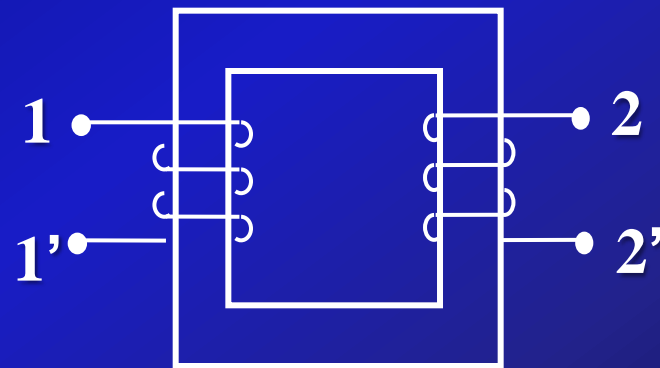




## ● 空芯变压器

**变压器**是利用耦合线圈间的磁耦合来传输能量或信号的器件，通常**用含有互感的模型表示**。

通常有两个线圈，与电源相接的为**初级**（原边）线圈，与负载相接的为**次级**（副边）线圈，它们绕在同一个磁芯上。





线圈绕在铁芯上，构成**铁芯变压器**；芯子是非铁磁材料，构成**空芯变压器**。

铁芯变压器一般耦合系数接近1，属紧耦合，用于输配电设备；空芯变压器耦合系数一般较小，属松耦合，用于高频电路和测量仪器。

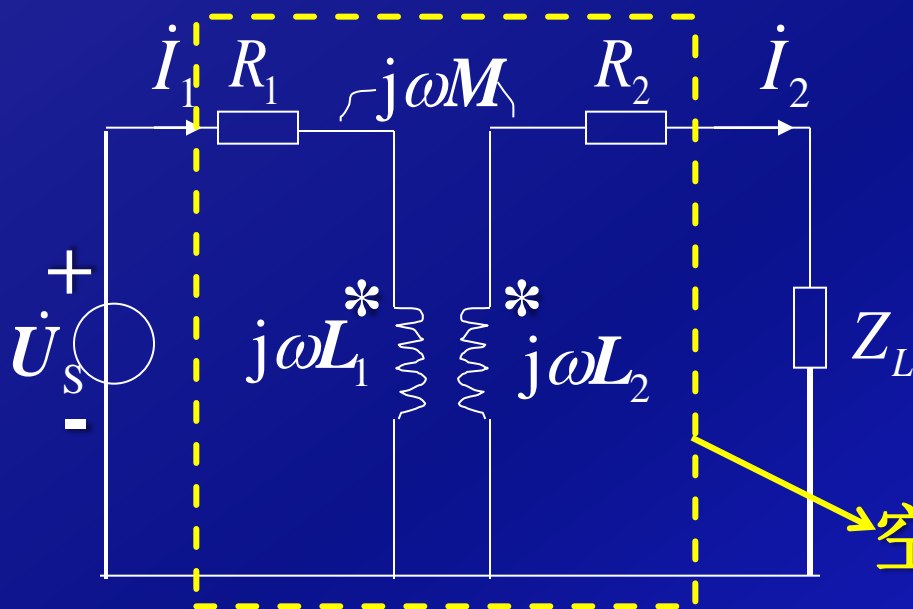
**空芯变压器的分析**通常以**互感的VCR**作为基础，**铁芯变压器的分析**通常以**理想变压器**作为基础，是两种不同的分析方法。

没有严格的限制，这两种的分析方法可以统一。





# 空芯变压器的正弦稳态分析



空芯变压器的相量模型

$R_1, R_2$  : 初、次级线圈的电阻;

$L_1, L_2$  : 初、次级线圈的电感;

$M$  : 初、次级线圈间的互感;

