一、特征值与特征向量的定义

设A是n阶矩阵，λ是一个数，若存在n维非零列向量ξ，使得

$$A\xi=\lambda\xi, \qquad ①$$

则称λ是A的特征值，ξ是A的对应于特征值λ的特征向量．

二、矩阵的特征值与特征向量的求法

由①式，得

$$(\lambda E-A)\xi=0,$$

因$\xi\neq 0$，故齐次方程组$(\lambda E-A)x=0$有非零解，于是

由此可知，上、下三角矩阵与对角矩阵的特征值就是其主对角线元素．

如$A=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$，则$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix} \lambda-a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda-a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-a_{33} \end{vmatrix}=0$，

于是$\lambda_1=a_{11}$，$\lambda_2=a_{22}$，$\lambda_3=a_{33}$．

$$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix}=0. \qquad ②$$

②式称为A的特征方程，是未知量λ的n次方程，有n个根（重根按照重数计），$\lambda E-A$称为特征矩阵，$|\lambda E-A|$称为特征多项式．

于是，求解具体型矩阵的特征值与特征向量，一般先用特征方程$|\lambda E-A|=0$求出λ，再解齐次线性方程组$(\lambda E-A)x=0$，求出特征向量．