自动控制原理速成课

考点解析

- 频率特性
  - 含义
  - 根据给定的输入，求出对应的输出（4-6分） 频率域
- 对数频率特性分析（Bode图）（12-16分 大题）
  - 绘制bode图（4-6分） G(s) → 画图
  - 根据bode图写出对应的传递函数 （5分） 读图 → G(s)
  - 根据bode图分析系统性能：低频、中频（稳定裕度）、高频 （6分）

4.1 线性系统的频率特性含义

output　　input

- 含义：线性常系统在正弦输入信号的作用下，其稳态输出的幅值与输入信号的幅值比称为**幅频特性**，记作 $A(\omega)=\dfrac{|X_0(\omega)|}{|X_i(\omega)|}$ 输出信号与输入信号的相位之差称为**相频特性**，记作 $\varphi(\omega)$ ，统一使用正切tan表示计算；

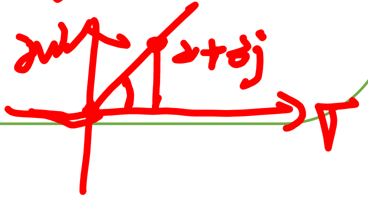
角度

tan

做题步骤：

1. 求出系统的闭环传递函数：$A(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$ ：节结构图.梅逊公式　$A(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$
2. 将系统传递函数中的s以 $j\omega$ 替代,得到 A (jw)　$A(jw)=\dfrac{1}{Tjw+1}$
3. 写出系统的频率特性函数,A(w) 和 $\varphi(\omega)$　$A(w)=\dfrac{1}{\sqrt{1+(Tw)^2}}$　$\varphi(w)=0-\arctan\dfrac{Tw}{1}$

一定要记得幅频特性以及相频特性



$\arctan\frac{3}{2}$

4.1 线性系统的频率特性例题

高数帮

- 题1.已知系统的传递函数 $G(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$ 求其频率特性。

幅
相

1. $G(s)$
2、$G(jw)=\dfrac{K}{Tjw+1}$
3、幅频：$\dfrac{K}{\sqrt{1+T^2w^2}}$

相频 $0-\arctan\dfrac{Tw}{1}=-\arctan Tw$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$$G(j\omega)=G(s)\big|_{s=j\omega}=\frac{K}{1+jT\omega}=\frac{K(1-jT\omega)}{(1+jT\omega)(1-jT\omega)}=\frac{K-jTK\omega}{1+(T\omega)^2}$$

实+虚

故：幅频特性 $A(\omega)=|G(j\omega)|=\dfrac{K}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}$

相频特性 $\phi(\omega)=\angle G(j\omega)=-arctgT\omega$

做题步骤：

- 求出系统的传递函数
- 将系统传递函数中的s以 $j\omega$ 替代
- 写出系统的频率特性函数
- 一定要记得幅频特性以及相频

4.1 线性系统的频率特性例题

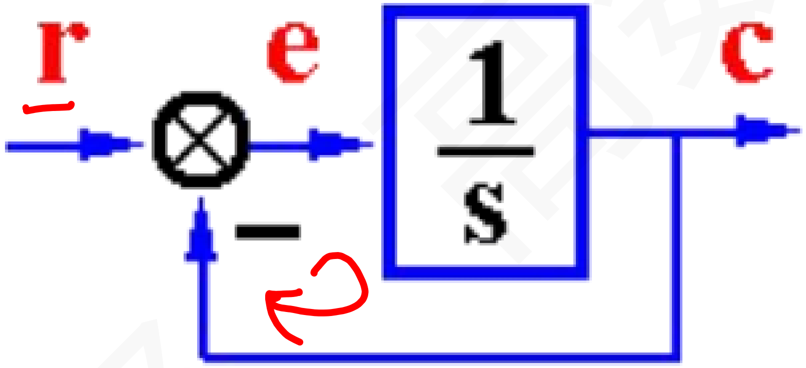
① ω ②

题2.系统结构图如图所示，$r(t)=3\sin(2t+30°)$，求 $c_s(t)$。

传递函数：$\frac{C}{R}=G(s)$ 反求 $C=R\cdot G$

解：由题可得系统闭环传递函数 $\Phi(s)=\frac{1}{s+1}$

$3\sin(2t+30°)$ $\frac{1}{s+2}$ 频域



① $\frac{C}{R} = \frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}} = \frac{1}{s+1}$

