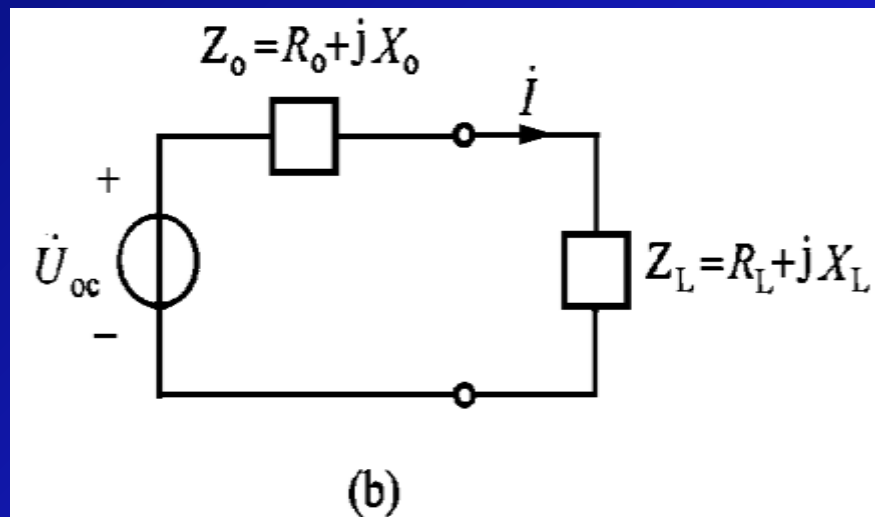
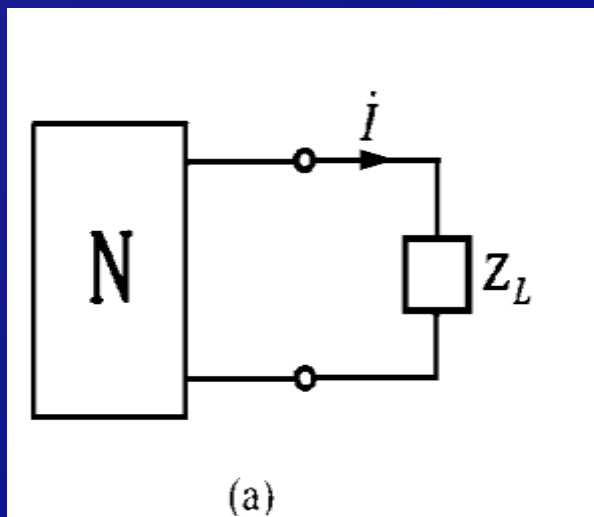


## ● 最大功率传输

图(a)所示含独立电源网络用戴维南等效电路代替，得到图(b)。



其中， $\dot{U}_{oc}$ 是含源网络的开路电压， $Z_0 = R_0 + jX_0$ 是含源网络的输出阻抗， $Z_L = R_L + jX_L$ 是负载阻抗。

负载电流：

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_0 + Z_L} = \frac{\dot{U}_{oc}}{R_0 + jX_0 + R_L + jX_L}$$

$$I = \frac{U_{oc}}{\sqrt{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2}}$$

负载吸收的平均功率：

$$P = I^2 R_L = \frac{U_{oc}^2 R_L}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2}$$

当 $X_L = -X_0$ 时，分母最小： $P = \frac{U_{oc}^2 R_L}{(R_0 + R_L)^2}$   
求导数，并令其等于零。

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{(R_0 + R_L)^2 - 2(R_0 + R_L)R_L}{(R_0 + R_L)^4} U_{oc}^2 = 0$$

得  $R_L = R_0$ 。

负载获得最大功率的条件：

$$Z_L = R_L + jX_L = R_0 - jX_0 = Z_0^*$$

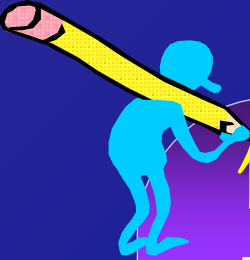
所获最大功率： $P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_0}$

