DAFTAR HALAMAN

MATERI

Sumber: Conover, W. J. 1999. *Practical Nonparametric Statistics. 3rd ed*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

STATISTIKA DESKRIPTIF, INFERENSIAL DALAM STATISTIKA NON PARAMETRIK

BAB 2.1. POPULASI, SAMPEL, DAN STATISTIK

1. **Eksperimen** adalah adalah suatu proses pelaksanaan prosedur yang baik, di mana hasil dari pelaksanaan prosedur tersebut belum diketahui sebelum ekspserimen dilakukan.
2. **Populasi** adalah suatu kumpulan elemen yang akan diteliti atau diinvestigasi. Kumpulan elemen tersebut dapat berupa orang, hewan, atau benda mati. Berdasarkan besarnya, ada populasi kecil, populasi besar, dan populasi berhingga.
3. **Sampel** adalah sekumpulan dari beberapa elemen populasi. Sampel dibagi menjadi beberapa kategori berdasarkan bagaimana cara sampel tersebut diambil**.**
   a. *Convenience Sample*, cara ini adalah cara yang paling mudah yaitu mengambil sampel dengan cara bertemu dengan sembarang orang di halte atau dijalan untuk dijadikan sampel.
   b. *Probability Sample*, cara ini dilakukan dengan mengambil sampel dengan pengundian. Cara ini memungkinkan untuk mendapatkan hasil yang akurat. Salah satu contoh *probability sample* adalah sampel acak.
4. **Target Populasi** adalah populasi dengan informasi yang diinginkan oleh peneliti. **Sampel Populasi** adalah populasi yang dijadikan sampel.dan sampel populasi.
5. **Sampel Acak** memiliki dua definisi berbeda, yaitu:
   a. **Definisi 1**. Jika setiap sampel berukuran n memiliki kemungkinan yang sama akan diperoleh, maka sampel berukuran n dari populasi berhingga (terbatas) tersebut merupakan suatu sampel acak.
   b. **Definisi 2**. Jika populasi (N) sangat besar, maka sampel acak berukuran n adalah suatu barisan dari n peubah acak $X_1, X_2, \dots\dots, X_n$ yang saling bebas dan berdistribusi identik (i.i.d.)
6. **Peubah Acak Multivariat** adalah kumpulan peubah acak $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang nilainya belum diketahui sebelum eksperimen dilakukan. Secara khusus, jika hanya terdapat X_1 dan X_2 maka disebut peubah acak bivariat.
7. **Skala Pengukuran** dari yang paling lemah ke paling kuat, yaitu:
   a. **Skala Pengukuran Nominal** digunakan untuk data bertipe kategorik yang tidak memiliki urutan/tingkatan seperti warna mata, gender, warna kulit, dan sebagainya.
   b. **Skala Pengukuran Ordinal** digunakan untuk data bertipe kategorik yang memiliki urutan/tingkatan seperti tingkat pendidikan, jabatan, tingkat kepuasan (sangat setuju, setuju, tidak setuju), dan sebagainya.
   c. **Skala Pengukuran Interval** digunakan untuk data bertipe numerik yang tidak memiliki nilai nol mutlak seperti suhu. Pada suhu, $0°F$ bukan berarti tidak ada suhu, namun $0°F$ berarti sama dengan $-17{,}78°C$.
   d. **Skala Pengukuran Rasio** digunakan untuk data bertipe numerik yang memiliki nilai nol mutlak seperti tinggi badan. Pada tinggi badan, tidak ada tinggi badan yang berada di bawah 0. Jika tinggi badannya adalah 0 berarti tidak ada tingginya.
8. **Statistik** adalah fungsi dari beberapa peubah acak.
9. **Statistik Terurut** ke$-k$ adalah statistik yang nilainya merupakan elemen pengamatan terkecil ke$-k$ di antara $x_1, x_2, \dots, x_n$ dari peubah acak $X_1, X_2, \dots, X_n$. Secara khusus, statistik terurut digunakan pada pengukuran data bertipe ordinal.

BAB 2.2. PENDUGAAN

1. **Fungsi Distribusi Empiris (e.d.f.)**. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak. Fungsi distribusi empiris atau ditulis $S(x)$ adalah suatu fungsi dari x yang sama dengan pecahan dari X_{is} yang kurang dari atau sama dengan untuk setiap $x, -\infty < x < \infty$.Fungsi distribusi empiris ini digunakan sebagai estimator dari fungsi distribusi populasi. Mean sampel, variansi sampel, dan kuantil sampel dapat digunakan sebagai estimator dari populasi seperti pada fungsi distribusi empiris yang menjadi estimator dari fungsi distribusi populasi.
2. **Estimator**. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak. Kuantil sampel ke$-p$ adalah Q_p yang memenuhi 2 kondisi berikut, yaitu:
   a. Pecahan dari X_{is} yang kurang dari Q_p adalah $\leq p$
   b. Pecahan dari X_{is} yang lebih dari Q_p adalah $\leq 1-p$
3. **Definisi 3**. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak. Berikut adalah beberapa definisi.

Mean Sampel	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
Variansi Sampel	$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \bar{X}^2$
Standar Dviasi Sampel	$S = \sqrt{S^2}$

4. **Definisi 4**. Kriteria dari suatu estimator yang baik adalah tidak bias. Dalam hal ini θ merepresentasikan sebuah statistik yang digunakan sebagai estimator θ. Estimator θ adalah estimator tidak bias dari suatu populasi parameter θ jika $E(\theta) = \theta$.
5. **Teorema 1**. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ peubah acak yang saling bebas dari populasi dengan mean μ dan variansi σ^2. Maka

$$E(\bar{X}) = \mu \text{ dan } Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

6. **Standar Error dari $\bar{X}$** adalah $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
7. **Estimator Tidak Bias (s^2)** adalah estimator dari σ^2, yaitu

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(X_i - \bar{X})$$

8. **Aproksimasi Interval Kepercayaan untuk μ**

$$\Pr\left(\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \cong 1 - \alpha$$

9. **Metode *Bootstrap***. Dalam beberapa kasus, estimator dari parameter populasi sulit digunakan sehingga ada metode lain untuk mengestimasi mean dan variansi, seperti metode *bootstrap*. Metode *bootstrap* ini menguji n nilai dengan pengembalian dari observasi dalam sampel acak asli berukuran n. Beberapa observasi asli tersebut dapat muncul dalam "sampel *bootstrap*" satu kali, lebih dari satu kali, atau tidak sama sekali. Jumlah dari sampel bootstrap sama dengan jumlah observasi dalam sampel acak asli. Estimator $\hat{\theta}$ dihitung untuk setiap sampel *bootstrap*. Faktanya, seluruh fungsi distribusi empiris dari nilai-nilai $\hat{\theta}$ tersebut digunakan dalam metode *bootstrap* sebagai estimator dari fungsi distribusi populasi $\hat{\theta}$. Seluruh prosedur dalam metode ini bergantung pada nilai sampel asli.
10. **Jumlah Replikasi *Bootstrap*** untuk mengestimasi mean dan standard error dari estimator menurut Efron dan Tibshirane (1986) minimal sebanyak 250 replikasi bootstrap. Sebagai alternatif, metode yang lebih akurat untuk mendapatkan interval kepercayaan sampel *bootstrap* membutuhkan replikasi yang lebih banyak, direkomendasikan minimal 1000. Untuk mencari estimasi *bootstrap* dibutuhkan bantuan komputer atau program tertentu, seperti S-Plus, SYSTAT, Resampling Stats, dan STATA.
11. **Estimasi Parameter**. Secara umum, teori untuk estimasi mengatakan bahwa semakin besar n, maka $S(x)$ mendekati $F(x)$ dalam probabilitas.
12. ***Empirical Survival Function*** adalah estimator asli dari $P(x)$, yaitu $\hat{P}(x) = 1 - S(x)$ yang merupakan frekuensi relatif dari sampel $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang melampaui nilai x.

