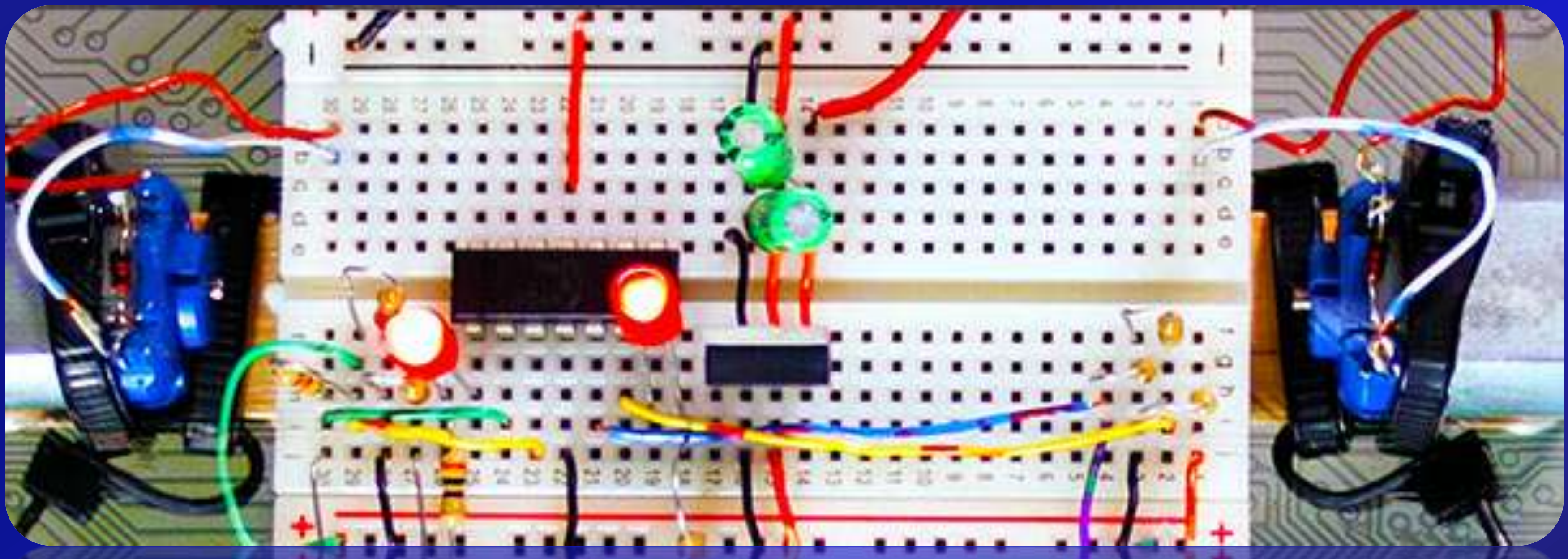
第八章 耦合电感和变压器电路分析



本章知识点

- 耦合电感
- 耦合电感的连接及其去耦等效
- 空心变压器
- 理想变压器和全耦合变压器
- 含理想变压器电路的分析计算
- 一般变压器的电路模型

前几章已学过的无源元件有：*R*、*L*、*C*。

R：　　耗能、静态、无记忆；
L、*C*：储能、动态、有记忆；

它们都是二端元件。本章介绍两种四端元件：

1.耦合电感：具有电感的特性；
2.理想变压器：是静态、无记忆，但不耗能。

受控源也是四端元件，它与将要介绍的耦合电感均属耦合元件。

耦合电感

耦合电感：指两个或两个以上的线圈相互之间存在磁场的相互作用。

当电路中含有两个或多个相互耦合的线圈时，若某一线圈中有交变电流，则该电路所产生的交变磁通，不仅在本线圈中产生感应电压，还会在其他线圈中产生感应电压，称为**耦合电感现象**。

它是**耦合线圈的理想化模型**。

复习：单个线圈(电感、或称自感)的VCR：

u、i关联方向下，由电磁感应定律，VCR：

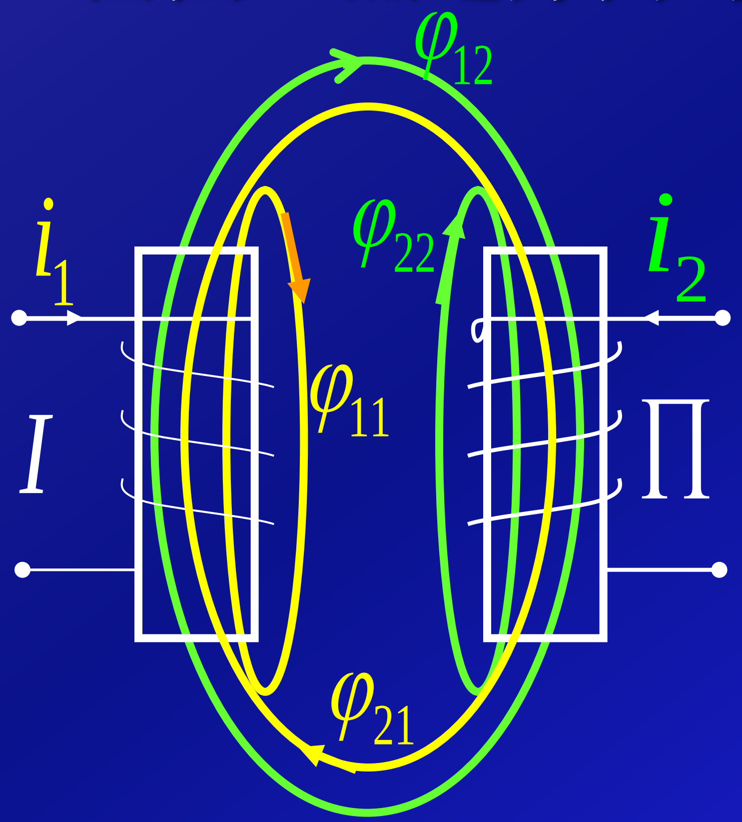
$$u = \frac{d\varphi}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