## ● 最大功率传输定理

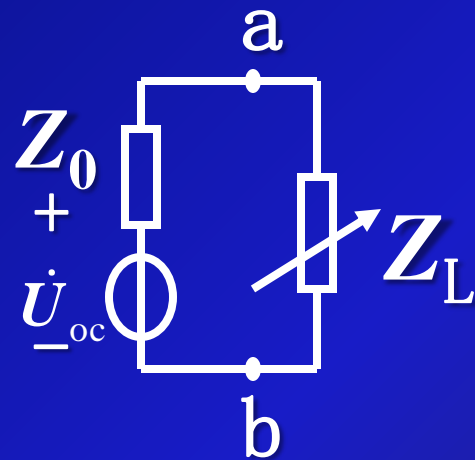
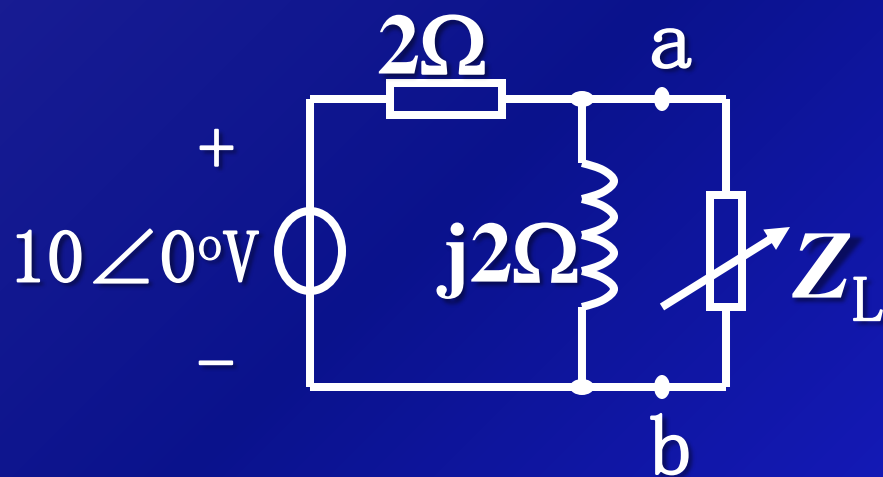
工作于正弦稳态的网络向一个负载  $Z_L = R_L + jX_L$  供电，由戴维南定理（其中  $Z_0 = R_0 + jX_0$ ），则在负载阻抗等于含源网络输出阻抗的共轭复数（即  $Z_L = Z_0^*$ ）时，负载可以获得最大平均功率：

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_0}$$

满足  $Z_L = Z_0^*$  的匹配，称为共轭匹配。

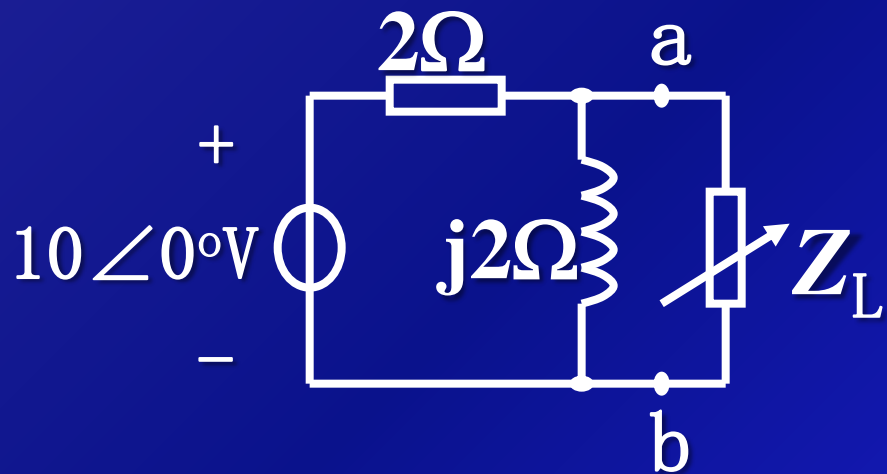


例27 (P221例7-21) 图示电路, 已知 $Z_L$ 为可调负载, 试求 $Z_L$ 为何值时可获最大功率? 最大功率为多少?



