

知识点Z3.8

RC取样输入和输出关系

主要内容:

RC取样输入和输出的关系

基本要求:

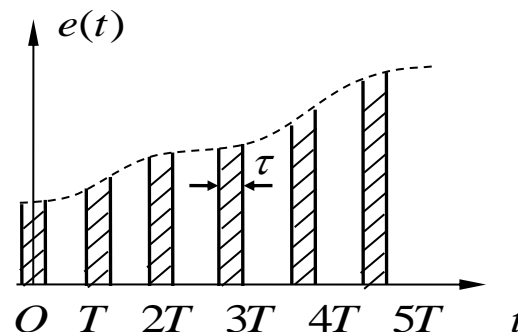
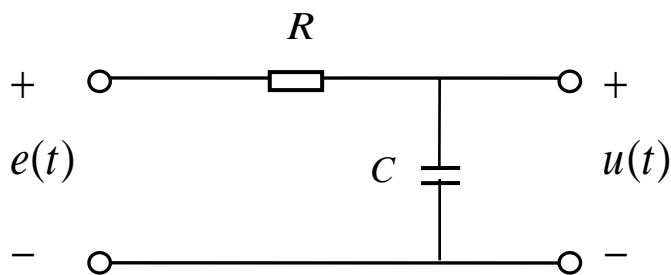
了解RC取样输入和输出的差分方程的建立方法



3.1 差分方程的建立及经典解法

Z3.8 RC取样输入和输出关系

一个RC电路如左图所示，输入端加取样电压信号 $e(t)$ ，如右图所示。试写出此系统每隔时间 T 输出电压 $u(k)$ 与输入信号间关系的差分方程。



解： 取样信号 $e(t)$ 表示为如下冲激序列之和

$$e(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \tau e(kT) \delta(t - kT)$$



3.1 差分方程的建立及经典解法

$$R \cdot Cu'(t) + u(t) = e(t)$$

$$u'(t) + 1/RC \cdot u(t) = 1/RC \cdot e(t)$$

现在考察该电路在 $t \geq kT$ 时的输出响应。当 t 由小于 kT 趋于 kT 时，冲激尚未施加，设输出电压为 $u(k)$ 。

当 $t > kT$ ，零输入分量：
$$u_{zi}(t) = u(k)e^{\frac{-(t-kT)}{RC}}, t > kT$$

电路的冲激响应为：
$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} \varepsilon(t)$$

可得：当 $t=kT$ 第 k 个冲激 $\tau e(kT)\delta(t-kT)$ 加于电路后，即 $t > kT$ 时，电容电压的零状态分量为

$$u_{zs}(t) = \tau e(kT)\delta(t-kT) * h(t) = \frac{\tau e(kT)}{RC} e^{\frac{-(t-kT)}{RC}}, t > kT$$



3.1 差分方程的建立及经典解法

于是, $t > kT$ 时总输出电压为

$$u(t) = u_{zi}(t) + u_{zs}(t) = \left[u(k) + \frac{\tau e(kT)}{RC} \right] e^{-\frac{t-kT}{RC}}, t > kT$$

当 $t = (k+1)T$ 时, 上式等于

$$u(k+1) = \left[u(k) + \frac{\tau e(kT)}{RC} \right] e^{-\frac{T}{RC}}$$

经整理, 并将 $e(kT)$ 记为一般形式 $e(k)$, 即得

$$u(k+1) - e^{-\frac{T}{RC}} u(k) = \frac{\tau e^{-\frac{T}{RC}}}{RC} e(k)$$

上式即为描述输出离散电压与输入取样电压间关系的差分方程。

