

知识点Z3.13

单位脉冲响应的定义和求解

主要内容:

1. 单位脉冲响应的定义
2. 单位脉冲响应的求解

基本要求:

掌握单位脉冲响应的求解方法



Z3.13 单位脉冲响应的定义和求解

1. 单位脉冲响应

单位脉冲响应是由单位脉冲序列 $\delta(k)$ 所引起的零状态响应，用 $h(k)$ 表示。它的作用与连续系统中的冲激响应 $h(t)$ 相类似。

$h(k)$ 隐含的条件：

$$f(k) = \delta(k)$$

$$h(-1) = h(-2) = 0 \text{ (对二阶系统)}$$

基本信号：单位脉冲序列 $\delta(k)$

基本响应：单位脉冲响应 $h(k)$



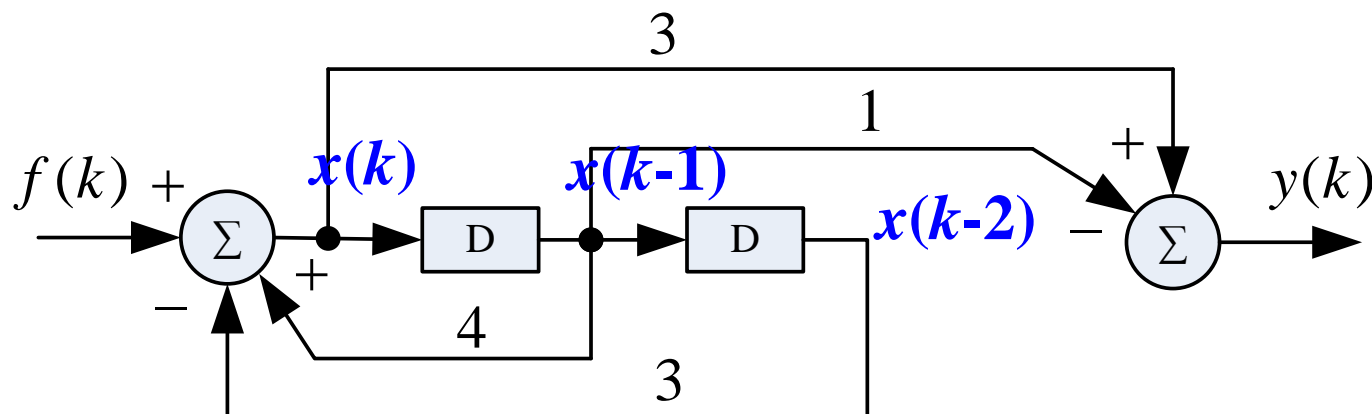
2.求法

由于单位脉冲序列 $\delta(k)$ 仅在 $k=0$ 处等于1，而在 $k>0$ 时为零，因而此时单位脉冲响应 $h(k)$ 与系统的零输入响应的函数形式相同。这样就把求解 $h(k)$ 的问题转换为求解齐次方程的问题。而 $k=0$ 处的值 $h(0)$ 可按零状态的条件由差分方程确定。

- (1)迭代求初始值；
- (2)经典法求齐次解；
- (3)代入初始值，求系数。



例1 求图示系统的单位脉冲响应。



解：如图设中间变量 $x(k)$ ，则左边的加法器输出为：

$$x(k) = f(k) + 4x(k-1) - 3x(k-2)$$

整理得： $x(k) - 4x(k-1) + 3x(k-2) = f(k)$

右边加法器的输出为：

$$y(k) = 3x(k) - x(k-1)$$



$$y(k) - 4y(k-1) + 3y(k-2) = 3f(k) - f(k-1)$$

$$h(k) - 4h(k-1) + 3h(k-2) = 3\delta(k) - \delta(k-1) \quad (1)$$

初始状态: $h(-1) = h(-2) = 0$

由(1)得: $h(k) = 4h(k-1) - 3h(k-2) + 3\delta(k) - \delta(k-1)$

迭代得初始值:

$$h(0) = 4h(-1) - 3h(-2) + 3 = 3$$

$$h(1) = 4h(0) - 3h(-1) - 1 = 11$$

$k \geq 2$ 时, (1)式的单位脉冲响应化为齐次方程:

$$h(k) - 4h(k-1) + 3h(k-2) = 0 \quad (2)$$



特征根为：

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 3$$

所以：
$$h(k) = [C_1(1)^k + C_2(3)^k] \varepsilon(k)$$

代入初始值得：

$$h(0) = C_1 + C_2 = 3$$

$$h(1) = C_1 + 3C_2 = 11$$

解得：
$$C_1 = -1, C_2 = 4$$

由于 $h(0)$, $h(1)$ 作为初始值代入，因而方程的解也满足 $k=0$ 和 $k=1$ 。所以系统的单位脉冲响应为：

$$h(k) = [-1 + 4(3)^k] \varepsilon(k)$$

