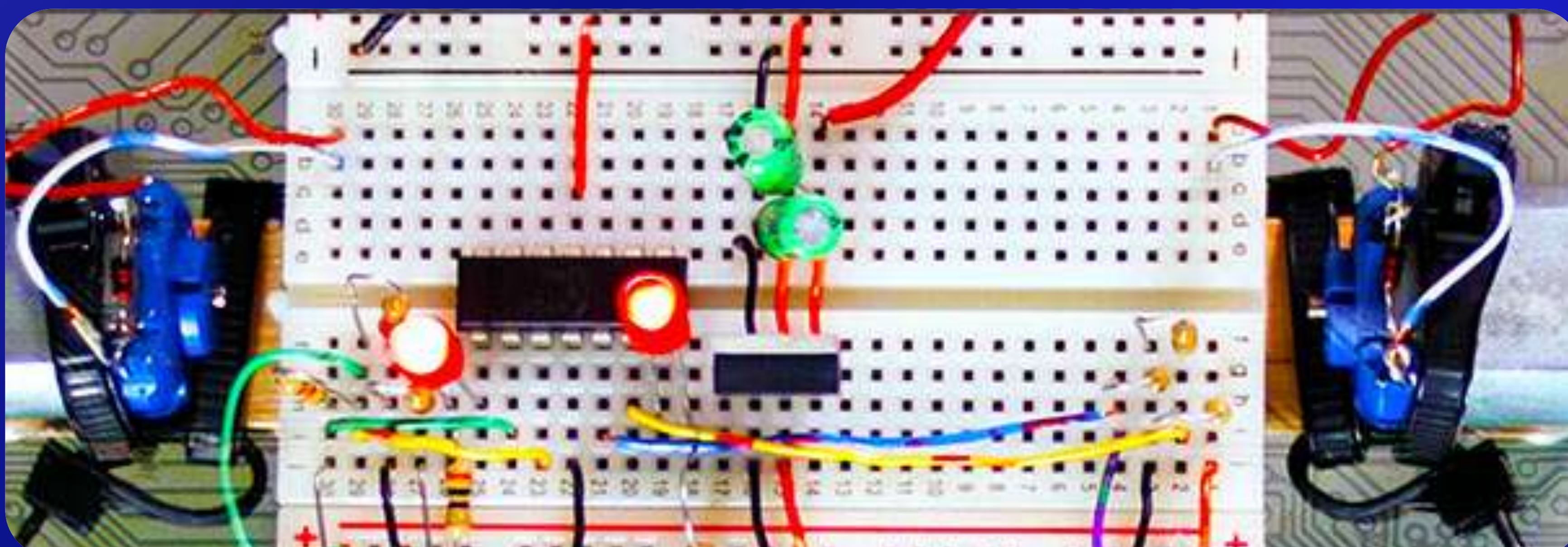
第六章
电路暂态过程的时域分析



知识联系

电阻电路分析（1-4章）

- 等效变换
- 网孔法节点法
- 网络定理

一阶电路分析（第6章）
(直流激励、含电感或电容)

- 三要素法

本章知识点

- 电容元件和电感元件
- 换路定则及初始值计算
- 一阶电路的零输入响应
- 一阶电路的零状态响应
- 一阶电路的全响应
- 一阶电路的三要素法
- 阶跃信号和阶跃响应
- 一阶电路的冲击响应和卷
- 二阶电路分析

三要素之一

没有能量输入

没有能量存储

•数学
•物理

动态元件—电容

你知道电容在我们的日常生活中都有哪些应用吗？

平板电视

笔记本电脑

数码相机

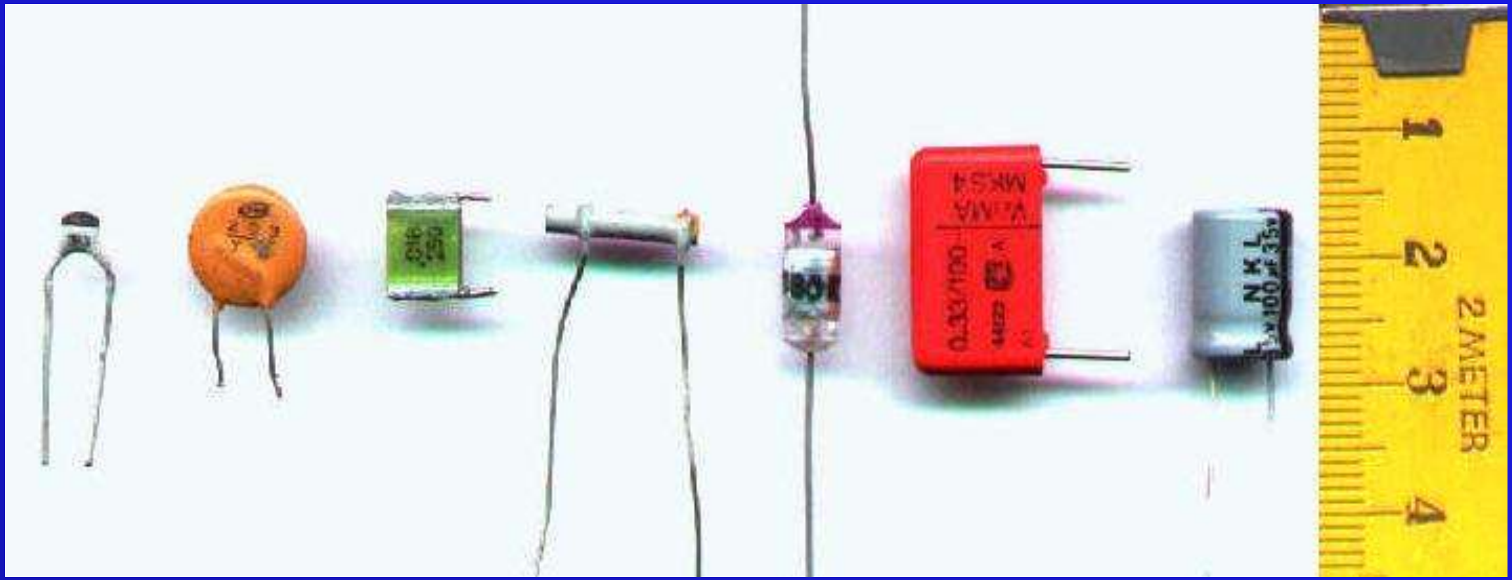
电容屏：用手指触碰，靠人体与屏幕之间的感应电容识别。

DRAM，每一个字节（bit）只需要一个晶体管另加一个电容。

超级电容公交车

目前中国是唯一将超级电容公交车投入产量的国家，更重要的是这项技术为中国自主研发。

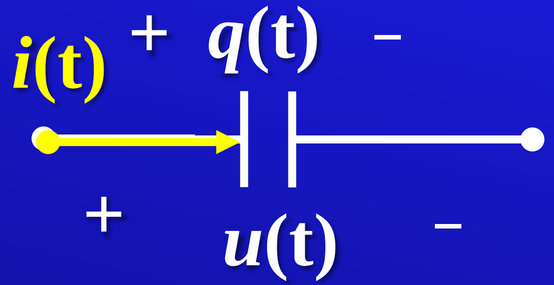
各种形式的电容



左起：积层陶瓷电容，圆板陶瓷电容、聚酯电容，管形陶瓷电容，聚苯乙烯电容，金属化膜电容，电解电容。

解剖电容器

电容的电路模型



线性

$$q(t) = Cu(t)$$

单位：法[拉] F

线性时不变电容的VCR

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(Cu)}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

非时变

电容元件—四大特点

动态

惯性

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

记忆

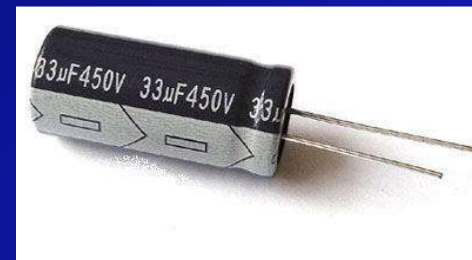
储能

电容是动态元件

外加电压

一定有电流

静态元件

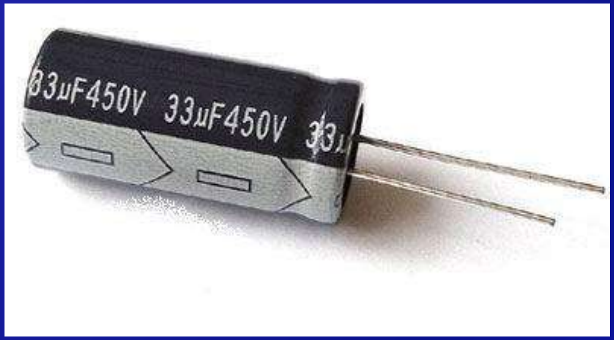


外加电压

不一定有电流

为什么？？？

线性时不变电容的VCR



$$i(t) = C\frac{du}{dt}$$

电容电流取决于？

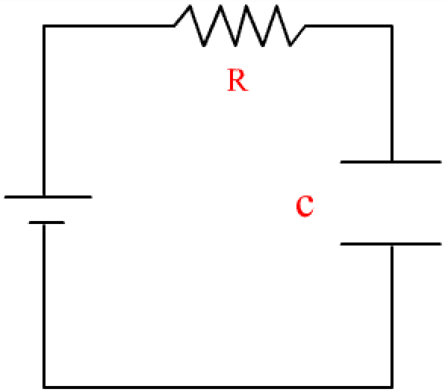
该时刻电容电压

的变化率！

电容是惯性元件

什么是惯性？

运动惯性	转动惯性	电容惯性
$F = ma = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	$M = J\alpha = J\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	$i(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$



