

知识点Z3.6

斐波那契(Fibonacci)数列问题

主要内容:

斐波那契数列的差分方程

基本要求:

了解斐波那契数列问题



Z3.6 斐波那契(Fibonacci)数列问题

假设每对大兔子每个月生一对小兔子，而每对小兔子一个月后长成大兔子，而且不会死亡。在最初一个月内有有一对大兔子，问第 n 个月时一共有几对兔子。

解：每一个月中兔子的对数就构成了一个离散的时间信号。列出描述该问题的差分方程。

设 $y(k)$ 为第 k 个月兔子对的数量。



第 k 个月兔子无论大小，在第 $k+1$ 个月都会成为大兔子，从而在第 $k+2$ 个月中生出 $y(k)$ 个小兔子；

因为假设兔子不会死亡，第 $k+1$ 月的 $y(k+1)$ 对兔子在第 $k+2$ 月中依然存在，使第 $k+2$ 月中大兔子的个数为 $y(k+1)$ ；

而第 $k+2$ 月中兔子的总个数 $y(k+2)$ 等于大兔子对数 $y(k+1)$ 与小兔子对的数量 $y(k)$ 之和；

$$y(k+2)=y(k+1)+y(k)$$

这就是斐波那契数列问题的差分方程，即：

$$y(k+2)-y(k+1)-y(k)=0$$