磁链=匝数乘磁通： $\varphi = N\phi$

自感=磁链比电流： $L = \frac{\varphi}{i} = \frac{N\phi}{i}$

耦合电感的伏安关系

设两线圈的电压和电流参考方向均各自关联，由图，磁通方向与电流方向符合右手法则。



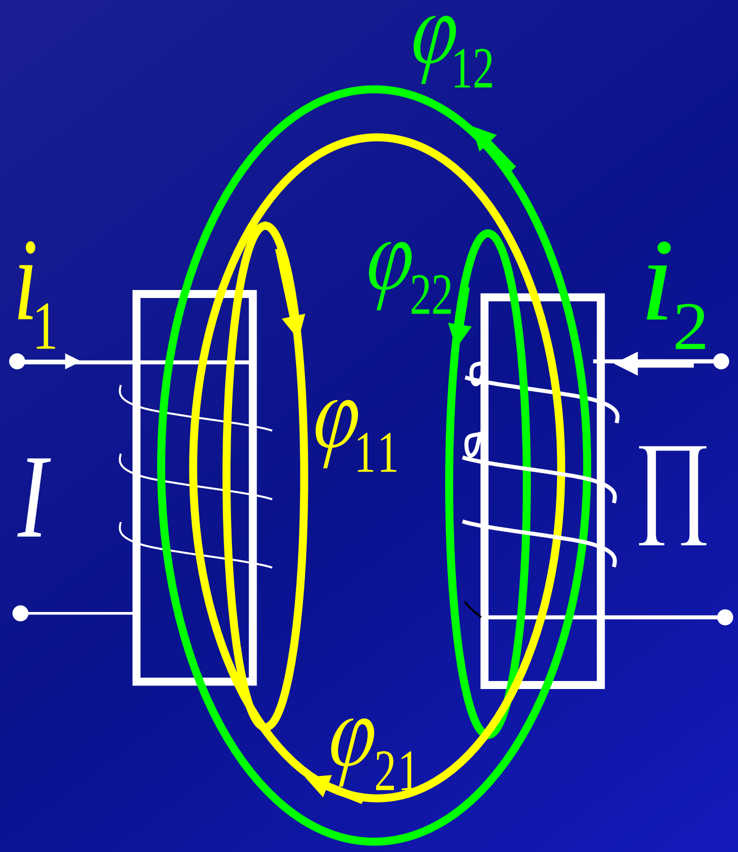
φ_{11} 表示线圈I电流 i_1 在本线圈中产生的磁链，称为自感磁链；类似有 φ_{22}；

φ_{12}表示线圈II电流 i_2在线圈I中产生的磁链，称为互感磁链，类此有 φ_{21}。

本图中显示的自磁链与互磁链的参考方向一致。

若线圈II改变绕向，如下图所示，则自磁链与互磁链参考方向不一致。

故，穿过每一线圈的总磁链有两种可能：



$$\varphi_1 = \varphi_{11} \pm \varphi_{12} = L_1 i_1 \pm M_{12} i_2$$

$$\varphi_2 = \varphi_{22} \pm \varphi_{21} = L_2 i_2 \pm M_{21} i_1$$

自感系数：$L_1 = \dfrac{\varphi_{11}}{i_1}, L_2 = \dfrac{\varphi_{22}}{i_2}$

互感系数：

$$M_{12} = \frac{\varphi_{12}}{i_2}, M_{21} = \frac{\varphi_{21}}{i_1}$$

且$M_{12} = M_{21} = M$

说明1:

(1)互感系数的大小通常与线圈的匝数、形状、尺寸及两线圈的相对位置有关。

(2)互感系数M的物理意义：表明两个耦合电感之间磁耦合的紧密程度。

(3)互感系数M前的“+、-”说明互感作用的两种可能性：增强和削弱。

可见:

若线圈电流变化，则自磁链，互磁链也随之变化。

由磁链电磁感应定律，线圈两端会产生感应电压。

若电压、电流取关联参考方向，耦合电感伏安关系(VCR) 为：

$$u_1 = \frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\varphi_{11}}{\mathrm{d}t} \pm \frac{\mathrm{d}\varphi_{12}}{\mathrm{d}t} = u_{L1} \pm u_{M1} = L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \pm M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = \frac{\mathrm{d}\varphi_2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\varphi_{22}}{\mathrm{d}t} \pm \frac{\mathrm{d}\varphi_{21}}{\mathrm{d}t} = u_{L2} \pm u_{M2} = L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \pm M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

式中， u_{L1}、u_{L2}为自感电压（取正），u_{M1}、u_{M2} 互感电压（一致：取正；相反：取负）；

说明2:

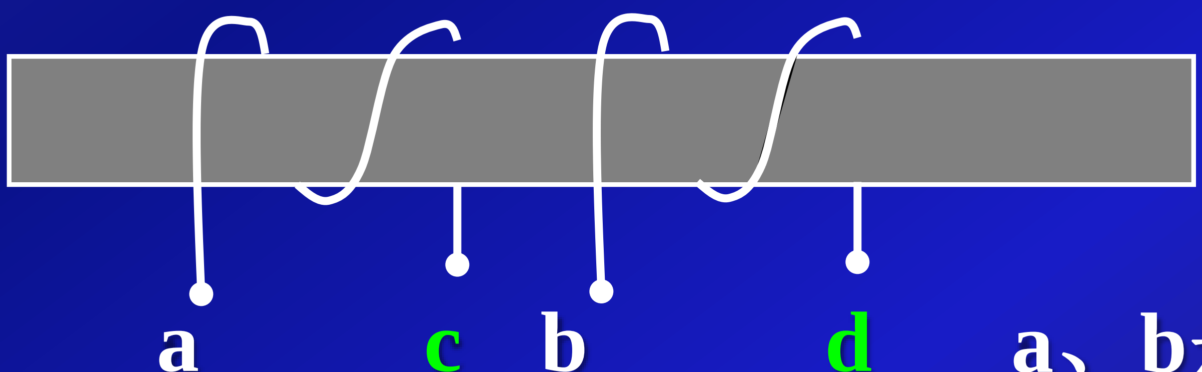
(4) 互感应电压的大小等于互感磁链对时间的变化率，且其方向沿着阻碍互感磁链变化的方向。

(5)耦合电感是一种由三个参数L_1、L_2和M表征的动态、有记忆的四端元件。(与电感有类似的特性)

耦合电感的同名端

耦合线圈的自磁链和互磁链的参考方向是否一致，不仅与线圈电流的参考方向有关，还与线圈的相对位置和绕向有关，后者不便确定和画出，故引入同名端的概念。

1、是指绕法相同的一对端钮；



a、b是同名端

c、d是同名端

2、作用相同的一对端钮：

当互感线圈电流同时流入(或流出)该对端钮时，各线圈中产生的自磁链和互磁链方向一致的这对端钮。

或者说：(1)同名端就是能使磁场增强的一对端钮；

(2)同名端就是能使电压增加的一对端钮；

(3)产生自感电压与互感电压极性相同的一对端钮。

或：互感电压的正极性端与产生该互感电压的线圈电流的流入端为同名端。

判断互感电压极性的方法

在VCR中 $u_{M1} = \pm M \dfrac{di_2}{dt}$ 到底取正还是取负，要根据电流参考方向和同名端来确定;

判断准则:

互感电压的正极性端与产生该互感电压的线圈电流的流入端为同名端，则互感电压极性为正。

耦合电感的电路符号

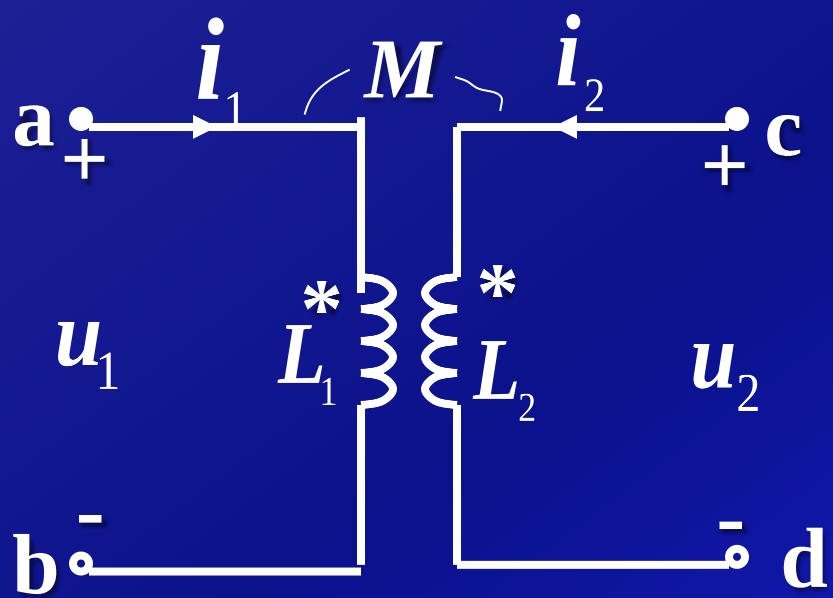


图8-1(a)