空芯变压器  
的参数

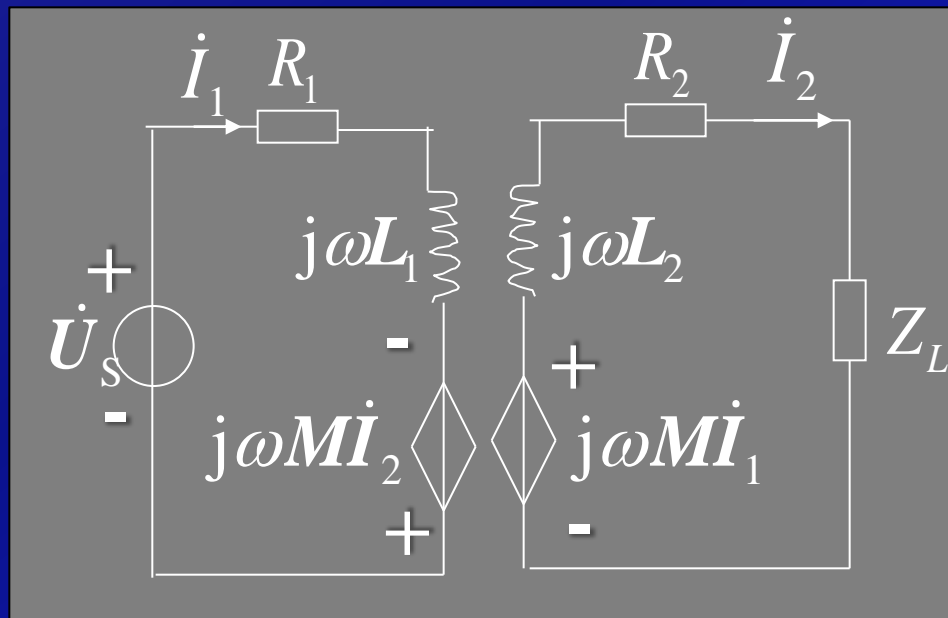




# 法1：回路法

用受控源替代互感电压

列写回路KVL方程：



$$\left. \begin{aligned} (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 &= \dot{U}_s \\ -j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2 + Z_L) \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} Z_{11} \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 &= \dot{U}_s \\ -j\omega M \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1, \quad Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 + Z_L$$

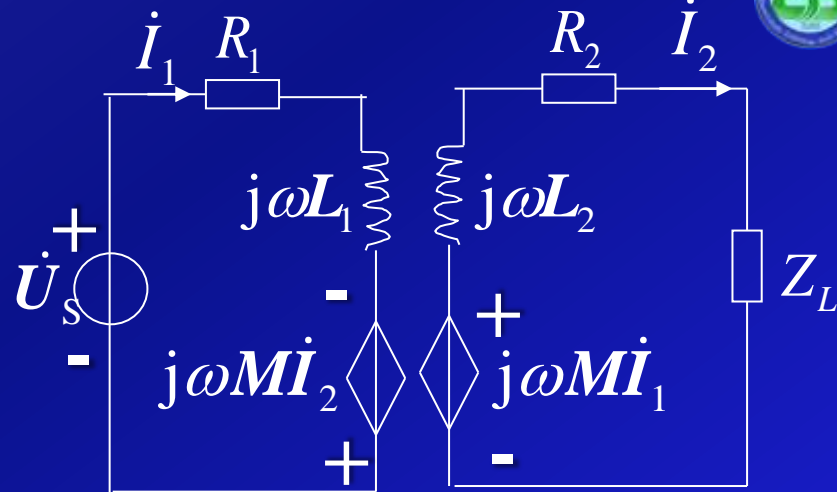
分别是初、次级回路的自阻抗。





联立求得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$



输入阻抗：从初级线圈两端看入的等效阻抗；

$$Z_i = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_1} = Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}$$

反映阻抗： $(\omega M)^2 / Z_{22}$ 为次级回路反射到初级回路上的阻抗，用 $Z_{f1}$ 表示。

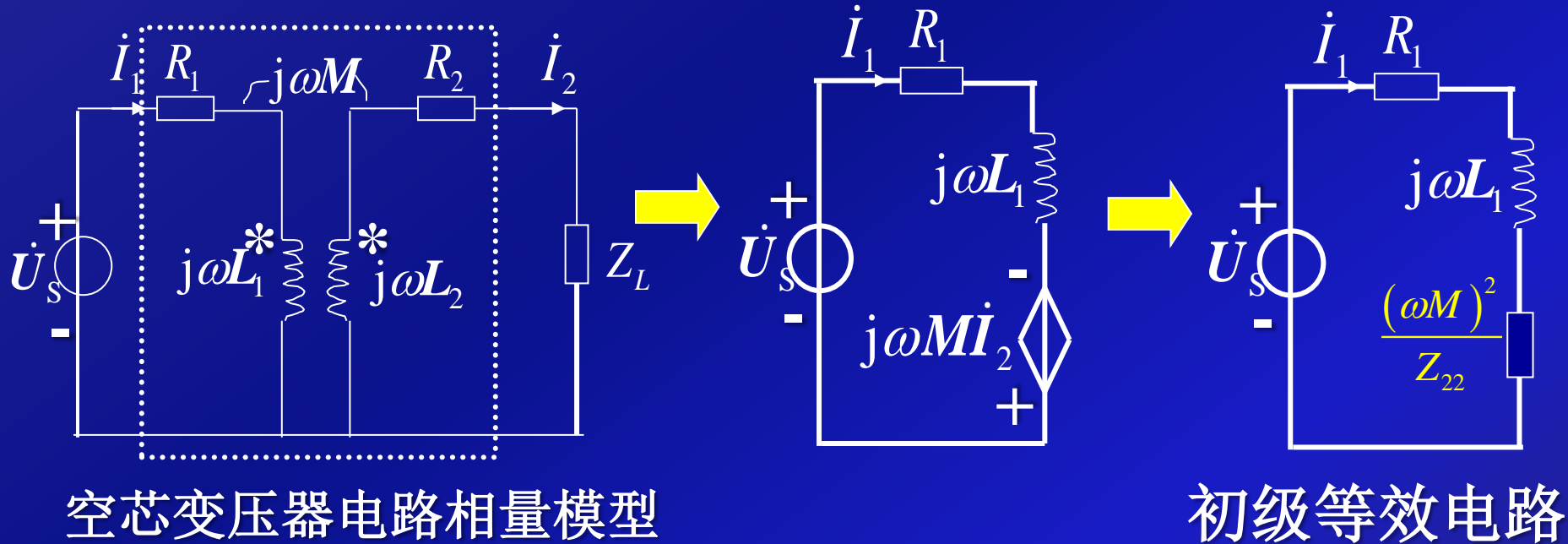
反映了次级回路通过磁耦合对初级回路的影响。







据此，可作出**空芯变压器的初级等效电路**，  
故可很方便地求出初级回路电流。

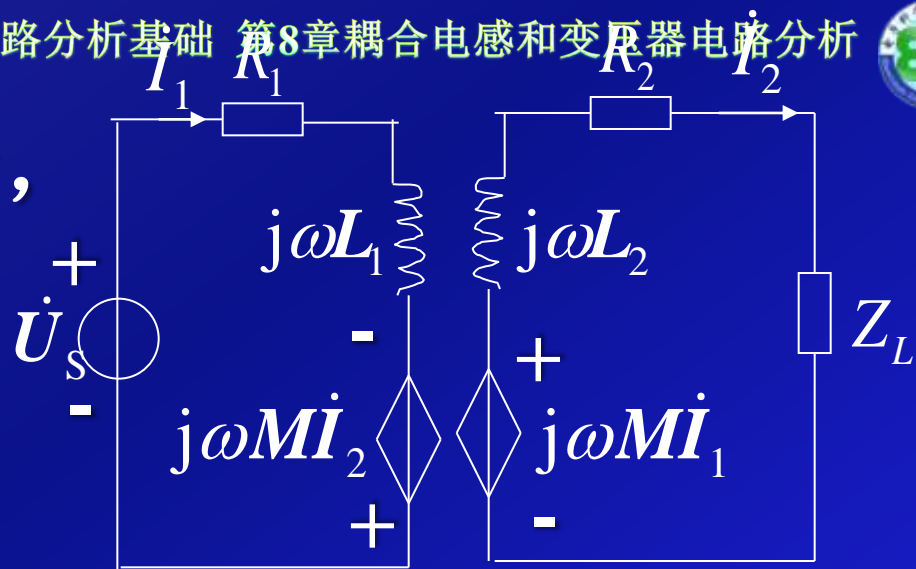


$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$



求得初级回路电流  $i_1$  后，  
次级回路的电流  $i_2$  为：

$$i_2 = \frac{j\omega M \dot{I}_1}{Z_{22}}$$



初级回路电流与同名端无关，而次级回路电流则与同名端有关。

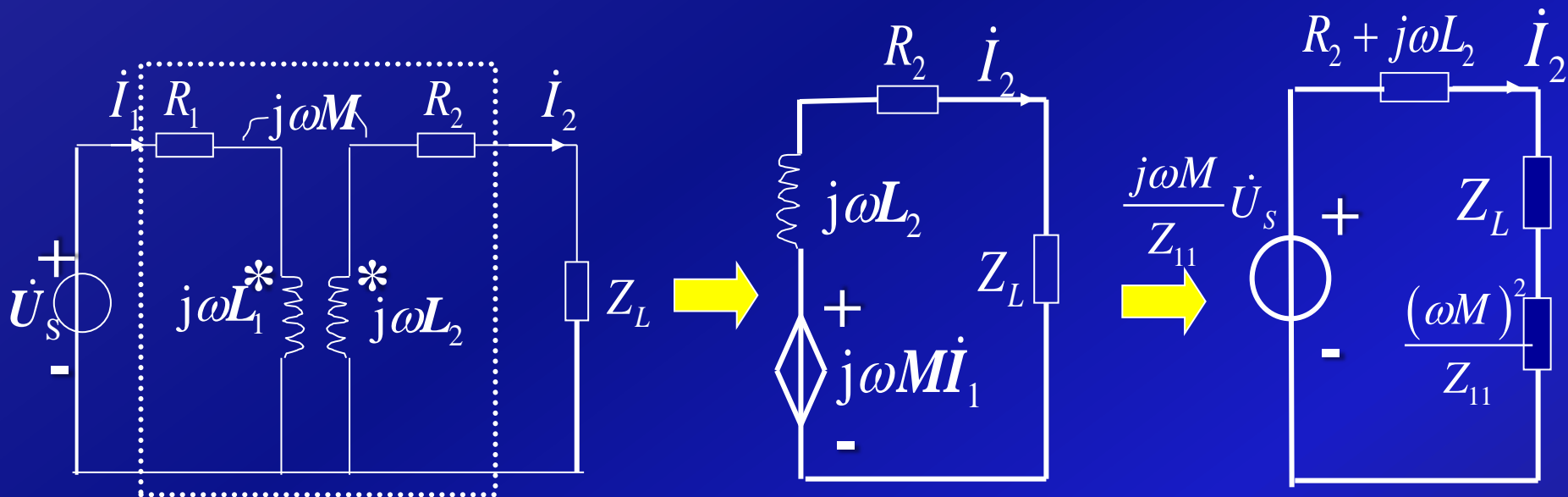
