



● RLC串联谐振电路

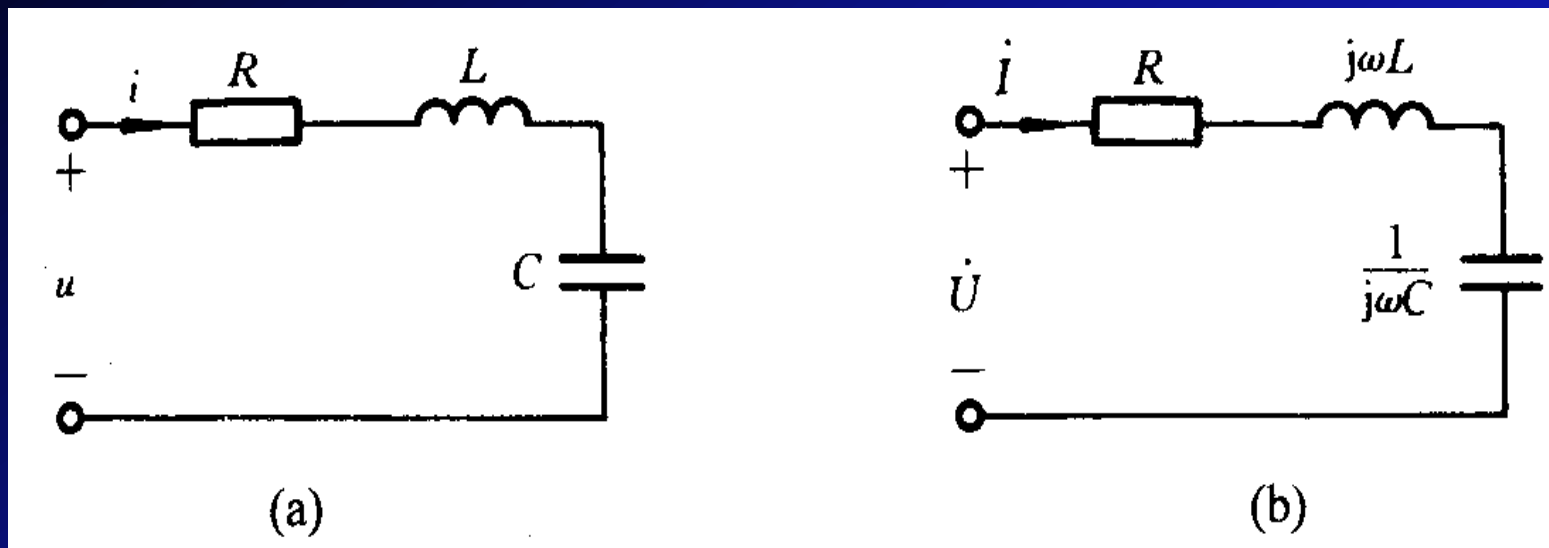
含有电感、电容和电阻元件的单口网络，在某些工作频率上，出现端口**电压和电流相位相同**的情况时，称电路发生**谐振**。

谐振电路在电子和通信工程中得到广泛应用。

这时， $Q = Q_L + Q_C = 0$ 。即：谐振时**电源只供给电阻消耗能量**，L和C之间能量自行交换。



● RLC 串联谐振条件与谐振特性



驱动点阻抗:

$$Z(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX$$

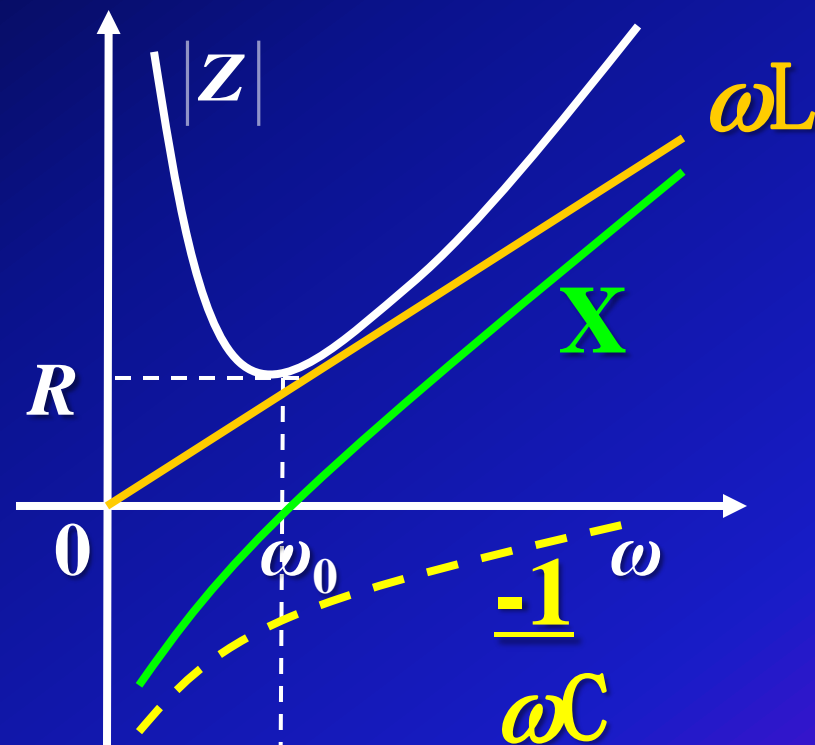
$$= \sqrt{R^2 + X^2} \angle \arctan \frac{X}{R} = |Z(j\omega)| \angle \theta_z$$



$$|Z(j\omega)| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\theta_Z = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$



$\omega < \omega_0$	$\omega = \omega_0$	$\omega > \omega_0$
$X < 0$	$X = 0$	$X > 0$
容性	阻性	感性
电流超前电压源	电流与电压源同相	电流滞后电压源



● 谐振条件

当 $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ 时, $\theta_Z = 0$, $|Z(j\omega)| = R$,
电流与激励电压相位相同, 电路发生谐振

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{或 } f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}})$$

ω_0 称为固有谐振角频率, 它由元件参数 **L** 和 **C** 确定, 即谐振反应了电路的固有性质。





使电路发生谐振的方法:

1. 改变角频率 ω ，使 $\omega=\omega_0$ ；

(做实验时常用)

2. 改变 L 或 C (调谐) (ω 不变)。

例如，中央人民广播电台的频率是560 kHz(载波频率)，它是固定的，调整收音机的波段开关处于中波段(这是调整的电感)，再调整收音机的调台旋钮，其实就是改变电容量，当改变到电路谐振频率正好是560kHz时，电路与中央人民广播电台的信号发生谐振，于是就选听到了中央人民广播电台的节目。





● 特征参数

1、特征阻抗

将 RLC 串联电路谐振时的感抗或容抗的大小称为谐振电路的特征阻抗，即

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

只由元件 L 和 C 的参数确定。





2、品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

品质因数和谐振频率是谐振电路的两个最重要的技术参数。

通常谐振电路的Q值都大于1，在高频电路中，Q可高达数百。





● 电路特性

1、谐振时的输入阻抗

$Z(j\omega_0) = Z_0 = R$ ，即输入阻抗呈现纯阻性，达到最小值，称为**谐振阻抗**。

2、谐振电流

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_S}{Z} = \frac{\dot{U}_S}{R}$$

回路电流达到最大值，且与电压源电压同相。



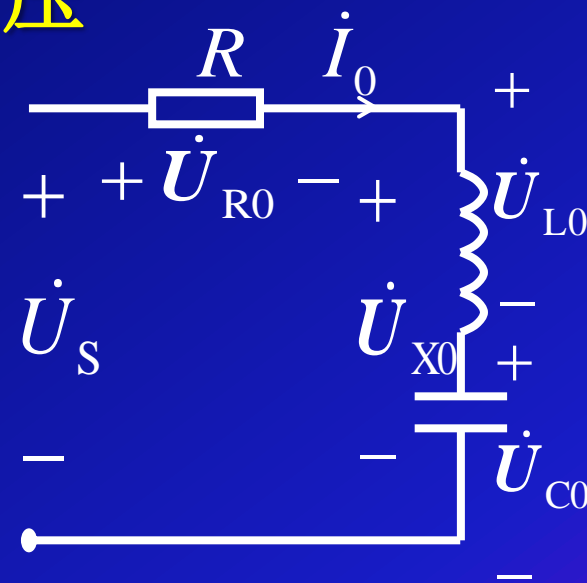


3、电阻、电感和电容的谐振电压

$$\dot{U}_{R0} = R\dot{I}_0 = \dot{U}_S$$

$$\dot{U}_{L0} = j\omega_0 L\dot{I}_0 = j\frac{\omega_0 L}{R}\dot{U}_S = jQ\dot{U}_S$$