电容是记忆元件

水缸水面的高度是有记忆的，记录了小和尚一天的劳动成果！

线性时不变电容VCR的积分形式

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)d\xi = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i(\xi)d\xi + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)d\xi$$

$$= u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)d\xi$$

电容是储能元件

关联参考方向下，电容吸收功率：

$$p(t)=u(t)i(t)=u(t)C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

任意时刻t存储的总能量：

$$w_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)$$

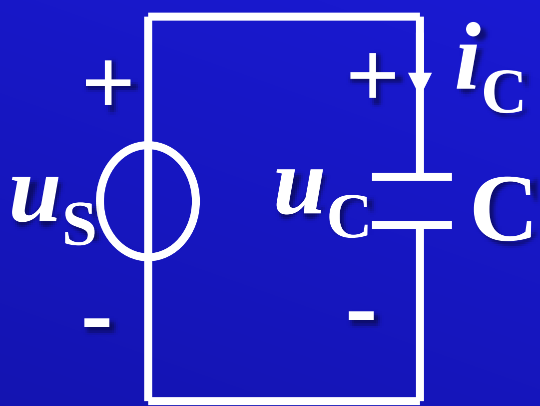
存储能量

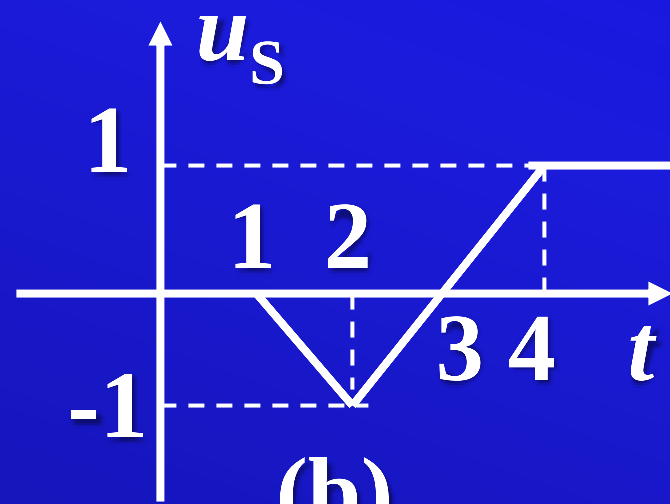
释放能量

思考

- 猜想电感元件的*VCR*
- 猜想电感元件的四大特性
- 说说动态电路的特点

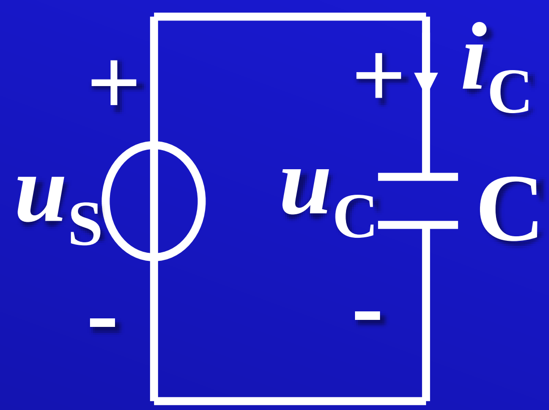
例1（P128例5-1）C =4F，其上电压如图(b)，试求$i_C(t)$, $p_C(t)$和$w_C(t)$, 并画出波形。



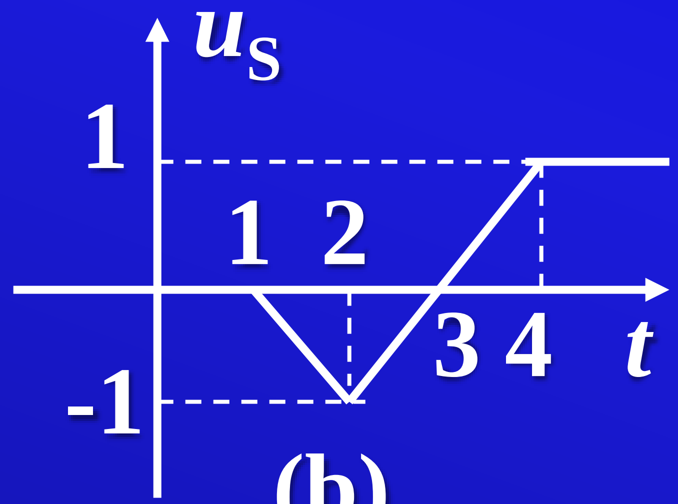


(b)

思路：1、KVL;2、VCR;3、功率能量公式。



(a)



(b)

C =4F 求$i_C(t)$, $p_C(t)$和$w_C(t)$

解:

$$u_C(t)=u_S(t)=\begin{cases} 0 & t\le 1 \\ -t+1 & 1<t\le 2 \\ t-3 & 2<t\le 4 \\ 1 & t>4 \end{cases}(V)$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ -4 & 1 < t < 2 \\ 4 & 2 < t < 4 \\ 0 & t > 4 \end{cases} (A)$$

C =4F　求i_C(t), p_C(t)和w_C(t)

解:

$$u_C(t) = u_S(t) = \begin{cases} 0 & t \le 1 \\ -t+1 & 1 < t \le 2 \\ t-3 & 2 < t \le 4 \\ 1 & t > 4 \end{cases} (V)$$

$$p_C(t)=u_C(t)i_C(t)=\begin{cases}0 & t<1\\ 4(t-1) & 1<t<2\\ 4(t-3) & 2<t<4\\ 0 & t>4\end{cases}(W)$$

C =4F 求i_C(t), p_C(t)和w_C(t)

解：

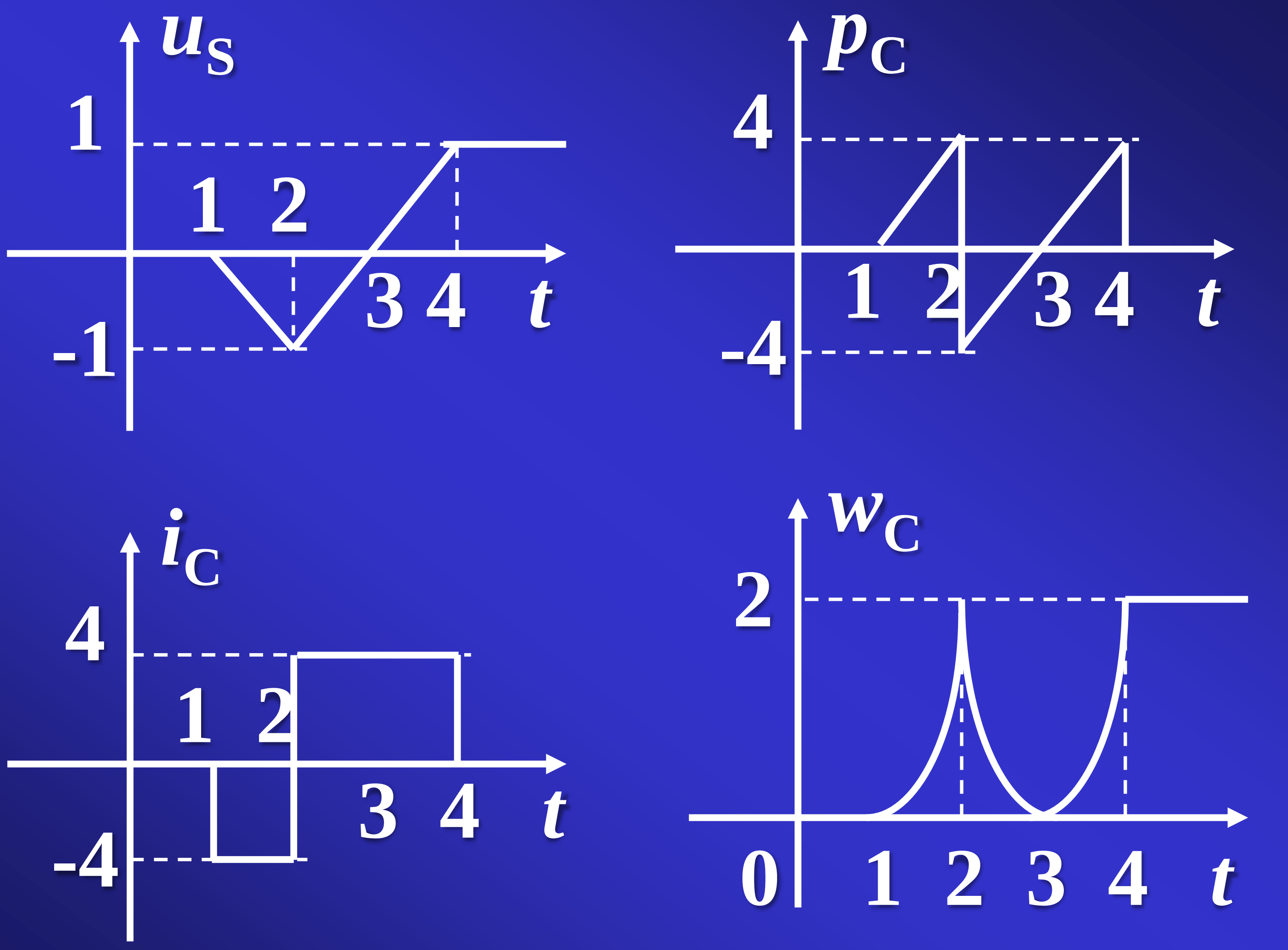
$$u_C(t)=u_S(t)=\begin{cases}0 & t\le 1\\ -t+1 & 1<t\le 2\\ t-3 & 2<t\le 4\\ 1 & t>4\end{cases}(V)$$

