UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Ingeniería Informática

Evolución de algoritmos para pares de problemas de optimización combinatoria

Tamara Sáez Riquelme

Profesor guía: Víctor Parada Daza

Tesis de grado presentada en
conformidad a los requisitos para
obtener el grado de Magíster en
Ingeniería Informática

Santiago – Chile
2016

RESUMEN

En la actualidad a pesar de los múltiples estudios encontrados en la literatura, siguen existiendo problemas que no han podido ser resueltos de forma óptima en un tiempo polinomial. Entre los más conocidos y estudiados, se encuentran el problema del vendedor viajero y el problema de la mochila binaria. Estos problemas pertenecen al conjunto de problemas NP-Completo, lo que significa que no se ha determinado un algoritmo capaz de encontrar la solución óptima para cualquier instancia del problema con bajo tiempo computacional. Entre los métodos utilizados se encuentran los relacionados al proceso evolutivo, entre ellos la Programación Genética, la cual es utilizada para la generación automática de algoritmos mediante la combinación de distintos componentes elementales de heurísticas presentes en la literatura, utilizando conceptos básicos de la evolución como cruzamiento, mutación, reproducción, entre otros. Un concepto también proveniente de la evolución es la co-evolución, la cual ha comenzado a aparecer como complemento a los métodos que utilizan evolución en los últimos años. En este trabajo se evalúa el rendimiento computacional que poseen los algoritmos obtenidos mediante la Programación Genética tradicional en comparación a los algoritmos que se obtienen con la Programación Genética utilizando co-evolución. Para realizar la evaluación computacional se ha seleccionado un conjunto de instancias provenientes de la literatura. Luego de ejecutar los experimentos, se obtienen nuevas hiper-heurísticas para cada uno de los problemas mencionados que son evaluadas en un conjunto de instancias de evaluación y analizadas para comparar el rendimiento de éstas. Los mejores algoritmos para el problema de la mochila obtienen errores menores al 1 %, mientras que los algoritmos para el problema del vendedor viajero tienen un error aproximado de 7 %. Los resultados son similares en ambos métodos utilizados para cada uno de los problemas.

Palabras Claves: Programación Genética, co-evolución, problema del vendedor viajero, problema de la mochila.

ABSTRACT

Nowadays despite multiple studies found in the literature, problems remain that could not be solved optimally in polynomial time. Some of the best known and studied, are the traveling salesman problem and the problem of binary backpack. These problems belong to the set of NP-complete problems, meaning it has not been determined an algorithm able to find the optimal solution for any instance of the problem with low computational time. The methods used are those related to the evolutionary process, including the Genetic Programming, which is used for automatic generation of algorithms by combining different heuristics present in the literature using basic concepts of evolution as crossover, mutation, reproduction, among others. Another concept from evolution is the co-evolution, which has begun to appear as part of the methods that use evolution in recent years. In this document, the computational performance of algorithms obtained through traditional Genetic Programming compared to those obtained with Genetic Programming using coevolution is evaluated. To perform computational evaluation a set of instances has been selected from the literature. After running the experiments, the new hyper-heuristics obtained for each of the aforementioned problems are evaluated in a set of instances of evaluation and are analyzed to compare the performance of these. The best algorithms for the binary knapsack problem have errors less than 1 % while the algorithms for the traveling salesman problem have an approximate error of 7 %. The results are similar for both methods used for each of the problems.

Keywords: Genetic Programming, coevolution, traveling salesman problem, binary knapsack problem.

DEDICATORIA

A quienes no tienen miedo a levantarse . . .

AGRADECIMIENTOS

A mi madre y abuelo (que en paz descanse), quienes han sido un apoyo incondicional.
A mis amigos de toda la vida, y a los que conocí en el proceso universitario.

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figuras del capítulo 2

Figuras del capítulo 3

Figuras del capítulo 4

Figuras del capítulo 6

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN

Es común encontrar en la literatura problemas de optimización combinatoria similares entre sí, en los cuales uno de ellos posee un algoritmo polinomial que lo resuelve (Papadimitriou & Steiglitz, 1982). y el otro es del tipo NP-Hard. A un par de problemas que tienen estas características, en este proyecto se les denomina problema fácil - problema difícil. El problema fácil es aquel que puede ser resuelto por un algorismo polinominal, mientras que el otro se denomina problema difícil (Cook et al., 1995).

Estos problemas relacionados tienen diversos orígenes, los cuales pueden ser problemas del mundo real como problemas en el mundo teórico formulados en grafos. Un caso típico lo constituye el problema del camino mínimo (PCM) (Papadimitriou & Steiglitz, 1982), el cual consiste en identificar la ruta más corta entre dos puntos de un grafo dado. Donde puede existir más de un camino entre ellos, los arcos tienen una distancia que es dada por un número entero en general, no negativo (problema fácil). Este problema ha sido ampliamente estudiado en la literatura, Dijkstra (1959) y otros científicos propusieron un algoritmo polinomial que lo resuelve conocido como el algoritmo de Dijkstra, que permite encontrar todos los caminos mínimos entre los pares e nodos (Cook et al., 1995). El problema difícil asociado es el problema del camino mínimo con restricción (PCMR), el cual pertenece a la clase NP-Hard (Handler & Zang, 1980), consiste en determinar el mejor camino que une un par de nodos dados, pero considerando como restricción que, el camino posee un costo asociado que no se debe sobrepasar, lo que constituye una restricción del tipo mochila (PM). El problema del árbol de cobertura de costo mínimo (PACCM)(Papadimitriou & Steiglitz, 1982) tanmbien es un problema típico, el cual consiste en encontrar un árbol de costo minimo, que cubra todos los vértices de un grafo, y el problema relacionado es el problema del árbol de cobertira generalizado (PACCMG) (Dror et al., 2000), que consiste en encontrar en un grafo no dirigido un árbol de cobertura de costo mínimo, Los vértice de cada grupo, donde el árbol de cobertura debe incluir sólo un vértice de cada grupo. Este problema es de gran interés debido a las diversas aplicaciones, tales como aplicaciones en la física (Kansal & Torquato, 2001), riesgos agricolas (Dror et al., 2000), además de aplicaciones en el área de la toma de decisiones de ubicaciones de centro de distribución, entre otros (Myung et al., 1995). Otro par de problemas relacionades es el PACCM y el problema relacionado es el vendedor viajero

generalizado (PVVG) (Srivastava et al., 1969). El problema coonsiste en encontrar un recorrido en el que existen grupos predefinidos y el viajero debe visitar exactamente un nodo en cada grupo minimizado el costo total del viaje. El problema posee una serie de aplicaciones, entre las que destacan el despacho del correo (Laporte et al., 1996), orden de selección en bodegas (Noon & Bean, 1991), secuenciamiento de archivos computacionales (AL, 1969), entre otros.

Los métodos que se han utilizado para abordar el problema complejo a partir del correspondiente problema fácil, son generalizaciones del método que resuelve el problema fácil. Por ejemplo, la determinación de un circuito hamiltoniano que corresponde a una solución factible para el problema del vendedor viajero (problema difícil) puede ser encontrada de manera heurística generando el árbol de cobertura de costo mínimo (problema fácil) y adaptándolo como solución para el vendedor viajero (Applegate et al., 2009). La generalización de este método fácil es el que da origen comúnmente a un método heurístico que resuelve el problema complejo, debido a que hasta ahora nadie ha encontrado un método polinomial que resuelva el problema difícil. Esto conduce a pensar que los elementos que se utilizan para resolver el problema fácil, es decir, los elementos algorítmicos que se utilizan para el problema sencillo, pueden ser reutilizados para dar solución al problema complejo, aunque esto de alguna forma genera un sesgo. Debido a que los nuevos algoritmos que se van a generar para el problema difícil van a estar inspirados en el problema fácil, se podría pensar que la exploración de todo el dominio de posibilidades algorítmicas que existen para resolver el problema difícil es mucho más amplio. Sin embargo, este tema ha sido poco explorado en la literatura y los resultados recientes a través de hiper-heurística o de generación automática de algoritmos, algo de luz muestran sobre esta problemática de explorar otras posibilidades para generar soluciones para los problemas difíciles.

Los problemas relacionados considerados en este trabajo de investigación son el PCM - PCMR; PACCM - PACCMG y PACCM - PVVG.

Para dar solución a los problemas mencionados, que pertenecen a la clase NP-Hard se requieres algoritmos que encuentren en tiempos razonables. para esto, dentro de la optimización heuristica existe una rama llamada computación Evolutiva, que se encarga de encontrar dichos algoritmos. Esta rama pertenece a un área de la inteligencia artificial que se compone de un conjunto de técnica basadas en los procesos que propuso Charles Darwin, que son la evolución y selección natural de kas especies, donde apartir de una población compuesta por diferentes suluciones que resuelven el problema de forma preogresiva, se van formando nuevas solucionesrespetendo el principio de que las soluciones mas aptas, son las que dan origen a a las nuevas poblaciones de solucion (Koza, 1999).

Una de las tecnicas utilizadas de ka computación Evolutiva es las Programación Genética donde las soluciones representan componentes elementales de programas, lo que permite que, a partir de algunas especificaciones del problema en estudio, se produzca automáticamente un algoritmo que lo resuelva. Con ello, se puede decir que es el computador el que genera la nueva solución factible. A partir de este anunciado es posible beneficiarse de heuristicas elementales para este problema de optimizacion y, de forma evolutiva, generar nuevas soliciones, Para conseguir estas nuevas soluciones, se seleccionan tales heurísticas y se combinan de manera evolutiva, para obtener una huerística genérica que pueda resolver cuelquier instancia de un problema de optimización. La combinación de heurísticas se conoce como hiper-hierística (Burke et al., 2010), la cial realiza una búsqueda en el espacio de las heurísticas, en vez de buscar en el espacio de la solución del problema. La programación genética ha generado distintos descubrimientos e inventos, donde su principal exponente, ohn Koza, a travéz de distintos experimentos, genera productos patentable electrónicos, como antenas o circuitosm entre otros (Koza, 2003). en cuanto la generación de algoritmos, se ha utilizado para resolver problemas NP-Hard como el problema de coloración de vértices (Bolton et al., 2013), problema de la mochila (Parada et al., 2015), dejado en evidencia la efectividad de esta técnica.

A pesar de los enormes esfuerzos existentes en la literatura para resolver los pares de problemas relacionados que pertenecen a los problemas difíciles, todavía existe una gran brecha para lograr que algoritmos exactos puedan ser utilizados para resolver instancias de cualquier tamaño del problema. Pocos investigadores se han preocupado de estudiar la relación que existe entre los componentes elementales de los algoritmos polinomiales y los potenciales algoritmos que existen para los problemas difíciles. Aunque la computación evolutiva, específicamente la programación genética ha sido utilizada para generar heurísticas en un concepto que es conocido como hiperheurística, no se detectan nuevos algoritmos para el problema, más bien métodos de resolución que son difíciles de comprender que generalmente están escritos en lenguaje Lisp, al partir del cual es difícil descifrar como se relacionaron esas componentes algorítmicas para dar origen a estos nuevos métodos de resolución. En consecuencia es poco conocimiento el que se puede obtener a partir de esas estructuras debido a que no fue el enfoque esencial de esos autores en su trabajo. Generar automáticamente algoritmos para problemas difíciles a partir de los componentes del problema directamente relacionado, podría transformarse en una nueva metodología de resolución que se puede aplicar y extender a todos los problemas de optimización combinatoria que pertenecen a la clase difícil.

Generar automáticamente algoritmos eficientes para problemas de optimización facilitaría el trabajo de muchas personas que manualmente buscan un heurística eficiente para un

determinado problema. La potencialidad de poder encontrar algoritmos eficientes para los problemas, en términos prácticos algoritmos que resuelven en muy corto tiempo la solución con un alto nivel de precisión tiene consecuencias enormes en el mundo de la gestión. La mayoría de los problemas que surgen en la gestión de operaciones, tales como la planificación rutas, tareas, operaciones, del procesamiento de las máquinas de un sistema productivo, entre otros. Día a día enfrentan este problema manualmente, típicamente resolviéndolos con heurísticas que provienen del mismo mundo real. Esto se debe a que las mismas herramientas computacionales para resolver estos problemas en la práctica no existen. Debido a que no es posible crear una herramienta que resuelva todos los casos posibles y de existir, sería muy cara. Los resultados de esta tesis podrían ir en directo beneficio para el desarrollo de una herramienta computacional que sea capaz de abordar pares de problemas relacionados.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los problemas seleccionados para el presente trabajo (PVV y PM-01) presentan diversos estudios en la literatura, a pesar de esto siguen siendo un desafío computacional. Entre los estudios relacionados existen algunos que utilizan la PG de forma tradicional, sin embargo, no existen estudios que comparen los métodos de PG tradicional con PG utilizando co-evolución.

Para el desarrollo de este estudio se analiza el comportamiento de la generación de algoritmos basados en diversas heurísticas para ambos problemas utilizando las técnicas de PG tradicional y PG con co-evolución. Para el desarrollo de éstos, surgen diversas preguntas que son consideradas como parte de este trabajo, entre ellas: ¿los algoritmos generados por ambos métodos pueden resolver los problemas?, ¿estos algoritmos son eficientes?, ¿cómo afecta al desempeño computacional de los algoritmos generados los grupos de instancias de adaptación?, ¿cómo afecta al desempeño computacional de los algoritmos generados la función de evaluación?, para finalmente preguntar ¿es mejor el método de PG con co-evolución que el de PG tradicional?.

1.3 SOLUCIÓN PROPUESTA

1.3.1 Características de la solución

Como ya se ha mencionado, la PG requiere que se determinen distintas variables que se ajustan a medida que se van realizando pruebas y se revisan resultados generados. Estas variables son los terminales a utilizar para este problema, las funciones básicas que utilizan los problemas, la función objetivo que calcula cuan bueno es el programa que se está evaluando (en base a las soluciones óptimas conocidas por la literatura). Además, se ajustan los porcentajes con que los individuos se cruzan, mutan y los métodos de selección que existen.

Para llevar a cabo todo esto se realiza un programa en Java donde se representan todas las fases ya mencionadas. Este programa utiliza bibliotecas que hacen más fácil ciertos métodos y procedimientos. La biblioteca utilizada para el desarrollo del experimento es la ECJ, la cual es una de las librerías más utilizadas en la literatura (Arcuri & Yao, 2014).

La entrada del programa son archivos de texto que contienen casos de prueba de los problemas PM-01 y PVV, los que son utilizados por los métodos descritos para generar archivos de salida que contienen el detalle del proceso realizado. La solución definitiva se logra vislumbrar después de realizar pruebas y revisiones de acuerdo al comportamiento que se observa durante el desarrollo del experimento. Esto se debe a que una de las características de una solución entregada por la PG, es que no se puede predecir la forma correcta con la que se debe abordar un problema, más bien se obtienen resultados preliminares que deben ser ajustados. Finalmente, la solución está dada por un estudio que permita a cualquier investigador comprender el comportamiento de los algoritmos obtenidos mediante PG, utilizando co-evolución en comparación a los que solo utilizan PG. La validación y estudio de los datos se realiza por medio del uso de análisis estadísticos (Derrac et al., 2011).

1.3.2 Propósito de la solución

El propósito de la solución es desarrollar un estudio de distintos tipos de problemas de alta complejidad computacional (NP-Difícil y NP-Completo) mediante la definición de terminales y funciones de carácter general, para obtener algoritmos a través de la co-evolución, los que posteriormente son estudiados y comparados con los resultados ya conocidos en la literatura con el objetivo de facilitar a investigadores el análisis del comportamiento y los resultados de este tipo de algoritmos utilizando los conceptos de co-evolución mediante la PG, con el objetivo de entregar de forma justificada cómo la co-evolución afecta a los resultados de los algoritmos obtenidos mediante el uso de la PG.

1.4 OBJETIVOS Y ALCANCES DEL PROYECTO

1.4.1 Objetivo general

El objetivo de este trabajo es obtener un conjunto de algoritmos que permitan resolver los problemas del PVV y PM-01 mediante el uso de PG con co-evolución y otro conjunto de algoritmos utilizando PG tradicional. Estos algoritmos son utilizados para analizar el comportamiento y los resultados que éstos provean, evaluando y analizando los resultados del conjunto de algoritmos donde se utiliza co-evolución en comparación a los obtenidos sin el uso de co-evolución.

1.4.2 Objetivos específicos

- Realizar un estado del arte y revisión de la literatura sobre los conceptos relacionados a los métodos y los problemas utilizados.
- Diseñar un programa utilizando PG en la plataforma ECJ (*A Java-based Evolutionary computation Research System*) e implementar los parámetros correspondientes, es decir,

un conjunto de terminales y un conjunto de funciones de alto nivel que permitan conectar los diferentes terminales y que cumplan con las propiedades de suficiencia y clausura para el PVV y PM-01.

- Seleccionar y evaluar conjuntos de instancias de entrenamiento y otros de evaluación para PVV y PM-01.
- Diseñar y realizar diversos experimentos computacionales para generar un conjunto de algoritmos de forma automática que resuelvan los problemas del PVV y PM-01 utilizando PG y co-evolución y otro que sólo utilice PG.
- Seleccionar un conjunto de algoritmos de alto desempeño, entendiéndose éstos por algoritmos que entreguen solución óptima o una aproximación a ésta, para posteriormente analizar los algoritmos obtenidos y compararlos midiendo su calidad (soluciones eficientes con un error igual o menor al obtenido en trabajos similares) al evaluarlos con un conjunto de instancias variadas de los problemas a estudiar.

1.4.3 Alcances

El programa resultante de este trabajo entrega algoritmos que permiten resolver el PVV y PM-01, no considerando otros similares ni variantes de éstos. Esto debido al método de solución escogido, donde la solución se especializa en estos problemas.

Todas las instancias de evaluación utilizadas en este trabajo son de carácter público y extraídas desde la literatura, existiendo gran cantidad y variedad de éstas. Las instancias son suficientes para realizar un estudio que permite obtener una conclusión adecuada, es decir, el número de instancias son suficientes para obtener los resultados necesarios para concluir al respecto del comportamiento de los algoritmos.

Este trabajo no está sujeto a ninguna regulación externa. Solo se somete a la impuesta por la Universidad para las tesis de postgrado.

La solución es el estudio de algoritmos que puedan resolver los problemas propuestos obtenidos mediante el uso de la PG con co-evolución y realizar una comparación con los obtenidos sin co-evolución.

Para poner a prueba cada algoritmo obtenido se evalúa un número determinado de instancias presentadas por la literatura que son intercambiadas durante las generaciones requeridas para obtener un programa mediante la PG utilizando los métodos tradicional y con co-evolución.

Como la evaluación de los algoritmos obtenidos es importante para mejorar la solución, este procedimiento se repite muchas veces, ya que se prueban distintos parámetros e instancias para la evolución y, finalmente, con los resultados obtenidos se decide la solución definitiva. Estas pruebas se realizan de forma iterativa dentro de lo que dure la planificación establecida para el desarrollo de esta tesis, que consta preliminarmente de 623 horas.

Los resultados obtenidos por los algoritmos generados buscan obtener buenas soluciones, idealmente óptimos o cercanos a éste. Sin embargo, no se asegura que los resultados de este trabajo alcancen siempre soluciones óptimas.

1.5 METODOLOGÍAS Y HERRAMIENTAS UTILIZADAS

1.5.1 Metodología de trabajo

La metodología para desarrollar el presente trabajo se basa en los siguientes objetivos: desarrollar, medir y evaluar la experiencia. El proceso a seguir para lograr estos objetivos consiste en las siguientes tres etapas:

- Desarrollo y obtención del conjunto de algoritmos. Para el desarrollo del programa necesario para obtener los algoritmos a evaluar, se utiliza el método propuesto por Riccardo Poli para utilizar la PG. De acuerdo a Poli, para resolver un problema aplicando PG, se debe tomar algunas decisiones; estas decisiones se llaman a menudo los pasos preparatorios (Poli et al., 2008). Estos 5 pasos son:
    1. Conjunto de terminales: entradas externas al programa, funciones sin argumento y constantes.
    2. Conjunto de funciones: son funciones definidas de acuerdo al dominio del problema. Éstas deben cumplir ciertos criterios:

- Clausura: se refiere a que una función u operador debería ser capaz de aceptar como entrada cualquier salida producida por cualquier función u operador del conjunto de no terminales.
- Suficiencia: hace referencia al hecho de que el poder expresivo del conjunto de no terminales debe bastar para representar una solución para el problema en cuestión.

3. Función de evaluación o *fitness*: se definen inicialmente las instancias de datos con que será evaluado el problema y en base a éstos, se definen funciones que midan el rendimiento y comportamiento de los resultados.
4. Parámetros de la PG: se definen los parámetros propios de la PG, los principales son: tamaño de la población, porcentaje de mutación y cruzamiento, casos de *fitness*.
5. Criterio de término y diseño de la solución: se definen los parámetros asociados a la cantidad de generaciones que se deben correr y cuando éstas deben detenerse o un resultado al que se espera llegar para obtener la solución.

- Desempeño computacional de los algoritmos: esta etapa mide la calidad de los algoritmos generados por el proceso evolutivo y que son seleccionados para ser estudiados. En este caso, la calidad de un algoritmo se determina a partir de su capacidad para encontrar buenas soluciones con instancias distintas a las utilizadas durante el proceso evolutivo y evaluar sus resultados numéricos a fin de determinar qué tan buenos son realmente.
- Evaluación: consiste en comparar los algoritmos con otras técnicas. Estas técnicas son las propuestas por Derrac (Derrac et al., 2011), donde se utiliza una serie de evaluaciones estadísticas para comparar el rendimiento de algoritmos como los que se obtienen en el desarrollo de este trabajo. Se busca concluir si los algoritmos utilizando co-evolución son mejores que los que no utilizan co-evolución, en función de los resultados entregados.

1.5.2 Herramientas de desarrollo

En este capítulo se describen las herramientas utilizadas en los diversos experimentos, ya sea para el desarrollo, experimentación y análisis de éstos. Para ejecutar los procesos evolutivos y de evaluación de los algoritmos es necesario optar por alguna de las plataformas computacionales o librerías disponibles que proporcione la implementación de la PG. Para el desarrollo de los

experimentos de este trabajo, se ha seleccionado la librería ECJ (*A Java-Based Evolutionary Computation Research System*) en su versión número 23. Es un *framework* comunitario de desarrollo escrito en *java*. Fue diseñado para ser altamente flexible, con casi todas las clases disponibles (y todos sus ajustes respectivos). Todas las estructuras en el sistema están dispuestas para ser fácilmente modificables y son diseñadas con énfasis hacia la eficiencia. ECJ es ampliamente utilizado por la comunidad de la PG y bastante popular en la comunidad de la CE, dado que se encuentra en un desarrollo continuo (la última versión fue lanzada el 15 de junio de 2015) y cuenta con un manual actualizado, con una descripción completa de todas las características que posee y muchos ejemplos de uso de la librería (Luke, 2015).

La librería ECJ cuenta con todos los métodos necesarios para el desarrollo de los experimentos de este trabajo. Por lo que solo es necesario definir las estructuras a utilizar, funciones, terminales y establecer los parámetros correspondientes. Adicionalmente, esta librería posee integración con Graphviz (es un *software* para visualizar gráficos "*open source*"). Por lo que es posible utilizar estas herramientas en su conjunto para entregar una representación gráfica (una imagen) que es interpretada como algoritmo.

En relación al control de versiones, se utiliza la plataforma de desarrollo colaborativo *Github*, que utiliza el sistema de control de versiones de *Git*. Finalmente, con relación al desarrollo, ECLIPSE es utilizado para facilitar la integración de las librerías e IDE de *java*.

Para realizar los *test* estadísticos, se utiliza el *software* STATA. Es un paquete de *software* estadístico que permite realizar todos los *test* propuestos por Derrac (Derrac et al., 2011).

Todos los experimentos realizados son ejecutados en un equipo con sistema operativo Windows 10, con un procesador AMD Phenom™ X6 1090T 3.20 Ghz, memoria RAM de 8 GB y 350 GB de disco solido disponibles aproximados (Samsung SSD 850 EVO).

1.6 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

El presente documento se encuentra dividido en varios capítulos. El contenido de cada uno de éstos se encuentra descrito a continuación:

- Capítulo 2 (Aspectos teóricos y revisión de la literatura): presenta los aspectos teóricos básicos necesarios para la comprensión del presente trabajo. Adicionalmente, se realiza

una revisión de la literatura asociada al trabajo, incluyendo los métodos utilizados por otros autores, estudios sobre los parámetros e instancias, la generación automática de algoritmos, entre otros aspectos relacionados.

- Capítulo 3 (Diseño y procedimiento del experimento): se describe la metodología a utilizar para el desarrollo del trabajo y el diseño del experimento, especificando las semejanzas y diferencias entre los métodos a utilizar y las consideraciones para cada uno de éstos.
- Capítulo 4 (Diseño del experimento PM-01): en este capítulo se especifican los aspectos del diseño específicos al problema de la mochila binaria.
- Capítulo 5 (Diseño del experimento PVV): en este capítulo se especifican los aspectos del diseño específicos al problema del vendedor viajero.
- Capítulo 6 (Resultados): son presentados los resultados de cada uno de los experimentos del trabajo junto a un análisis.
- Capítulo 7 (Discusión de los resultados): se presentan las discusiones y análisis de los resultados, abordando sugerencias y propuestas para futuros trabajos.
- Capítulo 8 (Conclusiones): en este capítulo se escriben las conclusiones del trabajo, donde se habla de si los objetivos fueron cumplidos y si la hipótesis es aceptada o rechazada.

CAPÍTULO 2. ASPECTOS TEÓRICOS Y REVISIÓN DE LA LITERATURA

En esta sección se abarcan los aspectos relacionados al conocimiento general para la comprensión del presente trabajo (aspectos teóricos) y la revisión de la literatura asociada al trabajo presentado en esta tesis. Para realizar un análisis de la Programación Genética aplicada a problemas NP-Completo es necesario conocer la base teórica de ésta. Para ello, se exponen los conceptos fundamentales de la computación evolutiva y la Programación Genética. La sección 2.1 se centra en explicar aquellas partes fundamentales al tema que se trata en esta tesis. De la revisión de la literatura se desprende lo presentado en la sección 2.2.

2.1 ASPECTOS TEÓRICOS

2.1.1 Computación Evolutiva

A lo largo de la historia, la adaptabilidad de un organismo a un medio en constante variación ha sido la clave para la supervivencia y la evolución (Darwin 1968). Así nace la computación evolutiva (CE), cuyo principio propone el mismo concepto de supervivencia y transformacion.

Los acontecimientos a los que un organismo se ve sometido conforman la selección que el medio impone sobre éste, y junto a su comportamiento determinan la adaptabilidad del individuo frente a la demanda variable a la cual es expuesto, siendo capaz incluso de encontrar las maneras mas extraordinarias para lograr su objetivo.

Se considera entonces que la evolucion consta de dos fases o etapas:los acontecimientos o variables aleatorias de los organismos y su posterior selección.

Los principios de la CE y sus algoritmos de optimización son la selección impuesta sobre una población inicial de individuos cuyos problemas son creados a partir de soluciones obtenidas al azar o con conocimiento del asunto en cuestión. El resultado de la selección determina una función objetivo (*fitness*), cuyo proceso reiterarivo concluye en generaciones donde quedan los

individuos mejor catalogados mediante la reproducción,la selección, cruzamiento y mutación.

La reproducción supone la transferencia del código genético de cada individuo a su descendencia, donde la capacidad reproductiva de las especies es enorme y el número de individuos podría incrementarse exponencialmente si todos sus individuos se pudieran reproducir con éxito simultáneamente, es por eso que existe una probabilidad de que la reproducción se lleve a cabo de forma exitosa. La mutación sucede debido a que los errores en la replicación durante el proceso de transferencia de información genética son inevitables, además de ser necesario incluir variabilidad en las especies. La selección es el resultado de la reproducción de las especies en un medio de competencia dentro de un espacio físico finito donde no hay espacio o recursos para todos y quienes sobreviven son los más aptos.

En la Figura 2.1 se muestra la estructura general de la computación evolutiva, donde se destacan los componentes más importantes de ésta. Estos componentes son: representación (definición de individuos), función de evaluación (o función de *fitness*), población, operadores de variación, cruzamiento, mutación y mecanismo de supervivencia (selección).

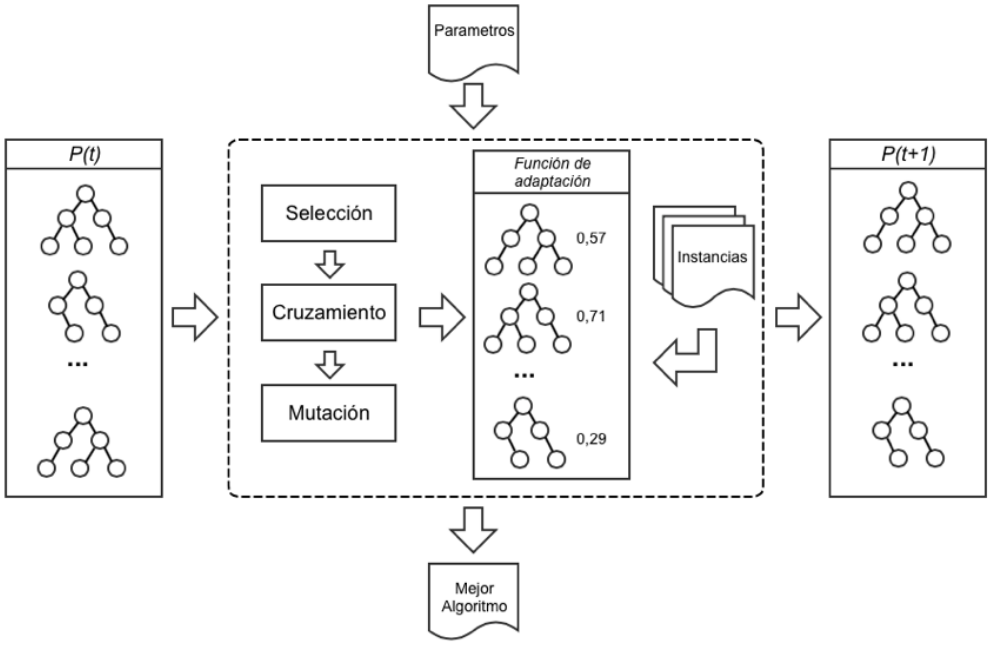


Figura 2.1: Estructura general de la computación evolutiva (Contreras Bolton et al., 2013).

Los componentes principales para la CE son:

Representación es una representación del problema a tratar en el mundo real, esto quiere decir que debe existir coherencia entre el espacio de solución a recorrer y el problema en si, para posteriormente poder interpretar la solución producida por la evolución.

Población Son los individuos que se encuentran en una generación. Se les llama individuos a posibles candidatos que pueden dar solución al problema que se quiere resolver. La población compone la unidad de evolución, donde los individuos se mantienen estáticos, mientas que la población va cambiando.

Inicialización El objetivo es generar la población inicial, la cual puede ser de forma aleatoria o utilizando alguna heurística. Generalmente,se utiliza la generación aleatória, ya que es la propia CE la que se encargará de mejorar a los individuos.

Función de mejora o *fitness* Es la encargada de medir la aptitud de un individuo de la población (poli et. al 2008). Esta función permite discriminar quienes son los individuos que pasarán a las siguientes generaciones y quiénes no. Es así, dependiendo del problema, la evolución toma una tendencia de maximizar o minimizar, y va guía a generar buenas soluciones.

Operadores de variación Los operadores permiten generar nuevos individuos a la población a partir de los ya existentes. Su objetivo principal es recorrer nuevas y mejores soluciones no producidas en las generaciones anteriores, con el fin de resolver el problema planteado de la mejor forma.

Los operadores clasicos se destacan tres: cruzamiento, mutación y selección (Falkenauer,1998).

El cruzamiento Es una operación binaria que permite el intercambio de material entre dos individuos, teniendo como resultados, dos nuevos individuos con información híbrida en cada uno.

La mutación Opera sobre un individuo, y se aplica para generar diversidad de población.

La selección Se encarga de obtener la cantidad de los mejores individuos que sobrevivirán al proceso.

Criterio de parada : Los criterios de parada se pueden diferenciar en dos casos. El primero es conocer el valor óptimo de la solución y que éste sea alcanzado. El segundo puede ser que se han acabado los recursos tales como el máximo tiempo de CPU, un periodo de tiempo, no hay variación en la población, etc. Dentro de la computación evolutiva, existen diversos métodos que utilizan este concepto de una forma más específica de acuerdo a su representación. En el artículo (Kouchakpour et al., 2009) se presenta una de las clasificaciones, que se pueden realizar de las variantes de CE. Ésta puede ser vista en la Figura 2.2.

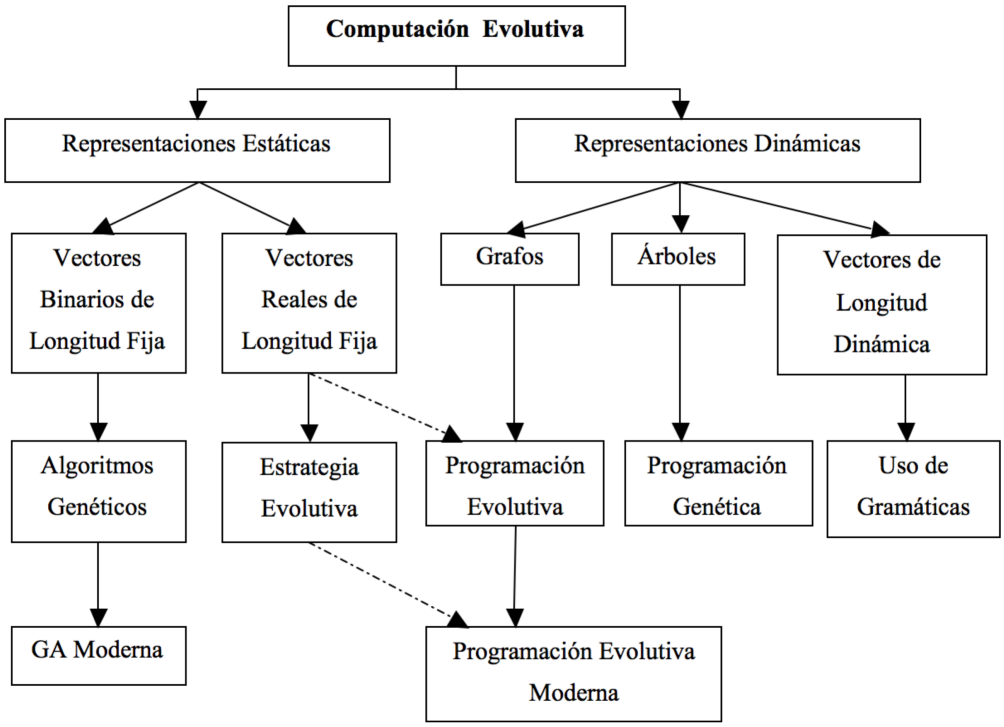


Figura 2.2: Métodos de la CE basados en el tipo de representación (Kouchakpour et al., 2009).

2.1.2 Programación Genética

Una de las tareas más desafiantes de la ciencia de la computación, consiste en que un computador pueda dar solución a problemas sin la necesidad de ser programados de manera explícita. Samuel (1959) declaró:

¿Cómo pueden los computadores aprender a resolver un problema, sin ser programados

explícitamente para ello? En otras palabras, ¿Cómo pueden los computadores hacer lo que tiene que hacer, sin explicitar exactamente cómo tiene que ser hacerlo?

La Programación Genética (PG) es una técnica de Computación Evolutiva que mediante la generación de código computacional, es capaz de resolver problemas automáticamente, sin la necesidad de que un usuario especifique o conozca la estructura de la solución (Poli et al., 2008). A pesar de no poder garantizar los resultados por ser esencialmente un proceso evolutivo, ha sido muy exitosa y se han encontrado formas inesperadas de resolver problemas (Holland, 1975).

En la PG, el proceso evolutivo comienza con una población inicial generada aleatoriamente, la cual es representada por programas computacionales, donde cada individuo es ejecutado y evaluado en virtud de su medida de adaptación frente a un conjunto de casos de prueba propios del problema. Esto se puede apreciar en la figura XX que presenta el diagrama de flujo de los pasos básicos de la PG.

