终值定理 存在序列 $x(k)$，当 $k<0$ 时 $x(k)=0$，其 z 变换 $X(z)$ 的所有极点都在单位圆内，唯一可能的例外是在单位圆上 $z=1$ 处有单极点[这是 $X(z)$ 的稳定条件，或是使 $x(k)(k=0,1,2,\cdots)$ 有界的条件]。从而，当 k 趋向无穷时，可得 $x(k)$ 的终值如下：

$$\lim_{k\to\infty}x(k)=\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})X(z)] \tag{2-16}$$

终值定理证明如下：

$$\mathcal{Z}[x(k)]=X(z)=\sum_{k=0}^{\infty}x(k)z^{-k}$$

$$\mathcal{Z}[x(k-1)]=z^{-1}X(z)=\sum_{k=0}^{\infty}x(k-1)z^{-k}$$

因此

$$\sum_{k=0}^{\infty}x(k)z^{-k}-\sum_{k=0}^{\infty}x(k-1)z^{-k}=X(z)-z^{-1}X(z)$$

令 z 趋近于 1，两边取极限：

$$\lim_{z\to 1}\left[\sum_{k=0}^{\infty}x(k)z^{-k}-\sum_{k=0}^{\infty}x(k-1)z^{-k}\right]=\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})X(z)]$$

由于假定的稳定条件以及 $k<0$ 时 $x(k)=0$，上式左侧变成

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty}[x(k)-x(k-1)]&=[x(0)-x(-1)]+[x(1)-x(0)]\\&\quad+[x(2)-x(1)]+\cdots\\&=x(\infty)=\lim_{k\to\infty}x(k)\end{aligned}$$

因而有

$$\lim_{k\to\infty}x(k)=\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})X(z)]$$

此式即是式(2-16)。通过 z 变换 $X(z)$ 来确定当 $k\to\infty$ 对应的 $x(k)$ 值时，终值定理是非常有用的。