

低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

知识点K1.29

低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

主要内容:

多种滤波器中零极点的配置

基本要求:

掌握低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置



低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

K1.29 低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

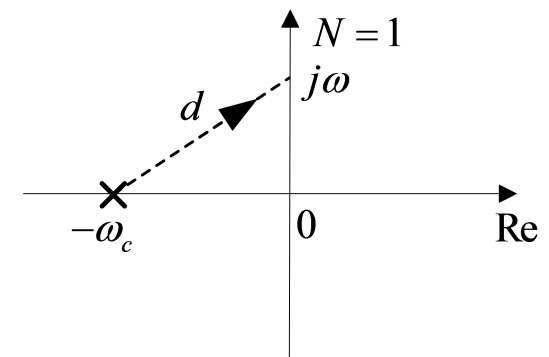
1. 低通滤波器

一个典型的低通滤波器在 $\omega = 0$ 处有最大增益。由于一个极点在它的邻近频率上能使增益增强，所以需要在左半实轴上配置一个（或多个）极点，如图 (a) 所示。该系统的系统函数是：

$$H(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

显然

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega_c}{d}$$



(a) 单极点

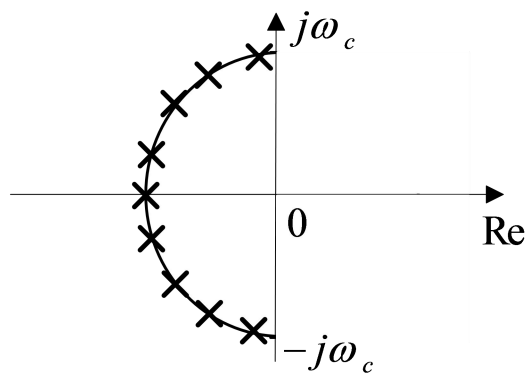
d 是极点 $-\omega_c$ 到虚轴上点 $j\omega$ 的距离，且有 $H(0) = 1$ 。



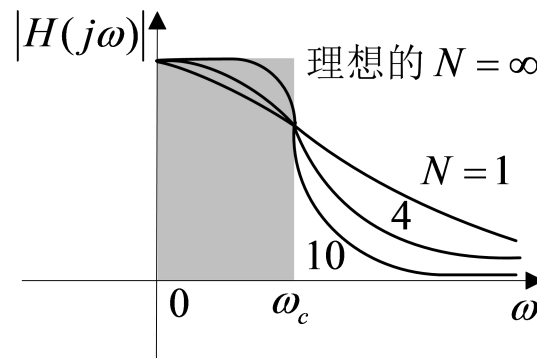
低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

当 ω 增加, d 也增大, $|H(j\omega)|$ 单调减少, 如图 (c) 中的 $N=1$ 的曲线所示。其在 $\omega=0$ 附近增益被增强。

可以证明, 为了实现在频带 $0 \sim \omega_c$ 上所有频率都要增强增益, 就需要在左半平面配置无穷多个极点, 这些极点位于图 (b) 所示的半圆形墙上, 也称极点墙。



