知识点K3.09 Ch.8.4

系统函数矩阵与系统稳定性分析

主要内容：

1.连续系统系统函数矩阵与系统稳定性

2.离散系统系统函数矩阵与系统稳定性

3.利用MATLAB计算系统函数

基本要求：

掌握利用系统函数矩阵判断连续/离散系统稳定性的方法

K3.09系统函数矩阵与系统稳定性分析

1.连续系统稳定性判别：

(1) 利用R-H准则判断n阶系统的稳定性：

$$H(s) = C\Phi(s)B + D = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$H(s)$的分母为$|sI-A|$,为s的n次多项式，可表示为：

$$|sI - A| = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0$$

Step1:对$|sI-A|$，进行R-H排列；

Step2:根据R-H准则判别系统的稳定性。

(2) 利用矩阵A的特征方程判断系统稳定性：

若矩阵A的特征方程$|\lambda I-A|=0$的根全部在s左半开平面，则连续系统稳定。

2.离散系统稳定性判别:

(1) 利用朱里准则判断*n*阶系统的稳定性:

$$H(z)=Cz^{-1}\Phi(z)B+D=C(zI-A)^{-1}B+D$$

H(*z*)的分母为|*zI*−*A*|,为*z*的*n*次多项式，可表示为:

$$\left|zI-A\right|=a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots+a_0$$

Step1:对|*zI*−*A*|进行朱里排列;

Step2:根据朱里准则判别系统的稳定性。

(2) 利用矩阵*A*的特征方程判断系统稳定性:

若矩阵A的特征方程 | $\lambda I-A$|=0的根全部在*z*单位圆内，则离散系统稳定。

3. 利用MATLAB求解系统函数矩阵

利用MATLAB提供的函数ss2tf，可以由状态空间方程计算系统函数矩阵$H(s)$，调用形式如下：

```
[num, den]=ss2tf(A, B, C, D, k)
```

其中，A、B、C、D分别表示状态空间方程的系数矩阵；k表示由函数ss2tf计算的与第k个输入相关的系统函数，即$H(s)$的第k列。num表示$H(s)$第k列的m个元素的分子多项式，den表示$H(s)$公共的分母多项式。

例1 已知某连续时间系统的状态方程和输出方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix}$$

利用Matlab求该系统的系统函数矩阵H(s)。

解：

```
A=[2 3;0 -1];B=[0 1;1 0];C=[1 1;0 -1];D=[1 0;1 0];
%调用函数计算系统函数
[num1,den1]=ss2tf(A,B,C,D,1)
[num2,den2]=ss2tf(A,B,C,D,2)
```

系统函数矩阵与系统稳定性分析

%运行可得

```
num1 =
     1     0    -1
     1    -2     0
den1 =
     1    -1    -2
```

```
num2 =
     0     1     1
     0     0     0
den2 =
     1    -1    -2
```

系统函数矩阵$H(s)$为:

$$H(s)=\frac{1}{s^2-s-2}\begin{bmatrix} s^2-1 & s+1 \\ s^2-2s & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{s+1}{s-2} & \dfrac{1}{s-2} \\ \dfrac{s}{s+1} & 0 \end{bmatrix}$$