$$|\Phi(j\omega)| = \left|\frac{1}{1+j\omega}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \overset{\omega=2}{=} \frac{1}{\sqrt{5}};$$

② $G(j\omega)=\frac{1}{j\omega+1}$ 幅 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}$ 相 $-\arctan\omega$

$$\angle\Phi(j\omega) = -\arctan\omega \overset{\omega=2}{=} -63.4°$$

③ ① $|R|=3$ ② $\omega=2$ ③ $\angle R=30°$

④ $|C|=|R|\cdot|G| = 3\cdot\frac{1}{\sqrt{1+4}} = \frac{3}{\sqrt5}$

⑤ $\angle C = 30° - \arctan 2$

⑥ $C_s(t) = \frac{3}{\sqrt5}\sin(2t+30-\arctan 2)$

$$\begin{cases} |c_s(t)| = 3/\sqrt{5} \\ \angle c_s(t) = -63.4° + 30° = -33.4° \end{cases} \quad c_s(t) = \frac{3}{\sqrt{5}}\sin(2t-33.4°)$$

做题步骤：

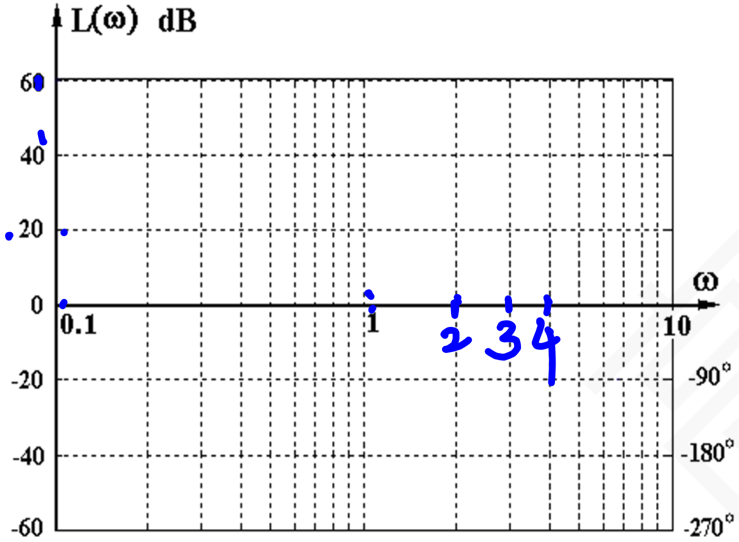
1.求出系统的闭环传递函数

2.写出对应的频域特性

3.由输入r(t)可得W及初相位

4.根据w计算幅值与相位

认识Bode图 1 2 3

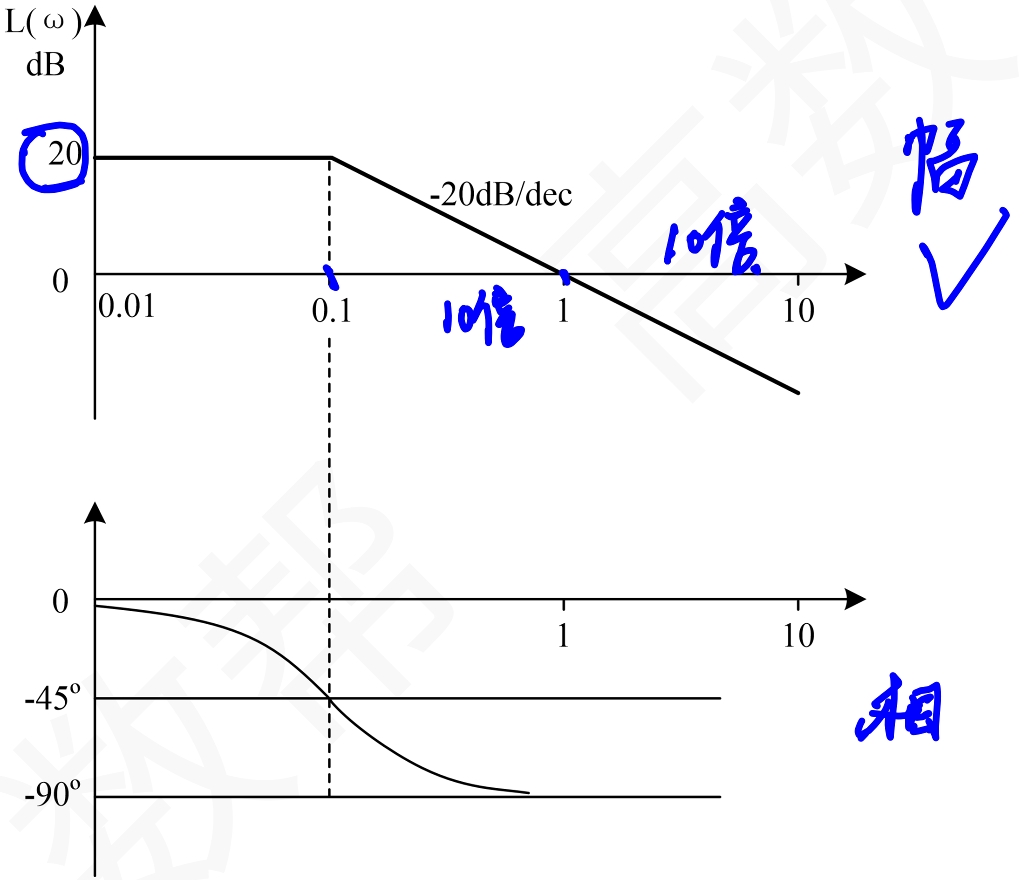


横轴： 按 lgw 刻度，dec “十倍频程” lg10=1

