

Computerphysik

Hausarbeit 3

Aufgabe 4

Friedrich Hübner 2897111

Fiona Paulus 2909625

22. Juni 2017

Allgemeine Hinweise

Das Programm wurde unter Windows 10 mit "g++ -o abgabe3_4.exe -Wall -Wextra -std=c++0x -O2 -static abgabe3_4.cpp" kompiliert.

Das Programm wird gestartet mit 'abgabe3_4 $H_0 \Omega_\Lambda \Omega_m \Omega_r$ ', wobei H_0 in km/s/Mpc ist.

Idee

Da die eine Integralgrenze ∞ ist, kann man die Funktion nicht mit den normalen Methoden integrieren. Deswegen wird zuerst eine Substitution $a = \frac{1}{1+z}$ durchgeführt.

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')\sqrt{E(\frac{1}{1+z})}} \quad (1)$$

$$= \frac{1}{H_0} \int_{\frac{1}{1+z}}^0 \frac{a'}{\sqrt{E(a')}} - \frac{1}{a'^2} da' \quad (2)$$

$$= \frac{1}{H_0} \int_0^a \frac{1}{a'\sqrt{E(a')}} da' \quad (3)$$

$$= \frac{1}{H_0} \int_0^a f(a') da' \quad (4)$$

Da heute $z = 0$ ist, liegt $z \in [0, \infty)$. Somit liegt $a \in [0, 1)$. Dieses Integral kann nun mit einer der bekannten Methoden berechnet werden.

Da die zu integrierende Funktion bei $a'=0$ nicht definiert ist, muss man noch den Grenzwert für $a' \rightarrow 0$ berechnen:

$$\lim_{a' \rightarrow 0} a'^2 E(a') = \lim_{a' \rightarrow 0} a'^2 \Omega_\Lambda + \Omega_m/a' + \Omega_r/a'^2 + \Omega_k = \infty \text{ für } \Omega_m \neq 0, \Omega_r \neq 0, \text{ sonst } \Omega_k.$$

Damit gilt für $\lim_{a' \rightarrow 0} f(a') = 0$ für $\Omega_m \neq 0, \Omega_r \neq 0$, sonst $1/\sqrt{\Omega_k}$.

Programm

Das Integral wurde mit der (zusammengesetzten) Trapezformel berechnet. Man kann das Ergebnis $t(a)$ wiederverwenden, um $t(a+\Delta a) = t(a) + \frac{1}{H_0} \int_a^{a+\Delta a} f(a') da'$ zu berechnen. Im Programm selber wird zuerst nur die Stammfunktion von f numerisch bestimmt und in einem Array gespeichert. Zur Ausgabe wird linear zwischen den zwei nächsten ermittelten Werten interpoliert und dieser Wert durch H_0 geteilt.

Beispiele

Hier sind die in Aufgabe b) und c) geforderten Diagramme. Beide Kurven wurden in ein Diagramm gezeichnet, das einmal normal und einmal logarithmisch dargestellt wurde.

