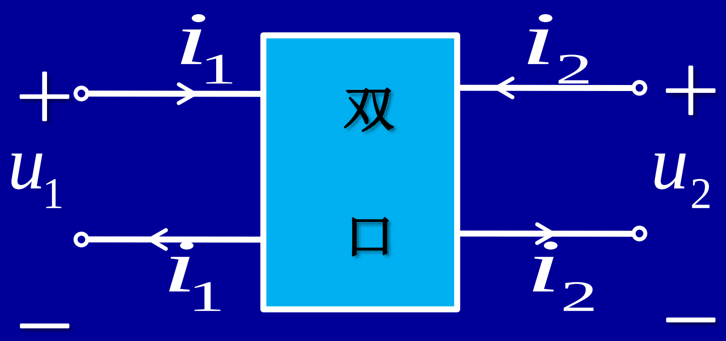
二端口网络的方程与参数

设端口上的电流、电压关于网络关联。

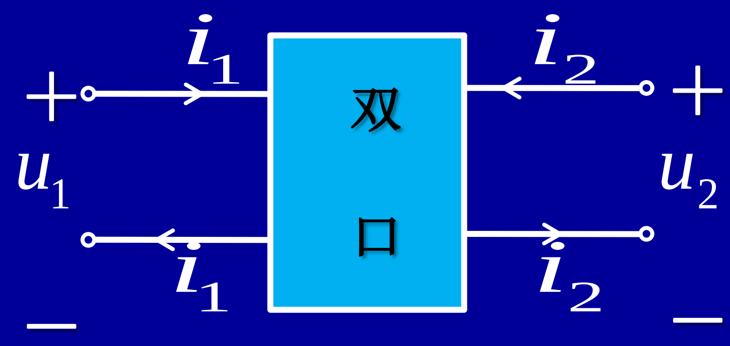
Z参数



若将线性无源二端口网络的**端口电流** $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ 作为自变量

则四个变量中的另外两个可用它们**线性表示**：

Z参数方程：



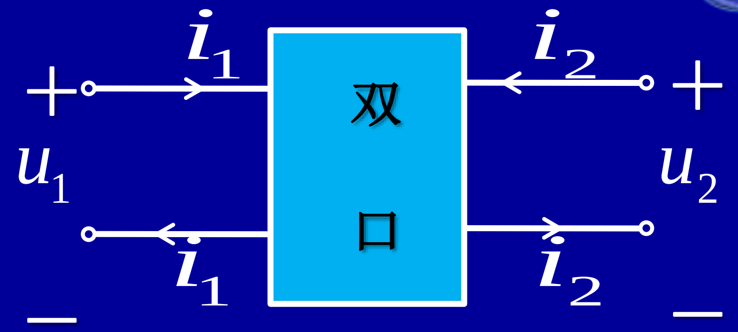
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

Z参数：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

其中，Z_{11}，Z_{12}，Z_{21}，Z_{22} 称为二端口网络的Z参数，均具有阻抗的量纲，用矩阵形式表示

Z参数的计算：
（定义或物理意义）：



$Z_{11}=\left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$ ：输出端口开路时的输入阻抗

$Z_{12}=\left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$ ：输入端口开路时的转移阻抗

$Z_{21}=\left.\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$ ：输出端口开路时的转移阻抗

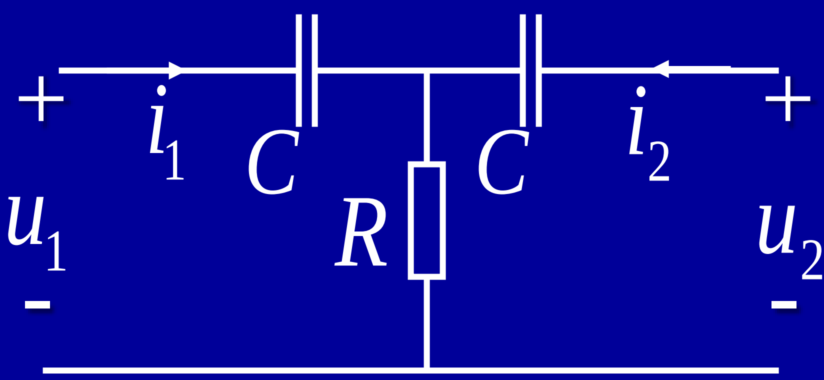
$Z_{22}=\left.\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$ ：输入端口开路时的输出阻抗

