知识点K2.13

系统函数与系统特性

主要内容：

1.系统函数与系统特性

2.离散系统稳定性判据

基本要求：

1.掌握系统函数与系统特性

2.掌握离散系统稳定性判据

K2.13 系统函数与系统特性

1、离散系统的零点和极点： [类比]

$$H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}=\frac{b_m z^m+b_{m-1}z^{m-1}+\cdots+b_0}{z^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots+a_0}$$

$$=\frac{b_m(z-\xi_1)(z-\xi_2)\cdots(z-\xi_m)}{(z-P_1)(z-P_2)\cdots(z-P_n)}=\frac{b_m\prod_{j=1}^{m}(z-\xi_j)}{\prod_{i=1}^{n}(z-P_i)},\qquad m\le n$$

其中：ξ_i ， $i=1,2,\cdots,$ m，称 $\boldsymbol{H(z)}$ 的零点；

p_j ， $j=1,2,\cdots,$ n，称 $\boldsymbol{H(z)}$ 的极点。

零/极点的种类：实数、复数 (复数零、极点必共轭)

一阶、二阶及二阶以上极点

2、离散系统 *H*(*z*)的零、极点与*h*(*k*)的关系：

（1）单位圆内的极点：

在实轴上：

一阶极点： $\dfrac{Az}{z-a} \rightarrow Aa^k\varepsilon(k),\quad |a|<1$

二阶极点： $\dfrac{Az}{(z-a)^2} \rightarrow Aka^k\varepsilon(k)$

不在实轴上：

一阶极点： $\dfrac{A_1 z}{z-re^{j\beta}}+\dfrac{A_1^* z}{z-re^{-j\beta}} \rightarrow 2|A_1|r^k\cos(\beta k+\theta)\varepsilon(k),\qquad r<1$

二阶极点： $\dfrac{A_1 z}{(z-re^{j\beta})^2}+\dfrac{A_1^* z}{(z-re^{-j\beta})^2} \rightarrow 2|A_1|r^{k-1}\cos[\beta(k-1)+\theta]\varepsilon(k)$

（2）单位圆上的极点：

在实轴上：

一阶极点： $$\frac{Az}{z\pm 1} \leftrightarrow A(\pm 1)^k \varepsilon(k)$$

二阶极点： $$\frac{Az}{(z\pm 1)^2} \leftrightarrow Ak(\pm 1)^k \varepsilon(k)$$

不在实轴上：

一阶极点： $$\frac{Az}{z-re^{j\beta}}+\frac{A^*z}{z-re^{-j\beta}} \leftrightarrow 2|A|\cos(\beta k+\theta)\varepsilon(k)$$

二阶极点： $$\frac{Az}{(z-re^{j\beta})^2}+\frac{A^*z}{(z-re^{-j\beta})^2} \leftrightarrow 2|A|k\cos[\beta(k-1)+\theta]\varepsilon(k)$$

（3）单位圆外的极点：

在实轴上：

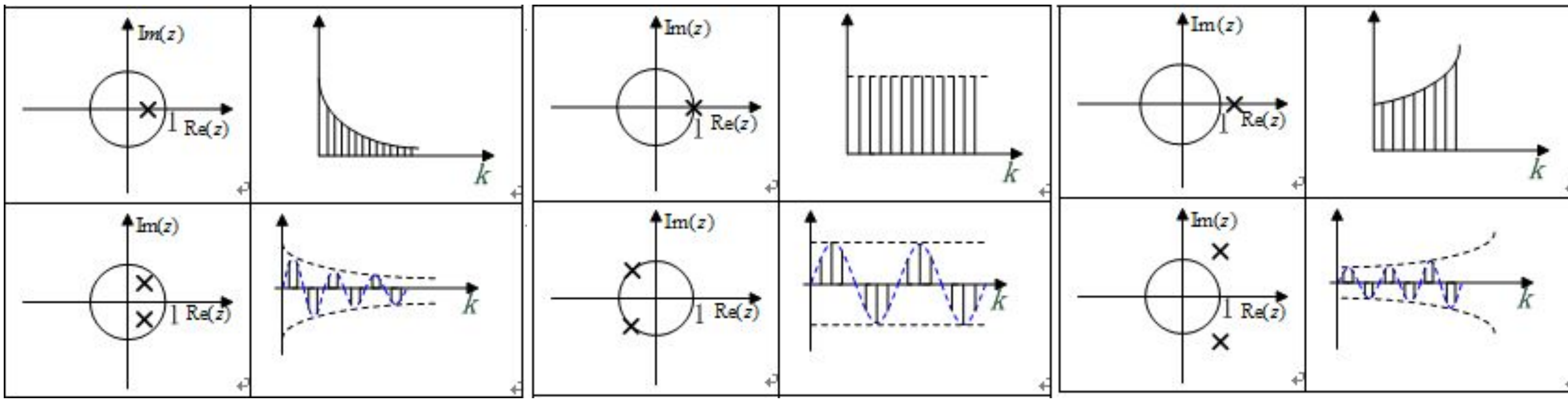
$$\frac{Az}{z-a} \leftrightarrow Aa^k\varepsilon(k), \quad |a|>1$$

$$\frac{Az}{(z-a)^2} \leftrightarrow Aka^{k-1}\varepsilon(k)$$

不在实轴上：

$$\frac{Az}{z-re^{j\beta}} + \frac{A^*z}{z-re^{-j\beta}} \leftrightarrow 2|A|r^k\cos(\beta k+\theta)\varepsilon(k), r>1$$

系统函数与系统特性



结论:

(1) *H*(*z*)的极点在单位圆内，对应*h*(*k*)按指数规律衰减;

(2) *H*(*z*)的极点在单位圆上:

一阶极点对应*h*(*k*)为稳态分量;

二阶及二阶以上极点对应*h*(*k*)增长。

(3) *H*(*z*)的极点在单位圆外，对应*h*(*k*)按指数规律增长。