13. ***Kaplan-Meier Estimator*** adalah statistika nonparametrik yang digunakan untuk mengestimasi data kelangsungan hidup. Berikut adalah Kaplan-Meier Estimator dari $P(x)$.

$$\hat{P}(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ \prod_{u_i \leq x} \hat{p}_i, & x \geq 0 \end{cases}$$

Metode ini dapat dibantu beberapa program seperti Minitab, S-Plus, dan SYSTAT.

BAB 2.3. PENGUJIAN HIPOTESIS

1. **Pengujian Hipotesis** adalah suatu proses mengambil keputusan dari sebuah sampel, menerima atau tidak menerima pernyataan (hipotesis) yang diberikan tentang populasi.
2. **Tahap-tahap** dalam pengujian hipotesis, yaitu:
   a. Menyatakan hipotesis terhadap suatu populasi. Dalam hal ini ada *alternative hypothesis* dan *null hypothesis* atau *test hypothesis*. ***Alternative hypothesis*** adalah hipotesis yang menyatakan bahwa pernyataan dalam *null hypothesis* tidak benar. ***Null hypothesis*** adalah hipotesis yang akan diuji atau hipotesis yang menjadi landasan penentuan statistik pembanding.
   b. Memilih uji statistik.
   c. Membuat aturan keputusan.
   d. Mengevaluasi uji statistik dan membuat kesimpulan apakah hipotesis nol (*null hypothesis*) ditolak atau tidak ditolak.
3. **Definisi 1**. Hipotesis dapat diklasifikasikan menjadi sederhana dan komposit. Hipotesis termasuk sederhana jika asumsi hipotesis benar membawa ke hanya 1 fungsi probabilitas yang terdefinisi pada ruang sampel. Sedangkan hipotesis termasuk komposit atau majemuk jika asumsi hipotesis benar membawa ke 2 atau lebih fungsi probabilitas yang terdefinisi pada ruang sampel.
4. **Uji Statistik** adalah statistika yang membantu dalam menentukan keputusan dalam pengujian hipotesis.
5. **Daerah Kritis** adalah titik-titik dalam ruang sampel yang menghasilkan sebuah keputusan untuk menolak hipotesis nol (H_0). Terdapat *two-tailed tests* dan *one-tailed tests*, di mana *two-tailed tests* menguji pada nilai terbesar dan nilai terkecil dalam uji statistik, sedangkan *one-tailed tests* hanya menguji salah satu nilai, nilai terbesar (*upper-tailed test*) atau nilai terkecil *(lower-tailed test*).
6. **Tipe Kesalahan**, yaitu:
   a. **Kesalahan Tipe 1**. Kesalahan tipe ini adalah kesalahan dalam menolak hipotesis nol ketika hipotesis nol tersebut benar.
   b. **Kesalahan Tipe 2**. Kesalahan tipe ini adalah kesalahan dalam menerima hipotesis nol ketika hipotesis nol tersebut salah.
7. ***Null Distribution*** **(Distribusi nol)** adalah distribusi dari probabilitasnya ketika hipotesis nol (H_0) diasumsikan benar.
8. **Power** $(\mathbf{1-\beta})$ adalah probabilitas dalam menolak suatu hipotesis nol (H_0) yang salah

		Keputusan	
		Terima H_0	**Tolak H_0**
The True Situation	**H_0 benar**	$1-\alpha$	α
	H_0 salah	β	$1-\beta$

9. **Nilai p (*p-value*)** adalah tingkat signifikanti terkecil di mana hipotesis nol akan ditolak untuk penelitian atau observasi yang diberikan.

