

知识点Z4.10

周期信号频谱的特点

主要内容:

- 1.周期矩形脉冲信号的频谱
- 2.周期信号频谱的特点
- 3.谱线结构与波形参数的关系

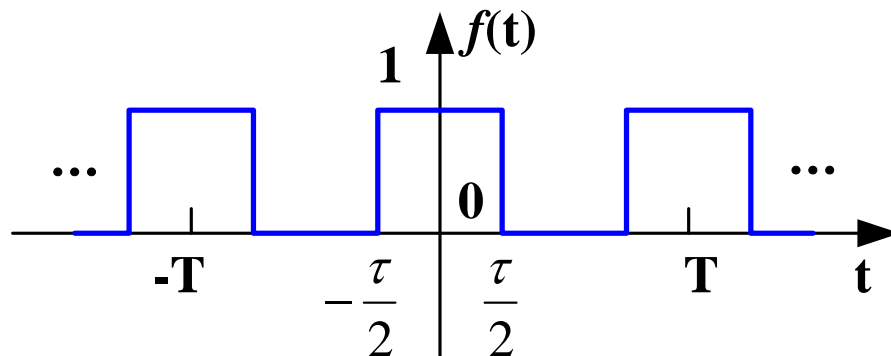
基本要求:

- 1.掌握周期矩形脉冲信号的频谱
- 2.了解周期信号频谱的特点
- 3.了解谱线结构与波形参数的关系



4.3 周期信号的频谱及特点

例:有一幅度为1, 脉冲宽度为 τ 的周期矩形脉冲, 其周期为 T , 如图所示。求频谱。



$$\begin{aligned}
 \text{解: } F_n &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-jn\Omega t} dt = \frac{1}{T} \frac{e^{-jn\Omega t}}{-jn\Omega} \bigg|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \\
 &= \frac{1}{T} \frac{e^{jn\Omega \frac{\tau}{2}} - e^{-jn\Omega \frac{\tau}{2}}}{jn\Omega} = \frac{2}{T} \frac{\sin(\frac{n\Omega \tau}{2})}{n\Omega \cdot \frac{\tau}{2}} = \frac{\tau}{T} \frac{\sin \frac{n\Omega \tau}{2}}{\frac{n\Omega \tau}{2}} = \frac{\tau}{T} \text{Sa}\left(\frac{n\Omega \tau}{2}\right)
 \end{aligned}$$