$$w_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)=\begin{cases}0 & t\le 1\\ 2(1-t)^2 & 1<t\le 2\\ 2(t-3)^2 & 2<t\le 4\\ 2 & t>4\end{cases}(J)$$

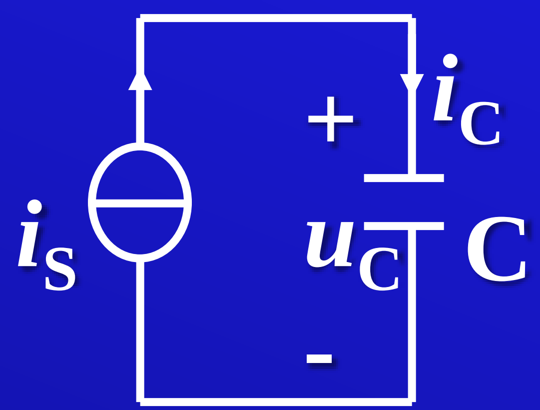
C =4F 求i_C(t), p_C(t)和w_C(t)

解:

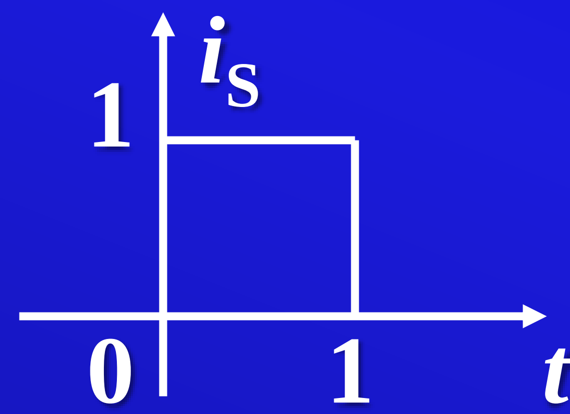
$$u_C(t)=u_S(t)=\begin{cases}0 & t\le 1\\ -t+1 & 1<t\le 2\\ t-3 & 2<t\le 4\\ 1 & t>4\end{cases}(V)$$


u_S
1
1 2
3 4 t
-1
p_C
4
1 2
3 4 t
-4
i_C
4
1 2
3 4 t
-4
w_C
2
0 1 2 3 4 t

例2（P129例5-2）C =2F，电流如图(b)，电容的初始电压$u(0)$=0.5V，试求 $t \geq 0$ 时电容电压，并画出波形。

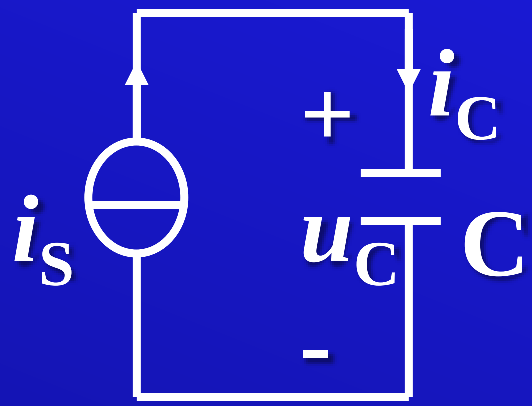


(a)

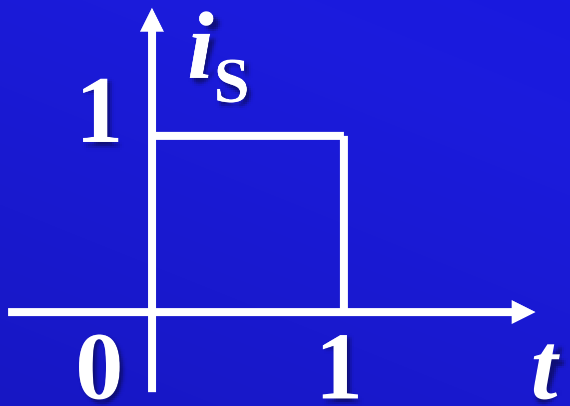


(b)

思路：1、KCL;2、电容VCR的积分形式。



(a)



(b)

C =2F u_C(0)=0.5V 求u_C(t)

$$i_C(t) = i_S(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases} (A)$$

$$0 \le t < 1: \quad u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(\lambda)d\lambda$$

$$= 0.5 + 0.5t \ (V)$$

$$t \ge 1: \quad u_C(t) = u_C(1) + \frac{1}{C}\int_1^t i_C(\lambda)d\lambda$$

$$= 1(V)$$

C =2F u_C(0)=0.5V 求u_C(t)

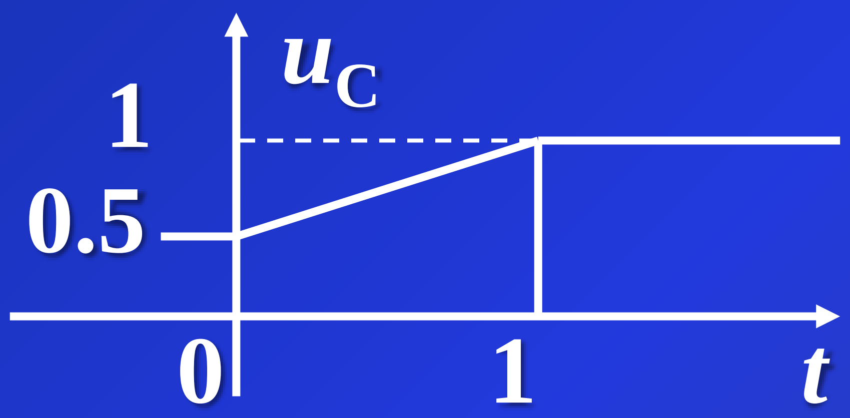
$$i_C(t) = i_S(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & t \ge 1 \end{cases} (A)$$

$$0 \le t < 1: \quad u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(\lambda)d\lambda$$

