c}{10} \quad \boxed{|斜率1|\cdot\lg\frac{\omega_\gamma}{\omega_\alpha}=|斜率2|\cdot\lg\frac{\omega_\beta}{\omega_\alpha}}$$

$$\Longrightarrow \quad 40\cdot\lg\frac{12}{10}=60\cdot\lg\frac{\omega_c}{10}$$

$$\Longrightarrow \quad 2\cdot\lg\frac{6}{5}=3\cdot\lg\frac{\omega_c}{10}$$

$$\Longrightarrow \quad \lg\left(\frac{6}{5}\right)^2=\lg\left(\frac{\omega_c}{10}\right)^3 \quad \boxed{a\cdot\lg b=\lg b^a}$$

$$\Longrightarrow \quad \left(\frac{6}{5}\right)^2=\left(\frac{\omega_c}{10}\right)^3 \quad \boxed{\lg a=\lg b\Longrightarrow a=b}$$

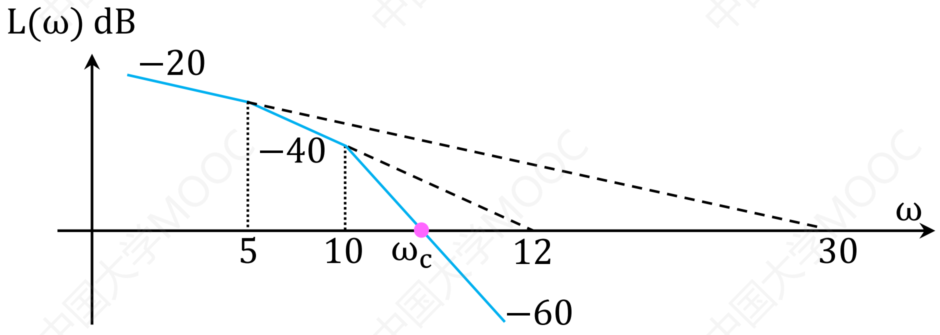
$$\Longrightarrow \quad \frac{36}{25}=\frac{\omega_c^3}{1000}$$

$$\Longrightarrow \quad \omega_c^3=1440$$

$$\Longrightarrow \quad \omega_c=11.29\ \text{rad/s}$$

根据伯德图求截止频率ω_c

例1. 已知某系统的伯德图如下，求截止频率 ω_c

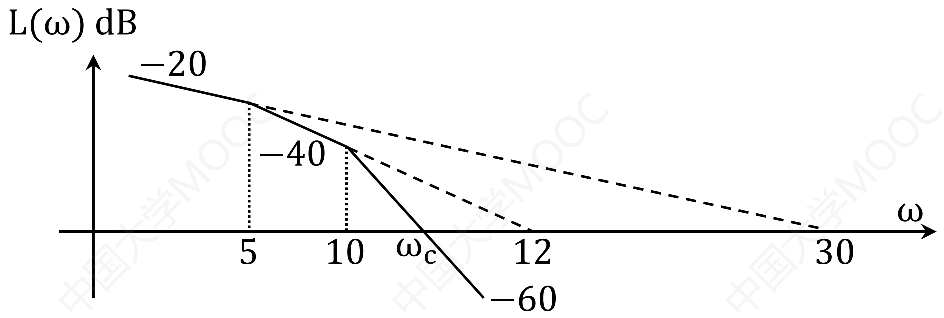


$\omega_c = 11.29\ \mathrm{rad/s}$ 第四章第7课学过

求系统的稳定裕度

例1. 某单位反馈系统的开环传递函数 $G(s)H(s)=\frac{300}{s(s+10)(0.2s+1)}$，

系统的伯德图如下，求该系统的相角裕度 γ 和幅值裕度 h



① $\varphi(\omega)=-90°-\arctan(0.1\omega)-\arctan(0.2\omega)$ 第四章第1课学过

$\omega_c=11.29\ \mathrm{rad/s}$ 第四章第8课学过

② $\gamma=180°+(-204.58°)=-24.58°$ 相角裕度 $\gamma=180°+\varphi(\omega_c)$

【 $\varphi(\omega_c)=-90°-\arctan(0.1\times11.29)-\arctan(0.2\times11.29)=-204.58°$ 】

③ $-90°-\arctan(0.1\omega_g)-\arctan(0.2\omega_g)=-180°$

【 $\varphi(\omega_g)=-90°-\arctan(0.1\omega_g)-\arctan(0.2\omega_g)$ 】

$$\arctan(0.1\omega_g)+\arctan(0.2\omega_g)=90°$$

$$\frac{0.1\omega_g+0.2\omega_g}{1-0.1\omega_g\cdot0.2\omega_g}=\tan90°$$

$$\frac{0.3\omega_g}{1-0.02(\omega_g)^2}=+\infty$$

$$1-0.02(\omega_g)^2=0$$

$$\omega_g=\sqrt{50}\ \mathrm{rad/s}$$

$\arctan a+\arctan b=c\Longrightarrow\frac{a+b}{1-a\cdot b}=\tan c$

$\arctan a-\arctan b=c\Longrightarrow\frac{a-b}{1+a\cdot b}=\tan c$

④ $G(j\omega_g)H(j\omega_g)=\frac{300}{j\omega_g(j\omega_g+10)(0.2j\omega_g+1)}=\frac{300}{j\times\sqrt{50}\times(j\times\sqrt{50}+10)(0.2j\times\sqrt{50}+1)}$

$$h=\frac{1}{\left|\frac{300}{j\times\sqrt{50}\times(j\times\sqrt{50}+10)(0.2j\times\sqrt{50}+1)}\right|}\ \mathrm{dB}$$