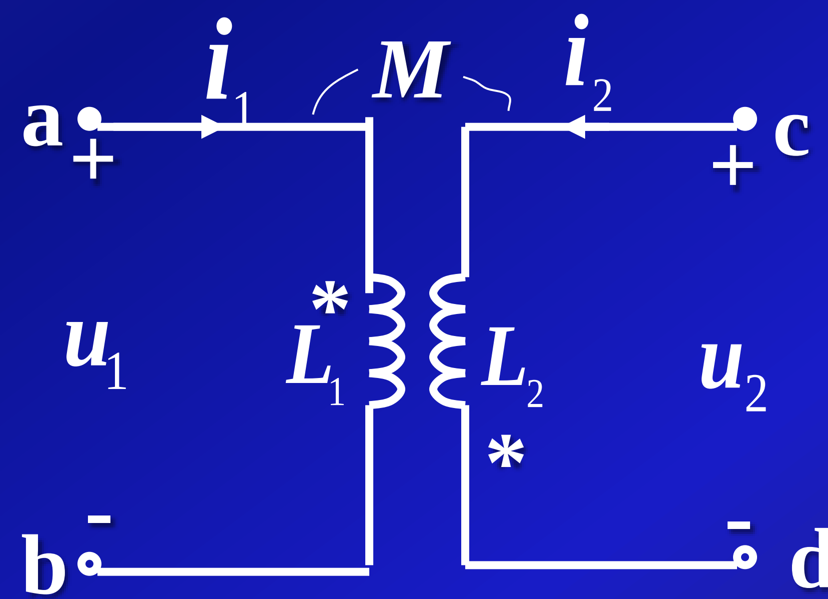


图8-1(b)

VCR中互感电压取+　　VCR中互感电压取−

或：互感电压的正极性端与产生该互感电压的线圈电流的流入端为同名端。

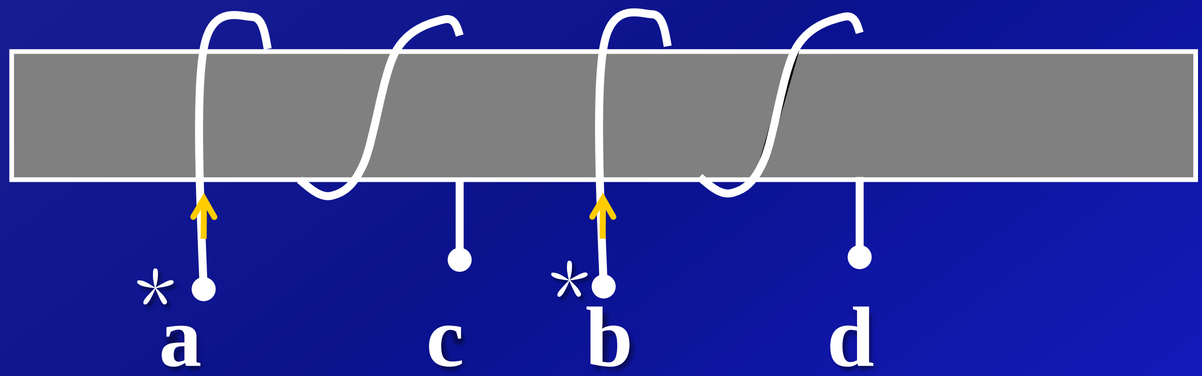
同名端的标记方法

在一对同名端上用相同的符号标记。

判断方法：

在两个耦合线圈中任意各取一个端点，并设两个端点上电流的方向相同（同时流入或流出），然后根据右手螺旋法则判断两个线圈内自感应磁场和互感应磁场方向是否一致，如一致则这两个端点为同名端；如不一致，则这两个端点为异名端。

