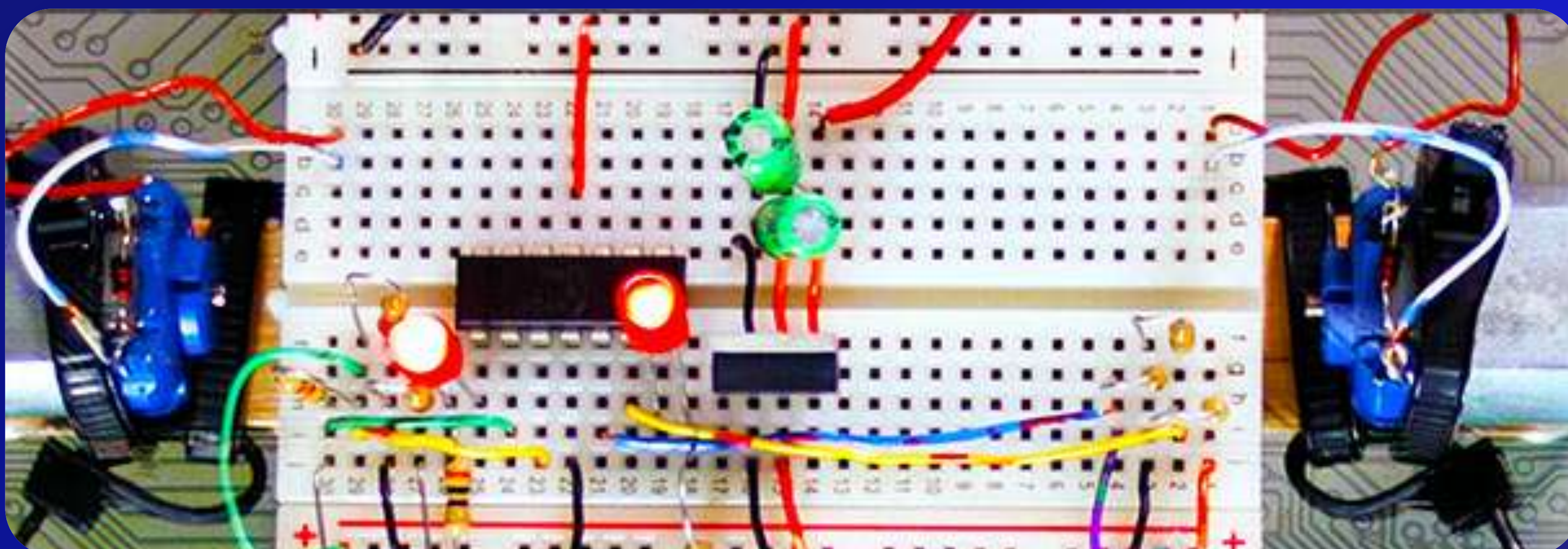
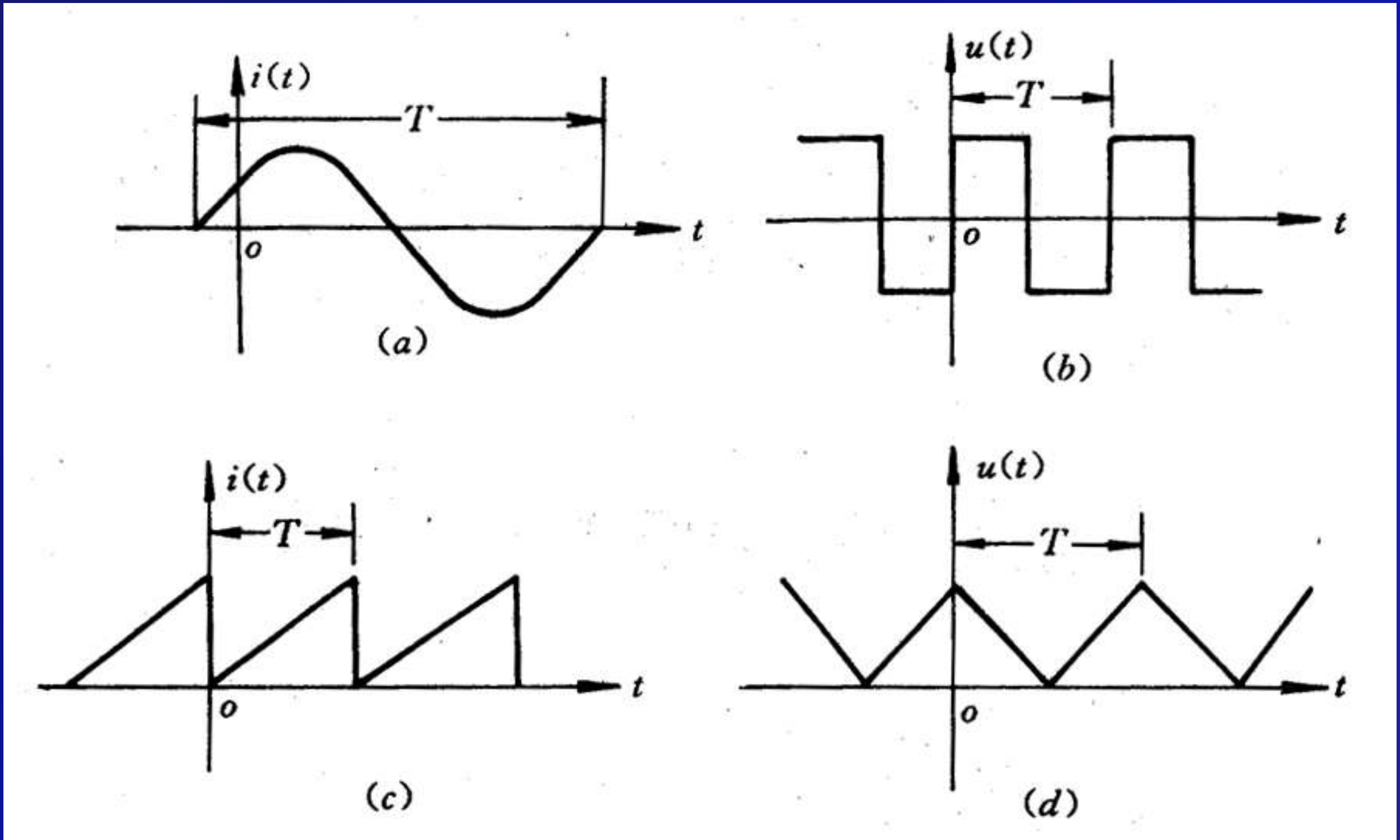
第七章正弦稳态分析



