## 知识点Z1.17

# 系统分类：线性系统与非线性系统

**主要内容：**

1.线性系统的定义

2.线性系统的判定方法

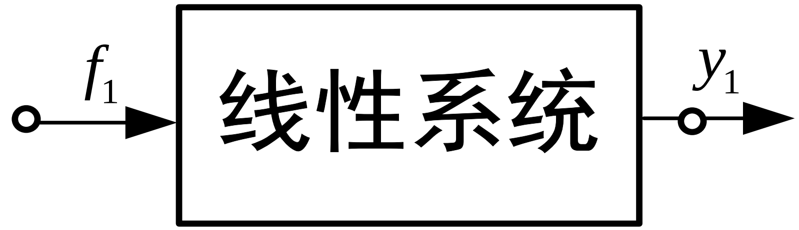
**基本要求：**

熟练掌握动态线性系统的三个判定条件

# Z1.17 系统分类：线性系统与非线性系统

## 1.线性性质

线性系统是指满足线性性质的系统。




齐次性： $af_1 \longrightarrow ay_1$

可加性： $f_2 \longrightarrow y_2$

$f_1 + f_2 \longrightarrow y_1 + y_2$

线性性： $af_1 + bf_2 \longrightarrow ay_1 + by_2$ = k or t

$$T[a f_1(\cdot) + bf_2(\cdot)] = aT[f_1(\cdot)] + bT[f_2(\cdot)]$$

# 1.4 系统的概念及分类

## 2.动态线性系统的判定条件

动态系统的响应不仅与激励{ $f(\cdot)$ }有关，而且与它过去的状态{$x(0)$}有关，也称记忆系统。含有记忆元件(电容、电感等)的系统是动态系统。否则称即时系统或无记忆系统。

完全响应： $y(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{x(0)\}]$

零状态响应： $y_{zs}(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{0\}]$ f

零输入响应： $y_{zi}(\cdot) = T[\{0\}, \{x(0)\}]$ x

# 1.4 系统的概念及分类



当动态系统满足下列三个条件时该系统为线性系统：

①可分解性：

$$y(\cdot) = y_{zs}(\cdot) + y_{zi}(\cdot)$$

$f$　　　$x$

②零状态线性：

$$T[\{af_1(t) + bf_2(t)\}, \{0\}] = aT[\{f_1(\cdot)\}, \{0\}] + bT[\{f_2(\cdot)\}, \{0\}]$$

③零输入线性：

$$T[\{0\}, \{ax_1(0) + bx_2(0)\}] = aT[\{0\}, \{x_1(0)\}] + bT[\{0\}, \{x_2(0)\}]$$

# 1.4 系统的概念及分类

**例1** 判断下列系统是否为线性系统？

(1) $y(t) = 3x(0) + 2f(t) + x(0)f(t) + 1$

(2) $y(t) = 2x(0) + |f(t)|$

(3) $y(t) = x^2(0) + 2f(t)$

**解：**

(1) $y_{zs}(t) = 2f(t) + 1$， $y_{zi}(t) = 3x(0)$

显然，不满足可分解性。 故为非线性系统。

(2) $y_{zs}(t) = |f(t)|$， $y_{zi}(t) = 2x(0)$ 满足可分解性；

但 $T[\{af(t)\}, \{0\}] = |af(t)| \neq ay_{zs}(t)$ 。 故为非线性系统。

(3) $y_{zs}(t) = 2f(t)$ , $y_{zi}(t) = x^2(0)$ 满足可分解性；

但$T[\{0\},\{ax(0)\}] = [ax(0)]^2 \neq ay_{zi}(t)$。故为非线性系统。

**例2** 判断下列系统是否为线性系统？

$$y(t) = \mathrm{e}^{-t}\, x(0) + \int_0^t \sin(x)\, f(x)\, \mathrm{d}\, x$$

**解：**

①满足可分解性 $y_{zi}(t) = \mathrm{e}^{-t}\, x(0),\, y_{zs}(t) = \int_0^t \sin(x)\, f(x)\, \mathrm{d}\, x$

②零状态线性 $\mathrm{T}[\{af_1(t)+ bf_2(t)\},\ \{0\}] = ay_{zs1}(t) +by_{zs2}(t)$

$$\int_0^t \sin(x)[af_1(x)+bf_2(x)]dx = a\int_0^t \sin(x)\, f_1(x)dx + b\int_0^t \sin(x)\, f_2(x)dx$$

③零输入线性 $\mathrm{T}[\{0\},\{ax_1(0)+bx_2(0)\}\ ] = ay_{zi1}(t) +by_{zi2}(t)$

$$e^{-t}[ax_1(0)+bx_2(0)] = ae^{-t}x_1(0)+be^{-t}x_2(0)$$

综上，该系统为线性系统。