知识点Z4.14

傅里叶变换

主要内容：

1.傅里叶变换

2.傅里叶反变换

基本要求：

1.熟练掌握傅里叶变换和傅里叶反变换的计算公式

2.了解傅里叶变换存在的条件

1 . 傅里叶变换

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$F(j\omega)$ 称为$f(t)$的傅里叶变换。

$F(j\omega)$一般是复函数，写为

$$F(j\omega)=\left|F(j\omega)\right|e^{j\varphi(\omega)}$$

$\left|F(j\omega)\right| \sim \omega$　幅度频谱，频率ω的偶函数

$\varphi(\omega) \sim \omega$　相位频谱，频率ω的奇函数

2. 傅里叶反变换

根据傅里叶级数 $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \mathrm{e}^{jn\Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n T \mathrm{e}^{jn\Omega t} \dfrac{1}{T}$

T→ ∞时:

$\Omega \rightarrow$ $\mathbf{d\omega}$ （无穷小量）

$n\,\Omega \rightarrow$ $\boldsymbol{\omega}$ （离散→连续）

$$\lim_{T\to\infty} F_n T \rightarrow F(j\omega)$$

$$\frac{1}{T}=\frac{\Omega}{2\pi}\rightarrow\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}$$

$$\Sigma \rightarrow \int$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

傅里叶反变换或原函数

3. 傅里叶变换对

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

傅里叶变换式“−”

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

傅里叶反变换式“+”

简记为：

$$F(j\omega)=\mathscr{F}[f(t)]$$

$$f(t)=\mathscr{F}^{-1}[F(j\omega)]$$

或 $f(t)\leftrightarrow F(j\omega)$

4. 说明

(1)前面推导并未遵循严格的数学步骤。可证明，函数 $f(t)$的傅里叶变换存在的充分条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| f(t) \right| \mathrm{d}t < \infty$$

（说明：所有能量信号均满足此条件。）

(2)用下列关系还可方便计算一些积分

$$F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$$

$$f(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)\mathrm{d}\omega$$