- 若  $Z_L = \infty$ ，即次级未接，则  $Z_i = Z_{11}$ ，即次级对初级无影响；
- 若  $Z_L = 0$ ，当  $k=1$ ，线圈绕阻近似为零时：

$$Z_i = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2} = j\omega L_1 - j\omega \frac{M^2}{L_2} = 0$$

即：次级短路相当于(近似于)初级短路。



可作出**次级的等效电路**，故可很方便地求出次级回路电流。



空芯变压器电路相量模型

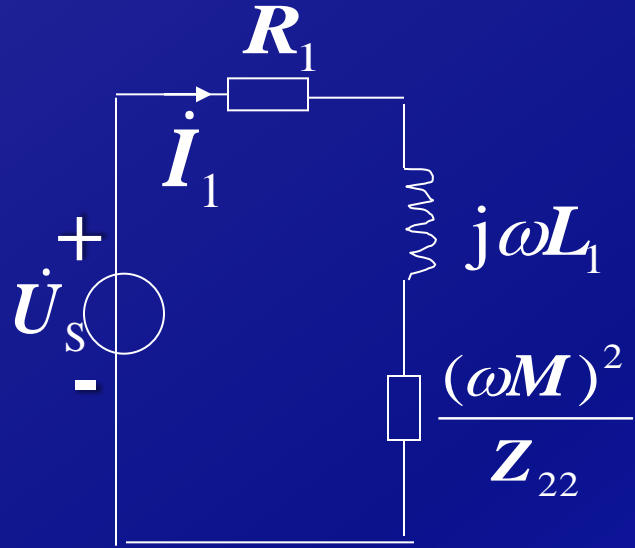
次级等效电路

$$\dot{I}_2 = \frac{\frac{j\omega M}{Z_{11}} \dot{U}_s}{Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}}$$