Lg2=0.3 Lg3=0.47 lg4=0.6 lg10=1

纵轴： $L(\omega)=20\lg|G(j\omega)|$ dB “分贝”

故以20dB为一个单位进行绘制



$G(j\omega)=\dfrac{10}{10s+1}$ 的对数坐标图 (Bode)

- Bode图的绘制步骤 →开环增益

$G(s)=\dfrac{s+1}{(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{4}+1)}$ $(s+2)\to \frac{s}{2}+1$

(1) 化G(jw)为尾1标准型

(2) 顺序列出转折频率 看s前的系数 $w=1,\ 2,\ 4$

(3) 确定基准线
- 基准点 $(\omega=1,\quad L(1)=20\lg K)$ $20\lg G(jw)$ 1
- 斜率 $-20\cdot v$ dB/dec →积分看s个数

（第一转折频率之左的特性及其延长线）

(4) 叠加作图
- 一阶
  - 惯性环节 -20dB/dec $\frac{1}{Ts+1}$ $w=2,\ 4$ -20
  - 复合微分 +20dB/dec $Ts+1$ $w=1$ $+20$
- 二阶
  - 振荡环节 -40dB/dec $\frac{1}{s^2+2s+1}$ -40
  - 微分 +40dB/dec s^2

s^2+2s+1 $+40$ $(s+1)^2$ $+40$

※：遇到分子上的一个+20dB/dec

分母上的一个减20dB/dec

$\frac{40\times 0.5}{0.2}=100$

题目3：绘制Bode图 $G(s)=\dfrac{40(s+0.5)}{s(s+0.2)(s^2+s+1)}$

(1) 化G(jw)为尾1标准型 $G(s)=\dfrac{100(\frac{s}{0.5}+1)}{s(\frac{s}{0.2}+1)(s^2+s+1)}$

