知识点Z4.1

矢量的正交分解

主要内容：

1.矢量正交、正交矢量集的定义

2.矢量的正交分解

基本要求：

1.掌握矢量正交、正交矢量集和矢量正交分解的基本概念

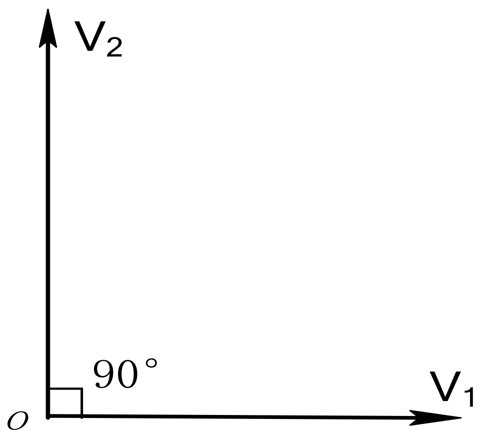
2.了解矢量正交分解对信号正交分解的启示

4.1信号分解为正交函数

Z4.1 矢量的正交分解

（思考：基本信号？ Why？）

1.矢量正交



复习：两矢量V_1与V_2正交，夹角为90°

两正交矢量的内积为零

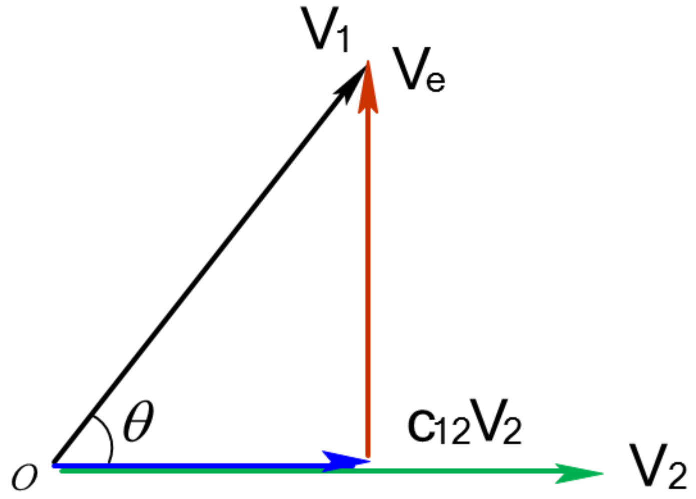
$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = |V_1| \cdot |V_2| \cos 90° = 0$$

2.正交矢量集: 由两两正交的矢量组成的矢量集合。

3. 非正交矢量的近似表示及误差

$$|c_{12}V_2| = |V_1|\cos\theta$$

$$c_{12} = \frac{|V_1|\cos\theta}{|V_2|} = \frac{|V_1|\cdot|V_2|\cos\theta}{|V_2|\cdot|V_2|} = \frac{\vec{V}_1\cdot\vec{V}_2}{\vec{V}_2\cdot\vec{V}_2}$$



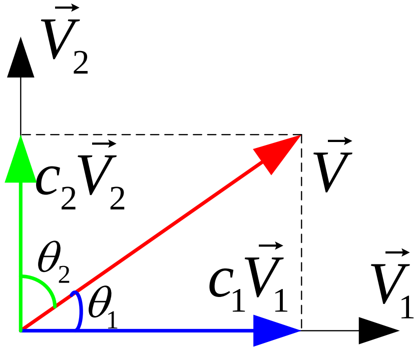
用与V_2成比例的矢量$c_{12}V_2$近似地表示V_1，则误差矢量

$$\vec{V}_e \triangleq \vec{V}_1 - c_{12}\vec{V}_2$$

显然，当两矢量V_1与V_2正交时，$c_{12}=0$，即$V_1\cdot V_2=0$。

4.矢量正交分解：任意N维矢量可由N维正交坐标系表示。

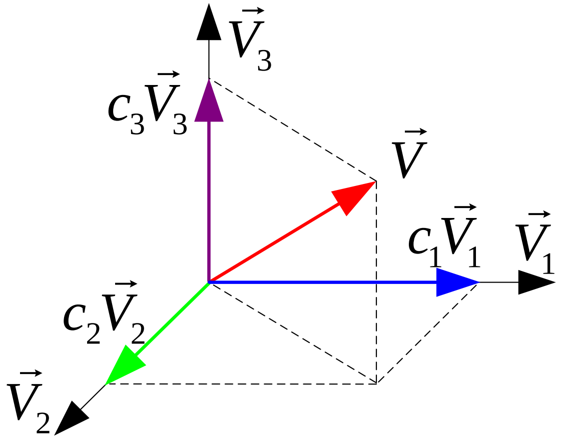
$$\vec{V}=c_1\vec{V}_1+c_2\vec{V}_2$$



$$c_1=\frac{|V|\cos\theta_1}{|V_1|}=\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}_1}{\vec{V}_1\cdot\vec{V}_1}$$

$$c_2=\frac{|V|\cos\theta_2}{|V_2|}=\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}_2}{\vec{V}_2\cdot\vec{V}_2}$$

$$\vec{V}=c_1\vec{V}_1+c_2\vec{V}_2+c_3\vec{V}_3$$



$$c_1=\frac{|V|\cos\theta_1}{|V_1|}=\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}_1}{\vec{V}_1\cdot\vec{V}_1}$$

$$c_2=\frac{|V|\cos\theta_2}{|V_2|}=\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}_2}{\vec{V}_2\cdot\vec{V}_2}$$

$$c_3=\frac{|V|\cos\theta_3}{|V_3|}=\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}_3}{\vec{V}_3\cdot\vec{V}_3}$$

4.1信号分解为正交函数

推广到n维空间:n维空间的任一矢量V，可以精确地表示为n个正交矢量的线性组合， 即

$$\vec{V}=c_1\vec{V}_1+c_2\vec{V}_2+\cdots+c_r\vec{V}_r+\cdots+c_n\vec{V}_n$$

式中，$V_i \cdot V_j=0$ $(i\neq j)$，第 r 个分量的系数

$$c_r=\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}_r}{\vec{V}_r\cdot\vec{V}_r}$$

思路：将矢量空间正交分解的概念可推广到信号空间：在信号空间找到若干个相互正交的信号作为基本信号，使得信号空间中任意信号均可表示成它们的线性组合。