知识点Z3.25

传输算子

主要内容：

1. 传输算子的定义
2. 传输算子的注意事项

基本要求：

掌握传输算子的求解方法

3.4 离散系统的差分算子描述

Z3.25 传输算子

算子方程也可写成：

$$(1 + a_{n-1}E^{-1} + a_{n-2}E^{-2} + \cdots + a_0 E^{-n})y(k)$$

$$= (b_m + b_{m-1}E^{-1} + b_{m-2}E^{-2} + \cdots + b_0 E^{-m})f(k).$$

进一步写成：

$$y(k) = \frac{(b_m + b_{m-1}E^{-1} + b_{m-2}E^{-2} + \cdots + b_0 E^{-m})}{(1 + a_{n-1}E^{-1} + a_{n-2}E^{-2} + \cdots + a_0 E^{-n})} f(k)$$

系统的传输算子*H(E)*：

$$H(E) = \frac{y(k)}{f(k)} = \frac{b_m + b_{m-1}E^{-1} + b_{m-2}E^{-2} + \cdots + b_0 E^{-m}}{1 + a_{n-1}E^{-1} + a_{n-2}E^{-2} + \cdots + a_0 E^{-n}}$$

3.4 离散系统的差分算子描述

***H*(*E*)的*E*正幂形式：**

$$H(E)=\frac{b_m E^n+b_{m-1}E^{n-1}+\cdots+b_0 E^{n-m}}{E^n+a_{n-1}E^{n-1}+\cdots+a_0}$$

关于差分算子方程的说明：

(1)*E*的正幂多项式可以相乘，也可以进行因式分解；

例：$(E^2+3E+2)f(k)=(E+2)(E+1)f(k).$

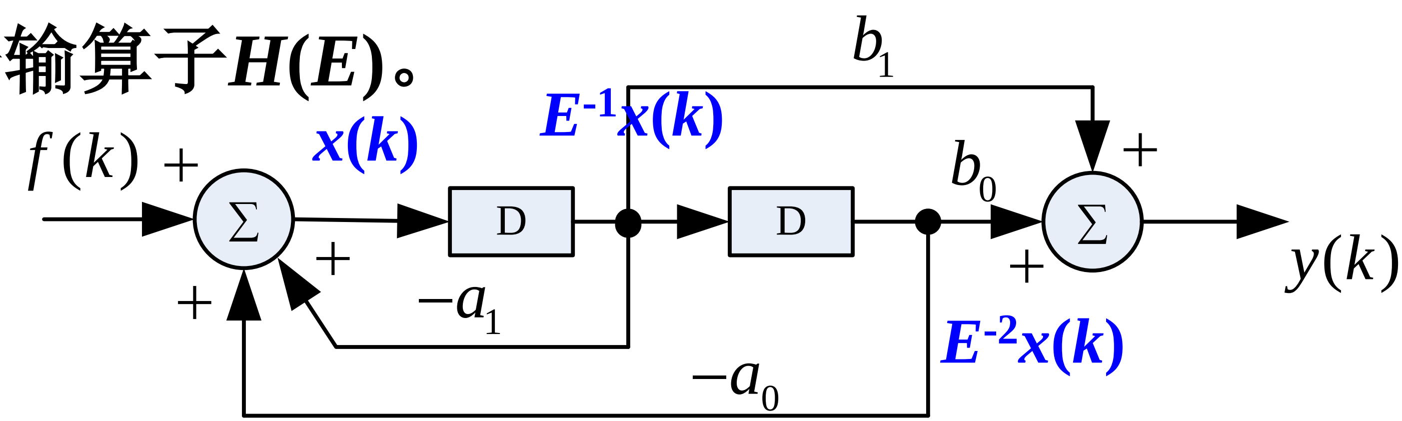
(2)$A(E)B(E)f(k)=B(E)A(E)f(k);$

其中，*A*(*E*)、*B*(*E*)为*E*的正幂或负幂多项式；

(3)算子方程两边的公因子或*H*(*E*)的分子分母中的公因子不能随意消去。

3.4 离散系统的差分算子描述

例 图示LTI离散系统，写出系统的差分算子方程，并求出传输算子$H(E)$。



解： $f(k) \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow f(k-1)$ $\qquad f(k) \longrightarrow \boxed{E^{-1}} \longrightarrow E^{-1}f(k)$

由左边加法器输入输出关系得：

$$x(k) = -a_1 E^{-1} x(k) - a_0 E^{-2} x(k) + f(k)$$

$$(1 + a_1 E^{-1} + a_0 E^{-2}) x(k) = f(k)$$

$$x(k) = \frac{1}{(1 + a_1 E^{-1} + a_0 E^{-2})} f(k)$$

3.4 离散系统的差分算子描述

由右边加法器得系统的差分算子方程：

$$y(k)=b_1E^{-1}x(k)+b_0E^{-2}x(k)$$

$$=(b_1E^{-1}+b_0E^{-2})x(k)=\frac{(b_1E^{-1}+b_0E^{-2})}{(1+a_1E^{-1}+a_0E^{-2})}f(k)$$

传输算子：

$$H(E)=\frac{y(k)}{f(k)}=\frac{b_1E^{-1}+b_0E^{-2}}{1+a_1E^{-1}+a_0E^{-2}}=\frac{b_1E+b_0}{E^2+a_1E+a_0}$$

差分方程：

$$y(k)+a_1y(k-1)+a_0y(k-2)=b_1f(k-1)+b_0f(k-2)$$

或：

$$y(k+2)+a_1y(k+1)+a_0y(k)=b_1f(k+1)+b_0f(k)$$