

# Compte Rendu TP 5 d'instrumentation: Transition du signal, phénomènes de propagation et d'atténuation.

Sacha HENAFF/Hadi BOUCHEMA

## Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Propagation d'un signal dans une ligne de transmission</b>	<b>1</b>
1.1 Cas des lignes sans pertes . . . . .	3
1.2 Discontinuité de l'impédance, phénomène de réflexion . . . . .	3
<b>2 Travaux Pratiques</b>	<b>4</b>
2.1 Expérience 1 . . . . .	4
2.2 Expérience 2 . . . . .	5
2.3 Expérience 3 . . . . .	7
<b>Conclusion</b>	<b>8</b>

## Introduction

Lors de la transmission d'un signal quel qu'il soit, il faut prêter attention à ses taux d'atténuation et de déformation en fonction du signal à transmettre.

On utilise une ligne, c'est-à-dire un ensemble d'au moins deux conducteurs qui forment un circuit fermé entre un générateur (une batterie par exemple) et un récepteur (un électro-aimant par exemple). Bien sûr, ces conducteurs doivent être isolés entre eux.

Au cours de ce TP, nous avons étudié la propagation d'un signal électrique dans une ligne de transmission. Nous allons dans un premier temps caractériser le câble que nous allons utiliser comme la vitesse de transmission du signal dans le câble, ainsi que les coefficients de réflexion et d'atténuation lorsque la ligne de transmission engendre des pertes.

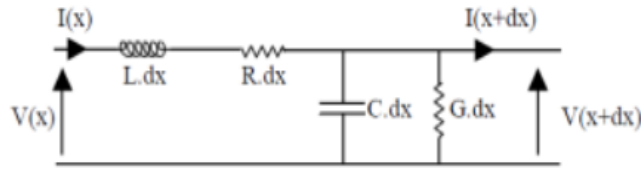
### Objectifs du TP :

- Etudier une ligne sans pertes ;
- Étudier le phénomène de réflexion et d'atténuation dans différentes configurations.

## 1 Propagation d'un signal dans une ligne de transmission

On étudie la propagation d'un signal dans un câble coaxial décrit comme ceci :

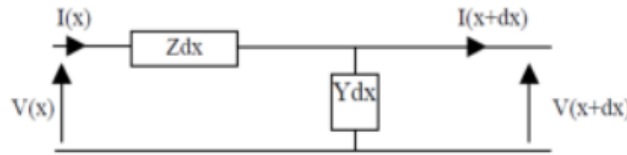
On a les équations différentielles suivantes qui décrivent l'évolution du courant  $I(x)$  et de la tension  $V(x)$  le long de la ligne de transmission.



$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + RGV(x, t)$$

$$\frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} + RGI(x, t)$$

On représente la ligne de transmission de manière simplifiée comme ceci : On a donc :



$$V(x, t) - V(x + dx, t) = ZI(x, t) dx$$

Donc :

$$\frac{V(x, t) - V(x + dx, t)}{dx} = ZI(x, t)$$

Ainsi :

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = -ZI(x, t)$$

On obtient de même que :

$$\frac{\partial I(x, t)}{\partial x} = -YV(x, t)$$

Et donc :

$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = -ZYV(x, t)$$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$V(x) = V_2 e^{\gamma x} + V_1 e^{-\gamma x}$$

On a ici l'onde  $V_2$  l'onde incidente qui se déplace selon  $x$  positif et  $V_1$  l'onde réfléchie qui se déplace selon les  $x$  négatifs.

Avec les relations précédentes, on a :

$$V(x) = \frac{1}{Z_0}(V_2 e^{\gamma x} + V_1 e^{-\gamma x})$$

Avec :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad \text{et} \quad \gamma = \sqrt{(R + jL\omega) + (G + jC\omega)}$$

## 1.1 Cas des lignes sans pertes

On considère ici que la résistance et l'admittance du câble sont nulles, on a donc  $R=G=0$ . Ainsi, on a :

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad , \quad \alpha = 0 \quad \text{et} \quad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

On peut donc calculer la vitesse de propagation du signal qui s'exprime comme :

$$\nu_{prop} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

## 1.2 Discontinuité de l'impédance, phénomène de réflexion

On introduit un coefficient de réflexion qui permet de quantifier l'effet d'une discontinuité sur la transmission d'un signal.