又称为开路阻抗参数。

求双口网络参数的方法：

1. 直接应用定义；

例1（P339例11-1）试求下图所示二端口网络的Z参数。

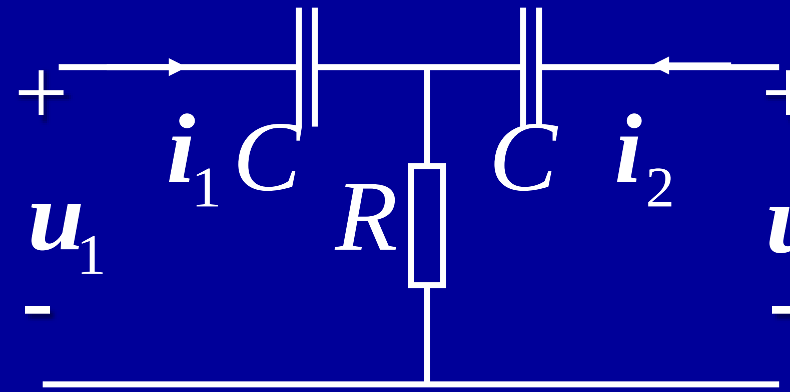


$$Z_{11}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}$$

$$=R+\frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_{12}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\bigg|_{\dot{I}_1=0}=R$$

由于此网络是**无源对称网络**，有



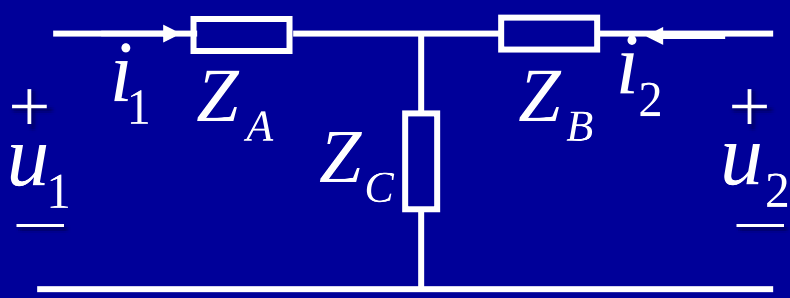
$$Z_{21} = Z_{12}\,,\quad Z_{22} = Z_{11}$$

Z参数为：

$$Z = \begin{bmatrix} R + \dfrac{1}{j\omega C} & R \\ R & R + \dfrac{1}{j\omega C} \end{bmatrix}$$

2. 列写网络方程(节点方程、网孔方程)，消去方程中的非端口变量得到网络的参数方程，其系数即为网络参数。

例2：求下图所示T型二端口网络的Z参数。



列网孔方程：

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_A + Z_C)\dot{I}_1 + Z_C\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_C\dot{I}_1 + (Z_B + Z_C)\dot{I}_2 \end{cases}$$

Z参数为：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_A + Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_B + Z_C \end{bmatrix}$$

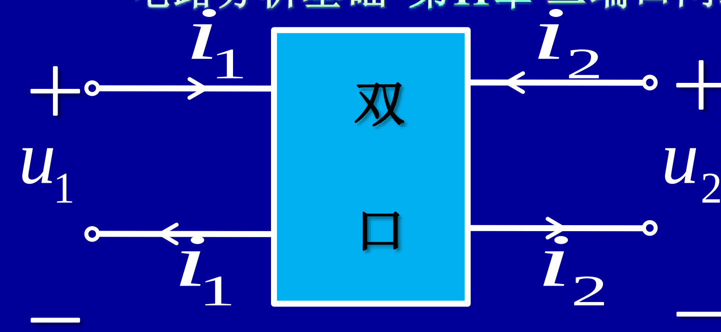
Y参数

若将二端口网络的端口电压作为自变量 $\dot{U}_1,\dot{U}_2$，端口电流作为应变量 $\dot{I}_1,\dot{I}_2$，则可建立如下方程：

