知识点K1.07

拉普拉斯变换的性质—时移、复频移特性

主要内容：

1.拉普拉斯变换的时移性质

2.拉普拉斯变换的复频移性质

基本要求：

1.熟练拉普拉斯变换的时移、复频移特性

2.结合性质计算信号的拉氏变换

K1.07 拉普拉斯变换的性质—时移、复频移特性

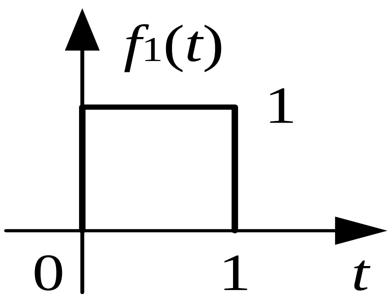
一、时移性质

若 $f(t) \leftrightarrow F(s)$, $\mathrm{Re}[s]>\sigma_0$, 且有实常数$t_0>0$,

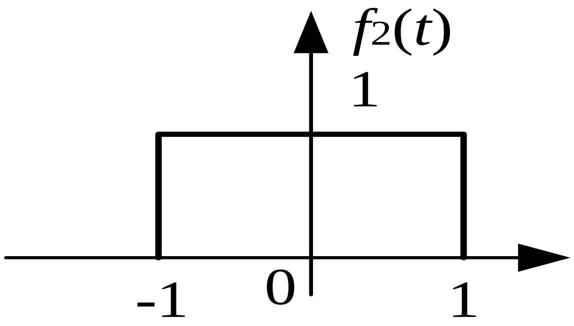
则 $f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0) \leftrightarrow e^{-st_0}F(s)$, $\mathrm{Re}[s]>\sigma_0$

若 $f(t)$为因果信号，则 $f(t-t_0) \leftrightarrow e^{-st_0}F(s)$

$$f(at-t_0)\varepsilon(at-t_0) \leftrightarrow \frac{1}{a}e^{-\frac{t_0}{a}s}F\left(\frac{s}{a}\right)$$



例1 求如图信号的单边拉氏变换。

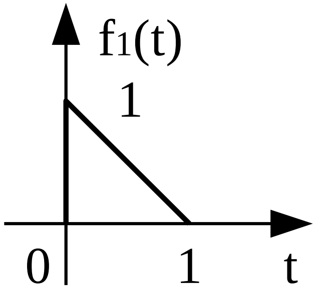


解：$f_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)$

$F_1(s) = \frac{1}{s}(1-e^{-s})$ $\quad F_2(s) = F_1(s)$

拉普拉斯变换的性质—时移、复频移特性

例2 已知$f_1(t) \longleftrightarrow F_1(s)$，求$f_2(t) \longleftrightarrow F_2(s)$

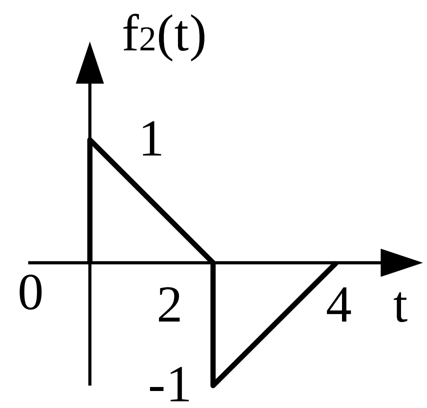


解： $f_2(t) = f_1(0.5t) - f_1[0.5(t-2)]$

$$f_1(0.5t) \longleftrightarrow 2F_1(2s)$$

$$f_1[0.5(t-2)] \longleftrightarrow 2F_1(2s)e^{-2s}$$

$$f_2(t) \longleftrightarrow 2F_1(2s)(1-e^{-2s})$$



例3 求$f(t)= e^{-2(t-1)}\varepsilon(t) \longleftrightarrow F(s)=?$

解： $f(t)= e^{2}e^{-2t}\varepsilon(t)$ $\qquad F(s) = e^2 \dfrac{1}{s+2}$

二、复频移特性

若$f(t) \longleftrightarrow F(s)$，$\mathrm{Re}[s]>\sigma_0$，且有复常数$s_a=\sigma_a+j\omega_a$,

则$f(t)e^{s_a t} \longleftrightarrow F(s-s_a)$，$\mathrm{Re}[s]>\sigma_0+\sigma_a$

例1 已知因果信号$f(t)$的象函数$F(s)=\dfrac{s}{s^2+1}$

求$e^{-t}f(3t-2)$的象函数。

解：$e^{-t}f(3t-2) \longleftrightarrow \dfrac{s+1}{(s+1)^2+9}e^{-\frac{2}{3}(s+1)}$

例2 $f(t)=\cos(2t-\pi/4) \longleftrightarrow F(s)=?$

解：$\cos(2t-\pi/4)=\cos(2t)\cos(\pi/4)+\sin(2t)\sin(\pi/4)$

$$F(s)=\frac{s}{s^2+4}\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{2}{s^2+4}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s+2}{s^2+4}$$