BAB 2.4. SIFAT-SIFAT PENGUJIAN HIPOTESIS

Terdapat beberapa pengujian hipotesis yang tersedia untuk menguji hipotesis nol (H_0). Untuk memilih pengujian tersebut, kita harus mempertimbangkan beberapa sifat pada masing-masing pengujian. Sifat-sifat tersebut melibatkan beberapa istilah sebagai berikut:

a. Pengujian harus tidak bias
b. Pengujian harus konsisten

c. Pengujian harus lebih efisien dari pengujian yang lain

1. ***Power Function*** memberikan probabilitas dalam menolak H_0 ketika H_0 benar atau tidak benar. *Power function* dapat direpresentasikan dalam bentuk aljabar atau grafik.
2. **Pengujian Tidak bBas (*Unbiased Test*)** adalah suatu pengujian di mana probabilitas menolak H_0 ketika H_0 salah lebih besar daripada probabilitas menolak H_0 ketika H_0 benar. Dengan demikian, pengujian tidak bias ini adalah saat di mana *the power* minimal sebesar tingkat signifikan. Jika pengujian tersebut tidak bias, maka disebut dengan pengujian bias (*biased test*).
3. **Pengujian Konsisten**. Pengujian yang konsisten berlaku pada urutan pengujian. Urutan pengujian dikatakan konsisten terhadap semua alternatif pada H_1 jika *the power of the tests* mendekati 1,0 dengan ukuran sampel mendekati tak hingga untuk setiap alternatif tetap H_1. Tingkat signifikansi pada setiap pengujian dalam urutan tersebut diasumsikan sedekat mungkin tetapi tidak melebihi tingkat signifikansi konstan $\alpha > 0$.
4. **Efisiensi Relatif**. Efisiensi adalah suatu istilah relatif dan digunakan untuk membandingkan ukuran sampel dalam satu pengujian dengan pengujian yang lain dengan kondisi yang sama. Pengujian dengan ukuran sampel yang lebih kecil dikatakan lebih efisien daripada pengujian lainnya, dan efisiensi relatifnya lebih besar dari 1. Misalkan T_1 dan T_2 merupakan dua pengujian yang menguji H_0 terhadap H_1 yang sama, dengan daerah kritis α dan β yang sama. Maka, **efisiensi relatif dari $\boldsymbol{T_1}$ terhadap $\boldsymbol{T_2}$ (atau efisiensi $\boldsymbol{T_1}$ yang relatif terhadap $\boldsymbol{T_2}$)** adalah rasio $\frac{n_2}{n_1}$, di mana n_1 dan n_2 adalah ukuran sampel dari pengujian T_1 dan T_2.
5. ***Asymptotic Relative Efficiency*/A.R.E**. Misalkan n_1 dan n_2 adalah ukuran sampel yang dibutuhkan dalam pengujian T_1 dan T_2 untuk memiliki power yang sama pada tingkat signifikansi yang sama. Jika α dan β tetap konstan, limit dari $\frac{n_2}{n_1}$ di mana n_1 mendekati tak hingga, serta limit saling bebas pada α dan β, maka disebut Efisiensi Relatif Asimtotik dari pengujian pertama terhadap pengujian kedua.
6. **Pengujian Konservatif**. Suatu pengujian dikatakan konservatif jika tingkat signifikansi yang sesungguhnya lebih kecil daripada tingkat signifikansi yang ditetapkan. Dalam aplikasinya, terkadang sulit untuk menghitung tingkat signifikansi yang tepat dari suatu pengujian, maka ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk aproksimasi α. Nilai aproksimasi tersebut yang menjadi tingkat signifikansi. Jika aproksimasi tingkat signifikansi tersebut lebih besar dari pada tingkat signifikansi yang benar (dalam hal ini belum diketahui), maka pengujian tersebut dikatakan konservatif dan risiko dalam melakukan kesalahan tipe 1 tidak sebesar yang dinyatakan.