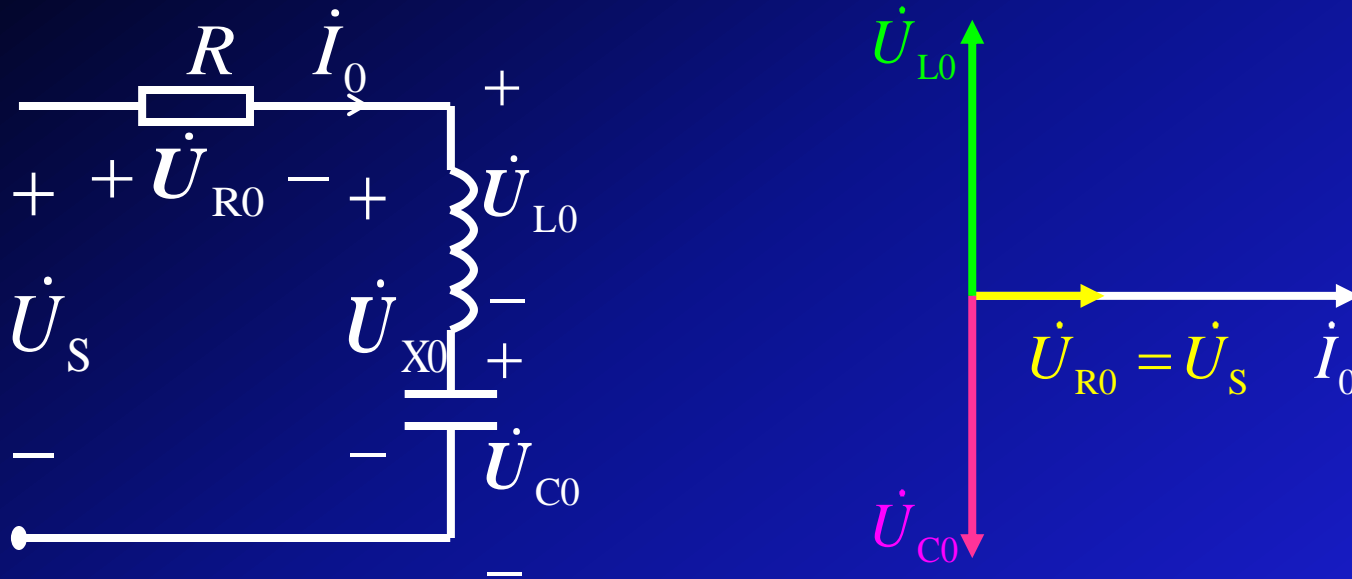
$$\dot{U}_{C0} = \frac{1}{j\omega_0 C}\dot{I}_0 = -j\frac{1}{\omega_0 RC}\dot{U}_S = -jQ\dot{U}_S$$



$$U_{L0} = U_{C0} = QU_S = QU_{R0}$$

串联谐振又称电压谐振





$$\dot{U}_{X0} = \dot{U}_{L0} + \dot{U}_{C0} = 0$$

对电路其他部分，LC串联部分相当于短路。



4 谐振时的功率和能量

设电压源电压 $u_s(t) = U_{Sm} \cos \omega_0 t$, 则:

$$i_0(t) = I_{0m} \cos \omega_0 t = \frac{U_{Sm}}{R} \cos \omega_0 t$$

$$u_{L0}(t) = QU_{Sm} \cos(\omega_0 t + 90^\circ)$$

$$u_{C0}(t) = -u_{L0}(t) = QU_{Sm} \cos(\omega_0 t - 90^\circ)$$





电感和电容吸收的瞬时功率分别为:

$$p_{L0}(t) = QU_{Sm}I_{0m} \cos \omega_0 t \cos(\omega_0 t + 90^\circ) = -QU_S I_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$p_{C0}(t) = -p_{L0}(t) = QU_S I_0 \sin 2\omega_0 t$$

