教学模块5 数字控制器的直接设计方法

教学单元4 大林算法控制器的设计

东北大学 · 关守平
guanshouping@ise.neu.edu.cn

大林算法研究意义:

最小拍控制：时间最优，其它动态指标无约束。

大林算法：约束超调量，对调节时间不加以严格限制。

大林算法

纯滞后系统

特例

Smith预估

PID控制

适合于滞后较小的情况

4.1 大林算法设计原理

被控对象为带有纯滞后的一阶或二阶环节：

- $$W(s)=\frac{K}{T_1s+1}e^{-\tau s},\quad \tau=NT$$

- $$W(s)=\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-\tau s},\quad \tau=NT$$

大林算法的设计目标是设计一个合适的数字控制器，使整个闭环系统的传递函数相当于一个带有纯滞后的一阶惯性环节，即：

滞后与被控对象相同

- $$W_B(s)=\frac{e^{-\tau s}}{T_0 s+1},\quad \tau=NT$$

T_0比T_1和T_2中最小的还要小。

思考：给定的闭环系统传递函数$W_B(s)$的增益为何为1?

整个系统的闭环脉冲传递函数为：

$$W_B(z)=\frac{Y(z)}{R(z)}=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\frac{e^{-NTs}}{T_0 s+1}\right]=\frac{z^{-(N+1)}(1-e^{-T/T_0})}{1-e^{-T/T_0}z^{-1}}$$

为什么加零阶保持器？

原因：

（1）加入零阶保持器：保证离散前后的阶跃响应相等

（2）不加零阶保持器：保证离散前后的脉冲响应相等

得到控制器传递函数为：

$$D(z)=\frac{1}{W_d(z)}\cdot\frac{W_B(z)}{1-W_B(z)}=\frac{1}{W_d(z)}\cdot\frac{z^{-(N+1)}(1-e^{-T/T_0})}{1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}}$$

被控对象模型的脉冲传递函数

思考：该种形式的***D(z)***对被控对象有何要求？

对象为具有纯滞后的一阶惯性环节时：

$$W_d(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\frac{Ke^{-NTs}}{T_1 s+1}\right]=K\frac{(1-e^{-T/T_1})z^{-(N+1)}}{1-e^{-T/T_1}z^{-1}}$$

得到控制器传递函数为：

$$D(z)=\frac{(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_0})}{K(1-e^{-T/T_1})[1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}]}$$

对象为具有纯滞后的二阶惯性环节时：

$$W_d(z) = Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{Ke^{-NTs}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}\right] = \frac{K(c_1+c_2z^{-1})z^{-(N+1)}}{(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}$$

其中：$c_1 = 1+\frac{1}{T_2-T_1}\left(T_1e^{-T/T_1} - T_2e^{-T/T_2}\right)$

$$c_2 = e^{-T(1/T_1+1/T_2)} + \frac{1}{T_2-T_1}\left(T_1e^{-T/T_2} - T_2e^{-T/T_1}\right)$$

得到控制器传递函数为：

$$D(z) = \frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}{K(c_1+c_2z^{-1})[1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}]}$$

例4.1 已知某控制系统被控对象的传递函数为

$$W(s)=\frac{e^{-s}}{s+1}$$

采样周期 **T=0.5s**，试用大林算法设计数字控制器。

解： 系统广义被控对象传递函数为

$$W_d(s)=\frac{1-e^{-sT}}{s}W(s)=\frac{(1-e^{-0.5s})e^{-s}}{s(s+1)}$$

求得广义被控对象的脉冲传递函数为：

$$W_d(z) = K\frac{(1-e^{-T/T_1})z^{-(N+1)}}{1-e^{-T/T_1}z^{-1}} = z^{-3}\frac{1-e^{-0.5}}{1-e^{-0.5}z^{-1}} = \frac{0.3935z^{-3}}{1-0.6065z^{-1}}$$