注意：同名端不满足递推性，故当多个线圈有耦合时必需两两标出。

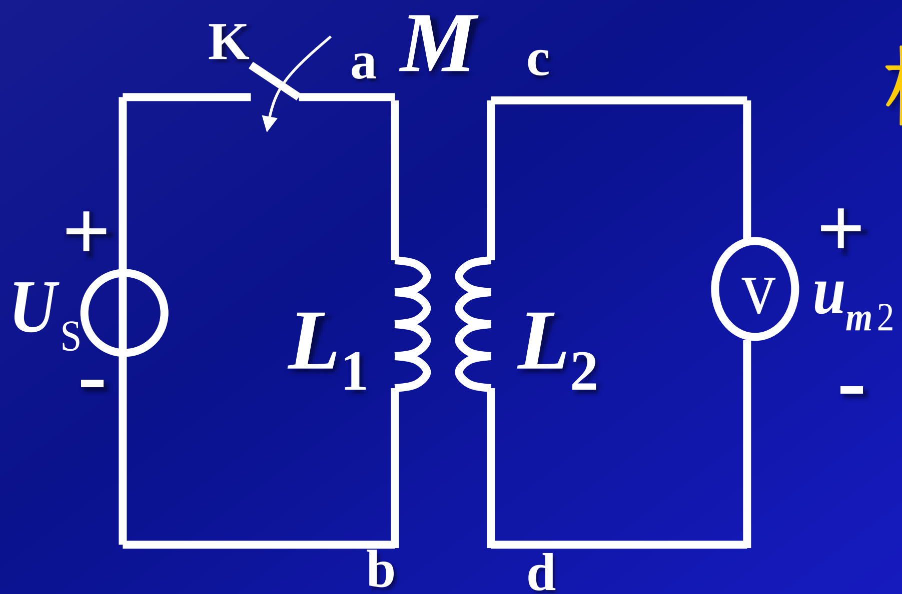


a、b是同名端

c、d是同名端

同名端的测定

(1)直流法：一端接直流电压源，另一端接直流电压表；



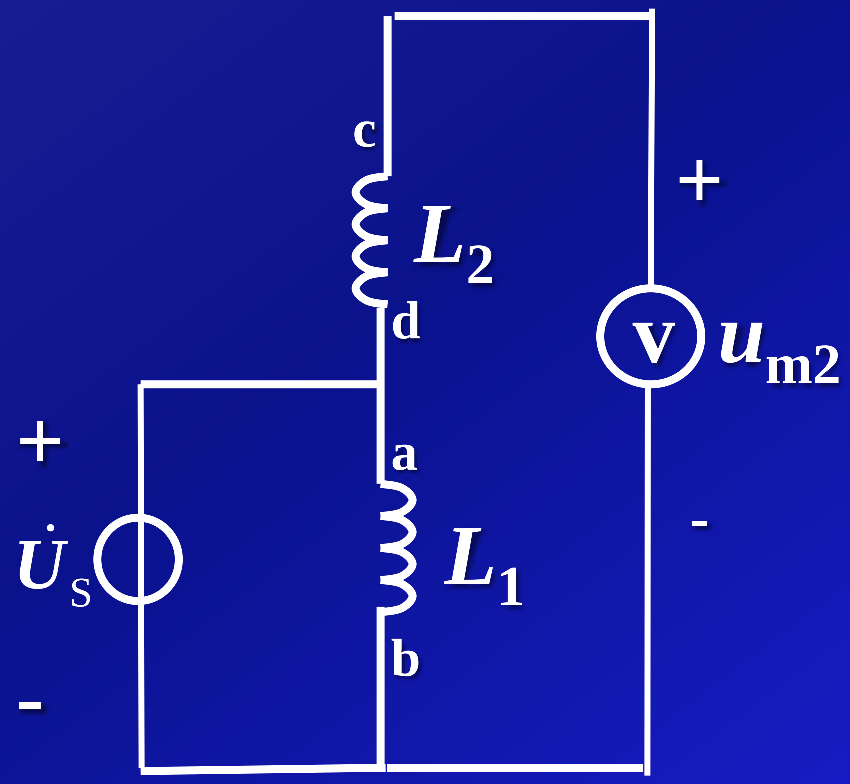
根据其VCR，

正偏，a，c同名端

反偏，a，d同名端

(2)交流法

电源改为正弦交流电源，电压表改为交流电压表，且开关移去，一端串接；



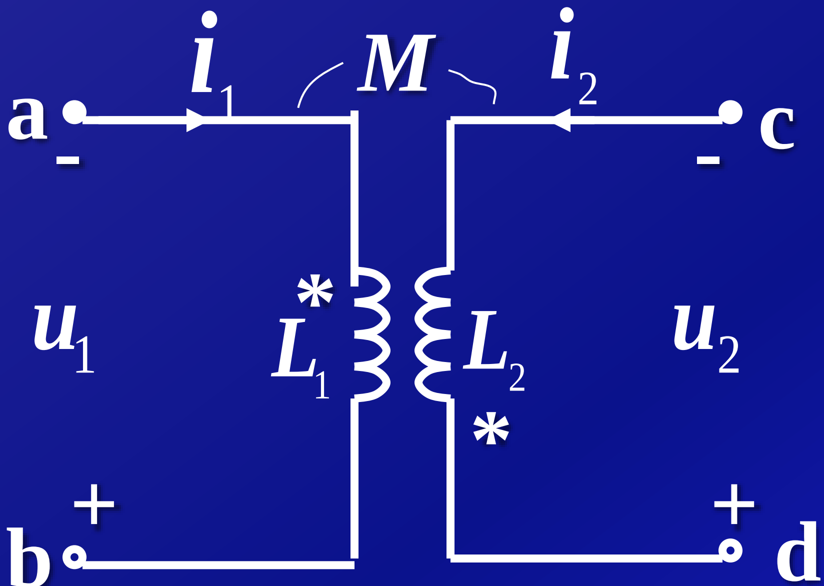
根据其VCR的相量形式同样能判定其同名端。

根据同名端标记，以及线圈电流和电压的参考方向，就可以直接列写耦合电感伏安关系：

规则：法1: 若耦合电感的电压与电流的参考方向为关联参考方向时，自感电压取正号，否则取负号；

若耦合电感线圈的电压正极性端与另一线圈 的电流流入端为同名端时，则互感电压取正号，否则取负号。

例1 列写伏安关系式，电路模型如下图。



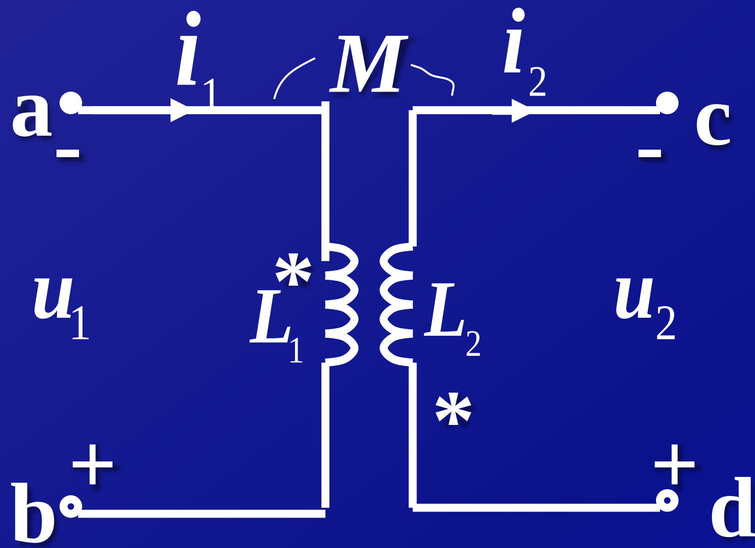
