

知识点K3.03

连续系统状态方程的建立-由微分方程

主要内容:

由微分方程建立连续系统状态方程的方法

基本要求:

掌握由微分方程建立连续系统状态方程/输出方程的方法



连续系统状态方程的建立-由微分方程

K3.03 连续系统状态方程的建立-由微分方程

例1 已知系统方程为

$$y'''(t) + a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 f(t)$$

列出系统的状态方程和输出方程。

解：(1) 选择状态变量： $x_1 = y$, $x_2 = y'$, $x_3 = y''$

(2) 状态方程：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -a_0 x_1 - a_1 x_2 - a_2 x_3 + b_0 f \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$y = x_1$$



连续系统状态方程的建立-由微分方程

(4) 矩阵形式:

状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} f$$

输出方程:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$



连续系统状态方程的建立-由微分方程

例2 已知微分方程，列出系统状态方程和输出方程。

$$y'''(t) + a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_1 f'(t) + b_0 f(t)$$

解：(1) 选择状态变量：

引入 $q(t)$ ： $q'''(t) + a_2 q''(t) + a_1 q'(t) + a_0 q(t) = f(t)$ (1)

(1)式代入原方程得： $y(t) = b_1 q'(t) + b_0 q(t)$ (2)

令 $x_1 = q$, $x_2 = q'$, $x_3 = q''$

(2) 状态方程：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -a_0 x_1 - a_1 x_2 - a_2 x_3 + f \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$y = b_1 x_2 + b_0 x_1$$



连续系统状态方程的建立-由微分方程

(4) 矩阵形式:

状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f$$

输出方程:

$$y = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