La PG posee tres operadores genéticos, basándose en la selección natural de Darwin, la superviviencia del más apto (operador de selección),la reproducción (operador de cruzamiento) y la mutación. Los operadores se utilizan para crear las nuevas generaciones de individuos que reemplazarán las anteriores (Poli et al., 2008). Generalmente la solución inicial tiene una muy mala calidad, pero algunos individuos serán más aptos que otros. Estas diferencias de adaptación que presenta cada individuo son explotadas a través de las generaciones, y lentamente aquellas caracteristicas individuales que ayudan a resolver el problema, se harán mas comunes en la población. Este funcionamiento se puede ver apreciado en el Algoritmo 2.1

Algoritmo 2.1: Programación genética

1: *Generar Población Inicial aleatoria*
2: **while** *La condición de término sea verdadera* ***do***
3: Ejecutar cada programa y determinar su *fitness*
4: Seleccionar uno o dos individuos-programas de la población para participar en las operaciones genéticas.
5: Crear nuevo programa mediante la aplicación de las operaciones genéticas
6: ***end while***

Para resolver un problema utilizando la PG, Koza (1992) define cinco pasos, los cuales se detallan a continuación:

- *Definición del conjunto de terminales*: Permite identificar el conjunto de terminales que van a ser utilizados por los individuos en la población. Los terminales pueden consistir en constantes que representen entradas, sensores o variables de estado, funciones sin

argumento, entre otros.

- *Definición del conjunto de funciones*: Permite identificar el conjunto de funciones, las cuales corresponden a operaciones elementales posibles, de las que se sospecha puedan intervenir en el cómputo de alguna solución, tales como operaciones aritméticas ($+$,$-$,$*$,$/$), funciones matemáticas ($seno$,$coseno$,$logaritmo$), operaciones booleanas (and,or,not), operaciones condicionales (if-$then$-$else$) y funciones que causan iteraciones ($while$,for).
- *Definición de la medida de aptitud*: Es la encargada de medir la aptitud de los individuos de la población para resolver un problema. La medida de aptitud varía según el problema al que se quiere dar solución. Generalmente se utiliza el error relativo.
- *Parámetros de control*: Consiste en escoger los valores de ciertos parámetros que permiten calibrar la evolución. Estos valores pueden ser la probabilidad de cruzamiento, mutación, tipo de selección, entre otros.
- *Especificar el criterio de designación de resultado y término de ejecución*: Se puede designar al mejor individuo de todo el proceso de la evolución, a los k mejores individuos de las últimas generaciones u otra alternativa que sea apropiada al problema que se quiere resolver. Para el criterio de término, se puede fijar un número máximo de generaciones o algún equivalente de éxito como un valor de evaluación de desempeño, entre otros.

Adicionalmente, para una correcta implementacion de la PG, existen dos propiedades que se deben considerar al momento de construir las funciones y terminales:

- *Suficiencia*: Las funciones y terminales utilizados deben ser suficientes para representar una solución para el problema (Koza, 1992). Si el diseño no es apropiado o suficientemente representativo, la PG no podrá encontrar una solución factible al problema planteado.
- *Clausura*: Cada función debe ser capaz de manejar de forma adecuada los argumentos que pueda recibir como entrada, estos son los posibles valores retornados por otras función definida en el conjunto y cualquier valor o tipo de dato que sea alcanzable desde el conjunto de terminales (Koza, 1992). La clausura no es una propiedad indispensable, en los casos que no se puede garantizar, se debe utilizar alternativas tales como, la eliminación de individuos o la penalización sobre su medida de aptitud cada vez que algún individuo contenga alguna construcción infactible.

A partir de la última década del siglo XX, la PG ha sido considerada como un método ”humano competitivo”para la resolución de problemas. Las principales razones de esta clasificación

se debe a que la mayoría de los problemas planteados en inteligencia artificial, aprendizaje automático y sistemas adaptativos pueden ser formulados como una búsqueda de programas computacionales, y la técnica de PG entrega una forma satisfactoria de guiar la búsqueda en el espacio de programas computacionales (Affenzeller, 2001).

Turing, en el año 1948, advirtió correctamente que una posible aproximación a la inteligencia artificial incluiría un proceso evolutivo, donde un programa computacional (material hereditario) sea sometido a una modificación progresiva (mutación) bajo la dirección de la selección natural (Koza & Poli, 2005).

Un resultado generado por un método automatizado puede ser clasificado como “humano competitivo”, independiente del hecho de que sea generado de forma automática. Sin embargo, un resultado humanamente competitivo obtenido debe tener un cierto grado de complejidad, es por esto que un resultado generado por un método automatizado que resuelve un *“toy problem”* (por ejemplo, las torres de Hanoi, apilamiento de bloques, caníbales y misioneros), no sería considerado como “humano competitivo”, debido a que la solución no es publicable como un nuevo resultado científico, sólo es de interés porque fue creado de forma automática.

Así, según Koza (Koza et al., 2003), una solución generada automáticamente para un problema es humanamente competitiva si ésta satisface uno o más de los ocho criterios que se muestran en la Tabla 2.1.

La obtención de resultados humanamente competitivos ha incentivado el crecimiento del campo de la computación genética y evolutiva, esto se debe a que la obtención de estos resultados depende del progreso, desarrollo y perfeccionamiento de los métodos de búsqueda genéticos y evolutivos. No obstante, a medida que resultados humanamente competitivos sean generados, irán apareciendo problemas más desafiantes.

Tabla 2.1: Criterios para un resultado “humano-competitivo” (Koza et al., 2003).

Nº	Criterio
A	El resultado fue patentado como un invento, es una mejora de una invención patentada, o podría calificar como una nueva invención patentable.
B	El resultado es igual o mejor que un resultado científico aceptado y publicado en una revista científica.
C	El resultado es igual o mejor que un resultado que fue colocado en una base de datos o archivo de resultados y gestionada por un panel internacional de expertos científicos reconocidos.
D	El resultado es publicable como un nuevo resultado científico, independiente del hecho que fue creado mecánicamente.
E	El resultado es igual o mejor que un resultado reciente de un problema que ha tenido sucesivos resultados cada vez mejores.
F	El resultado es igual o mejor que un resultado que se consideró un logro en su campo en el momento en que fue descubierto.
G	El resultado soluciona un problema de dificultad indiscutible en su campo.
H	El resultado está entre los mejores o gana una competencia regulada que incluye participantes humanos.

2.2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.2.1 Generación automática de algoritmos

La generación automática de algoritmos (GAA) ha sido utilizada los últimos años para resolver distintos problemas de optimización combinatoria. En este proceso, los algoritmos pueden ser generados mediante el uso de hiper-heurísticas que poseen estructuras que permiten ser interpretadas como algoritmos. Se pueden encontrar varios trabajos que utilizan la PG para realizar la GAA (Contreras Bolton et al., 2013; Drake et al., 2014; Parada et al., 2015).

El proceso para diseñar hiper-heurísticas que permitan obtener una solución a un problema de optimización combinatoria consta de tres fases (Ahandani et al., 2012). La primera corresponde a la formulación matemática del problema. La segunda fase es el diseño de heurísticas de bajo nivel que permitan entregar una solución apróximada al problema. Y la tercera fase procesa, por medio de una hiper-heurística, diferentes combinaciones de las heurísticas definidas en la segunda fase. El proceso de selección de heurísticas se puede realizar a través de métodos de

adaptación que buscan los mejores resultados en el espacio de soluciones de acuerdo con una medida de rendimiento (Parada et al., 2015).

2.2.2 Heurísticas y meta-heurísticas

En la actualidad, para resolver problemas computacionalmente complejos es necesario desarrollar algoritmos más avanzados. Los algoritmos exactos suelen requerir una gran cantidad de tiempo debido al tamaño del espacio de soluciones factibles. Para solucionar éste problema, han sido desarrollados los algoritmos aproximados, que, mediante el uso de heurísticas y meta-heurísticas, permiten encontrar soluciones que se acercan a una mejor solución. Los algoritmos heurísticos utilizan funciones especiales, las que están diseñadas para encontrar el espacio de soluciones de forma inteligente.

En la Figura 2.3 se muestra la clasificación de diferentes problemas de optimización, los cuales están divididos en dos categorías: algoritmos exactos y algoritmos aproximados (Desale et al., 2015).

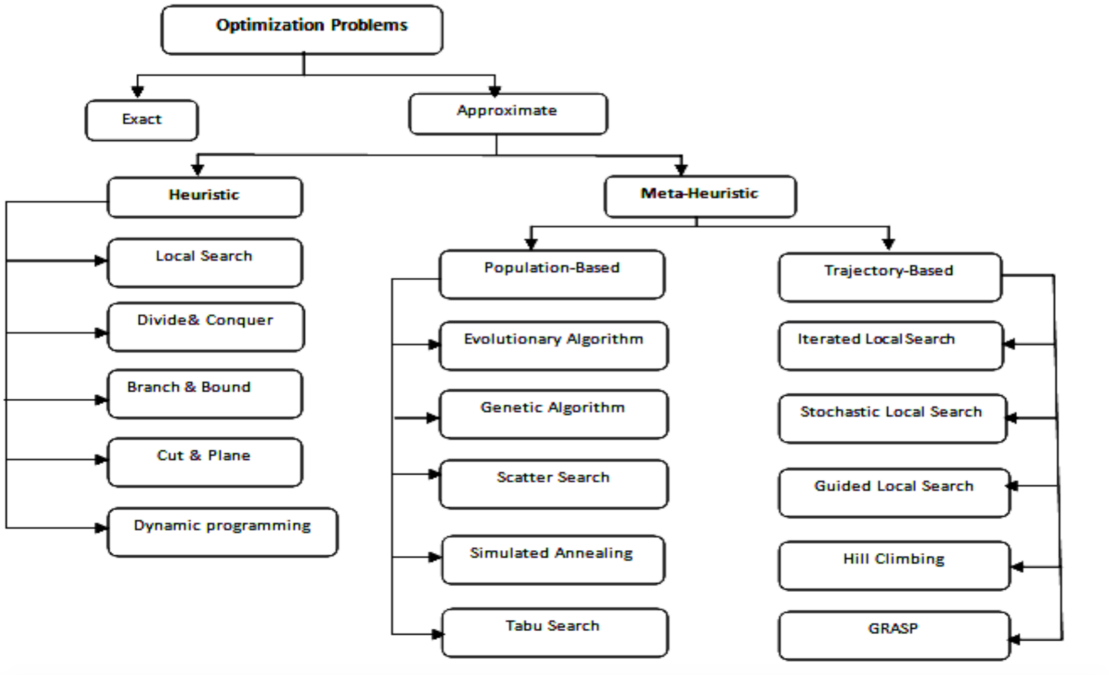


Figura 2.3: Métodos utilizados para resolver problemas de optimización (Desale et al., 2015).

Los algoritmos meta-heurísticos son el proceso de generación iterativo que guía una heurística para explorar y explotar el espacio de búsqueda.

Las heurísticas y meta-heurísticas son utilizadas para encontrar una solución óptima en un espacio de búsqueda discreto en problemas de optimización combinatoria. Un ejemplo es el problema del vendedor viajero, donde la búsqueda del espacio de soluciones factibles crece exponencialmente en función del tamaño del problema aumenta, lo que hace inviable la realización de una búsqueda exhaustiva de la solución óptima (Desale et al., 2015).

2.2.3 Hiper-heurísticas

El término de hiper-heurística fue utilizado por primera vez en el año 2000 para lograr describir una heurística que escoge heurísticas en el contexto de la optimización combinatoria. Mientras que la automatización del diseño de heurísticas se remonta a la década de 1960. La definición de hiper-heurísticas se refiere a un método de búsqueda o mecanismo que permite seleccionar o construír la heurística que resuelve problemas de búsqueda de cálculo de aprendizaje. Se pueden diferenciar dos categorías: la selección de heurísticas y la generación de las mismas. La características de las hiper-heurísticas es que operan en un espacio de búsqueda de una heurística y no directamente en el espacio de búsqueda de soluciones del problema en cuestión (Burke et al., 2013).

El proceso para generar algoritmos en forma automática puede entenderse como una hiper-heurística, o como una metodología, cuando la generación automática de algoritmos se realiza mediante el uso de la programación genética y definición del proceso evolutivo. En ambos casos existen elementos comunes que permiten generar artefactos que resuelvan el problema en estudio, un proceso de mejora guiado por una función objetivo, entre otros. El proceso de generación de algoritmos busca obtener una estructura que se expresa mediante un árbol sintáctico y luego se decodifica para su posterior comprensión e interpretación. El objetivo del proceso es poder extraer conocimiento nuevo para recrear los algoritmos existentes en la literatura. Además, la GAA permite generar algoritmos que contemplen el uso de las mejores heurísticas o algoritmos existentes para el problema. Mientras que las hiper-heurísticas son utilizadas para resolver en forma eficiente el problema sin necesidad de realizar una interpretación del resultado obtenido (Burke et al., 2013).

2.2.4 Instancias

————————————-((PENDIENTE))————————————

Durante los últimos años, se han desarrollado cada vez algoritmos más sofisticados para problemas de optimización. Estos algoritmos incluyen distintos métodos o técnicas, los que son sometidas a estudios experimentales que tienen por objetivo determinar que algoritmo obtiene un mejor rendimiento, usualmente éstos se basan en conjuntos de instancias públicas. El teorema de *no free lunch* (NFL) dice que no existe un algoritmo que sea superior a todos los demás algoritmos en todas las instancias posibles de un problema. Si un algoritmo se declarase como mejor que otro conjunto de algoritmos, entonces es posible esperar que existan instancias que aún no han sido probadas. Es por esto que una de las claves para poder realizar un correcto estudio es caracterizar las instancias del problema de acuerdo a su dificultad y al espacio de soluciones que las representa (Smith-Miles & Lopes, 2012).

Las características más sencillas de una instancia para un problema de optimización son las que se definen como parte de la sub-clase de la instancia: características como el número de variables y restricciones, o si las matrices que almacenan los parámetros son simétricas, etc.

Para el PVV, una forma de clasificar las instancias es mediante la distribución de costos que posee (distancias entre los nodos o ciudades), donde se muestra el número de valores distintos que poseen las distancias (Smith-Miles & Lopes, 2012). Las instancias a utilizar para este problema, son obtenidas de la TSPLib (Reinelt, 1991). Esta librería contiene instancias ampliamente utilizadas en la literatura, las que en su totalidad cuentan con su valor óptimo y, en algunos casos, con una posible solución.

La clasificación para las instancias del PM-01 ha sido altamente estudiada por Pisinger. La clasificación más común es la realizada en base a la relación que poseen el beneficio y peso de cada uno de los ítems de una instancia, donde propone una variedad de grupos. Estos grupos poseen características desde una igualdad beneficio-peso hasta grupos donde no existe relación alguna entre éstos. Adicionalmente, es propuesta una clasificación con relación a las magnitudes de los valores que pueden alcanzar los elementos (Pisinger, 2005). Las instancias a utilizar para este problema son las utilizadas por Pisinger (Pisinger, 2005).

2.2.5 Revisión de la literatura para PCMR

El PCMR, que pertenece a la clase NP-Hard (Joksch, 1966), consiste en encontrar un camino o cadena de aristas P_{cad} desde un vértice inicial v_s perteneciente a *V*, a un vértice final v_e también perteneciente a *V*, que minimice el costo total de aristas en P_{cad} y que además la suma de los recursos o pesos de cada aristas no exceda un máximo de recurso a consumir denotado *W* (Dumitrescu & Boland, 2001). Su formulación matemática es la siguiente:

$$min \sum_{i,j \in A} c_{ij} x_{ij} \tag{2.1}$$

$$sujeto \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} - \sum_{k:(k,i)\in A} x_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = v_s \\ 0 & \text{si } i = 2, ...n-1 \\ -1 & \text{si } i = v_e \end{cases} \tag{2.2}$$

$$\sum_{i,j:(i,j)\in A} w_{ij} x_{ij} \leq W \tag{2.3}$$

$$x_{ij} / x_{ij} \in \{0, 1\}, (i,j) \in A \tag{2.4}$$

La ecuación (2.2) da a conocer que debe ser una cadena conexa desde el nodo inicial v_s a v_e, y la ecuación (2.3) plantea que la suma de los pesos de las aristas consideradas en el camino no debe sobrepasar el peso W (Santos et al., 2007).

Las estrategias utilizadas para el PCMR se pueden clasificar en dos categorías principales, programación dinámica y relajación lagrangiana. Los métodos basados en la programación dinámica también se conocen como *label setting* o *label correcting*. Una de las características de este tipo de algoritmos es que en instancias de tamaño razonable, pueden ser muy veloces; sin embargo, para redes que pueden tomar dimensiones muy grandes podrían dejar de ser una buena alternativa, esto debido a que el número de etiquetas que deben ser almacenadas puede ser muy grandes y como consecuencia pueden ser imposibles de manejar.

Uno de los primeros algoritmos pertenecientes a esta categoría fue propuesto por Joksch (1966), el cual fue extendido por Dumitrescu & Boland (2003), comparandse con tres algoritmos Dumitrescu & Boland (2001); Hassin (1992); Lorenz & Raz (2001) a los que supera en término de

tiempo computacional y requisitos de memoria. Los autores afirman también que la integración entre las técnicas de relajación langrageana y pre-procesamiento podrían mejorar el tiempo de ejecución.

Posteriormente, se presentan un enfoque de etapas para abordar el camino mínimo con un conjunto de restricciones o recursos (PCMG) Zhu & Wilhelm (2012). Para ello se propone un algoritmo pseudopolinomial llamado TSA en tres etapas: la primera es un pre-procesamiento de las instancias reduciendo los arcos y los vértices, disminuyendo el espacio de búsqueda, el segundo es un proceso de *setup* para transformar el PCMG a un PCM, el tercero es un procesamiento iterativo de búsqueda. El TSA es comparado con CPLEX (REFERENCIA FALTANTE) y con el algoritmo *label setting* (Dumitrescu & Boland, 2003) para cuatro tipos distintos de problemas, mostrando abordar de forma eficaz los casos de prueba, pero el tiempo de ejecición aumenta a medida que los problemas se van haciendo más grandes en cantidad de nodos y conjunto de recursos.

El segundo enfoque para dar solución al PCMR se basa en el uso de la relajación lagrangiana para resolver la formulación de programación entera del problema. La eficiencia de este enfoque se basa en la eficacia de los algoritmos de ruta más corta sin restricciones subyacentes. Un algoritmo exacto para el problema PCMR basado en relajación Langragiana al cual es denotado como LRA (lagrangian relaxation algorithm)(Santos et al., 2007). El LRA se compara con métodos de *k-shortest path* y con métodos de relajación langragiana, ambos introducidos por Handler & Zang (1980). Los resultados de estas pruebas indican que el LRA puede abordar grandes problemas teniendo ventajas sobre los otros métodos en términos de tiempo computacional y en el uso de memoria. Sin embargo, los autores comparan su algoritmo sólo con Handler & Zang (1980), y no con los algoritmos mejorados de (Dumitrescu & Boland, 2003).

Luego, se expone un nuevo algoritmo basado en relajaciones Langragianas con enumeraciones de caminos mínimos al cual denominan LRE (*lagrangian relaxation and enumeration*), el cual se sostiene en técnicas de pre-procesamientos (Carlyle et al., 2008). En el trabajo se utiliza cuatro grupos de casos de prueba y se compara con el *label setting* (Dumitrescu & Boland, 2003), donde el LRE resuelve hasta el doble de casos que el *label setting* en un tiempo de 30 minutos. Sin embargo, existen casos que el LRE no supera al *label setting*, debido a la existencia de grandes distancias entre las cotas inferiores y superiores, teniendo un tiempo de ejecución más prolongado. Mientras que en el 2009, se da a conocer un enfoque Langragiano dual al cual se denomina eliminación agresiva de costos (AEE) (Muhandiramge & Boland, 2009). Consiste en una versión modificada del algoritmo expuesto por (Carlyle et al., 2008). AEE se compone

de dos etapas principales: primero relaja el problema con métodos duales Langragianos con iteraciones, todo ello mediante la restricción de pesos con pasos de pre-procesamiento, después, aborda el problema basándose en las cotas de la red ya reducida por el pre-procesamiento. Se da a conocer que se podrían mejorar los resultados siempre y cuando se encuentren buenos parámetros iniciales, como las cotas iniciales o múltiplos iniciales, lo cual no se investigó en el artículo científico.

Posteriormente, se propone un método exacto llamado *Pulse* que maneja redes de gran escala para el problema del PCMR (Lozano & Medaglia, 2013), encontrando mejores resultados en los 180 casos propuestos en la literatura, respecto al algoritmo de Santos et al. (2007), logrando aceleraciones de hasta 60 veces. También supera favorablemente al algoritmo propuesto por Dumitrescu & Boland (2003), logrando aceleraciones de hasta 900 veces con las dos series de casos propuestos para el problema.

En uno de los últimos trabajos se propone un modelo mejorado llamado Ameba para abordar el problema del PCMR (Zhang et al., 2013). El modelo Ameba consiste en un conjunto de tubos interconectados que emulan a esta bacteria, y que posteriormente, construyen un modelo matemático (Nakagaki et al., 2001). Para resolver el problema, adaptan el modelo de Ameba al problema de PCMR y después integran un proceso de relajación Langragiana. Se afirma que el método es capaz de abordar problemas del PCMR, pero sólo con los casos de selección de rutas en redes de transporte y de computadora propuestos en su investigación.

2.2.6 Revisión de la literatura para PACMG

El PACMG, que pertenece a la clase NP-Hard (Dror et al., 2000), consiste en un grafo no dirigido cuyos nodos son divididos en k clúster, para determinar un árbol de cobertura de costo mínimo que incluya sólo un vértice de cada cluster. Se define matemáticamente por un grafo no dirigido $G = (V, E)$ de n vértices, m aristas y $V_1, ..., V_k$ una división de V en k subconjuntos (clúster), donde, $V_1 \cup V_2 \cup V_3 .... \cup V_k$ con $V_l \cap V_s = \Phi \ \ \forall j, s \in \{1, ..., s\} \ \ y \ \ l \neq s$. Las aristas son definidas sólo entre vértices que pertenecen a clusters diferentes, el costo de una arista $e = (i, j) \in E$ está dado por e_{ij}.

Su formulación matemática propuesta por Pop (2002) es la siguiente:

Considerando,

$$\text{mín} \sum_{i,j \in A}^{m} c_{ij} x_{ij}$$

$$x_e = x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Sí la arista } e = (i,j) \in E \text{ es incluye en la solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{Sí el nodo } i \text{ es incluye en la solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Sí el arco } (i,j) \in A \text{ es incluido en la solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Se utilizan las notaciones vectoriales $x = (x_{ij})$, $z = (z_i)$, $w = (W_{ij})$ y la notación $x(E') = \sum_{\{i,j\} \in E'} x_{ij}$, para $E' \subseteq E$, $z(V') = \sum_{i \in V'} z_i$, para $V' \subseteq V$ y $w(A') = \sum_{(i,j) \in A'} w_{ij}$, para $A' \subseteq A$

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & \textstyle\sum_{e \in E} c_e x_e && && (2.5) \\
s.t. \quad & z(V_k) = 1 && \forall k \in K = \{1, \ldots, k\} && (2.6) \\
& x(E(S)) \leq z(S - i) && \forall i \in S \subset V, 2 \leq |S| \leq n - 1 && (2.7) \\
& x(E) = k - 1 && && (2.8) \\
& x_e \in \{0, 1\} && \forall e \in E && (2.9) \\
& z_i \in \{0, 1\} && \forall i \in V && (2.10)
\end{aligned}$$

La ecuación (2,6) asegura que exactamente n vértice es seleccionado desde cada clúster, la ecuación (2,7) impide que existan ciclos, y la ecuación (2,8) asegura que existan *k-1* aristas en la solución.

Este problema ha sido abordado con diversos enfoques. Uno de los enfoques en la programación entera, en los cuales se han utilizado distintas formulaciones tales como: *formulations based on tree properties*, *flow based formulations*, *formulations based on arborescence properties* y *based on Steiner tree properties* (Pop, 2009). Sin embargo, no son capaces de resolver problemas de gran tamaño y a pesar de la variedad de formulaciones, sólo algunas estrategias encuentran buenas cotas inferiores, pero el tiempo de ejecución es demasiado (Ferreira et al., 2012) o son

capaces de encontrar cotas para instancias grandes, debido a los altos recursos de memoria requeridos.

Otros enfoques para resolver el PACMG son las heurísticas constructivas y de mejora. Las heurísticas constructivas proporcionan la solución paso a paso, de manera tal, que se van añadiendo aristas a la solución hasta construir un PACMG. Típicamente, se utilizan adaptaciones de los conocidos algoritmos polinomiales de *Prim*, de *Kruskal* y de *Sollin* (Papadimitriou & Steiglitz, 1982). Las heurísticas de mejora comienzan con una solución inicial que se modifica iterativamente con el objetivo de encontrar mejores soluciones. Las primeras cuatro heurísticas propuestas para dar solución al problema (dos de mejora y dos constructivas), fueron propuestas por Dror et al. (2000), siendo la más efectiva, una de las constructivas.

Otro de los enfoques utilizados para abordar el problema es la combinación de diferentes técnicas, heurísticas y metaheurísticas. Uno de los enfoques es el de *greedy* llamado PROGRES, que es un algoritmo *greedy* aleatorio que incorpora tres técnicas de diversificación: aleatoriedad, perturbación y penalización (Haouari & Chaouachi, 2006), obteniendo un 92,5 % de resultados óptimos, de los casos de prueba que son generados al azar con un máximo de 1000 vértices y 1000 aristas.

Posteriormente, se proponen cinco heurísticas (Ferreira et al., 2012), mostrando un buen desempeño tanto en instancias de pocos vértices como en instancias de gran tamaño, en la calidad de solución y en el tiempo computacional. Además, proponen mejoras que combinan el procesamiento con una búsqueda local, mejorando las soluciones considerablemente, pero aumentando el tiempo de cómputo. Luego, se proponen seis versiones de GRASP (Talbi, 2009) que consisten en la combinación de los métodos anteriores y la técnica de *path-relinking*, lo cual aumenta el rendimiento para las seis heurísticas de GRASP, permitiendo mejorar aún más las soluciones, pero también incrementando el tiempo de cómputo.

Uno de los últimos trabajos propone combinaciones heurísticas produciendo nuevos algoritmos para el PACMG de forma automática, utilizando parte de las técnicas ya existentes en la literatura (Contreras-Bolton et al., 2016). Los algoritmos son construidos utilizando componentes heurísticos elementales, obteniendo desde los métodos descritos en la literatura, más las estructuras de control que dan forma al algoritmo, mediante el uso de la computación evolutiva, obteniendo algoritmos competitivos, en términos de la calidad de la solución obtenida con las heurísticas existentes para abordar el problema, donde se obtiene que el error promedio obtenido por el algoritmo, de los 251 casos de prueba utilizados, es más bajo que el eror promedio de las heurísticas propuestas por Golden et al. (2005) y Ferreira et al. (2012).

2.2.7 Revisión de la literatura para PVVG

El problema PVVG, que pertenece a la clase NP-Hard (Srivastava et al., 1969; AL, 1969), consiste en encontrar un recorrido en el que existen *clusters* o grupos predefinidos y el viajero debe visitar exactamente un nodo en cada *cluster* minimizando el costo total del viaje. La formulación matemática es el siguiente:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} \tag{2.11}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} = 1 \tag{2.12}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij} = 1 \tag{2.13}$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ji} - \sum_{j=1} x_{ij} = 0 \tag{2.14}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \tag{2.15}$$

Las ecuaciones (2.12) y (2.13) garantizan que cada uno de los vértices es visitada exactamente una vez , y la ecuación (2.14) asegura que no existan ciclos.

El PVVG es un problema al cual se le ha dedicado bastantes trabajos. Diversos investigadores (Noon & Bean, 1993; Laporte & Semet, 1999; Lien et al., 1993; Ben-Arieh et al., 2003) han propuesto transformar el problema en una instancia del problema del vendedor viajer (PVV). En una primera mirada, el concepto de transformar un problema que no ha sido tan trabajado a otro muy conocido, da la impresión de que se podrían obtener resultados prometedores. Sin embargo, al tratarse de una conversión, se debe lidear con aspectos técnicos que afectan los resultados. Uno de ellos, se requiere una solución exacta de la instancia PVV, debido a que una aproximación al óptimo puede representar una solución infactible para el PVVG (por ejemplo, qu la solución del PVV imprique recorrer más de un nodo por conjunto en el PVVG). Por otro lado, la estructura de las instancias del PVVG suelen ser distintas a las e los sistemas capaces de entregar una solución a instancias del PVV.

Una aproximación más eficiente para dar solución exacta al PVVG, es el algoritmo de ramificación y corte (Fischetti et al., 1995). Utilizando este algoritmo, se ha logrado obtener soluciones a varias

instancias, con un tamaño de hasta 89 grupos. Sin embargo, resolver instancias de mayor tamaño de forma óptima, es todavía una tarea muy complicada de realizar, aun con el poder de computo actual.

Posteriormente, se propone una heurística sofisticada llamada GI^3 (Generalización de inicialización, Inserción y Mejora) (Renaud & Boctor, 1998). GI^3 es una generalización de la heurística I^3 presentado por Renaud et al. (1996). Esta heurística se compone de tres fases: la inicialización, en el que se construye una solución parcial, la inserción de un nodo de clústeres no visitado a la ruta hasta que se haya completado, y una fase que mejora la solución. El autor se compara con la heurística propuesta por Fischetti et al. (1997), en la que de 36 casos utilizados GI^3 entrega una mejor solución en 20 de los 36 casos, utilizando un tiempo computacional en promedio de 83,9 segundos.

Los algoritmos evolutivos también son utilizados para resolver al PVVG, uno de ellos es un algoritmo aleatorio de clave genética (RKGA) hibridado con una búsqueda local (Snyder & Daskin, 2006). Se utiliza codificación de clave aleatoria para representar las soluciones. La ventaja de este esquema de codificación es mantener la viabilidad de las soluciones durante cruce y mutación. En un conjunto de 41 problemas de prueba estándar con distancias simétricas y hasta 442 nodos, la heurística encuentra soluciones que son óptimas en la mayoría de los casos y está dentro del 1 % del óptimo en gran parte de los problemas, exceptuando los de mayor dimensión, con tiempos de ejecución de 10 segundos en promedio.

Posteriormente, se propone un algoritmo memético, un nuevo procedimiento de cruce que se basa en *large neighborhood search* (Bontoux et al., 2010). Con el objetivo de mejorar el rendimiento, se hibridian el algoritmo con procedimientos de búsqueda local, es decir *2-opt, 3-opt, de Lin-Kernighan* y mover procedimientos. Los resultados muestran que es un algoritmo con buen rendimiento, donde los 41 casos de prueba se abordan de manera óptima y en 37 de esos casos, la solución óptima se encuentra en cada ejecución del algoritmo propuesto.

Uno de los últimos trabajos es un algoritmo evolutivo inspirado por la competencia imperialista, llamado algoritmo competitiva imperialista (ICA). ICA tiene mejor rendimiento que los algoritmos genéticos y optimización por enjambre de partículas, el cual es mejorado empleando un nuevo esquema de codificación, un nuevo método de cruce y el nuevo mecanismo de mejora de los planes de desarrollo llamado imperialistas, el cual permite que el algoritmo sea más eficaz para explorar todo el espacio de soluciones (Ardalan et al., 2015). ICA obtiene mejores rsultados en promedio en 27 casos de 53 superando el algoritmo de Snyder & Daskin (2006). En otras obras, el ICA se aplica al problema de localización cubo por Mohammadi et al. (2014), el suministro

de diseño de la red de la cadena por Devika et al. (2014), el problema de flujo de potencia con funciones de costos no lisos por Ghasemi et al. (2014), entre otros.

CAPÍTULO 3. DISEÑO DE LA EXPERIMENTACIÓN

3.1 LÓGICA DEL DISEÑO

3.2 ESTRUCTURAS DE DATOS DE LOS PROBLEMAS

Algoritmo de Prim

Algoritmo de Dijkstra

PACMG

PCMG

PVVG

3.3 IDENTIFICACIÓN DE COMPONENETES ELEMENTALES

3.3.1 Descomponiendo Algoritmo Dijkstra

El algoritmo de Dijkstra permite resolver de forma polinomial el problema del camino mínimo y en el algoritmo 5.1 se presenta su pseudocódigo.

Algoritmo 3.1: Algoritmo de Dijkstra

```
1:  Inicializar Etiquetas con antecesor nulo y costo INFINITO
2:  Inicializar una lista L con Todos los vétices del Grafo
3:  Etiquetar Vértice Inicial=[-,0]
4:  Marcar X = vértice Inicial
5:  Eliminar Vértice Incial de L
6:  while Quedan Vértices en lista L do
7:      Actualizar etiquetas vecinos de X solo si el costo es menor.
8:      Buscar en L, el nodo con Etiqueta con costo más bajo (Nmin).
9:      Macar X=Nmin.
10:     Eliminar Nmin de L
11: end while
```

En las lineas 1 hasta la 5 permiten inicializar las estructuras, mientras que en la línea 6 se puede observar el ciclo que permite realizar las iteraciones hasta encontrar el camino mínimo. La línea 7 es la encargada de actualizar las etiquetas de los vecinos del vértice seleccionado; la línea 8 busca en la lista de nodos disponibles el vértice seleccionado; la línea 9 es la encargada de marcar el vértice en la solución. Finalmente la línea 10 es la que elimina el vértice marcado de la lista de vértices disponibles.

De esta forma el algoritmo se ejecuta hasta que todos los vértices hayan sido marcados. Esto se cumple con el criterio de término del ciclo *while* del pseudocódigo, ya que a medida que se extraen los nodos de la lista *L*, se van marcando y etiquetando los vértices del grafo.

Se puede observar que los componentes elementales del algoritmo están en la línea 6, que es la que permite que el ciclo siga hasta encontrar la solución, línea 7, encargada de actualizar las etiquetas y la línea 9 marcar el vértice en la solución. Generando así los siguientes terminales:

3.3.2 Descomponiendo Algoritmo Prim

Algoritmo 3.2: Algoritmo de Dijkstra

1: Inicializar el árbol con un vértice arbitrario.
2: **while** *Quedan Vértices sin utilizar* **do**
3: Añadir la arista de menor peso que se conecte con el árbol.
4: **end while**

3.4 DISEÑO DE COMPONENTES ELEMENTALES

3.5 INSTANCIAS

3.6 LÓGICA DEL DISEÑO

3.7 EXPERIMENTOS PG TRADICIONAL

Para el desarrollo de este experimento se utiliza la PG tradicional que fue descrita en 2.1.2. Este experimento está dividido en dos etapas: proceso evolutivo o de evolución y el proceso de evaluación.

3.7.1 El proceso evolutivo

Se considera un proceso de aprendizaje donde se identifica la combinación adecuada de elementos que permitan resolver el problema. Para lograrlo es necesario realizar los siguientes pasos:

- Definir una estructura de datos.
- Definir un conjunto de funciones y terminales, que cumplan con las propiedades de suficiencia y clausura.
- Construir una función de evaluación acorde al problema para evaluar el rendimiento de los algoritmos generados.
- Seleccionar un conjunto de instancias del problema para adaptar los algoritmos a generar (grupo de instancias de evolución).
- Determinar los métodos evolutivos y el valor de los parámetros de control del proceso evolutivo.
- Ejecutar el proceso evolutivo un número determinado de veces y recopilar estadísticas de los individuos generados.
- Seleccionar un conjunto de individuos para ser estudiados.

3.7.2 El proceso de evaluación

En este proceso se mide el desempeño computacional que tienen los algoritmos producidos en el proceso evolutivo. Consiste en medir la calidad de los algoritmos generados. La calidad de los algoritmos se determina a partir de que tan bien resuelve el problema y cuánto tiempo tarda en hacerlo. Para ello, se selecciona un conjunto de instancias distinto al grupo de instancias de evolución y los algoritmos son evaluados en este nuevo conjunto. Para medir la calidad de los algoritmos evaluados en el conjunto de evaluación, se utiliza el ERP (error relativo promedio), que consiste en el error relativo de los algoritmos obtenidos. Para cada grupo de instancias de evaluación S, se determina el porcentaje promedio por el cual el beneficio obtenido z_i se encuentra distanciado de la mejor solución o_i para cada instancia del conjunto S. Esto se representa en la ecuación 3.1, donde n_s representa el número de instancias del conjunto S.

$$ERP_s = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{i=1}^{n_s} \frac{z_i - o_i}{z_i} \cdot 100\,\% \tag{3.1}$$

3.8 EXPERIMENTOS PG CON CO-EVOLUCIÓN MEDIANTE USO DE ISLAS

Para el desarrollo de este experimento se utiliza el método de co-evolución mediante el uso de islas basado en el principio de que los requisitos estrictos representados con una función de evaluación, promueven mejores resultados de la evolución de la primera población (Shang et al., 2014). Este experimento también se encuentra dividido en dos etapas: el proceso evolutivo o evolución y el proceso de evaluación.

3.8.1 El proceso evolutivo

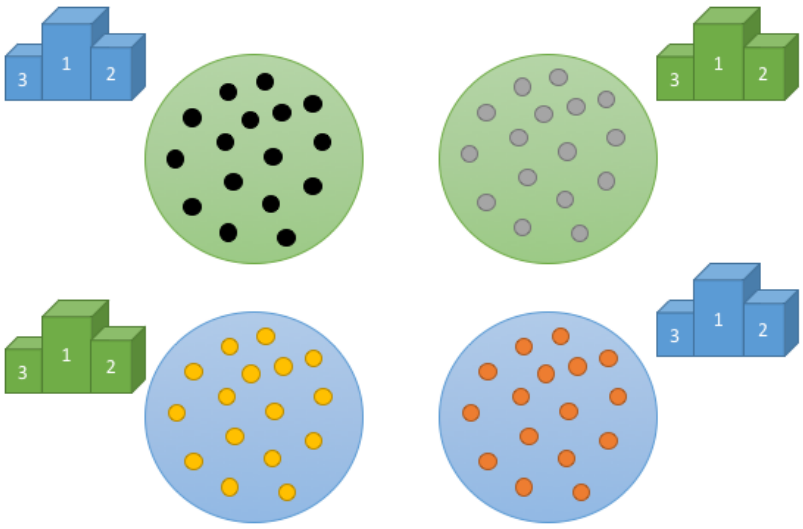
Al igual que en el caso tradicional, se considera un proceso de aprendizaje, donde se identifica la combinación adecuada de elementos que permitan resolver el problema. Sin embargo, los pasos para desarrollar este proceso difieren en algunos puntos. Los pasos para este experimento son:

- Definir una estructura de datos.
- Definir un conjunto de funciones y terminales, que cumplan con las propiedades de suficiencia y clausura.
- Construir dos funciones de evaluación acorde al problema para evaluar el rendimiento de los algoritmos generados.
- Seleccionar dos conjuntos de instancias del problema para adaptar los algoritmos a generar (grupo de instancias de evolución).
- Determinar los métodos evolutivos y el valor de los parámetros de control del proceso evolutivo.
- Determinar el número de individuos a intercambiar entre cada una de las islas, cada cuántas generaciones se realiza este cambio y entre qué islas se realiza el cambio.
- Ejecutar el proceso evolutivo un número determinado de veces y recopilar estadísticas de los individuos generados.
- Seleccionar un conjunto de individuos para ser estudiados.

En el experimento de co-evolución utilizando el método de islas para la PG, cada una de las islas opera usando la PG de forma tradicional. La interacción que se produce en estas islas es cada un determinado número de generaciones. En esta interacción se envía una copia de un grupo de los mejores individuos de cada isla a las demás y, a su vez, cada una de las islas elimina sus peores individuos para tener la “capacidad” o “espacio” para recibir a los inmigrantes manteniendo el tamaño de la población establecida.

El experimento se encuentra representando en las imágenes de la Figura 3.1 a la Figura 3.7. En la Figura 3.1 es posible apreciar la simbología a utilizar, donde se muestra que hay dos funciones de evaluación y dos conjuntos de instancias como se menciona en los pasos preparatorios descritos anteriormente. A continuación, en la Figura 3.2 es posible apreciar las cuatro islas formadas que conforman el experimento, donde en cada una de ella habitan individuos que se han adaptado mediante el proceso evolutivo de la PG tradicional.

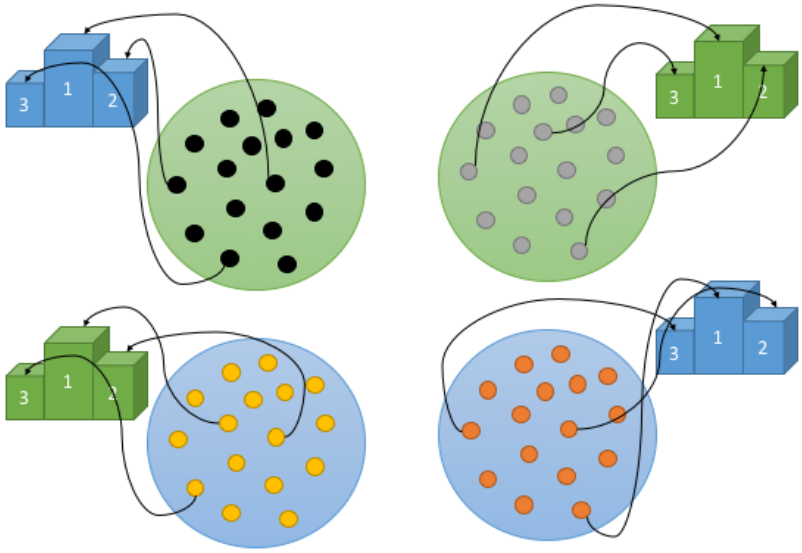
Figura 3.1: Simbología para el método de las islas (Elaboración propia, 2015)



4 islas formadas con la combinación lineal de las dos funciones de evaluación y los dos grupos de instancias de evolución con sus respectivos individuos generados por el proceso de evolución de la PG clásica.

Figura 3.2: Estructura de las islas (Elaboración propia, 2015)

El proceso de selección de los individuos que serán enviados a las otras islas se realiza mediante el método de torneo. En la Figura 3.3 se muestra de forma gráfica la selección, con el fin de obtener los mejores individuos para ser enviados al resto de las islas.



En cada isla son seleccionados utilizando el método de torneo un número determinado de individuos.

Figura 3.3: Selección de los mejores individuos por isla (Elaboración propia, 2015)

Posteriormente, los individuos seleccionados son enviados a las demás islas. En la Figura 3.4

se muestra el proceso que ocurre desde una isla, mientras que en la Figura 3.5 se puede ver el proceso de intercambio de individuos de forma completa, donde cada una de las islas envía una copia de los individuos seleccionados anteriormente a cada una de las otras islas.

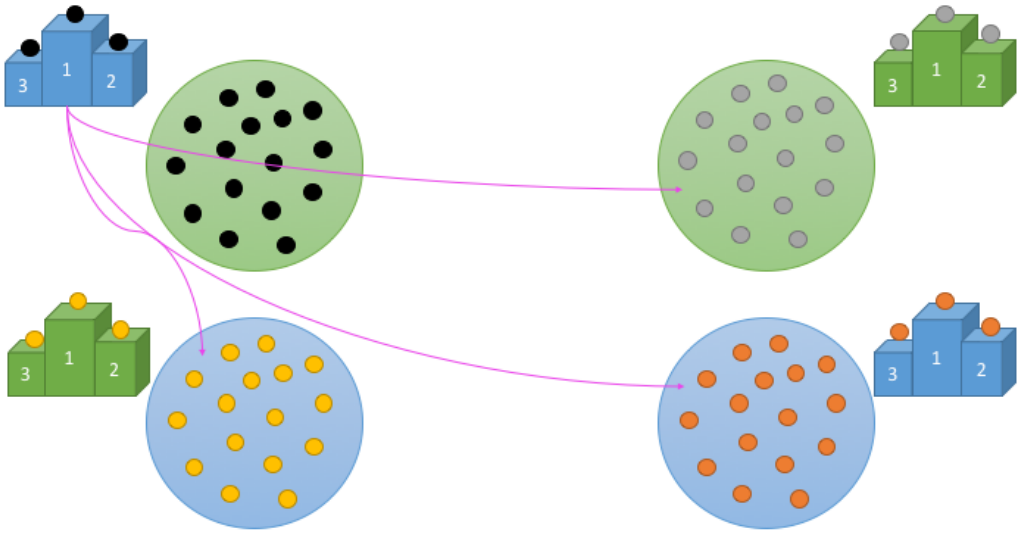


Figura 3.4: Isla compartiendo sus mejores individuos a las demás (Elaboración propia, 2015)

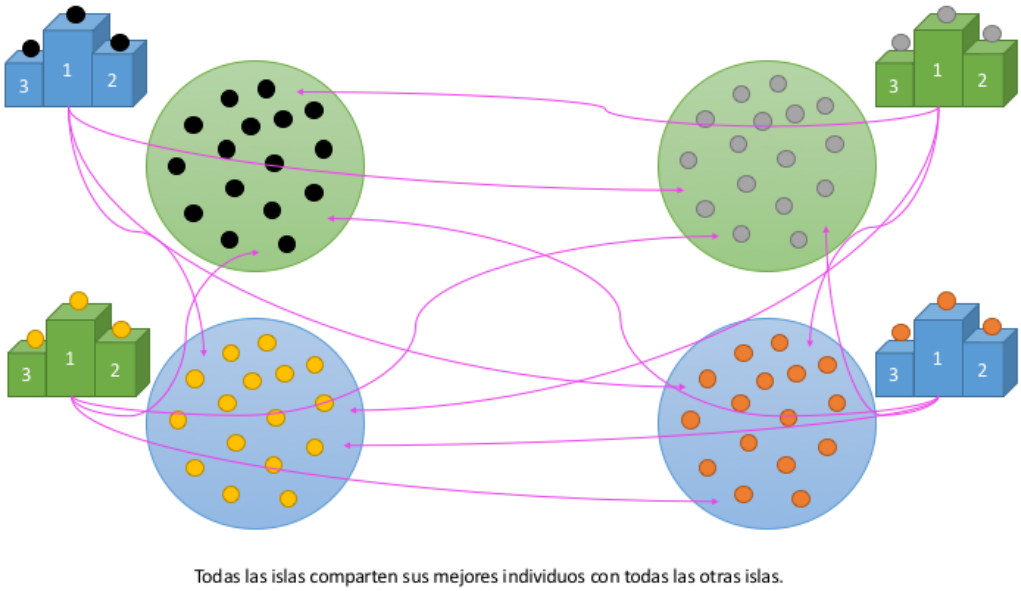


Figura 3.5: Proceso de envío de mejores individuos entre islas (Elaboración propia, 2015)

De forma preparatoria para recibir a los inmigrantes que son enviados por las otras islas, cada una

de las islas realiza un torneo inverso, que corresponde a un proceso de selección de los peores individuos para ser eliminados, como se muestra en la Figura 3.6.

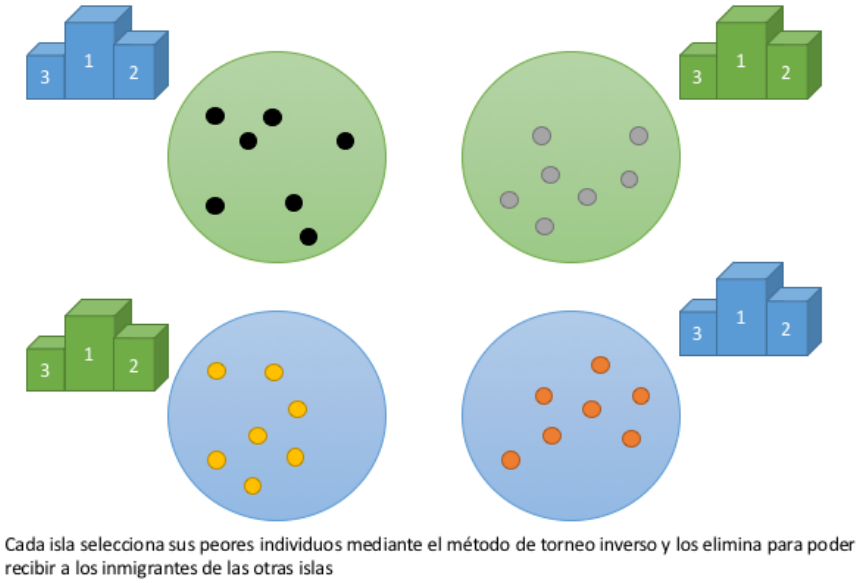


Figura 3.6: Islas luego de eliminar sus peores individuos (Elaboración propia, 2015)

Finalmente, los inmigrantes pasan a ser parte de la nueva población de cada una de las islas a las que fueron enviados y se procede a continuar con las generaciones del proceso evolutivo de la PG tradicional de cada una de las islas de forma individual, hasta que la condición de compartir individuos sea nuevamente activada. En la Figura 3.7 se puede ver el resultado luego de recibir cada uno de los individuos de las demás islas.

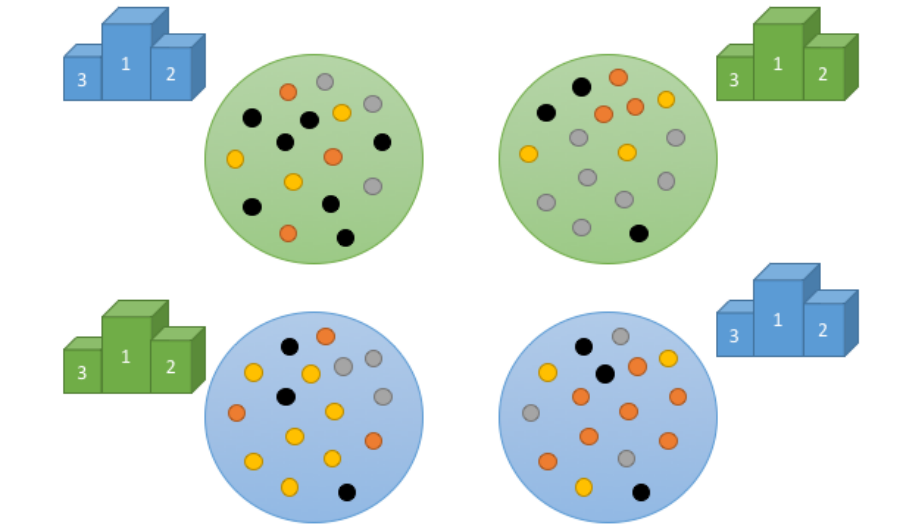


Figura 3.7: Islas luego de realizar la migración de individuos (Elaboración propia, 2015)

Este proceso evolutivo utilizando la co-evolución con el método de islas puede ser representado con el siguiente diagrama (Figura 3.8). En este diagrama es posible apreciar de forma resumida el proceso descrito anteriormente.

3.8.2 El proceso de evaluación

De igual forma que en el experimento sin co-evolución, este proceso sirve para medir la calidad de los individuos y esta evaluación del desempeño se realiza a través de su ERP. La diferencia con la evaluación del método de PG tradicional es que en este experimento son evaluados los mejores individuos de cada isla mediante su ERP por cada ejecución del proceso evolutivo y no solo el mejor de cada ejecución del proceso evolutivo.

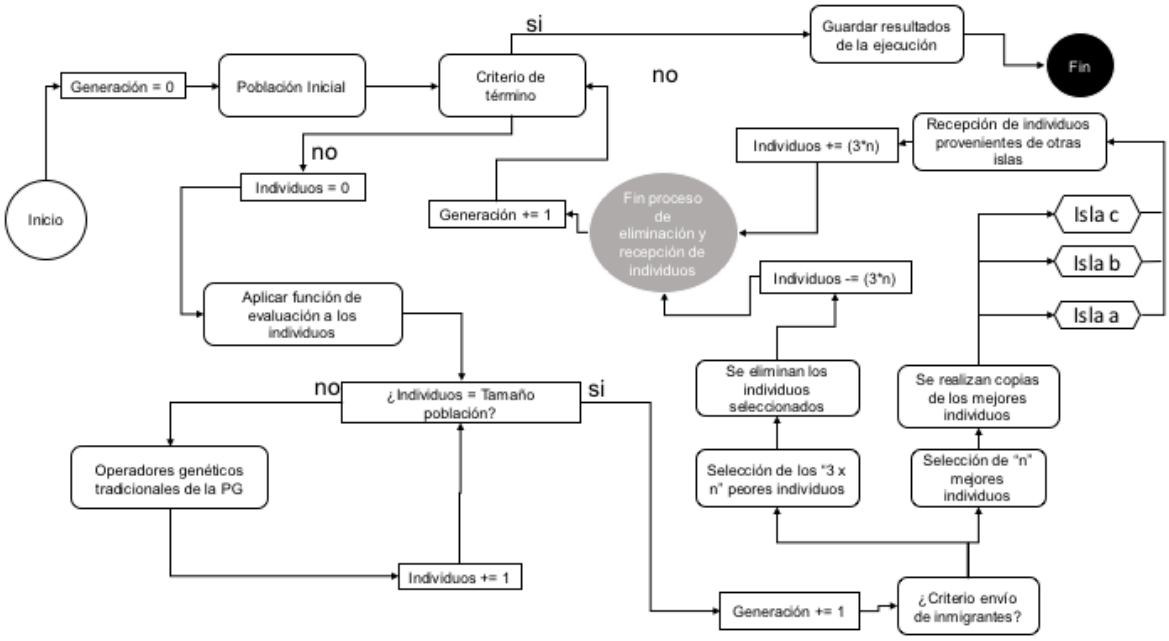


Figura 3.8: Diagrama de la PG con co-evolución utilizando método de islas (Elaboración propia, 2015)

3.9 COMPARACIÓN DE EXPERIMENTOS

Con el objetivo de confirmar o refutar la hipótesis sobre la comparación de los métodos propuestos, se realiza una comparación de los resultados de los experimentos. Estos resultados son sometidos a distintos *test ad-hoc* para comparar cuál de los algoritmos obtenidos mediante el proceso de GAA a través de los experimentos con co-evolución y sin co-evolución es mejor, o si no existe alguna diferencia considerable. Los *test* a utilizar son los propuestos por (Derrac et al., 2011). Éstos permiten realizar la comparación de los resultados para analizar si existe diferencia o no entre los resultados obtenidos. En la Tabla 3.1 se puede apreciar la comparación de los métodos descritos en 3.7 y 3.8. Los valores que no se encuentran especificados son determinados en la sección de parámetros correspondientes a cada problema.

Tabla 3.1: Comparación entre experimentos (Elaboración propia, 2015)

Datos	**Experimento con co-evolución**	**Experimento sin co-evolución**
Estructura de datos	Poseen igual estructura de datos	
Funciones	Poseen las mismas funciones	
Terminales	Poseen los mismos terminales	
Función de evaluación proceso evolutivo	2 funciones de evaluación: $F1$ y $F2$	1 función de evaluación: $\alpha \cdot F1 + \beta \cdot F2$
Función de evaluación calidad algoritmos	Misma función de evaluación mediante el ERP	
Casos de adaptación	2 grupos de instancias: $G1$ y $G2$	1 grupo de instancias $G1 \cup G2$
Casos de evaluación	Poseen el mismo grupo de casos de evaluación	
Número de poblaciones	4	1
Tamaño de población	$P/4$ por cada población	P
Número de generaciones	Igual número de generaciones	
Probabilidad de cruzamiento	Igual porcentaje	
Probabilidad de reproducción	Igual porcentaje	
Probabilidad de mutación	Igual porcentaje	
Método de generación de población inicial	*Ramped Half and Half*	
Método de selección de individuos	Torneo con 4 individuos	
Método de selección de nodos	*Koza Node Selector*	
Probabilidad de selección de nodos	90 % terminales y 10 % funciones	
Altura máxima de evolución	15	
Criterio de término	Completar todas las generaciones	
Individuos a compartir con otra población	5 (son replicados y compartidos)	no aplica
Poblaciones a las que compartir	Cada población comparte con todas las demás	no aplica
Número de generaciones que la población espera para enviar inmigrantes	10	no aplica
Generación en la que se inicia el envío de inmigrantes	1	no aplica
Selección de inmigrantes a enviar	Torneo con 4 individuos	no aplica
Selección de individuos a eliminar	Torneo inverso con 4 individuos	no aplica

3.10 CONSIDERACIONES GENERALES

Para trabajar con la PG en ambos tipos de experimentos, se tienen en consideración algunos aspectos comunes. Esto debido a que el diseño, construcción, parametrización, calibración y *testing* previo a la ejecución de la PG, es un proceso iterativo en cada experimento, y los efectos de un cambio en el diseño deben implementarse y realizarse *testing*, cada vez, para conocer sus efectos reales. Se realiza a continuación una descripción de las consideraciones.

3.10.1 Resultados

En los experimentos se busca encontrar algoritmos que solucionen los problemas planteados en la Hipótesis, adicionalmente, estos resultados deben dar resultados similares o mejores a los obtenidos en trabajos previos utilizando la PG tradicional para estos problemas.

3.10.2 Instancias

En los experimentos se utilizan instancias disponibles en la *web* para uso investigativo y reconocidas por la comunidad científica asociada al área, las cuales difieren en cantidad para cada problema. La complejidad, división y cantidad a utilizar es especificada en el capítulo correspondiente al diseño del experimento de cada problema.

3.10.3 Ejecuciones

Aunque la PG utiliza generación aleatoria de números, es decir una semilla distinta para cada ejecución, se observa que bastan cinco ejecuciones para probar que los resultados son estadísticamente verdaderos. De acuerdo a (Cantú-Paz & Goldberg, 2003; Li & Ciesielski, 2004) no siempre es necesario realizar múltiples ejecuciones, ya que depende de varios factores

como la variabilidad de las funciones, terminales, el problema en sí, entre otros. Es por esto que se realizó un *test* estadístico, utilizando la herramienta STATA (*Data analysis and statistical software*) para comprobar si los datos se encuentran normalizados y posteriormente analizar si existe diferencia entre los resultados entregados por cada una de las ejecuciones realizadas. En la Figura 3.9 se puede ver los resultados de cinco ejecuciones de la PG, donde el mejor individuo de cada una de ellas es evaluado en las 12 instancias con que se realizó la evolución. El *test* de *Shapiro-Wilk* da como resultado que los valores se encuentran normalizados o en algunos casos no existe observación (los resultados son iguales). Posteriormente, se realizó un *test* de ANOVA que con 95 % de confiabilidad intenta probar si los valores poseen alguna diferencia significativa, resultando que no es posible determinar que exista esta diferencia. Por lo mencionado anteriormente, se puede apreciar que no es necesario realizar un gran número de ejecuciones para obtener mejores resultados, ya que éstos no presentan una diferencia significativa.

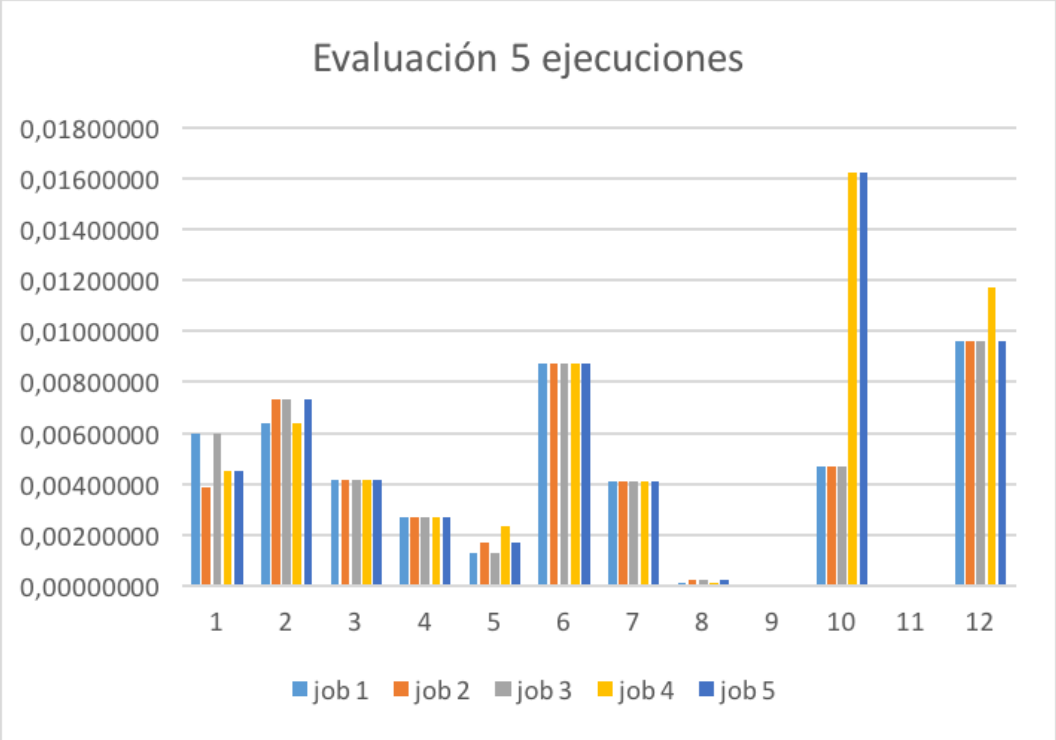


Figura 3.9: Evaluación del mejor individuo sobre el conjunto de adaptación (Elaboración propia, 2015)

3.10.4 Islas

En la literatura existen algunos casos donde se utiliza el método de co-evolución mediante islas (véase **??**). Sin embargo, no existen estudios para especificar el número de individuos que éstas deban compartir. Por otra parte, la calibración óptima de parámetros es otro problema de alta complejidad (Karafotias et al., 2014, 2015) que escapa de los alcances de este trabajo, por lo que se utilizan los valores utilizados en experimentos similares. Estos valores son los siguientes:

- Número de individuos a enviar: 5.
- Envío a todas las demás islas: Sí.
- Número de generaciones que la población espera para enviar inmigrantes: 10.
- Generación en la que se inicia el envío de inmigrantes: 1.

CAPÍTULO 4. DISEÑO EXPERIMENTO PM-01

En este capítulo se describirán en conjunto los experimentos 1 y 2, que están asociados al PM-01. Esto debido a que gran parte de la estructura general que poseen es similar (como se vio en el capítulo 3). Las diferencias son especificadas en cada una de las secciones correspondientes.

4.1 ESTRUCTURA DE DATOS

Los algoritmos generados se construyen en base a varias estructuras de datos. Estas estructuras se diseñaron en base al modelo matemático y a las funciones y terminales que operan sobre ellas. Se dividen en dos clases: estructuras variables y estructuras fijas.

4.1.1 Estructura de datos variables

Las estructuras de datos variables mantienen la información de los ítems que han sido agregados a la mochila y los ítems restantes por agregar. Estas estructuras varían de acuerdo a la acción que realicen los terminales, son las siguientes:

- Lista de ítems disponibles (lista de disponibles): lista que contiene todos los ítems disponibles para trabajar en el problema, los ítems pertenecientes a esta lista varían de acuerdo al proceso de la solución. Esta lista se inicializa con todos los ítems disponibles por la instancia del problema.
- Lista de ítems ingresados a la mochila (lista de ingresados): lista que contiene todos los ítems agregados a la mochila en algún instante del proceso. Esta lista se encuentra vacía al momento de inicializar el proceso de obtención de la solución.

Sobre estas listas solo se pueden realizar dos acciones: agregar un ítem o remover un ítem. Toda acción realizada sobre una de ellas, repercute de forma inversa en la otra. Es decir, si se agrega un ítem en la lista de disponibles, de forma inmediata debe ser removido de la lista de ingresados.

4.1.2 Estructura de datos fijas

Estas estructuras son creadas al momento de iniciar el proceso evolutivo. Son utilizadas por los terminales para poder realizar las acciones que éstos tengan definidas, donde cada una de estas estructuras es inicializada de acuerdo a los valores que se obtienen de las instancias. Las estructuras de datos fijas pueden estar contenidas dentro de las estructuras de datos variables. A continuación, se presenta el detalle de éstas:

- Capacidad de la mochila: contiene el valor del tamaño máximo de ítems que puede soportar la mochila.
- Valor óptimo de la instancia: contiene el valor óptimo del beneficio de la instancia.
- Datos de cada ítem: lista que contiene todos los datos de la mochila. Estos datos son: número del ítem, beneficio del ítem, peso del ítem, ganancia del ítem ($\frac{beneficio}{peso}$). Los valores son inicializados al momento de cargar la instancia para cada uno de los ítems disponibles en ésta y posteriormente agregado a la lista de disponibles. Cada uno de estos ítems con sus respectivos datos es invariable en el transcurso del proceso evolutivo.

4.2 FUNCIONES Y TERMINALES

Las funciones y terminales son las operaciones elementales sobre las estructuras de datos anteriormente definidas. Por lo tanto, su definición es fundamental para generar algoritmos con la capacidad de utilizar estas estructuras con el fin de alcanzar una solución que aumente el beneficio de los ítems en la mochila. Se construyen terminales en base a heurísticas existentes para el PM-01, y funciones que permitan operar en diversas combinaciones sobre estos terminales.

Los elementos del conjunto de funciones y terminales deben cumplir con las propiedades de suficiencia y clausura (Poli et al., 2008). Las funciones y terminales cumplen la propiedad de clausura, ya que todas retornan un valor verdadero o falso, y las funciones solo pueden recibir parámetros de entrada de ese tipo. La propiedad de suficiencia se cumple con cada uno de los terminales, ya que éstos se encargan de agregar o retirar ítems de la mochila, adicionalmente

cualquier estado de la mochila es una solución factible, aunque esté vacía.

4.2.1 Conjunto de funciones

Las funciones que conforman los algoritmos generados contienen instrucciones básicas utilizadas en su mayoría por todos los lenguajes de programación. Desde el punto de vista de la PG, las funciones corresponden a los nodos internos del árbol (Koza & Poli, 2005). Estas se listan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Grupo de funciones para el PM-01.

Nº	Nombre	Descripción
1	$while(A, B)$	Mientras la expresión A sea Verdadera se ejecuta la instrucción B. Tiene como límite de iteraciones que el valor del beneficio no varíe en tres iteraciones. Devuelve verdadero en caso de realizar una o más iteraciones y falso en caso contrario.
2	$IfThenElse(A, B, C)$	Ejecuta B si A es verdadero y C si A es falso. Devuelve el valor de B o C según sea el caso.
3	$IfThen(A, B)$	Ejecuta B si A es verdadero. Devuelve verdadero si logra ejecutar B al menos una vez y devuelve falso en caso contrario.
4	$Not(A)$	Función lógica que implementa la negación lógica. Devuelve verdadero si A es falso y devuelve falso si A es verdadero.
5	$And(A, B)$	Función lógica que implementa la conjunción lógica. Devuelve verdadero si A y B son verdaderos y devuelve falso en los otros casos.
6	$Or(A, B)$	Función lógica que implementa la disyunción lógica. Devuelve verdadero si A o B son verdaderos y devuelve falso en los otros casos.
7	$Equal(A, B)$	Función que compara la igualdad de A y B. Devuelve verdadero si A y B son iguales y devuelve falso en caso contrario.

(Elaboración propia, 2015)

4.2.2 Conjunto de terminales

Los terminales son funciones diseñadas para el PM-01, los que permiten agregar o quitar ítems de la mochila de acuerdo a algún criterio establecido. De acuerdo a la definición de la PG, un terminal es un nodo hoja (Koza & Poli, 2005). Cada uno de los terminales es una heurística elemental capaz de modificar la estructura de datos definida generando nuevas soluciones. Se ha restringido los terminales para que no puedan generar soluciones infactibles para el problema, es decir, no es posible generar soluciones que no cumplan alguna de las restricciones propias problema. Los terminales a utilizar son los utilizados por Parada (Parada et al., 2015), éstos son descritos en la Tabla 4.2.

4.3 FUNCIÓN DE EVALUACIÓN

La función de evaluación es el mecanismo primario para comunicar la declaración de alto nivel de los requisitos del problema con el sistema de PG (Koza & Poli, 2005). En el capítulo 3 se describe la diferencia que presentan las funciones de evalución de los experimentos 1 y 2. En el caso de la PG tradicional, se utiliza una función de evaluación compuesta por las dos funciones de evaluación utilizadas en el caso de las islas. La función de evaluación para el experimento tiene por objetivo medir la calidad de los algoritmos y su legibilidad desde el punto de vista de un humano. La calidad está dada por “que tan bien resuelve el algoritmo el problema”, es decir, que tan “cerca” estoy del valor óptimo. La legibilidad está dada por “que tan fácil es leer, entender y ejecutar el algoritmo por un humano”. La estructura de los algoritmos generados es representada por nodos de un árbol sintáctico, siendo estos nodos los terminales y funciones. Mientras menor sea la cantidad de nodos es más fácil leer el algoritmo representado por el árbol sintáctico. Por lo tanto, la legibilidad de un algoritmo se considera como opuesta al tamaño de éste.

La calidad de los algoritmos es el factor que varía entre las distintas funciones objetivo de los experimentos, mientras que la legibilidad es una función común a todos los casos. Esta función de legibilidad leg_p para el algoritmo p está dada la ecuación (4.1). Donde N_p es el número de nodos del algoritmo p, mientras que M_p es el número máximo de nodos permitidos para los algoritmos.

Tabla 4.2: Grupo de terminales para el PM-01.

Nº	Nombre	Descripción
1	AgregarMasPesado	Busca el ítem con mayor peso dentro de la lista de disponibles. Si encuentra un ítem, verifica si puede agregarlo a la lista de ingresados y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.
2	AgregarMenosPesado	Busca el ítem con menor peso dentro de la lista de disponibles. Si encuentra un ítem, verifica si puede agregarlo a la lista de ingresados y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.
3	AgregarPrimeroDisponible	Verifica si el primer ítem de la lista de disponible puede ser agregado a la mochila y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.
4	AgregarMayorBeneficio	Busca el ítem con mayor beneficio dentro de la lista de disponibles. Si encuentra un ítem, verifica si puede agregarlo a la lista de ingresados y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.
5	AgregarMenorBeneficio	Busca el ítem con menor beneficio dentro de la lista de disponibles. Si encuentra un ítem, verifica si puede agregarlo a la lista de ingresados y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.
6	AgregarMayorGanancia	Busca el ítem con mayor ganancia (beneficio / peso) dentro de la lista de disponibles. Si encuentra un ítem, verifica si puede agregarlo a la lista de ingresados y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 4.2: Grupo de terminales para el PM-01 (continuación).

Nº	Nombre	Descripción
7	AgregarMenorGanancia	Busca el ítem con menor ganancia (beneficio / peso) dentro de la lista de disponibles. Si encuentra un ítem, verifica si puede agregarlo a la lista de ingresados y lo elimina de la lista de disponibles. Si logra ingresar el ítem a la lista de disponibles retorna verdadero, sino retorna falso.
8	IsFull	Retorna verdadero si la mochila está llena, retorna falso en caso contrario.
9	IsTrue	Retorna verdadero.
10	EliminarMasPesado	Busca el ítem con mayor peso dentro de la lista de ingresados. Si encuentra un ítem lo elimina de lista de ingresados y lo agrega a la lista de disponibles. Si logra eliminar el ítem a la lista de ingresados retorna verdadero, sino retorna falso.
11	EliminarPeorBeneficio	Busca el ítem con peor beneficio dentro de la lista de ingresados. Si encuentra un ítem lo elimina de lista de ingresados y lo agrega a la lista de disponibles. Si logra eliminar el ítem a la lista de ingresados retorna verdadero, sino retorna falso.
12	EliminarPeorGanancia	Busca el ítem con peor ganancia (beneficio / peso) dentro de la lista de ingresados. Si encuentra un ítem lo elimina de lista de ingresados y lo agrega a la lista de disponibles. Si logra eliminar el ítem a la lista de ingresados retorna verdadero, sino retorna falso.

(Elaboración propia, 2015)

$$leg_p = \begin{cases} 0 & \text{si } N_p \leq M_p \\ \frac{M_p - N_p}{M_p} & \text{si } N_p > M_p \end{cases} \tag{4.1}$$

4.3.1 Función de evaluación experimento con co-evolución

Para el experimento con co-evolución durante el proceso evolutivo se requieren dos funciones de evaluación que cumplan con evaluar la calidad de los algoritmos de acuerdo al problema. Para esto se utilizan las siguientes funciones de evaluación.