$$u_1 = u_{L1} + u_{M1} = -L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = u_{L2} + u_{M2} = -L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

1) 线圈1的电压与电流的参考方向为非关联，故自感电压前取负号；

2) 线圈1的电压正极性端与线圈2的电流流入端为同名端时，线圈1的互感电压前取正号。

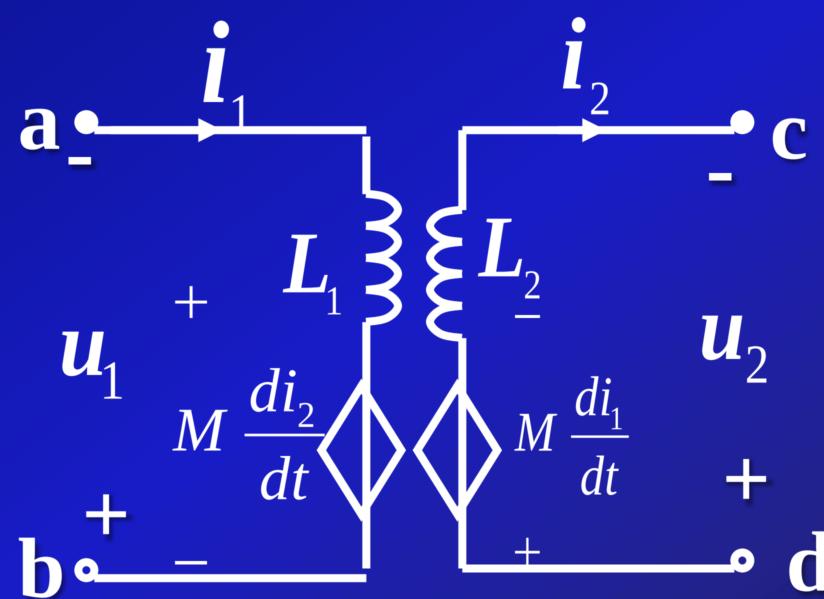
（比较P251例8-1）



$$u_1 = u_{L1} + u_{M1} = -L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

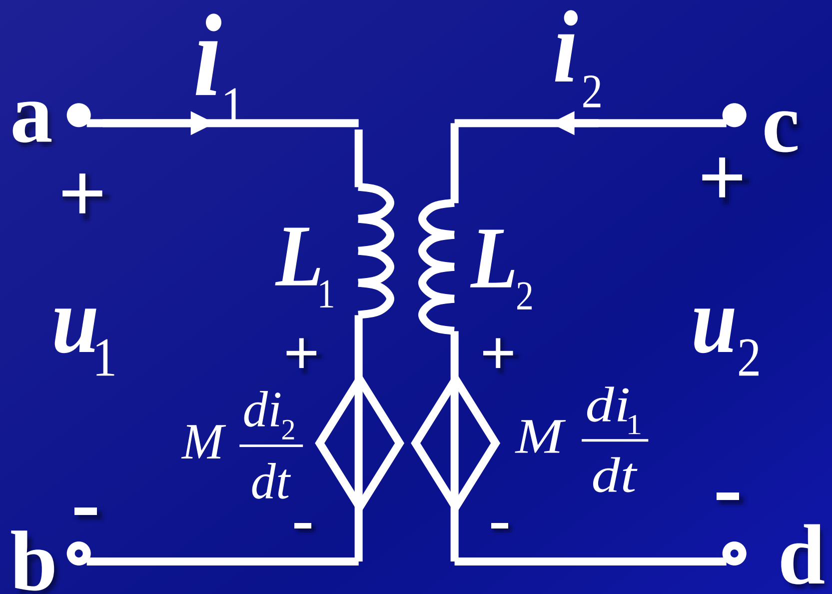
$$u_2 = u_{L2} + u_{M2} = +L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