解: ab 以左运用戴维南电路, 得右图。

$$\dot{U}_{oc} = \frac{j2}{2 + j2} \times 10\angle 0^\circ = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ V}$$



$$Z_o = \frac{2 \times j2}{2 + j2} = 1 + j1\Omega$$

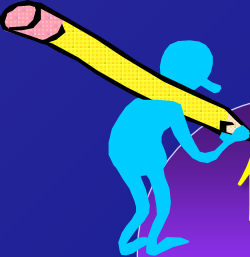
故, 当  $Z_L = Z_o^* = 1 - j1\Omega$  时, 可获最大功率:

$$P_{\max} = \frac{U_{\text{oc}}^2}{4R_o} = \frac{(5\sqrt{2})^2}{4 \times 1} = 12.5 \text{ W}$$

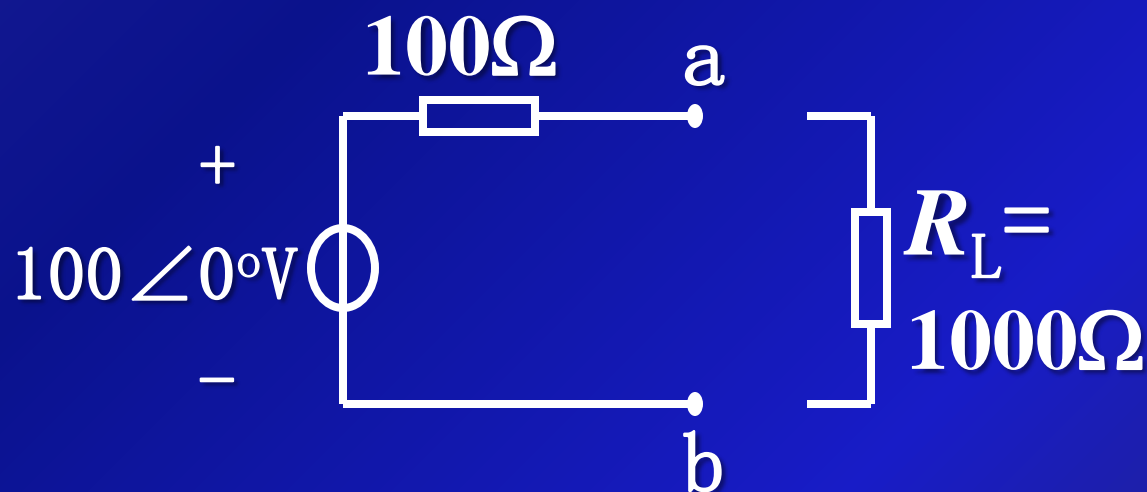


在通信和电子设备的设计中，常常要求满足共轭匹配，以便使负载得到最大功率。

在负载不能任意变化的情况下，可以在含源单口网络与负载之间插入一个匹配网络来满足负载获得最大功率的条件。



**例28** 单口网络如图，电源角频率  $\omega=1000\text{rad/s}$ ，为使  $R_L$  从单口网络中获得最大功率，试设计一个由电抗元件组成的网络来满足共轭匹配条件。





解：1 若不用匹配网络，将 $1000\Omega$ 负载与网络直接相连时，负载电阻获得的平均功率为

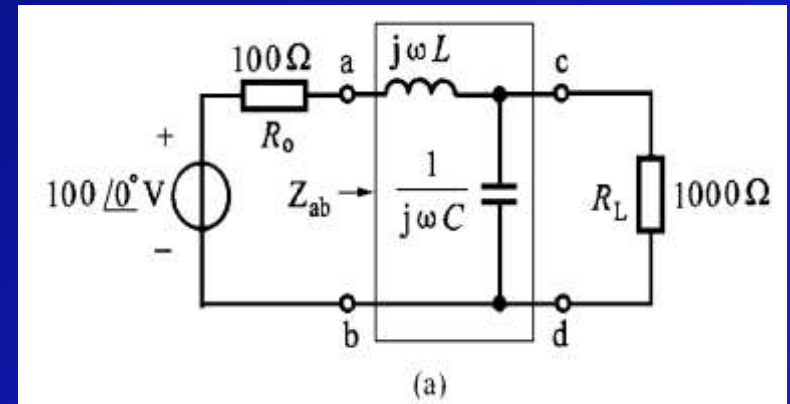
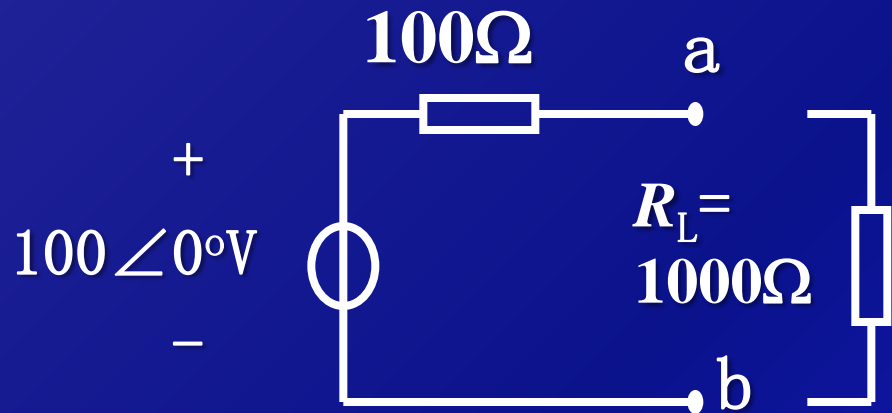
$$P_L = \left( \frac{100}{100 + 1000} \right)^2 \times 1000 = 8.26\text{W}$$

2 若采用匹配网络满足共轭匹配条件， $1000\Omega$ 负载电阻可能获得的最大平均功率为

$$P_L = \left( \frac{100}{100 + 100} \right)^2 \times 100 = 25\text{W}$$

可见，采用共轭匹配网络，负载获得的平均功率将大大增加。