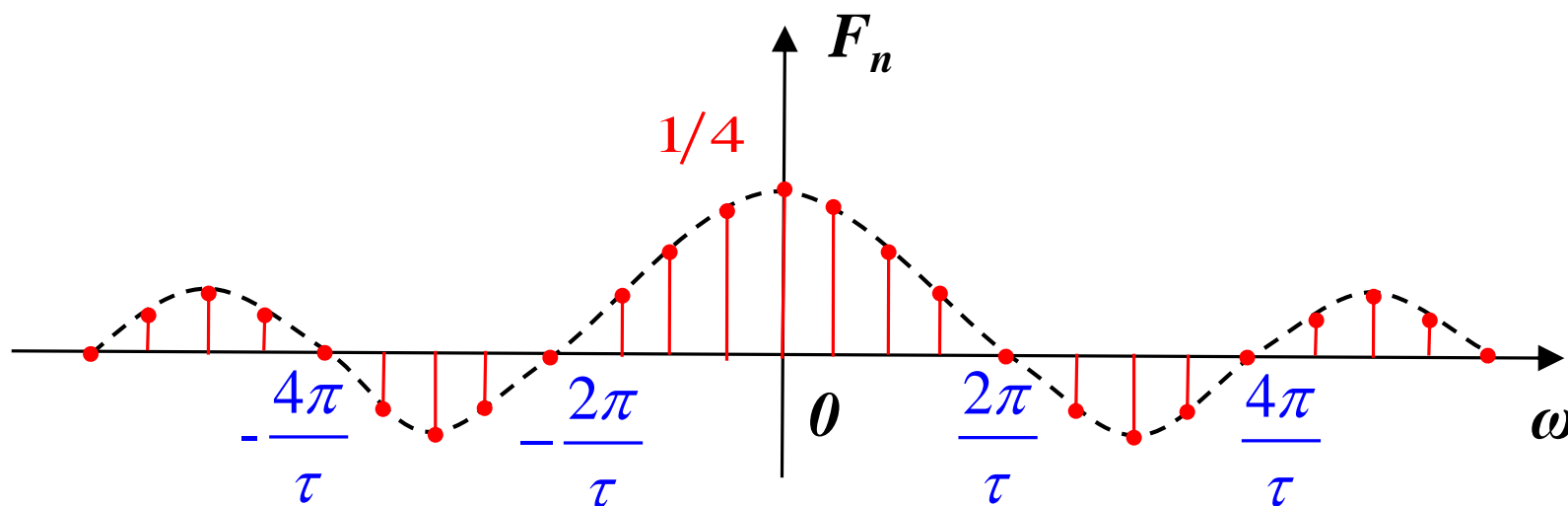


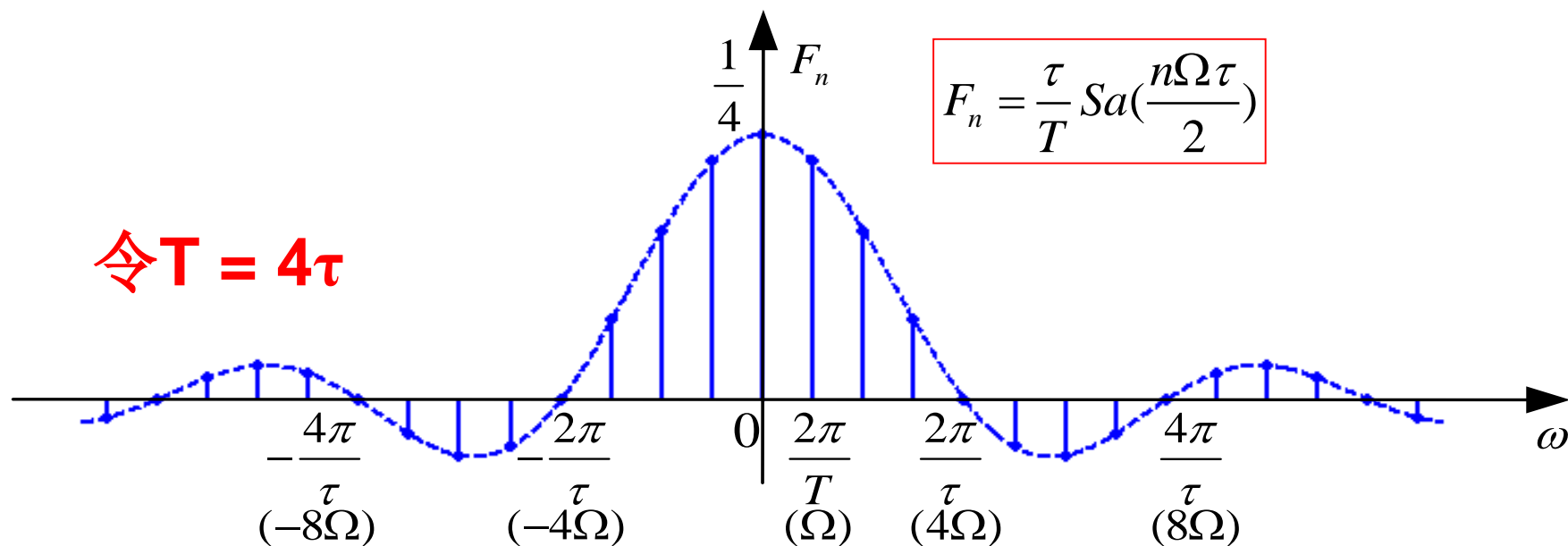
4.3 周期信号的频谱及特点

$$F_n = \frac{\tau}{T} \text{Sa}\left(\frac{n\Omega\tau}{2}\right)$$

设 $T = 4\tau$ 画图

- 确定基频 $\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\tau}$
- 零点为 $\frac{n\Omega\tau}{2} = m\pi \rightarrow n\Omega = \frac{2m\pi}{\tau}$
- 两零点间谱线间隔数 $\frac{2\pi}{\tau} \bigg/ \frac{2\pi}{T} = \frac{T}{\tau}$