(2) 顺序列出转折频率

0.2 -20
0.5 +20
1 -40
ν=1 初始-20dB

(3) 确定基准线 K=100

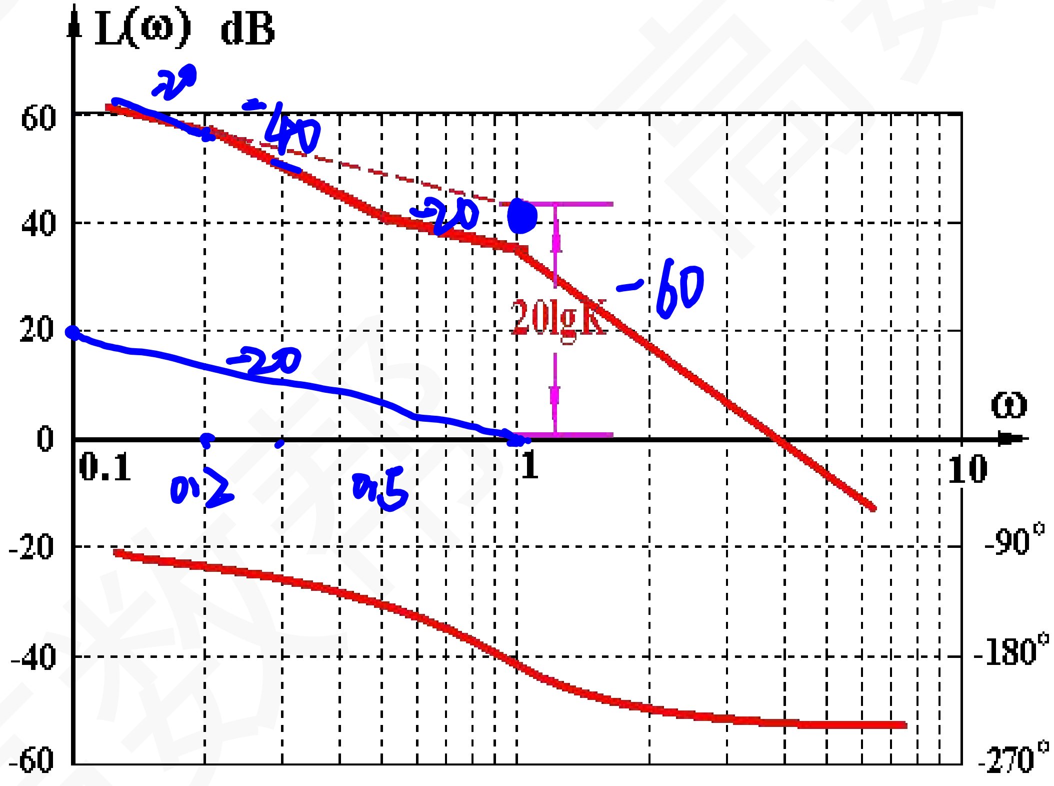
20lgk=20*2=40

故bode图低频过（1，40）

ν=1 -20

20lg100=20×2

lg100=2



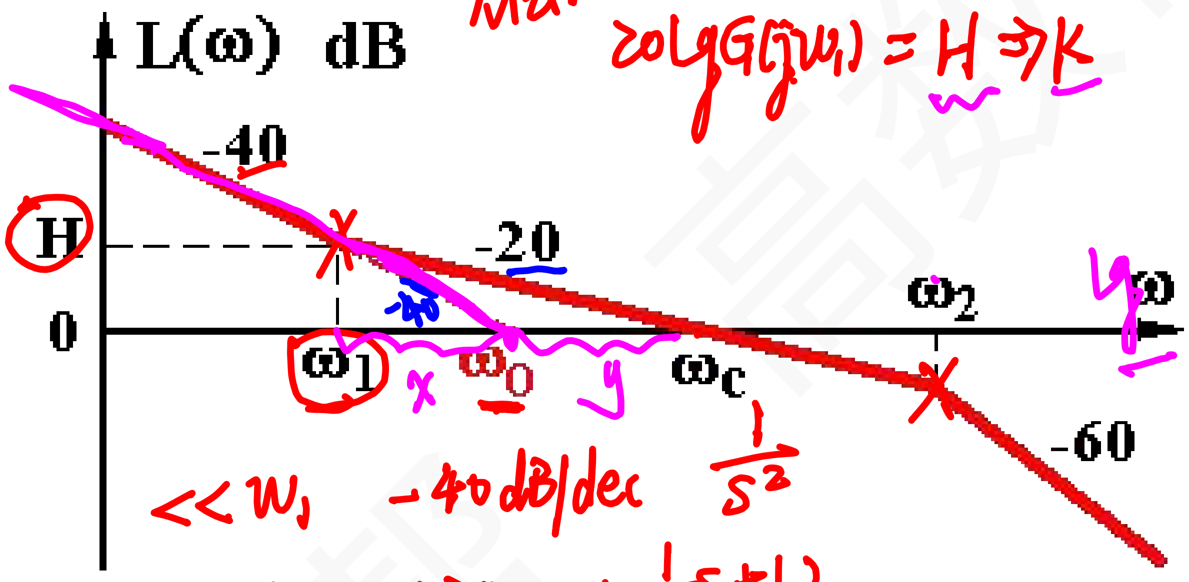
绘图

题目4：已知 Bode 图，确定传递函数表达式G(s)。

$G(s) \to$ 图

$\to W_1 W_c$

方法1：$20\lg G(j\omega_1) = H \Rightarrow K$



$\ll w_1$ $-40\,dB/dec$ $\frac{1}{s^2}$

w_1 $+20$ $(\frac{1}{w_1}s+1)$

w_2 -40 $(\frac{s^2}{w_2^2}+2\frac{\xi s}{w_2}+1)$

$s^2+2\xi w_n s+w_n^2$ 除 $\longrightarrow$ $\frac{s^2}{w_n^2}+2\frac{\xi s}{w_n}+1$

解 $G(s)=\dfrac{K(\dfrac{s}{\omega_1}+1)}{s^2(\dfrac{s^2}{\omega_n^2}+2\xi\dfrac{s}{\omega_n}+1)}$ $+20$

$\dfrac{w_1 w_c(\frac{s}{w_1}+1)}{s^2[\frac{s^2}{w_n^2}+2\xi\frac{s}{w_n}+1]}$

方法2：

$$\frac{\omega_c}{\omega_0}=\frac{\omega_0}{\omega_1} \qquad \omega_0^2=\omega_1\omega_c=K$$