## 法2：初级等效电路法（反映阻抗法）



### 反映阻抗特点：

(1) 与同名端无关；

(2) 反映阻抗与次级阻抗的性质相反。

**分析方法：** 1) 先求输入阻抗  $Z_i$ ； 2) 求初级电流  $\dot{I}_1$  (与同名端无关)； 3) 求次级电流  $\dot{I}_2$  (与同名端有关)。





## 带耦合线圈的等效电路:

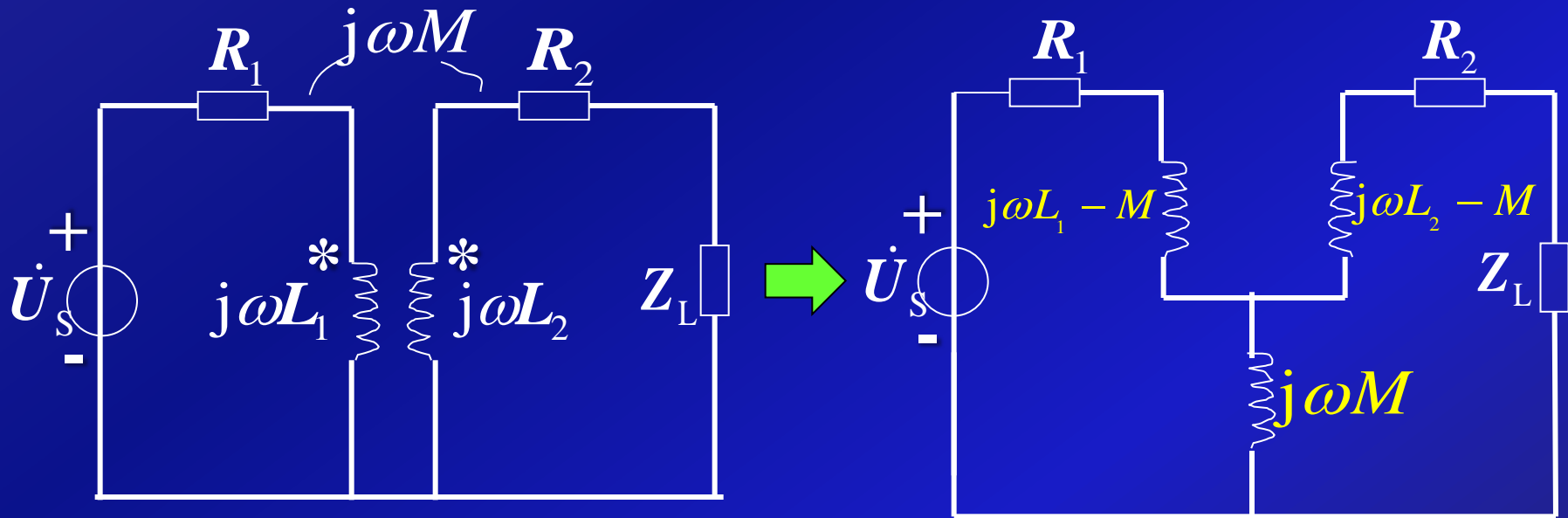
- (1) 等效电路的核心是反映阻抗，其大小与耦合电抗 $\omega M$ 的平方成正比，与回路的自阻抗成反比；
- (2) 反映阻抗改变了自阻抗的性质；
- (3) 初级等效电路：在初级回路中增加了一反映阻抗 $Z_{f1}$ ；





