

教学模块4数字控制器的模拟化设计方法

# 教学单元3数字PID控制 器

东北大学 · 刘建昌  
liujianchang@ise.neu.edu.cn



信息科学与工程学院  
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING

# 教学单元3数字PID控制器

**PID**——比例 (**P**roportional) 积分 (**I**ntegral) 微分 (**D**ifferential) , **PID控制算器**——控制器的输出与输入是比例-积分-微分的关系。

**PID控制器**问世至今已有**70**多年的历史, 它以结构简单、稳定性好、工作可靠、调整方便而成为工业控制领域**应用最为广泛**的核心控制器和控制技术。

**PID控制器**为什么**长盛不衰**?



# 教学单元3数字PID控制器

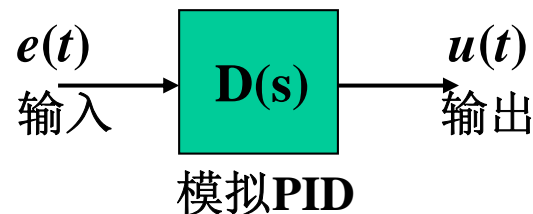
## 主要内容:

- ◆ 基本数字PID控制算法
- ◆ 数字PID控制算法的工程化改进
- ◆ 数字PID控制器的参数整定



## 3.1 基本数字PID控制算法

### ◆ 连续PID控制算法



$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

$K_p$ ——比例系数； $T_i$ ——积分时间常数； $T_d$ ——微分时间常数。

比例（P）控制器：  $u(t) = K_p e(t)$

PI控制器：  $u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \right]$



## ◆ 数字PID控制算法

### (1) 位置式PID算法

对模拟信号进行离散化处理：  
( $kT$ 用 $k$ 来替代)

$$\begin{cases} u(t) \approx u(k) \\ e(t) \approx e(k) \\ \int_0^t e(t)dt \approx T \sum_{i=1}^k e(i) \text{ — 后向矩形积分} \\ \frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \text{ — 后向差分} \end{cases}$$

#### ● 位置式PID算法：

$$\begin{aligned} u(k) &= K_p \left\{ e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{j=1}^k e(j) + \frac{T_d}{T} [e(k) - e(k-1)] \right\} \\ &= K_p e(k) + K_i \sum_{j=1}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)] \end{aligned}$$

$K_i = K_p \frac{T}{T_i}$  ——积分系数,  $K_d = K_p \frac{T_d}{T}$  ——微分系数。

——表示执行机构应该达到的位置



## ◆ 数字PID控制算法

位置式PID控制算法也可直接应用反向差分变换得到

将  $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$  代入PID模拟传递函数

$$D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

位置式数字PID控制器 $D(z)$

$$\begin{aligned} D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} &= K_p \left[ 1 + \frac{T}{T_i (1-z^{-1})} + \frac{T_d (1-z^{-1})}{T} \right] \\ &= K_p + K_i \frac{1}{1-z^{-1}} + K_d (1-z^{-1}) \\ &= \frac{K_p (1-z^{-1}) + K_i + K_d (1-z^{-1})}{1-z^{-1}} \end{aligned}$$

对 $D(z)$ 进行z反变换即得 $u(k)$



## ◆ 数字PID控制算法

### (2) 增量式PID算法

由位置式PID算法:

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{j=1}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)]$$

$$u(k-1) = K_p e(k-1) + K_i \sum_{j=1}^{k-1} e(j) + K_d [e(k-1) - e(k-2)]$$

#### ● 增量式PID算法

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= u(k) - u(k-1) \\ &= K_p [e(k) - e(k-1)] + K_i e(k) + K_d [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \end{aligned}$$

——表示执行机构的调节增量（ $k$ 时刻相对 $k-1$ 时刻的调节增量）



## 两种PID算法的关系:

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k) \\ &= u(k-1) + K_p [e(k) - e(k-1)] + K_i e(k) + K_d [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \end{aligned}$$