幅值裕度 $h=\frac{1}{|G(j\omega_g)H(j\omega_g)|}\ \mathrm{dB}$

$$=\frac{1}{\frac{|300|}{|j\times\sqrt{50}|\cdot|j\times\sqrt{50}+10|\cdot|0.2j\times\sqrt{50}+1|}}\ \mathrm{dB}$$

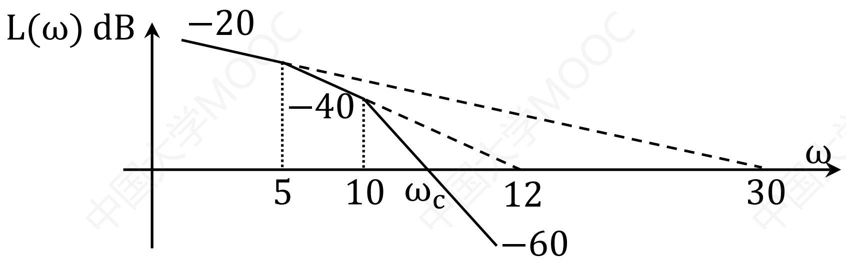
$$=\frac{1}{\frac{300}{|0+\sqrt{50}j|\cdot|10+\sqrt{50}j|\cdot|1+0.2\times\sqrt{50}j|}}\ \mathrm{dB}$$

$$=\frac{1}{\frac{300}{\sqrt{0^2+\sqrt{50}^2}\cdot\sqrt{10^2+\sqrt{50}^2}\cdot\sqrt{1^2+(0.2\times\sqrt{50})^2}}}\ \mathrm{dB}$$

$$=\frac{1}{2}\ \mathrm{dB}$$

线性系统的串联校正

例1. 某系统开环传递函数$G(s)H(s)=\frac{300}{s(s+10)(0.2s+1)}$，伯德图如下，要求校正后: 截止频率≥2.3 rad/s，相角裕度≥40°，判断该系统应该采用的校正方式，并写出校正函数以及校正后的开环传递函数。



① $G(s)H(s)=\frac{300}{s(s+10)(0.2s+1)}$ 第一章第3课和第四章第6课学过

② $\omega_c=11.29\ \mathrm{rad/s}$ 第四章第8课学过

③ $\gamma=-24.58°$ 第四章第9课学过

④ a、 $\omega_c^*=2.3\ \mathrm{rad/s}$

b、 $\gamma^*=40°$

c、 $\omega_c^*<\omega_c$，$\gamma^*>\gamma \Longrightarrow$ 校正方式为串联滞后校正

⑤ $G(j\omega_c^*)H(j\omega_c^*)=\frac{300}{j\omega_c^*(j\omega_c^*+10)(0.2j\omega_c^*+1)}=\frac{300}{j\times2.3\times(j\times2.3+10)(0.2j\times2.3+1)}$

$$G_c(s)=\frac{\frac{1}{0.1\times2.3}\cdot s+1}{\frac{\left|\frac{300}{j\times2.3\times(j\times2.3+10)(0.2j\times2.3+1)}\right|}{0.1\times2.3}\cdot s+1}=\frac{\frac{1}{0.1\times2.3}\cdot s+1}{\frac{11.55}{0.1\times2.3}\cdot s+1}=\frac{4.35s+1}{50.22s+1}$$

校正后的开环传递函数$=\frac{300}{s(s+10)(0.2s+1)}\cdot\frac{4.35s+1}{50.22s+1}=\frac{300(4.35s+1)}{s(s+10)(0.2s+1)(50.22s+1)}$

校正函数：

串联超前校正：$G_c(s)=\frac{\sqrt{\frac{1+\sin(\gamma^*-\gamma+7°)}{1-\sin(\gamma^*-\gamma+7°)}}\cdot\frac{1}{\omega_c^*}\cdot s+1}{\frac{1}{\sqrt{\frac{1+\sin(\gamma^*-\gamma+7°)}{1-\sin(\gamma^*-\gamma+7°)}}\cdot\omega_c^*}\cdot s+1}$

串联滞后校正：用$j\omega_c^*$替换$G(s)H(s)$中的s，得到$G(j\omega_c^*)H(j\omega_c^*)$，

$$G_c(s)=\frac{\frac{1}{0.1\cdot\omega_c^*}\cdot s+1}{\frac{|G(j\omega_c^*)H(j\omega_c^*)|}{0.1\cdot\omega_c^*}\cdot s+1}$$

校正后的开环传递函数 = 原来的$G(s)H(s)\cdot G_c(s)$