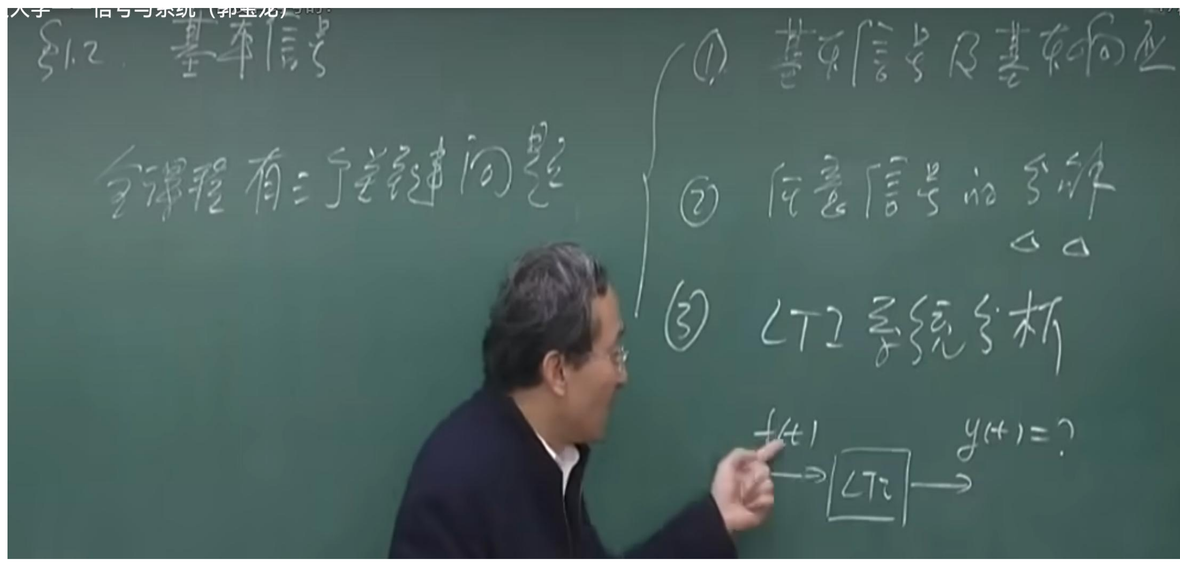
知识点Z1.5

阶跃函数



主要内容：

1.阶跃函数的定义

2.阶跃函数的性质

基本要求：

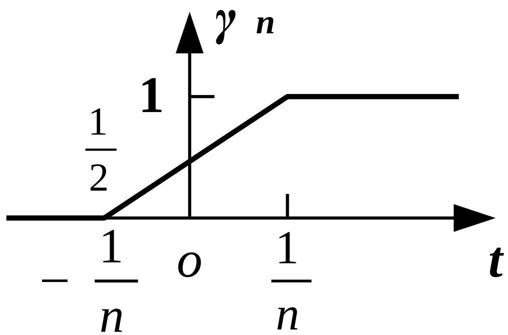
1.了解阶跃函数的定义方法

2.熟练掌握阶跃函数的性质和积分公式

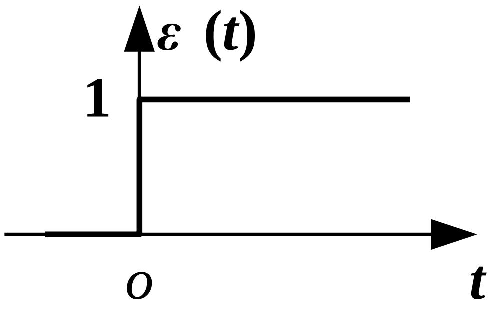
Z1.5 阶跃函数

1.定义

选定一个函数序列$\gamma_n(t)$，求极限。



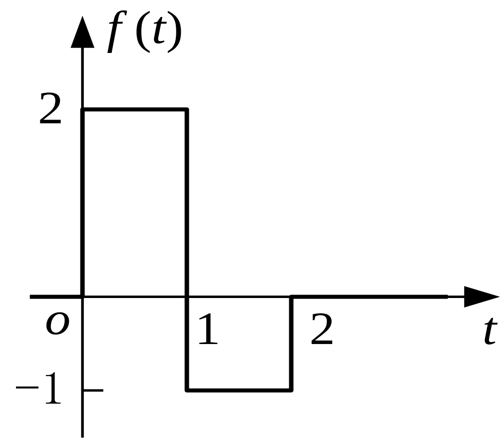
$n \to \infty$



$$\varepsilon(t) \overset{\text{def}}{=} \lim_{n\to\infty} \gamma_n(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t>0 \end{cases}$$

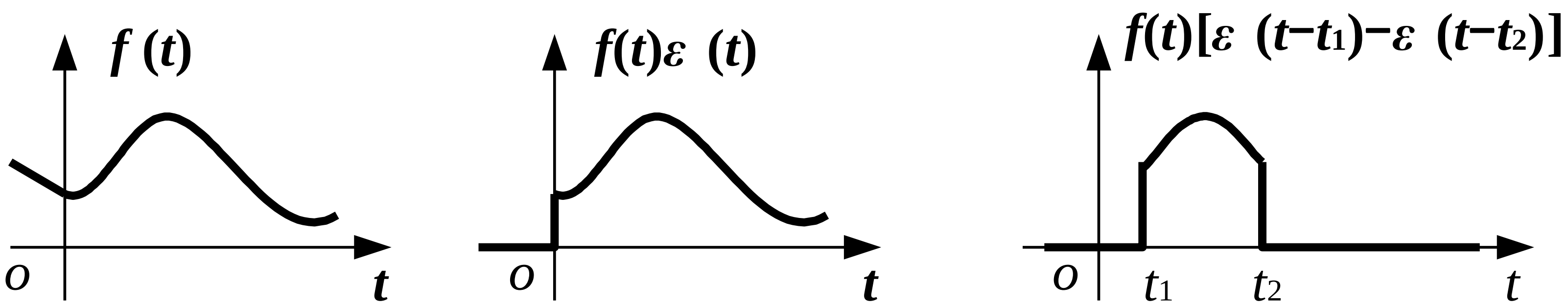
2. 性质

(1)表示分段常量信号



$$f(t) = 2\varepsilon(t) - 3\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)$$

(2)表示信号的作用区间



(a) (b) (c)

(3)积分

$$\int_{-\infty}^{t} \varepsilon(\tau)\,\mathrm{d}\tau = t\varepsilon(t)$$

1. **积分计算**：
   - 当 $t \leq 0$ 时，$\epsilon(\tau) = 0$ 对所有 $\tau \leq t$，因此积分结果为0。这时，$t\epsilon(t) = 0$，因为 $\epsilon(t) = 0$。
   - 当 $t > 0$ 时，$\epsilon(\tau) = 1$ 对所有 τ 从 0 到 t，所以积分是从 0 到 t 对1的积分，结果是 t。这时，$t\epsilon(t) = t$（因为 $\epsilon(t) = 1$）。

这样，无论 t 的值如何，等式都成立：

- 对于 $t \leq 0$，两边都是0。
- 对于 $t > 0$，两边都是 t。

这个等式在数学和工程中的意义很大，它显示了单位阶跃函数在任意时刻 t 的积分与 t 本身的乘积相等，这种性质在解析信号和系统的行为时非常有用。