

知识点Z3.19

卷积和的图解法

主要内容:

卷积和的图解法

基本要求:

了解卷积和的图解过程



Z3.19 卷积和的图解法

$$f(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(k-i)$$

卷积图解法可分解为**五步**：

- (1)**换元**： k 换为 $i \rightarrow$ 得 $f_1(i)$, $f_2(i)$;
- (2)**反转**： 将 $f_2(i)$ 以纵坐标为轴线反转，成为 $f_2(-i)$;
- (3)**平移**： 将 $f_2(-i)$ 沿 i 轴正方向平移 k 个单位 $\rightarrow f_2(k-i)$;
- (4)**乘积**： $f_1(i) f_2(k-i)$;
- (5)**求和**： i 从 $-\infty$ 到 ∞ 对乘积项求和。

注意： k 为参变量。



3.3 卷积和

例1 $f_1(k)$ 和 $f_2(k)$ 如图所示, 已知
 $f(k) = f_1(k) * f_2(k)$, 求 $f(2)$ 。

解:

$$f(2) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(2-i)$$

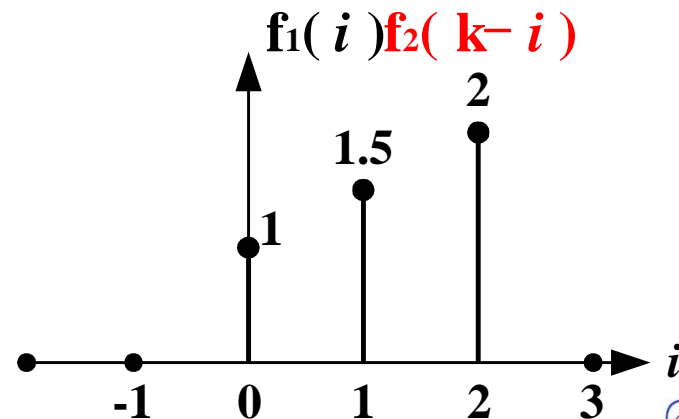
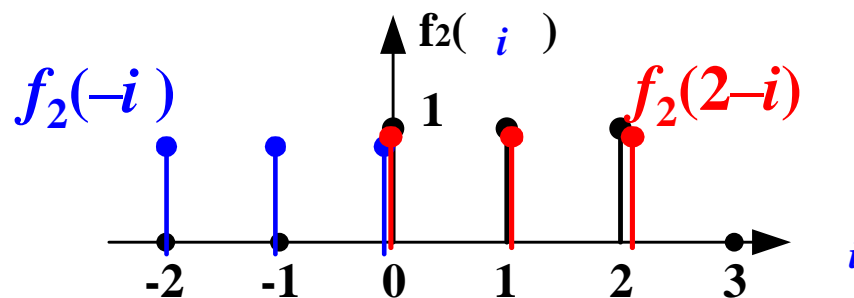
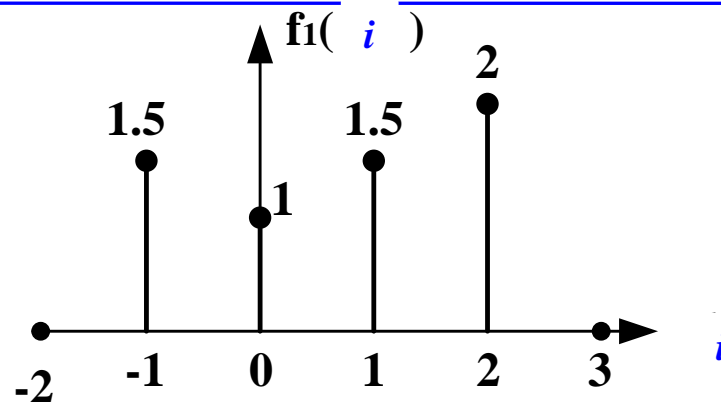
(1) 换元