本章知识点

- 正弦量
- 正弦量的相量表示法
- 正弦稳态电路的相量模型
- 阻抗和导纳
- 正弦稳态电路的相量分析法
- 正弦稳态电路的功率
- 三相电路
- 非正弦周期电路的稳态分析

周期信号



● 周期信号

当变化的信号经过相同的时间间隔，瞬时值以同样的值和时序重复出现，称为周期信号。

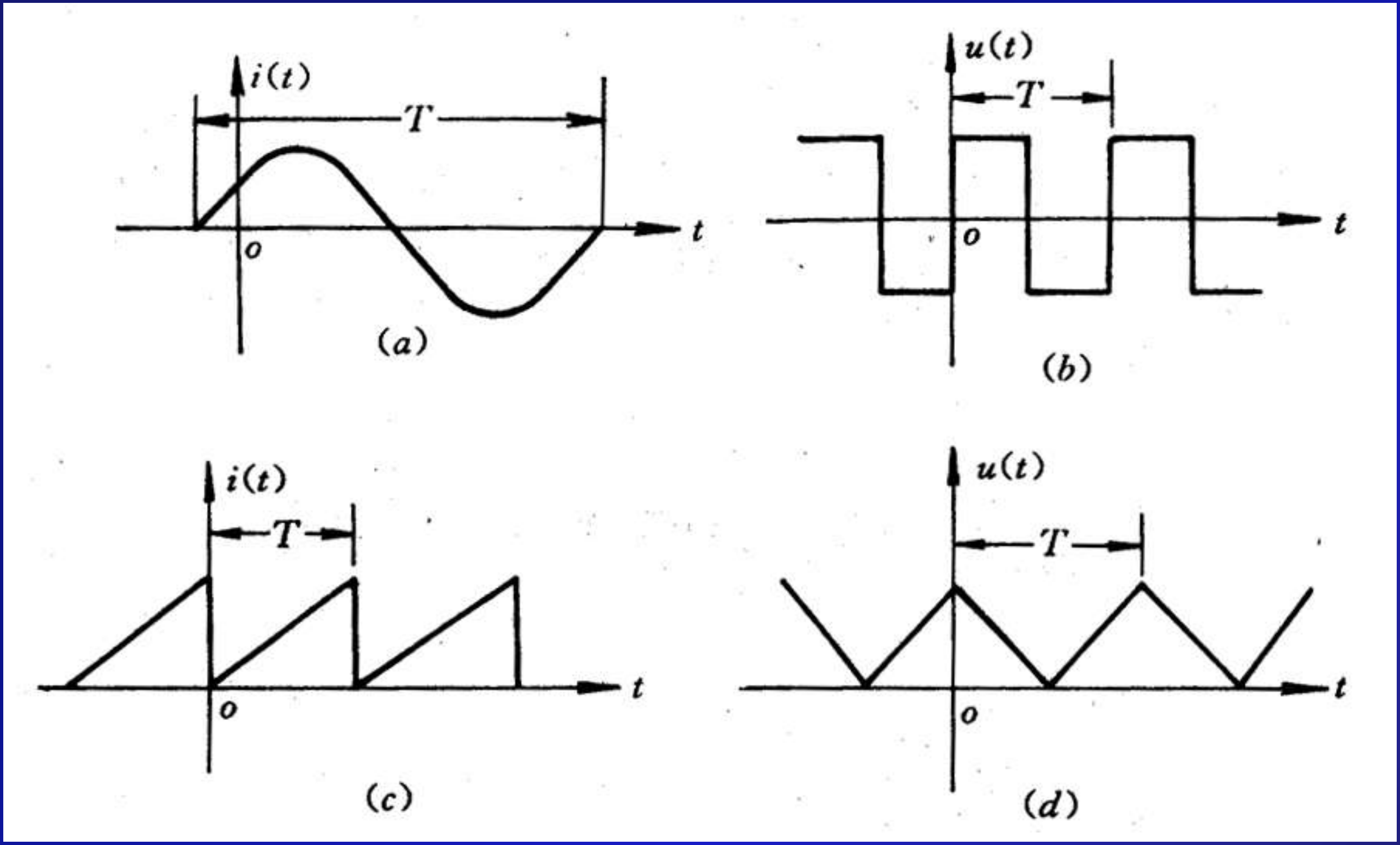
数学表达式为：$f(t)=f(t+kT)$

✓周期T（定义、单位）

✓频率f（定义、单位、举例）

✓角频率 ω （正弦信号）

周期信号的平均值



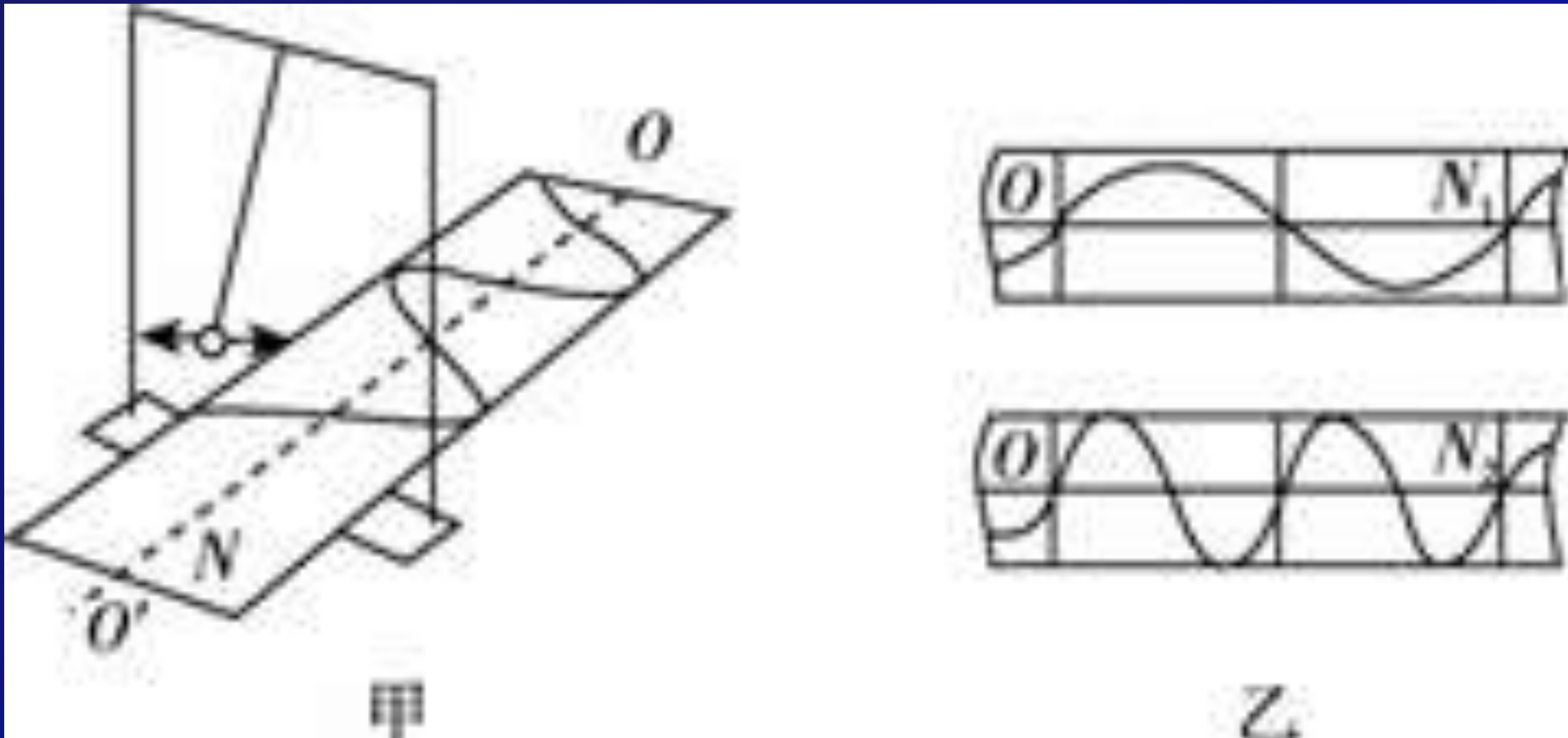
周期信号的平均值

周期信号在一个周期内的平均数值。

$$\bar{F}=\frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

交流信号

平均值为0的周期信号称为交流信号。

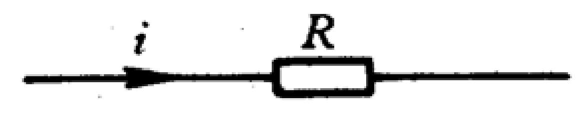


匀速地移动木板，作简谐振动的沙漏漏出的沙会在木板上形成正弦曲线。

● 正弦量

取定参考方向和初始时刻下，正弦量瞬时值的函数式定义为：

$$f(t)=F_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi)$$



F_{m}: 振幅；

ω: 角频率，rad/s；

$\omega t+\varphi$: 相位；弧度（rad）或度(°)。

φ: 初相位，$|\varphi|\le\pi$ ；

由于正弦信号变化一周，其相位角变化了2π弧度，于是有

$$[\omega(t+T)+\varphi_i]-(\omega t+\varphi_i)=2\pi$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