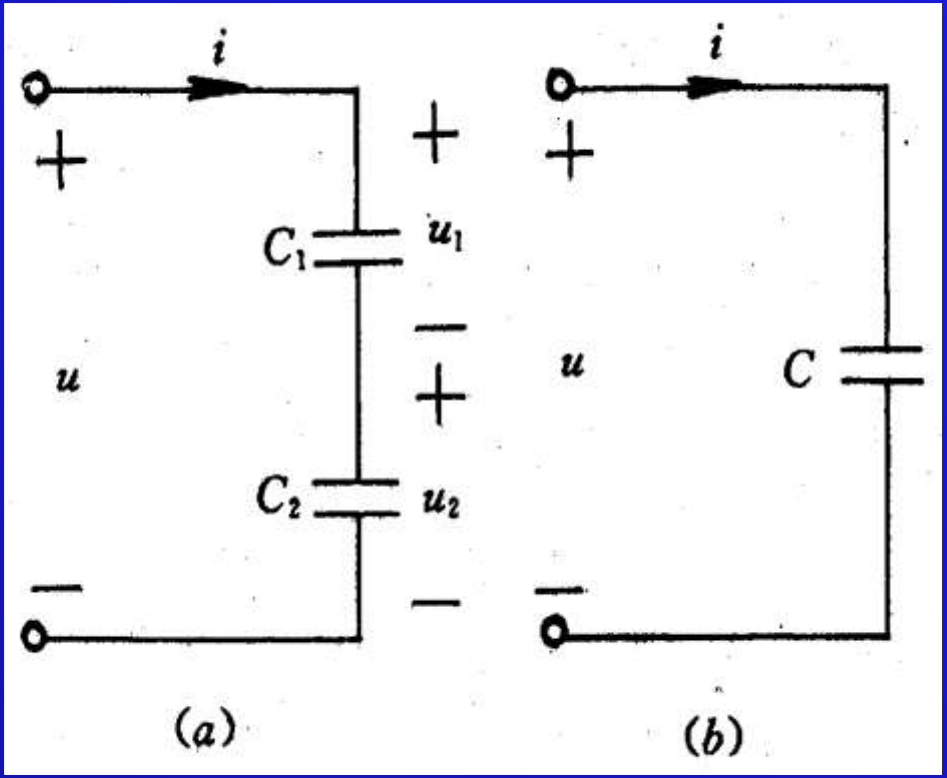
$$= 0.5 + 0.5t \ (V)$$

$$t \ge 1: \quad u_C(t) = u_C(1) + \frac{1}{C}\int_1^t i_C(\lambda)d\lambda$$

$$= 1(V)$$



电容元件的串联

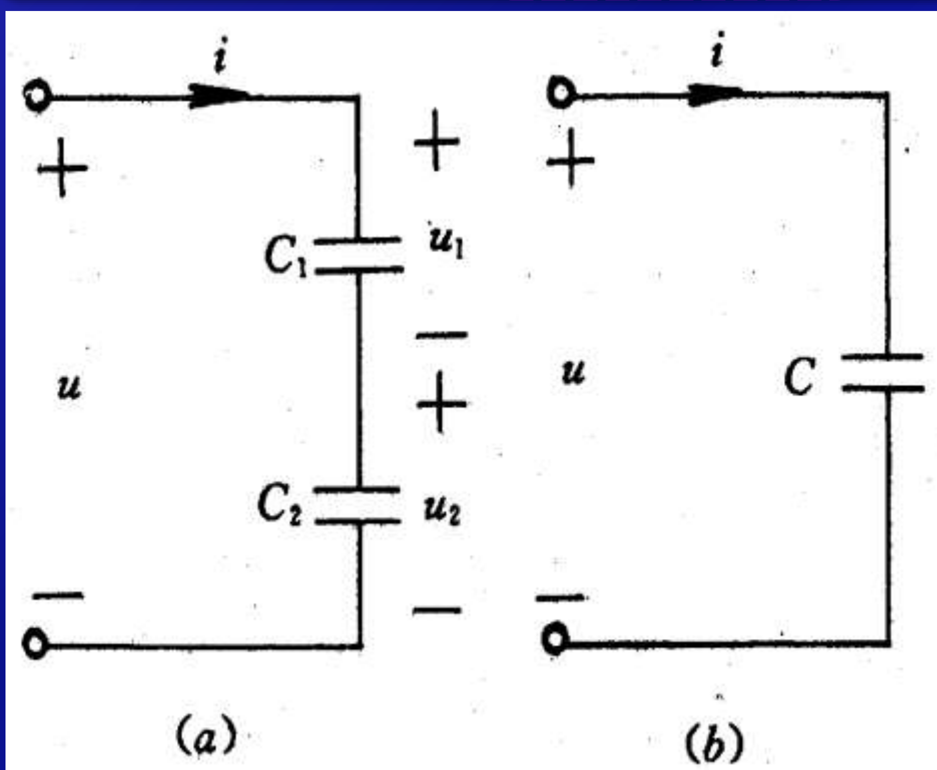


$$i_1 = i_2$$

$$u = u_1 + u_2$$

$$u_1 = \frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)d\xi \qquad u_2 = \frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)d\xi$$

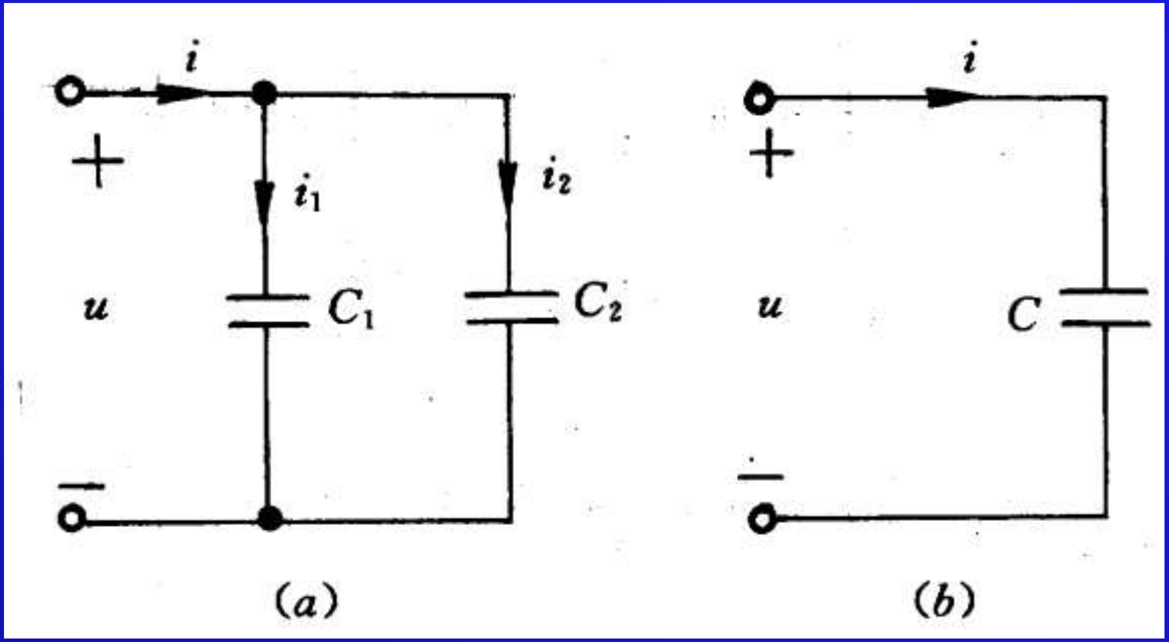
$$u = u_1 + u_2 = \boxed{\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)}\int_{\infty}^{t} i(\xi)d\xi = \boxed{\frac{1}{C}}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)d\xi$$



电容串联公式

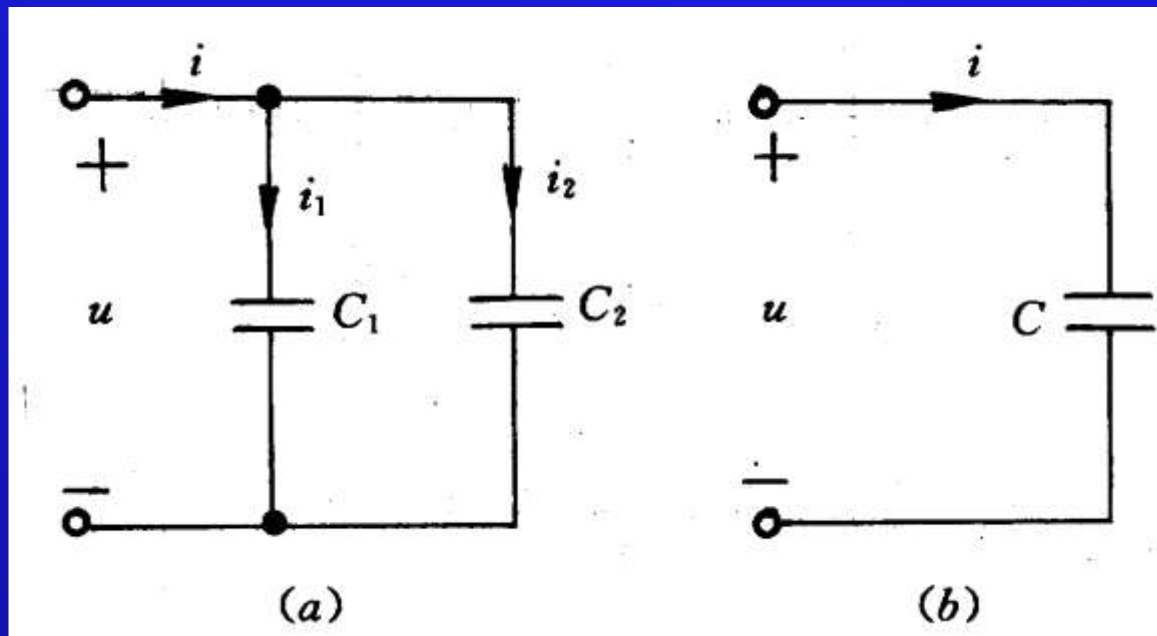
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

