知识点K3.05

离散系统状态方程和输出方程

主要内容：

1.状态变量

2.状态方程

3.输出方程

基本要求：

掌握离散系统状态方程和输出方程的基本概念

K3.05 离散系统状态方程和输出方程

(1)初始状态：

定义：离散系统在k_0时刻的状态是最少数目的一组数，知道了这组数和区间$[k_0,k]$上的输入，就可以完全确定系统在k时刻的输出，该组数即为初始状态，表示为：

$$x_1(k_0), x_2(k_0)\ldots\ldots, x_n(k_0)$$

说明：

(1) 系统状态的数目是一定的，n阶系统有n个初始状态;

(2) 设初始时刻k_0=0，对n阶系统，初始状态通常为：

$$y(-1), y(-2), \ldots\ldots, y(-n)$$

离散系统状态方程和输出方程

(2) 状态变量： 表示状态随时间变化的一组变量。

初始状态：$x_1(k_0), x_2(k_0)......, x_n(k_0)$

状态变量：$x_1(k), x_2(k)......, x_n(k)$

(3) 状态矢量、状态空间：

状态矢量：由状态变量构成的列矢量 ***X(k)*** 。

$$\boldsymbol{X}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

状态空间：状态矢量***X(k)*** 所在的空间。

(4)状态方程：

描述状态与输入关系的一阶前向差分方程组。

一般形式：***n***阶系统，***n***个状态，***p***个输入。

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_p \end{bmatrix}$$

$\downarrow$ $X(k+1)$　$\downarrow$ A　$\downarrow$ $X(k)$　$\downarrow$ B　$\downarrow$ $f(k)$

矩阵形式： $\boldsymbol{X}(k+1) = \boldsymbol{AX}(k) + \boldsymbol{Bf}(k)$

离散系统状态方程和输出方程

(5)输出方程： 描述系统输出、输入、状态之间关系的代数方程组。

一般形式： n阶系统，n个状态，p个输入，q个输出。

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_q(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ c_{q1} & c_{q2} & \cdots & c_{qn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1p} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2p} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ d_{q1} & d_{q2} & \cdots & d_{qp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_p \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$Y(k) \qquad C \qquad X(k) \qquad D \qquad f(k)$$

$$\boldsymbol{Y}(k) = \boldsymbol{CX}(k) + \boldsymbol{Df}(k)$$