ω表示了单位时间正弦信号变化的弧度数，称为角频率。

其单位是弧度/秒(rad/s)。

●正弦量的三要素

①振幅F_m：整个变化过程所能达到的最大值；

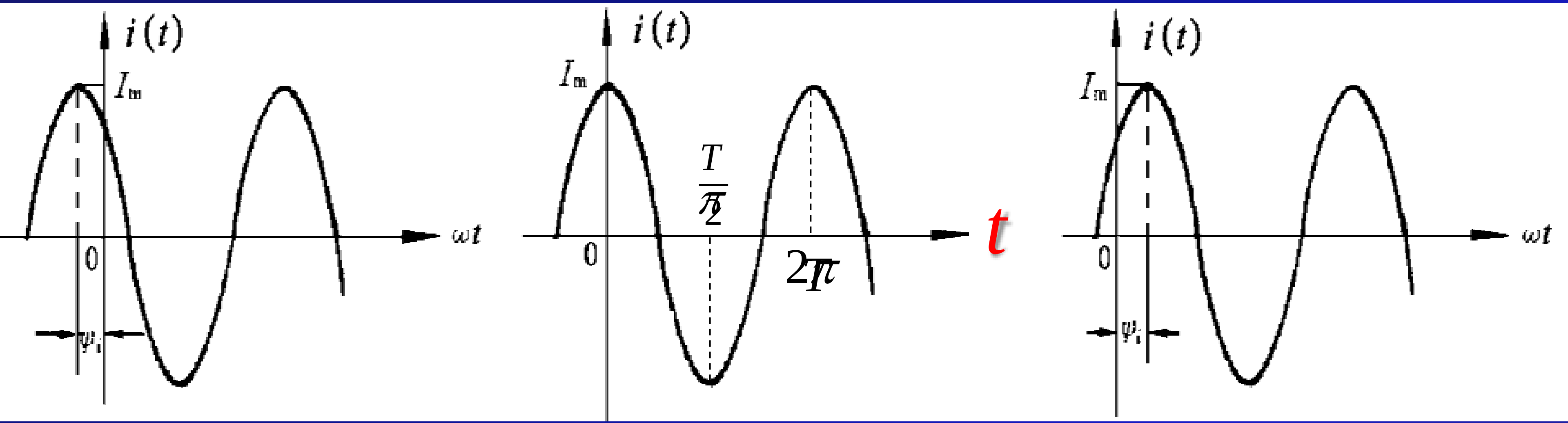
②角频率 ω：相位角随时间变化的快慢；或单位时间内增加的相位角，定义为：

$$\omega = \frac{d(\omega t + \varphi)}{dt}$$

③初相φ：正弦量在起始时刻的相位角，反映了正弦量的初始值，定义为：

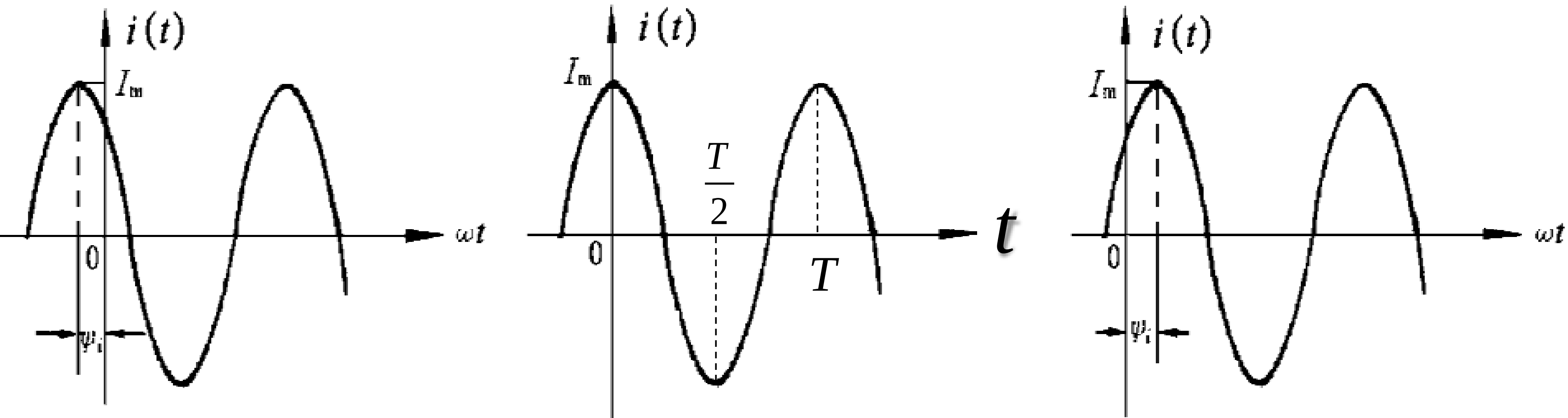
$$\omega t + \varphi \big|_{t=0} = \varphi$$

$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi)$ 波形图表示如下



(a) $\varphi>0$ (b) $\varphi=0$ (c) $\varphi<0$

作波形图时，常以 ωt 为横轴坐标。



(a) $\varphi > 0$　　(b) $\varphi = 0$　　(c) $\varphi < 0$

正弦量的波形上**距原点最近的正峰值点与原点间的距离**即为正弦量的初相。

如**从该点到原点的走向与时间轴方向一致**，则初相为**正值**；否则，为负值。

例1(P190例7-1)试求正弦量

$$f(t) = -10\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$$

的振幅F_{m}、初相φ与频率f。

解：将正弦量表达式化为标准形式：

$$f(t) = 10\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6} + \pi) = 10\sin(100\pi t + \frac{5\pi}{6})$$

$$= 10\cos(100\pi t + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) = 10\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$F_{\mathrm{m}} = 10$， $\varphi = \pi/3$ rad,