Función de evaluación de la calidad por medio del ERP: como se mencionó en las secciones 3.7 y 3.8, el ERP consiste en el error relativo promedio de los algoritmos obtenidos. Para cada grupo de instancias de evaluación S, se determina el porcentaje promedio por el cual el beneficio obtenido o_i se encuentra distanciado de la mejor solución z_i para cada instancia del conjunto S. Esto se representa en la ecuación (4.2), donde n_s representa el número de instancias del conjunto S.

$$ERP_s = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{i=1}^{n_s} \frac{z_i - o_i}{z_i} \tag{4.2}$$

Función de evaluación de la calidad por medio de los HITS: esta función de evaluación representa que tantas instancias i del conjunto S evaluadas con el algoritmo p obtienen un error relativo menor a $0,01$ $(1\,\%)$. La ecuación (4.3) representa el ER de la instancia i, el cual es utilizado en la ecuación (4.4) para determinar si el resultado de éste es 1 o 0. Finalmente la ecuación (4.5) utiliza los resultados obtenidos en la evaluación de cada una de las instancias i por la ecuación (4.4) para calcular el número de *hits* (aciertos) que obtiene el algoritmo p.

$$ER_i = \frac{z_i - oi}{z_i} \tag{4.3}$$

$$HIT_i = \begin{cases} 1 & \text{si } ER_i \leq 1\,\% \\ 0 & \text{si } ER_i > 1\,\% \end{cases} \tag{4.4}$$

$$HITS_s = \frac{n_s - \sum_{i=1}^{n_s} HIT_i}{n_s} \tag{4.5}$$

Finalmente, las funciones de evaluación de calidad representadas en las ecuaciones (4.2) y (4.5) se les debe agregar el factor de legibilidad representado por la ecuación (4.1). Como se menciona en la sección 4.3 el factor de legibilidad representa una menor relevancia que el de las funciones de evaluación, por lo que se utiliza un factor de relevancia α y $\beta = (1-\alpha)$. En las ecuaciones (4.6) y (4.7) se representa la función de evaluación 1 y función de evaluación 2, respectivamente para el experimento 2.

$$fe_1 = \alpha \cdot ERP_s + \beta \cdot leg_p \tag{4.6}$$

$$fe_2 = \alpha \cdot HITS_s + \beta \cdot leg_p \tag{4.7}$$

4.3.2 Función de evaluación experimento sin co-evolución

Para el experimento sin co-evolución o tradicional, durante el proceso evolutivo se utiliza una función de evaluación combinada de las funciones de evaluación representadas en las ecuaciones (4.2) y (4.5) de acuerdo a lo mencionado en la sección 3.8. La ecuación (4.8) representa la combinación de las ecuaciones mencionadas.

$$fe_{pm-01} = \alpha \cdot ERP_s + \beta \cdot HITS_s \tag{4.8}$$

Al igual que en la sección 4.3.1 a la ecuación (4.8) es necesario agregarle el factor de legibilidad de la ecuación (4.1), resultando la ecuación (4.9).

$$fe = \alpha \cdot (\alpha \cdot ERP_s + \beta \cdot HITS_s) + \beta \cdot leg_p \tag{4.9}$$

4.4 SELECCIÓN CASOS DE ADAPTACIÓN

Los casos de adaptación (instancias) para el problema, fueron producidos usando un generador aleatorio de problemas desarrollado por Pisinger (Pisinger, 2005). El generador permite producir instancias con distintos rangos de distribución de w_j/p_j, a partir de lo cual son clasificados siete grupos de instancias clásicas: no correlacionadas (NC), débilmente correlacionadas (DC), fuertemente correlacionadas (FC), inversamente fuertemente correlacionadas (IFC), semi-fuertemente correlacionadas (SFC), suma de sub-conjuntos (SS) y no correlacionadas con igual peso (NCSW). De estos grupos se escogen las NC, DC, FC, SS, siendo las más distintas dentro de la clasificación. Esto debido a que según menciona Pisinger (Pisinger, 2005), algunas de estas clasificaciones son muy similares, produciendo poco "ruido" en la diferencia entre ellas. Adicionalmente, Pisinger propone una clasificación con nuevos casos de estudio, decidiendo de forma arbitraria utilizar las instancias con denominadas *"profit ceiling instances pceil(3)"* (*Ceil*) para agregar mayor variabilidad a las instancias de los grupos anteriores. La distribución de la relación entre el beneficio y peso de cada ítem se muestra en la Figura 4.1. En esta Figura se presentan los grupos a utilizar, donde cada uno de los gráficos muestra la distribución del beneficio y peso de cada ítem que posee cada grupo.

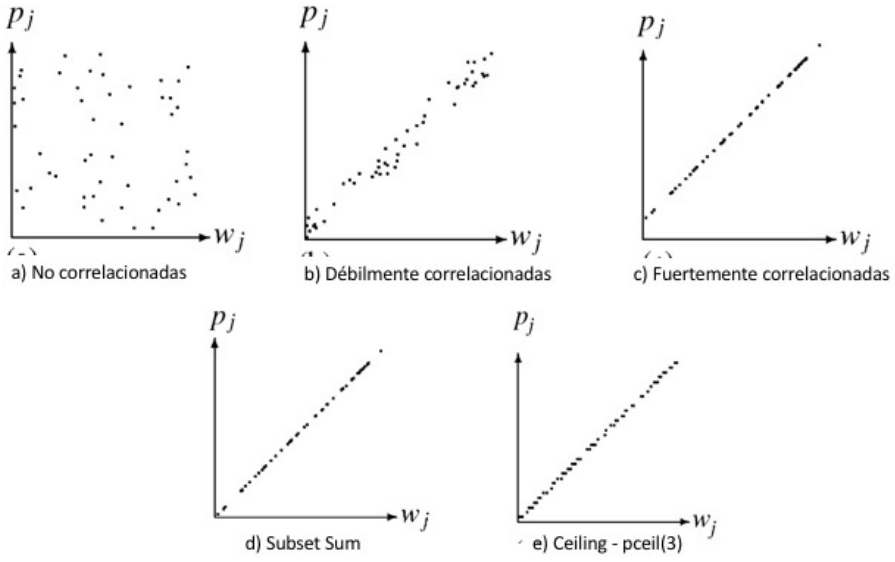


Figura 4.1: Relación entre peso y beneficio de los ítems de la mochila para cada grupo (Pisinger, 2005).

El conjunto de instancias disponibles cuenta con un total de 792 instancias para cada uno de los grupos a utilizar (3960 instancias en total para los cinco grupos mencionados), las que varían entre

50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 y 10.000 ítems por instancia de una forma equitativamente distribuida. Es decir, el grupo NC cuenta con 99 instancias que contienen 50 ítems, 99 instancias que contienen 100 ítems, 99 instancias que contienen 200 ítems, 99 instancias que contienen 500 ítems, 99 instancias que contienen 1.000 ítems, 99 instancias que contienen 2.000 ítems, 99 instancias que contienen 5.000 ítems y 99 instancias que contienen 10.000 ítems, y así sucesivamente para cada uno de los grupos. Todas las instancias disponibles cuentan con su valor óptimo y a lo menos una posible solución. Estas instancias pueden ser encontradas en `http://www.diku.dk/~pisinger/codes.html`.

Dada la gran cantidad de casos de adaptación, se realiza un experimento utilizando cada uno de los grupos seleccionados, más la adición de un grupo que contenga la mezcla de los demás (GX). Es decir, se realizan seis sub-experimentos dentro de cada uno de los experimentos del PM-01. Estos experimentos utilizan los grupos NC, DC, FC, SS, Ceil y GX, tanto para el experimento 1 como el experimento 2.

Del total de instancias se ha seleccionado un grupo como caso de adaptación para el proceso evolutivo y otro grupo como evaluación de los algoritmos generados en el proceso evolutivo. Las instancias a evaluar fueron generadas de forma automática con el mismo criterio para cada uno de los grupos descritos, por lo que la selección de instancias utilizadas para cada grupo (evolución y evaluación) es determinada de forma arbitraria. En los casos de adaptación, el número de instancias varía de acuerdo a cada uno de los experimentos 1 y 2, ya que como se mencionó en el capítulo 3, las instancias es otro factor que varía para el diseño de éstos. El tamaño de las instancias (cantidad de ítems) para los casos de adaptación varía entre 50, 100, 200, 500. Este tamaño del problema claramente una complejidad alta para un experto humano y permite ejecutar la PG en tiempos razonables. Para las instancias de evaluación son utilizados los mismos grupos para ambos experimentos.

4.4.1 Conjuntos de instancias de adaptación con co-evolución

Para el experimento con co-evolución durante el proceso evolutivo se requieren dos conjuntos de instancias de adaptación. Estos grupos de instancias son diferenciados por su tamaño. Para el grupo 1 se utilizan las instancias de tamaño 200 y 500, mientras que para el grupo 2 se utilizan instancias de tamaño 50 y 100. El número de instancias para cada grupo es de seis instancias, siendo tres de cada uno de los tamaños mencionados. Este número ha sido determinado en

trabajos relacionados (Contreras Bolton et al., 2013; Parada et al., 2015) y permite obtener buenos resultados para el proceso evolutivo. En la Tabla 4.3 se encuentran las instancias de adaptación para cada uno de los casos. En éstas se puede apreciar que el grupo GX está compuesta por algunas de las instancias pertenecientes a los otros grupos. Por otra parte, las instancias son clasificadas por el nombre del grupo y un correlativo correspondiente a la pertenencia que tengan a los grupos 1 o 2 de instancias. Por ejemplo, NC1 pertenece al grupo NC de clasificación y al grupo 1 de las instancias.

4.4.2 Conjuntos de instancias de adaptación sin co-evolución

El conjunto de instancias de adaptación para el experimento sin co-evolución es la combinación de los grupos 1 y 2 utilizados en 4.4.1 para cada uno de los grupos. En la Tabla 4.4 se puede apreciar los grupos y sus respectivas instancias.

4.4.3 Conjunto de instancias de evaluación

Los grupos de instancias de evaluación tienen por objetivo medir el rendimiento de los algoritmos generados por el proceso evolutivo en un ambiente distinto al de adaptación. Los grupos están compuestos por todas las instancias restantes que no hayan sido utilizadas en el proceso de adaptación. Es decir, cada uno de los grupos está compuesto por 780 instancias de evaluación. Las instancias para el grupo GX están compuestas por todas las instancias de evaluación de los otros grupos.

4.5 PARÁMETROS

Los parámetros a utilizar fueron fijados siguiendo las pautas arrojadas por experimentos preliminares. Estos valores se encuentran basados en otros trabajos que utilizan la PG (Drake et al., 2014; Parada et al., 2015; Contreras Bolton et al., 2013) y siguiendo los valores teóricos

Tabla 4.3: Conjunto de instancias de adaptación para el experimento 2

Grupo	Nombre instancia	Grupo	Nombre instancia
NC1	knapPI_1_200_1000_26	DC1	knapPI_2_200_1000_26
	knapPI_1_200_1000_63		knapPI_2_200_1000_63
	knapPI_1_200_1000_8		knapPI_2_200_1000_8
	knapPI_1_500_1000_5		knapPI_2_500_1000_5
	knapPI_1_500_1000_86		knapPI_2_500_1000_86
	knapPI_1_500_1000_94		knapPI_2_500_1000_94
NC2	knapPI_1_100_1000_19	DC2	knapPI_2_100_1000_19
	knapPI_1_100_1000_26		knapPI_2_100_1000_26
	knapPI_1_100_1000_6		knapPI_2_100_1000_6
	knapPI_1_50_1000_19		knapPI_2_50_1000_19
	knapPI_1_50_1000_26		knapPI_2_50_1000_26
	knapPI_1_50_1000_7		knapPI_2_50_1000_7
FC1	knapPI_3_200_1000_26	SS1	knapPI_6_200_1000_26
	knapPI_3_200_1000_63		knapPI_6_200_1000_63
	knapPI_3_200_1000_8		knapPI_6_200_1000_8
	knapPI_3_500_1000_5		knapPI_6_500_1000_5
	knapPI_3_500_1000_86		knapPI_6_500_1000_86
	knapPI_3_500_1000_94		knapPI_6_500_1000_94
FC2	knapPI_3_100_1000_19	SS2	knapPI_6_100_1000_19
	knapPI_3_100_1000_26		knapPI_6_100_1000_26
	knapPI_3_100_1000_6		knapPI_6_100_1000_6
	knapPI_3_50_1000_19		knapPI_6_50_1000_19
	knapPI_3_50_1000_26		knapPI_6_50_1000_26
	knapPI_3_50_1000_7		knapPI_6_50_1000_7
Ceil1	knapPI_15_200_1000_26	GX1	knapPI_1_200_1000_8 knapPI_1_500_1000_5
	knapPI_15_200_1000_63		knapPI_2_200_1000_8 knapPI_2_500_1000_5
	knapPI_15_200_1000_8		knapPI_3_200_1000_8 knapPI_3_500_1000_5
	knapPI_15_500_1000_5		knapPI_6_200_1000_8 knapPI_6_500_1000_5
	knapPI_15_500_1000_86		knapPI_15_200_1000_8 knapPI_15_500_1000_5
	knapPI_15_500_1000_94		
Ceil2	knapPI_15_100_1000_19	GX2	knapPI_1_100_1000_6 knapPI_1_50_1000_7
	knapPI_15_100_1000_26		knapPI_2_100_1000_6 knapPI_2_50_1000_7
	knapPI_15_100_1000_6		knapPI_3_100_1000_6 knapPI_3_50_1000_7
	knapPI_15_50_1000_19		knapPI_6_100_1000_6 knapPI_6_50_1000_7
	knapPI_15_50_1000_26		knapPI_15_100_1000_6 knapPI_15_50_1000_7
	knapPI_15_50_1000_7		

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 4.4: Conjunto de instancias de adaptación para el experimento 1

Grupo	Nombre instancia	Grupo	Nombre instancia
NC	knapPI_1_200_1000_26	DC	knapPI_2_200_1000_26
	knapPI_1_200_1000_63		knapPI_2_200_1000_63
	knapPI_1_200_1000_8		knapPI_2_200_1000_8
	knapPI_1_500_1000_5		knapPI_2_500_1000_5
	knapPI_1_500_1000_86		knapPI_2_500_1000_86
	knapPI_1_500_1000_94		knapPI_2_500_1000_94
	knapPI_1_100_1000_19		knapPI_2_100_1000_19
	knapPI_1_100_1000_26		knapPI_2_100_1000_26
	knapPI_1_100_1000_6		knapPI_2_100_1000_6
	knapPI_1_50_1000_19		knapPI_2_50_1000_19
	knapPI_1_50_1000_26		knapPI_2_50_1000_26
	knapPI_1_50_1000_7		knapPI_2_50_1000_7
FC	knapPI_3_200_1000_26	SS	knapPI_6_200_1000_26
	knapPI_3_200_1000_63		knapPI_6_200_1000_63
	knapPI_3_200_1000_8		knapPI_6_200_1000_8
	knapPI_3_500_1000_5		knapPI_6_500_1000_5
	knapPI_3_500_1000_86		knapPI_6_500_1000_86
	knapPI_3_500_1000_94		knapPI_6_500_1000_94
	knapPI_3_100_1000_19		knapPI_6_100_1000_19
	knapPI_3_100_1000_26		knapPI_6_100_1000_26
	knapPI_3_100_1000_6		knapPI_6_100_1000_6
	knapPI_3_50_1000_19		knapPI_6_50_1000_19
	knapPI_3_50_1000_26		knapPI_6_50_1000_26
	knapPI_3_50_1000_7		knapPI_6_50_1000_7
Ceil	knapPI_15_200_1000_26	GX1	
	knapPI_15_200_1000_63		knapPI_1_200_1000_8 knapPI_1_500_1000_5
	knapPI_15_200_1000_8		knapPI_2_200_1000_8 knapPI_2_500_1000_5
	knapPI_15_500_1000_5		knapPI_3_200_1000_8 knapPI_3_500_1000_5
	knapPI_15_500_1000_86		knapPI_6_200_1000_8 knapPI_6_500_1000_5
	knapPI_15_500_1000_94		knapPI_15_200_1000_8 knapPI_15_500_1000_5
	knapPI_15_100_1000_19		knapPI_1_100_1000_6 knapPI_1_50_1000_7
	knapPI_15_100_1000_26		knapPI_2_100_1000_6 knapPI_2_50_1000_7
	knapPI_15_100_1000_6		knapPI_3_100_1000_6 knapPI_3_50_1000_7
	knapPI_15_50_1000_19		knapPI_6_100_1000_6 knapPI_6_50_1000_7
	knapPI_15_50_1000_26		knapPI_15_100_1000_6 knapPI_15_50_1000_7
	knapPI_15_50_1000_7		

(Elaboración propia, 2015)

mencionados en (Karafotias et al., 2015, 2014). La lista completa con los valores para ambos experimentos se presenta en la Tabla 4.5. Entre los valores listados en la Tabla se incluyen los relacionados a las islas o poblaciones especificados en 3.10. Los valores de ambos experimentos son similares para realizar una experimentación acorde que permita confirmar o refutar la Hipótesis de este trabajo.

Tabla 4.5: Resumen de parámetros para experimentos 1 y 2

Datos	**Experimento con co-evolución**	**Experimento sin co-evolución**
Número de poblaciones	4^{*}	1^{**}
Tamaño de población	125 por cada población	500
Número de generaciones	300	
Probabilidad de cruzamiento	80 %	
Probabilidad de reproducción	10 %	
Probabilidad de mutación	5 % *subtree mutation* y 5 % *one node mutation*	
Método de generación de población inicial	*Ramped Half and Half*	
Método de selección de individuos	Torneo con 4 individuos	
Método de selección de nodos	*Koza Node Selector*	
Probabilidad de selección de nodos	90 % terminales y 10 % funciones	
Altura máxima de evolución	15	
Criterio de término	Completar todas las generaciones	
Individuos a compartir con otra población	5 (son replicados y compartidos)	no aplica
Poblaciones a las que compartir	Cada población comparte con todas las demás	no aplica
Número de generaciones que la población espera para enviar inmigrantes	10	no aplica
Generación en la que se inicia el envío de inmigrantes	1	no aplica
Selección de inmigrantes a enviar	Torneo con 4 individuos	no aplica
Selección de individuos a eliminar	Torneo inverso con 4 individuos	no aplica

Las cuatro poblaciones están compuestas por la combinación de las funciones objetivo y grupos de instancias de evolución, siendo estos los siguientes:

- Población 1: utiliza la función de evaluación fe_2 y el grupo de instancias G2_X.
- Población 2: utiliza la función de evaluación fe_1 y el grupo de instancias G1_X.
- Población 3: utiliza la función de evaluación fe_1 y el grupo de instancias G2_X.
- Población 3: utiliza la función de evaluación fe_2 y el grupo de instancias G1_X.

La población única está compuesta por la función de evaluación fe y el grupo de instancias G3_X, siendo _X el nombre del grupo de instancias correspondiente al sub-experimento de acuerdo a los grupos NC, DC, FC, SS, Ceil y GX, como se menciona en 4.4.

4.6 EL PROCESO EVOLUTIVO

Para llevar a cabo los experimentos, se realizan los 6 sub-experimentos ya mencionados para cada uno de los experimentos correspondientes al PM-01. Estos sub-experimentos corresponden a la ejecución de cada uno de los métodos con el grupo de instancias correspondiente. En la Tabla 4.6 es posible apreciar cada uno de los experimentos, los cuales son ejecutados cinco veces cada uno. Todos los demás elementos requeridos en el proceso evolutivo son los especificados en las secciones anteriores del capítulo 4.

Tabla 4.6: Resumen nombre de los sub-experimentos de cada experimento del PM-01

Experimento 1		**Experimento 2**	
Grupo instancias	**Nombre exp.**	**Grupo instancias**	**Nombre exp.**
G3_NC	Experimento 1.a	G1_NC ∪ G2_NC	Experimento 2.a
G3_DC	Experimento 1.b	G1_DC ∪ G2_DC	Experimento 2.b
G3_FC	Experimento 1.c	G1_FC ∪ G2_FC	Experimento 2.c
G3_SS	Experimento 1.d	G1_SS ∪ G2_SS	Experimento 2.d
G3_Ceil	Experimento 1.e	G1_Ceil ∪ G2_Ceil	Experimento 2.e
G3_GX	Experimento 1.f	G1_GX ∪ G2_DCGX	Experimento 2.f

(Elaboración propia, 2015)

CAPÍTULO 5. DISEÑO EXPERIMENTO PVV

En este capítulo se describen en conjunto los experimentos 3 y 4 correspondientes al PVV. Estos experimentos poseen gran parte de su estructura en común y las diferencias son especificadas en cada una de las secciones correspondientes.

5.1 ESTRUCTURA DE DATOS

Los algoritmos generados se construyen utilizando varias estructuras de datos. Estas estructuras se diseñaron en base al modelo matemático y a las funciones y terminales que operan sobre ellas. Se dividen en dos clases: estructuras variables y estructuras fijas.

5.1.1 Estructura de datos variables

Las estructuras variables mantienen la información de las ciudades que han sido ingresadas al circuito y las ciudades que aún restan por ingresar y una matriz completa de las distancias. Estas estructuras varían de acuerdo a la acción que realicen los terminales, son las siguientes:

- Lista de ciudades disponibles (LCD): lista que contiene todas las ciudades disponibles para trabajar en el problema, las ciudades pertenecientes a esta lista varían de acuerdo al proceso de la solución. Esta lista se inicializa con todas las ciudades disponibles por la instancia del problema.
- Lista de ciudades agregadas (LCA): lista que contiene todas las ciudades agregadas al circuito en algún instante del proceso. Esta lista se encuentra vacía al momento de inicializar el proceso de obtención de la solución.

Sobre estas listas solo se pueden realizar dos acciones: agregar o remover una ciudad. Toda acción realizada sobre una de ellas, repercute de forma inversa en la otra. Es decir, si se agrega una ciudad en LCD, se debe quitar de forma inmediata de LCA.

5.1.2 Estructura de datos fijas

Las estructuras fijas son creadas al momento de iniciar el proceso evolutivo. Son utilizadas por los terminales para poder realizar las acciones que éstos tengan definidas, donde cada una de estas estructuras es inicializada de acuerdo a los valores que se obtienen de las instancias. A continuación se presenta el detalle de éstas:

- Matriz de costos (MC): lista de listas que contiene la matriz completa de distancias. En esta matriz se encuentran los costos de viajar de cada una de las ciudades a otra. Esta es inicializada al momento de iniciar el proceso evolutivo.
- Ciudades cercanas al centro (CCC): lista que contiene de forma ordenada la mitad de las ciudades cercanas al centro. El orden de éstas está dado por las más cercanas a las más lejanas.
- Ciudades lejanas al centro (CLC): lista que contiene de forma ordenada la mitad de las ciudades cercanas al centro. Esta lista es el complemento de la lista de CCC. El orden de éstas está dado por las más lejanas a las más cercanas.
- Valor óptimo de la instancia: contiene el valor óptimo del beneficio de la instancia.
- Total de ciudades: contiene el número de ciudades del circuito.
- Peor arco: contiene el valor del peor arco de la instancia.

5.2 FUNCIONES Y TERMINALES

Las funciones y terminales son las operaciones elementales sobre las estructuras de datos anteriormente definidas. La definición de éstos permite realizar las operaciones sobre las estructuras definidas con el objetivo de completar el circuito de costo mínimo que utilice todas las ciudades. Se construyen terminales en base a heurísticas existentes para el PVV, y funciones que permitan operar en diversas combinaciones sobre estos terminales.

Los elementos del conjunto de funciones y terminales deben cumplir con las propiedades de suficiencia y clausura (Poli et al., 2008). Las funciones y terminales cumplen la propiedad de

clausura, ya que todas retornan un valor verdadero o falso, y las funciones solo pueden recibir parámetros de entrada de ese tipo. Los terminales utilizados están basados en heurísticas del PVV,en su conjunto proveen variabilidad de algoritmos que permiten solucionar el problema, es con esto que se cumple la propiedad de suficiencia.

5.2.1 Conjunto de funciones

Las funciones que conforman los algoritmos generados contienen instrucciones básicas utilizadas en su mayoría por todos los lenguajes de programación. Desde el punto de vista de la PG, las funciones corresponden a los nodos internos del árbol (Koza & Poli, 2005). En la Tabla 5.1 se muestran las funciones utilizadas, éstas son las mismas utilizadas en los experimentos correspondientes al PM-01.

5.2.2 Conjunto de terminales

Los terminales son funciones diseñadas para el PVV, los que permiten agregar ciudades o elementos de la lista de ciudades disponibles a la lista de ciudades agregadas de acuerdo a algún criterio establecido. Cada uno de los terminales es una heurística elemental capaz de modificar la estructura de datos definida generando nuevas soluciones. Se ha restringido a los terminales para que no puedan generar soluciones infactibles para el problema, es decir, no es posible generar soluciones que no cumplan alguna de las restricciones propias del problema.

Los terminales utilizados son componentes elementales de las heurísticas descritas en la sección 2.2.7, es decir, representan una acción mínima de alguna de las heurísticas que permiten realizar alguna acción para completar el circuito del PVV. Éstos son descritos en la Tabla 5.2.

Dentro de los terminales descritos en la Tabla 5.2, el terminal *"2-opt"* es siempre utilizado, tanto en las pruebas preliminares como en otros trabajos que utilizan este terminal, por lo que éste se utiliza como parte de la estructura fija que tienen los algoritmos (Sepúlveda, 2011), es decir, es parte de la estructura de todos los algoritmos generados para los experimentos 3 y 4.

Tabla 5.1: Grupo de funciones para el PVV

Nº	Nombre	Descripción
1	$while(A, B)$	Mientras la expresión A sea Verdadera se ejecuta la instrucción B. Tiene como límite de iteraciones que el valor del beneficio no varíe en tres iteraciones. Devuelve verdadero en caso de realizar una o más iteraciones y falso en caso contrario.
2	$IfThenElse(A, B, C)$	Ejecuta B si A es verdadero y C si A es falso. Devuelve el valor de B o C según sea el caso.
3	$IfThen(A, B)$	Ejecuta B si A es verdadero. Devuelve verdadero si logra ejecutar B al menos una vez y devuelve falso en caso contrario.
4	$Not(A)$	Función lógica que implementa la negación lógica. Devuelve verdadero si A es falso y devuelve falso si A es verdadero.
5	$And(A, B)$	Función lógica que implementa la conjunción lógica. Devuelve verdadero si A y B son verdaderos y devuelve falso en los otros casos.
6	$Or(A, B)$	Función lógica que implementa la disyunción lógica. Devuelve verdadero si A o B son verdaderos y devuelve falso en los otros casos.
7	$Equal(A, B)$	Función que compara la igualdad de A y B. Devuelve verdadero si A y B son iguales y devuelve falso en caso contrario.

5.3 FUNCIÓN DE EVALUACIÓN

La función de evaluación es el mecanismo primario para comunicar la declaración de alto nivel de los requisitos del problema con el sistema de PG (Koza & Poli, 2005). En el capítulo 3 se muestra que los experimentos 3 y 4 difieren en la función de evaluación que utilizan. En el caso de la PG tradicional, se utiliza una función de evaluación compuesta por las dos funciones de evaluación utilizadas en el experimento de las islas. La función de evaluación para cada uno de los experimentos tiene por objetivo medir la calidad de los algoritmos y su legibilidad desde el punto de vista de un humano. La calidad está dada por “que tan bien resuelve el algoritmo el problema”, es decir, que tan “cerca” estoy del valor óptimo. La legibilidad está dada por “que tan

Tabla 5.2: Grupo de terminales para el PVV

Nº	Nombre	Descripción
1	AgregarMejorVecino	Busca en la lista de ciudades disponibles, la ciudad que agregue el menor costo al circuito al ser agregada al final de éste. Si encuentra una ciudad (si el circuito no está completo), ésta es agregada al final del circuito. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.
2	AgregarPeorVecino	Busca en la lista de ciudades disponibles, la ciudad que agregue el mayor costo al circuito al ser agregada al final de éste. Si encuentra una ciudad (si el circuito no está completo), ésta es agregada al final del circuito. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.
3	AgregarCercaCentro	Busca la ciudad más cercana a las coordenadas del centro que se encuentre disponible. Si encuentra una ciudad (si el circuito no está completo), ésta es agregada al final del circuito. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.
4	AgregarLejosCentro	Busca la ciudad más lejana a las coordenadas del centro que se encuentre disponible. Si encuentra una ciudad (si el circuito no está completo), ésta es agregada al final del circuito. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.
5	AgregarCercano	Busca la ciudad que al ser insertada en cualquier posición del circuito, agregue el menor costo a éste. Por ejemplo, se tiene el circuito $[A, B, C]$ donde ingresa D, siendo $A->D<B->D<C->D$. El resultado luego de la inserción es $[A, D, B, C]$. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.
6	AgregarLejano	Busca la ciudad que al ser insertada en cualquier posición del circuito, agregue el mayor costo a éste. Por ejemplo, se tiene el circuito $[A, B, C]$ donde ingresa D, siendo $A->D<B->D<C->D$. El resultado luego de la inserción es $[A, B, C, D]$. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.
7	AgregarArcoMenor	De forma similar a agregar cercano, busca una ciudad que al ser insertada agregue el menor costo al circuito. La diferencia está en que el menor costo es considerando el nuevo arco a formar. Por ejemplo, se tiene el circuito $[A, B, C]$ y se agrega X, siendo $A->X->B>B->X->C>C->X$. El resultado es $[A, X, B, C]$. Retorna verdadero si agrega la ciudad, falso en caso contrario.

Tabla 5.2: Grupo de terminales para el PVV (continuación)

Nº	Nombre	Descripción
8	AgregarArcoMayor	De forma similar a agregar lejano, busca una ciudad que al ser insertada agregue el mayor costo al circuito. La diferencia en este caso se encuentra en que el mayor costo considera el nuevo arco a formar. Por ejemplo, se tiene el circuito $[A, B, C]$ y se agrega X, siendo $A->X->B<B->X->C<C->X$. El resultado es $[A, B, C, X]$.
9	Invertir	Cambia el orden de las ciudades sólo en el caso en que este cambio produzca alguna mejora. El cambio se realiza mediante la inversión de las posiciones de los extremos hacia adentro. Por ejemplo, la primera se invierte con la última, la segunda con la penúltima y así sucesivamente. Retorna verdadero si logra mejorar el costo del circuito y falso en caso contrario.
10	EliminarPeorArco	Busca en el circuito dos ciudades que produzcan el peor arco (el mayor costo al circuito). Ambas ciudades correspondientes al peor arco son eliminadas. Retorna verdadero si logra eliminar el arco y falso en caso contrario.
11	EliminarPeorNodo_i	Busca en el circuito dos ciudades que produzcan el peor arco (el mayor costo al circuito). Sólo es eliminada la ciudad que inicia el arco. Retorna verdadero si logra eliminar el arco y falso en caso contrario.
12	EliminarPeorNodo_j	Busca en el circuito dos ciudades que produzcan el peor arco (el mayor costo al circuito). Sólo es eliminada la ciudad que termina el arco. Retorna verdadero si logra eliminar el arco y falso en caso contrario.
13	2-opt	Optimizador que utiliza la heurística *2-opt*. Retorna verdadero si puede realizar alguna mejora al circuito y falso en caso contrario.

(Elaboración propia, 2015)

fácil es leer, entender y ejecutar el algoritmo por un humano". La estructura de los algoritmos generados es representada por nodos de un árbol sintáctico, siendo estos nodos los terminales y funciones. Mientras menor sea la cantidad de nodos es más fácil leer el algoritmo representado por el árbol sintáctico. Por lo tanto, la legibilidad de un algoritmo se considera como opuesta al tamaño de éste.

La calidad de los algoritmos es el factor que varía entre las distintas funciones objetivos de los experimentos, mientras que la legibilidad es una función común a todos los casos. Estos factores de calidad y legibilidad son considerados de forma compuesta para la función de evaluación que es utilizada en cada uno de los experimentos. A diferencia de las funciones de evaluación utilizadas en los experimentos relacionados al PM-01, en las relacionadas al PVV no se utilizan factores de relevancia. Adicionalmente, para el PVV no es posible restringir infactibilidades por medio de los terminales, lo que obliga a incluir un factor penalización si las soluciones entregadas por un algoritmo no son factibles. Finalmente, las funciones de evaluación de para los experimentos relacionados a este problema están compuestas por las ecuaciones que representen la calidad, el factor de legibilidad y la penalización del algoritmo. Tanto la función de legibilidad como de penalización son la misma para ambos experimentos.

La función de legibilidad leg_p para el algoritmo p está dada por la ecuación (5.1).Donde N_p es el número de nodos del algoritmo p, mientras que M_p es el número máximo de nodos permitidos para los algoritmos.

$$leg_p = \begin{cases} 0 & \text{si } N_p \leq M_p \\ \frac{M_p - N_p}{M_p} & \text{si } N_p > M_p \end{cases} \tag{5.1}$$

El factor de penalización se compone del producto del error relativo del número de ciudades (ERC) representado por la ecuación (5.2) con el promedio del peor arco (PPA) representado por la ecuación (5.3). Siendo ERC_s el error relativo del número de ciudades para el conjunto de instancias S, c_i el número de ciudades actualmente ingresadas por el algoritmo p en la instancia i y x_i el número de total ciudades de la instancia i. PPA_s representa promedio del peor arco para el conjunto de instancias S, donde e_i es el peor arco de la instancia i.

$$ERC_s = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{i=1}^{n_s} \frac{x_i - c_i}{x_i} \tag{5.2}$$

$$PPA_s = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{i=1}^{n_s} e_i \tag{5.3}$$

5.3.1 Función de evaluación experimento con co-evolución

Para el experimento con co-evolución, durante el proceso evolutivo se requieren dos funciones de evaluación que cumplan con evaluar la calidad de los algoritmos de acuerdo al problema. Para esto se utilizan las siguientes funciones de evaluación.

Función de evaluación de la calidad por medio del ERP: Como se mencionó en las secciones 3.7 y 3.8, el ERP consiste en el error relativo promedio de los algoritmos obtenidos. Para cada grupo de instancias de evaluación S, se determina el porcentaje promedio por el cual el beneficio obtenido o_i se encuentra distanciado de la mejor solución z_i para cada instancia del conjunto S. Esto se representa en la siguiente ecuación (5.4), donde n_s representa el número de instancias del conjunto S.

$$ERP_s = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{i=1}^{n_s} \frac{\|z_i - o_i\|}{z_i} \tag{5.4}$$

Función de evaluación de la calidad por medio de los HITS: esta función de evaluación representa que tantas instancias i del conjunto S evaluadas con el algoritmo p obtienen un error relativo menor a $0,05$ ($5\,\%$). La ecuación (5.5) representa el ER de la instancia i, el cual es utilizado en la ecuación (5.6) para determinar si el resultado de éste es 1 o 0. Finalmente la ecuación (5.7) utiliza los resultados obtenidos en la evaluación de cada una de las instancias i por la ecuación (5.6) para calcular el número de *hits* (aciertos) que obtiene el algoritmo p.

$$ER_i = \frac{\|z_i - oi\|}{z_i} \tag{5.5}$$

$$HIT_i = \begin{cases} 1 & \text{si } ER_i \leq 5\,\% \\ 0 & \text{si } ER_i > 5\,\% \end{cases} \tag{5.6}$$

$$HITS_s = \frac{n_s - \sum_{i=1}^{n_s} HIT_i}{n_s} \tag{5.7}$$

Para obtener las funciones de evaluación para el experimento 4 es necesario combinar los factores de calidad, legibilidad y penalización. Éstas funciones de evaluación quedan representadas por las ecuaciones (5.8) y (5.9).

$$fe_3 = ERP_s + leg_p + ERC_s \cdot PPA_s \tag{5.8}$$

$$fe_4 = HITS_s + leg_p + ERC_s \cdot PPA_s \tag{5.9}$$

5.3.2 Función de evaluación experimento sin co-evolución

Para el experimento sin co-evolución o tradicional, durante el proceso evolutivo se utiliza una función objetivo combinada de las funciones (5.4) y (5.7) de acuerdo a lo mencionado en la sección 3.8. La ecuación (5.10) representa la combinación de las ecuaciones mencionadas, siendo α y $\beta = (1 - \alpha)$ los factores de relevancia para cada uno de los parámetros de la función.

$$fe_{pvv} = \alpha \cdot ERP_s + \beta \cdot HITS_s \tag{5.10}$$

Como se menciona al inicio de esta sección (5.3) la función de evaluación está dada por la composición de la evaluación de la calidad, legibilidad y penalización por infactibilidades, por lo que a la ecuación (5.10) es necesario agregarle el factor de legibilidad y los elementos que componen la penalización, como resultado de la combinación de estos tres factores se obtiene la ecuación (5.11).

$$fe = (\alpha \cdot ERP_s + \beta \cdot HITS_s) + leg_p + ERC_s + PPA_s \tag{5.11}$$

5.4 SELECCIÓN CASOS DE ADAPTACIÓN

Los casos de adaptación (instancias) para el problema fueron extraídos de la TSPLIB, que consiste en una librería con distintos casos de prueba del PVV. Esta librería ha sido ampliamente utilizada en trabajos relacionados a este problema utilizando diversos métodos y no solo de PG. Algunas de las instancias disponibles en la librería poseen el circuito óptimo. Adicionalmente, estas instancias poseen el valor del costo mínimo del circuito. El conjunto de instancias extraído cuenta con un total de 53 instancias, las que varían con un mínimo de 42 ciudades y un máximo de 783 ciudades. Las instancias pueden ser extraídas de `http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/tsp/`.

