知识点K2.12

系统函数$H(z)$

主要内容：

系统函数$H(z)$的定义

基本要求：

系统函数$H(z)$的定义方法

K2.12 系统函数*H*(*z*)

1、定义：

$$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}$$

2、物理意义：

$$H(z)=\mathscr{Z}[h(k)]$$

3、计算方法：

（1） $H(z)=\dfrac{Y_{zs}(z)}{F(z)}$

（2） $H(z)=\mathscr{Z}[h(k)]$

（3）由系统差分方程求*H*(*z*)

例1某LTI系统输入 $f(k)=(-0.5)^k\varepsilon(k)$ 时，零状态响应为

$$y_{zs}(k)=[\frac{3}{2}(\frac{1}{2})^k+4(-\frac{1}{3})^k-\frac{9}{2}(-\frac{1}{2})^k]\varepsilon(k)$$

求该系统的单位序列响应*h*(*k*)和描述系统的差分方程。

解：(1) 先求系统函数：

$$f(k)=(-0.5)^k\varepsilon(k)\leftrightarrow F(z)=\frac{z}{z+0.5}$$

$$y_{zs}(k)=[\frac{3}{2}(\frac{1}{2})^k+4(-\frac{1}{3})^k-\frac{9}{2}(-\frac{1}{2})^k]\varepsilon(k)\leftrightarrow$$

$$Y_{zs}(z)=\frac{\frac{3}{2}z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{4z}{z+\frac{1}{3}}+\frac{-\frac{9}{2}z}{z+\frac{1}{2}}$$

系统函数$H(z)$

$$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\frac{z^2+2z}{z^2-\frac{1}{6}z-\frac{1}{6}}=\frac{3z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-2z}{z+\frac{1}{3}}=\frac{1+2z^{-1}}{1-\frac{1}{6}z^{-1}-\frac{1}{6}z^{-2}}$$

(2) 求$h(k)$:

$$h(k)=\left[3\left(\frac{1}{2}\right)^k-2\left(-\frac{1}{3}\right)^k\right]\varepsilon(k)$$

(3) 求差分方程：由H(z)

$$(1-\frac{1}{6}z^{-1}-\frac{1}{6}z^{-2})Y_{zs}(z)=(1+2z^{-1})F(z)$$

由z变换的移序特性可得差分方程：

$$y(k)-\frac{1}{6}y(k-1)-\frac{1}{6}y(k-2)=f(k)+2f(k-1)$$

4、系统函数$H(z)$的应用：

（1）求 $y_{zs}(k)=\mathscr{Z}^{-1}[Y_{zs}(z)],\ Y_{zs}(z)=H(z)F(z);$

（2）求 $h(k)=\mathscr{Z}^{-1}[H(z)];$

（3）求 $f(k)=\mathscr{Z}^{-1}[F(z)],\ F(z)=\dfrac{Y_{zs}(z)}{H(z)};$

（4）表示系统特性：频率特性、稳定性等。