(2) $f_2(i)$ 反转得 $f_2(-i)$

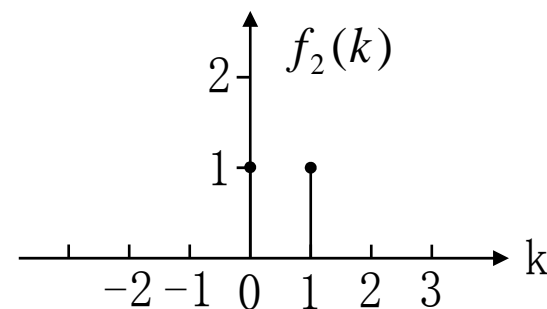
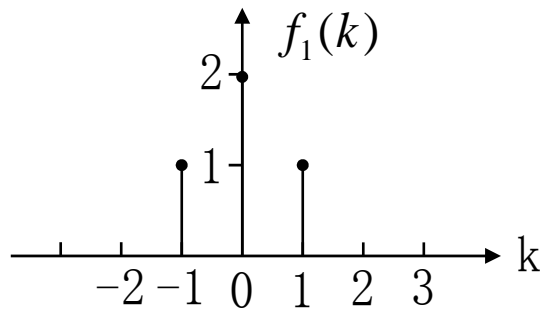
(3) $f_2(-i)$ 右移2得 $f_2(2-i)$

(4) $f_1(i)$ 乘 $f_2(2-i)$

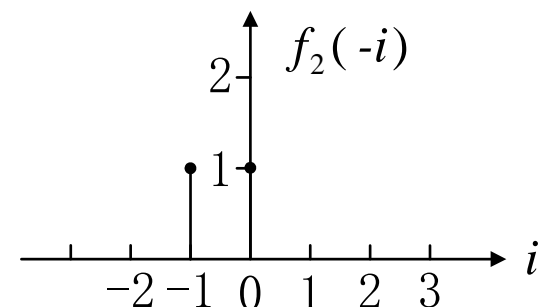
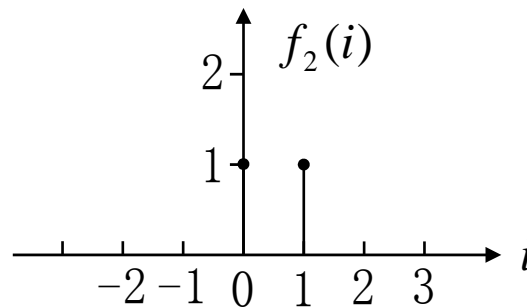
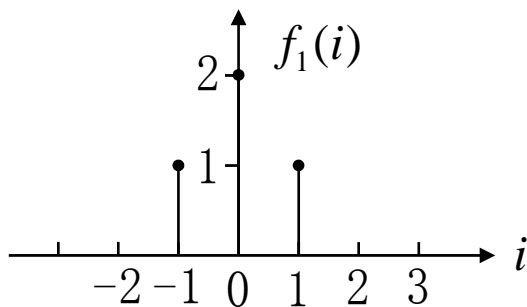
(5) 求和, 得 $f(2) = 4.5$