Y参数方程：
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$$

其中，Y_{11}，Y_{12}，Y_{21}，Y_{22} 称为二端口网络的Y参数，均具有导纳的量纲，即：

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$



Y参数的计算：

$Y_{11}=\left.\dfrac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$： 输出端口短路时的输入导纳

$Y_{12}=\left.\dfrac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$： 输入端口短路时的转移导纳

$Y_{21}=\left.\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$： 输出端口短路时的转移导纳

$Y_{22}=\left.\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$： 输入端口短路时的输出导纳

又称为短路导纳参数。

若二端口网络是线性无源网络（由线性电阻、电容、电感和互感组成），则根据互易定理，有：$Z_{12}=Z_{21}$，$Y_{12}=Y_{21}$

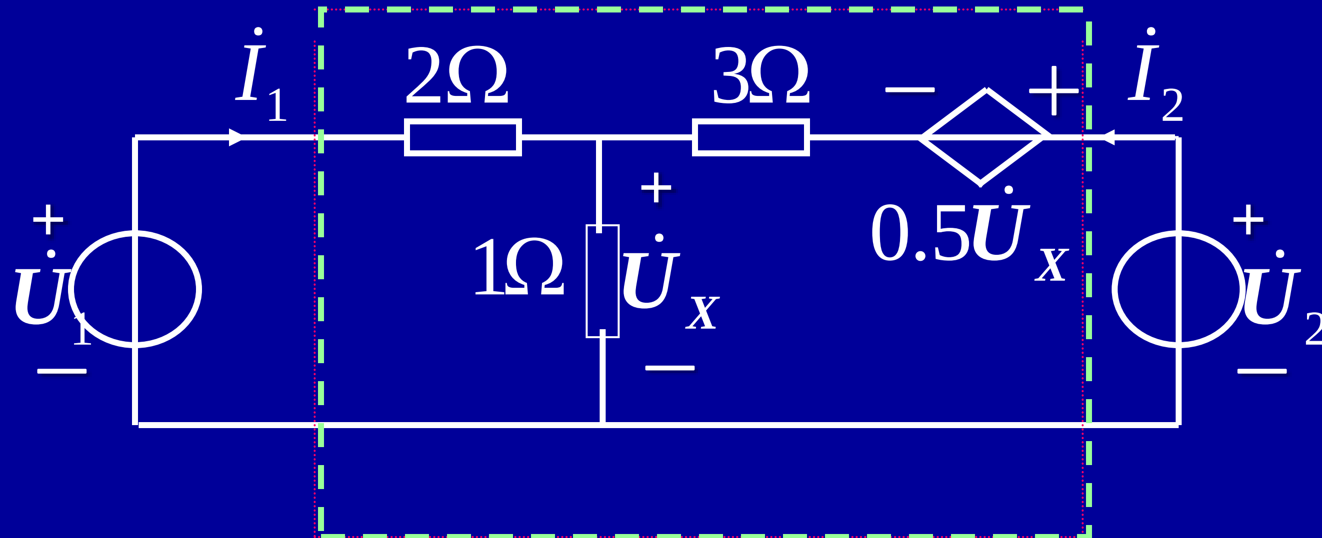
则此时，Z参数和Y参数中的4个参数中只有3个是独立的（含受控源时不满足）。

一般情况下：$Z_{12}\neq\dfrac{1}{Y_{12}}$，$Z_{21}\neq\dfrac{1}{Y_{21}}$

但：矩阵Z和矩阵Y互为逆矩阵，即：$Z=Y^{-1}, Y=Z^{-1}$

当网络对称时，有：$Z_{11}=Z_{22}$，$Y_{11}=Y_{22}$

例2：试求下图所示电路的Y参数。



解：设二端口网络两端加电压源，列KVL方程。

$$
\begin{cases}
\dot{U}_1 = 3\dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\
\dot{U}_2 = 0.5\dot{U}_X + \dot{I}_1 + 4\dot{I}_2 \\
\dot{U}_X = \dot{I}_1 + \dot{I}_2
\end{cases}
$$

