正弦稳态电路的相量分析法

电路分析的基本依据KVL、KCL和元件的VCR，以及电阻电路中的各种分析法、等效变换和定理，都可推广到正弦稳态电路的分析；

但要用电路的相量模型代替电路的时域模型。

主要步骤：

一、建立电路的**相量模型**

1、将时域模型中各电学变量(正弦量)用相应的相量表示在电路图上；

2、将时域模型中RLC元件参数用相应的阻抗(或导纳)表示；

二、根据KCL、KVL和元件VCR及一般分析方法，列相量形式电路方程，求解响应的相量表达式；

$$KCL:\ \sum_{k=1}^{n}\dot{I}_k=0 \qquad KVL:\ \sum_{k=1}^{n}\dot{U}_k=0$$

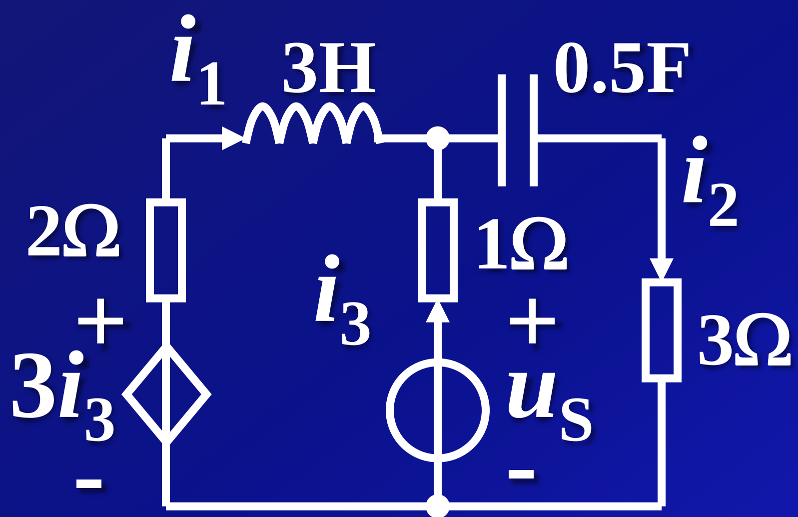
欧姆定律 $\dot{U}=Z\dot{I}$ $\dot{I}=Y\dot{U}$

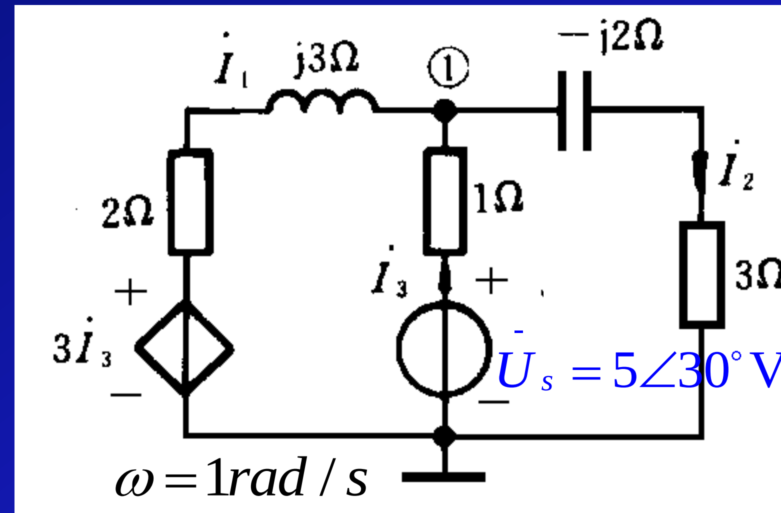
三、写出相应的时域表达式。

$$\dot{U}=Ue^{j\phi_u}=U\angle\phi_u \xrightarrow{\omega} u(t)=U\sqrt{2}\cos(\omega t+\phi_u)$$

$$\dot{I}=Ie^{j\phi_i}=I\angle\phi_i \xrightarrow{\omega} i(t)=I\sqrt{2}\cos(\omega t+\phi_i)$$

例19 用网孔法、节点法和戴维南定理求$i_2(t)$。已知：$u_S(t)=5\sqrt{2}\cos(t+30^\circ)\text{V}$



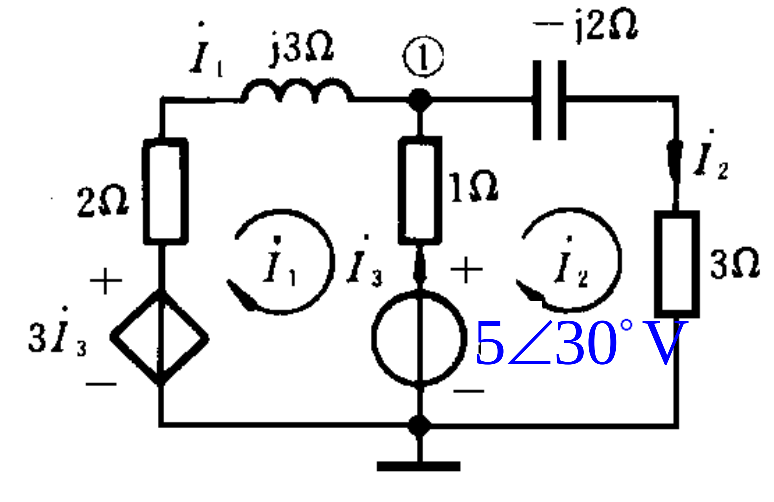


(b)

解：1) 建立相量模型如图(b)所示，

1、网孔分析

设网孔电流如右图，直接列出相量形式网孔方程：



(b)

$$\begin{cases} (3+j3)\dot{I}_1-\dot{I}_2=3\dot{I}_3-5\angle 30^\circ \\ -\dot{I}_1+(4-\mathrm{j}2)\dot{I}_2=5\angle 30^\circ \\ \dot{I}_3=\dot{I}_2-\dot{I}_1 \end{cases}$$