$x = y$

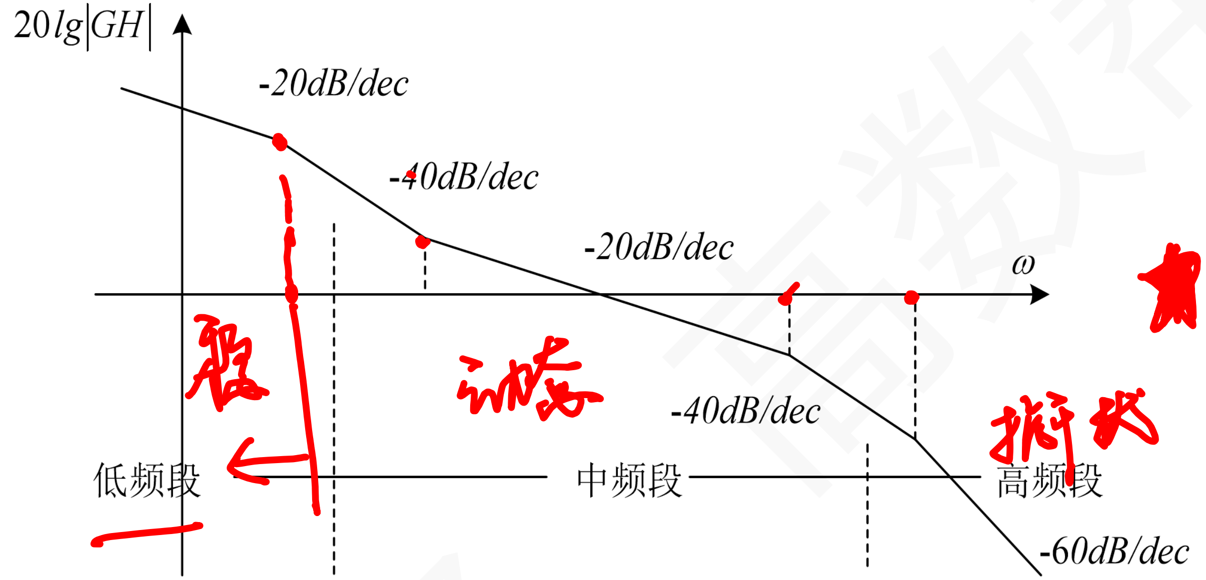
① $20\lg G(j\omega_1)=H \Rightarrow K$

② $20\lg\frac{K}{w_0^2}=0$ $K=w_0^2$ 假设 $\frac{K}{w^2}$

③ -20 40 40 1 1 2

斜率：$\frac{y}{x}$

4.3 线性系统的频域分析



总体分为三个段 **(填空选择 4分)**

低频段(<w1)：**系统稳定精度，斜率大好**

中频段(-60db以下)：**系统动态性能，通过截止频率Wc、稳定裕度Y来反映**

高频段(-60db以上)：反映了系统对**高频干扰信号的抑制**能力,**斜率大，抑制能力强。**

4.3 线性系统的频域分析-稳定裕度

稳定裕度 (2个. γ. h)