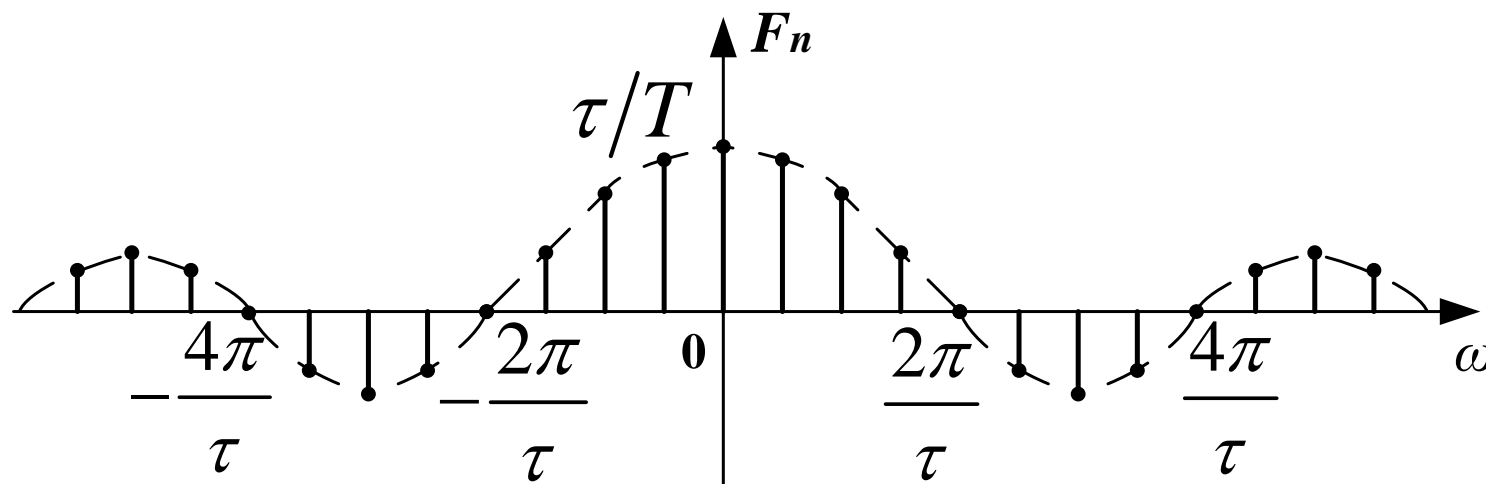
周期信号频谱的特点:

- (1) 离散性: 以基频 Ω 为间隔的若干离散谱线组成;
- (2) 谐波性: 谱线仅含有基频 Ω 的整数倍分量;
- (3) 收敛性: 整体趋势减小。



4.3 周期信号的频谱及特点

谱线结构与波形参数的关系:

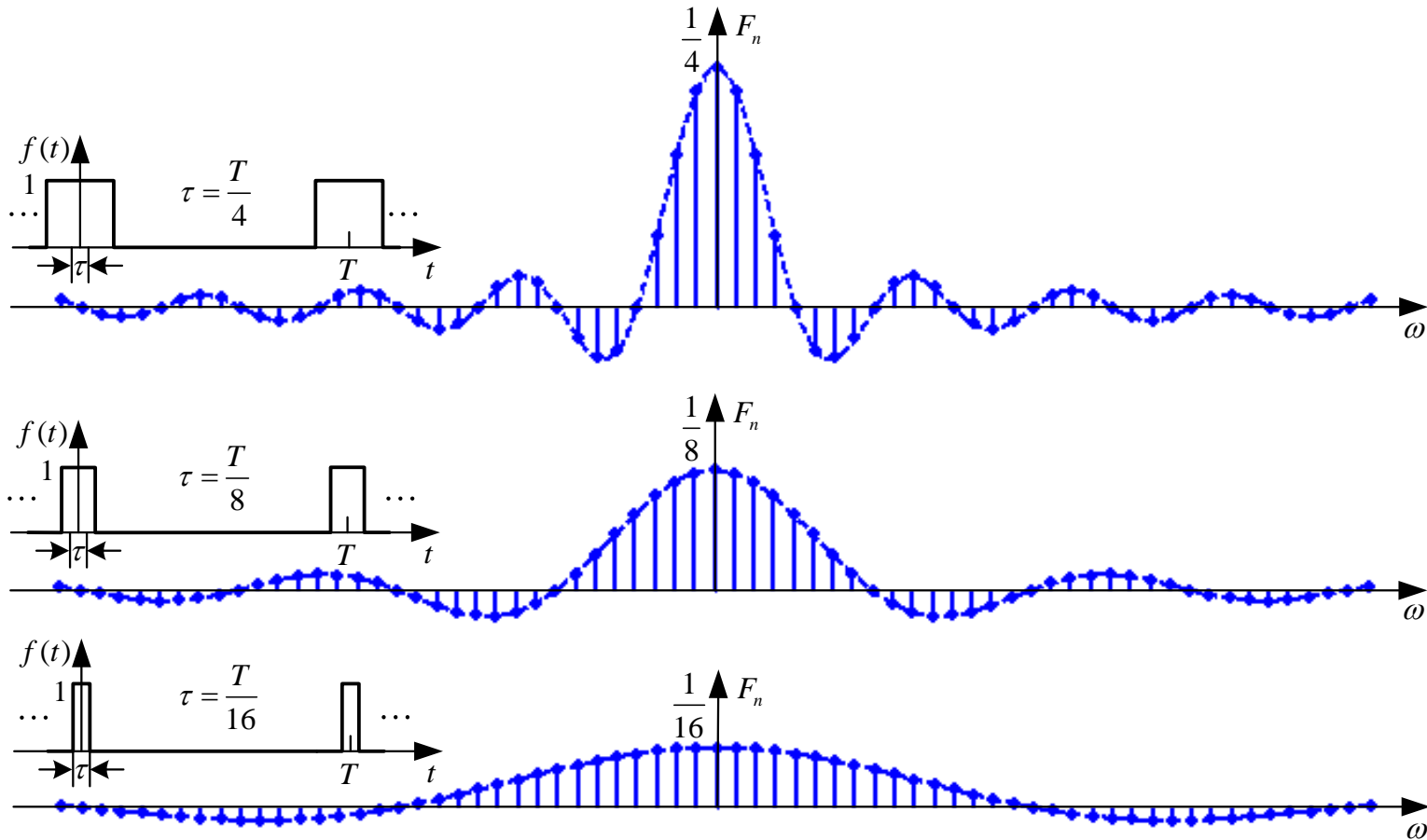


分析: T 不变, τ 变小

- 谱线间隔 Ω 不变
- 幅度下降
- 零点右移, 两零点间的谱线数目 (T/τ) 增加。



4.3 周期信号的频谱及特点



