

知识点Z4.9

单边谱和双边谱的关系

主要内容:

单边谱和双边谱的关系

基本要求:

熟练掌握单边谱和双边谱的频谱图的绘制



Z4.9单边谱和双边谱的关系

$$\cos n\Omega t = \frac{1}{2}(e^{jn\Omega t} + e^{-jn\Omega t})$$

关系:

$$F_n = |F_n|e^{j\varphi_n} = \frac{1}{2}A_n e^{j\varphi_n}$$

$$|F_n| = \frac{1}{2}A_n \quad \varphi_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n}$$

$|F_n|$ 是 n 的偶函数，双边幅度谱的谱线高度为单边幅度谱的一半，且关于纵轴对称；而直流分量值不变。

φ_n 是 n 的奇函数，双边相位谱可以由单边相位谱直接关于零点奇对称。



例：周期信号 $f(t) = 1 - \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{4}\sin(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{6})$

求基波角频率 Ω ，平均功率 P ，画出频谱图。

解 化为标准形式：

$$f(t) = 1 + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3} + \pi\right) + \frac{1}{4}\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ 的周期 } T_1 = 8 \quad \frac{1}{4}\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ 的周期 } T_2 = 6$$

$f(t)$ 的周期： **$T = 24$** 基波角频率： **$\Omega = 2\pi/T = \pi/12$**

根据帕斯瓦尔等式 $P = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{37}{32}$



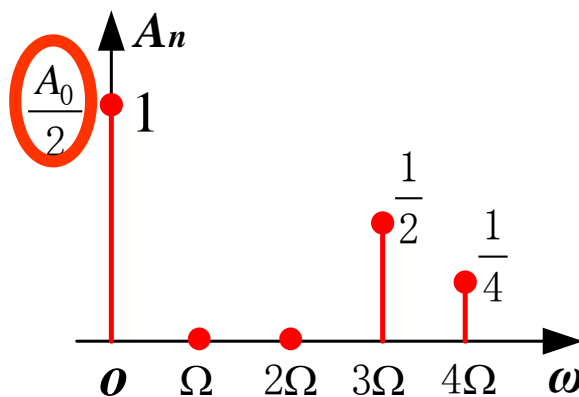
4.3 周期信号的频谱及特点

$$f(t) = 1 + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4} \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

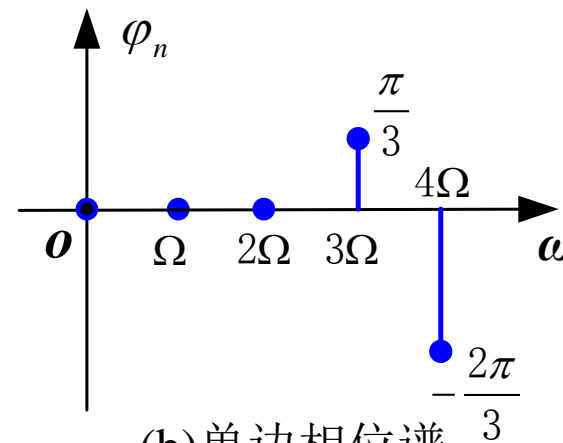
1 是 $f(t)$ 的直流分量。

$\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right)$ 是 $f(t)$ 的 $[\pi/4]/[\pi/12] = 3$ 次谐波分量；

$\frac{1}{4} \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{2\pi}{3}\right)$ 是 $f(t)$ 的 $[\pi/3]/[\pi/12] = 4$ 次谐波分量；



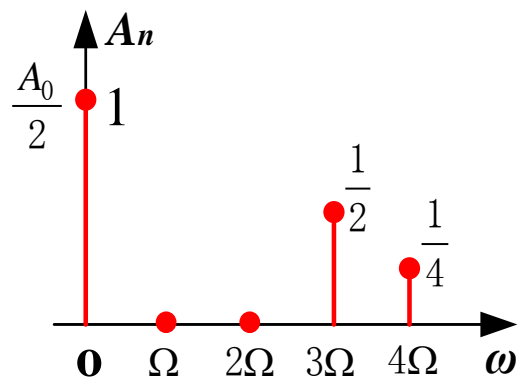
(a) 单边幅度谱



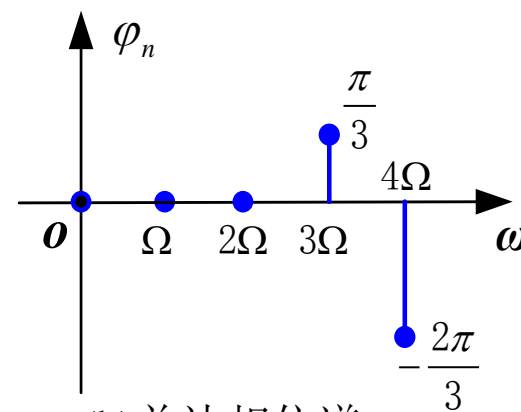
(b) 单边相位谱



4.3 周期信号的频谱及特点



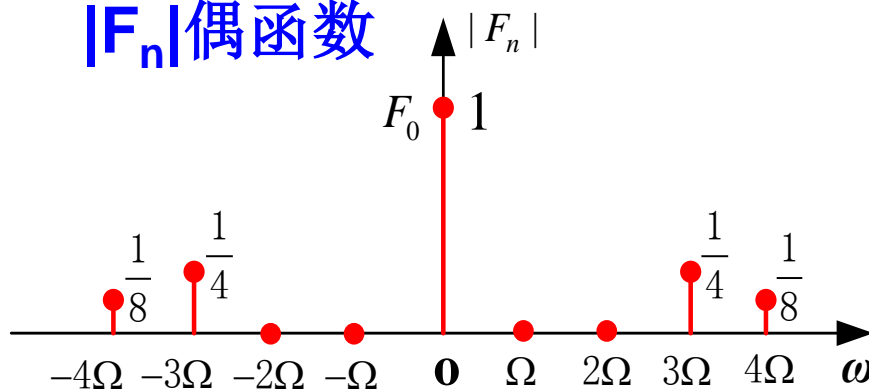
(a) 单边幅度谱



(b) 单边相位谱

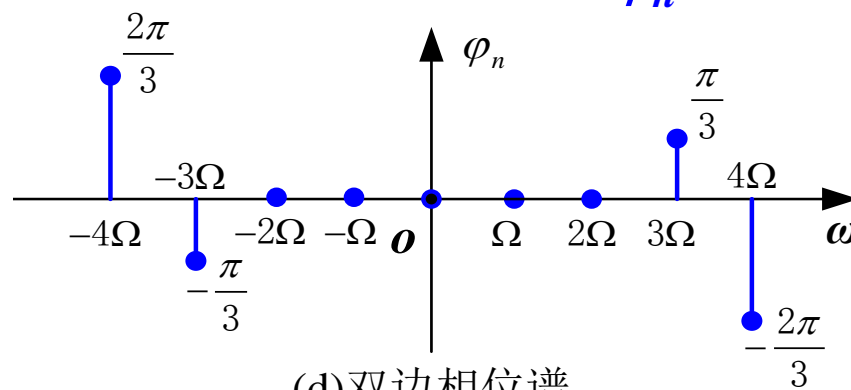
$$|F_n| = \frac{1}{2} A_n$$

$|F_n|$ 偶函数



(c) 双边幅度谱

φ_n 奇函数



(d) 双边相位谱

