

计算机控制系统

教学模块6 基于状态空间模型的极点配置设计方法

东北大学 · 关守平

guanshouping@ise.neu.edu.cn



信息科学与工程学院
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING

本教学模块内容:

- 教学单元1-模块导学
- 教学单元2-离散系统状态空间模型的建立
- 教学单元3-状态可测时按极点配置设计控制规律
- 教学单元4-按极点配置设计观测器
- 教学单元5-状态不可测时控制器的设计



教学模块6 基于状态空间模型的极点配置设计方法

教学单元1 模块导学

东北大学 · 关守平

guanshouping@ise.neu.edu.cn



信息科学与工程学院
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING

1.1 学习本教学模块所需掌握的基础知识

熟悉

- 1、 s 平面与 z 平面的映射关系
- 2、性能指标与闭环系统零极点之间的关系

掌握

- 1、连续系统状态空间模型的基本概念
- 2、连续系统的能控性、能观性、稳定性等基本特性



信息科学与工程学院
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING

1.2 本教学模块解决的问题

被控对象—离散状态
空间模型

性能指标—闭环系统 z
平面的极点

- 系统的稳定性
- 系统的稳态指标
- 系统的暂态指标

控制器设计：包括调节
系统控制器和随动系统
控制器设计



1.3 极点配置设计方法原理与基本概念

系统的动态行为主要是由闭环系统的极点决定的。

极点配置设计方法的基本原理：按照控制系统性能要求和被控对象的某些特征，先确定控制系统的期望闭环极点，再设计出控制器，使得控制系统的闭环极点与期望的闭环极点相同。



基于状态空间模型进行控制器的设计：可以采用状态反馈和输出反馈两种形式，其含义是分别将观测到的状态量或输出量取作反馈量以构成反馈控制律，构成闭环控制，以达到期望的闭环系统的性能指标。

采用状态反馈与采用输出反馈相比较，闭环系统能够达到更好的性能：

- （1）状态反馈能够实现闭环极点的任意配置；
- （2）输出反馈是状态反馈的特例。



状态反馈控制的前提条件：

通过状态行为来实现控制目标，但是这样的反馈控制策略有一个前提，即系统状态的行为应能受控制作用的任意控制，否则不能达到设计目标。

一个系统的状态行为是否受控制作用的任意控制？这就涉及系统的能控性问题。

由于系统的状态不能全部测量，反馈的状态量需要用可直接测量的输出量进行估算，系统的状态量是否可以由输出量来完全确定？这就涉及到系统的能观性问题。



能控性: 是系统控制作用对系统行为控制影响的可能性;

能观性: 指由系统输出量能否完全确定系统状态的可能性。

系统的能控性和能观性是系统的一种**内在行为**，分别反映系统控制作用和系统状态以及系统输出量之间的特征关系，都是由系统本身的结构和参数决定的。



单输入单输出的线性定常系统的离散状态空间模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = F\mathbf{x}(k) + G\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1)$$

能控的充要条件是下述能控性矩阵满秩

$$\text{rank}[G \quad FG \quad \cdots \quad F^{n-1}G] = n \quad (2)$$

能观的充要条件是下述能观性矩阵满秩

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CF \\ \vdots \\ CF^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (3)$$



状态反馈不改变系统的能控性，但可能改变系统的能观性；
而输出反馈既不改变系统的能控性，也不改变系统的能观性。

一个能控能观的连续系统离散化后，受采样周期的影响，其能控性和能观性可能发生改变；反之，一个能控能观的离散系统，其原来的连续系统一定是能控能观的。



1.4 状态空间模型与传递函数之间的关系

离散系统的状态空间模型为：

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = F\mathbf{x}(k) + G\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + D\mathbf{u}(k) \end{cases} \quad (4)$$

进行 z 变换得到：

$$\begin{aligned} z\mathbf{X}(z) &= F\mathbf{X}(z) + G\mathbf{U}(z) \\ \mathbf{Y}(z) &= C\mathbf{X}(z) + D\mathbf{U}(z) \end{aligned} \quad (5)$$

此处假设初始条件为零，即 $\mathbf{x}(0)=0$ 。



于是得到:

$$\mathbf{X}(z) = (zI - F)^{-1} G \mathbf{U}(z) \quad (6)$$

$$\mathbf{Y}(z) = [C(zI - F)^{-1} G + D] \mathbf{U}(z)$$

于是得到脉冲传递函数为:

$$\mathbf{W}(z) = \frac{\mathbf{Y}(z)}{\mathbf{U}(z)} = C(zI - F)^{-1} G + D \quad (7)$$

特征方程为行列式:

$$\det(zI - F) = 0 \quad (8)$$



• 教学单元一结束 •



信息科学与工程学院
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING