●电阻元件伏安特性的相量形式

电阻伏安关系时域形式：$u(t)=R\,i(t)$

当电流$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)$时，电阻上电压电流关系：

$$u(t)=\boxed{U_m}\cos(\omega t+\boxed{\varphi_u})=Ri(t)=\boxed{RI_m}\cos(\omega t+\boxed{\varphi_i})$$

关联方向下，电压和电流是同频率的正弦时间函数，其振幅或有效值之间服从欧姆定律，且相位差为零(同相)

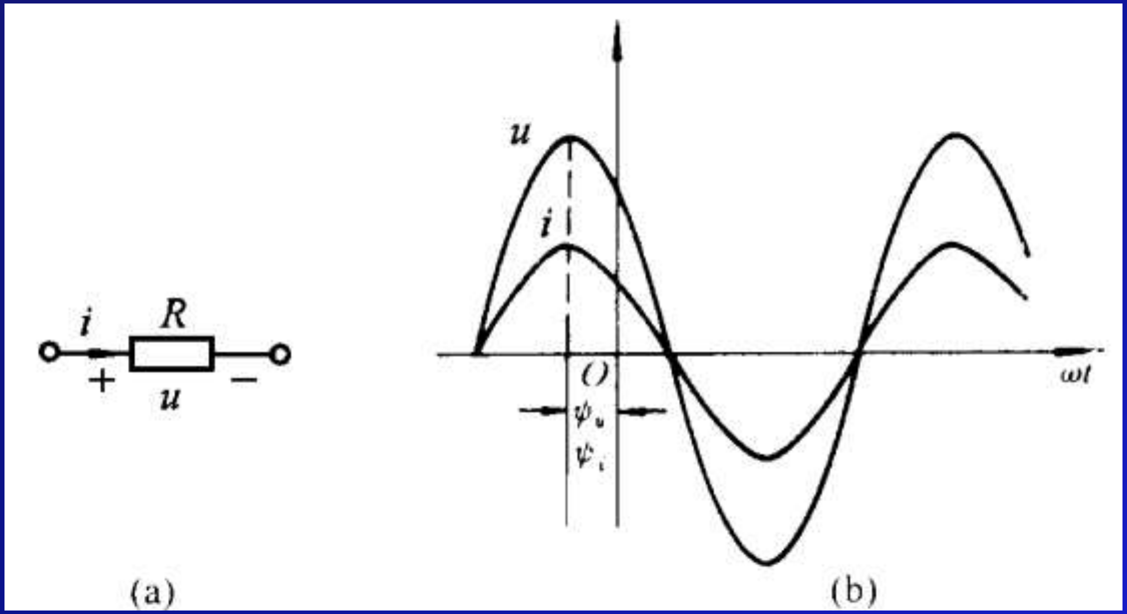
关联参考方向下电阻伏安关系的相量形式为

$$\dot{U} = R\dot{I} \qquad \dot{U}_m = R\dot{I}_m$$

这是复数方程，同时提供振幅之间和相位之间的两个关系，即：

(1) $U=RI$ (2) $\varphi_u=\varphi_i$

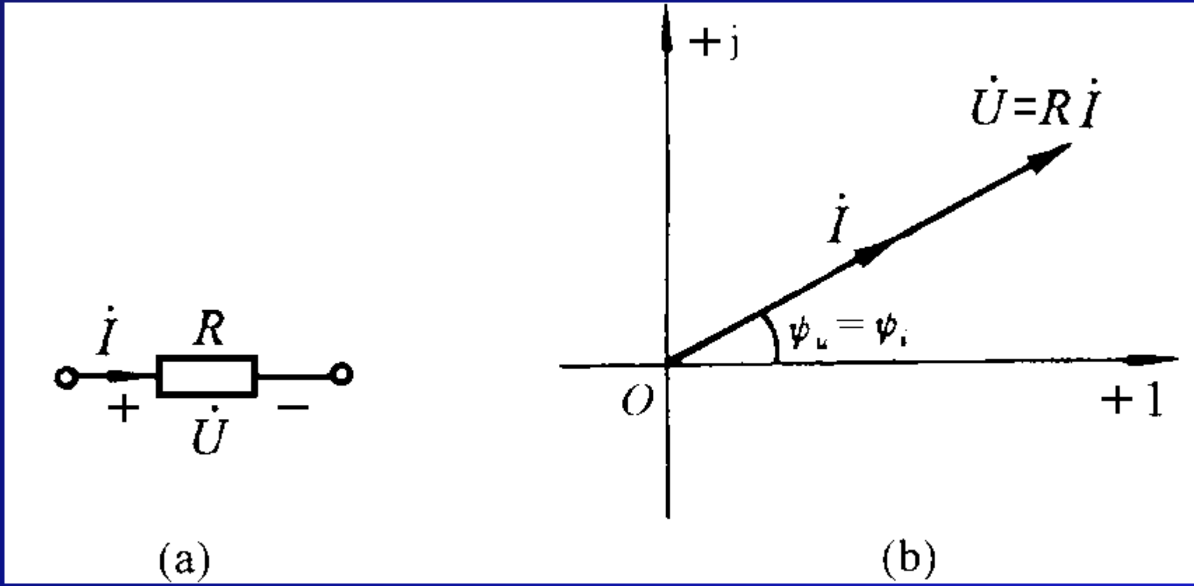
电阻元件的时域模型及反映电压电流关系的波形如下图示：



可见：在任一时刻，电压的瞬时值是电流的R倍，电压与电流同相位。

$$u(t) = R\,i(t)$$

电阻**相量模型**如图(a)所示，反映电压电流相量关系的相量图如图(b)所示。



可见：在任一时刻，电压的瞬时值是电流的R倍，**电压与电流同相位**。

$$\dot{U}=R\dot{I}$$

电容元件伏安特性的相量形式

电容电压电流关系为 $i(t)=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

当$\boldsymbol{u(t)=U_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{u}})}$时

$$i(t)=\boxed{I_{\mathrm{m}}}\cos(\omega t+\boxed{\phi_{\mathrm{i}}})$$

$$=C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[U_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\phi_{\mathrm{u}})]$$

$$=-\omega CU_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\phi_{\mathrm{u}})$$

$$=\boxed{\omega CU_{\mathrm{m}}}\cos(\omega t+\boxed{\phi_{\mathrm{u}}+90^{\circ}})$$

关联方向下，电容的电压和电流是同频率的正弦量，它们振幅或有效值以及相位间的关系为：

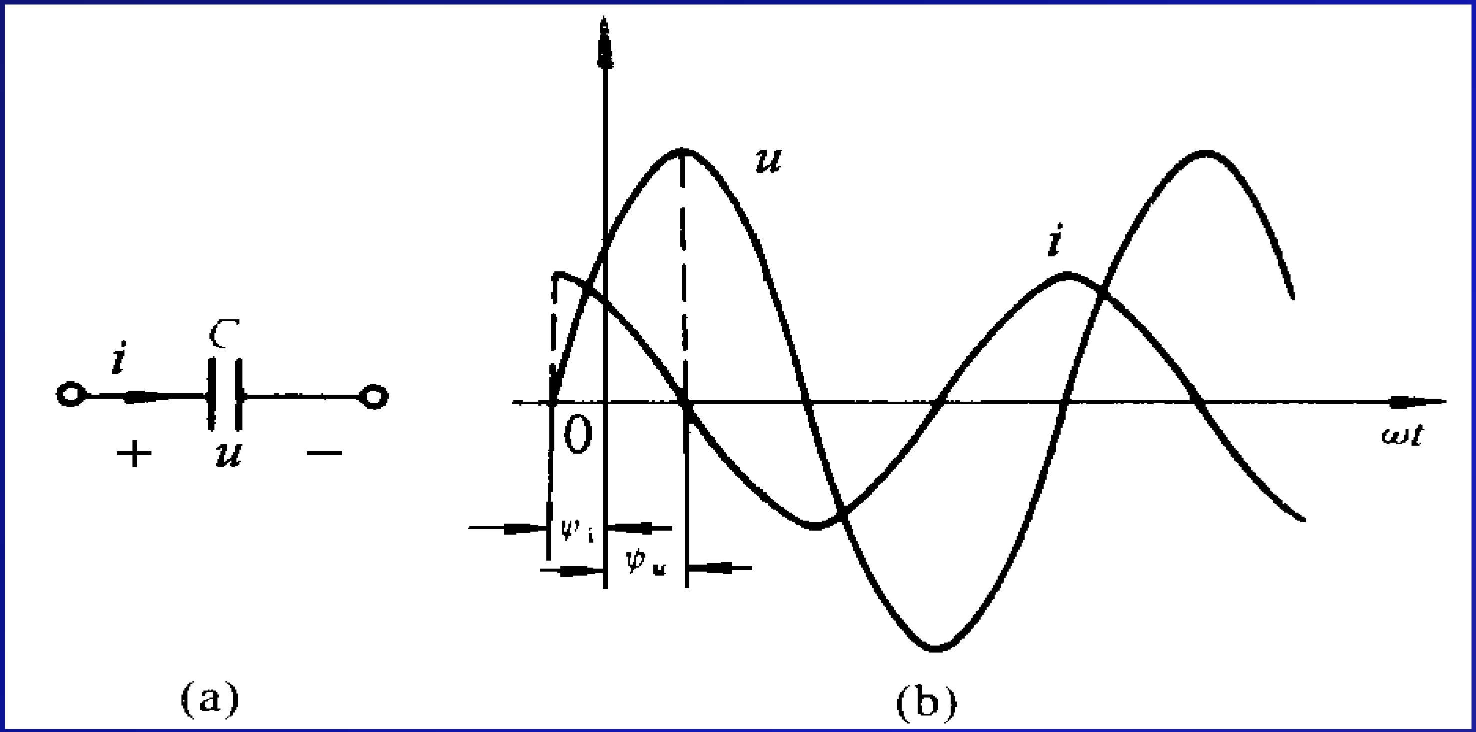
$$I_{\mathrm{m}} = \omega C U_{\mathrm{m}} \quad 或 \quad I = \omega C U$$

$$\varphi_{\mathrm{i}} = \varphi_{\mathrm{u}} + 90^{\circ}$$

关联参考方向下电容伏安关系的相量形式为

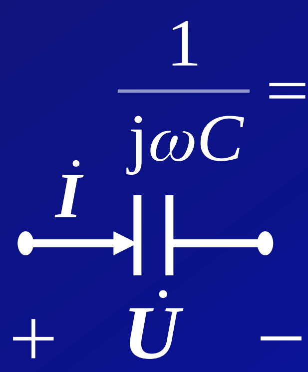
$$\dot{I} = \mathrm{j}\omega C\dot{U} \quad 或 \quad \dot{U} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}$$

电容元件的**时域模型**如图(a)所示，电压电流的波形图如图(b)所示。

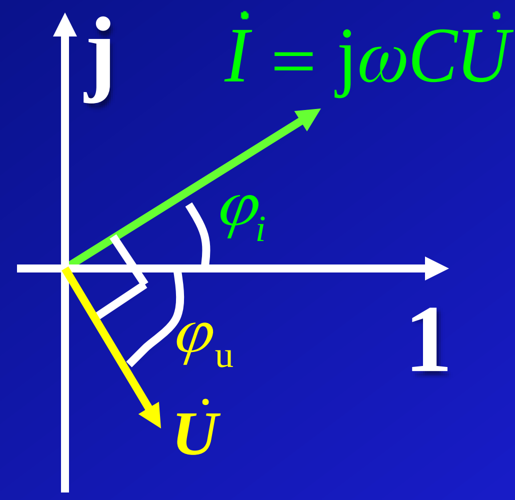


$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

电容元件的**相量模型**如图(a)，伏安相量关系图如图(b)所示。



(a) **相量模型**图



(b) 相量关系图

$$\dot{I}=j\omega C\dot{U}$$

电感元件伏安特性的相量形式

电感伏安关系的时域形式：$u(t)=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

当$i(t)=I_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{i}})$时

$$u(t)=\boxed{U_{\mathrm{m}}}\cos(\omega t+\boxed{\varphi_{\mathrm{u}}})=L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[I_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{i}})]$$

$$=-\omega LI_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi_{\mathrm{i}})$$

$$=\boxed{\omega LI_{\mathrm{m}}}\cos(\omega t+\boxed{\varphi_{\mathrm{i}}+90^{\circ}})$$

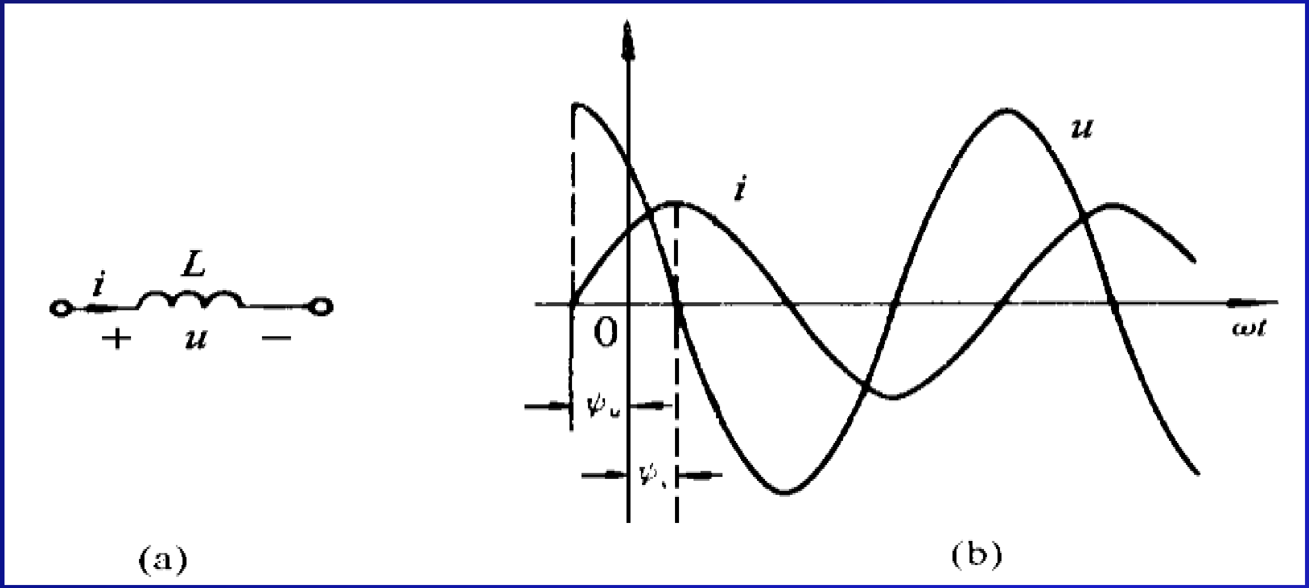
关联方向下电感的电压和电流是同频率的正弦量，它们振幅或有效值以及相位间的关系为：

$U_{\mathrm{m}} = \omega L I_{\mathrm{m}}$ 或 $U = \omega L I$； $\varphi_{\mathrm{u}} = \varphi_{\mathrm{i}} + 90^{\circ}$

关联参考方向下电感元件电压和电流的相量关系式：

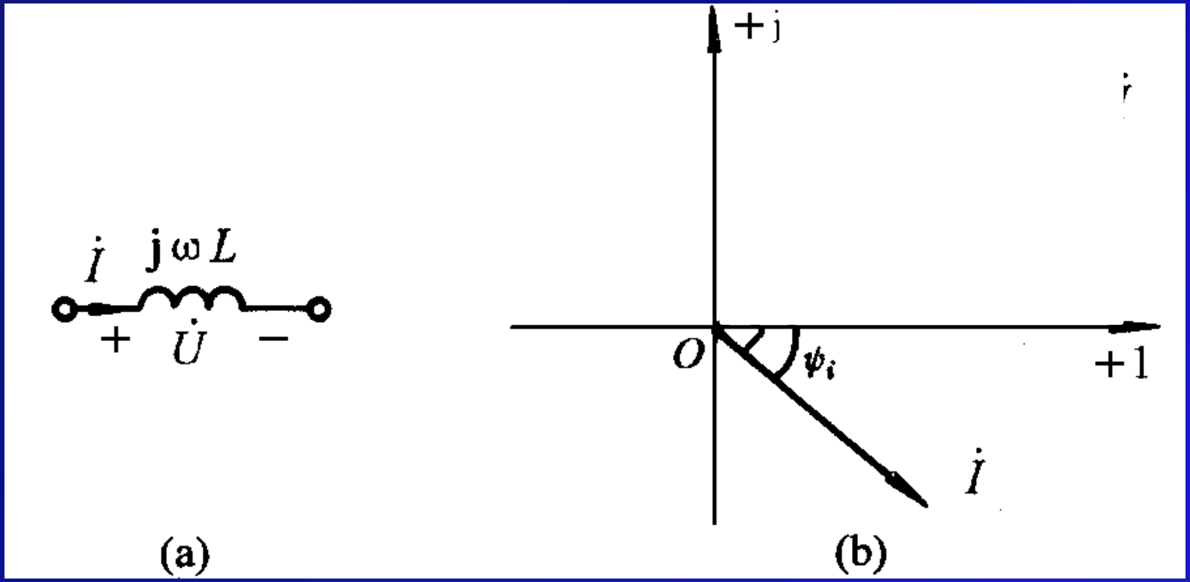
$$\dot{U} = \mathrm{j}\omega L \dot{I}$$

电感元件的时域模型如图(a)所示
伏安关系的波形如图(b)。



$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

电感元件的**相量模型**如图(a)，伏安相量关系图如图(b)所示。

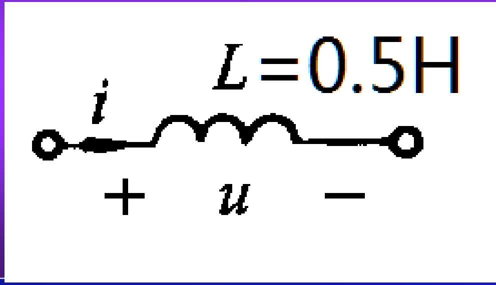


$$\dot{U} = \mathrm{j}\omega L\dot{I}$$

	时域形式		相量形式：
基尔霍夫电流定律	$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$		$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0$
基尔霍夫电压定律	$\sum_{k=1}^{n} u_k = 0$		$\sum_{k=1}^{n} \dot{U}_k = 0$
电压源	$u_S(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \varphi_v)$		$\dot{U}_S = U e^{j\varphi_u}$
电流源	$i_S(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \varphi_i)$		$\dot{I}_S = I e^{j\varphi_i}$
电阻的VCR	$u = Ri$	$i = Gu$	$\dot{U} = R\dot{I}$
电感的VCR	$u = L\dfrac{di}{dt}$	$i = \dfrac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u dt$	$\dot{U} = j\omega L\dot{I}$
电容的VCR	$i = C\dfrac{du}{dt}$	$u = \dfrac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i dt$	$\dot{I} = j\omega C\dot{U}$

例8（P203例7-8) 图示正弦稳态电路，试求电感两端的电压$u(t)$。已知

$$i(t)=2\sqrt{2}\cos(100t-120^\circ)\ \mathrm{A}$$



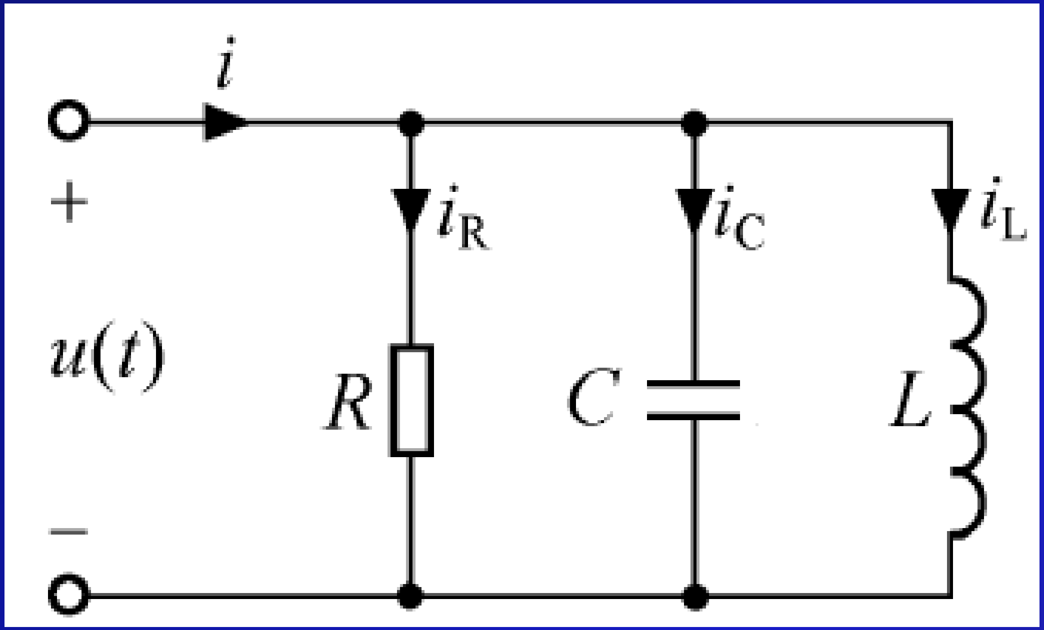
解：电流相量形式 $\dot{I}=2\angle -120^\circ\ \mathrm{A}$

由**相量形式的VCR**，得：

$$\dot{U}=\mathrm{j}\omega L\dot{I}$$

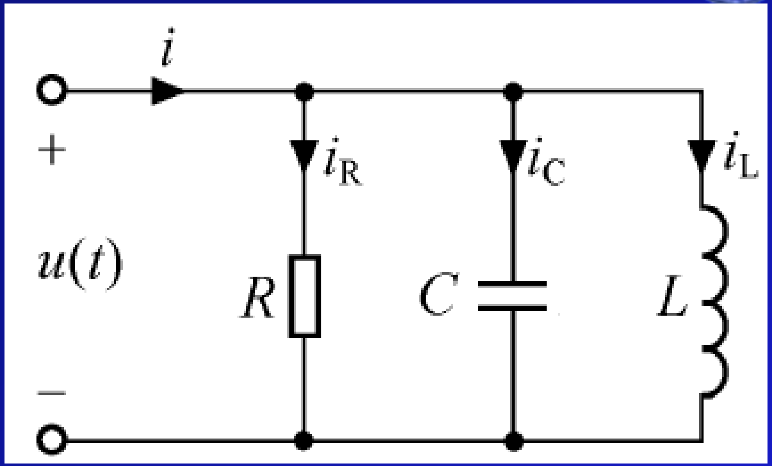
$$u(t)=100\sqrt{2}\cos(100t-30^\circ)\ \mathrm{V}$$

例9（P204例7-9） 图示正弦稳态电路，已知 $R=15\Omega, L=10mH, C=50\mu F$ $u(t)=60\sqrt{2}\cos 10^3 t\,V$，试求电流 $i(t)$。



解：电压相量形式 $\dot{U}=60\angle 0^{\circ}V$

利用R、L、C元件VCR的相量形式



$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}$$

$$\dot{I}_C = \mathrm{j}\omega C\dot{U}$$

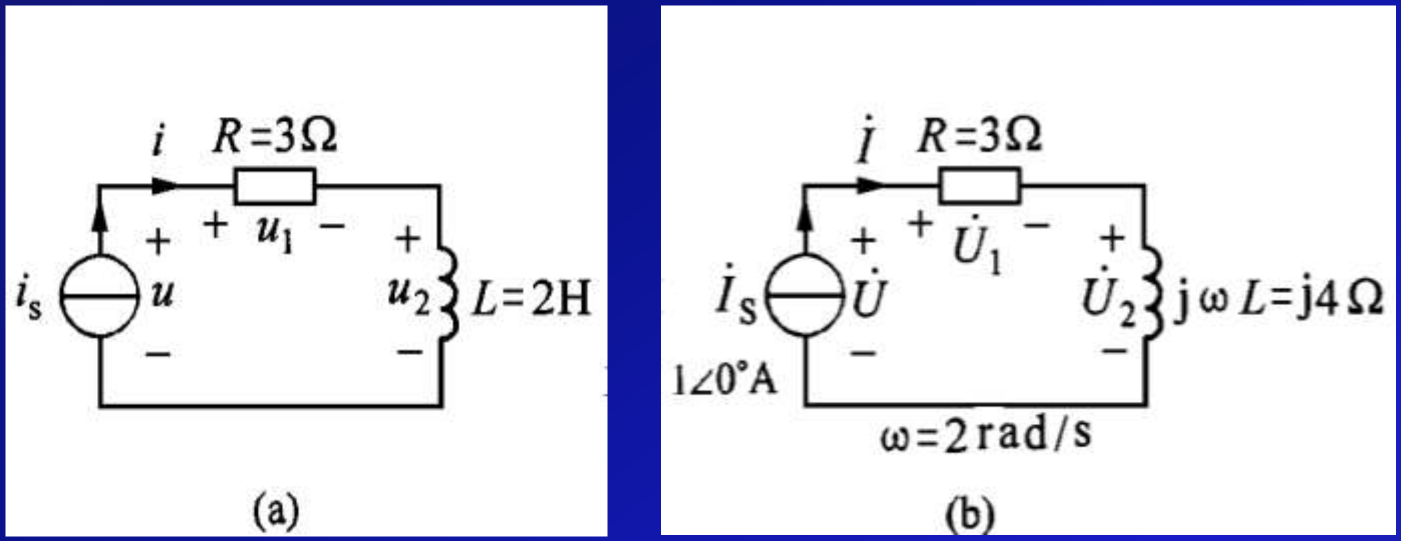
$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{\mathrm{j}\omega L}$$

由KCL的**相量形式的**得：

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_C+\dot{I}_L=4\angle 0^0+3\angle 90^0+6\angle -90^0$$

$$i(t)=5\sqrt{2}\cos(10^3 t+36.9^0)\mathrm{A}$$

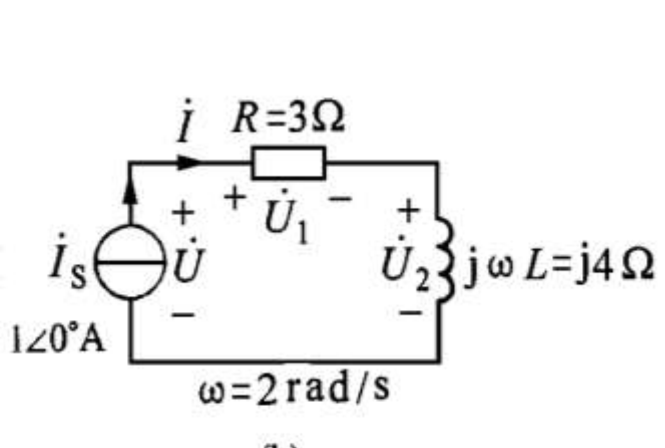
例10 图示电路，已知 $i_S(t)=\sqrt{2}\cos 2t\,\mathrm{A}$
求：$u_1(t)$，$u_2(t)$，$u(t)$的有效值相量。



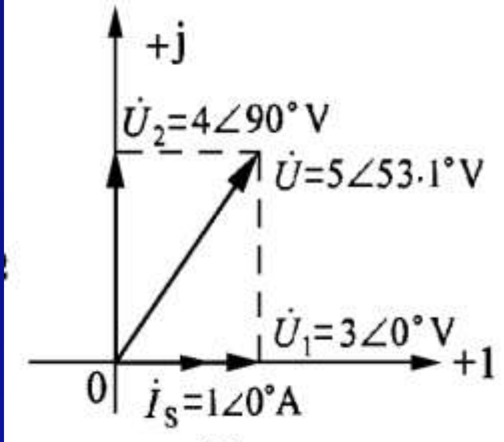
解：相量模型如图(b)；

根据相量形式的KCL求电流相量

$$\dot{I}=\dot{I}_S=1\angle 0^\circ\,\mathrm{A}=1\mathrm{A}$$



(b)



(c)

由相量形式的VCR，得：

$$\dot{U}_1=R\dot{I}=R\dot{I}_S=3\times 1\angle 0^\circ=3\angle 0^\circ\,\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_2=\mathrm{j}\omega L\,\dot{I}=\mathrm{j}2\times 2\times 1\angle 0^\circ=\mathrm{j}4=4\angle 90^\circ\,\mathrm{V}$$

根据相量形式的KVL，得到：

$$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=3+\mathrm{j}4=5\angle 53.1^\circ\,\mathrm{V}$$

串联电路画相量图时选电流为参考相量;

时域表达式: $u_1(t)=3\sqrt{2}\cos 2t\ \mathrm{V}$

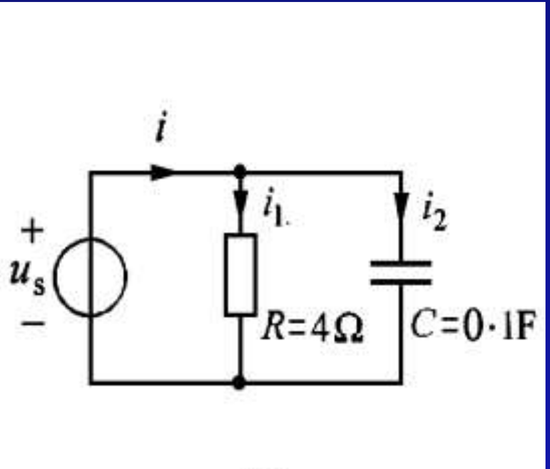
$$u_2(t)=4\sqrt{2}\cos(2t+90^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$u(t)=5\sqrt{2}\cos(2t+53.1^\circ)\ \mathrm{V}$$