——位置式PID算法一种更好的表达形式。

**注意：**位置式PID算法和增量式PID算法是PID算法的两种表现形式，选择何种形式必须考虑执行机构的特性，如果执行机构带有积分性质，则选择增量式；若执行机构没有积分性质，则选择位置式。

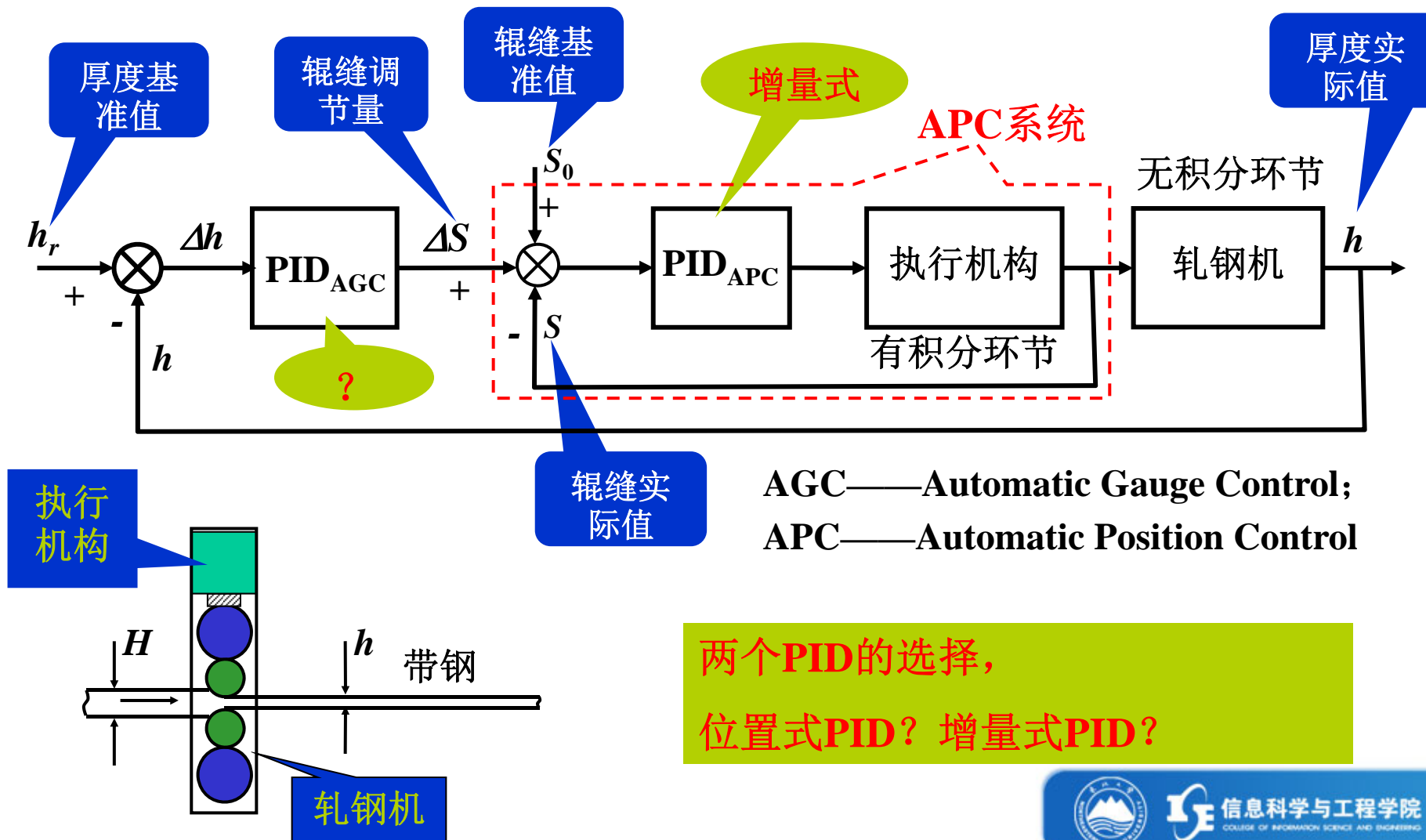
一个实例：



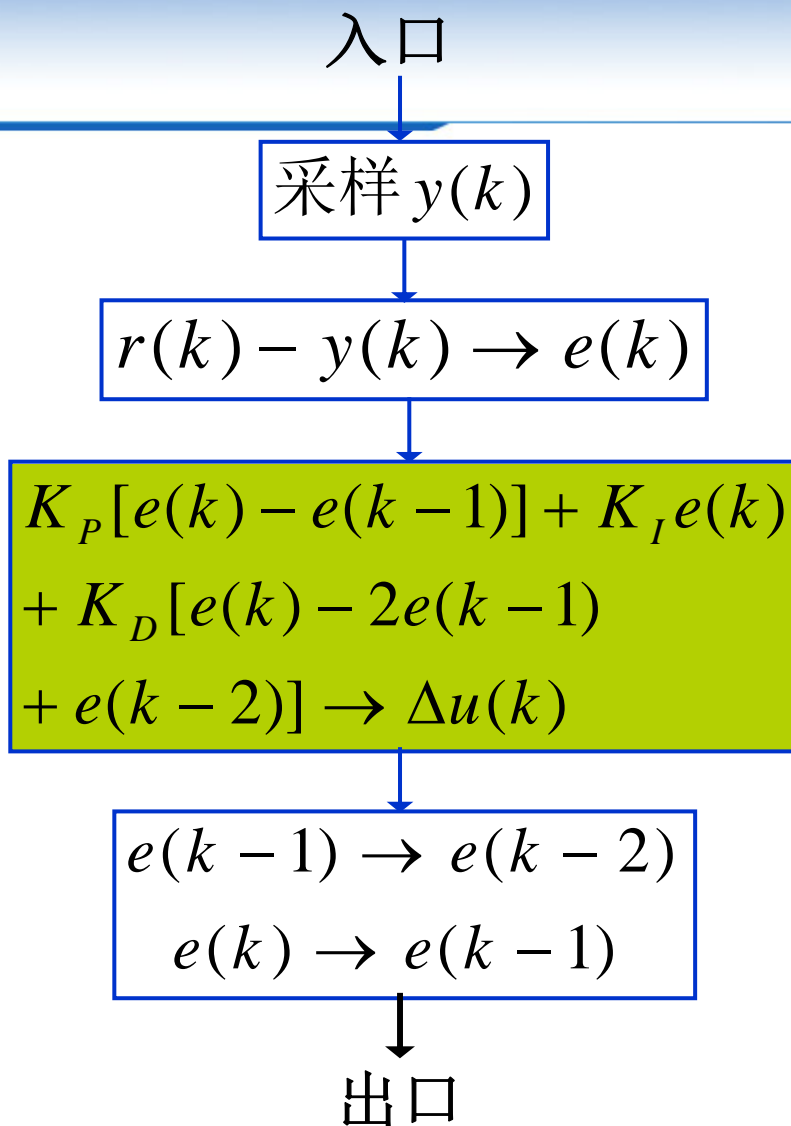


## 两种PID算法的关系:

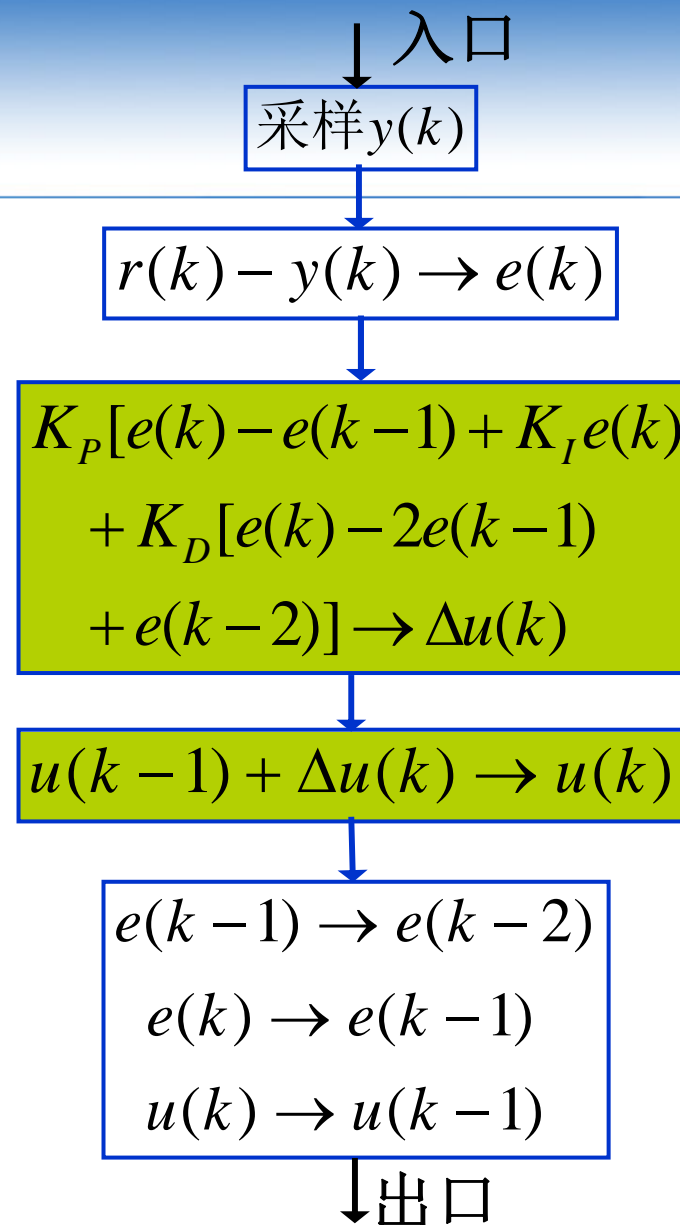
一个实例——带钢厚度自动控制 (AGC) 系统



两种PID算法的程序流程图



增量式PID算法程序流程图



位置式PID算法程序流程图



## 3.2 数字PID控制算法的工程化改进

- ◆ 积分分离的PID控制算法
- ◆ 带死区的PID控制算法
- ◆ 不完全微分PID控制算法
- ◆ 微分先行PID控制算法



## (1) 积分分离的PID控制算法

### ◆ 积分饱和问题

- ✓ 控制系统在启动、停车或切换工作状态时，PID控制器的输入端会产生较大的偏差，经过PID算法中积分项的作用，可能会在短时间内使PID的输出 $u(k)$ 达到很大，甚至使控制器或执行机构达到饱和（限幅）状态——非线性状态；
- ✓ 造成控制量不能根据被控量的误差，按控制算法进行调节，因而系统产生严重超调。
- 这种现象是很多实际控制系统所不能容忍的。