得方程

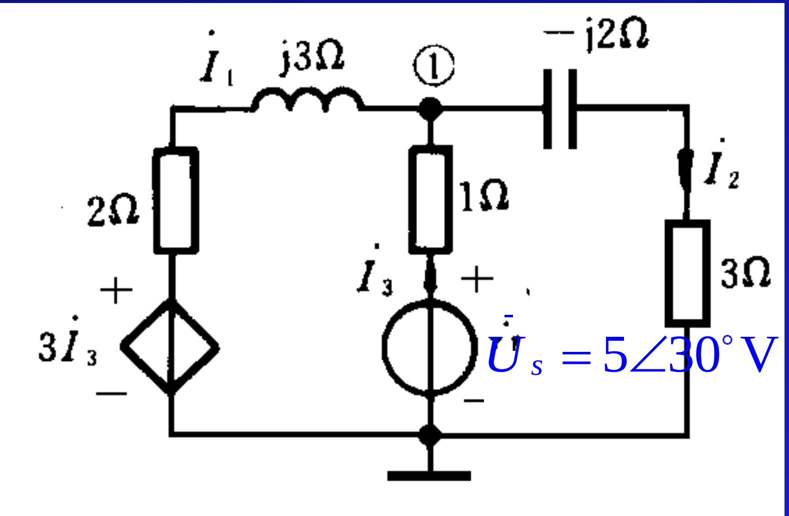
$$\begin{cases} (6+j3)\dot{I}_1-4\dot{I}_2=-5\angle 30^\circ \\ -\dot{I}_1+(4-\mathrm{j}2)\dot{I}_2=5\angle 30^\circ \end{cases}$$

解得 $\dot{I}_2=1.121\angle 60.96^\circ A$

$$i_2(t)=1.121\sqrt{2}\cos(t+60.96^\circ)\mathrm{A}$$

2、节点分析

列出节点电压方程



(b)

$$\left(\frac{1}{2+j3}+1+\frac{1}{3-j2}\right)\dot{U}_1$$

$$=\frac{3\dot{I}_3}{2+j3}+\frac{5\angle 30^\circ}{1}$$

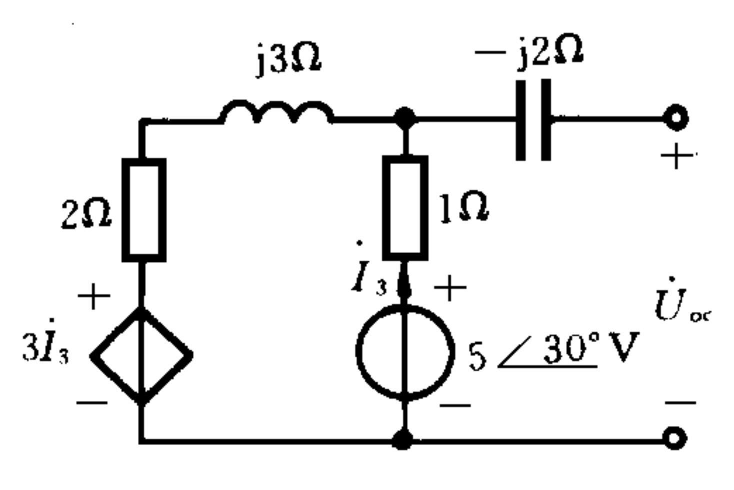
$$\dot{I}_3=-\frac{\dot{U}_1-\dot{U}_S}{1}=5\angle 30^\circ-\dot{U}_1$$

解得 $\dot{U}_1=4.043\angle 27.27^\circ\,\text{V}$ $\dot{I}_2=\dfrac{\dot{U}_1}{3-j2}=1.12\angle 60.96^\circ\,\text{A}$

$$i_2(t)=1.121\sqrt{2}\cos(t+60.96^\circ)\text{A}$$

3 用戴维南定理求

(1) 由图(c)电路求端口的开路电压。列回路方程：



(c)

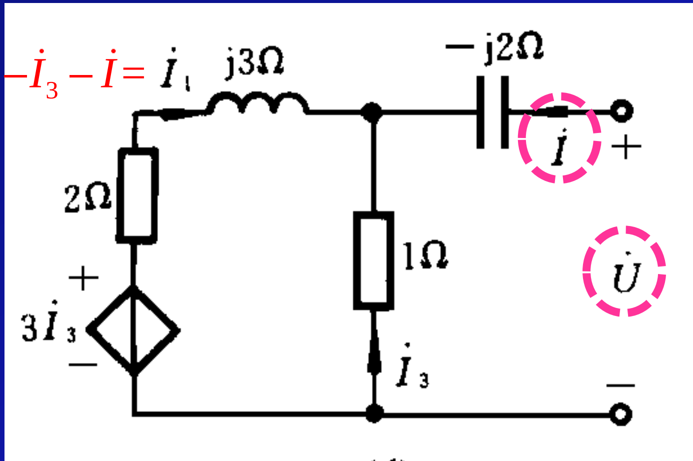
$$(3+j3)\dot{I}_3+3\dot{I}_3-5\angle 30^\circ=0$$

解得：

$$\dot{I}_3=\frac{5\angle 30^\circ}{6+\mathrm{j}3}\mathrm{A}$$

$$\dot{U}_{oc}=-\dot{I}_3+\dot{U}_S=\frac{5+\mathrm{j}3}{6+\mathrm{j}3}\times 5\angle 30^\circ\mathrm{V}$$

