

# 拉普拉斯变换的性质—初值、终值定理

## 知识点K1.10

# 拉普拉斯变换的性质—初值、终值定理

主要内容:

1. 拉普拉斯变换的初值定理
2. 拉普拉斯变换的终值定理

基本要求:

1. 掌握拉普拉斯变换的初值、终值定理
2. 熟练计算初始值和终止值



# 拉普拉斯变换的性质—初值、终值定理

## K1.10 拉普拉斯变换的性质—初值、终值定理

初值定理和终值定理常用于由 $F(s)$ 直接求 $f(0_+)$ 和 $f(\infty)$ ，而不必求出原函数 $f(t)$ 。

### 初值定理

设函数 $f(t)$ 不含 $\delta(t)$ 及其各阶导数（即 $F(s)$ 为真分式，若 $F(s)$ 为假分式化为真分式），

则 
$$f(0_+) = \lim_{t \rightarrow 0_+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

### 终值定理

若 $f(t)$ 当 $t \rightarrow \infty$ 时存在，并且 $f(t) \longleftrightarrow F(s)$ ， $\text{Re}[s] > \sigma_0$ ，

$\sigma_0 < 0$ ，则 
$$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$



# 拉普拉斯变换的性质—初值、终值定理

**例1**  $F(s) = \frac{2s}{s^2 + 2s + 2}$

$$f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{2s^2}{s^2 + 2s + 2} = 2$$

$$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2s^2}{s^2 + 2s + 2} = 0$$

**例2**  $F(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2s + 2} \quad F(s) = 1 - \frac{2s + 2}{s^2 + 2s + 2} = 1 + F_1(s)$

$$f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF_1(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-2s^2 - 2s}{s^2 + 2s + 2} = -2$$

$$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3}{s^2 + 2s + 2} = 0$$