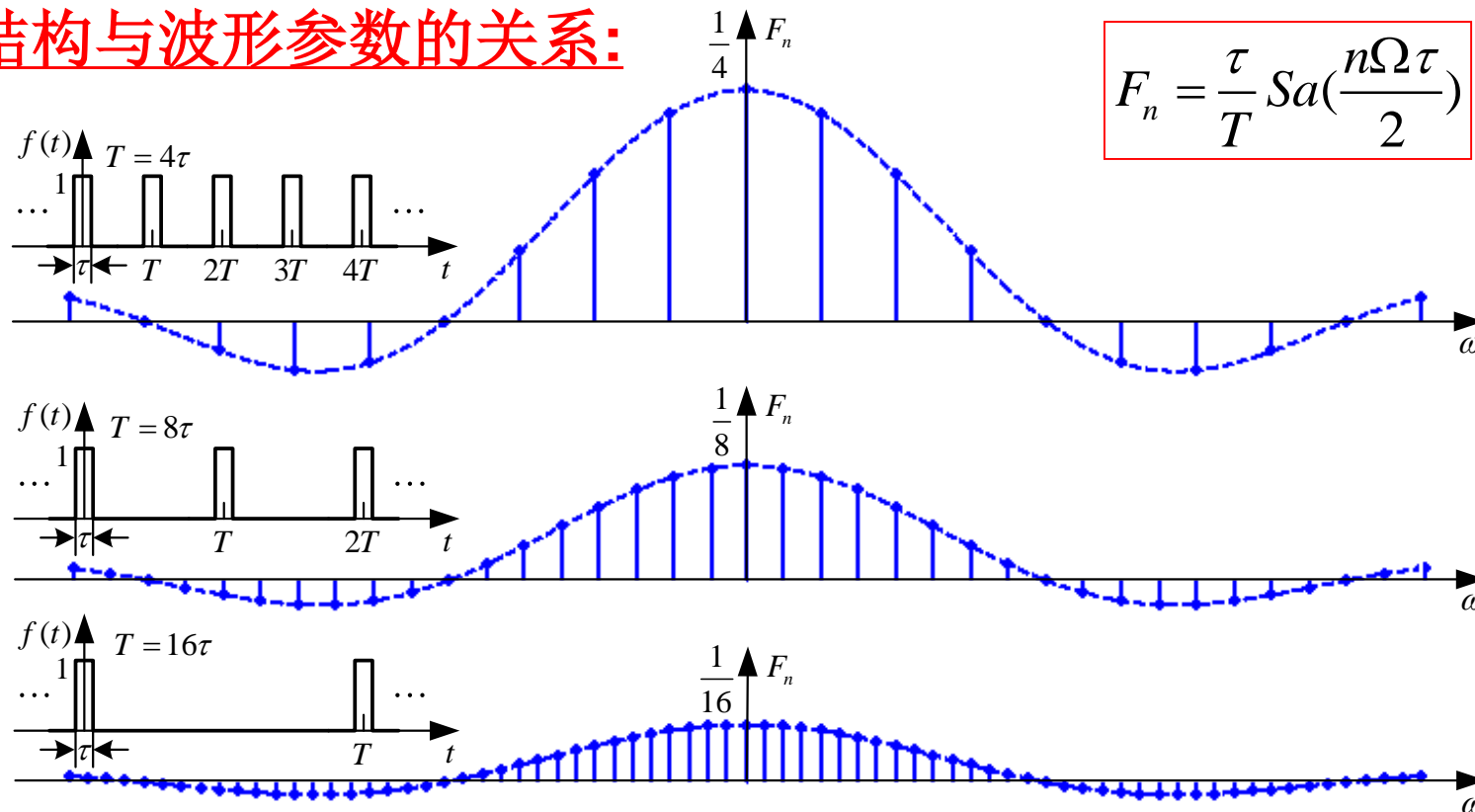
结论: T 不变, τ 变小

➤ 时域压缩, 频域展宽



4.3 周期信号的频谱及特点

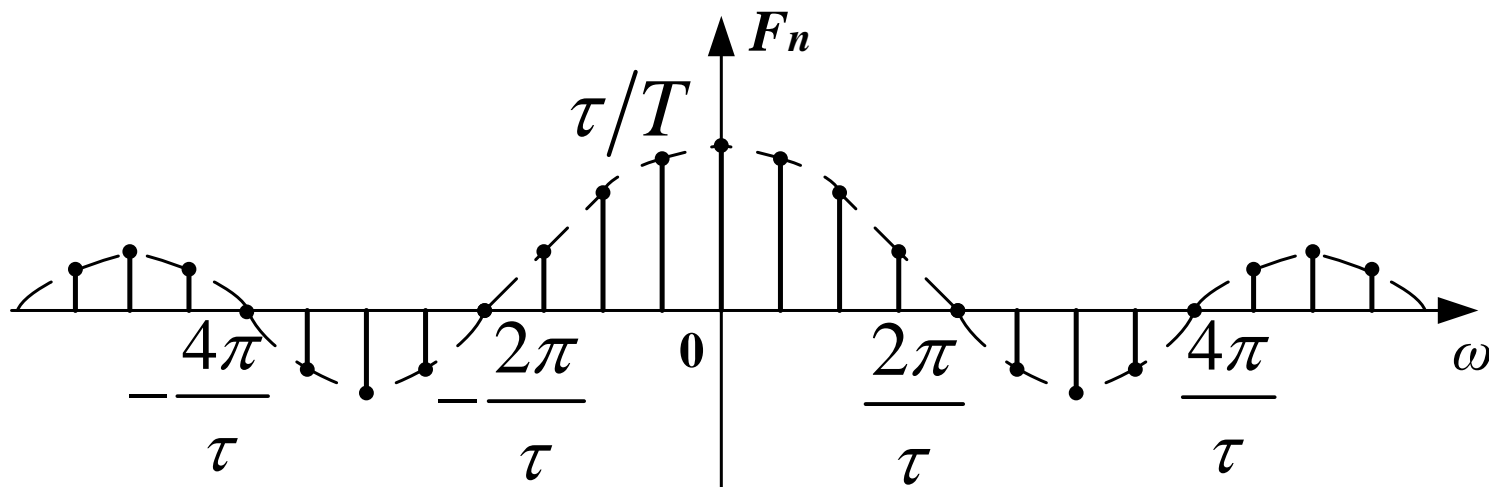
谱线结构与波形参数的关系:



- τ 不变, $T \uparrow$, 幅度 \downarrow , 间隔 $\Omega \downarrow$, 频谱变密。
- $T \rightarrow \infty$ 时, 谱线间隔 $\Omega = 2\pi/T \rightarrow 0$, 谱线幅度 $\rightarrow 0$, 周期信号的离散频谱过渡为非周期信号的连续频谱。



收敛性分析:



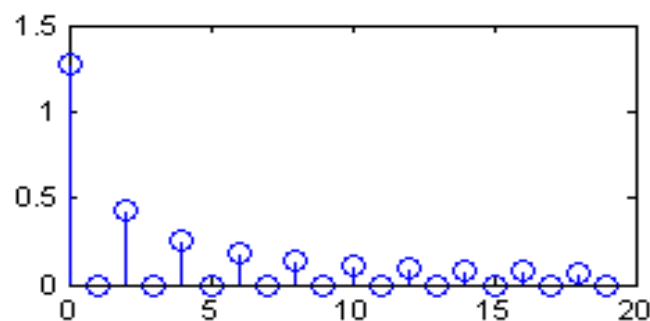
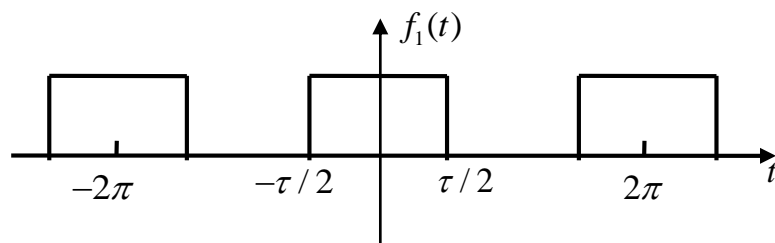
(1) 振幅是收敛的：信号的能量主要集中在低频分量中。



4.3 周期信号的频谱及特点

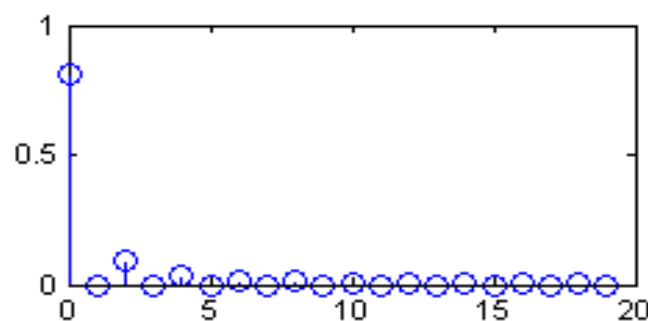
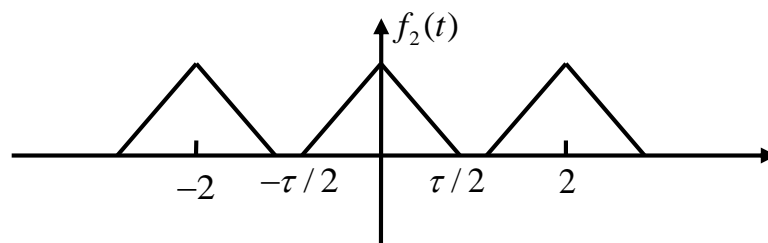
收敛性分析:

(2) 收敛具有不同速度: 信号连续光滑, 幅度谱快速衰减。



(a) 方波的幅度谱

按照 $1/n$ 缓慢衰减



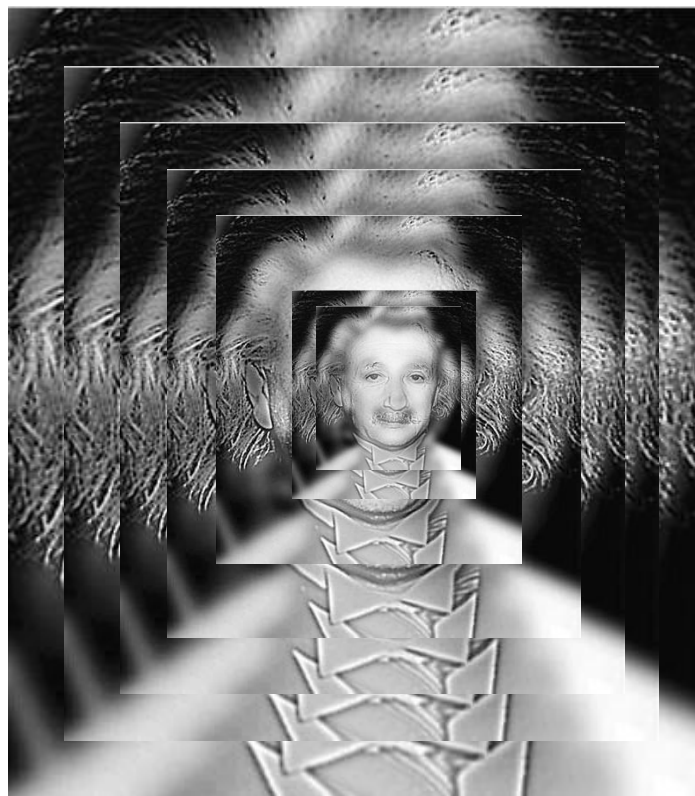
(b) 三角波的幅度谱

按照 $1/n^2$ 快速衰减

低频反映信号的主要信息, 高频表现细节。

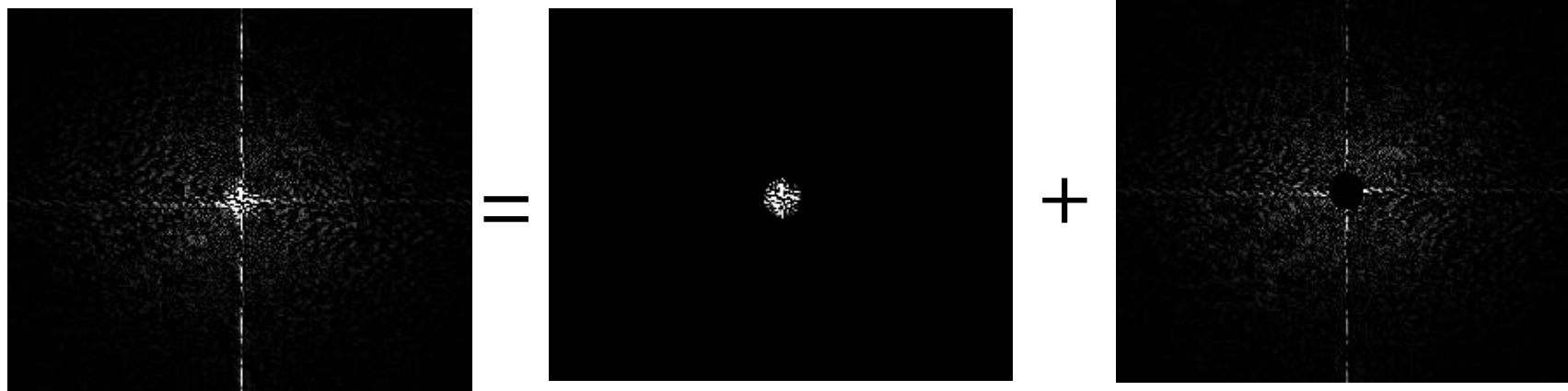


4.3 周期信号的频谱及特点



4.3 周期信号的频谱及特点

频域分布



低频

高频

空间分布