On a donc :

$$R = \frac{V_{refl}}{V_{in}} = \frac{V_1 e^{-\gamma x}}{V_2 e^{\gamma x}} = \frac{V_1}{V_2} e^{-2\gamma x} \quad \text{et} \quad Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)}$$

Ainsi :

$$Z(x) = Z_0 \frac{V_2 e^{\gamma x} + V_1 e^{-\gamma x}}{V_2 e^{\gamma x} - V_1 e^{-\gamma x}}$$

En réécrivant  $Z(x)$ , on obtient :

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + R}{1 - R} \quad \text{et donc :} \quad R(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0}$$

Dans le cas où,  $Z$  est un circuit ouvert ( $Z(x)$  est très grand devant  $Z_0$ ), on a  $R = 1$ , si  $Z(x)$  est un circuit fermé ( $Z(x) = 0$ ), on a  $R = -1$  et si  $Z$  est adapté à la ligne  $Z(x) = Z_0$ , on a  $R = 0$ .

En effet, si le circuit est ouvert, le coefficient de réflexion vaut 1, toute l'onde est réfléchie car la résistance de l'air tend vers l'infini. Sa norme vaut également 1 et la phase est nulle. Si le circuit est fermé, le coefficient de réflexion vaut -1, sa norme vaut donc 1 et la phase vaut  $\pi$ .

Enfin, si on a une impédance adaptée, c'est-à-dire que  $Z$  tend vers  $Z_0$ , alors le coefficient de réflexion et sa norme sont nuls et la phase ne sera pas définie.

Dans la séance 6 nous nous sommes intéressés au régime de pertes et à la nature des atténuations. On peut introduire le coefficient  $\alpha_R$  qui caractérise les pertes par effet Joule, liées à  $R$  et le coefficient  $\alpha_D$  qui caractérise les pertes diélectriques liées à  $G$ . Ces deux nouveaux coefficients sont liés par la relation :

$$\alpha = \alpha_R + \alpha_D \quad \text{et} \quad \alpha \sim \frac{\sqrt{LC}}{2} \left( \frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right)$$

Pour déterminer ces pertes on exprime la résistance d'un conducteur homogène ainsi :

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

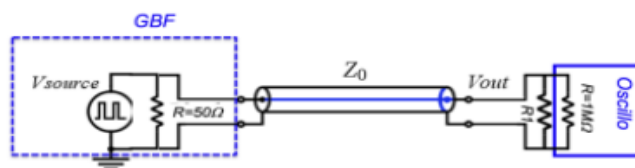
Ainsi on peut déterminer comment ces pertes résistives évoluent en fonction de la fréquence en exprimant  $R$  et  $\alpha_R$  en fonction de  $f$ . En effet, si à haute fréquence, le courant circule à la surface du conducteur sur une épaisseur dite épaisseur de peau, qui s'exprime :

$$V = \frac{\sum_i \frac{V_i}{R_i}}{\sum_i \frac{1}{R_i}} = \frac{V_{saff} R_4}{R_4 + R_5} = \frac{\frac{V_{in}}{R_5} + \frac{V_s}{R_4}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

## 2 Travaux Pratiques

### 2.1 Expérience 1

Dans la première expérience il fallait reproduire le circuit suivant :



Il fallait générer un signal crête à crête d'amplitude  $V_{pp} = 1V$  et de fréquence 200 kHz. Il a fallu régler l'impédance de sortie du générateur basses fréquence à  $50\Omega$ . On a pris un petit câble coaxial avec des connecteurs BNC de longueur  $l$  inférieure à 1 mètre. On a alors pu compléter le tableau suivant :