(2) 独立源置0，加压求流法，求图(d)输出阻抗Z_o。



(d)

$$(2+j3)(-\dot{I}_3-\dot{I})-\dot{I}_3-3\dot{I}_3=0$$

$$\therefore \dot{I}_3=\frac{-(2+j3)}{6+j3}\dot{I}$$

代入式 $-j2\dot{I}-\dot{I}_3=\dot{U}$ ，则：

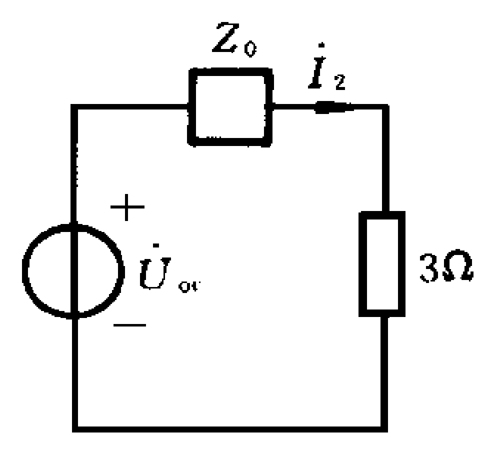
$$\dot{U}=-j2\dot{I}+\frac{2+j3}{6+j3}\dot{I}=\frac{8+j9}{6+j3}\dot{I}$$

$$Z_o=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{8+j9}{6+j3}\Omega$$

由图(e)得

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{oc}}{Z_o+3\Omega}=\frac{5+j3}{26}\times 5\angle 30^\circ=1.12\angle 60.96^\circ\,\text{A}$$

$$i_2(t)=1.121\sqrt{2}\cos(t+60.96^\circ)\,\text{A}$$



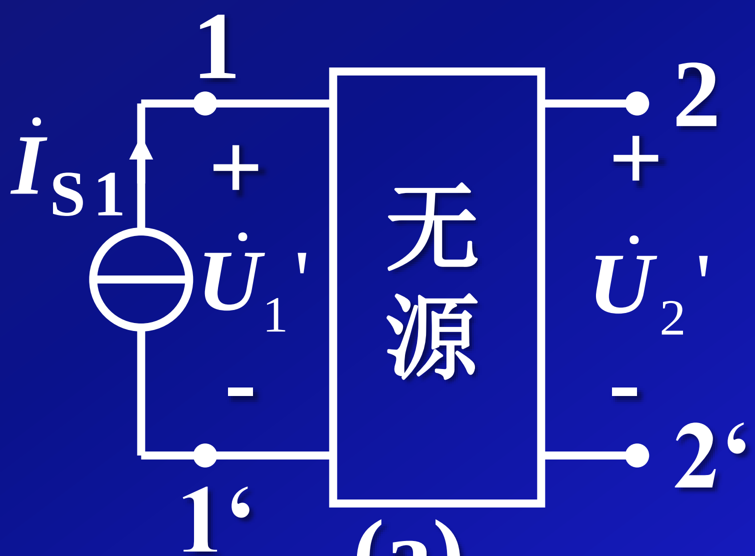
(e)

例20（P214例7-17） 已知图(a)中，

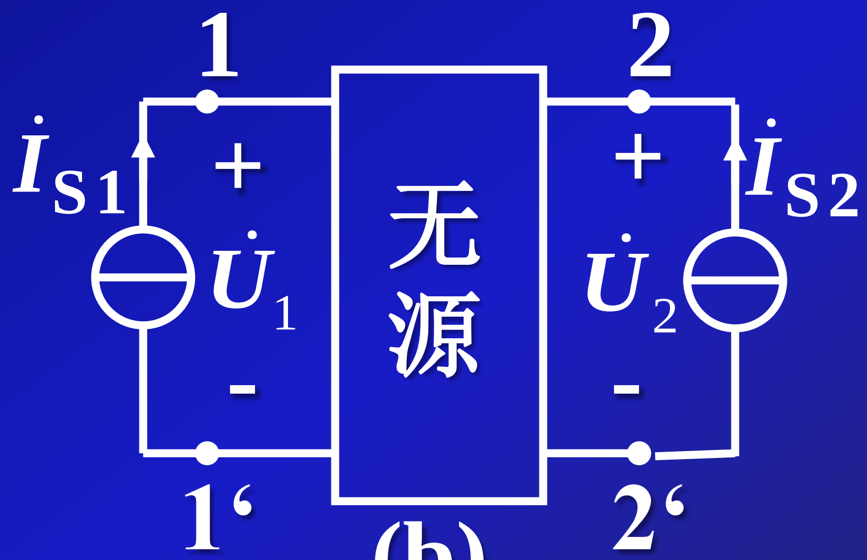
$\dot{I}_{S1}=1\angle 0^\circ\ \mathrm{A}$，22'端开路时，

$\dot{U}_1'=20\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$， $\dot{U}_2'=30\angle 90^\circ\ \mathrm{V}$

求图(b)中 $\dot{I}_{S2}=2\angle -30^\circ\ \mathrm{A}$ 时，$\dot{U}_1=?$



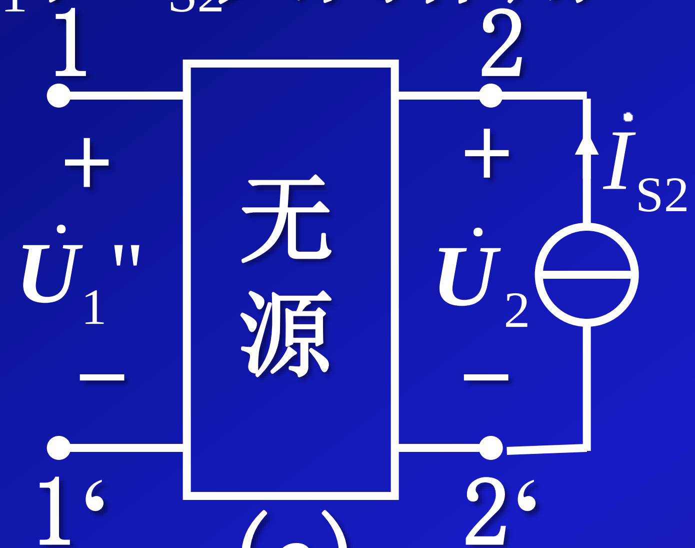
(a)



