



● RLC串联的电压传输系数

输出为电阻电压时的频率特性:

$$K_R(j\omega) = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_S} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

幅频特性: $|K_R(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$

相频特性: $\theta_R(\omega) = -\arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$

与电流的频率特性完全相同。





输出为电容电压时的频率特性:

$$K_C(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}_S} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{-jQ \frac{\omega_0}{\omega}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

幅频特性: $|K_C(j\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \cdot \frac{\omega_0}{\omega}$

相频特性: $\theta_C(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$





输出为电感电压时的频率特性:

$$K_L(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{jQ \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

幅频特性: $|K_L(j\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}$

相频特性: $\theta_L(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$





当 $\omega=\omega_0$ 时: $|K_C(j\omega_0)|=|K_L(j\omega_0)|=Q$

即: 谐振时电容电压和电感电压是外加电压的 Q 倍;

但不是最大值(峰值)。令:

$$\frac{d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}|K_C(j\omega)| = \frac{d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}|K_L(j\omega)| = 0$$





$$\omega_{C\max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad \text{比}\omega_0\text{小}$$

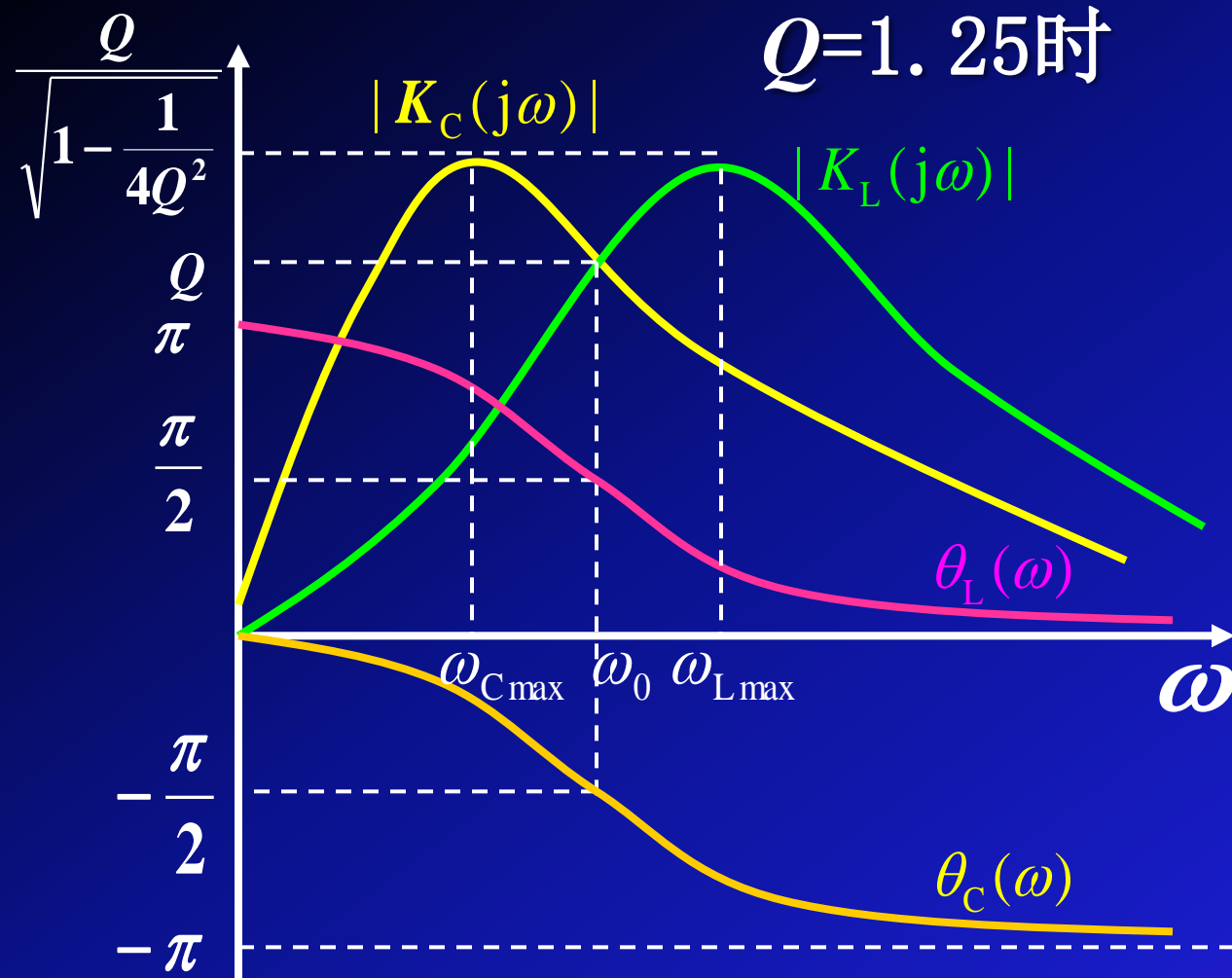
$$\omega_{L\max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} \quad \text{比}\omega_0\text{大}$$

$$|K_C(j\omega)|_{\max} = |K_L(j\omega)|_{\max} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad \text{比}Q\text{大}$$

当 $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时, U_C 、 U_L 均无峰值;

当 $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时, U_C 、 U_L 出现峰值;





$$\omega_{C\max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

$$\omega_{L\max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

$$|K_R(j\omega)|_{\max} ?$$



讨论:

当 $Q>10$ 时, $\omega_{C\max} \approx \omega_0 \approx \omega_{L\max}$;

可近似认为电流和所有电压均在谐振频率 ω_0 处达到最大值。

实际情况基本上都满足, 故可用 $\frac{\dot{I}}{\dot{I}_0}$ 或 $\frac{Y}{Y_0}$ 来描述串联谐振电路的频率特性。





串联谐振特性总结

对串联谐振电路，在谐振频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 处，输入阻抗的虚部为0， $Q = \omega_0 L / R$ 反映了电路在一个周期内所存储的能量与其消耗的能量比值。在两个半功率频率 ω_{C1} 和 ω_{C2} 处，阻抗的幅度为最小幅度值的 $\sqrt{2}$ 倍，也可认为在这两个频率处，电流响应为最大值的70.7%，而这两个频率的差称为半功率(3dB)带宽，且 $BW = \omega_0 / Q$ 。