$\omega = 100\pi$ rad/s， $f = \omega/2\pi = 50\mathrm{Hz}$

本章研究线性动态电路在正弦电源激励下的响应。

正弦稳态电路：

在线性时不变电路中，在正弦信号激励下，各响应皆与激励按同频率的正弦规律变化，称电路为处于正弦稳态。

●正弦量间的相位差

如两个同频率的正弦电流：

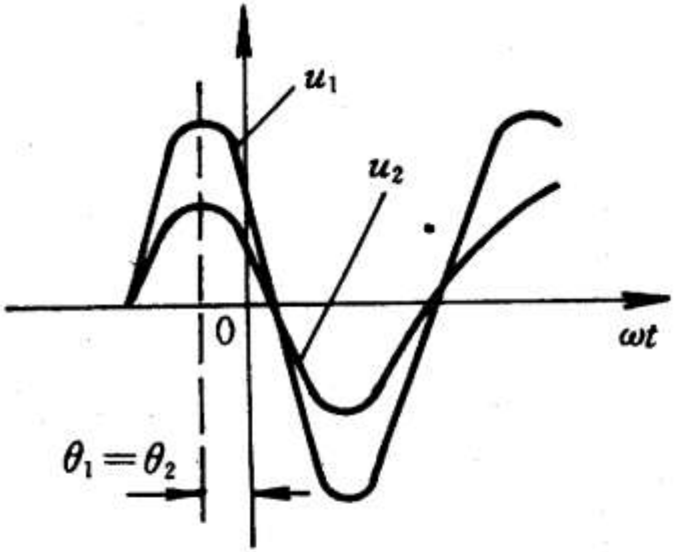
$$i_1(t) = I_{1m}\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$i_2(t) = I_{2m}\cos(\omega t + \varphi_2)$$