电容元件的并联



$$u_1 = u_2 \quad i = i_1 + i_2$$

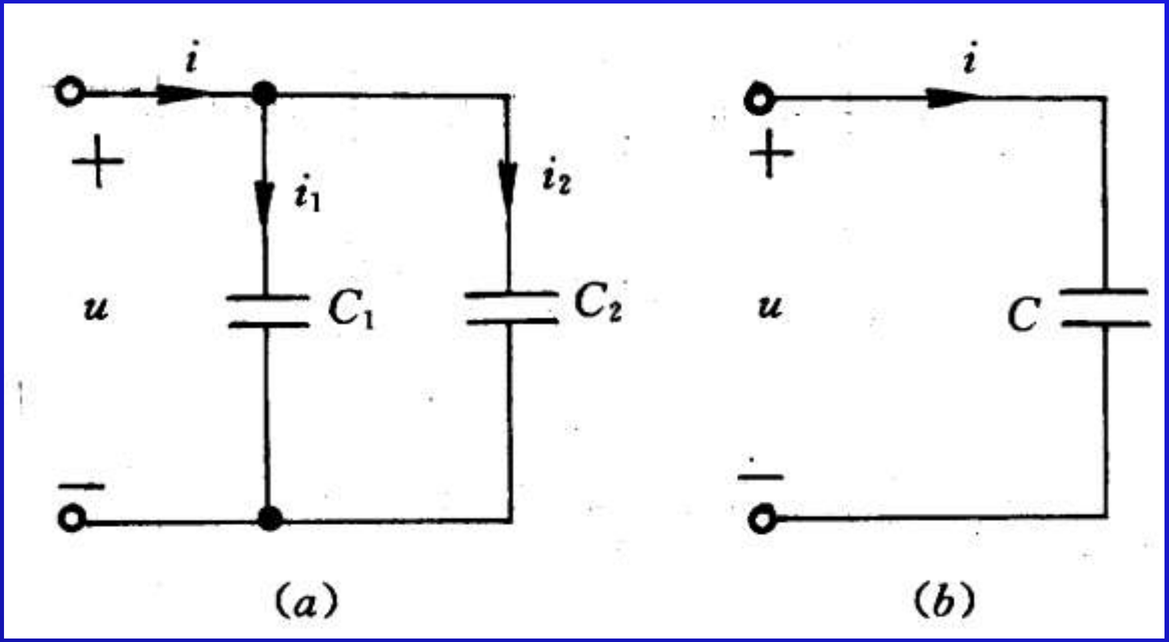
电容元件的并联



$$i_1 = C_1 \frac{du_1}{dt} \quad i_2 = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

$$i = i_1 + i_2 = \boxed{(C_1 + C_1)}\cancel{\frac{du}{dt}} = \boxed{C}\cancel{\frac{du}{dt}}$$

电容元件的并联

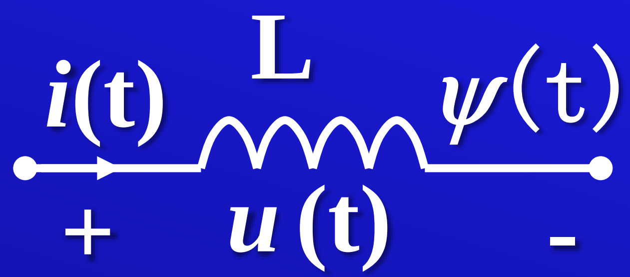


电容并联公式 $C = C_1 + C_2$

动态元件—电感

动态元件—电感

电感的电路模型



线性

$$\psi(t) = Li(t)$$

单位：亨[利] H

磁链 $\psi = N\Phi$

线性时不变电感的*VCR*

$$u(t) = \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(Li)}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