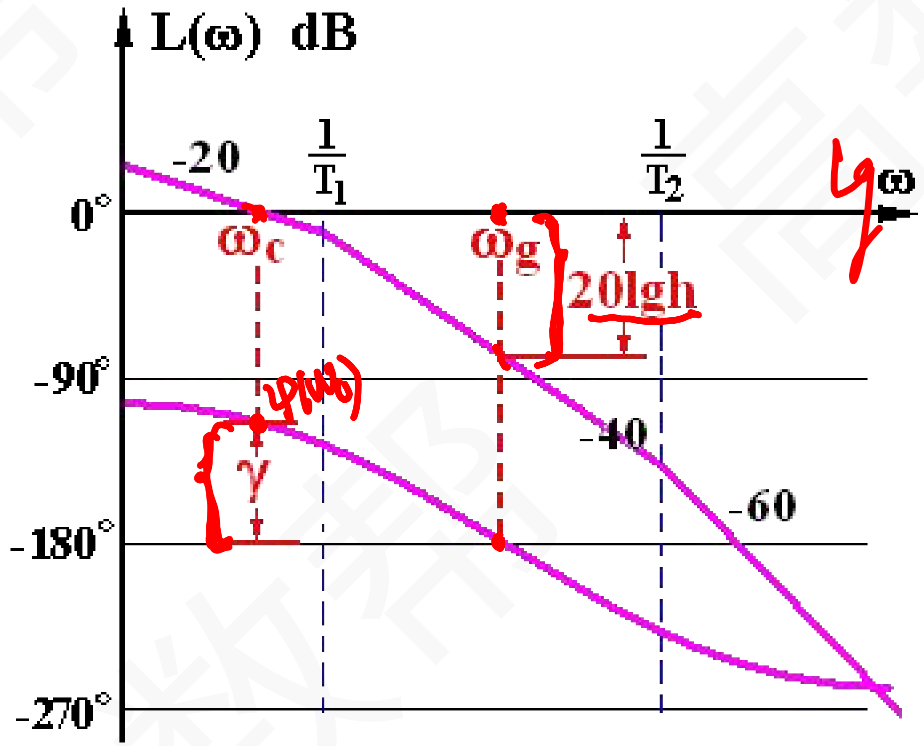
$20\lg w=0 \Rightarrow 10^0=1$

① 截止频率 ω_c　　令 $|G(j\omega_c)|=1 \Rightarrow w_c$

相角裕度 γ　　$\gamma(\omega_c)=180^\circ+\varphi(\omega_c)$

② 相角交界频率 ω_g　　令 $\angle G(j\omega_g)=-180^\circ \Rightarrow w_g$

幅值裕度 h　　$h=\dfrac{1}{|G(j\omega_g)|}$



$G(jw)=\dfrac{(jw+2)}{(jw+1)(jw+3)}$

① 令 $\left|\dfrac{(jw+2)}{(jw+1)(jw+3)}\right|=1 \Rightarrow w_c \Rightarrow \gamma$

② $\arctan\frac{w}{2}-\arctan w-\arctan\frac{w}{3}=-180^\circ \Rightarrow w_g \Rightarrow h$

$\omega_c \to \gamma$

题5.开环频域性能指标中的相角裕度，对应时域性能指标(A)

e_{ss}

A、超调　B、稳态误差　C、调节时间　D、峰值时间　　答案：A

t_s　t_p

γ越大 超调越小

$\uparrow M_r$(谐振峰值) $\to \sigma\% \uparrow$

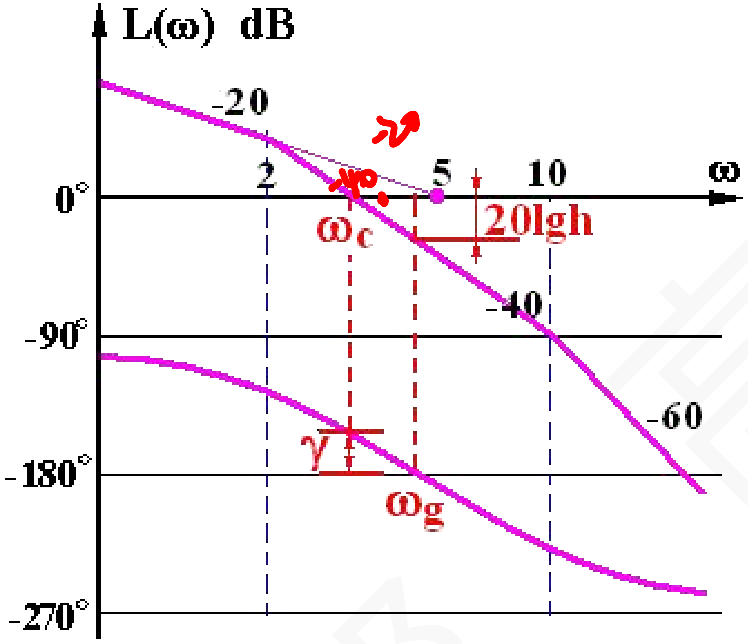
题6.若某最小相位系统的相角裕度$\gamma > 0^\circ$ 则下列说法正确的是 (C)。

A、不稳定;　B、只有当幅值裕度$k_g > 1$时才稳定;

C、稳定;　D、不能判用相角裕度判断系统的稳定性。

答案：C

题7：绘制Bode图并求出稳定裕度 $\left\{ \begin{array}{l} \gamma \\ h \end{array} \right.$



$$G(s)=\frac{5}{s(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{10}+1)}$$

