## 知识点Z3.15

# 单位阶跃响应与单位脉冲响应的关系

**主要内容：**

单位阶跃响应与单位脉冲响应之间的关系

**基本要求：**

掌握 $g(k)$ 和 $h(k)$ 之间的关系

## Z3.15 单位阶跃响应与单位脉冲响应的关系

由于 $$\varepsilon(k)=\sum_{i=-\infty}^{k}\delta(i)$$

那么 $$g(k)=\sum_{i=-\infty}^{k}h(i)$$

由于 $$\delta(k)=\nabla\varepsilon(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-1)$$

那么 $$h(k)=\nabla g(k)=g(k)-g(k-1)$$

**例3** 某离散系统的差分方程如下，求单位脉冲响应$h(k)$和单位阶跃响应$g(k)$。

$$y(k)-y(k-1)-2y(k-2)=f(k)$$

**解：(1)先求$h(k)$**

$$\left.\begin{array}{l} h(k)-h(k-1)-2h(k-2)=\delta(k) \\ \text{初始条件：} h(-1)=h(-2)=0 \end{array}\right\}$$

由迭代得： $h(0)=1$，$h(1)=1$

代入初始值求： $h(k)=C_1(-1)^k+C_2(2)^k$，$k>0$

$$h(k)=\frac{1}{3}(-1)^k+\frac{2}{3}(2)^k\text{，}\quad k\ge 0$$

**(2)再求$g(k)$**

$$h(k)=\frac{1}{3}(-1)^k+\frac{2}{3}(2)^k,\quad k\ge 0$$

$$g(k)=\sum_{i=-\infty}^{k}h(i)=\frac{1}{3}\sum_{i=0}^{k}(-1)^i+\frac{2}{3}\sum_{i=0}^{k}(2)^i$$

由级数求和公式得：

$$\sum_{i=0}^{k}(-1)^i=\frac{1-(-1)^{k+1}}{1-(-1)}=\frac{1}{2}[1+(-1)^k] \qquad \sum_{i=0}^{k}(2)^i=\frac{1-(2)^{k+1}}{1-2}=2(2)^k-1$$

得单位阶跃响应为：

$$g(k)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}[1+(-1)^k]+\frac{2}{3}[2(2)^k-1]=\frac{1}{6}(-1)^k+\frac{4}{3}(2)^k-\frac{1}{2},\quad k\ge 0$$