

知识点Z4.24

频域微积分特性

主要内容:

频域微积分特性

基本要求:

掌握傅里叶变换频域微积分特性的基本概念



Z4.24 频域微积分特性

若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$

频域微分: $(-jt)^n f(t) \longleftrightarrow F^{(n)}(j\omega)$

频域积分: $\pi f(0)\delta(t) + \frac{f(t)}{-jt} \longleftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} F(jx) dx$

$$\text{其中 } f(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) d\omega$$

例1 $f(t) = t\varepsilon(t) \longleftrightarrow F(j\omega) = ?$

解: $\varepsilon(t) \longleftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$ $-jt \varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{d}{d\omega} \left[\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right]$

$$t\varepsilon(t) \longleftrightarrow j\pi\delta'(\omega) - \frac{1}{\omega^2}$$



例2 计算 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(a\omega)}{\omega} d\omega$

解: $g_{2a}(t) \longleftrightarrow \frac{2\sin(a\omega)}{\omega}$

$$g_{2a}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sin(a\omega)}{\omega} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(a\omega)}{\omega} e^{j\omega t} d\omega$$

$$g_{2a}(0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(a\omega)}{\omega} d\omega$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(a\omega)}{\omega} d\omega = \frac{\pi}{2}$$