消去变量 $\dot{U}_X$：

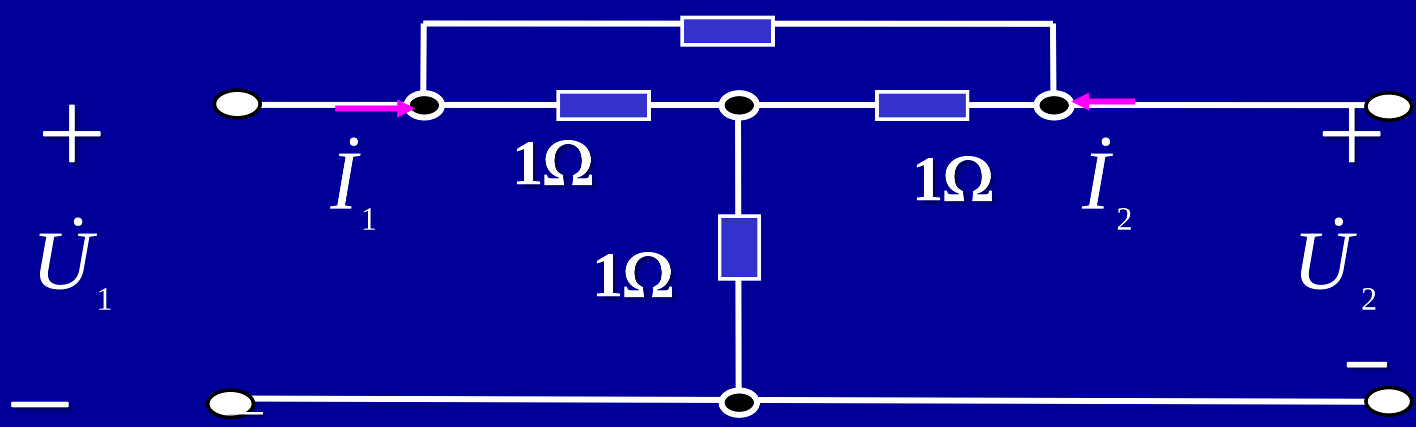
$$\begin{cases} 3\dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{U}_1 \\ \dfrac{3}{2}\dot{I}_1+\dfrac{9}{2}\dot{I}_2=\dot{U}_2 \end{cases} \qquad Z=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ \dfrac{3}{2} & \dfrac{9}{2} \end{bmatrix}\Omega$$

这就是Z参数的方程Z参数矩阵。如果需求Y参数，只需改变上述方程的形式即可。

$$\begin{cases} \dfrac{3}{8}\dot{U}_1-\dfrac{1}{12}\dot{U}_2=\dot{I}_1 \\ -\dfrac{1}{8}\dot{U}_1+\dfrac{1}{4}\dot{U}_2=\dot{I}_2 \end{cases} \qquad Y=\begin{bmatrix} \dfrac{3}{8} & -\dfrac{1}{12} \\ -\dfrac{1}{8} & +\dfrac{1}{4} \end{bmatrix}S$$

这就是Y参数的方程和Y参数矩阵。如果需求其它参数，方法是一样的。

11-2 求题图11-2所示二端口网络的Y参数。



解：设二端口网络端子上电压、电流参考方向如题图11-2（a）所示，则有

$$Y_{11}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=1+\frac{1}{1+1//1}=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}S$$

$$Y_{12}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}=\left.\frac{-\dot{U}_2-\frac{1}{2}\frac{\dot{U}_2}{\frac{3}{2}}}{\dot{U}_2}\right|=-1-\frac{1}{3}=-\frac{4}{3}S$$

由于该网络为线性无源二端口网络，因此

$$Y_{21}=Y_{12}=-\frac{4}{3}S$$

$$Y_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}=\frac{5}{3}S$$

Y参数为 $Y=\begin{bmatrix}\frac{5}{3} & -\frac{4}{3}\\ -\frac{4}{3} & \frac{5}{3}\end{bmatrix}S$