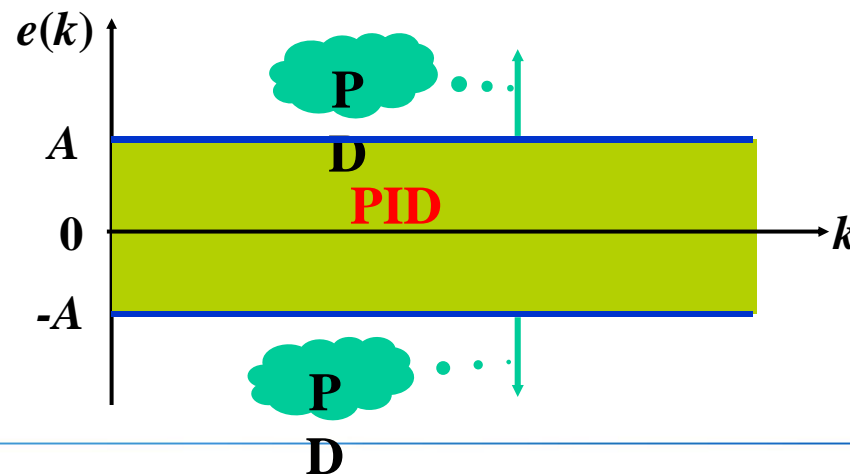
## (1) 积分分离的PID控制算法

### ◆ 改进算法：积分分离的PID控制算法——PD-PID控制算法

$$u(k) = K_p e(k) + K_l K_i \sum_{j=1}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)]$$

$$K_l = \begin{cases} 1 & |e(k)| \leq A \text{ — — PID控制器} \\ 0 & |e(k)| > A \text{ — — PD控制器} \end{cases}$$