(b)

解：由叠加定理得图(b)中$\dot{I}_{S1}$和$\dot{I}_{S2}$共同作用时的电压为：

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_1' + \dot{U}_1''$$



(c)

再由互易定理形式二，得：

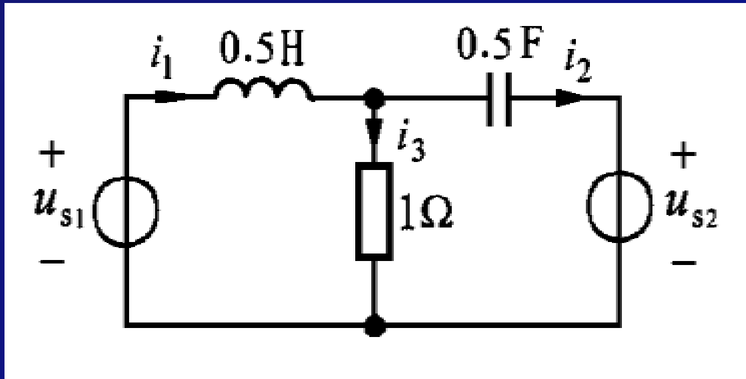
$$\dot{U}_1'' = \frac{\dot{I}_{S2}}{\dot{I}_{S1}}\dot{U}_2' = \frac{2\angle -30^\circ}{1} 30\angle 90^\circ = 60\angle 60^\circ \text{V}$$

故：

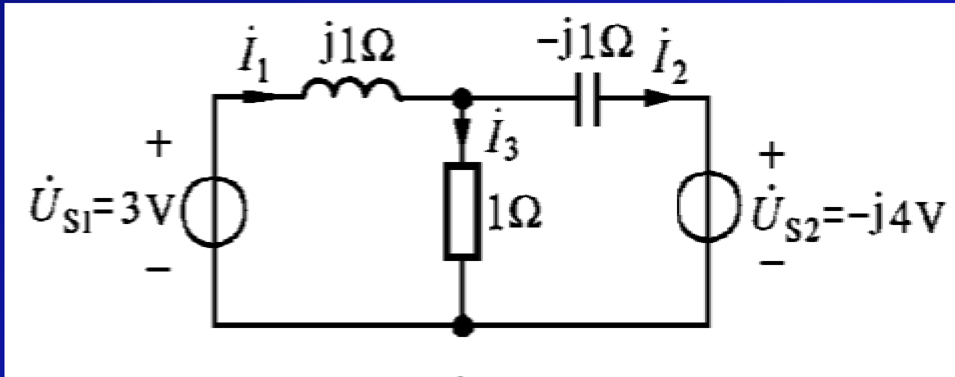
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_1' + \dot{U}_1'' = 20\angle 30^\circ + 60\angle 60^\circ \text{V} = 78\angle 58.5^\circ \text{V}$$

例21 试求电流$i_1(t)$。已知：

$$u_{S1}(t)=3\sqrt{2}\cos 2t\ \text{V},\ u_{S2}(t)=4\sqrt{2}\sin 2t\ \text{V}$$



(a)



(b)

解：相量模型如图(b)所示，其中

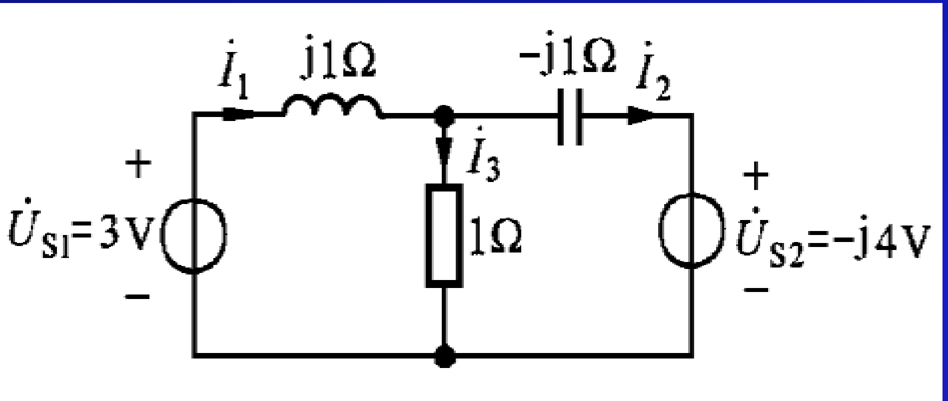
$$\dot{U}_{S1}=3\angle 0^\circ\ \text{V},\qquad \dot{U}_{S2}=-\text{j}4=4\angle -90^\circ\ \text{V}$$

$$Z_L=\text{j}\omega L=\text{j}1\Omega,\qquad Z_C=\frac{1}{\text{j}\omega C}=-\text{j}1\Omega$$

法1： 支路分析

列图(b)相量模型的KCL和KVL方程

$$\begin{cases} -\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3=0 \\ \mathrm{j}\dot{I}_1+\dot{I}_3=3\angle 0^\circ \\ -\mathrm{j}\dot{I}_2-\dot{I}_3=\mathrm{j}4 \end{cases}$$



(b)

解得：

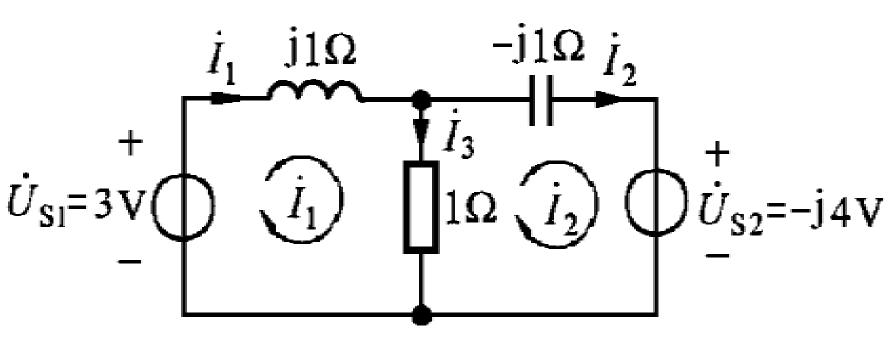
$$\dot{I}_1=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ \mathrm{j}4 & -\mathrm{j} & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ \mathrm{j} & 0 & 1 \\ 0 & -\mathrm{j} & -1 \end{vmatrix}}=\frac{\mathrm{j}4-\mathrm{j}3+3}{1-\mathrm{j}+\mathrm{j}}=3+\mathrm{j}1=3.162\angle 18.43^\circ\ \mathrm{A}$$

