知识点Z1.7

冲激函数的广义函数定义*

主要内容：

1.广义函数的定义

2.冲激函数的广义函数定义

基本要求：

1.了解广义函数和普通函数的对应关系

2.了解冲激函数的广义函数的取样作用

Z1.7 冲激函数的广义函数定义*

1. 广义函数定义

* 普通函数$y=f(t)$: 是将一维实数空间的数 t 经过 f 所规定的运算映射为一维实数空间的数y。

* 广义函数$N_g[\varphi(t)]$: 选择一类性能良好的函数$\varphi(t)$作为检验函数（相当于自变量），一个广义函数$g(t)$对检验函数空间中的每个函数$\varphi(t)$赋予一个数值N的映射，记为:

$$N_g[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\varphi(t)dt$$

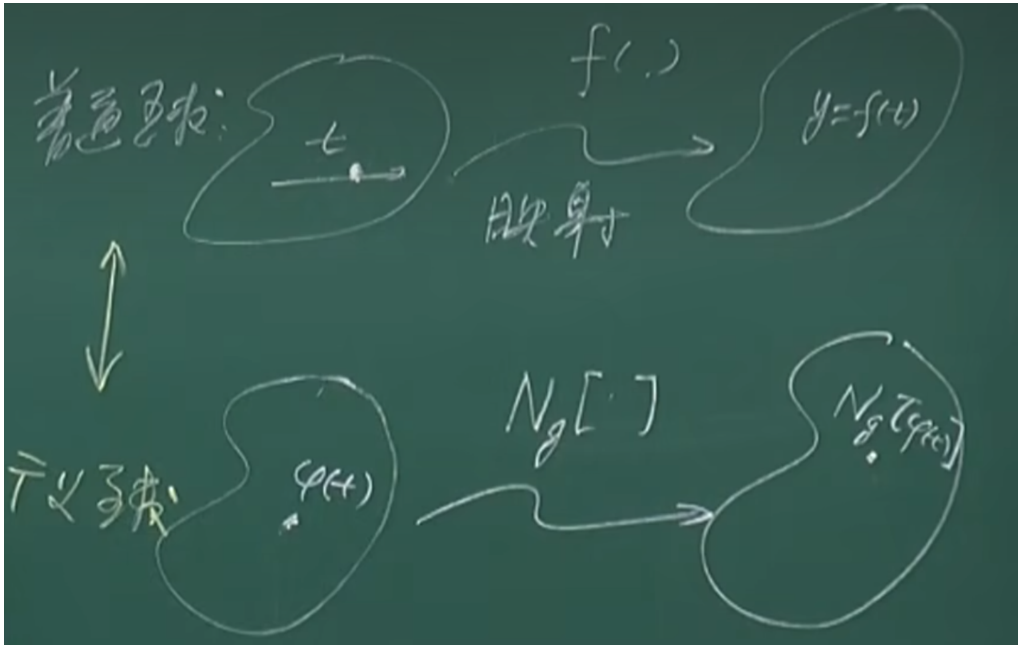

普通函数:
t
f(·)
y=f(t)
映射
广义函数
φ(t)
N_g[·]
N_g[φ(t)]

表1 广义函数与普通函数的对应关系

类 型	定义式	自变量	定义域	函数值
普通函数	$y = f(t)$	t	(t_1, t_2)	$f(t)$
广义函数	$N_g[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\varphi(t)dt$	$\varphi(t)$	$\{\varphi(t)\}$	$N_g[\varphi(t)]$

2.冲激函数的广义函数定义

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\varphi(t)dt = \varphi(0)$$

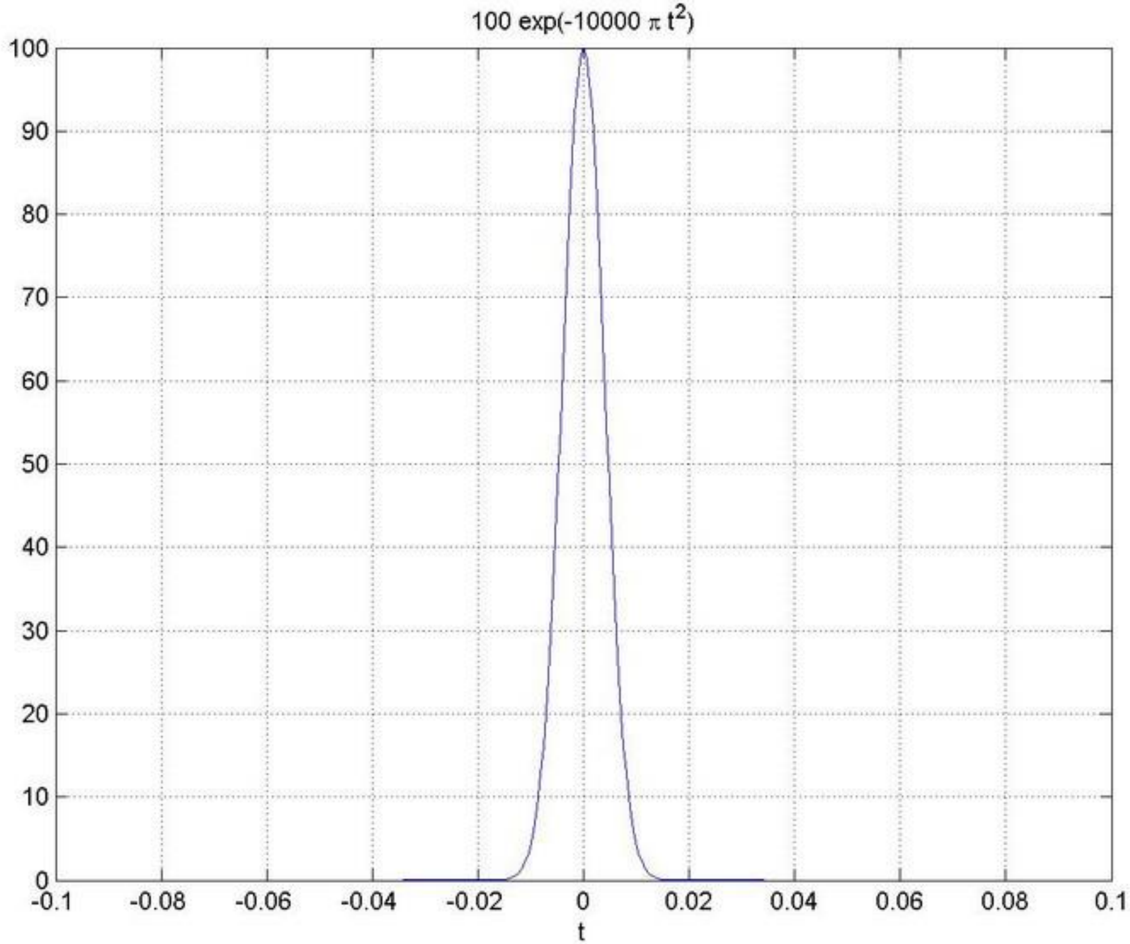
含义: 冲激函数$\delta(t)$作用于检验函数$\varphi(t)$的结果是赋值为$\varphi(0)$，称为冲激函数的取样性质 。

