知识点K2.03

z变换性质-线性、移序、反折

主要内容：

z变换的线性、移序、反折的性质

基本要求：

熟练运用z变换的性质

K2.03 z变换的性质-线性、移序、反折

说明：z变换性质，若无特殊说明，对单边和双边z变换均适用。

1、线性

$$f_1(k) \leftrightarrow F_1(z), \qquad \alpha_1 < |z| < \beta_1$$

$$f_2(k) \leftrightarrow F_2(z), \qquad \alpha_2 < |z| < \beta_2$$

$$a_1 f_1(k) + a_2 f_2(k) \leftrightarrow a_1 F_1(z) + a_2 F_2(z)$$ **a_1 ,a_2为任意常数**

$$\max(\alpha_1, \alpha_2) < |z| < \min(\beta_1, \beta_2)$$

注：其收敛域至少是$F_1(z)$ 与$F_2(z)$收敛域的相交部分。

2、移位（移序）特性

双边z变换的移位：

若 $f(k) \longleftrightarrow F(z)$, $\alpha < |z| < \beta$，且对整数$m>0$，则

$$f(k \pm m) \longleftrightarrow z^{\pm m} F(z), \quad \alpha < |z| < \beta$$

单边z变换的移位：

若 $f(k) \longleftrightarrow F(z)$, $|z| > \alpha$，且有整数$m>0$, 则

思考：why?

$$f(k-m) \longleftrightarrow z^{-m} F(z) + \sum_{k=0}^{m-1} f(k-m) z^{-k}$$

$$f(k+m) \longleftrightarrow z^{m} F(z) - \sum_{k=0}^{m-1} f(k) z^{m-k}$$

特例： 若*f*(*k*)为因果序列，则 $f(k-m) \longleftrightarrow z^{-m}F(z)$

即： $$f(k-m)\varepsilon(k-m) \longleftrightarrow z^{-m}F(z)$$

3、*k*域反转(仅适用双边*z*变换）

设 $$f(k) \leftrightarrow F(z), \quad \alpha < |z| < \beta$$

则 $$f(-k) \leftrightarrow F(z^{-1}), \quad \frac{1}{\beta} < |z| < \frac{1}{\alpha}$$

z变换性质-线性、移序、反折

例1： $2\delta(k)+3\varepsilon(k)\longleftrightarrow 2+\dfrac{3z}{z-1},\quad |z|>1$

例2： $f(k)=2^{-|k|}$，**求$f(k)$的双边z变换$F(z)$。**

解：

$$f(k)=2^{k}\varepsilon(-k-1)+2^{-k}\varepsilon(k)$$

$$2^{k}\varepsilon(-k-1)\leftrightarrow -\frac{z}{z-2},\quad |z|<2$$

$$2^{-k}\varepsilon(k)\leftrightarrow \frac{z}{z-\frac{1}{2}}=\frac{2z}{2z-1},\quad |z|>\frac{1}{2}$$

$$\therefore F(z)=\frac{2z}{2z-1}-\frac{z}{z-2}=\frac{-3z}{(2z-1)(z-2)},\quad \frac{1}{2}<|z|<2$$

z变换性质-线性、移序、反折

例3： 求如下周期为N的有始周期性单位序列的 z变换。

$$\sum_{m=0}^{\infty}\delta(k-mN)$$

解:

$$\sum_{m=0}^{\infty}\delta(k-mN)\longleftrightarrow\sum_{m=0}^{\infty}z^{-mN}=\frac{1}{1-z^{-N}}=\frac{z^{N}}{z^{N}-1},|z|>1$$

例4： $f(k)=\varepsilon(-k)$，求双边z变换。

解:

$$\varepsilon(k)\leftrightarrow\frac{z}{z-1},\qquad |z|>1$$

$$\varepsilon(-k)\leftrightarrow\frac{z^{-1}}{z^{-1}-1}=\frac{1}{1-z},\qquad |z|<1$$