知识点Z2.6

零状态响应

主要内容：

1. 零状态响应的初始值
2. 全响应的求解

基本要求：

掌握零状态的求解方法

Z2.6 零状态响应

1. 初始值的确定

$$y_{zs}^{(j)}(0_-)=0，\quad j = 0, 1, 2,\ldots n\text{-}1$$

(1)由系数匹配法，从 $y_{zs}^{(j)}(0_-)=0$ 求 $y_{zs}^{(j)}(0_+)$;

(2)先求 $y_{zi}^{(j)}(0_+)$，再求 $y_{zs}^{(j)}(0_+)=y^{(j)}(0_+)-y_{zi}^{(j)}(0_+)$。

2. 求解步骤

(1)设定齐次解;

(2)设定特解，代入方程求解;

(3)代入初始值，求待定系数。

例2 描述某系统的微分方程为

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2f'(t) + 6f(t)$$

已知$y(0_-)=2$，$y'(0_-)=0$，$f(t)=\varepsilon(t)$, 求该系统的零输入响应和零状态响应。

解：先求零输入响应$y_{zi}(t)$ (同例1)

$$y_{zi}''(t) + 3y_{zi}'(t) + 2y_{zi}(t) = 0$$

$$y_{zi}(0_+)= y_{zi}(0_-)= y(0_-)=2$$

$$y_{zi}'(0_+)= y_{zi}'(0_-)= y'(0_-)=0$$

(1)由特征根为–1, – 2, 设定：$y_{zi}(t) = C_1e^{-t} + C_2e^{-2t}$

(2)代入初始值，求系数$C_1=4$, $C_2= -2$

$$y_{zi}(t) = 4e^{-t} - 2e^{-2t}, \ t > 0$$

再求零状态响应$y_{zs}(t)$

$$y_{zs}''(t) + 3y_{zs}'(t) + 2y_{zs}(t) = 2\delta(t) + 6\varepsilon(t)$$

$$y_{zs}(0_-) = y_{zs}'(0_-) = 0$$

由系数匹配法： $y_{zs}(0_+) = y_{zs}(0_-) = 0$

$y_{zs}'(0_+) - y_{zs}'(0_-)=2$, 即： $y_{zs}'(0_+)= 2$

$t>0$时， $y_{zs}''(t) + 3y_{zs}'(t) + 2y_{zs}(t) = 6$

(1)设定齐次解为： $y_{zsh}(t) =D_1e^{-t} + D_2e^{-2t}$,

(2)设定特解为： $y_{zsp}(t) =p$, 代入方程求得 $p=3$，

$$y_{zs}(t) =D_1e^{-t} + D_2e^{-2t} + 3$$

(3)代入初始值，求系数$D_1= -4$, $D_2= 1$

$$y_{zs}(t)= - 4e^{-t} + e^{-2t} + 3，\quad t\geq 0$$