**法3:** 空芯变压器电路也常用**去耦等效电路**来分析。

同名端相连，故由三端联接分析可知：。



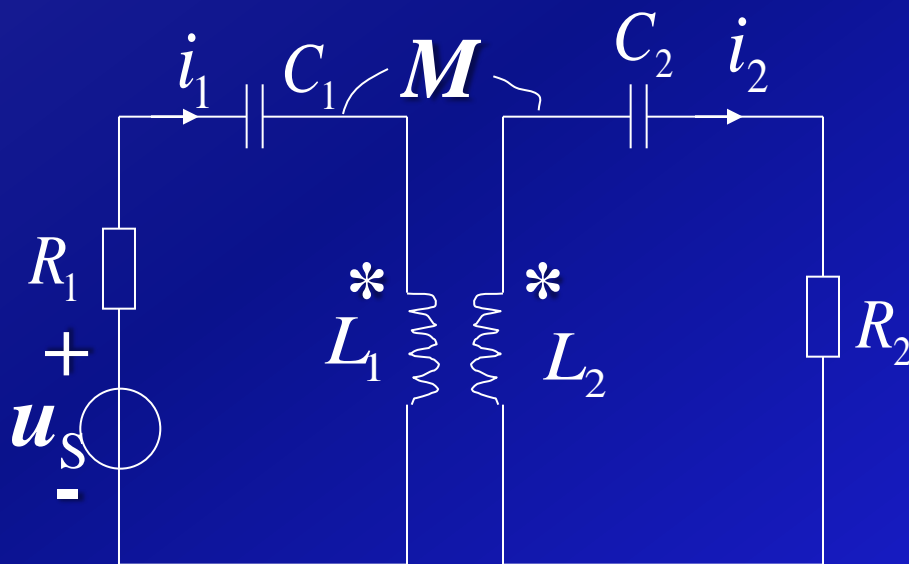


## 例7 (P259例8-3) 一空芯变压, 已知

$$L_1 = 2\text{mH}, L_2 = 1\text{mH}, M = 0.2\text{mH}, R_1 = 9.9\Omega,$$

$$R_2 = 40\Omega, C_1 = C_2 = 10\mu\text{F}, u_s(t) = 10\sqrt{2} \cos 10^4 t \text{ V}$$

求次级回路电流  $i_2(t)$

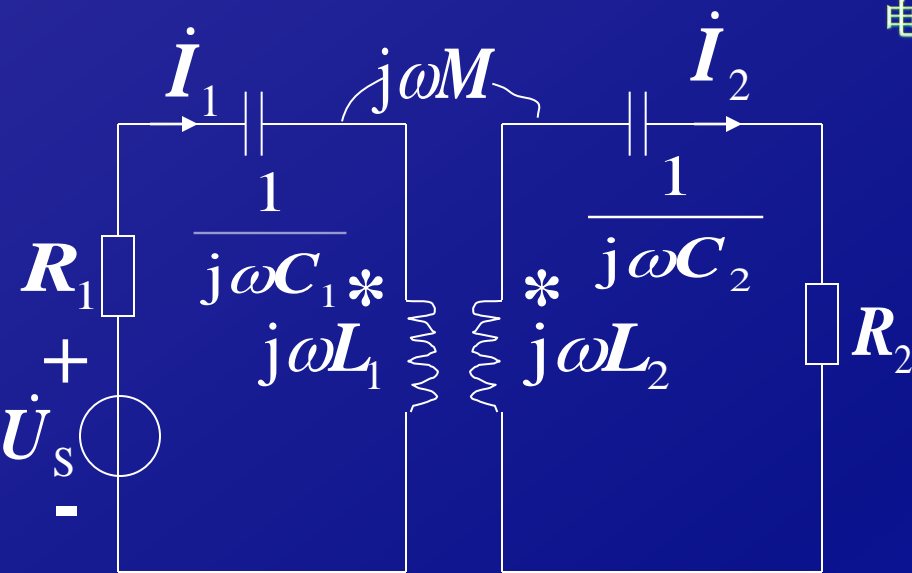


解: **方法1: 反映阻抗**

1) 先求输入阻抗  $Z_i$ ;

2) 求初级电流  $i_1$  (与同名端无关);

3) 求次级电流  $i_2$  (与同名端有关)。



$$\dot{U}_s = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$Z_{11} = R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}) = 9.9 + j10 \Omega$$

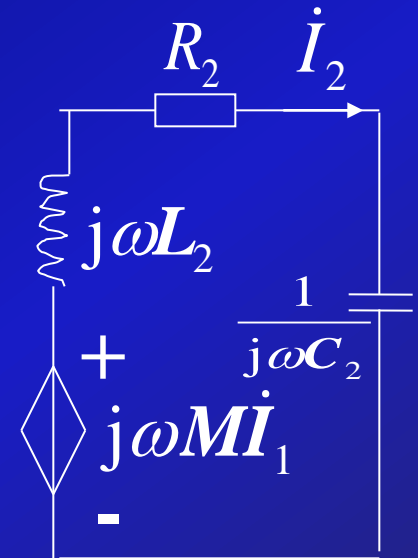
$$Z_{22} = R_2 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}) = 40 \Omega$$

$$j\omega M = j2 \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{10 + j10 \Omega} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M \dot{I}_1}{Z_{22}} = \frac{1}{20\sqrt{2}} \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$\therefore i_2(t) = 0.05 \cos(10^4 t + 45^\circ) \text{ A}$$

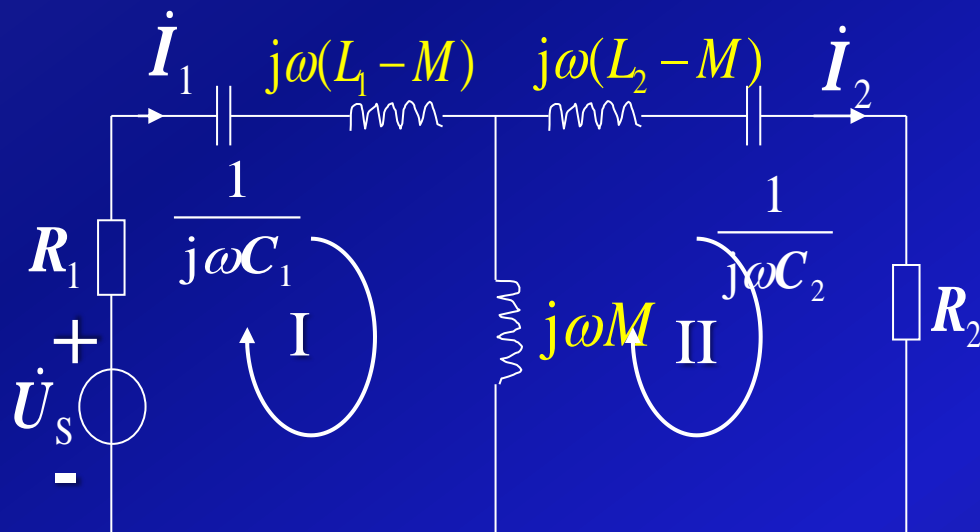
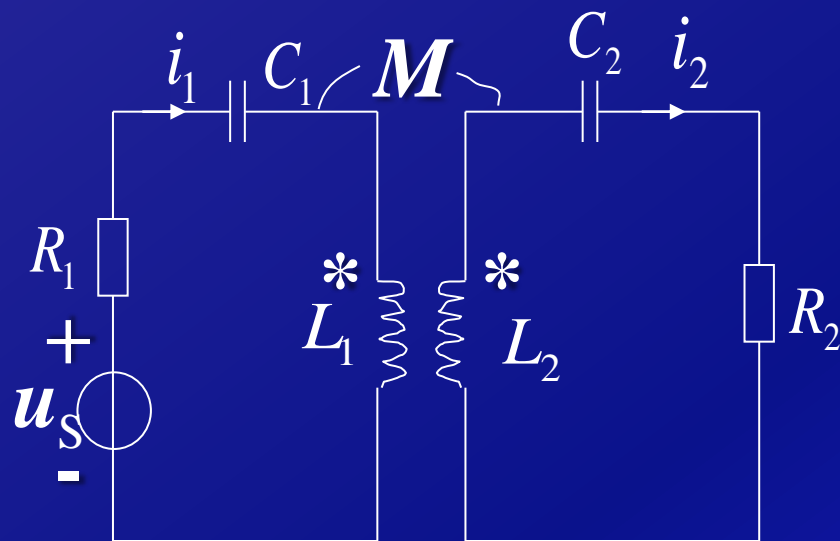


次级等效电路





## 方法2: 去耦等效电路法



网孔法:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ -j\omega M \dot{I}_1 + \left( R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \dot{I}_2 = 0 \end{array} \right.$$