$K_l$ ——逻辑系数； $A$ ——积分分离阈值。



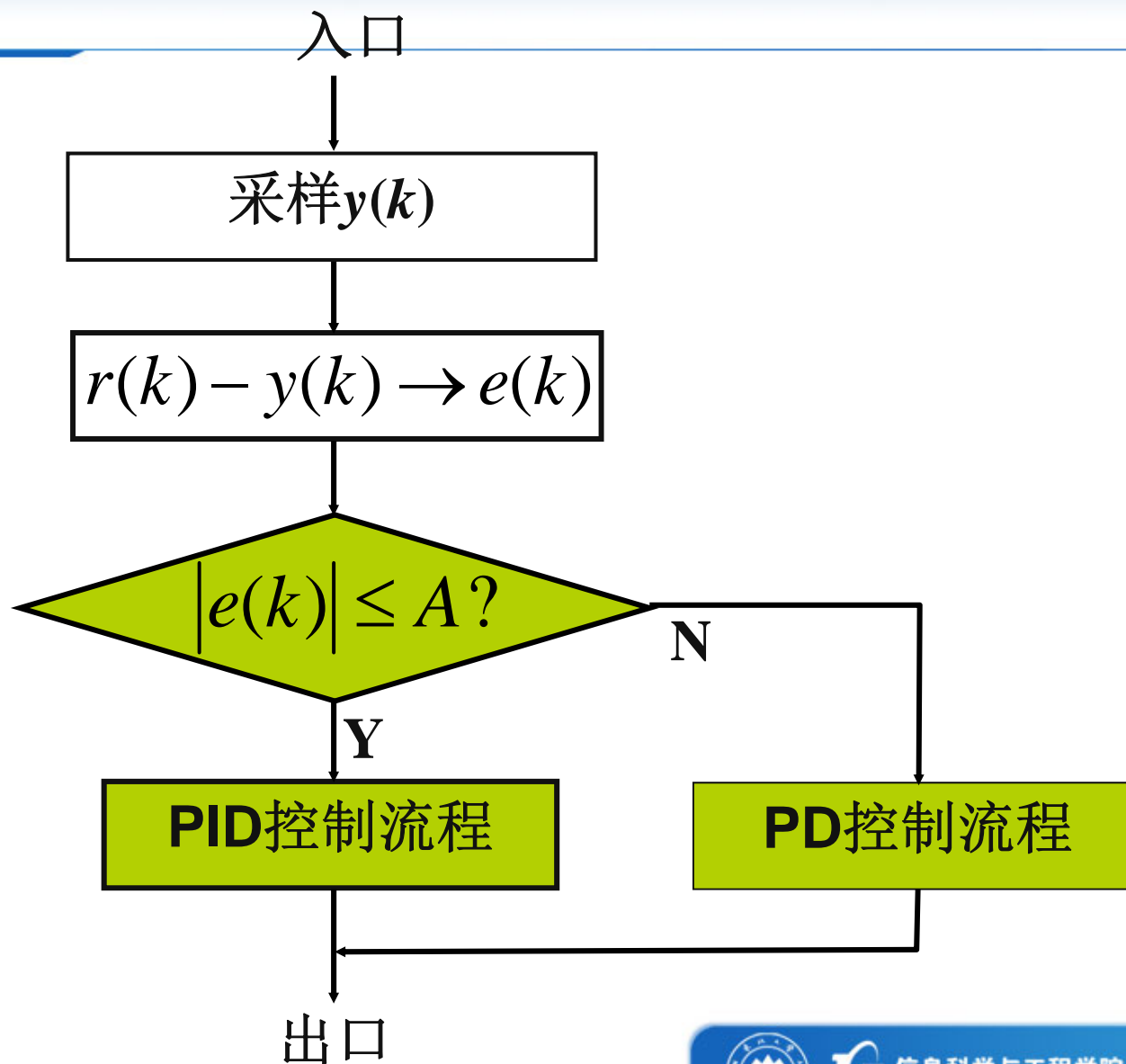
是否选择积分分离PID控制算法要根据实际需求而定。



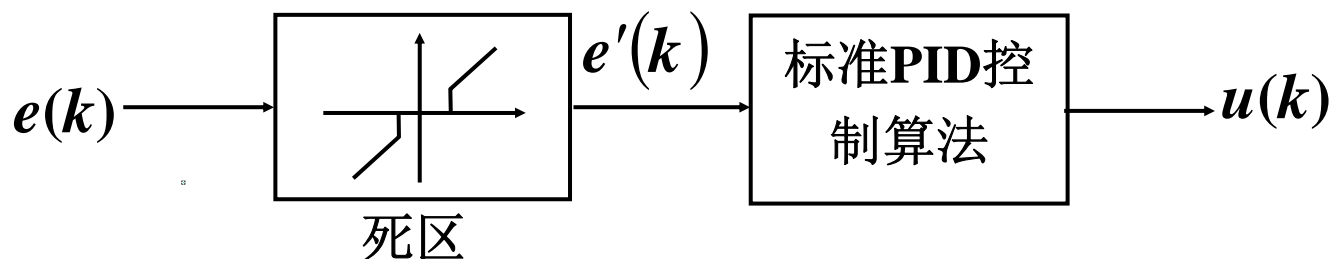
信息科学与工程学院  
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING

## (1) 积分分离的PID控制算法

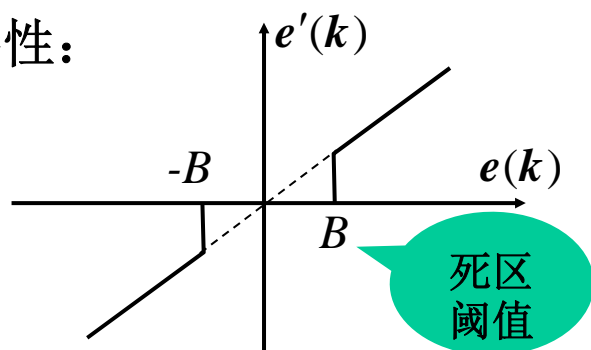
程序流程图



## (2) 带死区的PID控制算法



死区特性:



死区算法:

$$e'(k) = \begin{cases} e(k) & |e(k)| > B \\ 0 & |e(k)| \leq B \end{cases}$$

带死区的增量式PID控制算法:

$$\Delta u(k) = K_p [e'(k) - e'(k-1)] + K_i e'(k) + K_d [e'(k) - 2e'(k-1) + e'(k-2)]$$

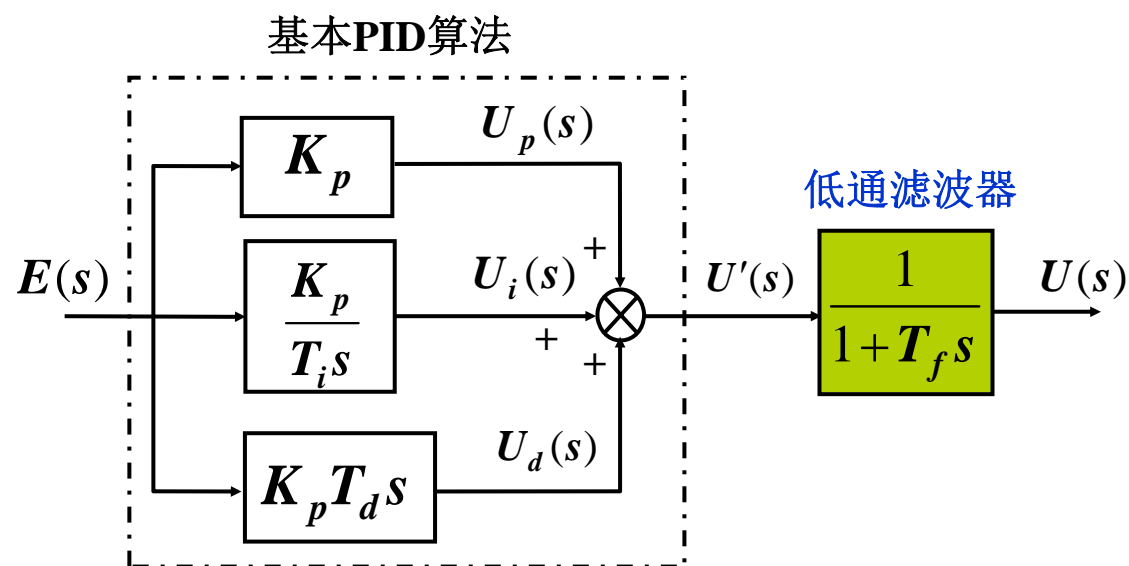
带死区的位置式PID控制算法:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$$



### (3) 不完全微分PID控制算法

◆ 当控制器输入偏差信号突然变化时，**PID**控制算法中微分项将很大，持续时间又很短，这样就产生了微分失控现象。为了抑制高频干扰，克服微分失控现象，出现了**不完全微分PID控制算法**：