BAB 2.5. STATISTIKA NON PARAMETRIK

1. **Metode yang Baik untuk Digunakan.** Dalam pembahasan pada bab ini, dikatakan bahwa pengujian hipotesis bergantung pada uji statistik yang baik. Interval kepercayaan merupakan intervansi atau keterbalikan dari pengujian hipotesis bahwa interval kepercayaan adalah kumpulan hipotesis nol (H_0) yang tidak ditolak oleh data. Jadi, pengujian hipotesis yang baik bergantung pada interval kepercayaan yang baik (pendek). Contoh:
   a. Mean sampel $\bar{X}$ adalah uji statistik yang baik untuk pengujian hipotesis tentang mean populasi μ karena sensitif terhadap perbedaan dalam mean populasi.
   b. S dan s juga merupakan statistik yang baik untuk menjadi inferensi (kesimpulan) tentang standar deviasi populasi (σ).
2. **Metode Parametrik** adalah metode yang validasinya bergantung pada fungsi distribusi populasi yang diketahui. Metode ini merupakan pengujian hipotesis atau interval kepercayaan apa pun berdasarkan asumsi bahwa fungsi distribusi populasi diketahui, atau diketahui kecuali untuk beberapa parameter yang tidak diketahui. Kebanyakan metode parametrik didasarkan pada

asumsi normal karena teori di balik pengujian ini dapat dilakukan dengan distribusi populasi normal.

3. **Metode *Robust***. Jika data berasal dari distribusi nonnormal, atau data tidak dapat menggunakan metode parametrik, maka metode nonparametrik harus dipertimbangkan. Suatu metode analisis yang valid walaupun salah satu asumsi dari metode tersebut tidak benar, tetap dianggap kuat (*robust*) terhadap asumsi. Secara umum, istilah kuat (*robust*) mengarah pada metode berdasarkan asumsi normal yang memiliki uji statistik distribusi nol yang sama bahkan ketika populasinya nonnormal. Beberapa pengujian parametrik seperti *one-sample t test* dan *two-sample t test* disebut kuat terhadap asumsi normal, terutama jika ukuran sampelnya cukup besar.
4. **Metode Nonparametrik** didasarkan pada beberapa asumsi yang sama dengan metode parametrik seperti asumsi bahwa sampelnya adalah sampel acak. Namun, metode nonparametrik tidak mengasumsikan distribusi probabilitas populasi tertentu sehingga metode ini valid untuk data dari populasi dengan distribusi probabilitas apa pun.

   Jika fungsi distribusi populasi memiliki *tails* yang lebih ringan daripada distribusi normal (contohnya distribusi uniform), maka metode parametrik yang berdasar pada asumsi normal memiliki power yang baik, bisa lebih baik atau sama dengan power pada metode nonparametrik berdasarkan rank. Contoh data yang memiliki *tails* lebih ringan adalah data *survey* opini, di mana responden diminta untuk memilih dari skala 1 sampai 5 atau 1 sampai 7.

