

知识点K2.22

系统函数零极点的配置

主要内容:

系统函数零极点的配置实现滤波系统

基本要求:

掌握系统函数零极点的配置实现滤波系统



系统函数零极点的配置

K2.22 系统函数零极点的配置实现滤波系统

1. 频率响应的计算

系统的频率响应体现该系统滤波能力，取决于系统函数 $H(z)$ 的零极点分布。

$$H(z) = \frac{K \prod_{j=1}^m (z - z_j)}{\prod_{i=1}^n (z - p_i)}$$

计算系统函数在某个复频率 $z=e^{j\Omega T}$ 处的值为：

$$H(z) \Big|_{z=e^{j\Omega T}} = \frac{K \prod_{j=1}^m (e^{j\Omega T} - z_j)}{\prod_{i=1}^n (e^{j\Omega T} - p_i)}$$



系统函数零极点的配置

方程中的因式均为复数，转换为极坐标形式，得到：

$$H(z) \Big|_{z=e^{j\Omega T}} = \frac{K \prod_{j=1}^m r_j e^{j\phi_j}}{\prod_{i=1}^n d_i e^{j\theta_i}}$$

因此

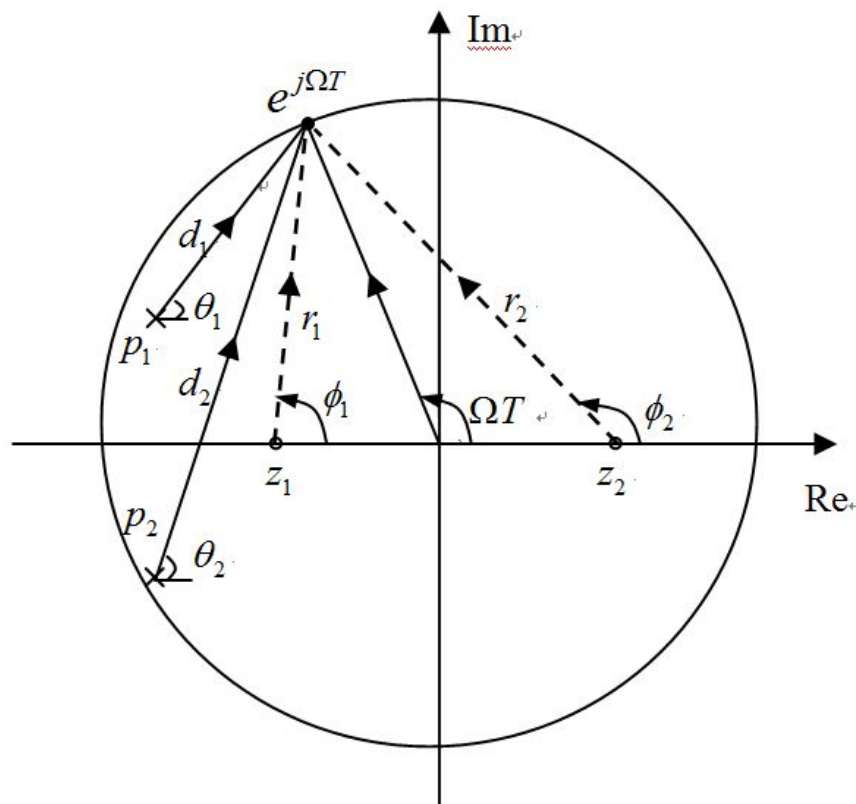
$$\left| H(e^{j\Omega T}) \right| = K \frac{r_1 r_2 \cdots r_m}{d_1 d_2 \cdots d_n} = K \frac{\text{零点到 } e^{j\Omega T} \text{ 的长度的乘积}}{\text{极点到 } e^{j\Omega T} \text{ 的长度的乘积}}$$

$$\begin{aligned} \angle H(e^{j\Omega T}) &= (\phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_m) - (\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n) \\ &= \text{零点到 } e^{j\Omega T} \text{ 的角度之和} - \text{极点到 } e^{j\Omega T} \text{ 的角度之和} \end{aligned}$$



系统函数零极点的配置

如图所示，通过选取在单位圆上一点，能够计算任何频率值的频率响应。



$H(z)$ 各因式的向量表示



系统函数零极点的配置

2. 零极点配置方法

(类比)

为**增强**频率 ΩT 处的幅度响应, 应该放置一个**极点**尽可能靠近 $z=e^{j\Omega T}$; 同理, 为了**抑制** ΩT 处的幅度响应, 应该放置一个**零点**尽可能靠近 $z=e^{j\Omega T}$ 。

对一个稳定的系统配置零极点, **全部极点都必须位于单位圆内**, 零点可以位于任何地方。

(1) 低通滤波器的零极点配置

低通滤波器在 $\Omega T=0$ 有最大增益, 则在单位圆内接近 $z=1$ 处放置更多极点, 其幅度响应逼近理想低通特性。

在 $z=-1$ 配置一个零点, 对于 $\Omega T=\pi$ 提供零增益, 从而使得幅度响应在较高频率衰减更陡峭。



系统函数零极点的配置

(2)高通滤波器的零极点配置

在 $\Omega T = \pi$ 有最大增益，接近单位圆上 $z = -1$ 点处，应配置极点，在 $z = 1$ 配置一个零点，来进一步抑制增益。