Del total de instancias se ha seleccionado un grupo como caso de adaptación para el proceso evolutivo y otro grupo para la evaluación de los algoritmos generados en el proceso evolutivo. Las instancias disponibles para el problema varían en tamaño, por lo que para la evolución se utilizan instancias que no tengan más de 500 ciudades o nodos. La razón de este criterio para la división se debe a que el proceso evolutivo es lento para este problema tardando aproximadamente 24 horas por ejecución. En los casos de adaptación, el número de instancias varía de acuerdo a cada uno de los experimentos 3 y 4, ya que como se mencionó en el capítulo 3, las instancias es otro factor que varía para el diseño de éstos. El tamaño de las instancias (cantidad de ciudades) para los casos de adaptación varía con un mínimo de 52 y un máximo de 192. Para las instancias de evaluación, son utilizadas las instancias restantes.

5.4.1 Conjuntos de instancias de adaptación con co-evolución

Para el experimento con co-evolución, durante el proceso evolutivo se requieren dos conjuntos de instancias de adaptación. Estos grupos de instancias son diferenciados por su coeficiente de correlación (Smith-Miles & Lopes, 2012). Este coeficiente determina la cantidad de diferencias existentes en las distancias de la matriz de costos o distancias entre las ciudades, es decir, si una instancia posee 48 ciudades, tiene una matriz de 2304 elementos. Si estos elementos tuviesen 1.033 diferencias, tiene un coeficiente de $0,5561$. Para el grupo 1 de instancias se utilizan las instancias que tengan un coeficiente mayor a $0,9$, mientras que para el grupo 2 se utilizan instancias de con un coeficiente entre $0,6$ y $0,8$. El número de instancias para cada grupo es

de 9 instancias. Este número ha sido determinado en trabajos relacionados (Parada et al., 2015; Contreras Bolton et al., 2013) y permite obtener bueno resultados para el proceso evolutivo. En la Tabla 5.3 se encuentran las instancias de adaptación divididas por isla.

Tabla 5.3: Conjunto de instancias de adaptación proceso evolutivo del experimento 4

Grupo Instancias	Nombre	Nº Ciudades	Coeficiente correlación
Grupo 1	pr124	124	0.6828
	berlin52	52	0.7016
	kroC100	100	0.7349
	kroE100	100	0.7354
	kroA100	100	0.7395
	kroB100	100	0.7404
	pr76	76	0.7413
	kroD100	100	0.7467
	lin105	105	0.8142
Grupo 2	pr136	136	0.9423
	ch130	130	0.9535
	ch150	150	0.9652
	eil51	51	0.9712
	st70	70	0.9757
	rat99	99	0.9783
	eil76	76	0.9860
	eil101	101	0.9914
	rat195	195	0.9922

(Elaboración propia, 2015)

5.4.2 Conjuntos de instancias de adaptación sin co-evolución

El conjunto de instancias de adaptación para el experimento sin co-evolución es la combinación de los grupos 1 y 2 utilizados en 5.4.1. En la Tabla 5.4 se pueden apreciar las instancias utilizadas por la PG tradicional.

Tabla 5.4: Conjunto instancias de adaptación proceso evolutivo experimento 3

Nombre	Nº Ciudades	Coeficiente correlación
pr124	124	0.6828
berlin52	52	0.7016
kroC100	100	0.7349
kroE100	100	0.7354
kroA100	100	0.7395
kroB100	100	0.7404
pr76	76	0.7413
kroD100	100	0.7467
lin105	105	0.8142
pr136	136	0.9423
ch130	130	0.9535
ch150	150	0.9652
eil51	51	0.9712
st70	70	0.9757
rat99	99	0.9783
eil76	76	0.9860
eil101	101	0.9914
rat195	195	0.9922

(Elaboración propia, 2015)

5.5 PARÁMETROS

Los parámetros a utilizar son los mismos definidos para el PM-01. Como se mencionó, estos valores se encuentran basados en otros trabajos que utilizan la PG (Contreras Bolton et al., 2013; Drake et al., 2014; Parada et al., 2015) y siguiendo los valores teóricos mencionados en (Karafotias et al., 2014, 2015). La lista completa con los valores para ambos experimentos se presenta en la Tabla 5.5.

Las cuatro poblaciones están compuestas por la combinación de las funciones objetivo y grupos de instancias de evolución, siendo éstas las siguientes:

- Población 1: utiliza la función de evaluación fe_4 y el grupo de instancias G2.

Tabla 5.5: Resumen de parámetros para experimentos 3 y 4

Datos	**Experimento con co-evolución**	**Experimento sin co-evolución**
Número de poblaciones	4	1
Tamaño de población	125 por cada población	500
Número de generaciones	300	
Probabilidad de cruzamiento	80 %	
Probabilidad de reproducción	10 %	
Probabilidad de mutación	5 % *subtree mutation* y 5 % *one node mutation*	
Método de generación de población inicial	*Ramped Half and Half*	
Método de selección de individuos	Torneo con 4 individuos	
Método de selección de nodos	*Koza Node Selector*	
Probabilidad de selección de nodos	90 % terminales y 10 % funciones	
Altura máxima de evolución	15	
Criterio de término	Completar todas las generaciones	
Individuos a compartir con otra población	5 (son replicados y compartidos)	no aplica
Poblaciones a las que compartir	Cada población comparte con todas las demás	no aplica
Número de generaciones que la población espera para enviar inmigrantes	10	no aplica
Generación en la que se inicia el envío de inmigrantes	1	no aplica
Selección de inmigrantes a enviar	Torneo con 4 individuos	no aplica
Selección de individuos a eliminar	Torneo inverso con 4 individuos	no aplica

- Población 2: utiliza la función de evaluación fe_3 y el grupo de instancias G1.
- Población 3: utiliza la función de evaluación fe_3 y el grupo de instancias G2.
- Población 3: utiliza la función de evaluación fe_4 y el grupo de instancias G1.

La población única está compuesta por la función de evaluación fe_{pvv} y el grupo de instancias G3.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los experimentos. Al igual que en los capítulos donde se describe el diseño del experimento de cada problema, éstos son divididos por problema con el fin de poder realizar la comparación de los resultados entregados por cada uno de los métodos. Los resultados para cada uno de los problemas son presentados por experimento y luego se describe una comparación de éstos. El orden de los experimentos está dado por el caso tradicional de PG y posteriormente el método de islas.

6.1 RESULTADOS PM-01

6.1.1 Resultados del proceso evolutivo

LA GAA aplicada al problema de la mochila bidimensional converge sistemáticamente para diversas ejecuciones realizadas. Este resultado corrobora los resultados previos de la literatura para el mismo problema y otros de optimización combinatoria. La Figura 6.1 y la Figura 6.2 muestran la convergencia de las distintas ejecuciones de los experimentos 1 y 2 de acuerdo a su *fitness* en el avance de las generaciones, donde cada línea corresponde al mejor algoritmo de cada ejecución del programa para cada uno de los sub-experimentos según corresponda. En esta figura es posible apreciar la rápida convergencia de las ejecuciones y que el *fitness* de cada una de éstas converge a un valor similar. Estos resultados son esperables debido a resultados similares sobre la convergencia en la literatura, además corrobora las consideraciones especificadas en 3.10.

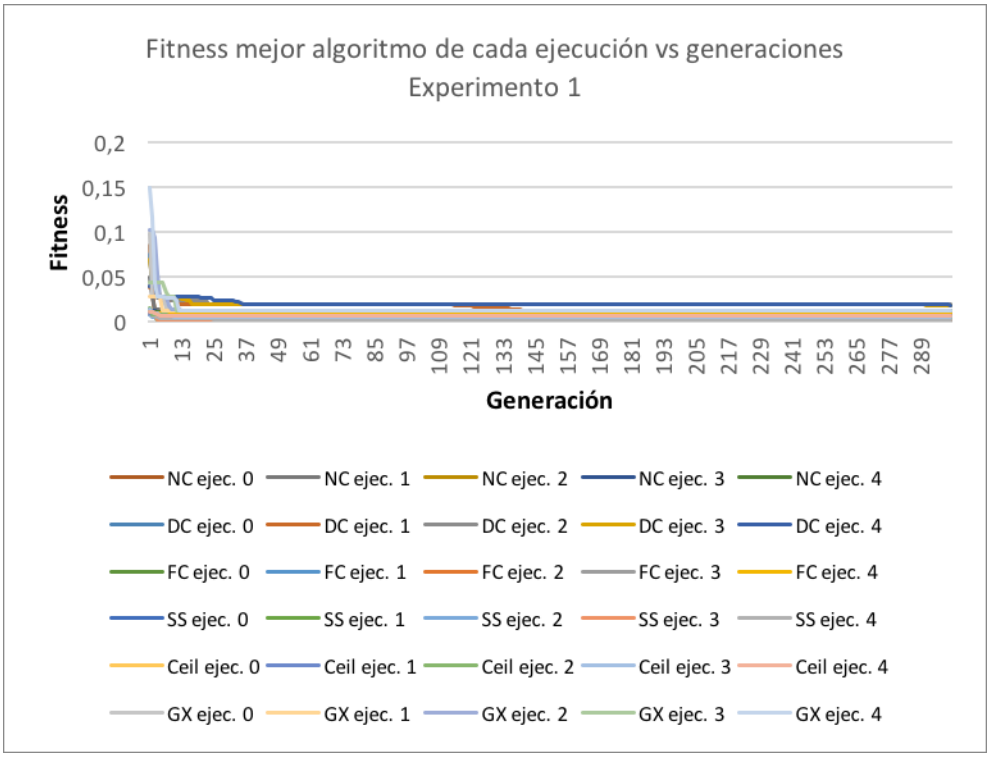


Figura 6.1: Fitness por generación experimento 1 (Elaboración propia, 2015)

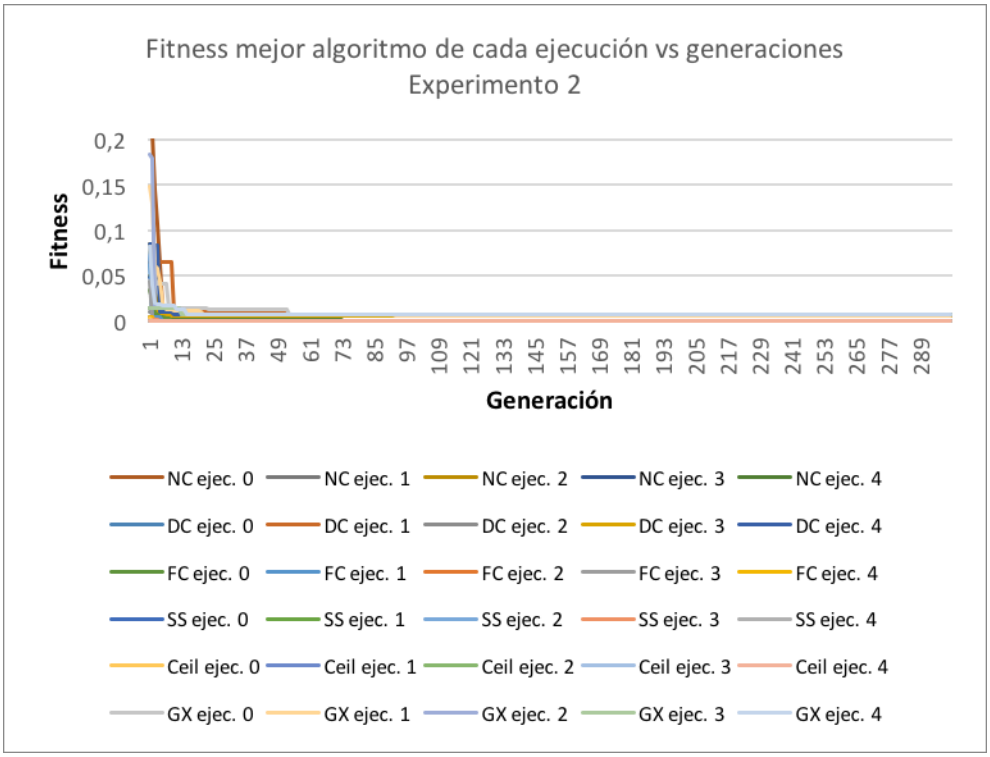


Figura 6.2: Fitness por generación experimento 2 (Elaboración propia, 2015)

Existe variedad en relación a la calidad de los algoritmos obtenidos. La distribución de los algoritmos por medio de su calidad en el proceso evolutivo a través de las generaciones es presentada en las Figuras 6.3 y 6.4. En la Figura 6.3 se presenta el *fitness* de los algoritmos obtenidos en el proceso evolutivo del experimento 1 y ejecución 0 que utiliza el grupo de evolución SS ($ANKPSS1$) y el experimento 2 con ejecución 0 que utiliza el mismo grupo de evolución ($AIKPSS1$), mediante el uso de un gráfico de Box and Whisker. En estas Figuras solo son representadas algunas generaciones ($0, 25, 50, 75, \ldots, 299$), para así poder apreciar la distribución de los algoritmos, debido a su extensa cantidad. Para cada una de las generaciones se presenta una división en cuatro secciones que representan a cada uno de los cuartiles y algunos *outliers*. Cada uno de los cuartiles representa un 25 % (cuartil 1 25 %, cuartil 2 50 %, etc) de los individuos de cada generación. Dentro de las generaciones, aparece una x que representa el promedio de los individuos de la generación, y una línea que divide la "caja" representando la media de los datos. De esta distribución, es posible inferir que el proceso evolutivo, al inicio la mayor cantidad de los individuos posee los peores valores de *fitness*, donde los cuatro cuartiles se encuentran en un rango de $0,6$ a $1,2$ para el experimento 1 y $0,8$ a $1,0$ para el experimento 2, y a medida que avanzan las generaciones, esta distribución tiende a mejores valores. En general, es posible apreciar que existen varios *outliers* en ambos gráficos, los que se encuentran distribuidos en la parte superior de las "cajas". Esto se debe principalmente a que en cada generación aparecen nuevos individuos auto generados para completar la población, luego de aplicar el proceso de variación (mutación, cruzamiento, reproducción, etc). En ambos gráficos el *fitness* promedio converge a valores menores a $0,2$, mientras que la media tiende a 0 o valores muy pequeños. De esto último se desprende que al avanzar las generaciones, la mayoría de los individuos, sobre el 50 %, obtienen buenos resultados (menores a $0,1$). La distribución de los demás algoritmos generados por los otros experimentos es similar y puede ser inferida de la Tabla 6.1 y Tabla 6.2 donde se muestra el resumen de los experimentos 1 y 2, con sus respectivos sub-experimentos. En estas tablas se muestran datos generales de todos algoritmos obtenidos en la ejecución del sub-experimento para cada uno de los experimentos relacionados al PM-01, por ejemplo "NC ejec. 0" es la ejecución 0 del sub-experimento que utiliza el grupo NC. Dada la gran cantidad de algoritmos generados por sub-experimento y más aún los obtenidos de ambos experimentos durante el proceso evolutivo (aproximadamente 150 mil por sub-experimento), es que se selecciona al mejor de cada ejecución para ser evaluado con las instancias de prueba. Esto resulta en la evaluación de 60 algoritmos, siendo cinco los extraídos de cada uno de los 12 experimentos (experimento 1a, experimento 2a, experimento 1b, experimento 2b, etc). Los algoritmos a evaluar son los propuestos en la Tabla 6.3 y Tabla 6.4 para los experimentos 1 y 2 respectivamente. En las tablas donde se presentan los mejores algoritmos, el nombre que éstos

tienen posee la siguiente forma: Algoritmo - Experimento (Tradicional **(N)** o co-evolución utilizando método de islas **(I)**) - Problema - Grupo instancias - Correlativo de 1 a 5. Un ejemplo de esto último es ANKPNC1, que se lee como Algoritmo (A) del experimento tradicional (N) para el problema de la mochila (KP) utilizando el grupo de instancias NC (NC) obtenido en la ejecución 1.

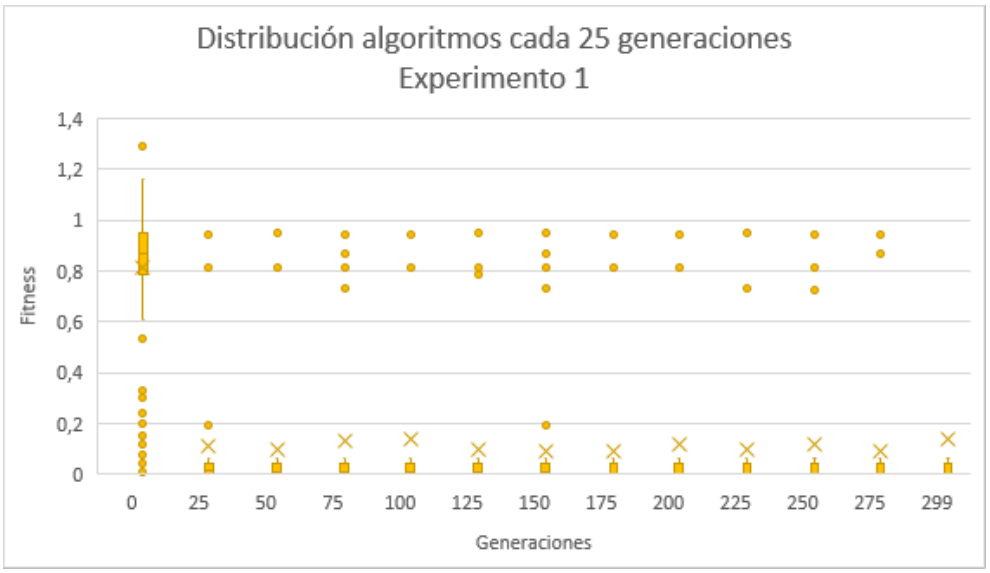


Figura 6.3: Distribución algoritmos experimento 1 (Elaboración propia, 2015)

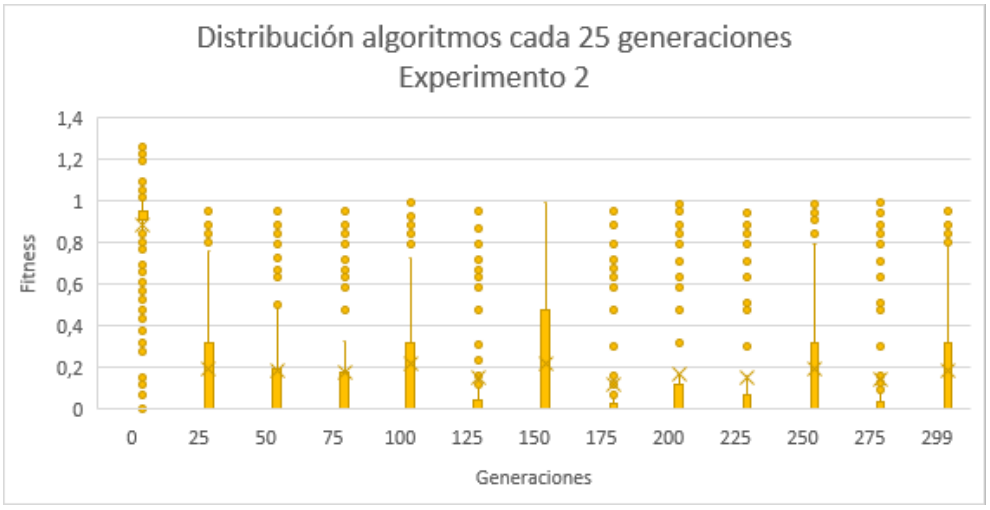


Figura 6.4: Distribución algoritmos experimento 2 (Elaboración propia, 2015)

En relación al *fitness*, no existe una gran variación en la calidad de la GAA para los distintos algoritmos obtenidos durante el proceso evolutivo para el mismo conjunto de instancias. En las tablas 6.1 y 6.2 aparecen datos del mejor, peor y promedio del *fitness* de todos los algoritmos generados utilizando alguno de los grupos de instancias clasificados en el sub-capítulo 4.4. En

Tabla 6.1: Datos generales de los algoritmos obtenidos en el experimento 1

	Fitness			Nº Nodos			Altura		
Nombre	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**
NC ejec. 0	1,1688	0,2232	0,0038	2	13,08	122	2	5,27	10
NC ejec. 1	1,2133	0,2827	0,0037	2	12,16	116	2	4,70	10
NC ejec. 2	1,3316	0,2309	0,0039	2	12,13	133	2	5,89	10
NC ejec. 3	1,1607	0,2365	0,0057	2	10,59	121	2	4,38	10
NC ejec. 4	1,2449	0,1393	0,0047	2	10,48	138	2	4,45	10
DC ejec. 0	1,1567	0,2557	0,0178	2	12,52	109	2	5,78	10
DC ejec. 1	1,1516	0,2262	0,0118	2	12,89	139	2	5,23	10
DC ejec. 2	1,3174	0,2372	0,0187	2	12,39	126	2	4,60	10
DC ejec. 3	1,2252	0,2168	0,0176	2	11,65	109	2	5,01	10
DC ejec. 4	1,1508	0,2276	0,0178	2	10,81	144	2	5,40	10
FC ejec. 0	1,1567	0,1775	0,0093	2	11,49	98	2	4,18	10
FC ejec. 1	1,2166	0,1215	0,0096	2	6,54	105	2	3,56	10
FC ejec. 2	1,2905	0,1699	0,0080	2	11,44	124	2	4,25	10
FC ejec. 3	1,2133	0,2404	0,0078	2	9,47	103	2	4,93	10
FC ejec. 4	1,2000	0,1936	0,0096	2	7,04	106	2	3,25	10
SS ejec. 0	1,2900	0,1289	0,0021	2	10,85	123	2	3,96	10
SS ejec. 1	1,3033	0,0420	0,0021	2	11,00	121	2	4,42	10
SS ejec. 2	1,2389	0,2545	0,0021	2	11,27	108	2	4,76	10
SS ejec. 3	1,2067	0,1964	0,0022	2	8,50	131	2	4,36	10
SS ejec. 4	1,2493	0,1792	0,0021	2	10,42	125	2	5,43	10
Ceil ejec. 0	1,2383	0,2175	0,0051	2	12,36	132	2	4,24	10
Ceil ejec. 1	1,1510	0,1895	0,0058	2	11,05	117	2	5,35	10
Ceil ejec. 2	1,2293	0,1332	0,0048	2	12,75	136	2	5,88	10
Ceil ejec. 3	1,2128	0,1866	0,0048	2	10,51	134	2	4,26	10
Ceil ejec. 4	1,2338	0,2189	0,0057	2	8,65	124	2	4,38	10
GX ejec. 0	1,2172	0,2187	0,0126	2	8,86	120	2	4,60	10
GX ejec. 1	1,1209	0,1530	0,0126	2	10,56	102	2	4,53	10
GX ejec. 2	1,3110	0,2769	0,0123	2	12,16	139	2	4,68	10
GX ejec. 3	1,1931	0,2250	0,0126	2	8,40	115	2	4,36	10
GX ejec. 4	1,1819	0,2192	0,0126	2	9,37	123	2	4,43	10

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.2: Datos generales de los algoritmos obtenidos en el experimento 2

	Fitness			Nº Nodos			Altura		
Nombre	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**
NC ejec. 0	1,2700	0,2838	0,0000	2	9,67	120	2	4,89	10
NC ejec. 1	1,3033	0,3810	0,0000	2	10,50	163	2	4,96	10
NC ejec. 2	1,3233	0,3724	0,0000	2	10,42	127	2	4,28	10
NC ejec. 3	1,3200	0,3549	0,0000	2	10,29	129	2	5,00	10
NC ejec. 4	1,3000	0,3109	0,0000	2	7,67	133	2	4,06	10
DC ejec. 0	1,2033	0,4185	0,0057	2	9,07	96	2	4,22	10
DC ejec. 1	1,2967	0,3334	0,0057	2	9,97	119	2	4,15	10
DC ejec. 2	1,2700	0,4415	0,0056	2	12,35	120	2	4,13	10
DC ejec. 3	1,2667	0,3839	0,0057	2	9,74	110	2	4,63	10
DC ejec. 4	1,2700	0,3774	0,0069	2	9,34	111	2	3,73	10
FC ejec. 0	1,3733	0,3392	0,0000	2	8,27	142	2	4,08	10
FC ejec. 1	1,2733	0,3799	0,0000	2	7,35	138	2	3,96	10
FC ejec. 2	1,2803	0,3511	0,0000	2	8,94	140	2	4,23	10
FC ejec. 3	1,2333	0,3418	0,0000	2	7,26	112	2	3,70	10
FC ejec. 4	1,2267	0,2614	0,0000	2	6,31	100	2	3,51	10
SS ejec. 0	1,2600	0,1862	0,0000	2	11,24	108	2	4,86	10
SS ejec. 1	1,2267	0,2571	0,0000	2	9,27	98	2	4,15	10
SS ejec. 2	1,3100	0,2828	0,0000	2	10,86	123	2	3,95	10
SS ejec. 3	1,1867	0,2619	0,0000	2	10,96	130	2	4,78	10
SS ejec. 4	1,3167	0,2163	0,0000	2	10,85	125	2	4,46	10
Ceil ejec. 0	1,2267	0,2381	0,0000	2	9,14	107	2	4,32	10
Ceil ejec. 1	1,2400	0,2326	0,0000	2	9,37	119	2	4,65	10
Ceil ejec. 2	1,2733	0,1516	0,0000	2	9,38	118	2	4,27	10
Ceil ejec. 3	1,3067	0,2221	0,0000	2	9,84	122	2	4,36	10
Ceil ejec. 4	1,2408	0,2770	0,0000	2	9,42	115	2	4,35	10
GX ejec. 0	1,2900	0,3662	0,0075	2	9,27	120	2	4,35	10
GX ejec. 1	1,2567	0,3916	0,0064	2	11,46	133	2	4,61	10
GX ejec. 2	1,2667	0,3458	0,0077	2	10,79	110	2	4,63	10
GX ejec. 3	1,2932	0,3675	0,0075	2	9,65	123	2	4,67	10
GX ejec. 4	1,2933	0,3994	0,0076	2	10,44	122	2	5,17	10

(Elaboración propia, 2015)

relación a la Tabla 6.1, es posible apreciar que el resultado tanto del mejor, peor y el promedio del *fitness* de los algoritmos tiende a valores similares, lo que complementa las consideraciones mencionadas en 3.10. En relación a los resultados del *fitness* obtenido entre los distintos grupos de instancias, es posible apreciar que en algunos casos, existe una mayor diferencia que la presentada en los resultados dentro del mismo grupo, lo que se debe principalmente a las características del grupo de instancias utilizado en el proceso evolutivo. Para la Tabla 6.2 se ve que ocurre un efecto similar, tanto en la relación entre los algoritmos del mismo grupo, como en la comparación con los de otros grupos. Finalmente, los resultados que se obtienen en cada uno de los grupos al ser comparados entre experimentos, presentan una variación en la que los algoritmos del experimento 1 obtienen mejores resultados. Esta variación ocurre por que en el experimento 2 se generan algoritmos en distintas poblaciones con distintos criterios de evaluación (islas), lo que conlleva a una mayor variabilidad que la presentada en el experimento 1.

La variación de los algoritmos obtenidos en la GAA está relacionada con la estructura que posee el árbol sintáctico obtenido durante el proceso evolutivo. En las tablas 6.1 y 6.2 aparecen datos del máximo, mínimo y promedio del número de nodos y la altura. Con respecto al número de nodos, existe variación en los algoritmos del mismo grupo y al ser comparados entre los distintos grupos. Aunque el número máximo de nodos alcanza valores sobre 100, el promedio es siempre menor a 15, cuyo valor fue determinado como máximo para no interferir en la calidad de los algoritmos (factor de legibilidad, véase 4.3). En relación a la altura de los árboles que representan a los algoritmos, se ve que también existe variación tanto entre los grupos como al compararlos con otros. El promedio de éstos tiende a valores entre 3 y 5, lo que se relaciona directamente con el número máximo permitido de nodos, ya que algunos de estos nodos representan funciones, las que solo tienen permitido un número determinado de hijos.

La calidad de los algoritmos obtenidos mediante el proceso evolutivo no tiene relación con el tiempo que demora el proceso evolutivo ni la generación en la que el o los mejores algoritmos aparecen dentro de la ejecución de este proceso. En las tablas 6.3 y 6.4, es posible apreciar el tiempo de evolución de cada una de las ejecuciones y la generación en la que aparece el mejor individuo de ésta. En estas tablas es posible notar que existe variación tanto en el tiempo de cada una de las ejecuciones del proceso evolutivo y en la generación en la que el mejor individuo aparece.

El tamaño de los árboles que componen los algoritmos obedece al rango de tamaño predefinido en la función de legibilidad que se encuentra dentro de la función de evaluación (*fitness*). En la Tabla 6.3 y 6.4 se muestra que no existe una convergencia hacia árboles de similares

dimensiones. Como se observa en estas tablas, los árboles seleccionados varían entre 3 y 15 nodos con una altura entre 2 y 7 para el experimento 1, y entre 3 y 15 nodos, con una altura entre 2 y 6 para el experimento 2.

Los algoritmos generados son mejores para instancias de mayor tamaño. En el diseño del experimento, el criterio de división de las instancias para las islas del experimento 2 fue por medio del tamaño de éstas, siendo el tamaño la cantidad de ítems que posee la instancia y no la escala en que los valores del peso y beneficio se encuentren. En la Tabla 6.5 se presentan los resultados de los mejores algoritmos de cada isla por ejecución. La isla 0 se compone de una función de evaluación por HITS y los grupos de instancias de tamaño 50 y 100. La isla 1 se compone de una función de evaluación por ERP y los grupos de instancias de tamaño 200 y 500, la isla 2 se compone de una función de evaluación por ERP y los grupos de instancias de tamaño 50 y 100, y finalmente, la isla 3 se compone de una función de evaluación por HITS y los grupos de instancias de tamaño 200 y 500. En esta Tabla se puede ver los resultados del ERP que obtuvo cada uno de éstos y el *fitness* con el que finalmente fueron evaluados durante el proceso evolutivo. Los algoritmos generados en las islas 1 y 3 presentan un menor ERP en comparación a los generados en las islas 0 y 2. La Tabla 6.6 presenta un resumen de la Tabla 6.5 donde es más fácil apreciar la comparación entre las distintas islas. Considerando los resultados obtenidos en las ejecuciones de los diversos experimentos que utilizan gran variedad de grupos de instancias, es posible concluir que los mejores resultados en el proceso evolutivo son obtenidos por las instancias de mayor tamaño. Por otra parte, los resultados para las islas 0 y 3, presentan una gran variación entre el ERP y el *fitness*, mientras que en las islas 1 y 2, los resultados son similares. Esto se debe a la particularidad de cada una de las funciones de evaluación, que buscan medir con un criterio distinto la calidad de los algoritmos generados. De lo anterior se desprende en relación al tamaño que es recomendable el uso de instancias de mayor tamaño para el proceso evolutivo. Mientras tanto, en relación al uso de la función de evaluación, cuando ésta sea relacionada a los HITS (cantidad de soluciones óptimas obtenidas) se sugiere la incorporación un porcentaje menor que considere el ER, esto debido a que la selección de los algoritmos es realizada considerando el valor del *fitness* que considera solo a los algoritmos que obtienen un ER menor al % determinado, por lo que un algoritmo que obtiene un ERP un poco mayor al aceptado por la función de evaluación HITS es penalizado de la misma forma que un algoritmo que obtenga un resultado muy malo. Por ejemplo, si el ER máximo para considerar un *hit* es de $1,0\,\%$, un algoritmo que obtenga un $1,1\,\%$ de ER tiene el mismo *fitness* que un algoritmo con un ER de $100\,\%$.