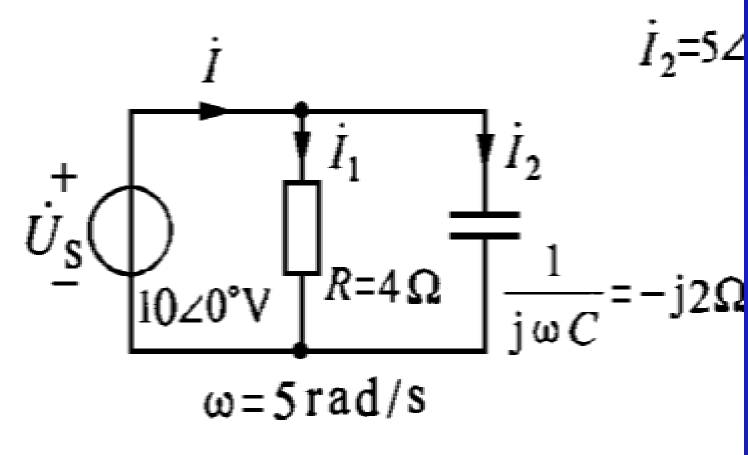
例11 电路如图(a)所示，已知

$R=4\Omega, C=0.1\mathrm{F}, u_S(t)=10\sqrt{2}\cos 5t\ \mathrm{V}$

求： $i_1(t)$，$i_2(t)$，$i(t)$及其有效值相量。



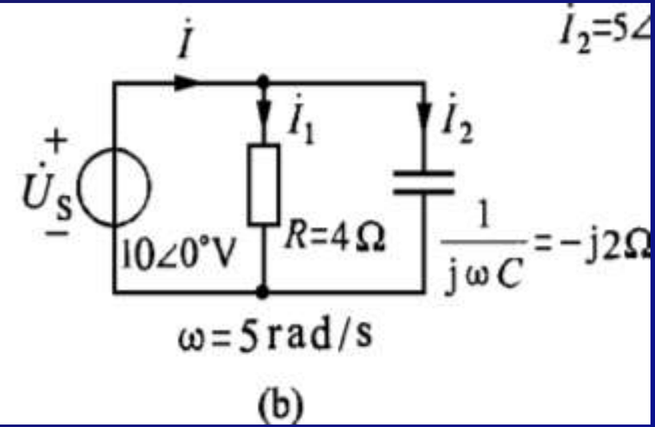
(a)



(b)

解：相量模型如图(b)；

电压源相量： $\dot{U}_S=10\angle0^\circ\ \mathrm{V}$



根据RLC元件**相量形式的VCR方程**求电流：

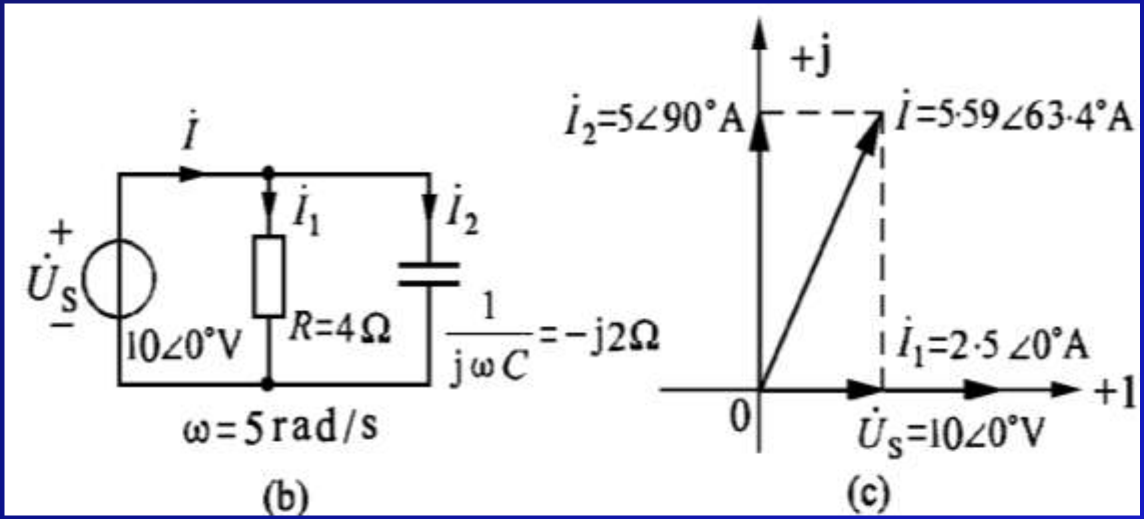
$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_S}{R}=\frac{10\angle 0^\circ}{4}=2.5\angle 0^\circ=2.5\text{A}$$

$$\dot{I}_2=\text{j}\omega C\dot{U}_S=\text{j}5\times 0.1\times 10\angle 0^\circ=\text{j}5=5\angle 90^\circ\,\text{A}$$

相量形式的KCL，得到

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=2.5+\text{j}5=5.59\angle 63.4^\circ\,\text{A}$$

相量图如图(c)所示：



并联电路画相量图时选电压为参考相量；

时域表达式：

$$i_1(t)=2.5\sqrt{2}\cos 5t\ \text{A}$$

$$i_2(t)=5\sqrt{2}\cos(5t+90^\circ)\ \text{A}$$

$$i(t)=5.59\sqrt{2}\cos(5t+63.4^\circ)\ \text{A}$$