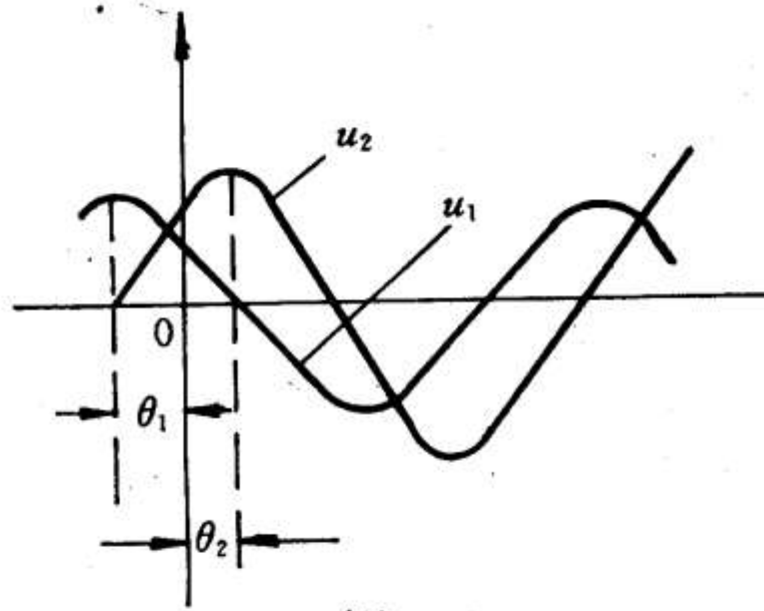
电流i_1(t)与i_2(t)间的相位差为

$$\theta = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$$

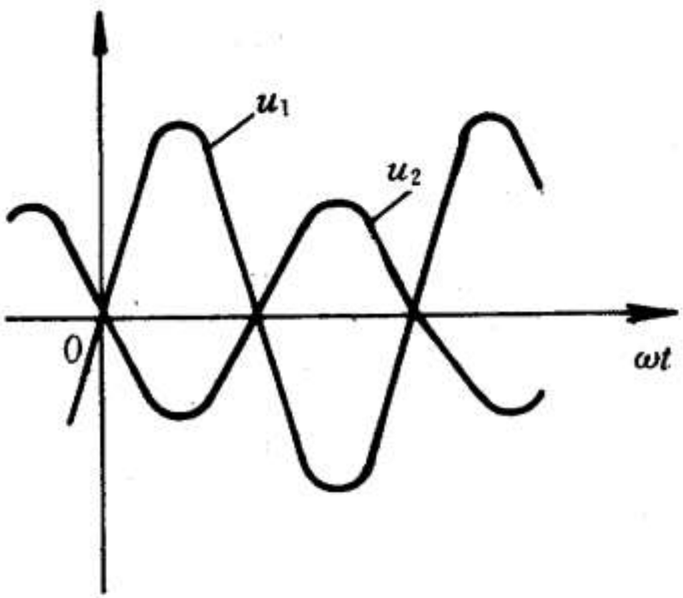
两个同频率正弦量在任意时刻的相位差等于它们初相之差，与时间t无关。


u_1
u_2
0
ωt
$\theta_1=\theta_2$