Tabla 6.3: Datos generales del mejor algoritmo de cada experimento del experimento 1

Nombre	Fitness	Nº de nodos	Altura	Ejecución en la que aparece	Tiempo (min)
ANKPNC1	0,0038	15	6	30	21,10
ANKPNC2	0,0037	15	5	231	23,09
ANKPNC3	0,0039	14	7	100	24,40
ANKPNC4	0,0057	15	5	14	19,25
ANKPNC5	0,0047	9	4	17	18,58
ANKPDC1	0,0187	14	6	291	17,16
ANKPDC2	0,0118	15	6	138	30,04
ANKPDC3	0,0187	15	5	57	19,65
ANKPDC4	0,0187	13	5	16	17,30
ANKPDC5	0,0187	15	7	148	19,49
ANKPFC1	0,0093	14	4	4	17,63
ANKPFC2	0,0096	3	2	0	22,49
ANKPFC3	0,0082	14	5	129	22,33
ANKPFC4	0,0078	15	8	282	24,55
ANKPFC5	0,0096	3	2	0	19,92
ANKPSS1	0,0021	14	4	4	13,65
ANKPSS2	0,0021	10	4	3	19,70
ANKPSS3	0,0021	15	5	94	20,74
ANKPSS4	0,0022	5	3	3	18,90
ANKPSS5	0,0021	9	5	32	16,88
ANKPCeil1	0,0051	13	4	23	10,15
ANKPCeil2	0,0058	13	5	12	10,96
ANKPCeil3	0,0049	15	7	95	14,78
ANKPCeil4	0,0048	11	4	8	11,63
ANKPCeil5	0,0068	5	3	36	12,61
ANKPGX1	0,0167	8	5	8	13,45
ANKPGX2	0,0073	8	5	5	11,66
ANKPGX3	0,0164	9	4	46	13,23
ANKPGX4	0,0077	9	4	10	14,42
ANKPGX5	0,0142	15	5	11	12,46

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.4: Datos generales del mejor algoritmo de cada experimento del experimento 2

Nombre	Fitness	Nº de nodos	Altura	Ejecución en la que aparece	Isla en la que aparece	Tiempo (min)
AIKPNC1	0,0048	13	6	2	23	22,66
AIKPNC2	0,0047	11	5	2	112	26,93
AIKPNC3	0,0056	14	4	2	42	21,01
AIKPNC4	0,0057	9	4	1	39	23,82
AIKPNC5	0,0057	5	3	1 y 3	62 y 62	21,94
AIKPDC1	0,0187	13	5	1	67	18,22
AIKPDC2	0,0173	15	6	2	277	22,52
AIKPDC3	0,0163	15	4	1	90	17,74
AIKPDC4	0,0187	12	5	1	19	20,73
AIKPDC5	0,0271	10	3	0	4	18,63
AIKPFC1	0,0096	6	3	0 y 2	0 y 2	18,17
AIKPFC2	0,0096	3	2	0	3	19,27
AIKPFC3	0,0084	15	6	2	227	18,96
AIKPFC4	0,0096	3	2	0, 1 y 3	2, 0 y 2	18,68
AIKPFC5	0,0096	3	2	0	0	21,90
AIKPSS1	0,0021	15	5	2	124	18,62
AIKPSS2	0,0096	14	6	0	42	17,52
AIKPSS3	0,0084	13	4	0	7	17,74
AIKPSS4	0,0096	11	5	0	12	19,04
AIKPSS5	0,0096	15	6	2	32	19,19
AIKPCeil1	0,0057	10	4	2	62 y 62	17,85
AIKPCeil2	0,0068	7	3	0 y 2	2 y 0	19,34
AIKPCeil3	0,0058	15	6	2	60	20,64
AIKPCeil4	0,0057	10	4	2	25	17,58
AIKPCeil5	0,0075	14	6	0	145	24,74
AIKPGX1	0,0157	11	5	2	241	19,48
AIKPGX2	0,0063	11	5	0 y 2	214 y 222	15,25
AIKPGX3	0,0150	15	5	0 y 2	22 y 11	18,46
AIKPGX4	0,0077	15	5	0	12	16,77
AIKPGX5	0,0147	9	4	2	34	16,94

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.5: Resultados del ERP y fitness para el mejor individuo de cada isla de los sub-experimentos del experimento 2

	Isla 0		Isla 1		Isla 2		Isla 3	
Nombre	**ERP**	**Fitness**	**ERP**	**Fitness**	**ERP**	**Fitness**	**ERP**	**Fitness**
NC ejec. 0	0.0070	0.1583	0.0029	0.0028	0.0068	0.0065	0.0029	0.0000
NC ejec. 1	0.0070	0.1583	0.0029	0.0028	0.0070	0.0066	0.0029	0.0000
NC ejec. 2	0.0055	0.0000	0.0029	0.0028	0.0053	0.0050	0.0029	0.0000
NC ejec. 3	0.0053	0.0000	0.0029	0.0028	0.0053	0.0050	0.0033	0.0000
NC ejec. 4	0.0092	0.3167	0.0029	0.0028	0.0090	0.0086	0.0029	0.0000
DC ejec. 0	0.0497	0.4750	0.0060	0.0057	0.0333	0.0316	0.0060	0.3167
DC ejec. 1	0.0497	0.4750	0.0060	0.0057	0.0281	0.0267	0.0104	0.3167
DC ejec. 2	0.0497	0.4750	0.0059	0.0056	0.0279	0.0265	0.0168	0.1583
DC ejec. 3	0.0497	0.4750	0.0060	0.0057	0.0318	0.0302	0.0069	0.3167
DC ejec. 4	0.0497	0.4750	0.0073	0.0069	0.0497	0.0472	0.0074	0.3167
FC ejec. 0	0.0151	0.6333	0.0036	0.0034	0.0151	0.0143	0.0051	0.0000
FC ejec. 1	0.0151	0.6333	0.0051	0.0049	0.0151	0.0143	0.0051	0.0000
FC ejec. 2	0.0135	0.4817	0.0046	0.0044	0.0128	0.0122	0.0051	0.0000
FC ejec. 3	0.0151	0.6333	0.0051	0.0049	0.0151	0.0143	0.0051	0.0000
FC ejec. 4	0.0151	0.6333	0.0051	0.0049	0.0151	0.0143	0.0051	0.0000
SS ejec. 0	0.0027	0.0000	0.0004	0.0004	0.0027	0.0025	0.0003	0.0000
SS ejec. 1	0.0036	0.0000	0.0003	0.0003	0.0036	0.0035	0.0031	0.0000
SS ejec. 2	0.0033	0.0000	0.0004	0.0003	0.0033	0.0032	0.0027	0.0000
SS ejec. 3	0.0063	0.0000	0.0003	0.0003	0.0035	0.0033	0.0027	0.0000
SS ejec. 4	0.0036	0.0000	0.0003	0.0003	0.0036	0.0035	0.0015	0.0000
Ceil ejec. 0	0.0074	0.0000	0.0004	0.0004	0.0066	0.0063	0.0011	0.0000
Ceil ejec. 1	0.0091	0.1583	0.0004	0.0004	0.0091	0.0087	0.0011	0.0000
Ceil ejec. 2	0.0076	0.0000	0.0004	0.0004	0.0075	0.0071	0.0043	0.0000
Ceil ejec. 3	0.0069	0.0000	0.0005	0.0005	0.0068	0.0065	0.0053	0.0000
Ceil ejec. 4	0.0100	0.1583	0.0025	0.0024	0.0100	0.0095	0.0051	0.0000
GX ejec. 0	0.0179	0.5700	0.0079	0.0075	0.0166	0.0157	0.0085	0.1900
GX ejec. 1	0.0160	0.3800	0.0067	0.0064	0.0160	0.0152	0.0085	0.1900
GX ejec. 2	0.0179	0.5700	0.0081	0.0077	0.0179	0.0170	0.0085	0.1900
GX ejec. 3	0.0179	0.5700	0.0079	0.0075	0.0179	0.0170	0.0085	0.1900
GX ejec. 4	0.0179	0.5700	0.0080	0.0076	0.0177	0.0168	0.0085	0.1900

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.6: Resumen por isla de cada sub-experimento del experimento 2

	ERP			Fitness		
Nombre Isla	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**
Isla 0	0,0497	0,0168	0,0027	0,6333	0,3000	0,0000
Isla 1	0,0081	0,0038	0,0003	0,0077	0,0036	0,0003
Isla 2	0,0497	0,0140	0,0027	0,0472	0,0133	0,0025
Isla 3	0,0168	0,0053	0,0003	0,3167	0,0792	0,0000

(Elaboración propia, 2015)

6.1.2 Resultados de la evaluación

Los algoritmos seleccionados para el proceso de evaluación empeoran al comparar los resultados obtenidos para los grupos de instancias de evolución en comparación a los de evaluación. La Figura 6.5 muestra los resultados de la comparación entre los resultados de la evolución y evaluación para el experimento 1. En ésta es posible apreciar que los resultados de la evaluación empeoran para todos los sub-experimentos correspondientes al experimento 1. La Figura 6.6 muestra los resultados de la comparación para el experimento 2, donde se ve que ocurre un efecto similar.

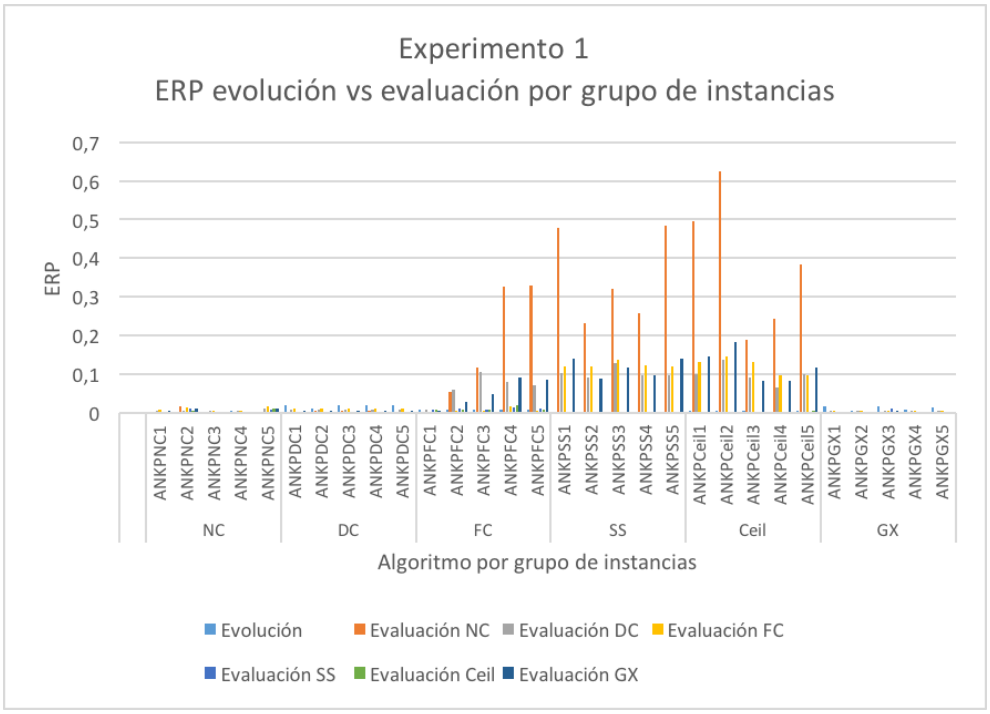


Figura 6.5: ERP de cada algoritmo por grupo sobre el conjunto de evaluación y evolución para el experimento 1 (Elaboración propia, 2015)

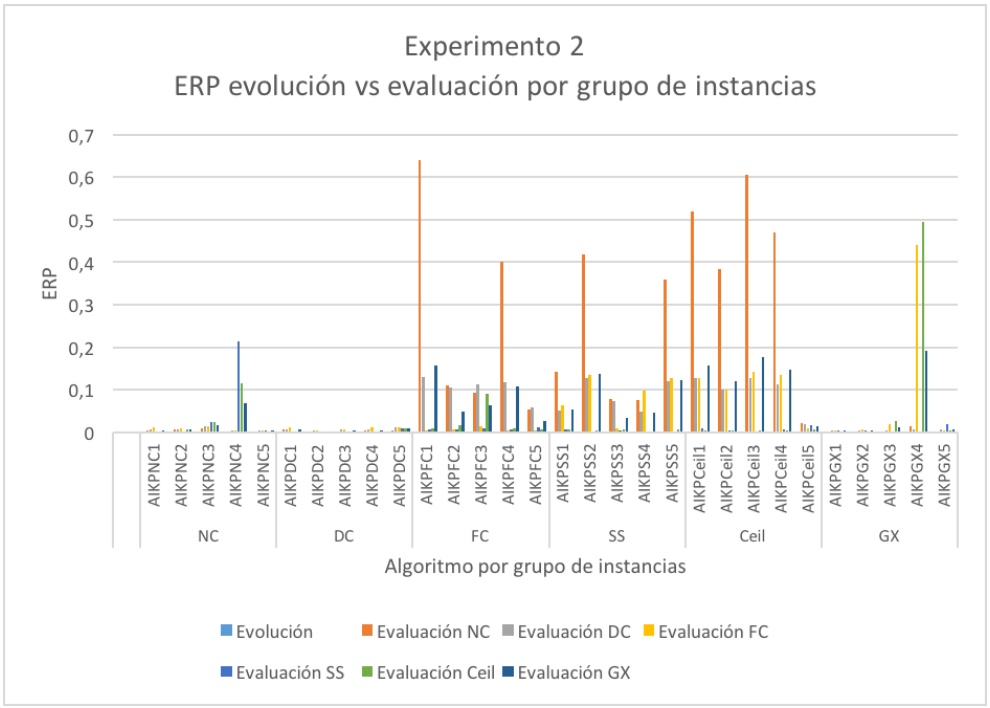


Figura 6.6: ERP de cada algoritmo por grupo sobre el conjunto de evaluación y evolución para el experimento 2 (Elaboración propia, 2015)

Los resultados obtenidos por los algoritmos producidos se sobre-especializan en el tipo de instancias de entrenamiento (evolución). Esta observación se desprende de la clasificación realizada para las instancias de acuerdo a su tipo. Como se muestra en la Tabla 6.7 para el experimento 1 y la Tabla 6.8 para el experimento 2, los resultados son similares para las instancias que tienen el mismo grupo de evolución y evaluación. Mientras que, para los otros casos, en su mayoría los resultados difieren.

Los algoritmos obtenidos mediante la evolución utilizando el grupo de instancias de adaptación SS y $Ceil$, muestran una clara sobre especialización en las instancias que corresponden al mismo grupo. Estos grupos, como se mencionó en el diseño del experimento, poseen características muy similares. Específicamente, cuando se utilizaron para evolucionar los algoritmos, las instancias del grupo SS, surgieron los algoritmos $ANKPSS1$ a $ANKPSS5$ para el experimento 1 y los algoritmos $AIKPSS1$ a $AIKPSS5$ para el experimento 2. En la Tabla 6.9 se observan los resultados obtenidos para los cinco algoritmos de cada experimento con las instancias de evolución, solo para los algoritmos del grupo SS. Al observar los cinco algoritmos se detectan diferencias estructurales y también diferencias en el desempeño computacional. El mejor algoritmo obtenido es $ANKPSS4$ que presenta un error relativo promedio de $0,22\,\%$ en las 12 instancias de evolución. La estructura sintáctica del algoritmo se presenta en la Figura 6.7. En esta figura se ve que el algoritmo utiliza como elementos la incorporación de nuevos ítems a la mochila por el menor beneficio, mayor peso, mayor ganancia ($beneficio/peso$), los que solo se preocupan de llenar la mochila. Entonces, el algoritmo opera estos terminales alternadamente hasta completar la mochila. Además, los terminales que agregan ítems de acuerdo al peso parecen ser los responsables finales de la especialización para este tipo de instancias. Es decir, el algoritmo $ANKPSS4$ se ha sobre especializado para las instancias de entrenamiento. Esta sobre especialización afecta en mayor medida a este grupo y al grupo $Ceil$, ya que, al tener una relación de igualdad (para el caso SS) y casi de igualdad (caso $Ceil$) entre el peso y el beneficio de los ítems a ingresar a la mochila, los algoritmos solo intentan llenar la mochila hasta alcanzar su capacidad. Como resultado, estos algoritmos en particular, obtienen los peores resultados al ser evaluados con los grupos de instancias distintas al de evolución.

Tabla 6.7: Resultados del ERP para las instancias de evolución y evaluación para el mejor algoritmo de cada sub-experimento del experimento 1

		Grupos de instancias de evaluación					
Nombre	**Evolución**	**NC**	**DC**	**FC**	**SS**	**Ceil**	**GX**
ANKPNC1	0,004	0,005	0,007	0,009	0,004	0,002	0,005
ANKPNC2	0,004	0,019	0,007	0,015	0,012	0,008	0,012
ANKPNC3	0,004	0,004	0,007	0,008	0,003	0,002	0,005
ANKPNC4	0,006	0,002	0,005	0,006	0,002	0,002	0,004
ANKPNC5	0,005	0,005	0,012	0,017	0,010	0,011	0,011
ANKPDC1	0,020	0,005	0,008	0,013	0,002	0,002	0,006
ANKPDC2	0,012	0,007	0,010	0,013	0,003	0,003	0,007
ANKPDC3	0,020	0,007	0,008	0,013	0,002	0,002	0,006
ANKPDC4	0,020	0,006	0,008	0,013	0,002	0,002	0,006
ANKPDC5	0,020	0,005	0,008	0,013	0,003	0,002	0,006
ANKPFC1	0,010	0,003	0,008	0,005	0,008	0,008	0,006
ANKPFC2	0,010	0,054	0,061	0,006	0,013	0,008	0,029
ANKPFC3	0,009	0,118	0,106	0,007	0,009	0,010	0,050
ANKPFC4	0,008	0,328	0,081	0,018	0,015	0,022	0,093
ANKPFC5	0,010	0,330	0,073	0,006	0,013	0,008	0,086
ANKPSS1	0,002	0,479	0,103	0,121	0,002	0,005	0,142
ANKPSS2	0,002	0,233	0,092	0,121	0,002	0,005	0,091
ANKPSS3	0,002	0,321	0,128	0,137	0,002	0,005	0,118
ANKPSS4	0,002	0,257	0,097	0,125	0,002	0,005	0,097
ANKPSS5	0,002	0,484	0,099	0,120	0,003	0,004	0,142
ANKPCeil1	0,005	0,495	0,100	0,132	0,003	0,005	0,147
ANKPCeil2	0,006	0,623	0,139	0,145	0,003	0,005	0,183
ANKPCeil3	0,005	0,190	0,093	0,131	0,004	0,004	0,084
ANKPCeil4	0,005	0,243	0,065	0,098	0,004	0,004	0,083
ANKPCeil5	0,007	0,385	0,101	0,099	0,004	0,005	0,119
ANKPGX1	0,018	0,002	0,006	0,006	0,004	0,002	0,004
ANKPGX2	0,008	0,002	0,006	0,006	0,002	0,002	0,004
ANKPGX3	0,017	0,002	0,006	0,006	0,011	0,003	0,006
ANKPGX4	0,008	0,002	0,006	0,006	0,004	0,002	0,004
ANKPGX5	0,015	0,002	0,006	0,006	0,002	0,003	0,004

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.8: Resultados del ERP para las instancias de evolución y evaluación para el mejor algoritmo de cada sub-experimento del experimento 2

		Grupos de instancias de evaluación					
Nombre	**Evolución**	**NC**	**DC**	**FC**	**SS**	**Ceil**	**GX**
AIKPNC1	0,0050	0,0048	0,0083	0,0131	0,0030	0,0021	0,0063
AIKPNC2	0,0050	0,0067	0,0087	0,0102	0,0024	0,0070	0,0070
AIKPNC3	0,0059	0,0112	0,0161	0,0154	0,0237	0,0242	0,0181
AIKPNC4	0,0060	0,0035	0,0057	0,0060	0,2135	0,1156	0,0689
AIKPNC5	0,0060	0,0022	0,0058	0,0061	0,0042	0,0024	0,0041
AIKPDC1	0,0197	0,0068	0,0082	0,0131	0,0024	0,0020	0,0065
AIKPDC2	0,0182	0,0023	0,0056	0,0060	0,0024	0,0025	0,0038
AIKPDC3	0,0172	0,0029	0,0065	0,0070	0,0025	0,0027	0,0043
AIKPDC4	0,0197	0,0048	0,0083	0,0131	0,0030	0,0021	0,0063
AIKPDC5	0,0285	0,0063	0,0117	0,0133	0,0105	0,0088	0,0101
AIKPFC1	0,0101	0,6398	0,1303	0,0060	0,0087	0,0090	0,1588
AIKPFC2	0,0101	0,1113	0,1070	0,0081	0,0087	0,0165	0,0503
AIKPFC3	0,0089	0,0938	0,1123	0,0146	0,0110	0,0911	0,0646
AIKPFC4	0,0101	0,4012	0,1178	0,0060	0,0087	0,0090	0,1085
AIKPFC5	0,0101	0,0541	0,0604	0,0061	0,0132	0,0084	0,0285
AIKPSS1	0,0023	0,1429	0,0527	0,0633	0,0080	0,0081	0,0550
AIKPSS2	0,0101	0,4184	0,1287	0,1363	0,0012	0,0046	0,1378
AIKPSS3	0,0089	0,0795	0,0741	0,0108	0,0044	0,0064	0,0350
AIKPSS4	0,0101	0,0773	0,0503	0,0990	0,0013	0,0036	0,0463
AIKPSS5	0,0101	0,3598	0,1196	0,1281	0,0034	0,0063	0,1235
AIKPCeil1	0,0060	0,5195	0,1284	0,1270	0,0106	0,0058	0,1583
AIKPCeil2	0,0071	0,3848	0,1022	0,1014	0,0041	0,0054	0,1196
AIKPCeil3	0,0061	0,6045	0,1273	0,1434	0,0033	0,0041	0,1765
AIKPCeil4	0,0060	0,4693	0,1144	0,1363	0,0086	0,0048	0,1467
AIKPCeil5	0,0079	0,0221	0,0209	0,0107	0,0175	0,0074	0,0157
AIKPGX1	0,0165	0,0023	0,0058	0,0060	0,0041	0,0024	0,0041
AIKPGX2	0,0066	0,0035	0,0059	0,0079	0,0040	0,0023	0,0047
AIKPGX3	0,0158	0,0022	0,0059	0,0188	0,0024	0,0281	0,0115
AIKPGX4	0,0081	0,0157	0,0078	0,4410	0,0024	0,4945	0,1923
AIKPGX5	0,0155	0,0027	0,0063	0,0061	0,0188	0,0049	0,0078

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.9: Resultados del ERP de los algoritmos obtenidos por el grupo de instancias SS para cada uno de los grupos de instancias de evaluación

			Grupos de instancias de evaluación					
Experimento	**Nombre**	**Evolución**	**NC**	**DC**	**FC**	**SS**	**Ceil**	**GX**
Experimento 1 SS	ANKPSS1	0,002	0,479	0,103	0,121	0,002	0,005	0,142
	ANKPSS2	0,002	0,233	0,092	0,121	0,002	0,005	0,091
	ANKPSS3	0,002	0,321	0,128	0,137	0,002	0,005	0,118
	ANKPSS4	0,002	0,257	0,097	0,125	0,002	0,005	0,097
	ANKPSS5	0,002	0,484	0,099	0,120	0,003	0,004	0,142
Experimento 2 SS	AIKPSS1	0,0023	0,1429	0,0527	0,0633	0,0080	0,0081	0,0550
	AIKPSS2	0,0101	0,4184	0,1287	0,1363	0,0012	0,0046	0,1378
	AIKPSS3	0,0089	0,0795	0,0741	0,0108	0,0044	0,0064	0,0350
	AIKPSS4	0,0101	0,0773	0,0503	0,0990	0,0013	0,0036	0,0463
	AIKPSS5	0,0101	0,3598	0,1196	0,1281	0,0034	0,0063	0,1235

(Elaboración propia, 2015)

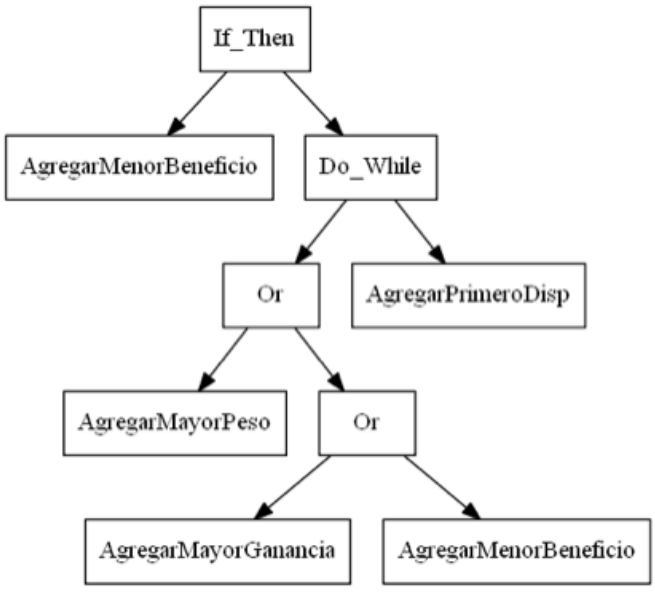


Figura 6.7: Mejor algoritmo del experimento 1 para el grupo de instancias SS (Elaboración propia, 2015)

La sobre-especialización de los algoritmos se puede constatar simplemente revisando los resultados de su evaluación con instancias distintas del mismo grupo. Como se mencionó anteriormente, las tablas 6.7 y 6.8 presentan los resultados del ERP de los cinco algoritmos de

cada sub-experimento para distintos grupos de instancias de cada experimento. Se observa que, en general, los algoritmos tienen un mejor rendimiento con las instancias del mismo grupo con el que se utilizaron las instancias para los casos de adaptación (evolución) en comparación a su rendimiento con las instancias de otros grupos. Las instancias del grupo NC, DC, FC, $Ceil$ y GX siguen la misma lógica. Los resultados de la sobre especialización también son constatados para los otros grupos. Una clara excepción a esta sobre-especialización, es lo que ocurre en los grupos NC, DC, FC y GX al ser evaluados sobre los grupos SS y $Ceil$. Esto se debe a que estas instancias "simplifican" el problema de estudio. Esta simplificación puede ser interpretada como "solo se debe llenar la mochila" y no a "llenar la mochila maximizando la ganancia" y se debe a que estas instancias poseen igualdad o una similitud entre el peso y beneficio que provee cada ítem al ser agregado a la mochila. La particularidad de estos grupos presenta menor dificultad para las funciones y terminales propuestos, generando que los algoritmos que han sido entrenados con otros grupos de instancias con características distintas, posean una mayor facilidad al momento de resolver las instancias de los grupos SS y $Ceil$.

Los algoritmos obtenidos mediante la evolución utilizando el grupo de instancias combinadas GX, obtiene resultados similares a los obtenidos por otros algoritmos que evolucionaron con un solo grupo de adaptación. En la Tabla 6.10 se muestran los resultados que obtienen los algoritmos $ANKPGX1$ a $ANKPGX5$ para el proceso de evaluación con los distintos grupos del experimento 1. Es posible apreciar que los resultados obtenidos mediante la evolución utilizando instancias de diversos grupos, no posee una sobre especialización como ocurre con los otros algoritmos. Esto es debido a que los algoritmos se adaptan a una mayor cantidad de instancias, las que presentan una variación en la dificultad y características específicas que posee cada una para ser resuelta. En la Tabla 6.10 también se muestran los resultados que obtienen los algoritmos $AIKPGX1$ a $AIKPGX5$ para el proceso de evaluación con los distintos grupos del experimento 2, donde se puede constatar que ocurre un efecto similar al producido en el experimento 1.

Los algoritmos producidos son muy rápidos para resolver los problemas de la mochila. En la Tabla 6.11 se muestra el tiempo que le toma al mejor algoritmo de cada ejecución resolver las instancias de cada uno de los grupos (NC, DC, FC, SS y $Ceil$) para el experimento 1. Es importante destacar que cada uno de los grupos contiene 780 instancias que varían en tamaño de 100 a 10.000 ítems y el grupo GX contiene las 3.900 instancias de los otros grupos (véase 4.4). El tiempo empleado es en promedio cinco minutos, alcanzando menos de dos minutos el más rápido y casi 12 minutos el más lento de ellos. Adicionalmente, se puede ver que el grupo GX de evaluación (compuesto por todas las instancias de evaluación de los otros grupos) obtiene tiempos promedios de 22 minutos, obteniendo menos de 10 minutos el más rápido y casi una hora

Tabla 6.10: Resultados del ERP de los algoritmos obtenidos por el grupo de instancias GX para cada uno de los grupos de instancias de evaluación

			Grupos de instancias de evaluación					
Experimento	**Nombre**	**Evolución**	**NC**	**DC**	**FC**	**SS**	**Ceil**	**GX**
Exp. 1 GX	ANKPGX1	0,0176	0,0022	0,0057	0,0060	0,0041	0,0024	0,0041
	ANKPGX2	0,0077	0,0022	0,0059	0,0060	0,0024	0,0025	0,0038
	ANKPGX3	0,0172	0,0022	0,0057	0,0060	0,0111	0,0029	0,0056
	ANKPGX4	0,0081	0,0022	0,0057	0,0060	0,0041	0,0024	0,0041
	ANKPGX5	0,0149	0,0022	0,0059	0,0061	0,0024	0,0026	0,0038
Exp. 2 GX	AIKPGX1	0,0165	0,0023	0,0058	0,0060	0,0041	0,0024	0,0041
	AIKPGX2	0,0066	0,0035	0,0059	0,0079	0,0040	0,0023	0,0047
	AIKPGX3	0,0158	0,0022	0,0059	0,0188	0,0024	0,0281	0,0115
	AIKPGX4	0,0081	0,0157	0,0078	0,4410	0,0024	0,4945	0,1923
	AIKPGX5	0,0155	0,0027	0,0063	0,0061	0,0188	0,0049	0,0078

(Elaboración propia, 2015)

el más lento. Los algoritmos más rápidos resuelven en una milésima de segundo cada instancia, mientras que los más lentos las resuelven en aproximadamente un segundo. En la Tabla 6.12 se puede observar los tiempos en que los mejores algoritmos del experimento 2 resuelven las instancias para cada uno de los grupos, aunque, si bien los tiempos empleados en la evaluación no son iguales, son similares. Esto se debe a que todos los algoritmos producidos tienen una complejidad polinomial.

Los algoritmos obtenidos mediante el proceso co-evolutivo utilizando el método de islas tienen un desempeño computacional similar a los algoritmos obtenidos mediante el proceso tradicional. En las tablas 6.13 y 6.14 se muestran los resultados de cinco mejores algoritmos obtenidos para cada experimento. Estos algoritmos fueron los mejores de cada uno de los sub-experimentos de acuerdo a los resultados obtenidos al ser evaluados con los grupos de evaluación. Específicamente, en la Tabla 6.13 se presentan los mejores individuos de acuerdo a la cantidad de instancias que logran resolver de forma óptima. Mientras que en la Tabla 6.14 se presentan los mejores individuos que obtuvieron el menor ERP en el grupo de evaluación. En estas tablas se presentan los indicadores de cada algoritmo y el error relativo que se obtuvo al evaluar los algoritmos con el mismo conjunto de instancias de evaluación y la cantidad de soluciones óptimas que encuentra. Tal como se observa, el error relativo promedio de los algoritmos

Tabla 6.11: Tiempo que demora en resolver el mejor algoritmo de cada sub-experimento del experimento 1, los grupos de evaluación

	Tiempo en minutos					
Nombre	**NC**	**DC**	**FC**	**SS**	**Ceil**	**GX**
ANKPNC1	5,36	4,26	5,83	3,41	4,77	23,62
ANKPNC2	7,39	5,34	7,55	3,75	5,93	29,97
ANKPNC3	5,32	4,12	5,73	3,33	4,58	23,08
ANKPNC4	4,35	3,47	4,68	2,81	3,95	19,26
ANKPNC5	4,72	3,59	4,92	2,82	3,86	19,91
ANKPDC1	5,80	4,40	6,49	3,36	5,09	25,14
ANKPDC2	6,67	5,33	6,56	3,44	5,73	27,72
ANKPDC3	6,89	5,36	7,81	4,17	6,01	30,24
ANKPDC4	4,67	3,65	5,26	2,89	4,18	20,65
ANKPDC5	4,66	3,61	5,07	2,80	3,87	20,02
ANKPFC1	5,78	4,44	6,36	3,39	5,20	25,17
ANKPFC2	5,13	5,05	5,33	4,56	5,54	25,61
ANKPFC3	11,82	11,68	11,46	11,37	11,25	57,58
ANKPFC4	4,09	4,43	4,59	3,79	4,23	21,13
ANKPFC5	4,54	4,72	4,84	3,80	4,50	22,39
ANKPSS1	1,93	1,87	1,89	1,90	1,88	9,49
ANKPSS2	2,49	1,78	1,80	1,86	1,91	9,83
ANKPSS3	6,60	5,86	4,34	4,91	4,99	26,71
ANKPSS4	2,32	1,72	1,80	1,81	1,80	9,44
ANKPSS5	1,82	1,82	1,87	1,87	1,81	9,19
ANKPCeil1	2,94	3,22	2,64	2,32	2,83	13,96
ANKPCeil2	2,63	3,16	2,33	2,55	2,64	13,31
ANKPCeil3	7,91	4,97	5,04	4,08	4,96	26,97
ANKPCeil4	3,80	3,61	3,22	2,46	3,36	16,44
ANKPCeil5	4,31	4,59	3,56	2,82	3,95	19,24
ANKPGX1	4,59	3,70	5,14	2,92	4,20	20,55
ANKPGX2	4,55	3,64	5,29	2,88	4,44	20,80
ANKPGX3	9,02	7,04	10,03	4,84	7,72	38,64
ANKPGX4	4,55	3,62	5,14	2,91	4,20	20,41
ANKPGX5	5,58	4,35	6,14	3,33	4,68	24,09

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.12: Tiempo que demora en resolver el mejor algoritmo de cada sub-experimento del experimento 2, los grupos de evaluación

	Tiempo en minutos					
Nombre	**NC**	**DC**	**FC**	**SS**	**Ceil**	**GX**
AIKPNC1	4,68	3,67	5,34	3,00	4,84	21,53
AIKPNC2	10,31	8,04	11,18	6,16	10,97	46,66
AIKPNC3	6,87	5,30	7,73	4,15	5,90	29,95
AIKPNC4	10,20	7,95	11,22	2,10	4,82	36,28
AIKPNC5	4,58	3,59	4,90	2,81	3,92	19,80
AIKPDC1	6,87	5,43	7,72	4,35	6,22	30,60
AIKPDC2	5,83	4,39	6,33	3,51	5,17	25,23
AIKPDC3	5,68	4,41	6,38	3,55	5,16	25,17
AIKPDC4	4,62	3,66	5,17	2,99	4,24	20,68
AIKPDC5	4,60	3,51	4,99	2,82	3,84	19,77
AIKPFC1	4,29	6,10	6,14	6,16	6,13	28,82
AIKPFC2	6,42	7,00	6,38	6,40	6,20	32,41
AIKPFC3	17,12	9,37	5,32	5,20	3,85	40,87
AIKPFC4	4,52	5,07	5,10	5,06	4,97	24,71
AIKPFC5	5,12	4,88	5,04	4,05	4,53	23,61
AIKPSS1	9,61	32,65	2,95	2,95	4,09	52,24
AIKPSS2	3,02	3,00	2,46	2,56	2,80	13,84
AIKPSS3	5,65	4,89	6,12	4,66	5,15	26,47
AIKPSS4	4,05	2,93	3,51	2,49	3,20	16,18
AIKPSS5	3,05	3,02	2,40	2,58	2,60	13,65
AIKPCeil1	2,93	3,64	2,71	2,56	3,29	15,12
AIKPCeil2	4,08	4,61	3,68	3,01	4,19	19,57
AIKPCeil3	2,30	2,75	2,24	2,40	2,45	12,13
AIKPCeil4	2,86	3,05	2,54	2,54	2,87	13,86
AIKPCeil5	4,68	3,65	5,25	3,39	4,19	21,16
AIKPGX1	4,73	3,72	5,25	2,87	4,31	20,88
AIKPGX2	5,26	4,19	5,73	3,13	4,66	22,97
AIKPGX3	4,64	3,71	4,92	2,91	3,90	20,08
AIKPGX4	10,03	7,79	0,34	6,05	0,44	24,64
AIKPGX5	5,90	4,58	6,38	3,79	4,87	25,52

(Elaboración propia, 2015)

del primer experimento es similar al del segundo experimento. Los resultados obtenidos por ambos experimentos siguen una distribución normal, así lo muestra el *test de Shapiro-Wilk*. En consecuencia, el *test* de ANOVA que proporciona bajo un 95 % de confiabilidad que no existe diferencia significativa en los datos obtenidos, por lo que no es posible rechazar la hipótesis nula. El resultado contrasta descubrimientos realizados por otros autores para algoritmos genéticos, lo que puede ser inferido puesto que algunos de los resultados obtenidos utilizando el método de la PG con co-evolución muestran una mejora en la calidad de los algoritmos, la que es estadísticamente despreciable.

Tabla 6.13: Mejores individuos por cantidad de soluciones encontradas en grupo de evaluación

			Error Relativo					
Grupo	**Exp.**	**Nombre**	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Soluciones**	**Nodos**	**Altura**
NC	1	ANKPNC4	0,2114	0,0036	0	205	5	15
	2	AIKPNC5	0,8044	0,0041	0	189	3	5
DC	1	ANKPDC2	1,0000	0,0073	0	303	6	15
	2	AIKPDC1	0,5933	0,0065	0	185	5	13
FC	1	ANKPFC1	0,2805	0,0063	0	96	4	14
	2	AIKPFC5	0,8035	0,0285	0	12	2	3
SS	1	ANKPSS4	0,9027	0,0972	0	68	3	5
	2	AIKPSS4	0,7692	0,0463	0	102	5	11
Ceil	1	ANKPCeil2	0,9790	0,1830	0	67	5	13
	2	AIKPCeil3	0,9790	0,1765	0	65	6	15
GX	1	ANKPGX3	0,8363	0,0056	0	215	4	9
	2	AIKPGX2	0,8044	0,0047	0	192	5	15

(Elaboración propia, 2015)

6.1.3 Estructura de los algoritmos generados

Para facilitar la comprensión de los algoritmos, en esta sección se presenta una figura que muestra el árbol sintáctico del algoritmo junto a una breve explicación de cómo funciona. Los algoritmos descritos en esta sección incluyen sólo al mejor algoritmo de los que fueron señalados en la Tabla 6.13 y 6.14 para cada experimento. Estos algoritmos son $ANKPDC2$ y $AIKPGX2$ para la Tabla

Tabla 6.14: Mejores individuos por menor ERP en grupo de evaluación

			Error Relativo					
Grupo	**Exp.**	**Nombre**	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Soluciones**	**Nodos**	**Altura**
NC	1	ANKPNC4	0,2114	0,0036	0	205	5	15
	2	AIKPNC5	0,8044	0,0041	0	189	3	5
DC	1	ANKPDC1	0,5933	0,0060	0	188	6	14
	2	AIKPDC2	0,2114	0,0038	0	178	6	15
FC	1	ANKPFC1	0,2805	0,0063	0	96	4	14
	2	AIKPFC5	0,8035	0,0285	0	12	2	3
SS	1	ANKPSS2	0,8590	0,0905	0	63	4	10
	2	AIKPSS3	0,7056	0,0350	0	10	4	13
Ceil	1	ANKPCeil4	0,9299	0,0830	0	48	4	11
	2	AIKPCeil5	0,9391	0,0157	0	53	6	14
GX	1	ANKPGX2	0,2114	0,0038	0	200	5	8
	2	AIKPGX1	0,8044	0,0041	0	184	5	11

(Elaboración propia, 2015)

6.14, que representan a los mejores algoritmos para el problema de la mochila utilizando como criterio encontrar la mayor cantidad de soluciones óptimas para las instancias de evaluación. Para la Tabla 6.13 son seleccionados los algoritmos $ANKPNC4$ y $AIKPDC2$ que representan a los mejores algoritmos para el problema de la mochila siguiendo el criterio de obtener el menor ERP para las instancias de evaluación.