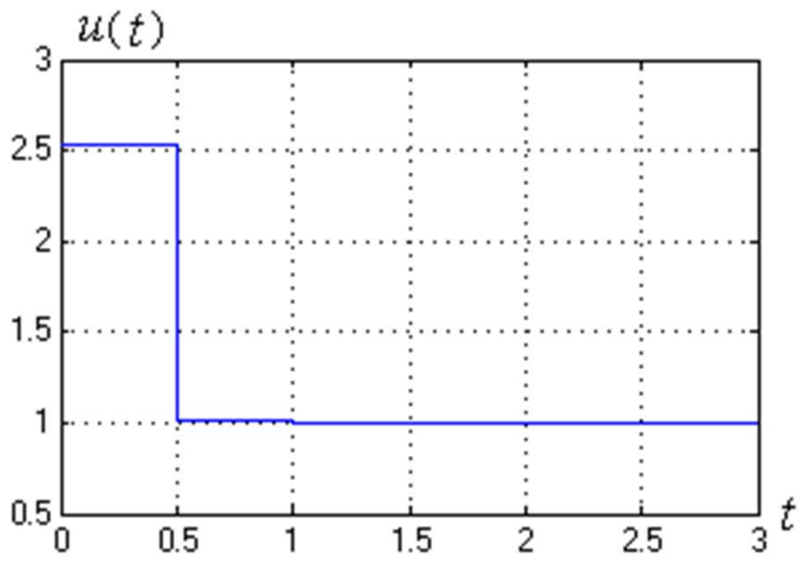
于是得到数字控制器***D(z)***：

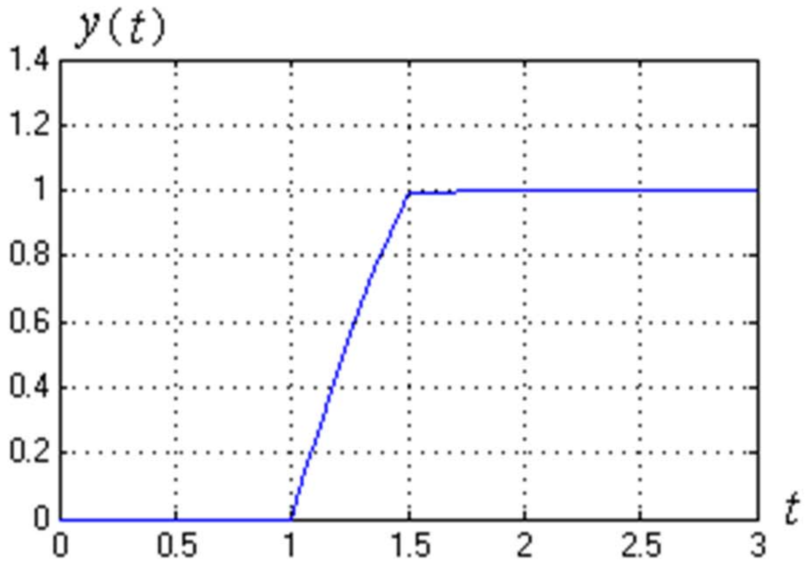
$$D(z) = \frac{1}{W_d(z)}\cdot\frac{z^{-(N+1)}(1-e^{-T/T_0})}{1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}}$$

$$= \frac{1-0.6065z^{-1}}{0.3935z^{-3}}\cdot\frac{z^{-3}(1-e^{-5})}{1-e^{-5}z^{-1}-(1-e^{-5})z^{-3}} = \frac{2.524(1-0.6065z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+0.9933z^{-1}+0.9933z^{-2})}$$

取 $T_0 = 0.1$

阶跃输入下系统控制信号序列和阶跃响应序列：





例4.2 被控对象为带有纯滞后的二阶惯性环节

$$W(s)=\frac{10e^{-12s}}{(20s+1)(30s+1)}$$

采样周期 **T=2s**，试用大林算法设计数字控制器 ***D*(*z*)**。

解： 首先计算对象模型离散化后的参数

$$c_1=1+\frac{1}{T_2-T_1}\left(T_1e^{-T/T_1}-T_2e^{-T/T_2}\right)=0.00315$$

$$c_2=e^{-T(1/T_1+1/T_2)}+\frac{1}{T_2-T_1}\left(T_1e^{-T/T_2}-T_2e^{-T/T_1}\right)=0.00298$$