任何时刻电感和电容的总瞬时功率为零

$$p_{L0}(t) + p_{C0}(t) = 0$$

电源发出的功率全部为电阻吸收

$$p_S(t) = p_R(t)$$





电感和电容瞬时储能分别为:

$$w_{L0}(t) = \frac{1}{2} L i_{L0}^2 = L I_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

$$w_{C0}(t) = \frac{1}{2} C u_{C0}^2 = C U_{C0}^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$= C \left(\frac{I_0}{\omega_0 C} \right)^2 \sin^2 \omega_0 t = L I_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

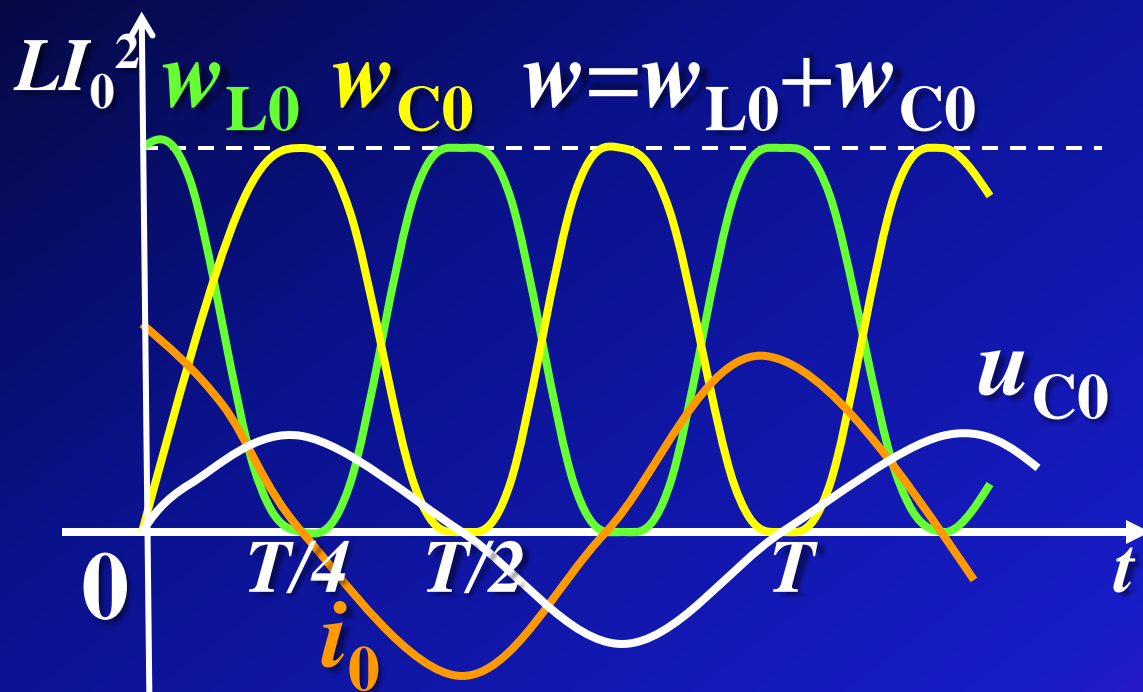
总电抗的瞬时储能为:

$$W = W_{L0} + W_{C0} = C U_{C0}^2 = L I_{L0}^2$$





串联谐振回路的能量关系





一个周期内电阻消耗的能量为：

$$W_{R \cdot T} = P_{R \cdot T} T = I_0^2 R T$$

$$\frac{W}{W_{R \cdot T}} = \frac{L I_0^2}{I_0^2 R T} = \frac{L}{R T} = \frac{\omega_0 L}{2\pi \cdot R} = \frac{Q}{2\pi}$$

