知识点K1.18

连续系统稳定性判别

主要内容：

连续系统的稳定判据

基本要求：

1.掌握连续系统稳定的充要条件

2.连续系统的稳定性判据方法

K1.18 连续系统稳定性判别

1.连续系统稳定的充分必要条件是

$$\int_{-\infty}^{-\infty} |h(t)|\, dt \le M$$

若$H(s)$的收敛域包含虚轴，则该系统必是稳定系统。

2.连续<u>因果</u>系统稳定的充分必要条件是

$$\int_{0}^{-\infty} |h(t)|\, dt \le M$$

系统左半开平面的极点对应的响应为衰减函数，故，若$H(s)$的极点均在左半开平面，则该系统必是稳定的因果系统。

3. 稳定系统的 S 域判别方法：

(1) 必要条件：

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots a_1 s + a_0$$

若系统稳定，则 $a_i > 0 \quad , \quad i = 0,1,2,\cdots, \quad n,$

(2) 充分必要条件：

罗斯阵列：(R—H排列)

$$A_n = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$$

1.	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	$\cdots$	$\cdots$
2.	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	$\cdots$	$\cdots$
3.	c_{n-1}	c_{n-3}	c_{n-5}	$\cdots$	$\cdots$
5.	d_{n-1}	d_{n-3}	d_{n-5}	$\cdots$	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
n+1行	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
n+2行	○	○	○	○	○

第3行及以后各行计算公式:

$$c_{n-1} = \frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}, \quad c_{n-3} = \frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}, \quad \cdots$$

$$d_{n-1} = \frac{-1}{c_{n-1}}\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ c_{n-1} & c_{n-3} \end{vmatrix}, \quad d_{n-3} = \frac{-1}{c_{n-1}}\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ c_{n-1} & c_{n-5} \end{vmatrix}, \quad \cdots$$

$$\cdots$$

罗斯——霍尔维茨准则 (R—H 准则):

若罗斯阵列的第一列元素 (第一行至n+1行) 的符号相同 (全为 "+"号或全为 "-"号), 则 $H(s)$ 的极点全部在左半平面, 系统稳定。

连续系统稳定性判别

例1 $H(s)=\dfrac{2s+1}{s^3+4s^2+5s+2}$ 判别系统稳定性。

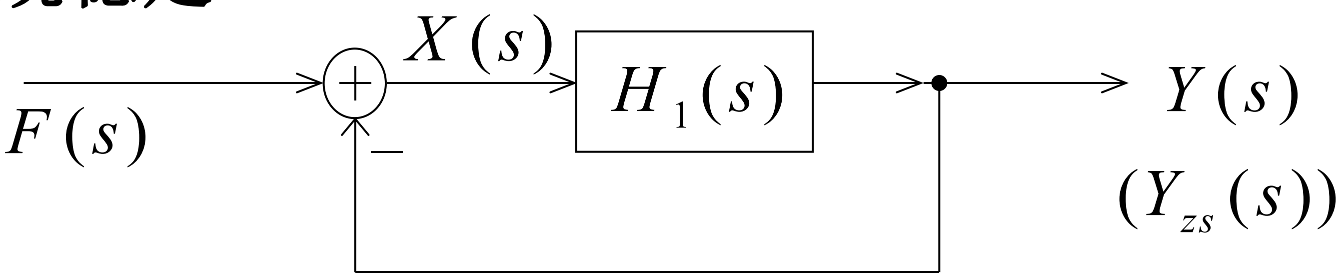
解： 罗斯阵列：$n+1=4$ ， $a_i>0$ ， $i=0,1,2,3.$

1	5	1	5
4	2	4	2
$-\frac{1}{4}\begin{vmatrix}1 & 5\\ 4 & 2\end{vmatrix}$	$-\frac{1}{4}\begin{vmatrix}1 & 0\\ 4 & 0\end{vmatrix}$	4.5	0
$-\frac{1}{4.5}\begin{vmatrix}4 & 2\\ 4.5 & 0\end{vmatrix}$	$-\frac{1}{4.5}\begin{vmatrix}4 & 0\\ 4.5 & 0\end{vmatrix}$	2	0
		0	0

第一列元素全为正，故系统稳定。

连续系统稳定性判别

例2 图示LTI系统，$H_1(s)=\dfrac{k(s+2)}{(s+1)(s-2)}$ k 为何值，系统稳定。



解：

$$X(s)=F(s)-Y_{zs}(s)$$

$$Y_{zs}(s)=X(s)H_1(s)=[F(s)-Y_{zs}(s)]H_1(s)$$

$$Y_{zs}(s)=\frac{H_1(s)}{1+H_1(s)}F(s)$$

$$H(s)=\frac{H_1(s)}{1+H_1(s)}=\frac{k(s+2)}{s^2+(k-1)s+(2k-2)}$$

连续系统稳定性判别

$$H(s)=\frac{H_1(s)}{1+H_1(s)}=\frac{k(s+2)}{s^2+(k-1)s+(2k-2)}$$

罗斯阵列： $n+1=3$

1	$(2k-2)$
$(k-1)$	0
$(2k-2)$	0
0	0

当 $k-1>0$ ， $(2k-2)>0$

即，当$k>1$时，系统稳定。