时域表达式 $i_1(t)=3.162\sqrt{2}\cos(2t+18.43^\circ)\mathrm{A}$

法2：网孔分析

设网孔电流如图(b)所示列出网孔电流方程

$$\begin{cases}(1+\mathrm{j}1)\dot{I}_1-\dot{I}_2=3\angle 0^\circ \\ -\dot{I}_1+(1-\mathrm{j}1)\dot{I}_2=\mathrm{j}4\end{cases}$$



(b)

解得

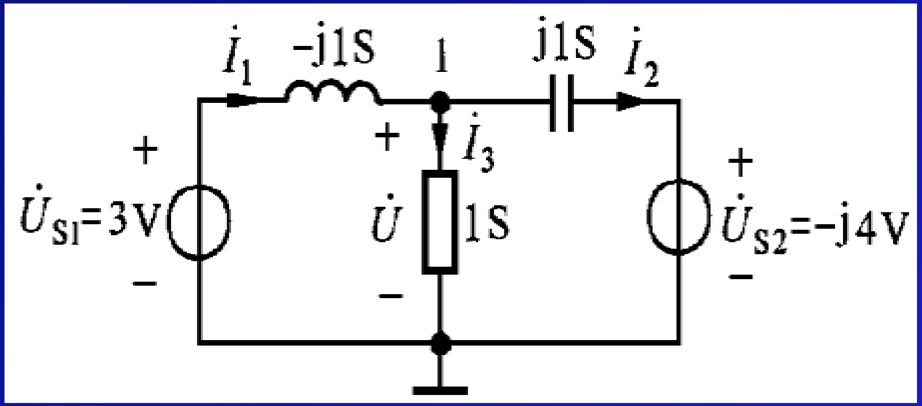
$$\dot{I}_1=\frac{\begin{vmatrix}3 & -1\\ \mathrm{j}4 & 1-\mathrm{j}1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1+\mathrm{j}1 & -1\\ -1 & 1-\mathrm{j}1\end{vmatrix}}=\frac{3-\mathrm{j}3+\mathrm{j}4}{2-1}=3+\mathrm{j}1=3.162\angle 18.43^\circ\ \mathrm{A}$$

时域表达式： $i_1(t)=3.162\sqrt{2}\cos(2t+18.43^\circ)\mathrm{A}$

法3：节点分析

用**导纳参数的相量模型**如图所示，其中

参考节点如图，直接列出节点电压方程：



$$(1-\mathrm{j}1+\mathrm{j}1)\dot{U}=(-\mathrm{j}1)\dot{U}_{S1}+\mathrm{j}1\dot{U}_{S2}$$

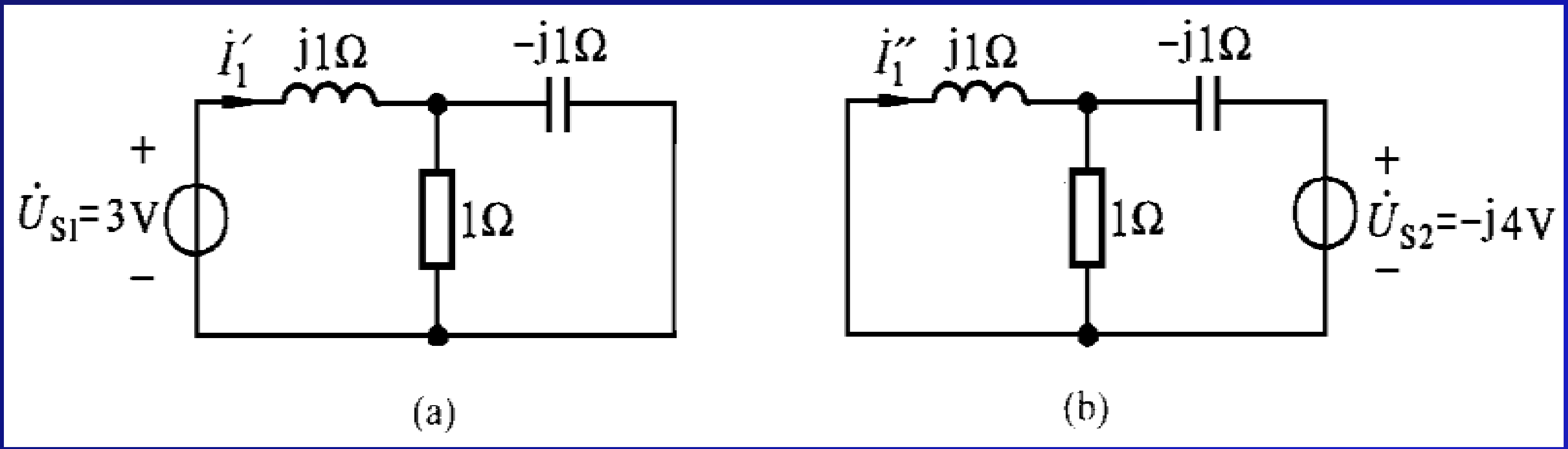
解得

$$\dot{U}=-\mathrm{j}1\dot{U}_{S1}+\mathrm{j}1\dot{U}_{S2}=-\mathrm{j}1\times 3+\mathrm{j}1\times(-\mathrm{j}4)=5\angle-36.9^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_1=-\mathrm{j}1\times(\dot{U}_{S1}-\dot{U})=-\mathrm{j}1\times(3-4+\mathrm{j}3)=3.162\angle 18.43^\circ\ \mathrm{A}$$