低通滤波器的微分方程：

$$T_f \frac{du(t)}{dt} + u(t) = u'(t)$$





### (3) 不完全微分PID控制算法

低通滤波器的微分方程为：

$$T_f \frac{du(t)}{dt} + u(t) = u'(t)$$

用后向差分代替微分得

$$T_f \frac{u(k) - u(k-1)}{T} + u(k) = u'(k)$$

$$u(k) = \frac{T_f}{T_f + T} u(k-1) + \underbrace{\frac{T}{T_f + T}}_{\alpha} u'(k)$$

不完全微分位置式PID控制算法：

$$u(k) = \alpha u(k-1) + (1 - \alpha) u'(k)$$

$$u'(k) = u_p(k) + u_i(k) + u_d(k)$$

$$= K_p e(k) + K_i \sum_{j=1}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)]$$

$$u(k) = u_{fp}(k) + u_{fi}(k) + u_{fd}(k)$$



### (3) 不完全微分PID控制算法

$$u(k) = u_{fp}(k) + u_{fi}(k) + u_{fd}(k)$$

$$u_{fp}(k) = \alpha u_{fp}(k-1) + (1-\alpha)K_p e(k)$$

$$u_{fi}(k) = \alpha u_{fi}(k-1) + (1-\alpha)K_i \sum_{j=1}^k e(j)$$

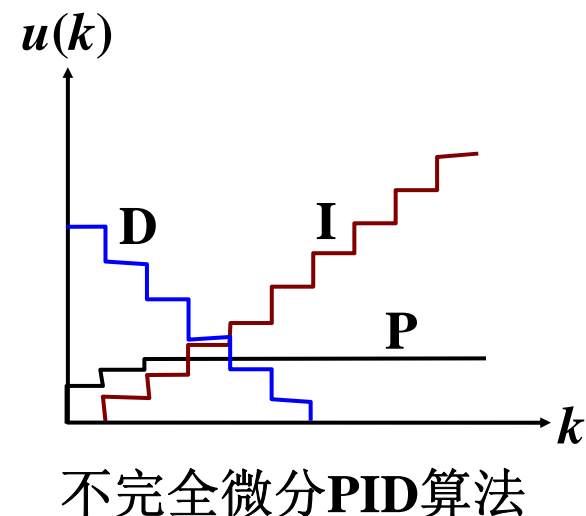
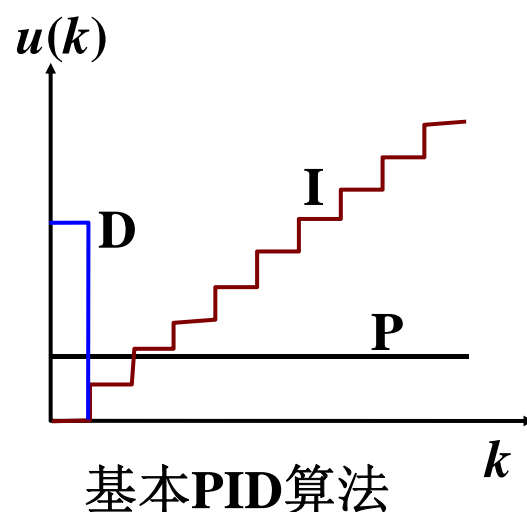
$$u_{fd}(k) = \alpha u_{fd}(k-1) + (1-\alpha)K_d [e(k) - e(k-1)]$$

假设PID输入偏差 $e(k)$ 为单位阶跃信号，则



### (3) 不完全微分PID控制算法

不完全微分  
PID的微分作  
用示意图



基本PID控制算法中微分在第一个周期起作用，而且很强，但从第二个周期开始微分作用消失；而不完全微分PID控制算法中的微分作用则持续很长时间，因此该控制算法具有更好抗干扰作用。

不完全微分PID控制算法增量形式： $\Delta u(k) = \alpha \Delta u(k-1) + (1-\alpha) \Delta u'(k)$

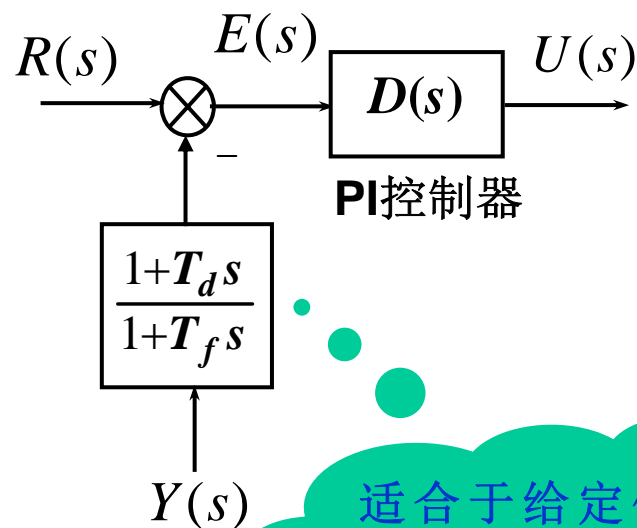
$$\Delta u'(k) = K_p [e(k) - e(k-1)] + K_i e(k) + K_d [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)]$$