选取闭环传递函数中的时间常数：$T_0 = 10$

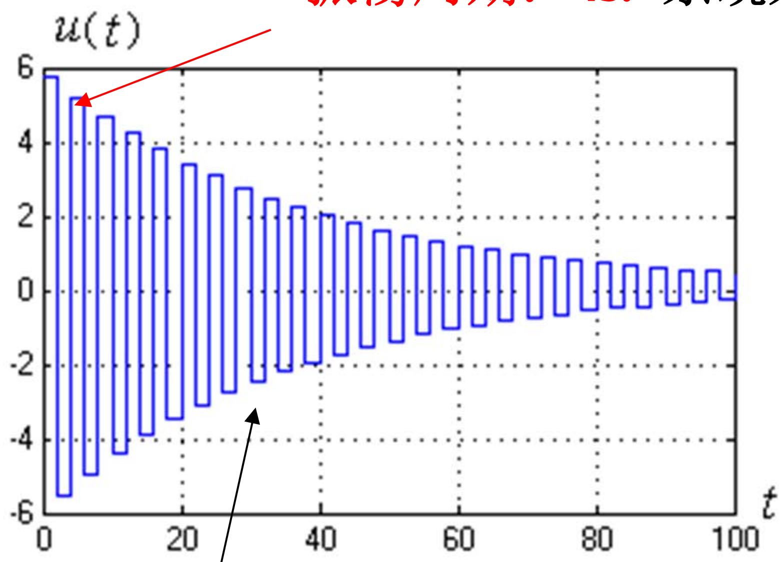
得到数字控制器的传递函数模型：

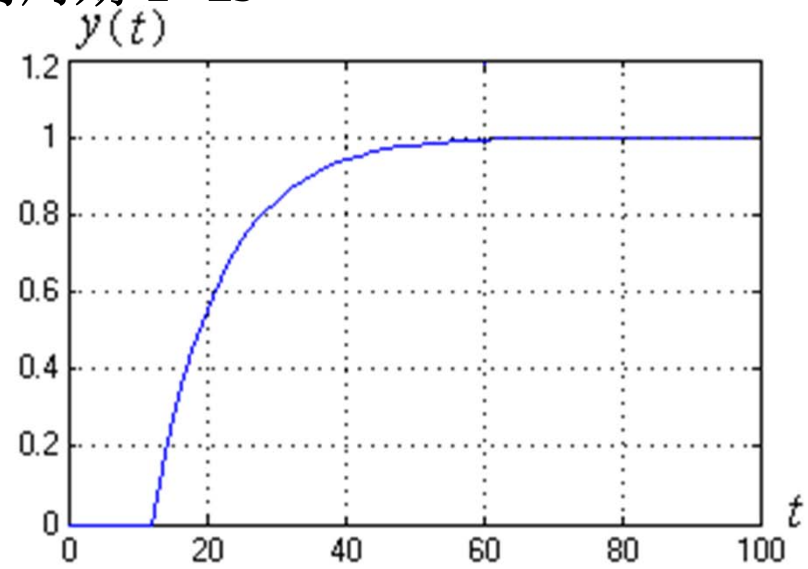
$$D(z) = \frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}{K(c_1+c_2z^{-1})[1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}]}$$

$$= \frac{5.7546(1-0.90484z^{-1})(1-0.93551z^{-1})}{(1+0.946z^{-1})(1-0.81873z^{-1}-0.18127z^{-7})}$$

阶跃输入信号下系统控制信号序列和阶跃响应序列：

振荡周期：**4s.** 系统采用周期 **T=2s**





控制量振荡收敛 ⟶ 振铃现象

4.2 振铃现象及其消除方法

振铃（**Ringing**）现象：指数字控制器的输出以**1/2**采样频率大幅度衰减的振荡。

结果：

对系统的输出几乎无任何影响 ← 被控对象中惯性环节的低通滤波特性

增加执行机构的磨损，还有可能影响到系统的稳定性

思考题：

振铃现象与纹波现象的区别与联系？

振铃现象原因分析：

控制器输出 ***U*(*z*)** 与参考输入 ***R*(*z*)** 之间的关系为：

$$U(z)=\frac{Y(z)}{W_d(z)}=\frac{W_B(z)}{W_d(z)}R(z)=W_u(z)R(z)$$

于是得到：
$$W_u(z)=\frac{W_B(z)}{W_d(z)}=\frac{D(z)}{1+D(z)W_d(z)}$$

若$W_u(z)$有或有接近于 **z=-1** 的极点，则将引起输出序列$u(k)$的振荡。

对于带纯滞后的一阶惯性环节有：

$$W_u(z)=\frac{W_B(z)}{W_d(z)}=\frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})}{K(1-e^{-T/T_1})\underline{(1-e^{-T/T_0}z^{-1})}}$$

大于零

结论：

不存在负实轴上的极点，因此不存在振铃现象。

对于带纯滞后的二阶惯性环节，有

$$W_u(z)=\frac{W_B(z)}{W_d(z)}=\frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}{Kc_1\underbrace{(1-e^{-T/T_0}z^{-1})}_{\text{大于零}}\underbrace{(1+\frac{c_2}{c_1}z^{-1})}_{\text{小于零，且}}}$$

$$\lim_{T\to 0}\left[-\frac{c_2}{c_1}\right]=-1$$

$\downarrow$

结论： 引起振铃现象

振铃幅度RA:

在单位阶跃作用下数字控制器第0拍输出与第1拍输出的差值来衡量振铃现象强烈的程度。

$$U(z)=R(z)W_u(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}\frac{1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\cdots}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\cdots}$$

归一化处理

$$=\frac{1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\cdots}{1+(a_1-1)z^{-1}+(a_2-a_1)z^{-2}+\cdots}$$

$$=1+(b_1-a_1+1)z^{-1}+\cdots$$

对于带纯滞后的二阶惯性环节:

$$\mathrm{RA}=\frac{c_2}{c_1}-e^{-T/T_0}+e^{-T/T_1}+e^{-T/T_2} \Longrightarrow \lim_{T\to 0}\mathrm{RA}=2$$