非时变

电感元件—四大特点

动态

惯性

$$u_L \overset{?}{=} L\frac{di_L}{dt}$$

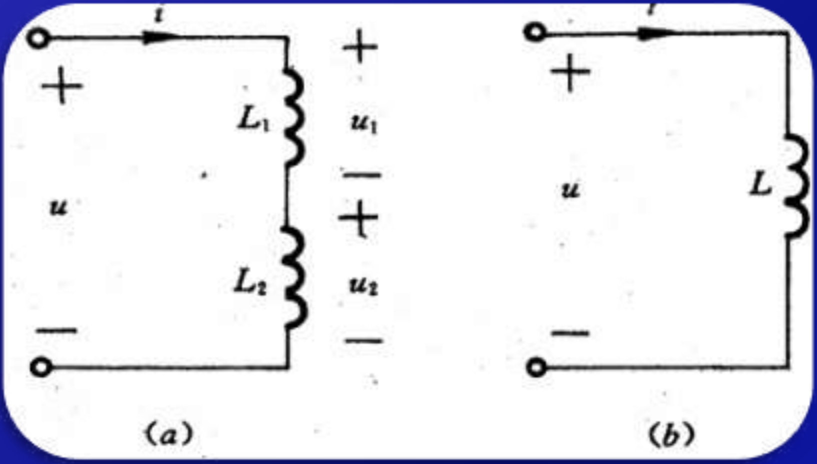
记忆

储能

动态元件特性比较

电容C	电感L
动态	动态
惯性	惯性
记忆	记忆
储能	储能

电感元件的串并联

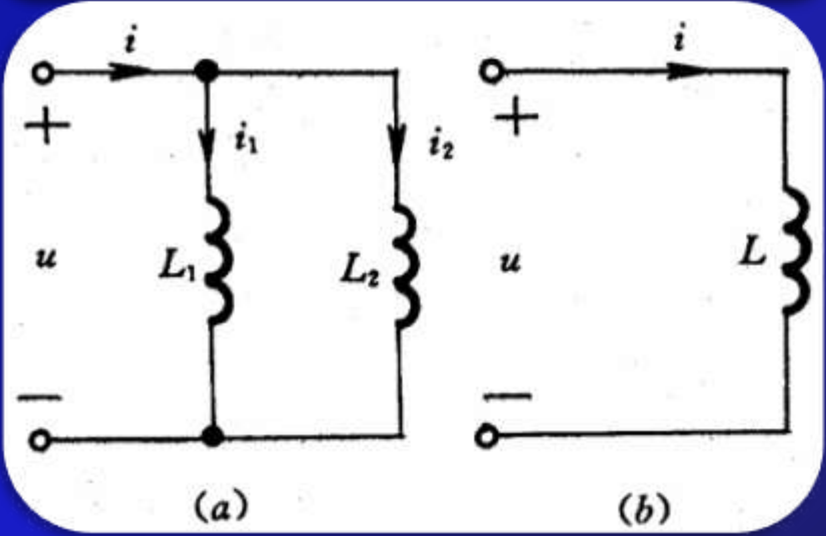


电感串联公式

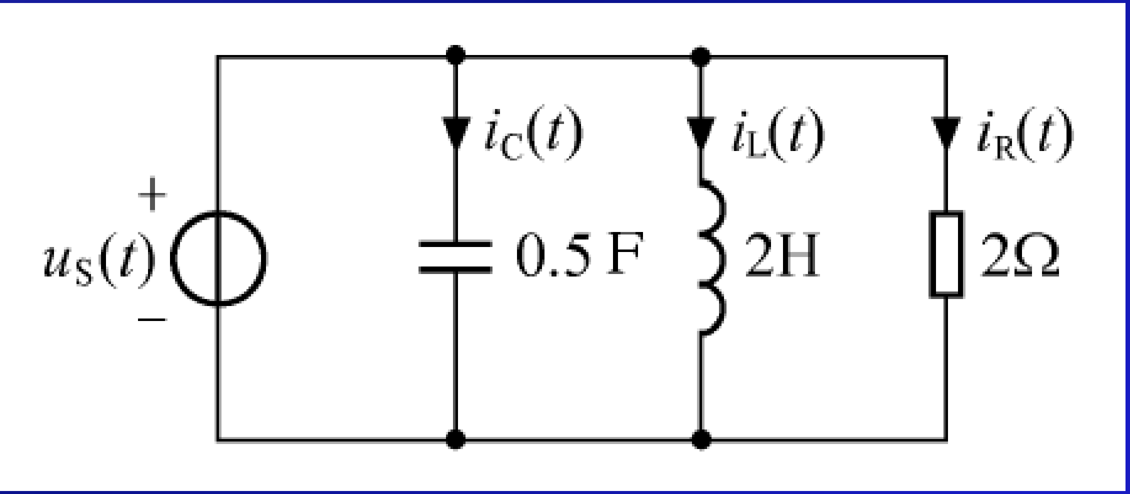
$$L = L_1 + L_2$$

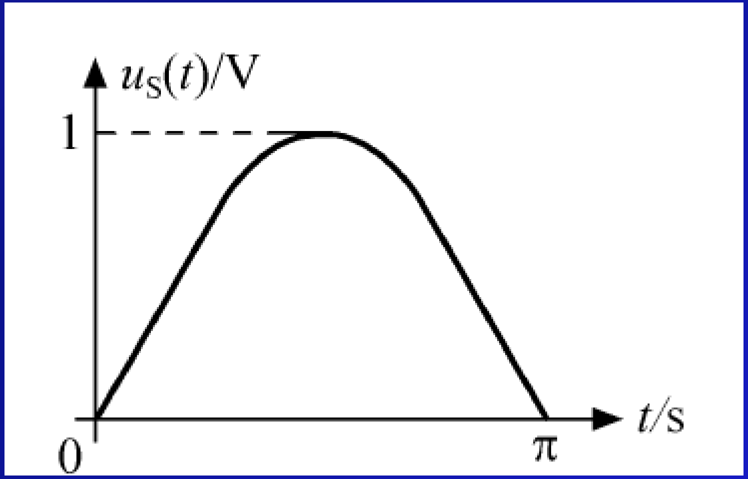
电感并联公式

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$



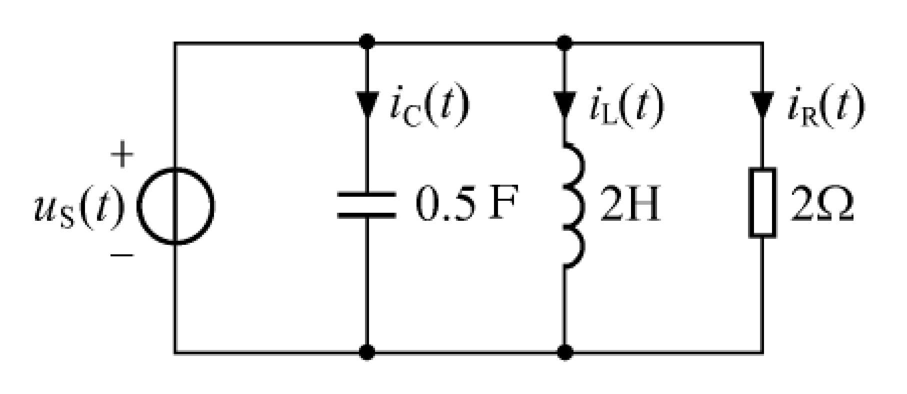
例3（P132例6-3）u_s波形如图所示，试求$i_C(t)$,$i_L(t)$和$i_R(t)$,并画出波形图。





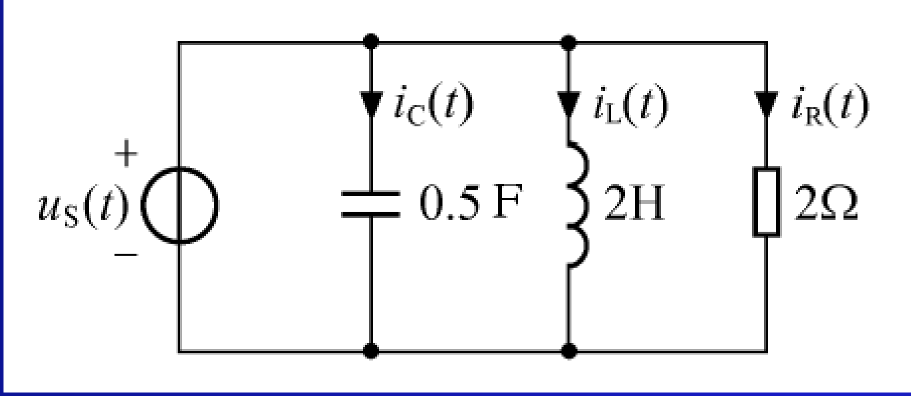
$$u_C(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \sin t & 0\le t\le \pi\\ 0 & t>\pi\end{cases}$$

解：



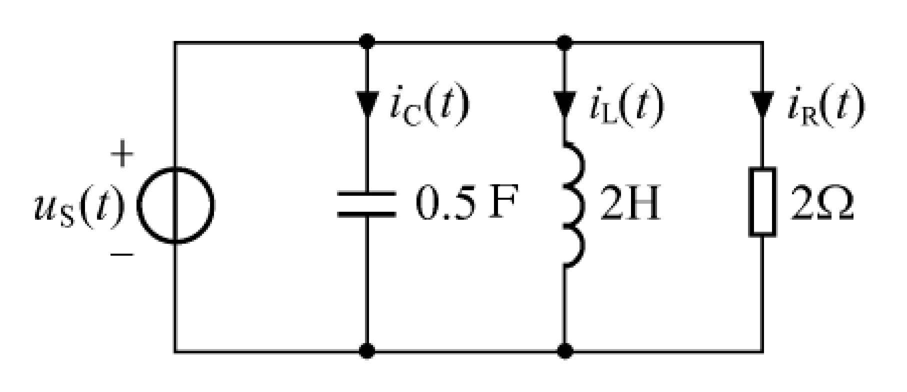
$$由u_C(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \sin t & 0\le t\le \pi\\ 0 & t>\pi\end{cases}$$

$$得i_C(t)=C\frac{du_C}{dt}=\begin{cases}0 & t<0\\ 0.5\cos t & 0\le t\le \pi\\ 0 & t>\pi\end{cases}$$



由$u_R(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \sin t & 0\le t\le\pi\\ 0 & t>\pi\end{cases}$

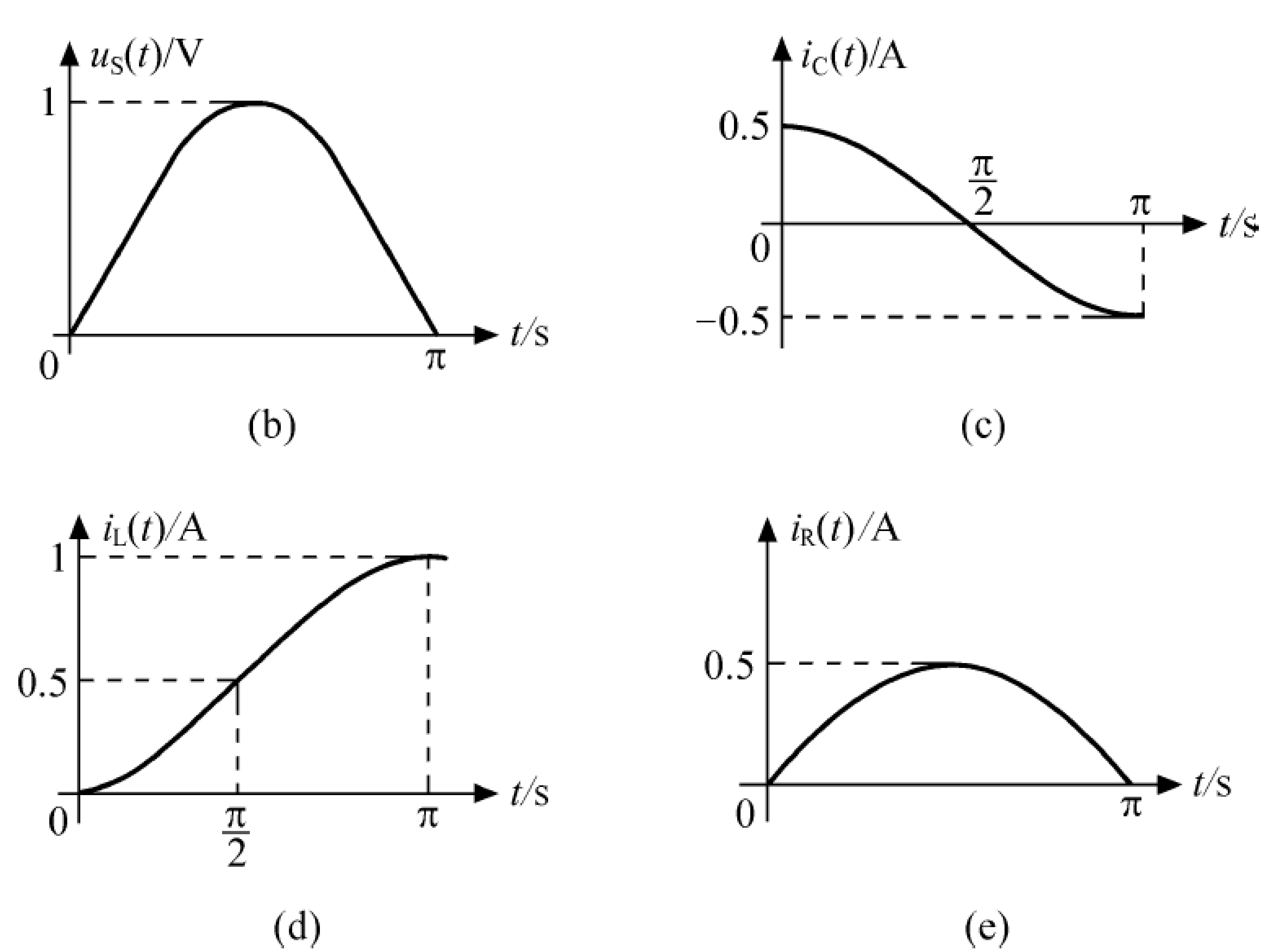
得$i_R(t)=\dfrac{1}{R}u_R(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 0.5\sin t & 0\le t\le\pi\\ 0 & t>\pi\end{cases}$