ANKPDC2

El $ANKPDC2$ es el mejor algoritmo obtenido en el experimento 1, utilizando como criterio la cantidad de soluciones que encuentra en el grupo de evaluación. En la Figura 6.8 se puede ver el algoritmo por medio de su árbol sintáctico. Este algoritmo posee 15 nodos y una altura de 6, compuesto de 7 terminales y 8 funciones. Este algoritmo sigue una lógica puramente constructiva, utilizando distintos criterios tiene por objetivo el llenado de la mochila. Los pasos a realizar por este algoritmo inician con el ingreso del elemento con el mayor beneficio. Si se realiza el ingreso, se

procede a realizar un ciclo *"while"* con la condición de *"true"*, es decir, se ejecuta el árbol derecho hasta que no se produzcan más cambios. El árbol derecho consta de el ingreso de ítems a la mochila iniciando por el de mayor ganancia, posteriormente el primero de la lista de disponibles y posteriormente se ingresa a otro ciclo que llena todos los elementos restantes de acuerdo a su menor peso. Este proceso se realiza hasta alcanzar la capacidad máxima de la mochila. El terminal "AgregarMayorGanancia" ubicado en la rama derecha no es ejecutado. La lógica de este algoritmo es un goloso con el criterio principal de agregar los ítem que provean la mayor ganancia.

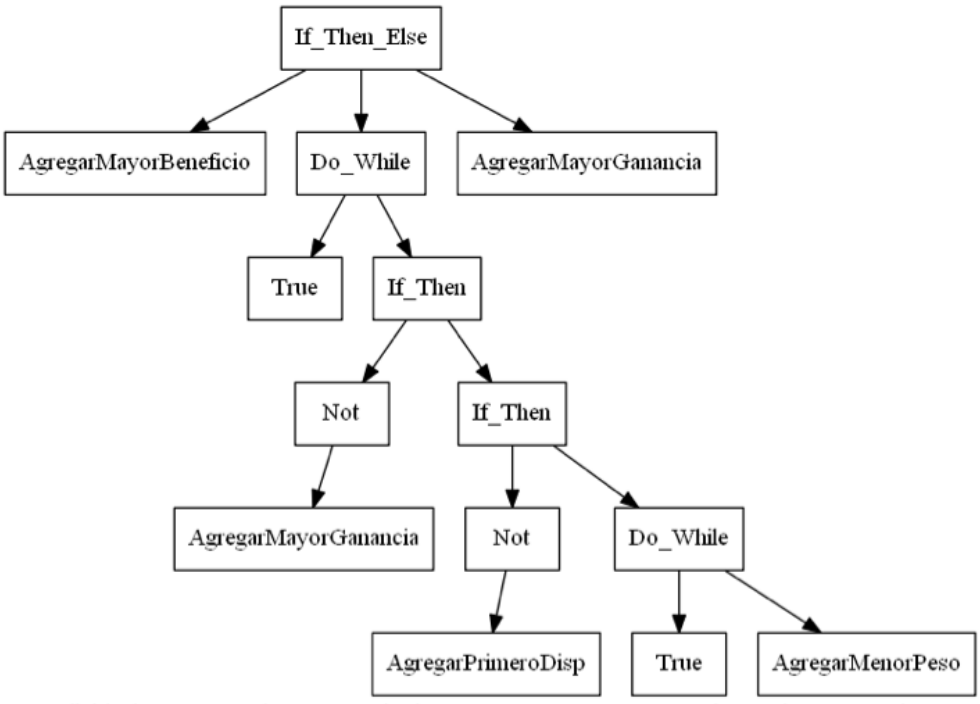


Figura 6.8: Mejor algoritmo del experimento 1 por cantidad de soluciones óptimas obtenidas (Elaboración propia, 2015)

AIKPGX2

El $AIKPGX2$ es el mejor algoritmo obtenido en el experimento 2, utilizando como criterio la cantidad de soluciones que encuentra en el grupo de evaluación. En la Figura 6.9 se puede ver el algoritmo por medio de su árbol sintáctico. Este algoritmo posee 15 nodos y una altura de 5, se encuentra compuesto de 8 terminales y 7 funciones. A diferencia del algoritmo anterior, este algoritmo utiliza un terminal que elimina siguiendo una lógica constructiva y de refinamiento. Los

pasos a realizar por este algoritmo inician con un ciclo *"while"* donde se ingresan ítems de acuerdo a la mayor ganancia y menor peso. Posteriormente, se ejecuta el árbol derecho agregando ítems de acuerdo a su mayor ganancia y mayor beneficio. Si cinco ítems son agregados, se procede a eliminar el ítem con la peor ganancia y se ejecuta nuevamente el algoritmo. La lógica que sigue este algoritmo es de un goloso, que en un determinado momento realiza un refinamiento.

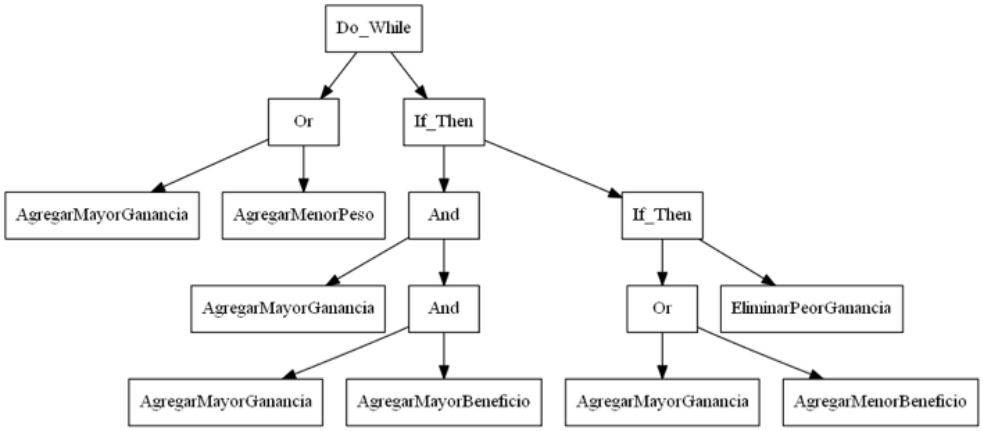


Figura 6.9: Mejor algoritmo del experimento 2 por cantidad de soluciones óptimas obtenidas (Elaboración propia, 2015)

ANKPNC4

El $ANKPNC4$ es el mejor algoritmo obtenido en el experimento 1, utilizando como criterio la obtención del menor ERP al ser evaluado en el grupo de evaluación. En la Figura 6.10 se puede ver el árbol sintáctico del algoritmo. Este algoritmo posee 15 nodos y una altura de 5, está compuesto de 9 terminales y 6 funciones. Este algoritmo sigue una lógica constructiva y de refinamiento. El algoritmo inicia su procedimiento mediante un ciclo *"while"*. Comienza insertando 3 ítems a la mochila con los criterios de mayor ganancia, primero disponible y menor peso para posteriormente eliminar el con peor beneficio de éstos. A continuación, agrega ítems a la mochila de acuerdo a su mayor ganancia, si no es posible agregar al de mayor ganancia, se procede a agregar el de menor peso. Finalmente, vuelve a comenzar el algoritmo. La lógica de este algoritmo es un goloso con el criterio principal de agregar los ítem que provean la mayor ganancia y en un determinado momento intenta realizar un refinamiento.

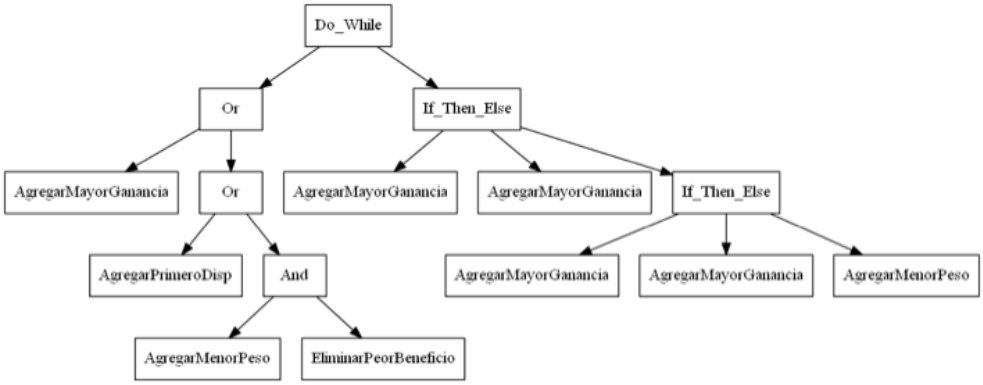


Figura 6.10: Mejor algoritmo del experimento 1 por menor ERP (Elaboración propia, 2015)

AIKPDC2

El $AIKPDC2$ es el mejor algoritmo obtenido en el experimento 2, utilizando como criterio la obtención del menor ERP al ser evaluado en el grupo de evaluación. En la Figura 6.11 se puede ver el árbol sintáctico del algoritmo. Este algoritmo posee 13 nodos y una altura de 5, se compone de 8 terminales y 5 funciones. Este algoritmo sigue una lógica constructiva y de refinamiento. Este algoritmo inicia con un ciclo *"while"* que se ejecuta hasta llenar la mochila. La construcción se realiza por medio del ingreso de ítems por su mayor beneficio, y posteriormente por su mayor ganancia hasta que la mochila se encuentra llena. A continuación, se entra a un nuevo ciclo, donde se elimina el ítem con peor ganancia y se intenta agrega el con menor peso, si no es posible agregar se vuelve a eliminar el de peor ganancia. Este último ciclo es ejecutado hasta que se pueda agregar a la mochila un elemento con menor peso. La lógica de este algoritmo es un goloso con el criterio principal de agregar los ítem que provean la mayor ganancia y en un determinado momento intenta realizar un refinamiento.

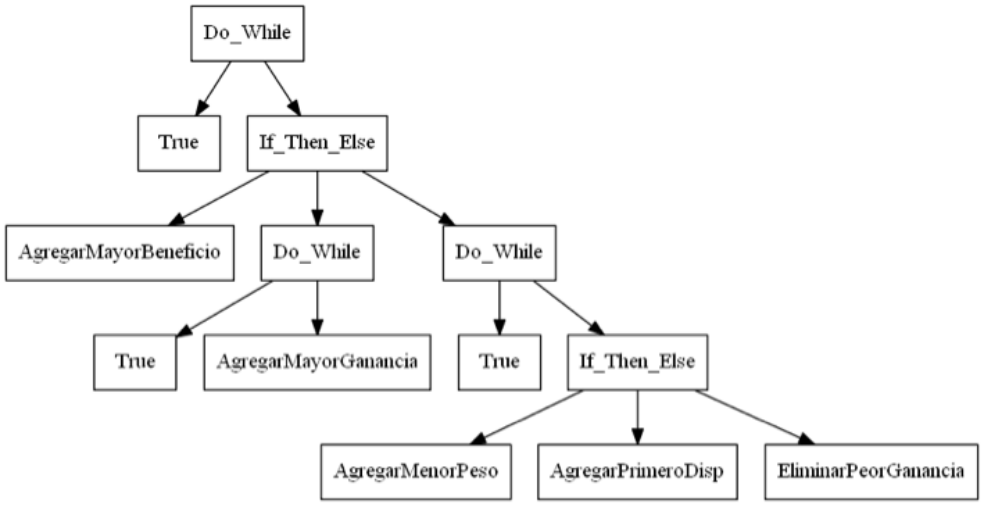


Figura 6.11: Mejor algoritmo del experimento 1 por menor ERP (Elaboración propia, 2015)

Algunas estructuras algorítmicas descubiertas por la PG parecen ser más eficientes que otras en la determinación de la mejor solución para la mochila. Específicamente, es posible apreciar en las figuras que representan los árboles sintácticos que el terminal más utilizado es el de "AgregarMayorGanancia". Este terminal, en varias ocasiones va acompañado de un ciclo *"while"*, lo que permite llenar la mochila siguiendo el criterio de llenado de este terminal. El terminal que elimina ítems de la mochila que más aparece es "EliminarPeorGanancia", el cual es utilizado por los algoritmos para eliminar algunos de los elementos y, posteriormente, utilizar otro terminal para llenar el espacio restante. El terminal que aparece posterior al de "EliminarPeorGanancia" es el de "AgregarMenosPeso", que sirve para agregar un refinamiento al criterio entregado por el terminal de "AgregarMayorGanancia". Las estructuras siguen la misma lógica de los algoritmos goloso que en algunos casos presenta un refinamiento por medio de la eliminación de algunos ítems para posteriormente realizar un nuevo ingreso de éstos bajo otro criterio.

6.1.4 Construcciones inocuas

Algunos de los algoritmos generados por los métodos utilizados, poseen una estructura inútil o ineficiente. Esto ocurre porque una estructura que deja la mochila vacía, cumple con el criterio de suficiencia, ya que es una posible solución, aunque la calidad de ésta no es buena. Estas soluciones son parte del proceso evolutivo y la forma en que éste las deja de considerar el por medio de la función de evaluación. Algunas de las estructuras generadas son las siguientes:

- IfThen(Agregar, Eliminar): esta estructura agrega un elemento y luego lo elimina.
- Do_While(Agregar, Eliminar), Do_While(True, Eliminar), Do_While(Eliminar, Eliminar): en estas estructuras ocurre un efecto similar al de la estructura anterior, pero un máximo de tres veces, debido a que el ciclo *"while"* fue implementado con un criterio de término si no genera cambios en la función de evaluación en tres iteraciones.
- Not(Eliminar): retorna verdadero, pero no realiza ningún cambio en la mochila.

6.2 RESULTADOS PVV

6.2.1 Resultados del proceso evolutivo

Para el problema del vendedor viajero, la GAA converge de forma sistemática para las diversas ejecuciones realizadas. El efecto es similar al ocurrido en el PM-01 y a otros trabajos de la literatura, donde se produce una convergencia en los resultados para ambos experimentos. La Figura 6.12 y la Figura 6.13 muestran las ejecuciones realizadas por los experimentos 3 y 4 de acuerdo al *fitness* a lo largo de las generaciones. En los gráficos, cada línea corresponde al mejor algoritmo de cada ejecución del programa. En estas figuras es posible apreciar la rápida convergencia de las ejecuciones y que el *fitness* de cada una de éstas converge a un valor similar.

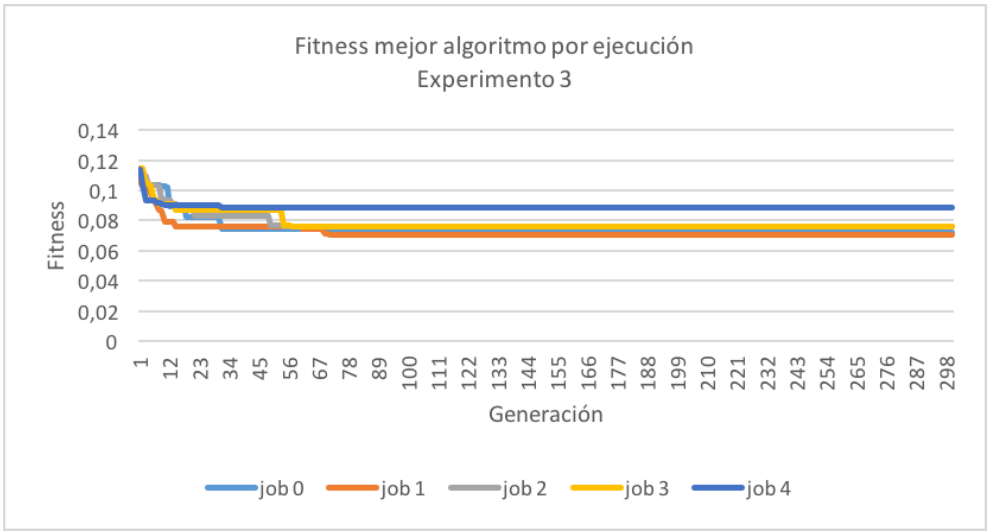


Figura 6.12: Fitness del mejor algoritmo de cada ejecución por generación para el experimento 3 (Elaboración propia, 2015)

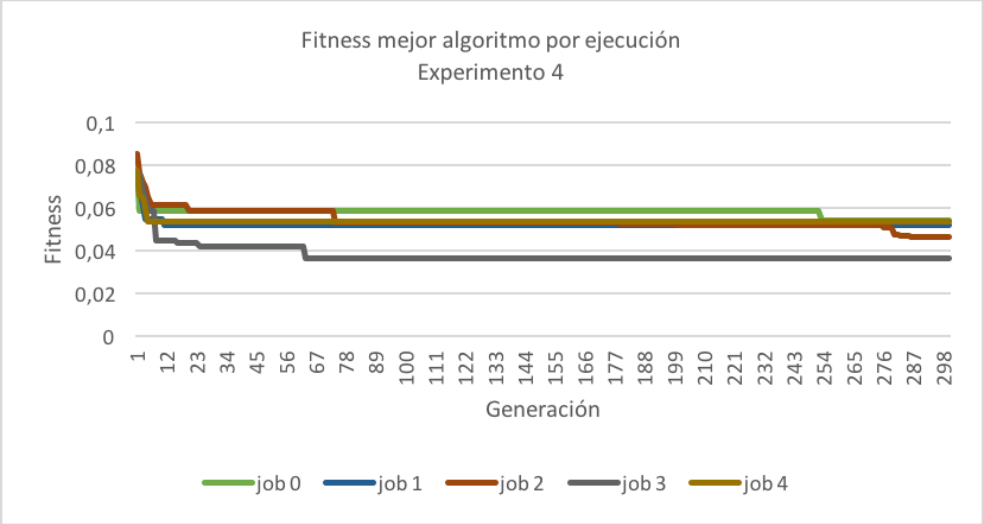


Figura 6.13: Fitness del mejor algoritmo de cada ejecución por generación ppara el experimento 4 (Elaboración propia, 2015)

Existe una gran variedad en relación a la calidad de los algoritmos obtenidos. La distribución de los algoritmos por medio de su calidad en el proceso evolutivo a través de las generaciones, es presentada en las Figuras 6.14 y 6.15. Estas figuras presentan el *fitness* de los algoritmos obtenidos en el proceso evolutivo del experimento 3 y el experimento 4, mediante el uso de un gráfico de *Box and Whisker*. Al igual que para el PM-01, en estas Figuras solo son representadas algunas generaciones (0, 25, 50, 75, ..., 299), para así poder apreciar la distribución de los algoritmos, debido a su extensa cantidad de algoritmos generados. Al igual que para el PM-01, es posible inferir que al inicio del proceso evolutivo la mayor cantidad de los individuos posee los peores valores de *fitness*, para el experimento 3 en la generación 0 los cuatro cuartiles se encuentran en un rango de 4.000 a 4.500, ya en la generación 25 aparecen individuos con un *fitness* bajo, lo que posiciona los cuartiles en un rango de *fitness* de 0 a 4.000 y, posteriormente al avanzar las generaciones se converge a menores valores para la población. Para el experimento 2 se aprecia que en la generación 0 se inicia con un rango de *fitness* de 0 a 7.000, donde la mitad de los algoritmos tiene un *fitness* menor a 2.000, a medida que avanzan las generaciones, esta distribución tiende a mejores valores, los que por la escala generada para mostrar la primera generación no logran apreciarse graficamente, pero éstos oscilan en un rango entre 0 y 1, es decir, la “caja” se encuentra dentro del rango mencionado. En general, es posible apreciar que existen varios *outliers* en ambos gráficos, los que se encuentran distribuidos en la parte superior

de las “cajas”. En particular el gráfico presentado en la Figura 6.15, desde la generación 25 en adelante solo es posible apreciar los *outliers*, esto se debe a que las parsimonias aplicadas a este problema empeoran de forma considerable los valores del *fitness*. En ambos gráficos el *fitness* promedio converge a valores menores que oscilan entre 500 y 1.000, mientras que la media tiende a 0 o valores muy pequeños. De esto último, se desprende que los algoritmos tienden a “eliminar” los valores de las parsimonias para mejorar su valor de *fitness* a medida que avanzan las generaciones. La distribución sigue una tendencia de mejora en los resultados de la función de evaluación que es lo esperado. Este efecto ocurre en todas las ejecuciones y aunque la distribución no es igual para todos los casos, sigue una tendencia similar a las presentadas en las figuras descritas anteriormente. La tendencia de los algoritmos puede ser inferida de la Tabla 6.15 y 6.16, donde es posible apreciar que los algoritmos presentan similitudes en sus valores máximos, mínimos y promedio. Dada la cantidad de algoritmos generados, se selecciona para el proceso de evaluación, solo al mejor individuo de cada una de las ejecuciones por experimento. Como resultado, son evaluados 10 algoritmos, siendo cinco los extraídos del experimento 3 y los otros cinco del experimento 4.

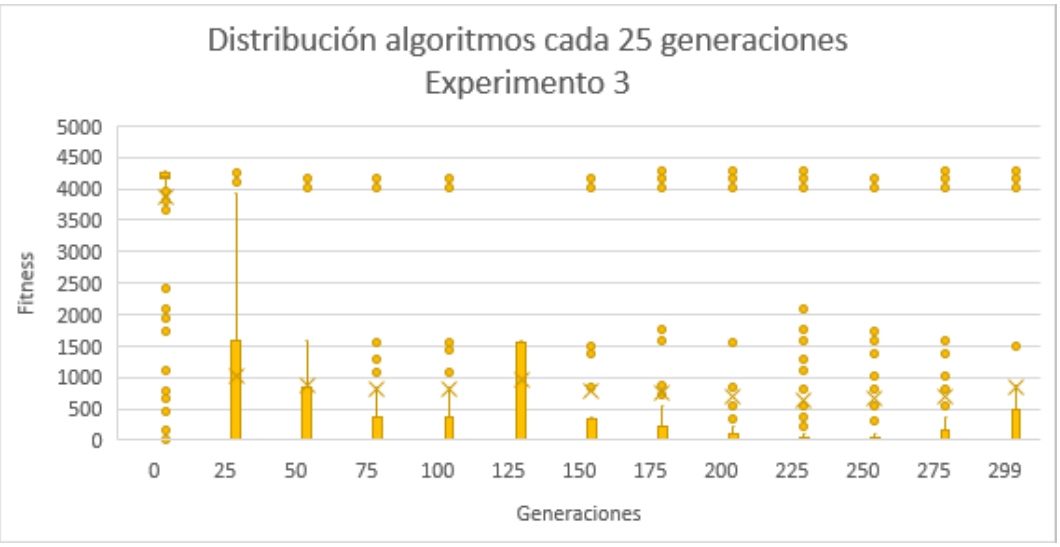


Figura 6.14: Distribución de los algoritmos experimento 3 (Elaboración propia, 2015)

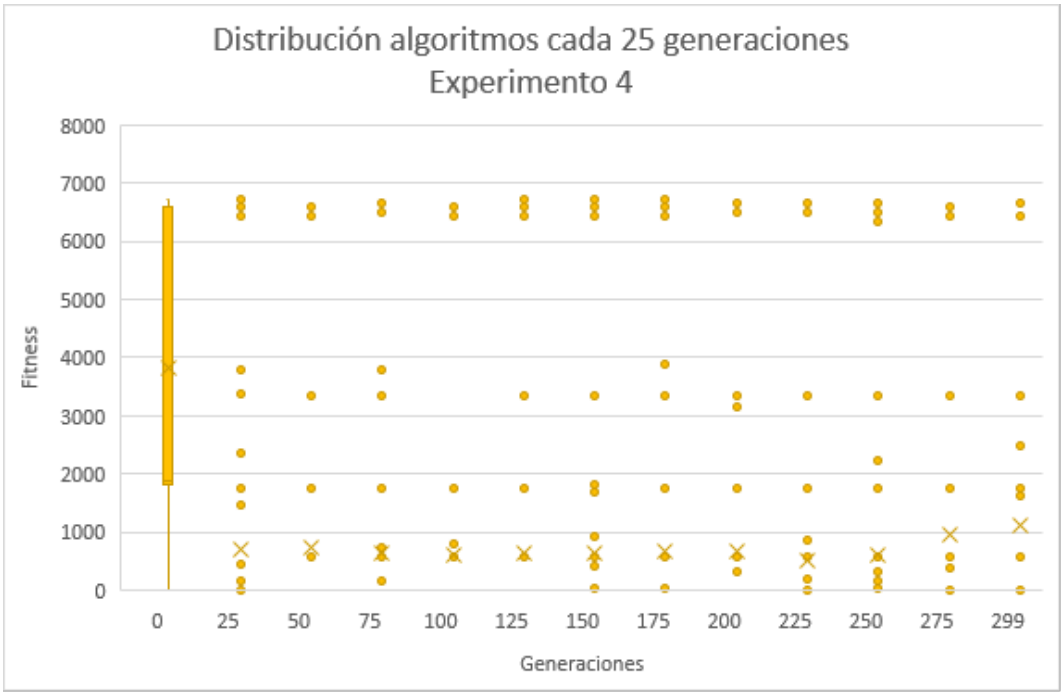


Figura 6.15: Distribución de los algoritmos experimento 4 (Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.15: Datos generales de los algoritmos obtenidos en el experimento 3

	Fitness			Nº Nodos			Altura		
Nombre	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**
ejec. 0	6731,6667	678,8823	0,0538	2	6,4742	120	2	3,1448	10
ejec. 1	6731,0667	1072,3096	0,0520	2	8,7007	131	2	4,1905	10
ejec. 2	6734,2000	867,7404	0,0461	2	9,3059	140	2	4,6702	10
ejec. 3	6732,2667	739,3558	0,0364	2	7,9342	126	2	3,6788	10
ejec. 4	6733,4000	1107,9228	0,0533	2	8,6260	133	2	3,3546	9

(Elaboración propia, 2015)

No existe una gran variación en la calidad de la GAA para los distintos algoritmos obtenidos durante el proceso evolutivo para el mismo conjunto de instancias. En las tablas 6.15 y 6.16 aparecen datos del mejor, peor y promedio del *fitness* de todos los algoritmos generados utilizando alguno de los grupos de instancias clasificados en el sub-capítulo 5.4. En relación a la Tabla 6.15, es posible apreciar que el resultado tanto del mejor y el peor *fitness* de los algoritmos tiende a valores similares, mientras que el promedio presenta una mayor variación, lo que se debe a la escala de los números obtenidos por la penalización en la función de evaluación

Tabla 6.16: Datos generales de los algoritmos obtenidos en el experimento 4

	Fitness			Nº Nodos			Altura		
Nombre	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**	**Min.**	**Prom.**	**Máximo**
ejec. 0	4300,1444	849,5119	0,0724	2	11,5701	117	2	5,0646	10
ejec. 1	4299,8778	870,1784	0,0708	2	12,2544	104	2	6,4230	10
ejec. 2	4303,7444	1168,2259	0,0758	2	10,5527	146	2	4,5922	10
ejec. 3	4301,3444	336,8097	0,0762	2	12,6993	127	2	6,0875	10
ejec. 4	4301,2778	1422,5640	0,0889	2	7,0219	132	2	3,4251	10

(Elaboración propia, 2015)

(véase 5.3), donde la aparición de uno más o uno menos de los algoritmos con peor *fitness* influye considerablemente. Para la Tabla 6.16 se ve que ocurre un efecto similar. Finalmente, los resultados que se obtienen en cada uno de los grupos al ser comparados entre experimentos, presentan una variación en la que los algoritmos del experimento 3 obtienen mejores resultados. Esta variación ocurre por que en el experimento 4 se generan algoritmos en distintas poblaciones con distintos criterios de evaluación (islas), lo que conlleva a una mayor variabilidad que la presentada en el experimento 3.

La variación de los algoritmos obtenidos en la GAA está relacionada con la estructura que posee el árbol sintáctico obtenido durante el proceso evolutivo. Un efecto similar al presentado para los experimentos relacionados al PM-01, ocurre en las tablas 6.15 y 6.16, donde aparecen datos del máximo, mínimo y promedio del número de nodos y la altura. Con respecto al número de nodos, existe variación en los algoritmos que alcanza valores máximos sobre 100, mientras que el promedio es siempre menor a 15, cuyo valor fue determinado como máximo para no interferir en la calidad de los algoritmos (factor de legibilidad, véase 5.3). En relación a la altura de los árboles que representan a los algoritmos, se ve que también existe variación en el promedio. Esto se relaciona directamente con el número de nodos máximo permitido, ya que algunos de estos nodos representan funciones, las que solo tienen permitido un número determinado de hijos.

La calidad de los algoritmos obtenidos mediante el proceso evolutivo no tiene relación con el tiempo que demora el proceso evolutivo ni la generación en la que el o los mejores algoritmos aparecen dentro de la ejecución de este proceso. En las tablas 6.17 y 6.18, es posible apreciar el tiempo de evolución de cada una de las ejecuciones y la generación en la que aparece el mejor individuo de ésta. En estas tablas, además, es posible notar que existe variación tanto en el

tiempo de cada una de las ejecuciones del proceso evolutivo y en la generación en la que el mejor individuo aparece. El nombre de los algoritmos posee la siguiente forma: Algoritmo - Experimento (Tradicional **(N)** o co-evolución utilizando método de islas **(I)**) - Problema - Correlativo de 1 a 5. Un ejemplo de esto último es ANTSP1, que se lee como Algoritmo (A) del experimento tradicional (N) para el problema del vendedor viajero (TSP) obtenido en la ejecución 1.

El tamaño de los árboles que componen los algoritmos obedece al rango de tamaño predefinido en la función de legibilidad que se encuentra dentro de la función de evaluación (*fitness*). En las tablas 6.17 y 6.18 se muestra que no existe una convergencia hacia árboles de similares dimensiones. Como se observa en estas tablas, los árboles seleccionados varían entre 8 y 15 nodos con una altura entre 4 y 8 para el experimento 3, y entre 3 y 15 nodos, con una altura entre 2 y 6 para el experimento 4.

Tabla 6.17: Datos generales del mejor algoritmo de cada experimento del experimento 3

Nombre	Fitness	Nº de nodos	Altura	Ejecución en la que aparece	Tiempo (horas)
ANTSP1	0,0528	13	6	140	24,2040
ANTSP2	0,0511	15	8	70	23,8845
ANTSP3	0,0535	15	6	51	19,1857
ANTSP4	0,0539	15	7	56	24,0360
ANTSP5	0,0614	8	4	29	14,1123

(Elaboración propia, 2015)

Tabla 6.18: Datos generales del mejor algoritmo de cada experimento del experimento 4

Nombre	Fitness	Nº de nodos	Altura	Ejecución en la que aparece	Isla en la que aparece	Tiempo (horas)
AITSP1	0,0803	3	2	2	0	16,6950
AITSP2	0,0558	13	7	271	2	13,0391
AITSP3	0,0621	11	5	182	3	13,9234
AITSP4	0,0544	9	4	62 y 54	1 y 3	10,8758
AITSP5	0,0620	15	5	262	2	14,9751

(Elaboración propia, 2015)

Las parsimonias utilizadas en los algoritmos no afectan el proceso evolutivo. En los experimentos

3 y 4 se agregaron elementos a la función de evaluación o *fitness* que consideraban una penalización para características propias del problema que generen infactibilidades. Estos elementos empeoran de forma exponencial los valores de la función de evaluación al inicio del proceso evolutivo, y a medida que las generaciones avanzan, estos valores disminuyen llegando a cero. En la Tabla 6.19 se puede ver que los elementos de la parsimonia se hacen 0 para todos los mejores algoritmos obtenidos en ambos experimentos. Estos resultados son esperables, ya que las parsimonias afectan en mayor medida (mayor escala) a la función de evaluación, y los elementos que la componen no presentan mayor dificultad, debido a que principalmente se ven afectadas en caso de que los circuitos no estén completos, es decir, se produzca una solución infactible.

Tabla 6.19: Elementos de la parsimonia para los mejores algoritmos de cada experimento.

Experimento	**Nombre**	ERP	leg	PPA	ERC	$Fitness$
Experimento 3	ANTSP1	0,0528	0	4296,6111	0	0,0528
	ANTSP2	0,0511	0	4296,6111	0	0,0511
	ANTSP3	0,0535	0	4296,6111	0	0,0535
	ANTSP4	0,0539	0	4296,6111	0	0,0539
	ANTSP5	0,0614	0	4296,6111	0	0,0614
Experimento 4	AITSP1	0,0803	0	4296,6111	0	0,0803
	AITSP2	0,0558	0	4296,6111	0	0,0558
	AITSP3	0,0621	0	4296,6111	0	0,0621
	AITSP4	0,0544	0	4296,6111	0	0,0544
	AITSP5	0,0620	0	4296,6111	0	0,0620

(Elaboración propia, 2015)

Los algoritmos generados a partir del proceso evolutivo utilizando el grupo de instancias con un menor coeficiente de correlación obtienen mejores resultados. Para la clasificación de instancias a utilizar por cada una de las islas es utilizado su coeficiente de correlación. En la Tabla 6.20 se presentan los resultados de los mejores algoritmos de cada isla por ejecución. En esta Tabla se puede ver los resultados del ERP que obtuvo cada uno de éstos y el *fitness* con el que finalmente fueron evaluados durante el proceso evolutivo. Considerando los resultados obtenidos en las ejecuciones de los experimentos donde las islas 0 y 2 utilizan el grupo de instancias 2 y las islas 1 y 3 utilizan el grupo de instancias 1, es posible apreciar que existe una diferencia en la calidad de los resultados de los algoritmos en el proceso evolutivo, que en algunas ejecuciones es menor a un 2 % de ERP al comparar las islas 1 y 3 con las otras islas. Por otra parte, los resultados para

las islas 0 y 3, que poseen igual función de evaluación por HITS (cantidad de soluciones óptimas obtenidas), presentan una gran variación entre el ERP y el *fitness*, mientras que en las islas 1 y 2 con función de evaluación por medio de su ERP, obtienen resultados similares. Este efecto es similar al presentado en los resultados del PM-01, donde la función de evaluación, cuando es relacionada a los HITS para obtener el valor del *fitness*, presentan una calidad similar tanto si su ERP es bueno como si no lo es.

Tabla 6.20: Resumen del fitness promedio y ERP de cada isla por ejecución del experimento 4

	Isla 0		**Isla 1**		**Isla 2**		**Isla 3**	
Nombre	**ERP**	**Fitness**	**ERP**	**Fitness**	**ERP**	**Fitness**	**ERP**	**Fitness**
ejec. 0	0,0876	0,6667	0,0538	0,0538	0,0638	0,0638	0,0687	0,4444
ejec. 1	0,0768	0,6667	0,0520	0,0520	0,0540	0,0540	0,0548	0,4444
ejec. 2	0,0586	0,4444	0,0461	0,0461	0,0545	0,0545	0,0523	0,3333
ejec. 3	0,0686	0,5556	0,0364	0,0364	0,0521	0,0521	0,0364	0,2222
ejec. 4	0,0876	0,6667	0,0533	0,0533	0,0582	0,0582	0,0636	0,4444

(Elaboración propia, 2015)

6.2.2 Resultados de la evaluación

Los algoritmos seleccionados para el proceso de evaluación empeoran al comparar los resultados obtenidos para los grupos de instancias de evolución en comparación a los de evaluación. La Figura 6.16 muestra los resultados de la comparación entre los resultados de la evolución y evaluación para los experimentos 3 y 4.