Ces résultats s'interprètent de la manière suivante : les 2,10 V de tension correspondent à la transmission et la réflexion du signal dû à une imposante résistance (comparable à un circuit ouvert) qui crée une réflexion totale de celui-ci qui ne peut passer. En revanche quand  $R_L$  vaut  $50\Omega$  nous trouvons une valeur presque divisée par deux du cas précédent. Cela est dû au fait qu'ici seul l'onde

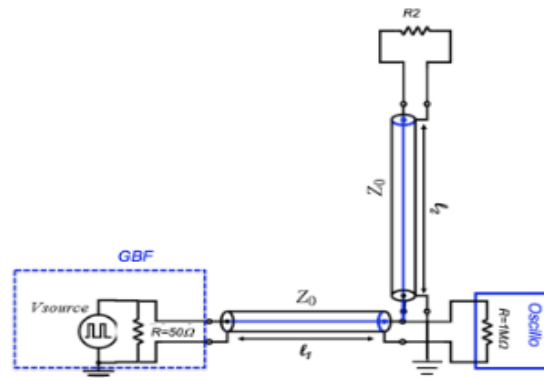
Configuration	Tension $V_{pp}$
$R_1 = 1M\Omega$ (circuit ouvert)	2,10V
$R_1 = 50\Omega$	1,10V
$R_1 = 0\Omega$ (court circuit)	0,40V

TABLE 1 – Résultats de l'expérience 1.

transmise subsiste majoritairement, la résistance trop faible empêche une réflexion importante qui est dans ce cas négligeable. Et enfin dans le cas du court circuit nous nous attendions à trouver une tension nulle. Nous avons émis l'hypothèse de la présence d'un résidu, somme de 2 pertes pas tout à fait linéaires.

## 2.2 Expérience 2

On réalise le montage suivant :



On génère un signal créneau d'amplitude  $V_{pp} = 1V$  et de fréquence 200kHz, l'impédance de sortie du générateur est fixée à  $50\Omega$ . La câble  $l_1$  mesure moins d'un mètre et le câble  $l_2$  mesure plusieurs dizaines de mètres. On mesure la tension aux bornes des câbles coaxiaux et on mesure la tension de ce signal ainsi que l'écart de temps avec lequel il est arrivé. On obtient le tableau suivant.

	$V_{pp} = 1V, f = 200kHz, \text{duty } 50\%$		$V_{pp} = 1V, f = 2,7MHz, \text{duty } 20\%$	
Configuration	Tension $V_{pp}$	Délai $\delta t$	Tension $V_{pp}$	Délai $\delta t$
$R_2 = \text{ouvert}$	1,98V	$1000\mu s$	1,78V	104ns
$R_2 = 50\Omega$	1,12V	0s	1,10V	240ns
$R_2 = 0\Omega$	1,98V	$1000\mu s$	1,68V	112ns

TABLE 2 – Données de l'expériences 2.

Dans les configurations 2 et 3, on voit que l'amplitude a doublé, ce qui montre bien que l'on a un coefficient de réflexion de 1 et -1. Dans le circuit 2 il n'y a pas de variation d'impédance, il est donc normal que l'on retrouve une tension proche de celle d'entrée (la petite différence peut être due à une résistance interne légèrement différente de  $50\Omega$ , ce qui modifierait le coefficient de réflexion).

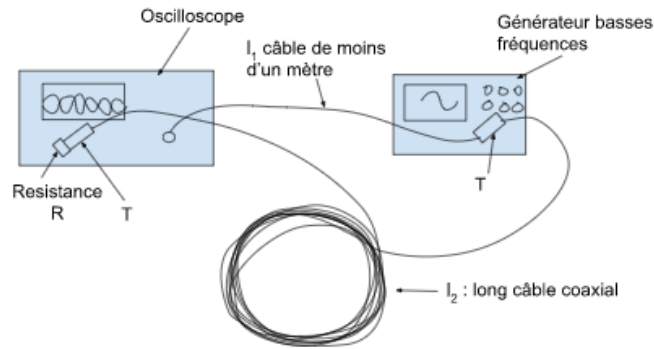
On peut ainsi calculer la longueur du câble coaxial utilisé, on a :

$$v = \frac{2l}{\delta t} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{on a donc :} \quad l = \frac{\delta t}{2\sqrt{(Z_0)^2 C^2}}$$

On obtient  $l = 100m$ , ce qui est cohérent avec le fait que notre câble était beaucoup plus long que celui de nos camarades.