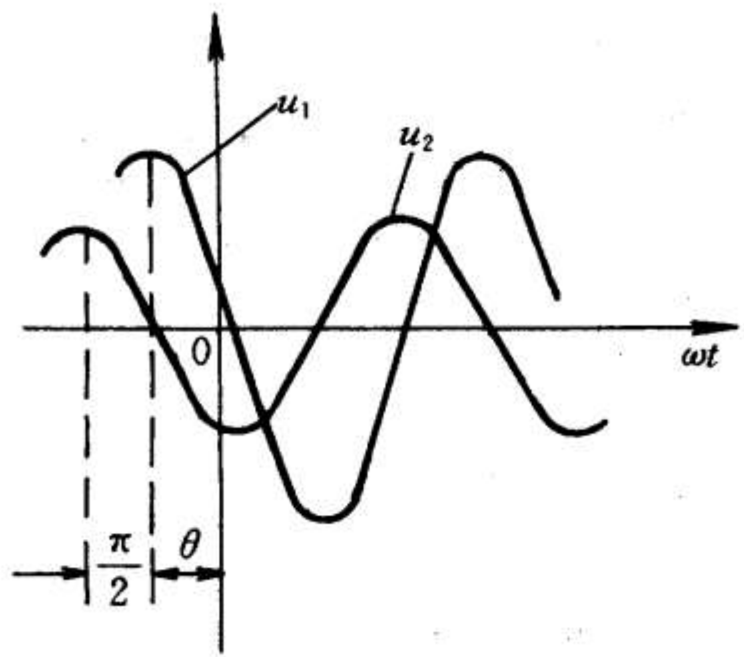
(a)


u_2
u_1
0
θ_1
θ_2

(b)


u_1
u_2
0
ωt

(c)


u_1
u_2
0
ωt
$\frac{\pi}{2}$
θ

(d)

相位差θ是衡量两个正弦信号在时间上的超前或滞后关系的依据：

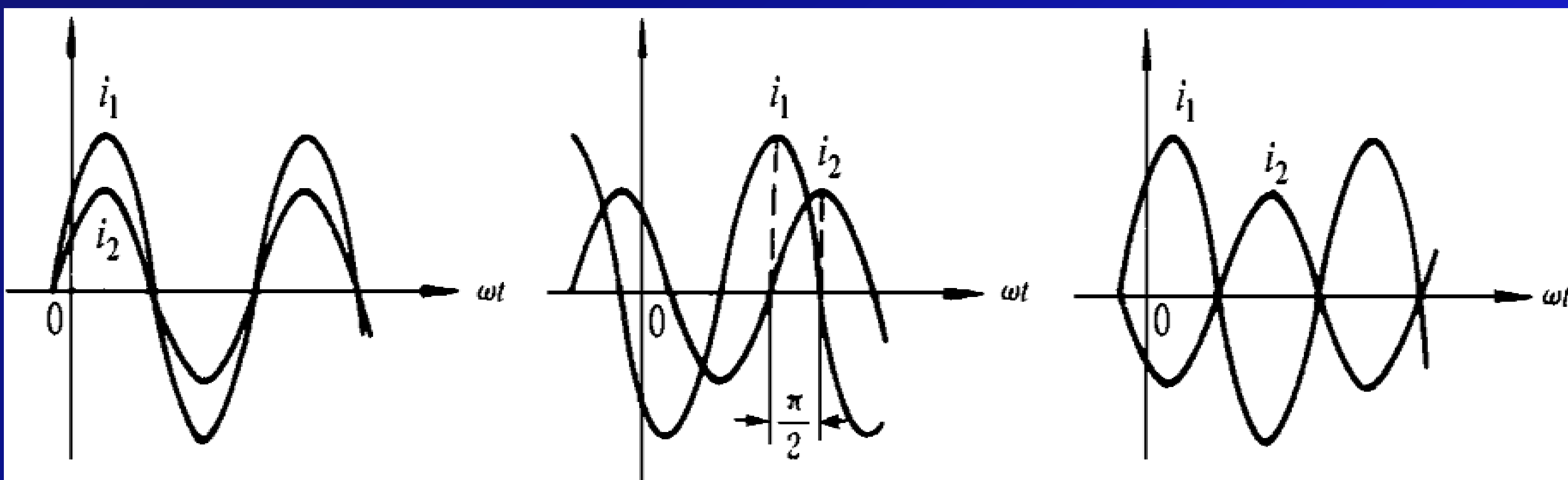
当$\theta=\varphi_1-\varphi_2>0$时，表明$i_1(t)$超前$i_2(t)$，超前的角度为θ 。