(b) 极点墙

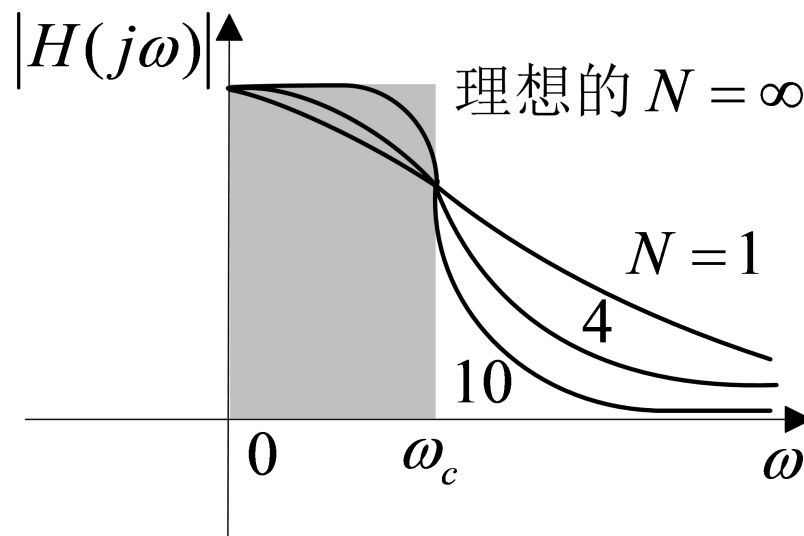


(c) 幅度响应



低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

对于不同极点个数 N 的幅度响应如图 (c)所示，随着极点个数 $N \rightarrow \infty$ ，滤波器接近于理想的。这一类理想滤波器即为巴特沃茨(Butterworth)滤波器。

