知识点K3.06

离散系统状态方程的建立

主要内容：

1. 由差分方程建立离散系统状态方程的方法
2. 由框图流图建立离散系统状态放的方法

基本要求：

1. 掌握由差分方程建立离散系统状态方程/输出方程的方法
2. 掌握由框图流图建立离散系统状态方程/输出方程的方法

K3.06 离散系统状态方程的建立

例1 已知系统方程如下，列状态方程和输出方程。

$$y(k)+a_1y(k-1)+a_0y(k-2)=bf(k)$$

解：(1) 状态变量选择：

令 $x_1(k)=y(k-2)$ ， $x_2(k)=y(k-1)$

(2) 状态方程：

$$\begin{cases} x_1(k+1)=x_2(k) \\ x_2(k+1)=-a_0x_1(k)-a_1x_2(k)+bf(k) \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$y(k)=-a_0x_1(k)-a_1x_2(k)+bf(k)$$

(4) 矩阵形式：

状态方程：

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} f(k)$$

输出方程：

$$y(k) = \begin{bmatrix} -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + b\, f(k)$$

离散系统状态方程的建立

例2： 已知系统方程如下，列系统状态方程和输出方程。

$$y(k+2)+a_1 y(k+1)+a_0 y(k)=bf(k)$$

解：

(1) 状态变量选择：

令 $x_1(k)=y(k)$ ， $x_2(k)=y(k+1)$

(2) 状态方程：

$$\begin{cases} x_1(k+1)=x_2(k) \\ x_2(k+1)=-a_0 x_1(k)-a_1 x_2(k)+bf(k) \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$y(k)=x_1(k)$$

离散系统状态方程的建立

例3：已知系统方程如下，列状态方程和输出方程。

$$y(k+2)+a_1y(k+1)+a_0y(k)=b_2f(k+2)+b_1f(k+1)+b_0f(k)$$

解：

(1)状态变量的选择：

引入 $q(k)$： $$q(k+2)+a_1q(k+1)+a_0q(k)=f(k)$$

代入原系统差分方程，可得：

$$y(k)=b_2q(k+2)+b_1q(k+1)+b_0q(k)$$

令 $x_1(k)=q(k)$ ， $x_2(k)=q(k+1)$

离散系统状态方程的建立

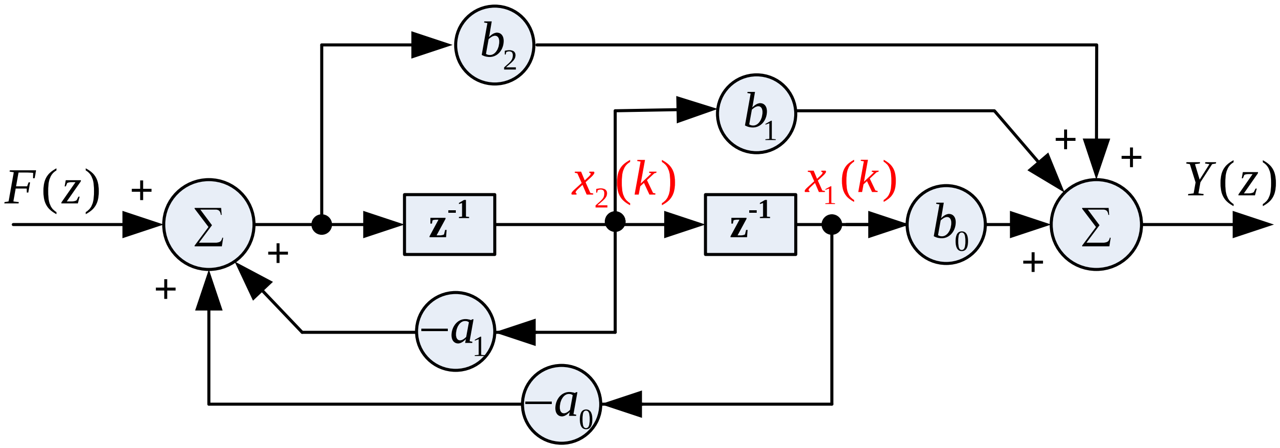
(2) 状态方程：

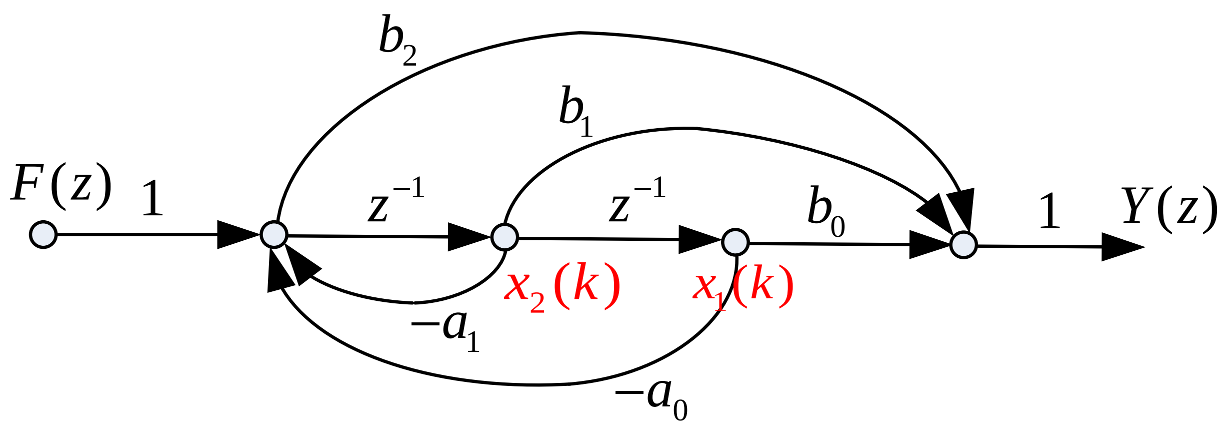
$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) \\ x_2(k+1) = -a_0 x_1(k) - a_1 x_2(k) + f(k) \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$\begin{aligned} y(k) &= b_2 q(k+2) + b_1 q(k+1) + b_0 q(k) \\ &= b_2[-a_0 x_1(k) - a_1 x_2(k) + f(k)] + b_1 x_2(k) + b_0 x_1(k) \\ &= (b_0 - a_0 b_2) x_1(k) + (b_1 - a_1 b_2) x_2(k) + b_2 f(k) \end{aligned}$$

例4 系统框图、流图如图，列状态方程和输出方程。





解:(1)选状态变量： 选<u>差分器输出</u>为状态变量，如图；

离散系统状态方程的建立

(2) 状态方程：

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) \\ x_2(k+1) = -a_0 x_1(k) - a_1 x_2(k) + f(k) \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$y(k) = b_0 x_1(k) + b_1 x_2(k) + b_2[-a_0 x_1(k) - a_1 x_2(k) + f(k)]$$

$$= (b_0 - a_0 b_2) x_1(k) + (b_1 - a_1 b_2) x_2(k) + b_2 f(k)$$

(4) 矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_2 & b_1 - a_1 b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + b_2 f(k)$$