## (4) 微分先行PID控制算法

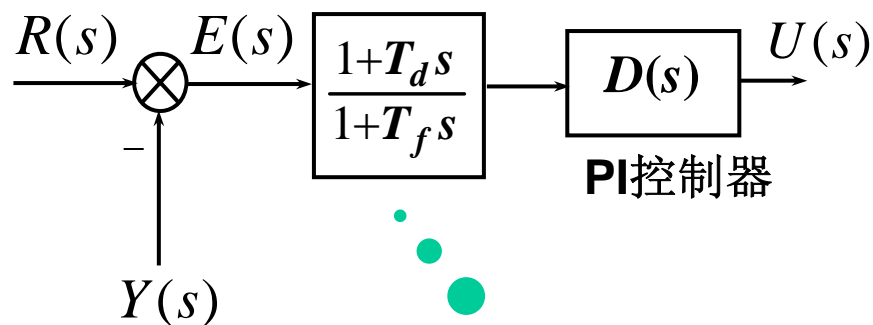
在给定值频繁升降变换的场合，为了避免系统超调量过大甚至发生振荡，执行机构剧烈动作，对模拟PID控制器进行改进，出现微分先行PID控制器。

输出微分先行



适合于给定值频繁升降的场合，可以避免升降给定值所引起的超调量过大。

偏差微分先行



适用于串级控制的副控制回路。



## 3.3 数字PID控制器的参数整定

### (1) 数字PID参数对系统性能的影响

#### 1) 比例系数 $K_p$ 对系统性能的影响

◆ 对系统静态性能的影响：在系统稳定的情况下， $K_p$ 增加，系统稳态误差将减小，可提高控制精度；

◆ 对系统动态性能的影响： $K_p$ 增加，系统响应加快；如果 $K_p$ 偏大，振荡次数增多，调节时间加长；如果 $K_p$ 过大，系统趋于不稳定。



## 3.3 数字PID调节器参数的整定方法

### (1) 数字PID参数对系统性能的影响

#### 2) 积分系数 $K_i = K_p \frac{T}{T_i}$ 对系统性能的影响

◆ 对系统静态性能的影响： $K_i$  增大，积分作用加强，有利于系统消除静差；如果 $K_i$ 太小，系统将不能消除静差。

◆ 对系统动态性能的影响： $K_i$ 减小，削弱积分作用，有利于减小超调，克服震荡；如果 $K_i$ 太大，将导致超调量过大，甚至产生震荡，系统将不稳定。

#### 3) 微分系数 $K_d = K_p \frac{T_d}{T}$ 对系统性能的影响

◆  $K_d$ 增加，系统响应加快，超调量减小，增加系统的稳定性，但系统对干扰的敏感性增加，对干扰的抑制能力减弱。



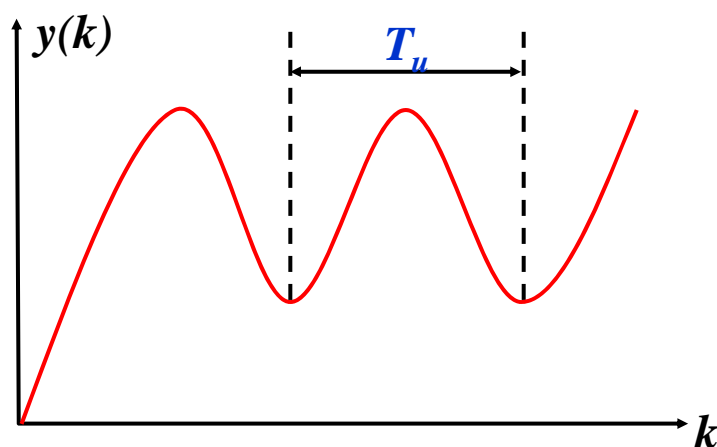
## (2) 数字PID调节器参数的整定方法

- ◆ 扩充临界比例度法
- ◆ 扩充响应曲线法（过渡过程响应法）
- ◆ 试凑法



## 1) 扩充临界比例度法

- ① 选择一个合适的采样周期 $T$ 。按照采样定理或工程经验来计算或选择采样周期，例如，如果被控过程有纯滞后后时，可选取滞后时间的1/10为采样周期 $T$ ；
- ② 只投入比例控制，给定输入为单位阶跃信号，逐渐加大比例系数 $K_p$ ，使控制系统出现临界振荡



系统的临界振荡曲线

由临界振荡曲线求得相应的临界振荡周期 $T_u$ ，  
此时的比例系数 $K_p$ 为临界振荡增益 $K_u$ ；





## 1) 扩充临界比例度法

③ 选择控制度——数字控制相对模拟控制的效果

$$\text{控制度} = \frac{\left[ \min \int_0^{\infty} e^2(t) dt \right]_D}{\left[ \min \int_0^{\infty} e^2(t) dt \right]_A}$$

◆当控制度=1.05，数字控制与模拟控制效果相当；

◆控制度=2，数字控制比模拟控制效果差一倍。



## 1) 扩充临界比例度法

④ 根据控制度查表求 $T$ 、 $K_p$ 、 $T_i$ 和 $T_d$ 值。

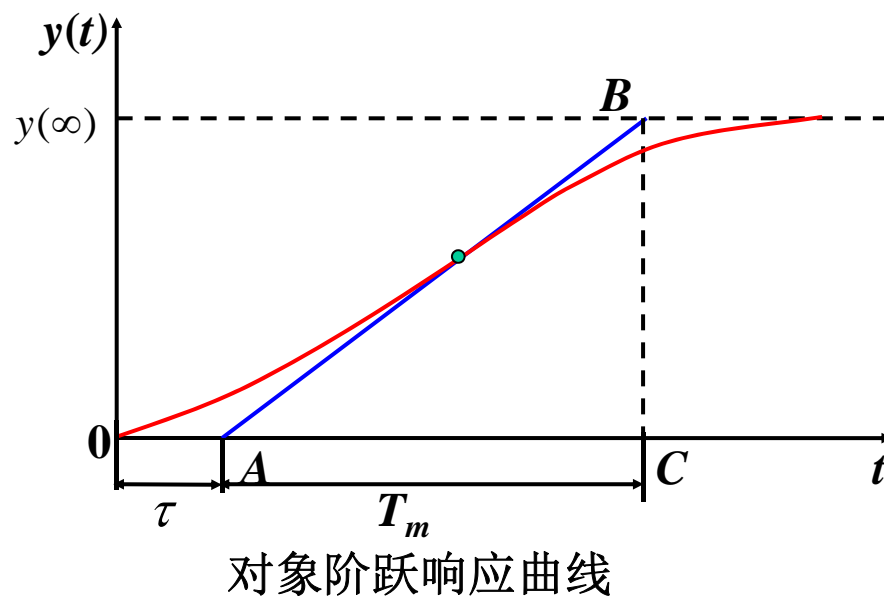
控制度	控制规律	$T/T_u$	$K_p/K_u$	$T_i/T_u$	$T_d/T_u$
1.05	PI	0.03	0.53	0.88	—
	PID	0.014	0.63	0.49	0.14
1.20	PI	0.05	0.49	0.91	—
	PID	0.043	0.47	0.47	0.16
1.50	PI	0.14	0.42	0.99	—
	PID	0.09	0.34	0.43	0.20
2.00	PI	0.22	0.36	1.05	—
	PID	0.16	0.27	0.40	0.22
模拟控制器	PI	—	0.57	0.83	—
	PID	—	0.70	0.50	0.13

⑤ 按照求得的整定参数，系统投入运行，观察控制效果，再适当调整参数，直到获得满意的控制效果。



## 2) 扩充响应曲线法（过渡过程响应法）

- ① 断开数字调节器，将一个单位阶跃信号作为控制信号加到被控对象，记录响应曲线：



- ② 在曲线最大斜率处作切线，求得滞后时间  $\tau$ 、被控对象的时间常数  $T_m$ ：

$$\tau = OA, \quad T_m = AC$$

- ③ 选择控制度；



## 2) 扩充响应曲线法（过渡过程响应法）

④ 查表求 $T$ 、 $K_p$ 、 $T_i$ 和 $T_d$ 值；

扩充响应曲线法整定PID参数					
控制度	控制规律	$T/\tau$	$K_p/(T_m/\tau)$	$T_i/\tau$	$T_d/\tau$
1.05	PI	0.10	0.84	3.40	—
	PID	0.05	1.15	2.00	0.45
1.20	PI	0.20	0.78	3.60	—
	PID	0.16	1.00	1.90	0.55
1.50	PI	0.50	0.68	3.90	—
	PID	0.34	0.85	1.62	0.65
2.00	PI	0.80	0.57	4.20	—
	PID	0.60	0.60	1.50	0.82

⑤ 系统投入运行，观察控制效果，按照经验适当调整参数，直到获得满意的控制效果。



### 3) 试凑法

——根据PID各个参数变化对系统性能的影响，按照先比例、后积分、再微分的步骤进行整定

- ① 只采用比例控制， $K_p$ 由小变大，若响应时间、超调、静差已达到要求，只采用比例调节即可；
- ② 若静差不满足，则加入积分控制，将 $K_p$ 减小，例如取 $0.8K_p$ 代替 $K_p$ ， $T_i$ 由大到小，反复修改 $K_p$ 和 $T_i$ 值，力争在消除静差的前提下，得到满意的响应过程；
- ③ 若动特性不满足设计要求（超调量过大或调节时间过长），则加入微分控制， $T_d$ 由小到大，同时改变 $K_p$ 和 $T_i$ 值，直到得到满意的控制效果——找出一组最佳调节参数。

注意，各种PID参数整定方法的最后一步，都具有试凑思想，所以明确各个参数对系统性能的影响至关重要！



## 4) 其他方法

- ◆ 参数归一法
- ◆ 典型系统工程设计法;
- ◆ 特定对象经验法;
- ◆ .....

思考题:

查找**PID**控制器参数整定“口诀”，结合**PID**参数对系统性能的影响规律，给出自己的理解，然后交流讨论。



信息科学与工程学院  
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING

• 教学单元3结束 •



信息科学与工程学院  
COLLEGE OF INFORMATION SCIENCE AND ENGINEERING