## 代入数据

$$\left. \begin{aligned} (9.9 + j10)\dot{I}_1 - j2\dot{I}_2 &= 10\angle 0^\circ \\ -j2\dot{I}_1 + 40\dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

用克莱姆法则

$$D = \begin{vmatrix} 9.9 + j10 & -j2 \\ -j2 & 40 \end{vmatrix} = 400 + j400$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 9.9 + j10 & 10 \\ -j2 & 0 \end{vmatrix} = j20$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j20}{400 + j400} = \frac{1}{20\sqrt{2}} \angle 45^\circ$$

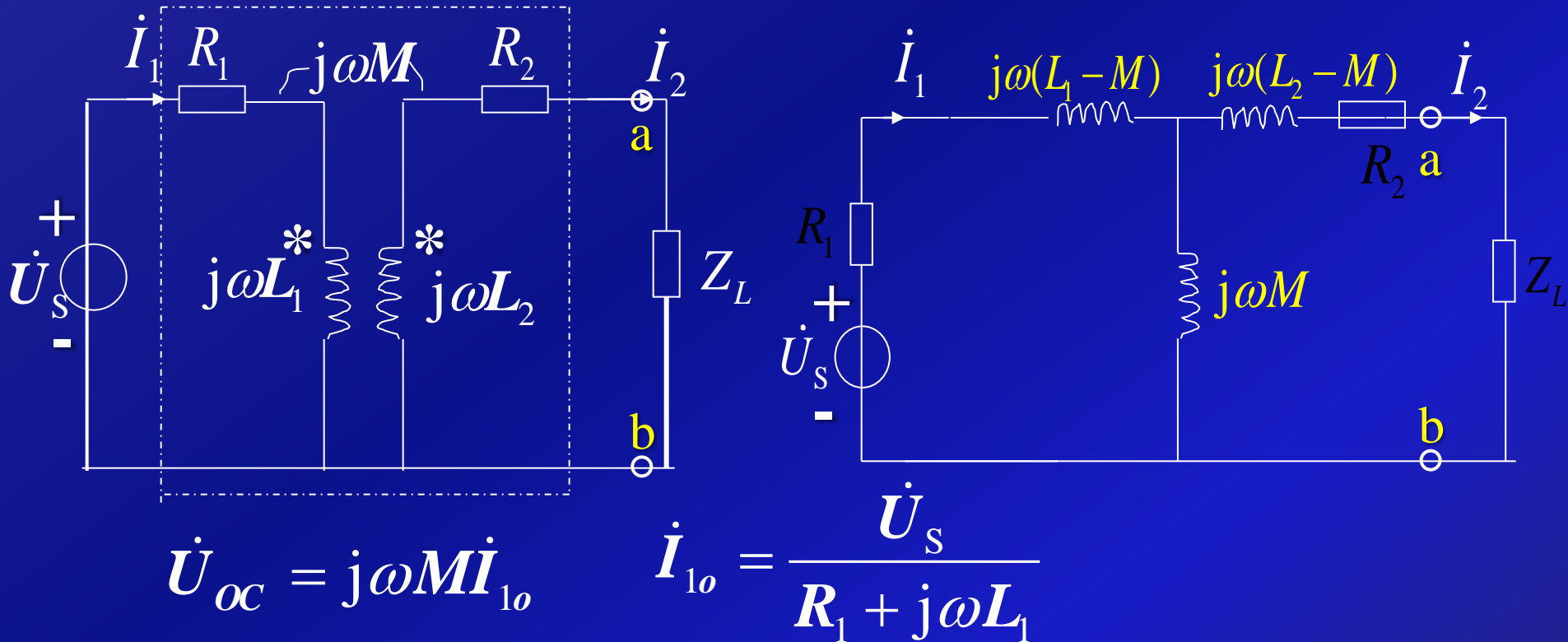
$$\therefore i_2(t) = 0.05 \cos(10^4 t + 45^\circ) \text{ A}$$





## 方法3：戴维南等效电路类的问题

当需求负载可变化获得最大功率时常用此法。



注意：这是次级开路时的初级电流，开路电压与同名端有关。

$$Z_o = Z_{22} + Z_{f2} = R_2 + j\omega L_2 + \frac{(\omega M)^2}{R_1 + j\omega L_1}$$