简言之，能从检验函数$\varphi(t)$中筛选出函数值$\varphi(0)$的广义函数就称为冲激函数$\delta(t)$ 。 举例如下:

高斯(钟形)函数 $$\delta(t) = \lim_{b\to\infty} be^{-\pi(bt)^2}$$

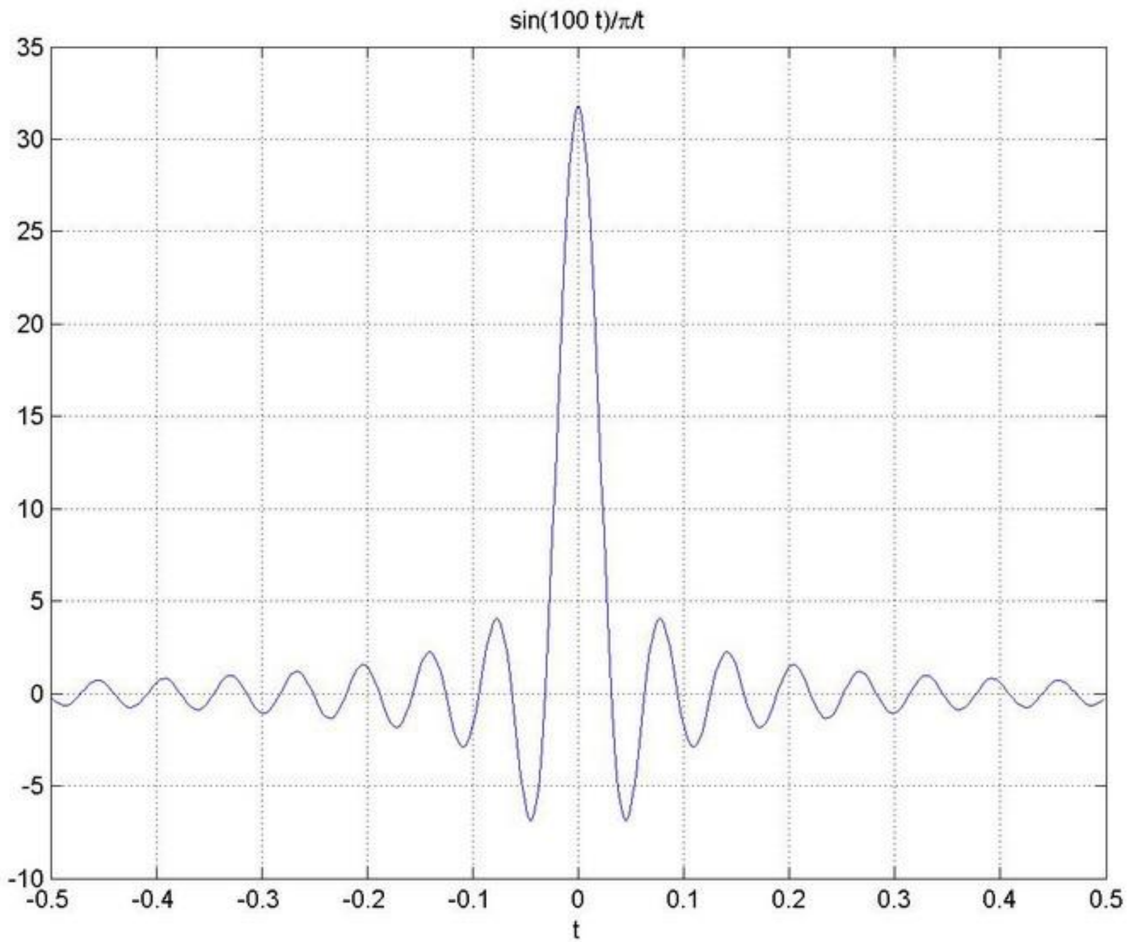
取样函数 $$\delta(t) = \lim_{b\to\infty} \frac{\sin(bt)}{\pi t}$$

1.2 基本信号



高斯(钟形)函数 $\delta(t) = \lim_{b \to \infty} b e^{-\pi (bt)^2}$

1.2 基本信号



取样函数 $$\delta(t)=\lim_{b\to\infty}\frac{\sin(bt)}{\pi t}$$