消除振铃现象的方法：

找出 $D(z)$ 中引起振铃现象的因子（z=-1 附近的极点），然后令其中的 z=1。

结果：

消除了振铃现象，不影响稳态值，改变了系统动态特性

终值定理

见下页

对于二阶环节：

$$W_u(z)=\frac{W_B(z)}{W_d(z)}=\frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}{Kc_1(1-e^{-T/T_0}z^{-1})\underline{(1+\frac{c_2}{c_1}z^{-1})}}$$

目标：消除

方法：消除

$$W_u(z)=\frac{D(z)}{1+D(z)W_d(z)}$$

$$D(z)=\frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}{K\underline{(c_1+c_2z^{-1})}[1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}]}$$

令 **z=1**

消除振铃极点后控制器的形式为:

$$D(z)=\frac{(1-e^{-T/T_0})(1-e^{-T/T_1}z^{-1})(1-e^{-T/T_2}z^{-1})}{K(1-e^{-T/T_1})(1-e^{-T/T_2})[1-e^{-T/T_0}z^{-1}-(1-e^{-T/T_0})z^{-(N+1)}]}$$

例4.3 对例4.2的被控对象，考虑消除振铃现象的影响，试用大林控制算法设计数字控制器$D(z)$.

$$W(s)=\frac{10e^{-12s}}{(20s+1)(30s+1)}$$

解：根据例4.2，数字控制器传递函数模型为：

$$D(z)=\frac{5.7546(1-0.90484z^{-1})(1-0.93551z^{-1})}{(1+0.946z^{-1})(1-0.81873z^{-1}-0.18127z^{-7})}$$

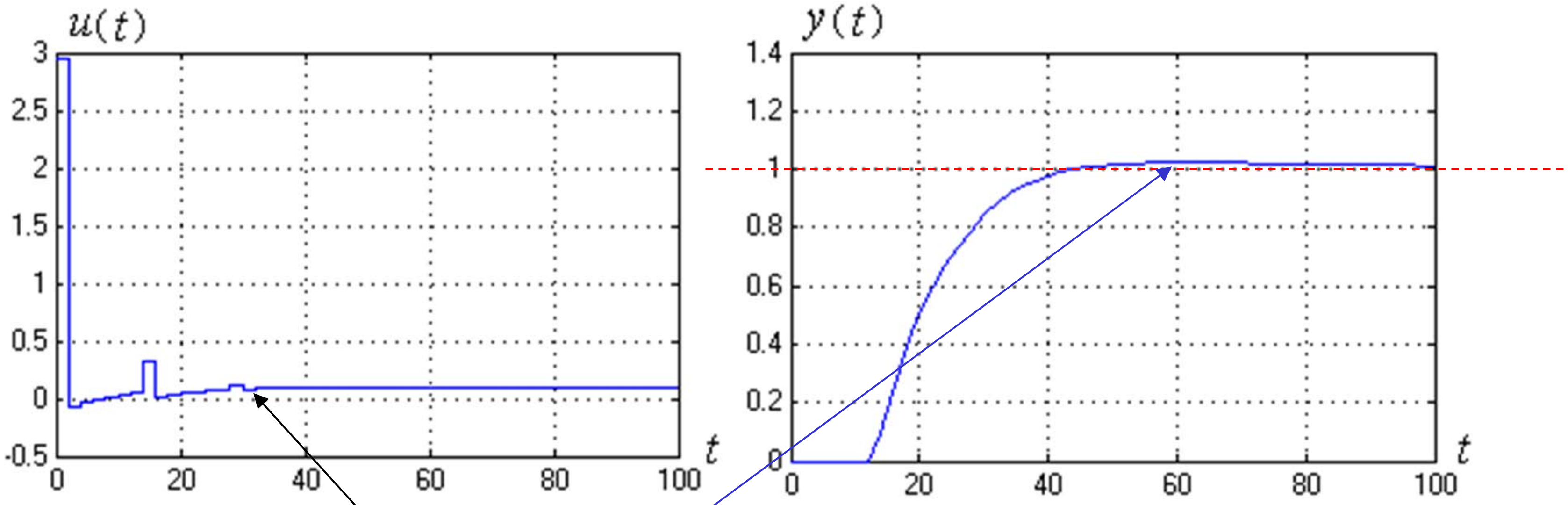
振铃因子，令 $z=1$

于是控制器传递函数模型变为：

$$D(z)=\frac{5.7546(1-0.90484z^{-1})(1-0.93551z^{-1})}{1.946(1-0.81873z^{-1}-0.18127z^{-7})}$$

$$=\frac{2.9571(1-0.90484z^{-1})(1-0.93551z^{-1})}{1-0.81873z^{-1}-0.18127z^{-7}}$$

令振铃因子 **z=1** 后系统的控制信号和输出信号曲线:



效果：消除了振铃现象

出现了超调，过渡过程时间变长

·教学单元四结束·