法4：叠加定理

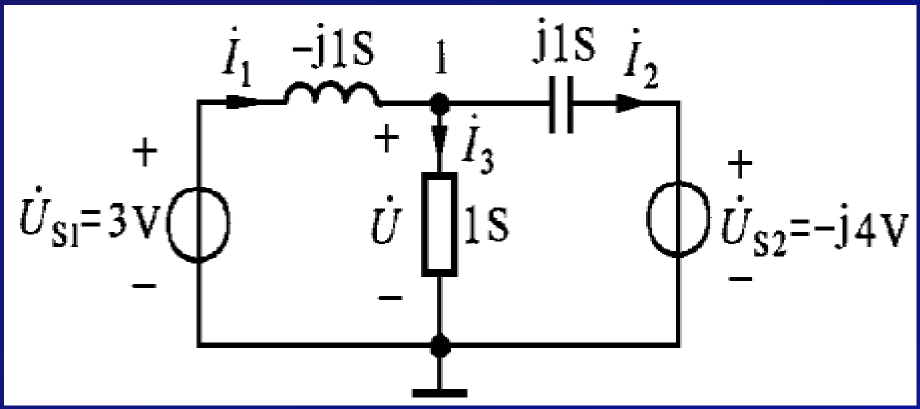
两个独立电源单独作用的电路如下图

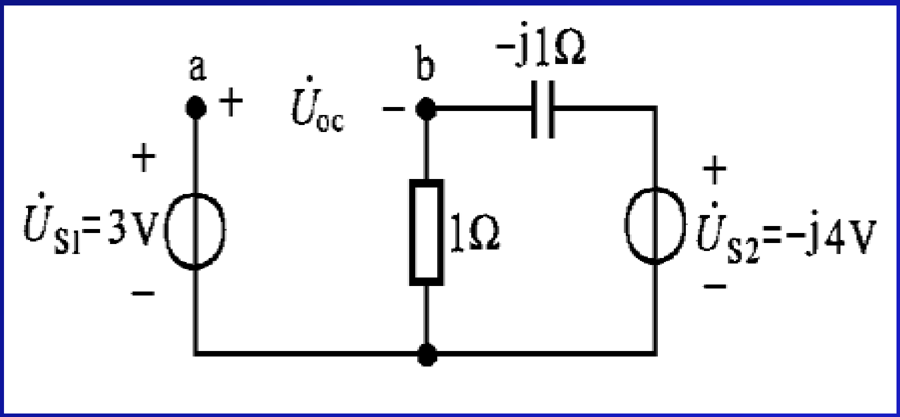


$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_1'' = \frac{\dot{U}_{S1}}{j1+1//(-j1)} + \frac{-\dot{U}_{S2}}{-j1+1//j1} \times \frac{1}{1+j1}$$

$$= \frac{3}{j1+0.5-j0.5} + \frac{j4}{1+j1-j1} = 3+j1 = 3.126\angle 18.43^\circ \text{ A}$$

法5：戴维南定理

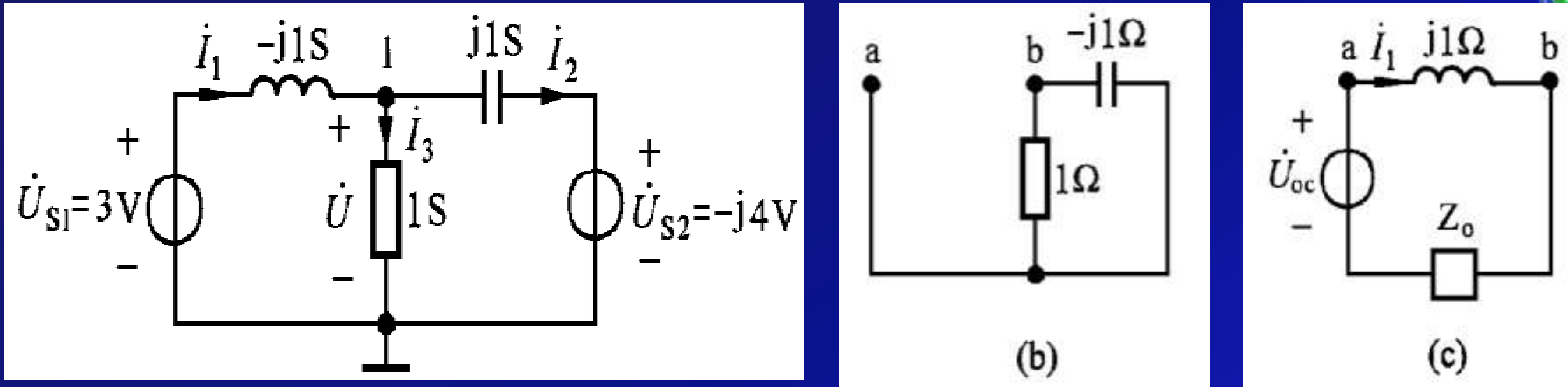




先求连接电感的网络的戴维南等效电路

(1) 断开电感支路得图(a)电路，**求端口开路电压**

$$\dot{U}_{oc}=\dot{U}_{S1}-\frac{1}{1-j1}\times\dot{U}_{S2}=3-\frac{-j4}{1-j1}=3-(2-j2)=1+j2$$