电路模型也可以用**受控源**的形式表示：

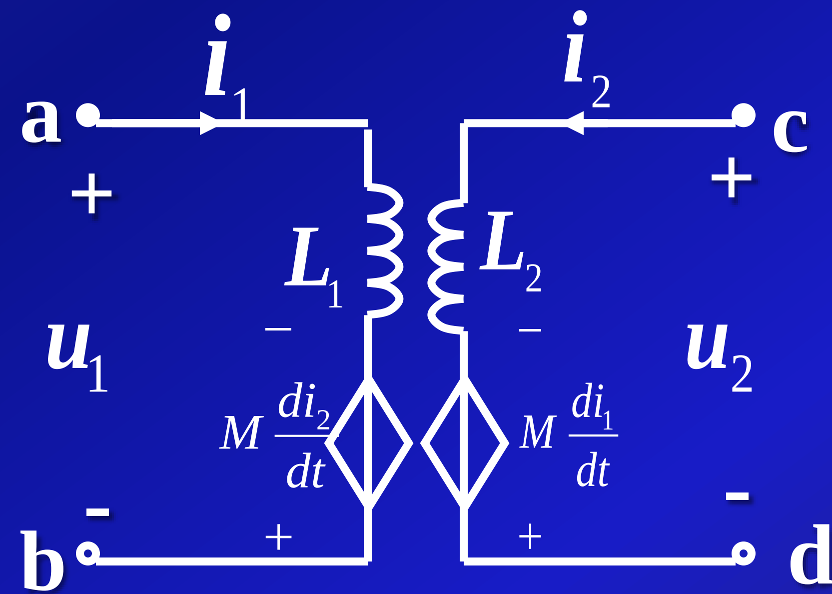


则可去掉M和同名端标记，但**受控源的方向与同名端有关**。

当两线圈的电流、电压参考方向关联时，相应耦合电感的电路模型为：



书图8-5(a)



书图8-5(b)

当耦合电感线圈的电压正极性端与另一线圈的电流流入端为同名端时，则互感电压与自感电压方向一致；否则，方向相反。

耦合电感的相量(模型)形式：

$$\dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L_1 \dot{I}_1 \pm \mathrm{j}\omega M \dot{I}_2$$

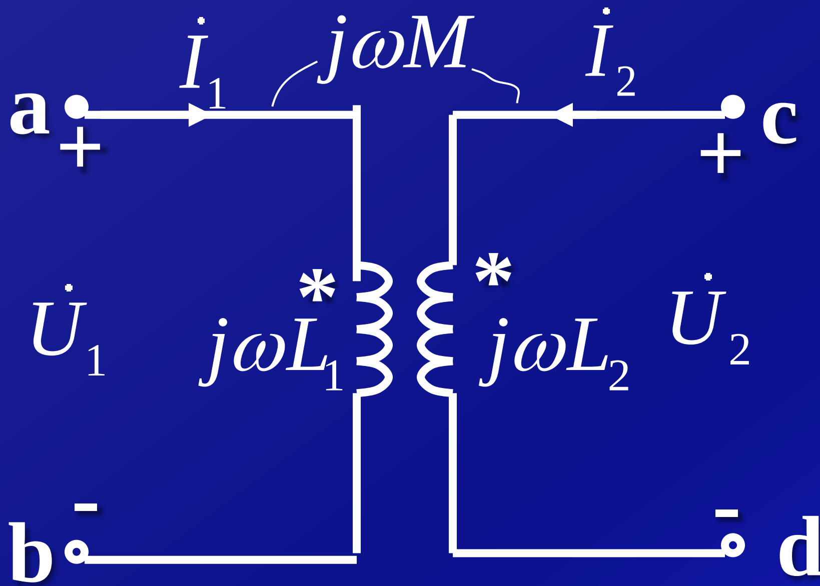
$$\dot{U}_2 = \mathrm{j}\omega L_2 \dot{I}_2 \pm \mathrm{j}\omega M \dot{I}_1$$

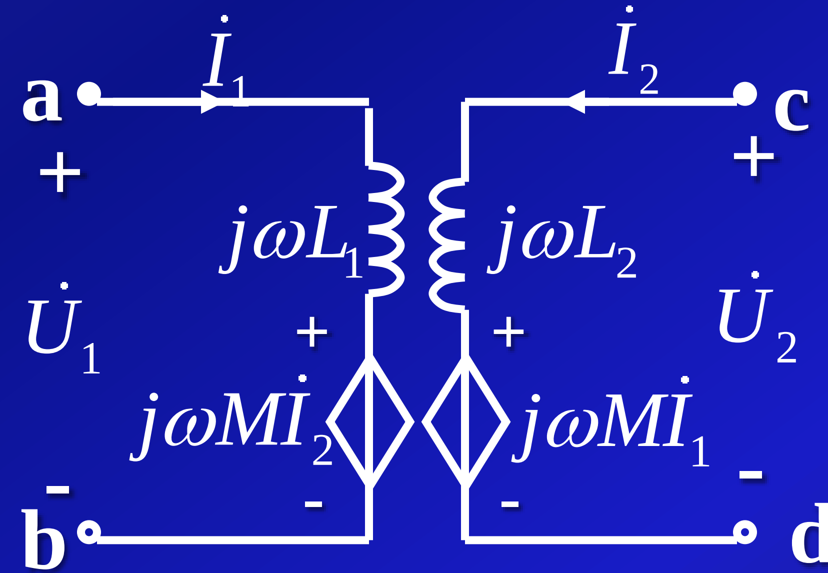
$\mathrm{j}\omega L_1, \mathrm{j}\omega L_2$ 称为自感阻抗