Q 的一般定义： 回路谐振时

$$Q = 2\pi \frac{\text{电路中存储的电磁场总能量}}{\text{谐振时一个周期内电路消耗的能量}}$$

Q 是反映回路中电磁振荡程度的量





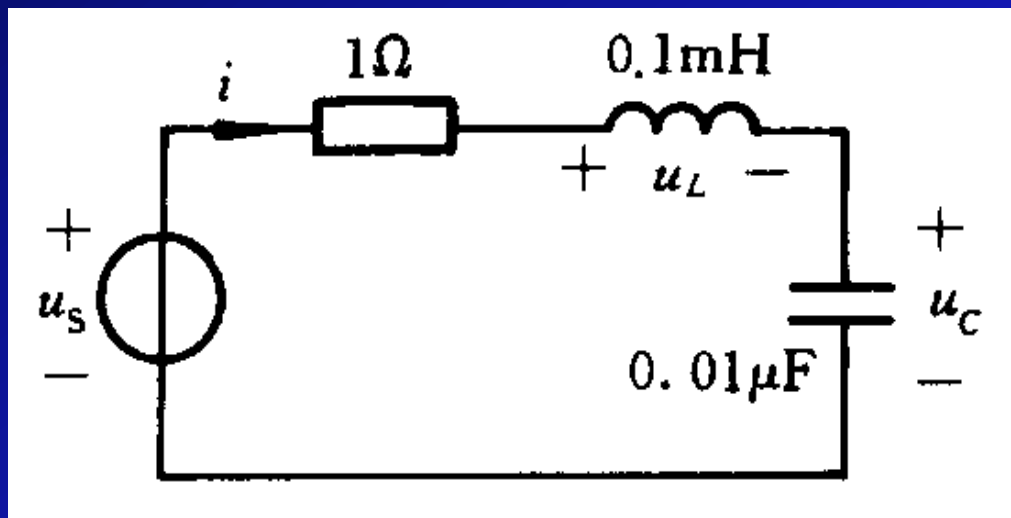
电子和通信工程中, 常利用高品质因数(Q 值)的串联谐振电路来**放大电压信号**。

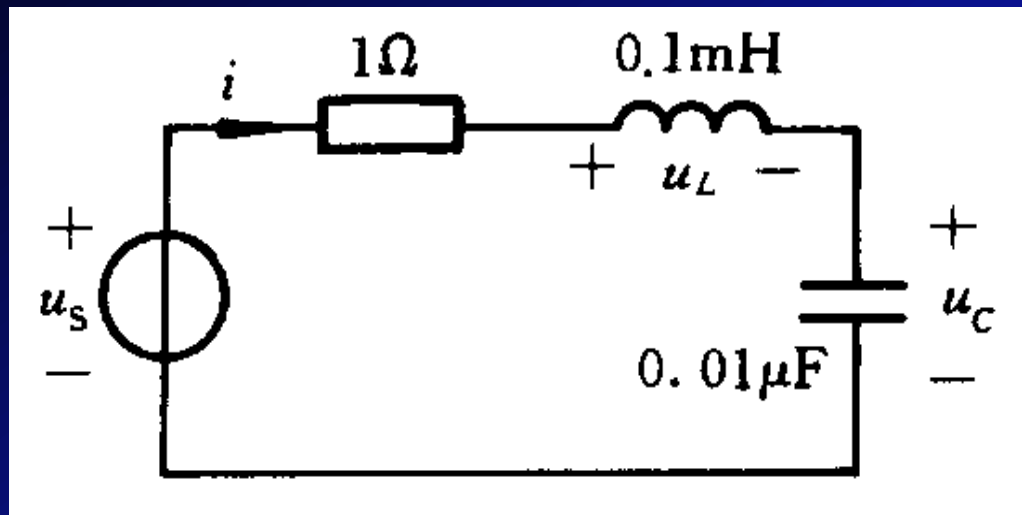
而电力工程中则需避免发生高品质因数的谐振, 以免因过高电压**损坏电气设备**。





例9-3 电路如图, 已知 $u_s(t) = \sqrt{2} \cos \omega t$ V
求: (1) 频率 ω 为何值时, 电路发生谐振。
(2) 电路谐振时, U_{L0} 和 U_{C0} 为何值。





解：(1) 电压源的角频率应为

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-4} \times 10^{-8}}} = 10^6 \text{ rad/s}$$

(2) 电路的品质因数： $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = 100$

则 $U_{L0} = U_{C0} = QU_s = 100 \times 1 = 100 \text{ V}$