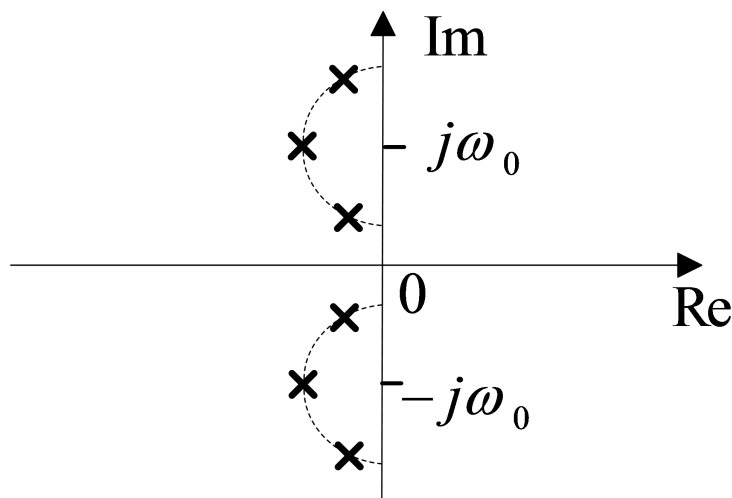


(c)幅度响应

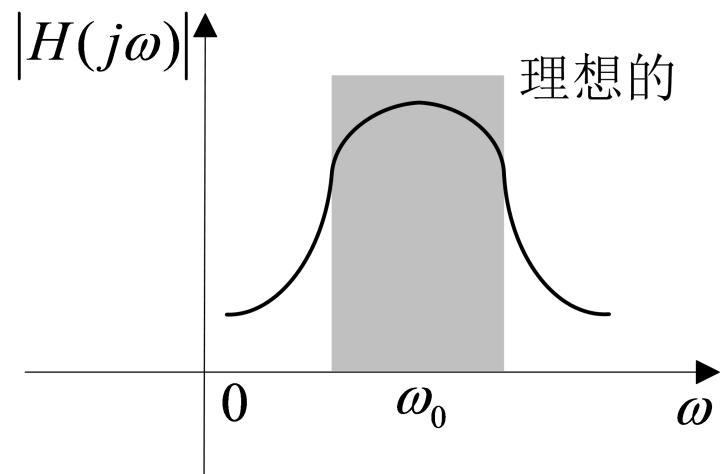


低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

2.带通滤波器



(a)极点组成



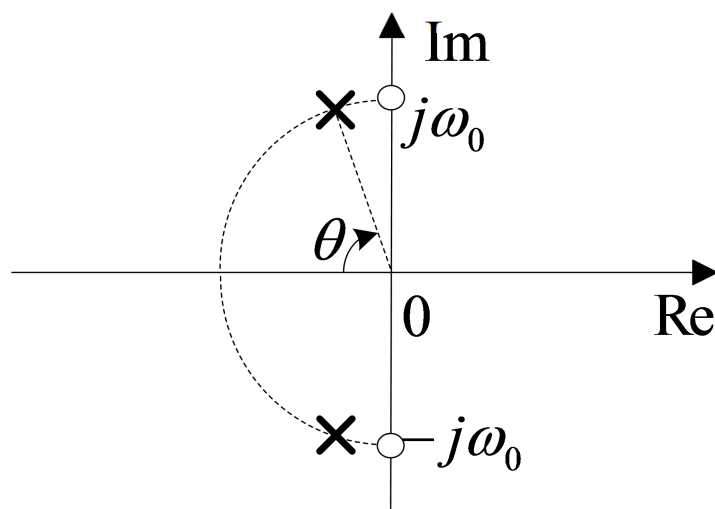
(b) 幅度响应

阴影特性表示理想带通滤波器的增益，增益在通带内被增强。实现方法为：在左半平面内面对虚轴，以 $j\omega_0$ 和 $-j\omega_0$ 分别为中心配置一堵极点墙，极点墙上所有极点均为共轭极点。理想情况需要无穷多个极点，实际上是用有限个极点去交换一个可以接受的非理想特性。

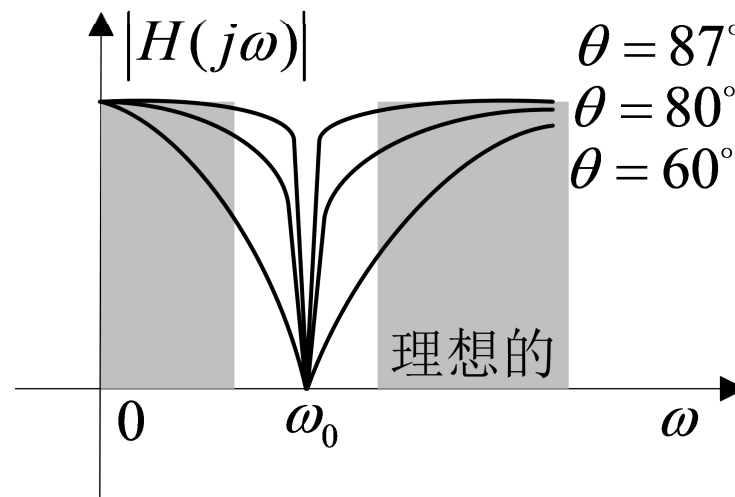


低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

3.带阻滤波器



(a) 零极点组成



(b) 幅度响应

一种带阻滤波器的极点组成和幅度响应



低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

一个理想陷波滤波器的幅度响应（图(b)的阴影部分），与理想带通滤波器的幅度响应刚好相反。以一个二阶陷波滤波器为例，

（1）要求在 $\omega = \omega_0$ 处得到零增益，为此，必须在 $\pm j\omega_0$ 处有零点。

（2）要求在 $\omega = \infty$ 增益为1，就需要极点个数等于零点个数，这就保证了对于 $\omega = \infty$ ，极点到 $\omega = \infty$ 的距离乘积一定等于零点到 $\omega = \infty$ 的距离乘积。



低通、带通、带阻滤波器中零极点的配置

(3) 要求 $\omega=0$ 的增益为1，就需要配置与原点等距离的零点和相应极点，如果采用一对共轭零点，就必须有两个相应极点，并且极点、零点到原点的距离是相同的。此时，只要将两个共轭极点配置在以 ω_0 为半径的半圆上就能满足这个要求，如图(a)所示。极点可以位于这个半圆上的任意位置处，均能满足等距离的条件，假定与负实轴成 $\pm\theta$ 。

(4) 由于邻近的极点和零点有相互抵消影响的倾向，故将极点尽可能放置在靠近零点处（ θ 接近 $\pi/2$ ），这样保证当频率从 $\omega=\omega_0$ 向两边稍有变化时，增益能从0到1有一个急剧的恢复，图(b)是三种不同的 θ 增益。