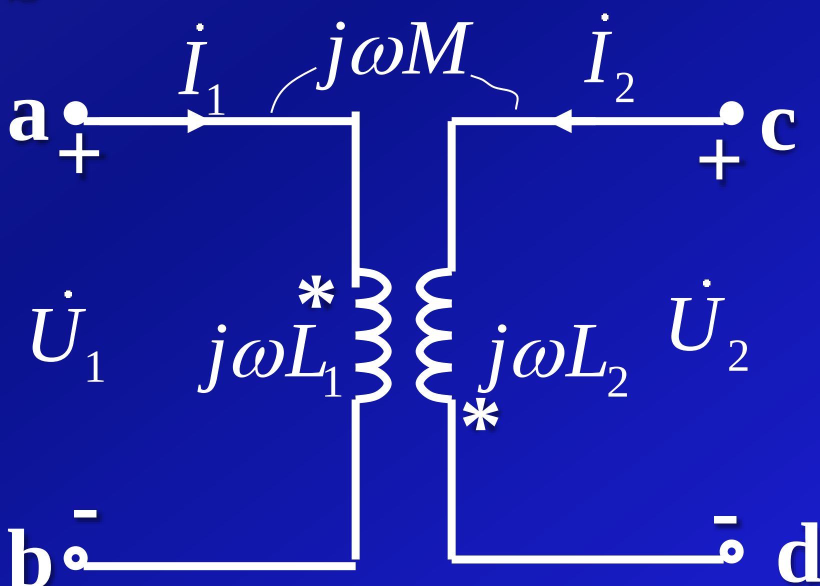
$\mathrm{j}\omega M$ 称为互感阻抗

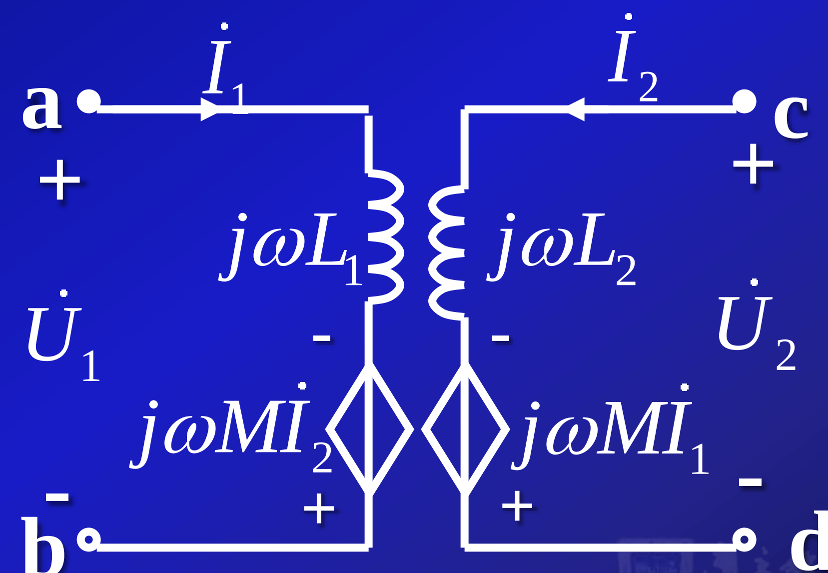
据此可画出相应的相量模型图

耦合电感的相量模型


a
b
c
d
+
-
$\dot{I}_1$
$\dot{I}_2$
$j\omega M$
$\dot{U}_1$
$\dot{U}_2$
$j\omega L_1$
$j\omega L_2$
*
*


a
b
c
d
+
-
$\dot{I}_1$
$\dot{I}_2$
$\dot{U}_1$
$\dot{U}_2$
$j\omega L_1$
$j\omega L_2$
$j\omega M\dot{I}_2$
$j\omega M\dot{I}_1$


a
b
c
d
+
-
$\dot{I}_1$
$\dot{I}_2$
$j\omega M$
$\dot{U}_1$
$\dot{U}_2$
$j\omega L_1$
$j\omega L_2$
*
*


a
b
c
d
+
-
$\dot{I}_1$
$\dot{I}_2$
$\dot{U}_1$
$\dot{U}_2$
$j\omega L_1$
$j\omega L_2$
$j\omega M\dot{I}_2$
$j\omega M\dot{I}_1$

耦合电感的储能

$$w(t)=\int_{-\infty}^{t}u_1 i_1 dt+\int_{-\infty}^{t}u_2 i_2 dt$$

$$=\int_{-\infty}^{t}(L_1\frac{di_1}{dt}\pm M\frac{di_2}{dt})i_1 dt+\int_{-\infty}^{t}(L_2\frac{di_2}{dt}\pm M\frac{di_1}{dt})i_2 dt$$

$$=\frac{1}{2}L_1 i_1^{\ 2}+\frac{1}{2}L_2 i_2^{\ 2}\pm M i_1 i_2\ \geq 0$$ 无源元件

两电流的流入端为同名端取“+”；反之，取负。

也可以用其VCR和上式代入下式可验证：

$$\frac{d\,w(t)}{dt}=p(t)=u_1 i_1+u_2 i_2$$