知识点K1.17

# H(S)的零极点分布与时域特性

主要内容：

1.连续系统函数的零极点分布

2.连续系统函数的时域特性

基本要求：

1.掌握系统函数的零点与极点

2.熟练求解系统函数$H(s)$与时域响应$h(t)$

# K1.17 H(S)的零极点分布与时域特性

## 1. 系统函数的零点与极点

**LTI**连续系统的系统函数是复变量$s$的有理分式，即

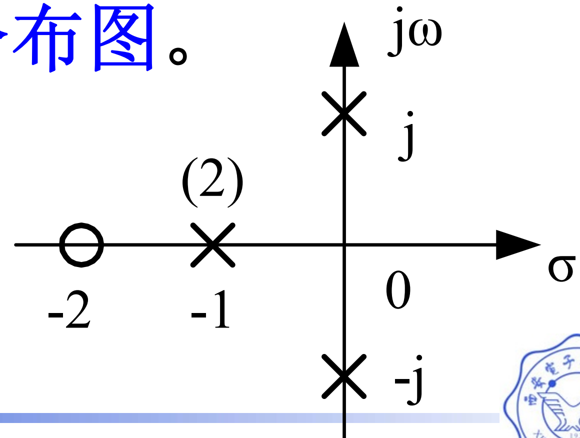
$$H(s)=\frac{B(s)}{A(s)}$$

$A(s)=0$的根$p_1$，$p_2$，…，$p_n$称为系统函数$H(s)$的极点；

$B(s)=0$的根$\xi_1$，$\xi_2$，…，$\xi_m$称为系统函数$H(s)$的零点。

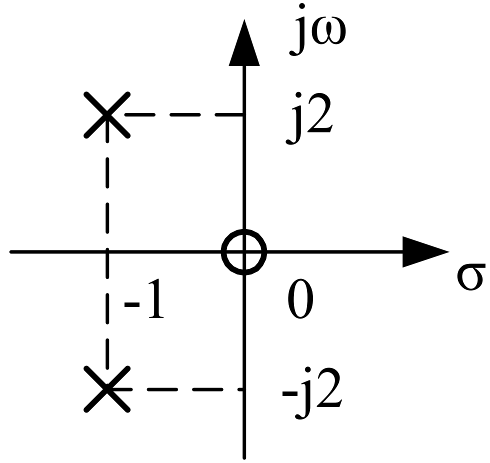
将零极点画在复平面上——零极点分布图。

例：$H(s)=\dfrac{2(s+2)}{(s+1)^2(s^2+1)}$ $\Rightarrow$



# H(S)的零极点分布与时域特性

**例：** 已知$H(s)$的零、极点分布图如示，并且$h(0_+)=2$。求$H(s)$的表达式。




**解：** 由分布图可得

$$H(s)=\frac{Ks}{(s+1)^2+4}=\frac{Ks}{s^2+2s+5}$$

根据初值定理，有

$$h(0+)=\lim_{s\to\infty} sH(s)=\lim_{s\to\infty}\frac{Ks^2}{s^2+2s+5}=K$$

$$H(s)=\frac{2s}{s^2+2s+5}$$

## 2. 系统函数*H*(*s*)与时域响应*h*(*t*)

问题：冲激响应的函数形式由*H*(*s*)的极点关系？

以下讨论的系统均为连续因果系统。

*H*(*s*)按其极点在*s*平面上的位置可分为:在左半开平面、虚轴和右半开平面三类。

（1）极点在左半开平面

(a)若系统函数有负实单极点 $p=-\alpha$ ($\alpha>0$)，则*A*(*s*)中有因子($s+\alpha$)，其对应的响应函数为 $Ke^{-\alpha t}\varepsilon(t)$

# H(S)的零极点分布与时域特性

(b) 若有一对共轭复极点 $p_{12}= -\alpha\pm j\beta$，则 $A(s)$中有因子 $[(s+\alpha)^2+\beta^2] \leftrightarrow K\, e^{-\alpha t}\cos(\beta t+\theta)\varepsilon(t)$

(c) 若有$r$重极点，

则$A(s)$中有因子$(s+\alpha)^r$或$[(s+\alpha)^2+\beta^2]^r$，其响应为

$K_i t^i e^{-\alpha t}\varepsilon(t)$或$K_i t^i e^{-\alpha t}\cos(\beta t+\theta)\varepsilon(t)$ $(i=0,1,2,\ldots,r-1)$

以上三种情况：当$t\to\infty$时，响应均趋于0，属暂态分量。

（2）极点在虚轴上

(a)单极点 $p=0$ 或 $p_{12}=\pm j\beta$，

则响应为 $K\varepsilon(t)$ 或 $K\cos(\beta t+\theta)\varepsilon(t)$ —稳态分量

(b) $r$重极点，相应$A(s)$中有$s^r$ 或$(s^2+\beta^2)^r$，其响应函数为

$t^i\varepsilon(t)$或 $K_i t^i\cos(\beta t+\theta)\varepsilon(t)(i=0,1,2,\ldots,r-1)$ —递增函数

（3）在右半开平面：均为递增函数。

结论：LTI连续因果系统$h(t)$的函数形式由$H(s)$的极点确定，零点影响$h(t)$的幅度、相位。

①$H(s)$在左半平面的极点所对应的响应函数为衰减的。即当$t\to\infty$时，响应均趋于0。

②$H(s)$在虚轴上的一阶极点所对应的响应函数为阶跃函数或者正弦函数。

③$H(s)$在虚轴上的高阶极点或右半平面上的极点，其所对应的响应函数都是递增的。