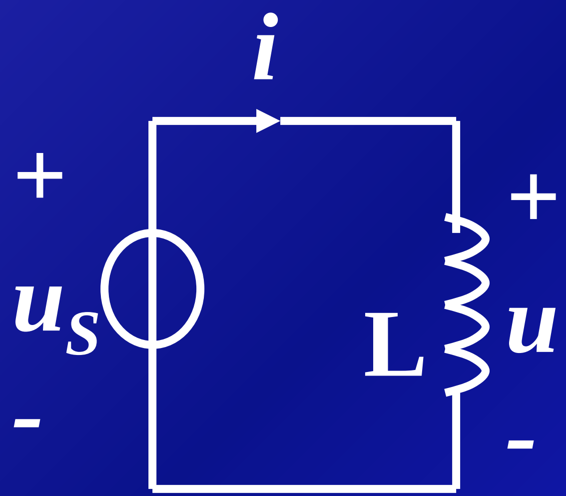
$$\text{由}\,u_L(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \sin t & 0\le t\le\pi\\ 0 & t>\pi\end{cases}$$

$$\text{得}\,i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_L(\xi)d\xi=\begin{cases}0 & t<0\\ i_L(0)+\dfrac{1}{L}\displaystyle\int_0^t u_L(\xi)d\xi & 0\le t\le\pi\\ i_L(\pi)+\dfrac{1}{L}\displaystyle\int_\pi^t u_L(\xi)d\xi & t>\pi\end{cases}$$

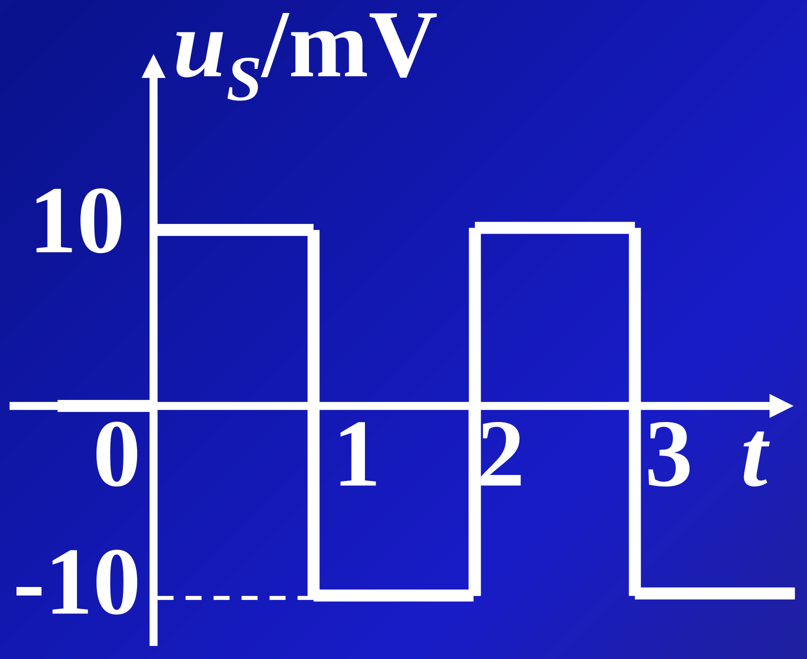
$$=\begin{cases}0 & t<0\\ 0.5(1-\cos t) & 0\le t\le\pi\\ 1 & t>\pi\end{cases}$$


$u_S(t)$/V
1
0
π
t/s
(b)
$i_C(t)$/A
0.5
$\frac{\pi}{2}$
π
t/s
0
−0.5
(c)
$i_L(t)$/A
1
0.5
0
$\frac{\pi}{2}$
π
t/s
(d)
$i_R(t)$/A
0.5
0
π
t/s
(e)

例4 L=5mH，求电感电流，并画出波形图。



(a)



(b)

解：$u(t)=u_s(t)$

$0< t\leq 1s: u(t)=10mV;$

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=i(0)+2\times10^{2}\int_{0}^{t}10^{-2}\mathrm{d}\xi$$

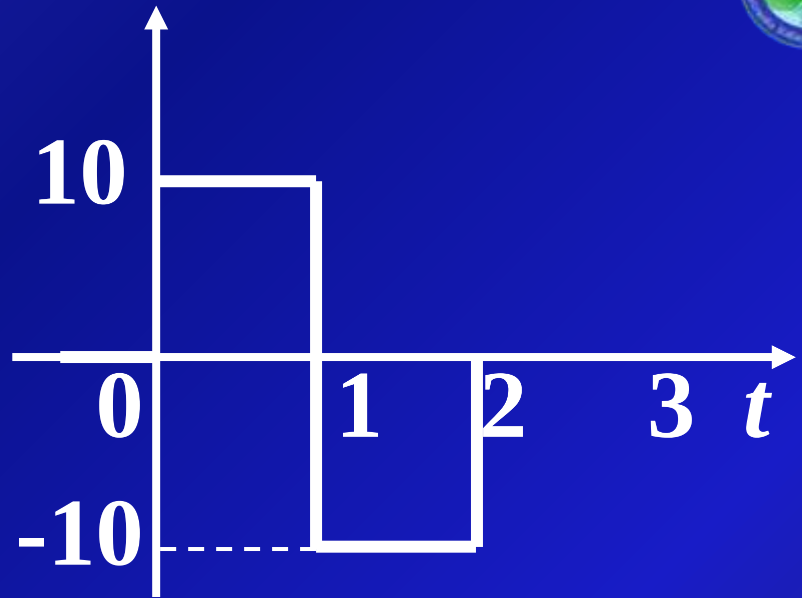
$$=0+2t\ \mathrm{A}=2t\ \mathrm{A}$$

当 $t=1\mathrm{s}$ 时 $i(1)=2\mathrm{A}$

当$1s< t\leq 2s$时，$u(t)=-10mV$，

$$i(t)=i(1)+\frac{1}{L}\int_{1}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi=2+2\times10^{2}\int_{1}^{t}-10^{-2}\mathrm{d}\xi=4-2t\ \mathrm{A}$$

当 $t=2\mathrm{s}$ 时 $i(2)=0\mathrm{A}$

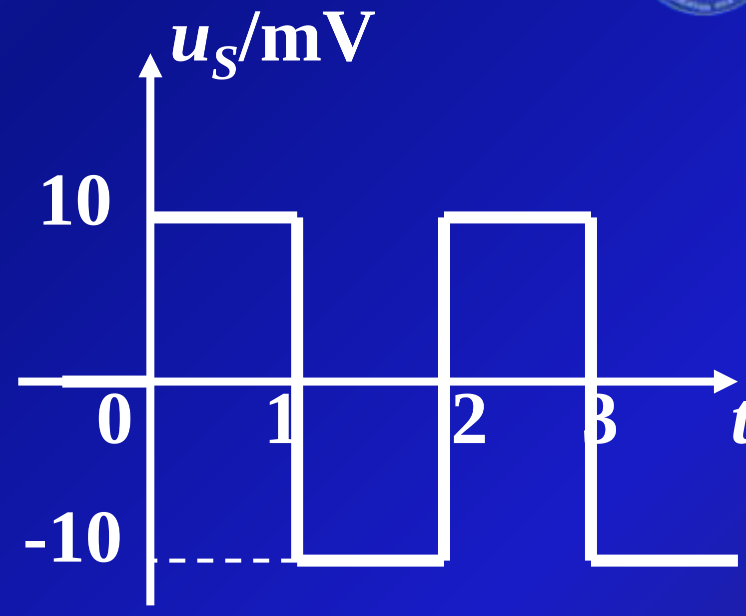


(b)

当2s< t≤3s时，$u(t)$=10mV，

$$i(t)=i(2)+\frac{1}{L}\int_{2}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=0+2\times10^{2}\int_{2}^{t}10^{-2}\mathrm{d}\xi=2(t-2)\ \mathrm{A}$$