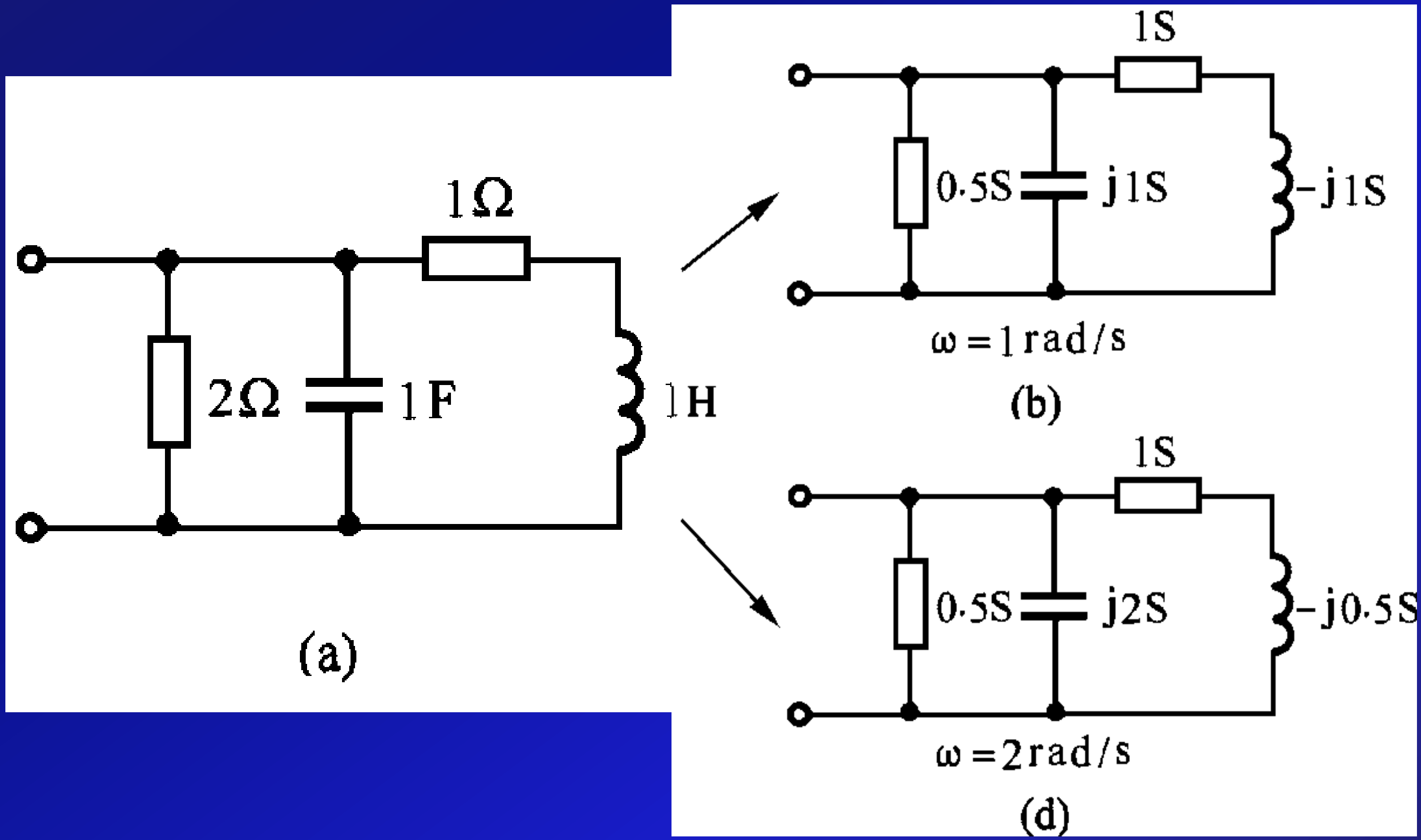
(2) 将图(a)电路中独立电源置零，得图(b)电路，**求单口网络的输出阻抗**

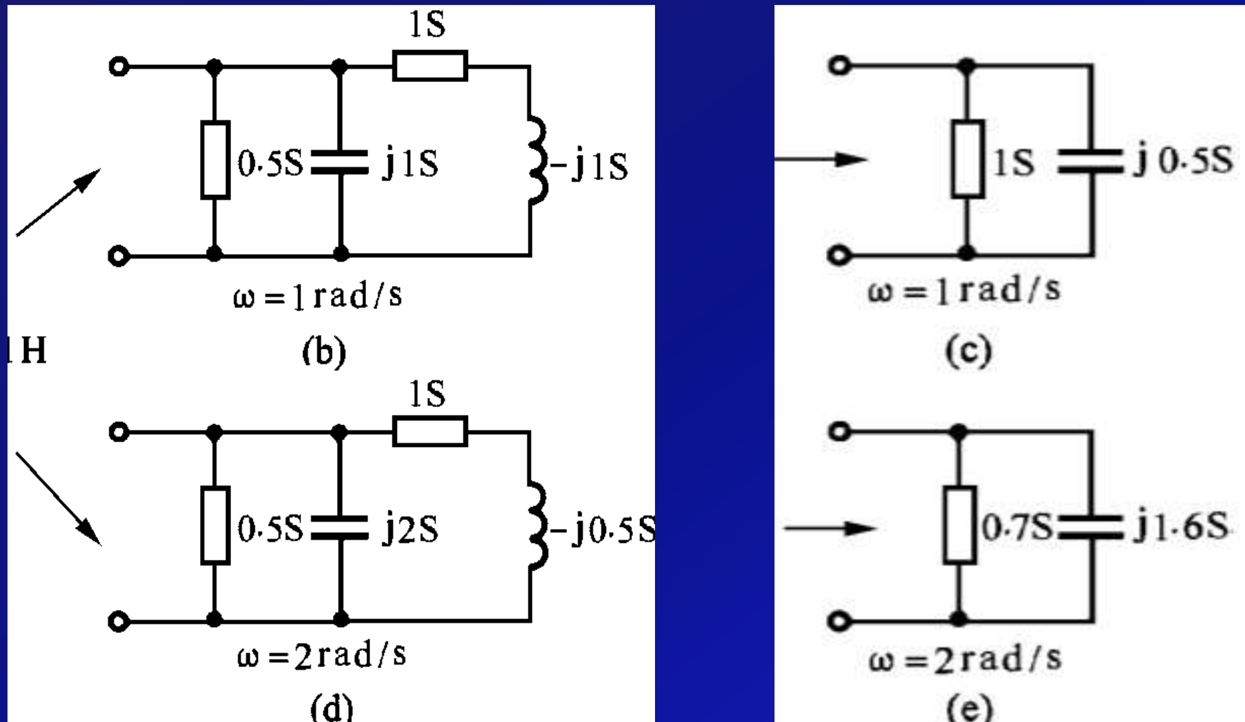
$$Z_o=\frac{1\times(-j1)}{1-j1}=\frac{-j1\times(1+j1)}{2}=0.5-j0.5\,\Omega$$