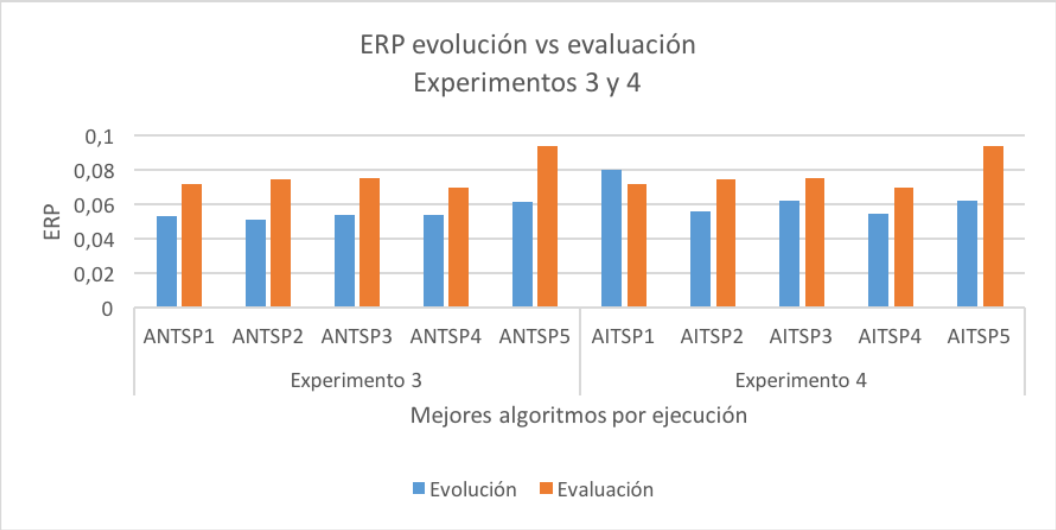


Figura 6.16: ERP de los resultados obtenidos en la evaluación del grupo de instancias de evolución en comparación al grupo de evaluación (Elaboración propia, 2015)

Los algoritmos producidos son muy rápidos para resolver los problemas del vendedor viajero. En la Tabla 6.21 se muestra el tiempo que le toma al mejor algoritmo de cada ejecución resolver las instancias de evaluación para el experimento 3 y 4. El tiempo empleado por los algoritmos del experimento 3 es en promedio 6 minutos y medio, alcanzando menos de 5 minutos el más rápido y casi 11 minutos el más lento de ellos. Los algoritmos más rápidos resuelven en seis segundos aproximados cada instancia, mientras que los más lentos las resuelven en poco más de 12 segundos. Para los algoritmos generados en el experimento 4, se tienen tiempos similares. Estos resultados son esperables, ya que los terminales son acciones con complejidad polinomial y de las funciones sólo el ciclo *while* puede aumentar la complejidad de los algoritmos producidos, sin embargo, este posee una restricción de termino en caso de que en más de tres iteraciones no se produzca algún cambio en el valor de la función de evaluación.

Los algoritmos obtenidos mediante el proceso co-evolutivo utilizando el método de islas tienen un desempeño computacional similar a los algoritmos obtenidos mediante el proceso tradicional. Los algoritmos obtenidos durante el proceso evolutivo en ambos experimentos para el PVV no logran obtener soluciones óptimas, por lo que no es posible obtener los mejores de acuerdo a la cantidad de soluciones óptimas. Es por esto que sólo se utiliza el criterio de menor ERP para seleccionar a los mejores. En la Tabla 6.22 se muestran los resultados del mejor algoritmo obtenido para cada experimento de acuerdo a su menor ERP en el grupo de evaluación. En esta Tabla se presentan los indicadores de cada algoritmo y el error relativo que se obtuvo al evaluar los algoritmos con el mismo conjunto de instancias de evaluación y la cantidad de soluciones óptimas que encuentra.

Tabla 6.21: Tiempo que demoran los mejores algoritmos para resolver las instancias de evaluación

Experimento 3		Experimento 4	
Nombre	**Tiempo (min)**	**Nombre**	**Tiempo (min)**
ANTSP1	5,7883	AITSP1	5,7883
ANTSP2	4,8759	AITSP2	4,8759
ANTSP3	5,0715	AITSP3	5,0715
ANTSP4	10,5594	AITSP4	10,5594
ANTSP5	5,9571	AITSP5	5,9571

(Elaboración propia, 2015)

Tal como se observa, el error relativo promedio de los algoritmos del primer experimento es similar al del segundo experimento. Los resultados obtenidos por ambos experimentos siguen una distribución normal, así lo muestra el *test de Shapiro-Wilk*. En consecuencia, el *test* de ANOVA que proporciona bajo un 95 % de confiabilidad que no existe diferencia significativa en los datos obtenidos, por lo que no es posible rechazar la hipótesis nula. El resultado contrasta descubrimientos realizados por otros autores para algoritmos genéticos, lo que puede ser inferido puesto que algunos de los resultados obtenidos utilizando el método de la PG con co-evolución muestran una mejora en la calidad de los algoritmos, la que es estadísticamente despreciable.

Tabla 6.22: Mejores individuos por menor ERP en grupo de evaluación

		Error Relativo					
Exp.	**Nombre**	**Peor**	**Prom.**	**Mejor**	**Soluciones**	**Nodos**	**Altura**
Tradicional	ANTSP4	0,1094	0,0693	0,0114	0	15	7
Islas	AITSP2	0,1144	0,0672	0,0229	0	13	7

(Elaboración propia, 2015)

6.2.3 Estructuras de los algoritmos generados

En esta sección se presenta una figura que muestra el árbol sintáctico del algoritmo junto a una breve explicación de cómo funciona. Los algoritmos descritos en esta sección incluyen los

algoritmos señalados en la Tabla 6.22. Estos algoritmos son $ANTSP4$ para el experimento 3 y $AITSP2$ para el experimento 4, que fueron seleccionados por obtener el menor ERP al ser evaluados en las instancias de evaluación.

ANTSP4

El $ANTSP4$ es el mejor algoritmo obtenido en el experimento 3. En la Figura 6.17 se puede ver el algoritmo por medio de su árbol sintáctico. Este algoritmo posee 15 nodos y una altura de 7, compuesto de 8 terminales y 7 funciones. Este algoritmo sigue una lógica puramente constructiva, donde utilizando distintos criterios tiene por objetivo sólo completar el circuito.

Los pasos a realizar por este algoritmo inician con el ciclo *"while"* con la condición de intentar agregar el mejor vecino. A continuación, pregunta si es posible agregar el mejor vecino y nuevamente aparece la estructura que realiza la misma pregunta. Si ambas son posibles, se intenta agregar una ciudad que genere el menor arco. Posteriormente, si es posible agregar el elemento más cercano al centro, se prosigue a agregar la ciudad que genere el menor arco. Más adelante, se entra a un nuevo ciclo que itera agregando el mejor vecino y la ciudad que genere el menor arco hasta completar el circuito. Finalmente, el circuito creado por el algoritmo es sometido a la heurística *2-opt* para intentar mejorar el resultado.

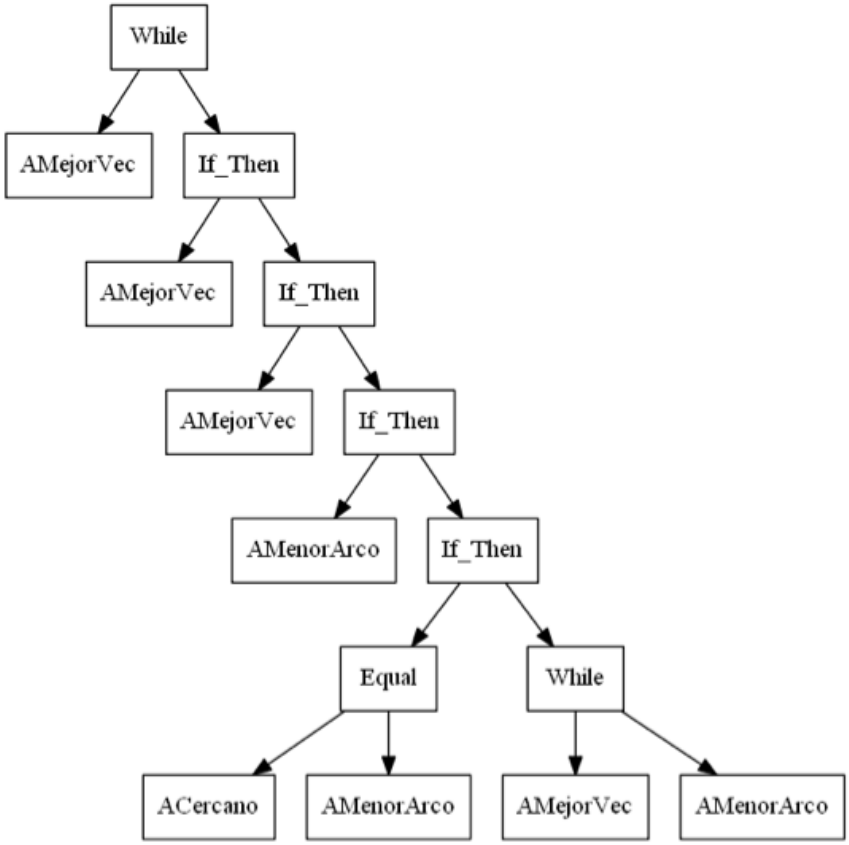


Figura 6.17: Mejor algoritmo del experimento 3 (Elaboración propia, 2015)

AITSP2

El $AITSP2$ es el mejor algoritmo obtenido en el experimento 4. En la Figura 6.18 se puede ver el algoritmo por medio de su árbol sintáctico. Este algoritmo posee 13 nodos y una altura de 7, se encuentra compuesto de 6 terminales y 7 funciones. Este algoritmo también sigue una lógica puramente constructiva, donde utilizando distintos criterios tiene por objetivo sólo completar el circuito. La estructura de este árbol es similar a la obtenida por el mejor algoritmo del experimento 3. En esta estructura se inicia con la adición al circuito del elemento más cercano al centro, para luego agregar la ciudad que genere el menor arco. A continuación, se inicia un ciclo donde si es posible agregar la ciudad que genere el menor arco, se procede a agregar el más cercano al centro. Si esto es posible, se itera agregando la ciudad que genere el menor arco y el mejor vecino hasta completar el circuito. Finalmente, el circuito creado por el algoritmo es sometido a la

heurística *2-opt* para intentar mejorar el resultado.

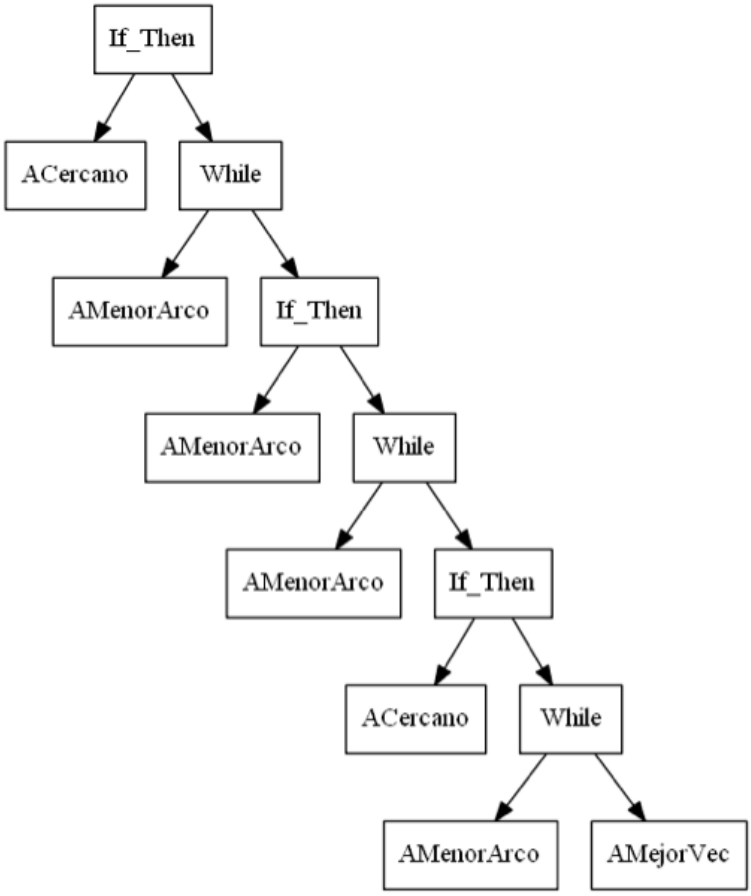


Figura 6.18: Mejor algoritmo del experimento 4 (Elaboración propia, 2015)

Algunas estructuras algorítmicas descubiertas por la PG parecen ser más eficientes que otras en la determinación de la mejor solución para el PVV. Específicamente, es posible apreciar en las figuras que representan los árboles sintácticos que los terminales más utilizados son los de “AMenorArco” y “AMejorVecino”. Éstos permiten armar el circuito agregando las ciudades que aumenten en menor medida el costo del circuito con dos criterios. Los criterios son agregar el de menor costo al final y el de agregar una ciudad en cualquier parte del circuito que aumente de menor medida el costo, para “AMenorArco” y “AMejorVecino” respectivamente. El otro terminal que aparece es el de “ACercano”, que agrega al final del circuito la ciudad más cercana al centro. Finalmente, se opera la heurística de optimización *2-opt*, lo que finalmente produce una mejora sustancial sobre las soluciones. En conclusión, los algoritmos generados buscan la producción de un buen circuito para ser optimizado por la heurística *2-opt*.

6.2.4 Construcciones inocuas

Los algoritmos producidos por los experimentos 3 y 4 tienen un efecto similar en algunos de los árboles producidos en los otros experimentos. Algunos de estos efectos son los producidos por las estructuras inútiles. Estas estructuras operan sobre las ciudades del circuito, pero finalmente el resultado es un circuito vacío. Estas soluciones son parte del proceso evolutivo y la forma en que éste las deja de considerar el por medio de la función de evaluación. Algunas de las estructuras generadas son las siguientes:

- IfThen(Agregar, Eliminar): esta estructura agrega una ciudad y luego la elimina.
- Do_While(Agregar, Eliminar), Do_While(True, Eliminar), Do_While(Eliminar, Eliminar): en estas estructuras se agregan y eliminan elementos de forma iterativa, resultando en que la salida es el circuito vacío.
- Not(Eliminar): retorna verdadero, pero no realiza ningún cambio en el circuito.
- Las estructuras son similares, ya que los terminales de forma general agregan o eliminan elementos a la solución.

CAPÍTULO 7. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Durante el proceso evolutivo fueron generados cientos de miles de algoritmos por cada experimento. De estos algoritmos, se escogieron solo los 5 mejores por cada experimento siendo analizados en total 70 de ellos (60 para el PM-01 y 10 para el PVV). A partir de estos algoritmos seleccionados y analizados, se procedió a encontrar a los mejores de cada experimento para realizar un análisis de la estructura de éstos. Los mejores de cada experimento fueron seleccionados en base a dos criterios: el algoritmo que tuviese el menor ERP y el algoritmo que entregase la mayor cantidad de soluciones óptimas. Esto último no se consiguió en el problema del vendedor viajero, ya que ninguno de los algoritmos encontrados pudo obtener soluciones óptimas de las instancias seleccionadas. Por lo que finalmente, para los experimentos 1 y 2 fueron seleccionados los cuatro mejores algoritmos (dos por menor ERP y dos por mayor cantidad de soluciones óptimas) y para los experimentos 3 y 4 los dos mejores de acuerdo al menor ERP obtenido.

Las estructuras encontradas dentro de los mejores algoritmos poseen características similares, por lo que es posible considerar que éstas fueron las más exitosas dentro de la evolución. Para el problema de la mochila bidimensional, la estructura con mayor éxito fue la que contenía los terminales “AgregarMayorGanancia”, “AgregarMenosPeso” y “EliminarPeorGanancia”, donde éstos operan para realizar el llenado de la mochila por medio del terminal “AgregarMayorGanancia”, la que agrega ítems a la mochila de acuerdo a la mayor ganancia (relación $beneficio/peso$), realizando un refinamiento con “EliminarPeorGanancia” que es el inverso del anterior, donde se elimina el de peor ganancia y, posteriormente, utilizar el terminal que agrega los elementos con menor peso “AgregarMenosPeso”. Estos terminales son iterados mediante el uso de las funciones, dentro de las que destacan “Do_While” e “IfThen”. Los resultados obtenidos por estos algoritmos no superan el $1\,\%$ de error para los grupos de instancias utilizadas en el conjunto de evaluación en comparación al resultado óptimo de la literatura. En relación a los algoritmos que fueron obtenidos por los experimentos 3 y 4 (para el problema del vendedor viajero), también existen tres terminales que destacan dentro de la estructura “AMenorArco”, “AMejorVecino” y “ACercano”. Estos terminales siguen una estructura que busca armar el circuito de forma completa, sin realizar cambios eliminando parte del circuito. La forma en que estos terminales opera se basa, principalmente, en agregar el circuito que genere el arco de menor costo utilizando el terminal “AMenorArco”. Los otros terminales (“AMejorVecino” y “ACercano) operan para obtener un pequeño tramo del circuito, el que da paso para completar el circuito con el terminal “AMenorArco”. Al igual que los

algoritmos obtenidos en los experimentos 1 y 2, éstos operan utilizando principalmente las mismas funciones ("Do_While" e "IfThen"). Los resultados obtenidos por los algoritmos para el PVV promedian el $7\,\%$ de error para los grupos de instancias utilizadas en el conjunto de evaluación en comparación al resultado óptimo de la literatura.

Los mejores algoritmos generados por los métodos utilizados poseen un tamaño (cantidad de nodos) reducido, siendo los más grandes de 15 nodos. Este tamaño fue el determinado como número máximo de nodos permitido y todos los mejores algoritmos tienden a lo más, a este tamaño. El tamaño permite realizar un análisis sobre la estructura que éstos poseen con el fin de identificar el funcionamiento y sus principales características. Este análisis de la estructura permite identificar a los algoritmos como heurísticas constructivas y con algún tipo de refinamiento (en el caso de los relacionados al PM-01) y solo constructivas (para los relacionados al PVV).

La sobre-especialización de los algoritmos obtenidos mediante ambos métodos pudo ser constatada para los algoritmos obtenidos por los experimentos 1 y 2 (PM-01). Dada la gran cantidad de instancias y las clasificaciones realizadas para éstas en la literatura (Pisinger, 2005), se pudo realizar gran variedad de sub-experimentos, los que permitieron dar a conocer para el conjunto de terminales y funciones definidos, las instancias más fáciles y más difíciles de resolver; además, los algoritmos tienden a sobre-especializarse cuando todas las instancias utilizadas en el proceso evolutivo poseen las mismas características. Otro factor que pudo ser constatado gracias a la clasificación de instancias, fue que los algoritmos durante el proceso evolutivo obtienen mejores resultados para instancias de mayor tamaño.

Para los experimentos 2 y 4 se utilizaron diferentes funciones de evaluación (por HIT y por ERP). Al analizar la calidad que tienen los algoritmos generados en base a su ERP en comparación a su función de evaluación, fue posible determinar que en los casos donde se utiliza la función de evaluación por HIT, para algunos casos el ERP era menor que el obtenido por las que utilizan la función de evaluación con ERP. Esto se debe a que los algoritmos evaluados con la función por HIT, deben cumplir con un error relativo máximo para que sea considerado, resultando en que a pesar de que el ERP sea bajo, el valor de su función de evaluación no lo es. Por otra parte, esta evaluación por HIT califica de igual manera a un algoritmo que no alcanza un mejor valor que el máximo permitido.

Las parsimonias aplicadas durante el proceso evolutivo para los experimentos relacionados al PVV no afectan los resultados. Las parsimonias utilizadas en estos experimentos fueron para forzar o dirigir los algoritmos de acuerdo al conocimiento del problema para obtener soluciones factibles de éstos y para que el tamaño de los algoritmos no supere un número determinado. En

todos los resultados obtenidos por los mejores algoritmos, las parsimonias tienen valor 0, esto permite dar pie a considerar incluir otras que posean características del problema.

La relación entre los experimentos por cada problema (1 con 2 y 3 con 4), no logra obtener una diferencia significativa en la calidad de los resultados, por lo que no es posible determinar que las muestras sean estadísticamente diferentes. Es decir, no es posible determinar que un método sea mejor que el otro. Sin embargo, una de las diferencias se encuentra en el tiempo que le toma al proceso evolutivo llevar a cabo cada una de las ejecuciones, donde el tiempo más significativo puede ser encontrado en los relacionados al PVV, éstos promedian 21 horas para el experimento 3 y 16 horas para el experimento 4. Con estos resultados surgen algunas preguntas que pueden ser planteadas para la PG utilizando co-evolución con islas que ameritarían una nueva experimentación, tales como: ¿cuál es el número óptimo de islas?, ¿cuál es el tamaño óptimo de la población global?, ¿deberían las islas tener la misma población?, ¿las funciones de evaluación utilizadas permiten seleccionar siempre a los mejores individuos o deben ser modificadas?, ¿es conveniente utilizar el método con co-evolución por la diferencia en el tiempo empleado en el proceso evolutivo?. Adicionalmente, al producir algoritmos que se generan de forma automática y presentan novedad, se abre la posibilidad de mejorar los elementos con el que fueron diseñados los experimentos, de esta forma surgen otras preguntas como: ¿el tamaño de las instancias utilizadas en el proceso evolutivo debe ser mayor?, ¿son el conjunto de funciones y terminales adecuados para resolver los problemas?, ¿existen elementos que considerar como parsimonia dentro de la función de evaluación?.

CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES

El desarrollo de este trabajo tenía como objetivo general comparar los algoritmos obtenidos mediante el uso de los métodos de PG tradicional con el de PG con co-evolución para los problemas de la mochila binaria y el problema del vendedor viajero.

En base al estudio del estado del arte y revisión de la literatura, se ha podido encontrar que existen diversas técnicas para afrontar estos problemas con buenos resultados. Sin embargo, aun queda trabajo por realizar, ya que mientras no se encuentre la solución para éstos problemas, los estudios sobre estos siguen sumando importancia. Dentro de estos estudios, la PG como una hiper-heurística sigue cobrando mayor importancia.

Los resultados de este estudio indican que los algoritmos tienen alta eficiencia y efectividad para resolver los problemas. Específicamente, los algoritmos para el PM-01 obtienen resultados que son similares al óptimo, en promedio $0,1\,\%$ de error que son similares a los obtenidos por otros autores utilizando la PG (Sepúlveda, 2011; Parada et al., 2015) y los del PVV un $7\,\%$ de error que igualmente poseen similitud a los obtenidos en la literatura (Sepúlveda, 2011). Estos resultados pueden ser constatados en la tabla de resultados, donde cada algoritmo fue evaluado con un conjunto de instancias de evaluación las que contenían tanto similares como diferentes características a las utilizadas en los casos de adaptación del proceso evolutivo.

No todos los terminales ni funciones aparecen en las estructuras de los algoritmos obtenidos, lo que indica claramente que algunas de éstas son mejores durante el proceso evolutivo. Como se especificó en los capítulos donde se habla de las estructuras y en los resultados, sólo algunos de los terminales y funciones destacan para cada problema, siendo muchos más los utilizados. Para el PM-01, ocurre un proceso de llenado y refinamiento de la mochila, mientras que para el PVV se arma el circuito de menor costo para posteriormente refinarlo utilizando la heurística *2-opt*.

Las instancias obtenidas para el desarrollo del experimento, han servido para concluir respecto a la importancia que tienen las características propias de éstas para la GAA, de acuerdo a su clasificación para la calidad de los los resultados que finalmente obtienen los algoritmos. En particular destacan las clasificaciones utilizadas en los experimentos 1 y 2, las que permiten concluir que la sobre-especialización con la que se generan los algoritmos para determinados grupos. Además, permiten dar a conocer que instancias que generan los mejores algoritmos en el proceso evolutivo, son las que presentan mayor diversidad entre beneficio y peso, mientras que las peores tienen una relación directa o de igualdad. Por otra parte, la clasificación de instancias

para el PVV, los resultados del proceso evolutivo y los hallazgos sobre la sobre-especialización en el PM-01, permiten inferir que un grupo de instancias con un menor coeficiente de correlación son mejores para la calidad de los algoritmos generados.

La PG es un proceso en el que se explora combinaciones de diversos componentes elementales de heurísticas, que entregan un resultado de acuerdo a alguna combinación de estos componentes. Al incluir el método de co-evolución, resultó solo en una nueva forma de explorar de estas combinaciones alcanzando valores muy similares a los obtenidos por la PG tradicional. Finalmente, no es posible mostrar una diferencia estadística sobre los resultados obtenidos mediante el uso de PG con co-evolución en comparación a los obtenidos utilizando la PG de forma tradicional, por lo que las Hipótesis presentadas en este trabajo son rechazadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Affenzeller, M. (2001). Connectionist models of neurons, learning processes, and artificial intelligence: 6th international work-conference on artificial and natural neural networks, iwann 2001 granada, spain, june 13–15, 2001 proceedings, part 1. (pp. 594–601).

Ahandani, M. A., Baghmisheh, M. T. V., Zadeh, M. A. B., & Ghaemi, S. (2012). Hybrid particle swarm optimization transplanted into a hyper-heuristic structure for solving examination timetabling problem. *Swarm and Evolutionary Computation*, *7*, 21 – 34.

AL, H. (1969). Record balancing problem-a dynamic programming solution of a generalized traveling salesman problem. *Revue Francaise D Informatique De Recherche Operationnelle*, *3*(NB 2), 43.

Applegate, D. L., Bixby, R. E., Chvatal, V., & Cook, W. J. (2009). *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press.

Arcuri, A., & Yao, X. (2014). Co-evolutionary automatic programming for software development. *Information Sciences*, *259*, 412 – 432.

Ardalan, Z., Karimi, S., Poursabzi, O., & Naderi, B. (2015). A novel imperialist competitive algorithm for generalized traveling salesman problems. *Applied Soft Computing*, *26*, 546–555.

Ben-Arieh, D., Gutin, G., Penn, M., Yeo, A., & Zverovitch, A. (2003). Transformations of generalized atsp into atsp. *Operations Research Letters*, *31*(5), 357–365.

Bolton, C. C., Gatica, G., & Parada, V. (2013). Automatically generated algorithms for the vertex coloring problem. *PloS one*, *8*(3), e58551.

Bontoux, B., Artigues, C., & Feillet, D. (2010). A memetic algorithm with a large neighborhood crossover operator for the generalized traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, *37*(11), 1844–1852.

Burke, E. K., Gendreau, M., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., Ozcan, E., & Qu, R. (2013). Hyper-heuristics. *J Oper Res Soc*, *64*(12), 1695–1724.

Burke, E. K., Hyde, M., Kendall, G., & Woodward, J. (2010). A genetic programming hyper-heuristic approach for evolving 2-D strip packing heuristics. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *14*(6), 942–958.

Cantú-Paz, E., & Goldberg, D. E. (2003). Genetic and evolutionary computation — gecco 2003: Genetic and evolutionary computation conference chicago, il, usa, july 12–16, 2003 proceedings, part i. (pp. 801–812).

Carlyle, W. M., Royset, J. O., & Kevin Wood, R. (2008). Lagrangian relaxation and enumeration for solving constrained shortest-path problems. *Networks*, *52*(4), 256–270.

Contreras-Bolton, C., Gatica, G., Barra, C. R., & Parada, V. (2016). A multi-operator genetic algorithm for the generalized minimum spanning tree problem. *Expert Systems with Applications*, *50*, 1–8.

Contreras Bolton, C., Gatica, G., & Parada, V. (2013). Automatically generated algorithms for the vertex coloring problem. *PLoS ONE*, *8*(3), 1–9.
URL http://dx.doi.org/10.1371%2Fjournal.pone.0058551

Cook, W., Lovász, L., Seymour, P. D., et al. (1995). *Combinatorial optimization: papers from the DIMACS Special Year*, vol. 20. American Mathematical Soc.

Derrac, J., García, S., Molina, D., & Herrera, F. (2011). A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, *1*(1), 3 – 18.

Desale, S., Rasool, A., Andhale, S., & Rane, P. (2015). Heuristic and meta-heuristic algorithms and their relevance to the real world: A survey. *International journal of computer engineering in research trends*, *2*, 296–304.

Devika, K., Jafarian, A., & Nourbakhsh, V. (2014). Designing a sustainable closed-loop supply chain network based on triple bottom line approach: A comparison of metaheuristics hybridization techniques. *European Journal of Operational Research*, *235*(3), 594–615.

Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, *1*(1), 269–271.

Drake, J. H., Hyde, M., Ibrahim, K., & Ozcan, E. (2014). A genetic programming hyper-heuristic for the multidimensional knapsack problem. *Kybernetes*, *43*(9/10), 1500–1511.
URL http://dx.doi.org/10.1108/K-09-2013-0201

Dror, M., Haouari, M., & Chaouachi, J. (2000). Generalized spanning trees. *European Journal of Operational Research*, *120*(3), 583–592.

Dumitrescu, I., & Boland, N. (2001). Algorithms for the weight constrained shortest path problem. *International Transactions in Operational Research*, *8*(1), 15–29.

Dumitrescu, I., & Boland, N. (2003). Improved preprocessing, labeling and scaling algorithms for the weight-constrained shortest path problem. *Networks*, *42*(3), 135–153.

Ferreira, C. S., Ochi, L. S., Parada, V., & Uchoa, E. (2012). A grasp-based approach to the generalized minimum spanning tree problem. *Expert Systems with Applications*, *39*(3), 3526–3536.

Fischetti, M., González, J. J. S., & Toth, P. (1995). The symmetric generalized traveling salesman polytope. *Networks*, *26*(2), 113–123.

Fischetti, M., Salazar Gonzalez, J. J., & Toth, P. (1997). A branch-and-cut algorithm for the symmetric generalized traveling salesman problem. *Operations Research*, *45*(3), 378–394.

Ghasemi, M., Ghavidel, S., Rahmani, S., Roosta, A., & Falah, H. (2014). A novel hybrid algorithm of imperialist competitive algorithm and teaching learning algorithm for optimal power flow problem with non-smooth cost functions. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, *29*, 54–69.

Golden, B., Raghavan, S., & Stanojević, D. (2005). Heuristic search for the generalized minimum spanning tree problem. *INFORMS Journal on Computing*, *17*(3), 290–304.

Handler, G. Y., & Zang, I. (1980). A dual algorithm for the constrained shortest path problem. *Networks*, *10*(4), 293–309.

Haouari, M., & Chaouachi, J. S. (2006). Upper and lower bounding strategies for the generalized minimum spanning tree problem. *European Journal of Operational Research*, *171*(2), 632–647.

Hassin, R. (1992). Approximation schemes for the restricted shortest path problem. *Mathematics of Operations research*, *17*(1), 36–42.

Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The MIT Press.

Joksch, H. C. (1966). The shortest route problem with constraints. *Journal of Mathematical analysis and applications*, *14*(2), 191–197.

Kansal, A. R., & Torquato, S. (2001). Globally and locally minimal weight spanning tree networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *301*(1), 601–619.

Karafotias, G., Hoogendoorn, M., & Eiben, A. E. (2015). Parameter control in evolutionary algorithms: Trends and challenges. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, *19*, 167–187.

Karafotias, G., Hoogendoorn, M., & Weel, B. (2014). Comparing generic parameter controllers for eas. In *Foundations of Computational Intelligence (FOCI), 2014 IEEE Symposium on*, (pp. 46–53).

Kouchakpour, P., Zaknich, A., & Bräunl, T. (2009). A survey and taxonomy of performance improvement of canonical genetic programming. *Journal Knowledge and Information Systems*, *21*, 1–39.

Koza, J. R. (1992). *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. The MIT press.

Koza, J. R. (1999). Genetic programming III: Darwinian invention and problem solving. San Francisco: CA: Morgan Kaufmann.

Koza, J. R. (2003). *Genetic Programming IV: Routine Human-Competitive Machine Intelligence*. Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers.

Koza, J. R., Keane, M. A., Streeter, M. J., Mydlowec, W., Yu, J., & Lanza, G. (2003). *Genetic Programming IV: Routine Human-Competitive Machine Intelligence.*. Springer US.

Koza, J. R., & Poli, R. (2005). *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques*, chap. Genetic Programming, (pp. 127–164). Boston, MA: Springer US.
URL http://dx.doi.org/10.1007/0-387-28356-0_5

Laporte, G., Asef-Vaziri, A., & Sriskandarajah, C. (1996). Some applications of the generalized travelling salesman problem. *Journal of the Operational Research Society*, *47*(12), 1461–1467.

Laporte, G., & Semet, F. (1999). Computational evaluation of a transformation procedure for the symmetric generalized traveling salesman problem. *INFOR*, *37*(2), 114.

Li, X., & Ciesielski, V. (2004). Analysis of genetic programming runs. http://goanna.cs.rmit.edu.au/~vc/papers/aspgp04.pdf.

Lien, Y.-N., Ma, E., & Wah, B. W.-S. (1993). Transformation of the generalized traveling-salesman problem into the standard traveling-salesman problem. *Information Sciences*, *74*(1), 177–189.

Lorenz, D. H., & Raz, D. (2001). A simple efficient approximation scheme for the restricted shortest path problem. *Operations Research Letters*, *28*(5), 213–219.

Lozano, L., & Medaglia, A. L. (2013). On an exact method for the constrained shortest path problem. *Computers & Operations Research*, *40*(1), 378–384.

Luke, S. (2015). The ecj owner's manual. https://cs.gmu.edu/~eclab/projects/ecj/docs/manual/manual.pdf.

Mohammadi, M., Torabi, S., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2014). Sustainable hub location under mixed uncertainty. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, *62*, 89–115.

Muhandiramge, R., & Boland, N. (2009). Simultaneous solution of lagrangean dual problems interleaved with preprocessing for the weight constrained shortest path problem. *Networks*, *53*(4), 358–381.

Myung, Y.-S., Lee, C.-H., & Tcha, D.-W. (1995). On the generalized minimum spanning tree problem. *Networks*, *26*(4), 231–241.

Nakagaki, T., Yamada, H., & Toth, A. (2001). Path finding by tube morphogenesis in an amoeboid organism. *Biophysical chemistry*, *92*(1), 47–52.

Noon, C. E., & Bean, J. C. (1991). A lagrangian based approach for the asymmetric generalized traveling salesman problem. *Operations Research*, *39*(4), 623–632.

Noon, C. E., & Bean, J. C. (1993). An efficient transformation of the generalized traveling salesman problem. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, *31*(1), 39–44.

Papadimitriou, C. H., & Steiglitz, K. (1982). *Combinatorial optimization: algorithms and complexity*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc.

Parada, L., Herrera, C., Sepúlveda, M., & Parada, V. (2015). Evolution of new algorithms for the binary knapsack problem. *Natural Computing*, (pp. 1–13).

Pisinger, D. (2005). Where are the hard knapsack problems? *Computers & Operations Research*, *32*(9), 2271 – 2284.

Poli, R., Langdon, W. B., & McPhee, N. F. (2008). *A Field Guide to Genetic Programming*. Lulu Press, Inc.

Pop, P. (2009). A survey of different integer programming formulations of the generalized minimum spanning tree problem. *Carpathian Journal of Mathematics*, *25*(1), 104–118.

Pop, P. C. (2002). *The generalized minimum spanning tree problem*. Twente University Press.

Reinelt, G. (1991). Tsplib - a traveling salesman problem library. *ORSA Journal on Computing*, *3*(4), 376–384.
URL http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.3.4.376

Renaud, J., & Boctor, F. F. (1998). An efficient composite heuristic for the symmetric generalized traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, *108*(3), 571–584.

Renaud, J., Boctor, F. F., & Laporte, G. (1996). A fast composite heuristic for the symmetric traveling salesman problem. *INFORMS Journal on Computing*, *8*(2), 134–143.

Samuel, A. L. (1959). Some studies in machine learning using the game of checkers. *IBM Journal of research and development*, *3*(3), 210–229.

Santos, L., Coutinho-Rodrigues, J., & Current, J. R. (2007). An improved solution algorithm for the constrained shortest path problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, *41*(7), 756–771.

Sepúlveda, M. A. (2011). Evaluación de la capacidad actual que posee la programación genética de generar algoritmos que optimicen problemas de complejidad np-completo y que sean competitivos con respecto a los generados por humanos.

Shang, R., Wang, Y., Wang, J., Jiao, L., Wang, S., & Qi, L. (2014). A multi-population cooperative coevolutionary algorithm for multi-objective capacitated arc routing problem. *Information Sciences*, *277*, 609 – 642.

Smith-Miles, K., & Lopes, L. (2012). Measuring instance difficulty for combinatorial optimization problems. *Computers & Operations Research*, *39*(5), 875 – 889.

Snyder, L. V., & Daskin, M. S. (2006). A random-key genetic algorithm for the generalized traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, *174*(1), 38–53.

Srivastava, S., Kumar, S., Garg, R., & Sen, P. (1969). Generalized traveling salesman problem through n sets of nodes. *CORS journal*, *7*, 97–101.

Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: from design to implementation*. NJ:Wiley.

Zhang, X., Zhang, Y., Hu, Y., Deng, Y., & Mahadevan, S. (2013). An adaptive amoeba algorithm for constrained shortest paths. *Expert Systems with Applications*, *40*(18), 7607–7616.

Zhu, X., & Wilhelm, W. E. (2012). A three-stage approach for the resource-constrained shortest path as a sub-problem in column generation. *Computers & Operations Research*, *39*(2), 164–178.