当$\theta=\varphi_1-\varphi_2<0$时，表明$i_1(t)$滞后$i_2(t)$，滞后的角度为$|\theta|$。

当$\theta=\varphi_1-\varphi_2=0$时， $i_1(t)$与$i_2(t)$同相；

当$\theta=\varphi_1-\varphi_2=\pm\pi$时， $i_1(t)$与$i_2(t)$反相；

当$\theta=\varphi_1-\varphi_2=\pm\pi/2$时， $i_1(t)$与$i_2(t)$正交。



（c） 同相 （d） 正交 （e） 反相

注意:

频率不同的两个正弦间的相位差为:

$$\theta(t)=(\omega_1 t+\varphi_1)-(\omega_2 t+\varphi_2)=(\omega_1-\omega_2)t+(\varphi_1-\varphi_2)$$

是时间t的函数，不再等于初相之差。

例2 已知正弦电压u(t)和电流i_1(t)，i_2(t)的表达式为 $u(t)=311\cos(\omega t-180^\circ)$ V

$i_1(t)=5\cos(\omega t-45^\circ)$ A, $i_2(t)=10\cos(\omega t+60^\circ)$ A

试求：u(t)与i_1(t)和i_2(t)的相位差。

解：$u(t)$与$i_1(t)$的相位差为

$$\theta=(-180)-(-45^\circ)=-135^\circ$$

$u(t)$与$i_2(t)$的相位差为

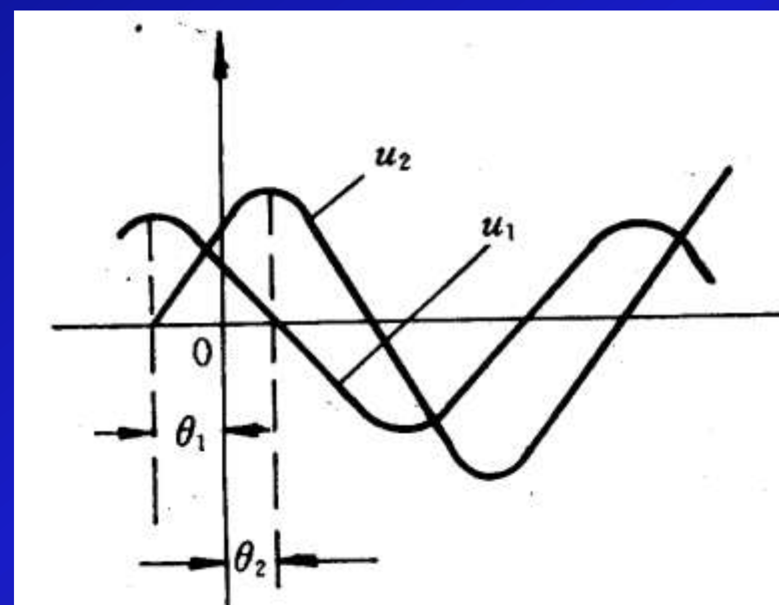
$$\theta=(-180)-60^\circ=-240^\circ$$

习惯上将相位差的范围控制在−180°到+180°之间。

如：我们不说电压$u(t)$与电流$i_2(t)$的相位差为−240°，而说电压$u(t)$与电流$i_2(t)$的相位差为(360°- 240°) =120°，即：$u(t)$超前于$i_2(t)$ 120°

$u(t)$与$i_2(t)$的相位差为

$$\theta = 120^{\circ}$$



●正弦量的有效值

在工程技术上，用有效值表示周期信号的大小。

“有效”的含义是指与直流信号相比在作功上的等效。