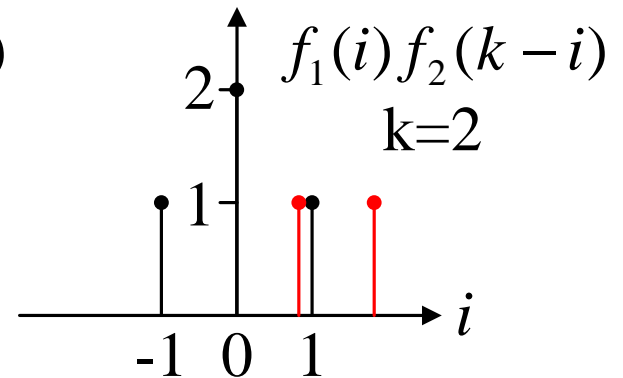
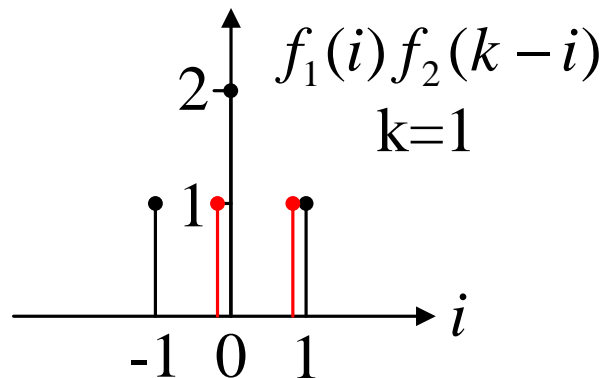
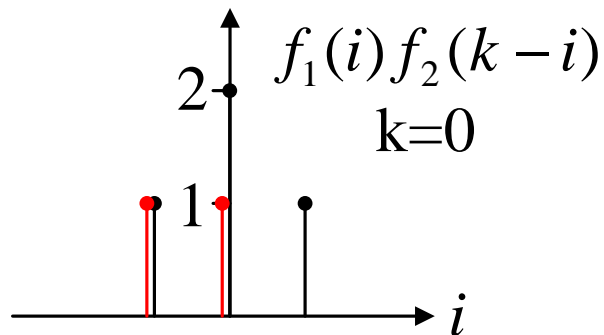
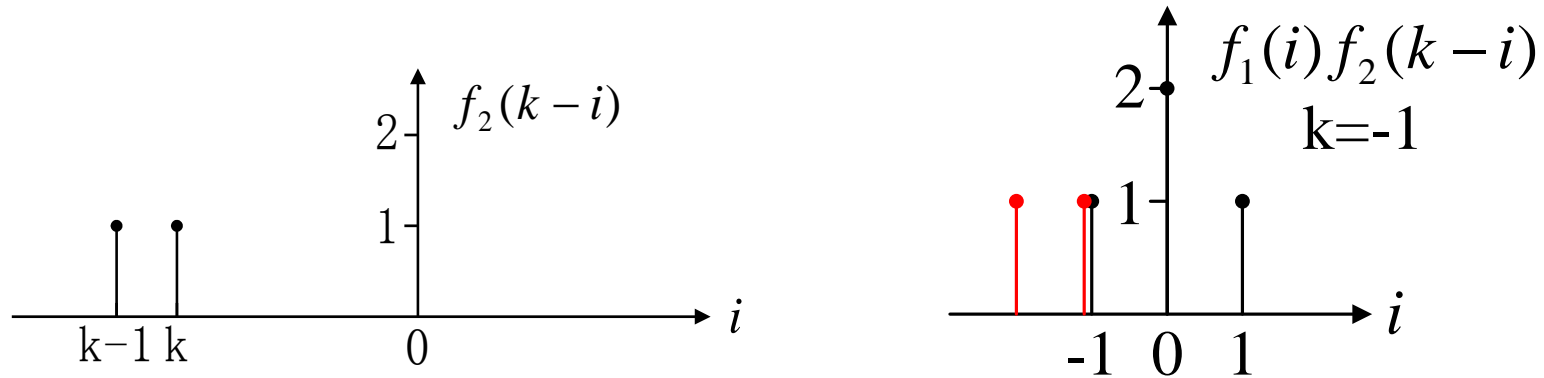
例2 求 $f_1(k) * f_2(k)$



解: (1)换元 $f_1(i)$, $f_2(i)$, 反转得 $f_2(-i)$



(2) $f_2(-i)$ 向右移 k 得 $f_2(k-i)$, 求 $f_1(i)f_2(k-i)$



(3)求 $f_1(k) * f_2(k)$:

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(k-i)$$
$$= \begin{cases} 0, & k \leq -2 \\ \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(-1-i) = 1, & k = -1 \\ \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(0-i) = 3, & k = 0 \\ \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(1-i) = 3, & k = 1 \\ \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(2-i) = 1, & k = 2 \\ 0, & k \geq 3 \end{cases}$$