## 2.3 Expérience 3

Pour cette expérience, on utilise un câble le plus long possible pour voir de manière plus nette l'atténuation du signal. On réalise le montage suivant :



On utilise le montage avec  $R = 50\Omega$  pour ne pas avoir de discontinuité d'impédance et par conséquent s'affranchir de la réflexion du signal.

Nous avons ici représenté le cas où nous avons placé la résistance de  $50\Omega$ . Nous avons alors pu faire des mesures des deux signaux  $V_{in}$  ( $l_1$  câble de moins d'un mètre) et  $V_{out}$  ( $l_2$  câble coaxial de plusieurs dizaines de mètres).

Ensuite nous avons pu tracer le graphe log-log du rapport  $-20 \log(\frac{V_{out}}{V_{in}})$  en fonction de  $\log(f)$ .

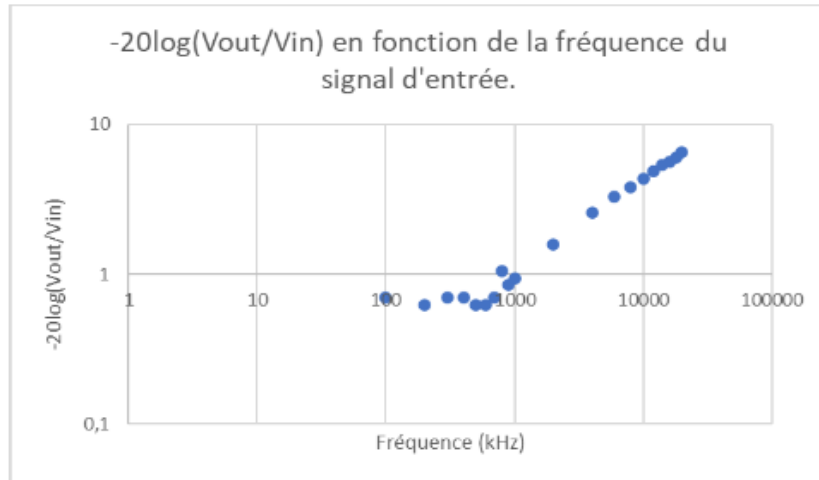


FIGURE 1 – Rapport des signaux d'entrée et de sortie en fonction de la fréquence d'entrée.

Nous pouvons voir que comme attendu, on voit une partie du graphe où les pertes sont dominées par les pertes diélectriques ( $\alpha_d$ , dépendance en  $f$ ) puis une partie du graphe où les pertes sont dominées par les pertes par effet joules ( $\alpha_R$ , dépendance en  $\sqrt{f}$ ). Dans ce graphe cette transition survient pour une valeur de fréquence de 1000 Hz. Il s'agit de la fréquence d'utilisation ou fréquence de coupure. Lorsque les fréquences deviennent trop hautes, le câble chauffe et les pertes qui dominent deviennent les pertes de dissipation d'énergie par effet joule (dissipation de chaleur).

On peut aussi grâce à ce graphique déterminer la section du câble en déterminant la fréquence du changement de régime de perte (ici environ 600kHz) car on a :

$$r = \delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}$$

On obtient  $r = 0,1mm$  ce qui est proche de la valeur mesurée (environ 0,5mm)

## Conclusion

En conclusion dans ce Tp nous avons étudié la manière dont est transmis un signal. Nous avons pu étudier une introduction à l'équation des télégraphistes, la réflexion d'un signal dans un câble coaxial et nous avons pu comprendre les enjeux en termes d'atténuations de celui-ci. Nous avons plus précisément pu mettre en place un circuit nous permettant de mesurer ses pertes puis nous avons développé un modèle graphique de ces pertes qui nous a permis de diviser ses pertes en deux régimes bien distincts. Nous avons pu les identifier et interpréter ce changement de régime.