得图(c)戴维南等效电路，求电流

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}_{oc}}{Z_o+j1}=\frac{1+j2}{0.5+j0.5}=3+j1=3.162\angle 18.43^{\circ}\text{ A}$$

例22 试求图(a)所示单口网络在 ω=1rad/s和ω=2rad/s时的等效导纳。



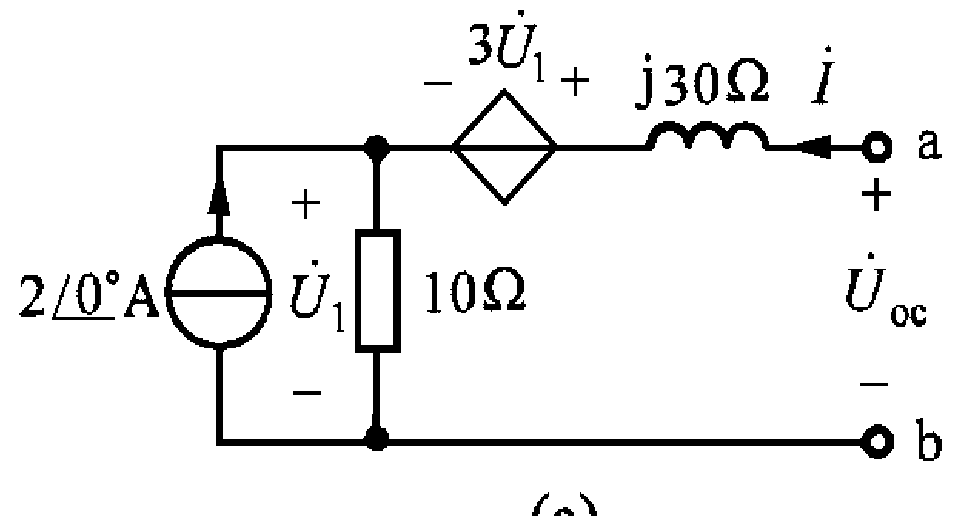


解： 由图(b)和(d)相量模型可得等效导纳

$$Y(\mathrm{j}1)=0.5+\mathrm{j}1+\frac{1\times(-\mathrm{j}1)}{1-\mathrm{j}1}=0.5+\mathrm{j}1+0.5-\mathrm{j}0.5=(1+\mathrm{j}0.5)\mathrm{S}$$

$$Y(\mathrm{j}2)=0.5+\mathrm{j}2+\frac{1\times(-\mathrm{j}0.5)}{1-\mathrm{j}0.5}=0.5+\mathrm{j}2+0.2-\mathrm{j}0.4=(0.7+\mathrm{j}1.6)\mathrm{S}$$

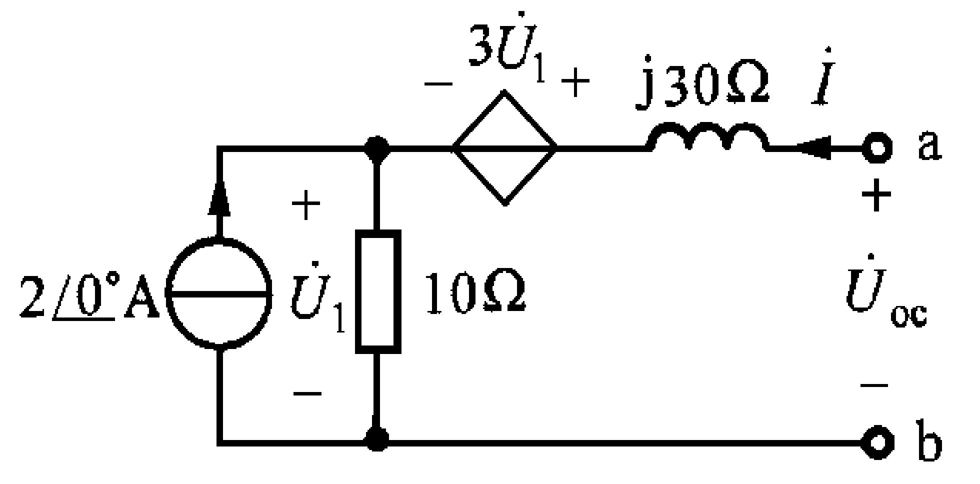
例23 求图(a)的戴维南和诺顿等效电路。



(a)

解：求开路电压：

$$\dot{U}_{oc} = 4\dot{U}_1 = 4\times 2\angle 0^\circ \times 10 = 80\angle 0^\circ \text{V}$$



(a)

加压求流法**求输出阻抗**：将独立源置0后

$$Z_o=\frac{j30\dot{I}+3\dot{U}_1+10\dot{I}}{\dot{I}}=\frac{j30\dot{I}+3\times10\dot{I}+10\dot{I}}{\dot{I}}=40+j30\ \ \Omega$$

短路电流：$\dot{I}_{sc}=\dfrac{\dot{U}_{oc}}{Z_o}=\dfrac{80\angle 0^\circ}{40+j30}=1.6\angle-36.9^\circ\,\text{A}$

戴维南和诺顿等效电路如图(b)和(c)。