当 $t=3\mathrm{s}$ 时 $i(3)=2\mathrm{A}$

当3s< t≤4s时，$u(t)$=−10mV，

$$i(t)=i(3)+\frac{1}{L}\int_{3}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi=2+2\times10^{2}\int_{3}^{t}(-10^{-2})\mathrm{d}\xi=8-2t\mathrm{A}$$

当 $t=4\mathrm{s}$ 时 $i(4)=0\mathrm{A}$

$t \le 0\text{s}$: $i(t) = 0\ \text{A}$

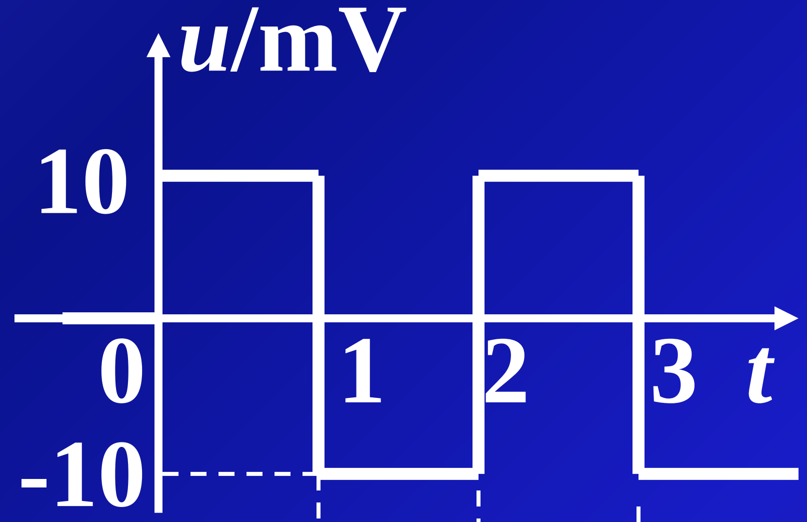
$0 < t \le 1\text{s}$: $i(t) = 2t\ \text{A}$

$1\text{s} < t \le 2\text{s}$: $i(t) = 4 - 2t\ \text{A}$

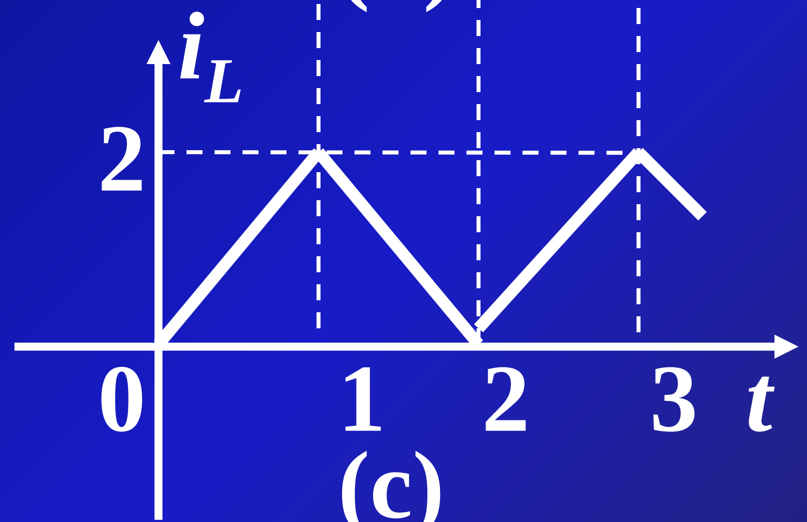
$2\text{s} < t \le 3\text{s}$: $i(t) = 2(t-2) A$

$3\text{s} < t \le 4\text{s}$: $i(t) = 8 - 2t A$

$t > 4\text{s}$: $i(t) = 0\ \text{A}$

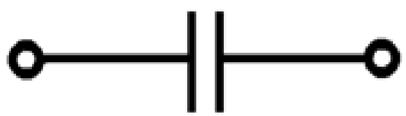


(b)



(c)

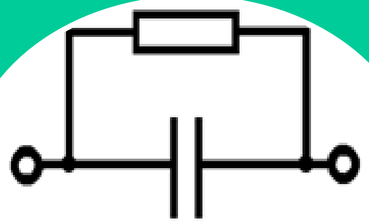
实际电容器的模型



(a)

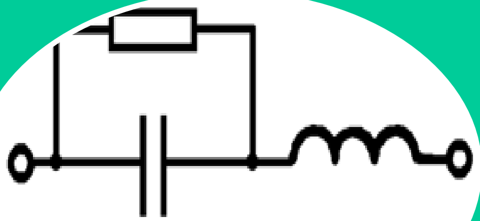
理想电容器

（额定电压）



(b)

漏电不能忽略且工作频率不高时



(c)

工作频率很高时

实际电感器的模型

(a)

理想电感器（额定电流）

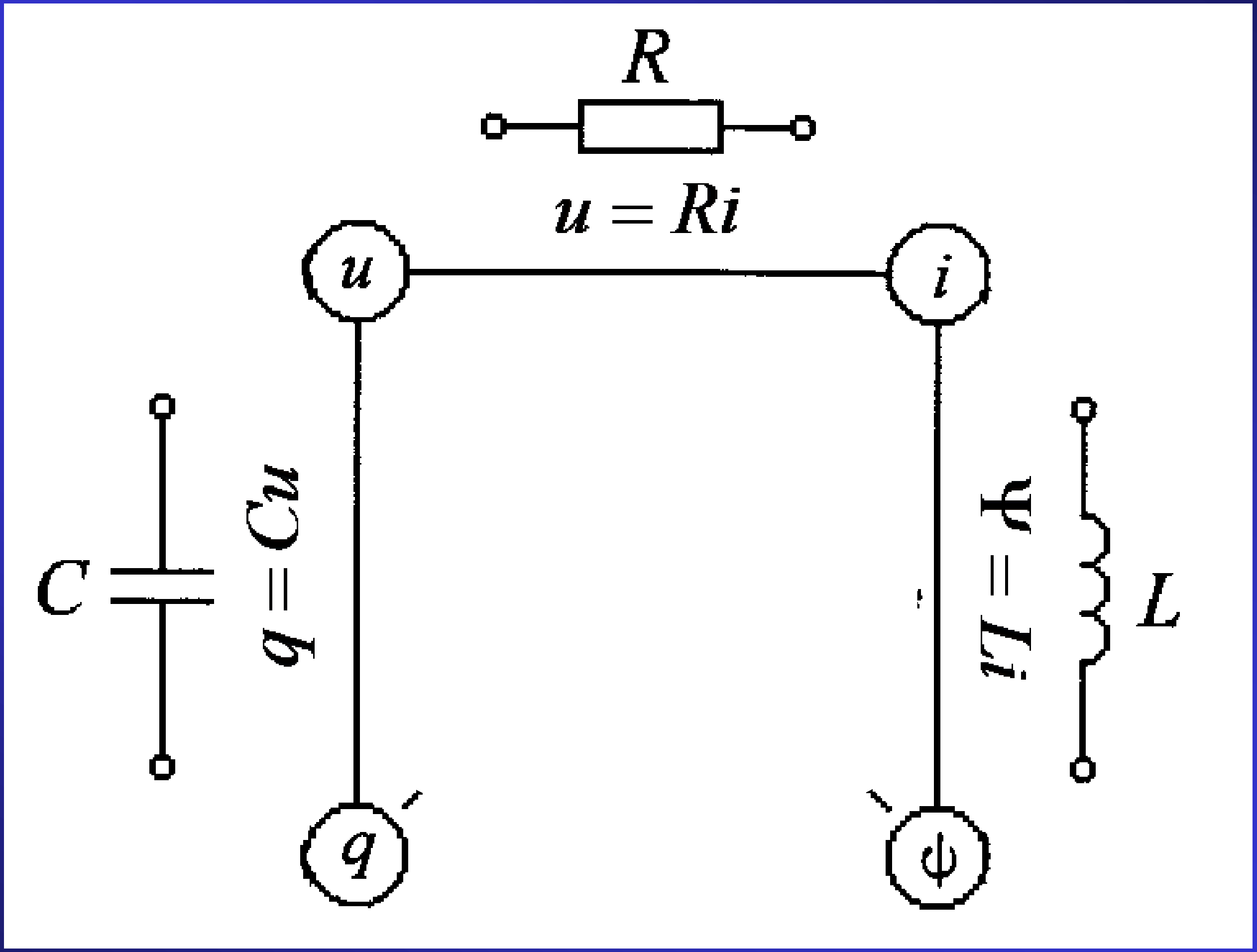
(b)

有功率损耗且工作频率不太高时

(c)

工作频率很高时

电路元件与电路变量的关系



电路元件与电路变量的关系