① 截止频率 ω_c : $\left\{ \begin{array}{l} ① |G(j\omega_c)|=1 \\ ② \text{图形法} \end{array} \right.$

$\frac{5}{\omega_c}=\frac{\omega_c}{2} \to \omega_c=\sqrt{10}=3.16$

② $\omega_c \to \gamma$ $\quad \gamma=180°+\angle G(j\omega_c)$

$=180°+[-90°-\arctan\frac{\omega}{2}-\arctan\frac{\omega}{10}]$

$=90°-57.67-17.5°=14.8$

③ 穿越频率：令 $\angle G(j\omega_g)=-180°$

$-90°-\arctan\frac{\omega}{2}-\arctan\frac{\omega}{10}=-180°$

$\arctan\frac{\omega}{2}+\arctan\frac{\omega}{10}=90°$

两边取tan $\quad \frac{\frac{\omega}{2}+\frac{\omega}{10}}{1-\frac{\omega}{2}\cdot\frac{\omega}{10}}=\infty$

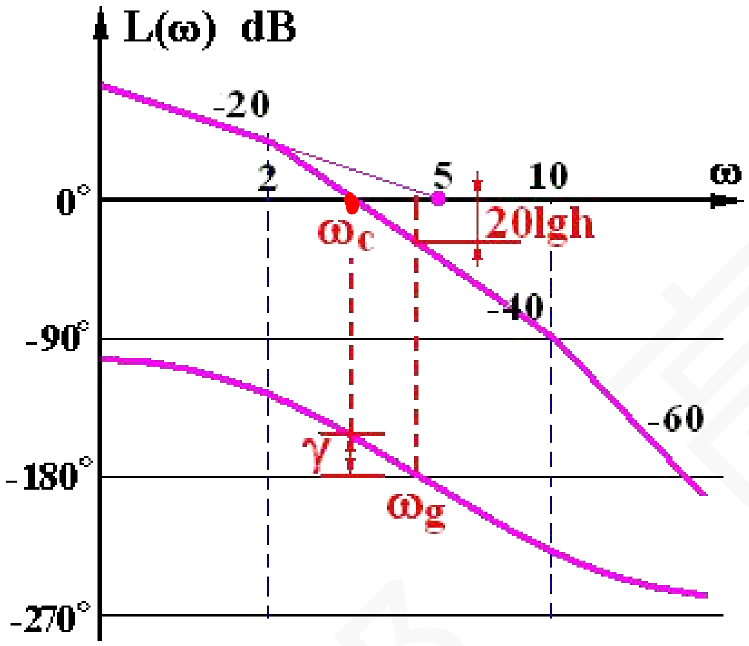
$\tan 90=\infty$

得 $1=\frac{\omega^2}{20}$

得 $\omega=\sqrt{20}=4.47$

④ h $\quad 20\lg G(j\omega_g)$

题7：绘制Bode图并求出稳定裕度



$$G(s)=\frac{5}{s(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{10}+1)}$$

1.根据图形求出截止频率 $|G(j\omega_c)|=1$ → W_c

方法1 $=\frac{5}{\omega_c\cdot\frac{\omega_c}{2}\cdot 1}=\frac{10}{\omega_c^2}=1$ $\quad \omega_c=\sqrt{10}=3.16$

2.根据Wc求出 γ

$$\gamma=180°+\angle G(j\omega_c)=180°+\varphi(3.16)$$

$$=180°-90°-\arctan\frac{3.16}{2}-\arctan\frac{3.16}{10}$$

$$=90°-57.67°-17.541°=14.8°$$

3.求出穿越频率 $\angle G(j\omega_g)=-180°\rightarrow \omega_g$

$$\omega_g=\sqrt{2\times 10}=4.47$$

$$h=\frac{1}{|G(j4.47)|}=\frac{1}{0.4167}=2.4$$ 幅裕度