

知识点Z4.21

频移特性

主要内容:

傅里叶变换的频移特性

基本要求:

- 1.掌握傅里叶变换频移特性的基本概念
- 2.掌握信号频谱搬移的基本概念
- 3.了解通信中调制、解调的基本原理



Z4.21频移特性

若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$ 则 $e^{\mp j\omega_0 t} f(t) \leftrightarrow F[j(\omega \pm \omega_0)]$, ω_0 为实常数。

证明: $F[e^{\mp j\omega_0 t} f(t)]$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{\mp j\omega_0 t} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

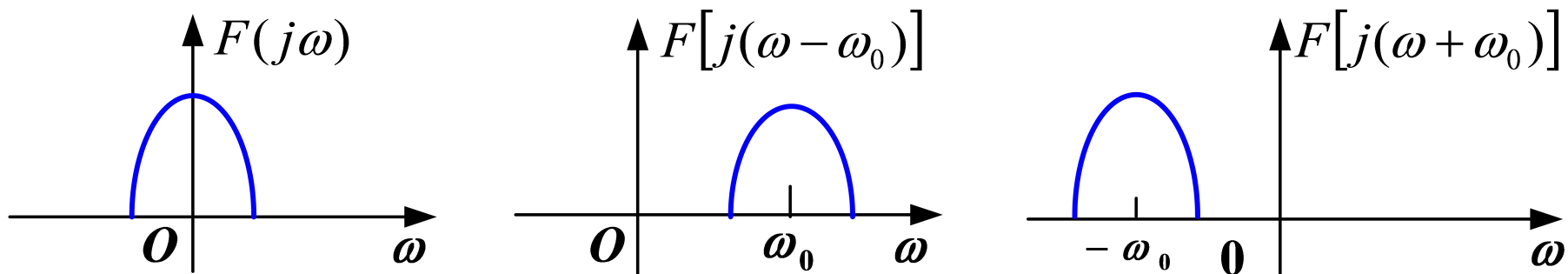
$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega \pm \omega_0)t} dt$$

$$= F[j(\omega \pm \omega_0)]$$

注意±号

频移特性的实质是**频谱搬移**，它是通信理论中信号**调制与解调**的理论基础。





- 时域 $f(t)$ 乘 $e^{j\omega_0 t}$, 频域 **频谱搬移** — 右移 ω_0 ;
- 时域 $f(t)$ 乘 $e^{-j\omega_0 t}$, 频域 **频谱搬移** — 左移 ω_0 。

例1 $f(t) = e^{-j\omega_0 t} \longleftrightarrow F(j\omega) = ?$

解:

$$1 \longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$$

$$e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$



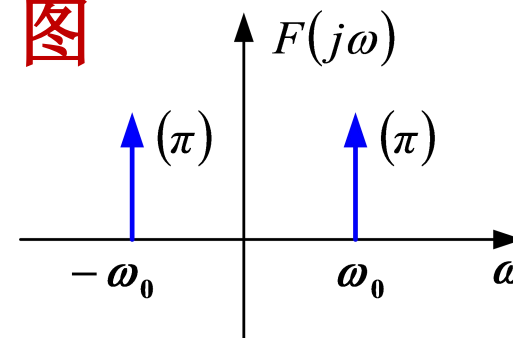
4.5 傅里叶变换的性质

例2 $f(t) = \cos \omega_0 t \longleftrightarrow F(j\omega) = ?$

解: $\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega_0 t}$

$$F(j\omega) = \pi [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

cos($\omega_0 t$)频谱图

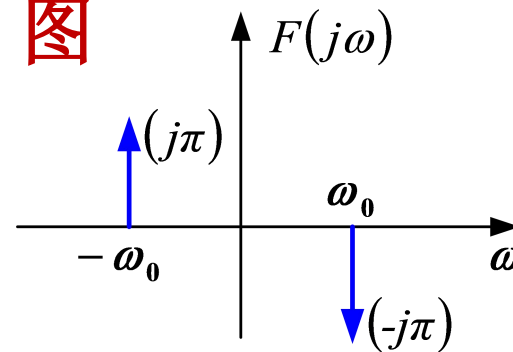


例3 $f(t) = \sin \omega_0 t \longleftrightarrow F(j\omega) = ?$

解: $\sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2j} [e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}]$

$$F(j\omega) = j\pi [\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$$

sin($\omega_0 t$)频谱图

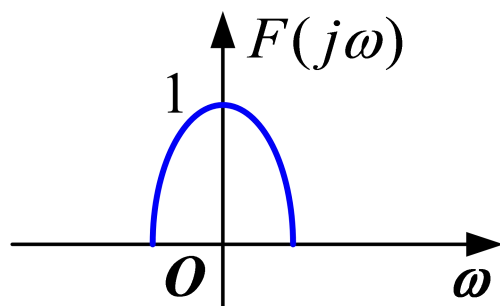


例4 $f(t)\cos \omega_0 t \longleftrightarrow ?$

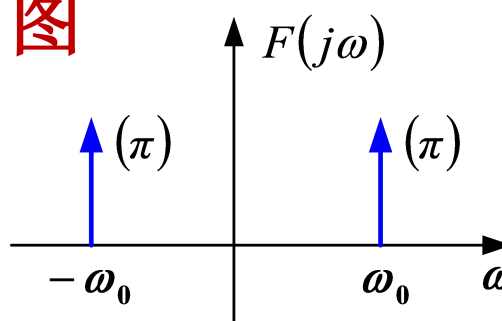
解:
$$f(t)\cos(\omega_0 t) = f(t)\left[\frac{1}{2}e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2}e^{-j\omega_0 t}\right]$$

$$\longleftrightarrow \frac{1}{2}F[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2}F[j(\omega + \omega_0)]$$

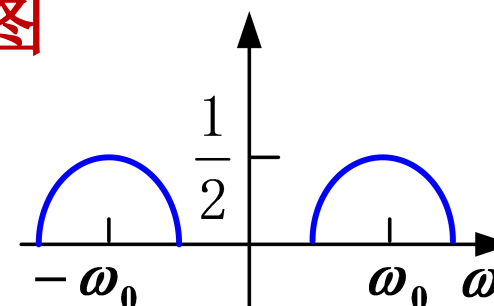
$f(t)$ 频谱图



$\cos(\omega_0 t)$ 频谱图



$f(t)\cos(\omega_0 t)$ 频谱图



$\cos(\omega_0 t)$ 调制信号—**载波**

ω_0 调制频率—**载频**