3 设计一个由电感和电容构成的网络来满足共轭匹配条件，以使负载获最大功率。



上图网络是可满足上述条件的一种方案。

ab以右网络的输入阻抗:

$$Z_{ab} = j\omega L + \frac{R_L \frac{1}{j\omega C}}{R_L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= j\omega L + \frac{R_L}{1 + (R_L\omega C)^2} - j\frac{R_L^2\omega C}{1 + (R_L\omega C)^2} = \overset{*}{Z}_o = R_o - jX_o$$

令上式两边实部与虚部分别相等：

$$R_o = \frac{R_L}{1 + (R_L\omega C)^2}$$

$$X_o = -\omega L + \frac{R_L^2\omega C}{1 + (R_L\omega C)^2} = 0$$



$$\omega C = \frac{1}{R_L} \sqrt{\frac{R_L}{R_o} - 1}$$

$$\omega L = \omega C R_L R_o$$

代入参数, 得：

$$\omega C = \frac{1}{1000} \sqrt{10 - 1} = 3\text{mS} \quad C = \frac{3\text{mS}}{\omega} = 3\mu\text{F}$$

$$\omega L = \omega C R_L R_0 = 3 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 10^2 = 300 \Omega$$

$$L = \frac{\omega L}{\omega} = \frac{300}{1000} = 0.3 \text{H}$$

以上计算表明，如果选择 $L=0.3\text{H}$ ， $C=3\mu\text{F}$ ，图中ab两端以右单口网络的输入阻抗等于 $100\Omega$ ，它可以获得 $25\text{W}$ 的最大功率，由于其中的电感和电容平均功率为零，根据平均功率守恒定理，这些功率将为 $R_L=1000\Omega$ 的负载全部吸收。

实际上还有一种情况：负载阻抗的模任意改变，而其阻抗角不能变。

用相同的方法，可知：

$$|Z_L| = |Z_O|$$

时负载可获得最大功率，称为**模匹配**。

数学意义上讲，这时负载可获得的功率为极大值，并不是最大值。



## 激励频率不同的正弦稳态响应

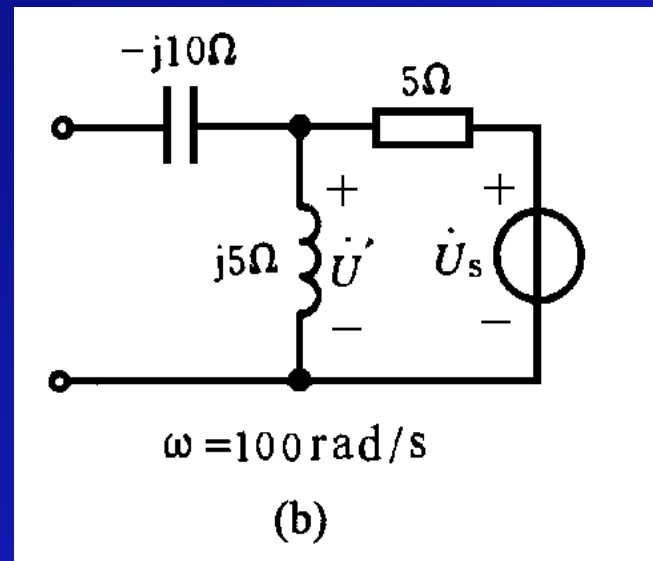
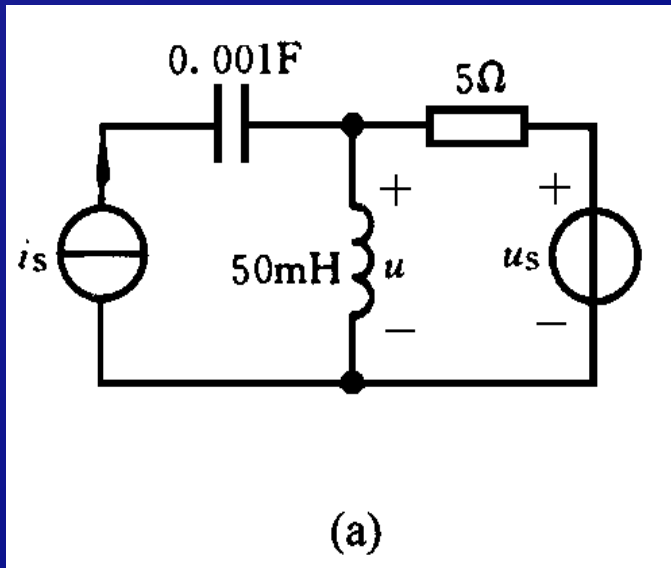
几个频率不同的正弦激励在线性时不变电路中产生的稳态电压和电流，可以利用叠加定理：

先用相量法分别计算每个正弦激励单独作用时产生的电压电流相量，然后得到时域形式的电压 $u_k(t)$ 电流和 $i_k(t)$ ，最后相加求得总的稳态电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 。





**例22** 图(a)中,  $u_s(t) = 20\cos(100t + 10^\circ)\text{V}$ ,  
 $i_s(t) = \sqrt{2}\cos(200t + 50^\circ)\text{A}$  求稳态电压  $u(t)$ 。



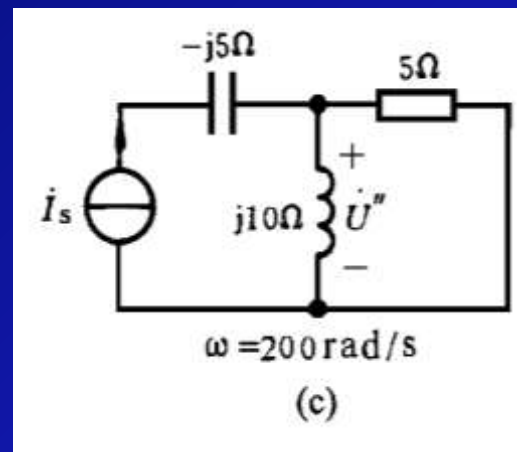
解:

1、电压源单独作用时, 得图(b)相量模型

$$\dot{U}' = \frac{j5}{5 + j5} \dot{U}_s = \frac{j5}{5 + j5} \times 10\sqrt{2} \angle 10^\circ = 10 \angle 55^\circ \text{V}$$

