Give a simple example of a fully connected neural network with specific numbers to do with 4x5x4 input, and get 4x5x2 output

给出一个完全连接的神经网络的简单示例，其具有与 4x5x4 输入相关的特定数字，并获得 4x5x2 输出

Thought for 17 seconds想了17秒

Sure! Let's construct a simple fully connected neural network that maps an input tensor of shape **4×5×4** to an output tensor of shape **4×5×2**. We'll use specific numbers for the weights and biases to make the computation clear.

当然！让我们构建一个简单的全连接神经网络，将形状为**4×5×4**的输入张量映射到形状为**4×5×2**的输出张量。我们将使用特定的数字来表示权重和偏差，以使计算更加清晰。

Network Structure网络结构

- **Input Layer**: An input tensor of shape **4×5×4**.**输入层**：形状为**4×5×4**的输入张量。
  - This can be thought of as a grid with 4 rows and 5 columns, where each position contains a 4-dimensional vector.

    这可以被认为是一个 4 行 5 列的网格，其中每个位置包含一个 4 维向量。
- **Fully Connected Layer**: Applies the same linear transformation to each 4-dimensional input vector to produce a 2-dimensional output vector.

  全连接层：对每个 4 维输入向量应用相同的线性变换以生成 2 维输出向量。
  - Weight matrix **W** of shape **4×2**.形状为**4×2**的权重矩阵**W** 。
  - Bias vector **b** of shape **1×2** (same bias added to each output vector).

    形状为**1×2**的偏置向量**b** （向每个输出向量添加相同的偏置）。
- **Output Layer**: An output tensor of shape **4×5×2**.**输出层**：形状为**4×5×2**的输出张量。

Specific Numbers具体数字

Let's define the weight matrix **W** and bias vector **b** as follows:

我们定义权重矩阵**W**和偏置向量**b**如下：

Weight Matrix W 权重矩阵 W

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bias Vector b偏置向量 b

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Computation计算

For each input vector x at position (i, j) in the input tensor, we compute the output vector y as:对于每个输入向量 x 在位置 (i, j) 在输入张量中，我们计算输出向量 y 作为：

$$y = x \times W + b$$

Given an input vector $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$, the computation for the output vector $y = [y_1, y_2]$ is:给定一个输入向量 $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$ ，输出向量的计算 $y = [y_1, y_2]$ 是：

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \times W_{11} + x_2 \times W_{21} + x_3 \times W_{31} + x_4 \times W_{41} + b_1 \\ &= x_1 \times 1 + x_2 \times 0 + x_3 \times 1 + x_4 \times 0 + 0 \\ &= x_1 + x_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= x_1 \times W_{12} + x_2 \times W_{22} + x_3 \times W_{32} + x_4 \times W_{42} + b_2 \\ &= x_1 \times 0 + x_2 \times 1 + x_3 \times 1 + x_4 \times 0 + 0 \\ &= x_2 + x_3 \end{aligned}$$

Example Calculation计算示例

Let's take a specific input tensor and compute the output.

让我们采用特定的输入张量并计算输出。

Sample Input Tensor样本输入张量

Suppose the input tensor X is:假设输入张量 X 是：

$$X = \begin{bmatrix} [[1,2,3,4], & [5,6,7,8], & [9,10,11,12], & [13,14,15,16], & [17,18,19,20]] \\ [[21,22,23,24], & [25,26,27,28], & [29,30,31,32], & [33,34,35,36], & [37,38,39,40]] \\ [[41,42,43,44], & [45,46,47,48], & [49,50,51,52], & [53,54,55,56], & [57,58,59,60]] \\ [[61,62,63,64], & [65,66,67,68], & [69,70,71,72], & [73,74,75,76], & [77,78,79,80]] \end{bmatrix}$$

Compute Output Tensor计算输出张量

We apply the computation to each 4-dimensional vector in X:

我们将计算应用于每个 4 维向量 X ：

- **At position (0, 0):在位置 (0, 0) 处:**

  $$x = [1, 2, 3, 4]$$

  $$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + x_3 = 1 + 3 = 4 \\ y_2 &= x_2 + x_3 = 2 + 3 = 5 \end{aligned}$$

  So, the output vector at position (0, 0) is $[4, 5]$.因此，位置 (0, 0) 处的输出向量为 $[4, 5]$ 。
- **At position (0, 1):在位置 (0, 1) 处:**

  $$x = [5, 6, 7, 8]$$

  $$\begin{aligned} y_1 &= 5 + 7 = 12 \\ y_2 &= 6 + 7 = 13 \end{aligned}$$

  Output vector at (0, 1): $[12, 13]$.(0, 1) 处的输出向量： $[12, 13]$ 。

Repeat this computation for all positions in the tensor.对张量中的所有位置重复此计算。

Resulting Output Tensor结果输出张量

$$Y = \begin{bmatrix} [[4,5], & [12,13], & [20,21], & [28,29], & [36,37]] \\ [[44,45], & [52,53], & [60,61], & [68,69], & [76,77]] \\ [[84,85], & [92,93], & [100,101], & [108,109], & [116,117]] \\ [[124,125], & [132,133], & [140,141], & [148,149], & [156,157]] \end{bmatrix}$$

Summary概括

- **Input Shape**: **4×5×4输入形状**： **4×5×4**
- **Output Shape**: **4×5×2输出形状**： **4×5×2**
- **Weight Matrix W**: **4×2权重矩阵 W** ： **4×2**
- **Bias Vector b**: **1×2偏置向量 b** ： **1×2**
- **Computation**: $y = x \times W + b$**计算**： $y = x \times W + b$

This fully connected neural network applies the same linear transformation to each 4-dimensional vector in the input tensor to produce a 2-dimensional output vector, resulting in an output tensor of shape **4×5×2**.

该全连接神经网络对输入张量中的每个 4 维向量应用相同的线性变换，以生成 2 维输出向量，从而产生形状为**4×5×2**的输出张量。