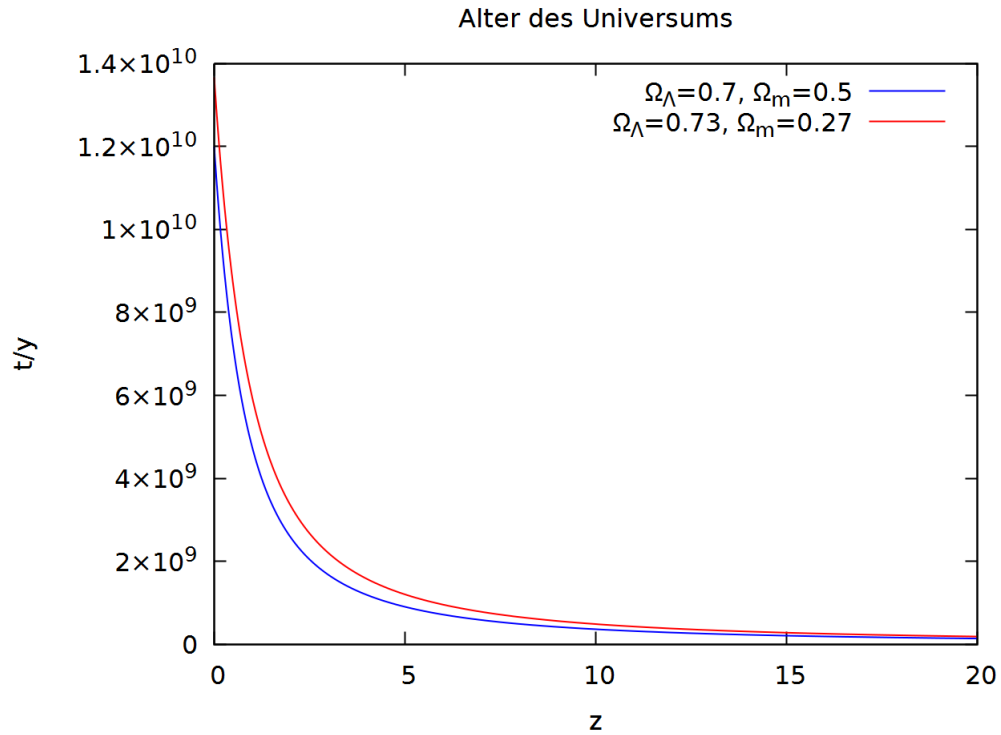


Abbildung 1: Normaler Plot

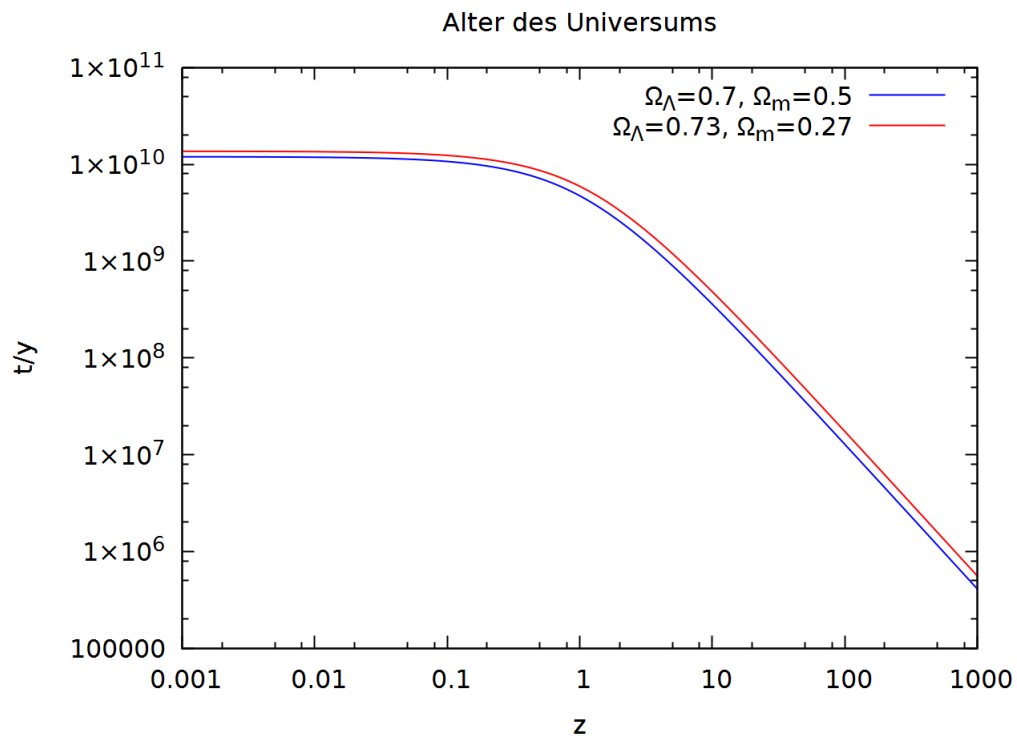


Abbildung 2: Logarithmischer Plot

Sonstige abgegebene Dateien

plot_final.plt

Die Plot-Datei für die beiden Plots in der Abgabe.

b.txt

Enthält die Plotdaten für b)

c.txt

Enthält die Plotdaten für c)