由相量写出相应的时间表达式

$$u'(t) = 10\sqrt{2} \cos(100t + 55^\circ) \text{V}$$



2、**电流源单独作用时**，将电压源用短路代替，得图(c)所示相量模型，则：

$$\dot{U}'' = \frac{5 \times j10}{5 + j10} \dot{I}_s = \frac{j50}{5 + j10} \times 1 \angle 50^\circ = 4.47 \angle 76.6^\circ \text{V}$$

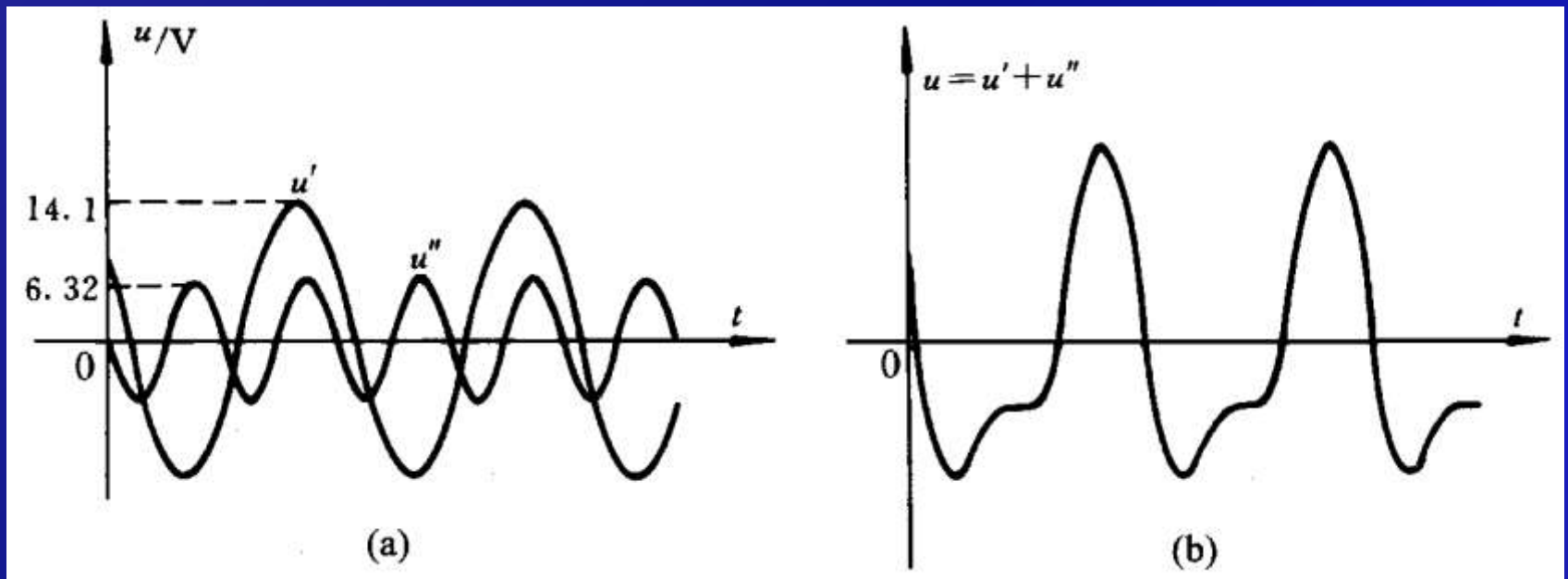
由相量写出相应的时间表达式：

$$u''(t) = 4.47\sqrt{2} \cos(200t + 76.6^\circ) \text{V}$$

### 3、叠加求稳态电压 $u(t)$

将每个正弦电源单独作用时产生的电压在时间域相加：

$$\begin{aligned} u(t) &= u'(t) + u''(t) \\ &= 10\sqrt{2} \cos(100t + 55^\circ) + 4.47\sqrt{2} \cos(200t + 76.6^\circ) \text{V} \end{aligned}$$



两个不同频率的正弦波形的叠加

可见：两个不同频率正弦波相加得到的是一个非正弦周期波形。