   Di samping itu, jika fungsi distribusi memiliki *tails* yang lebih berat daripada distribusi normal (contohnya distribusi eksponensial, distribusi lognormal, dan distribusi gamma), maka metode parametrik yang berdasar pada asumsi normal memiliki power yang lemah jika dibandingkan dengan metode nonparametrik berdasarkan rank, sehingga penting untuk mempertimbangkan menggunakan metode nonparametrik. Contoh data yang berdistribusi *heavy-tailed* adalah data yang mengandung *outliers*.
5. **Distribusi Bebas (*Distribution-Free*) Asimtotik**. Dasar untuk menunjukkan metode parametrik berdasarkan mean sampel menjadi berdistribusi bebas asimtotik adalah *Central Limit Theorem*. Dalam hal ini, metode-metode yang dipertimbangkan konsisten, artinya semakin besar ukuran sampel maka power semakin mutlak. Hal yang perlu dipertimbangkan oleh seorang peneliti dalam memilih metode statistik untuk menganalisis data adalah ukuran sampel dan interval kepercayaan.
6. **Metode untuk Menganalisis Data Nominal dan Ordinal**. Metode nonparametrik dapat digunakan untuk data kualitatis yang memiliki skala pengukuran nominal atau ordinal.
7. **Definisi Nonparametrik**. Metode statistik disebut nonparametrik jika memenuhi minimal 1 dari kriteria berikut.
   a. Metode ini dapat digunakan pada data dengan skala pengukuran nominal.
   b. Metode ini dapat digunakan pada data dengan skala pengukuran ordinal.
   c. Metode ini dapat digunakan pada data dengan skala pengukuran interval atau rasio, di mana fungsi distribusi dari peubah acak yang menghasilkan data diketahui atau tidak diketahui kecuali untuk tak hingga banyaknya parameter yang tidak diketahui.

UJI BINOMIAL DAN *CONFIDENCE INTERVAL*

Tujuan: Untuk menguji proporsi atau probabilitas dari suatu populasi

Data:

1. Sampel terdiri dari n percobaan yang independen, dimana setiap keluaran berada pada **kelas 1** dan **kelas 2**, **namun tidak keduanya**
2. O_1 : Total observasi di kelas 1
   O_2 : Total observasi di kelas 2, dimana $O_2 = n - O_1$
   n : Ukuran sampel

Asumsi:

1. Sebanyak n percobaan adalah *mutually independent*
2. Setiap percobaan memiliki probabilitas p yang merupakan keluaran **kelas 1**

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: $H_0 : p = p^*$ $H_1 : p \neq p^*$ dimana $0 \leq p^* \leq 1$	$H_0 : p \geq p^*$ $H_1 : p < p^*$ dimana $0 \leq p^* \leq 1$	$H_0 : p \leq p^*$ $H_1 : p > p^*$ dimana $0 \leq p^* \leq 1$
Statistik Uji: Untuk $n \leq 20$ (menggunakan **Tabel A3**) $\Pr(Y \leq t_1) = \frac{\alpha}{2}$ $\Pr(Y \leq t_2) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ $p_{value} = 2 \times \min(\Pr(Y \leq T \; atau \; Y \geq T))$ Untuk $n > 20$ (menggunakan **Tabel A1**) $t_1 = np^* + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{np^*(1-p^*)}$ $t_2 = np^* + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{np^*(1-p^*)}$ $p_{value} = 2 \times \min(Pr(Y \leq t_{obs} \; atau \; Y \geq t_{obs}))$ $\Pr(Y \leq t_{obs}) \cong \Pr\left(Z \leq \frac{t_{obs} - np^* + 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$	Untuk $n \leq 20$ (menggunakan **Tabel A3**) $\Pr(Y \leq t_1) = \alpha$ $p_{value} = \Pr(Y \leq T)$ Untuk $n > 20$ (menggunakan **Tabel A1**) $t = np^* + z_{\alpha}\sqrt{np^*(1-p^*)}$ $p_{value} = \Pr(Y \leq T)$ $\Pr(Y \leq t_{obs}) \cong \Pr\left(Z \leq \frac{t_{obs} - np^* + 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$ dimana $T = O_1$	Untuk $n \leq 20$ (menggunakan **Tabel A3**) $\Pr(Y \leq t_1) = 1 - \alpha$ $p_{value} = \Pr(Y \geq T)$ Untuk $n > 20$ (menggunakan **Tabel A1**) $t = np^* + z_{1-\alpha}\sqrt{np^*(1-p^*)}$ $p_{value} = \Pr(Y \geq T)$ $\Pr(Y \geq t_{obs}) \cong 1 - \Pr\left(Z \leq \frac{t_{obs} - np^* + 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$ dimana $T = O_1$

$\Pr(Y \geq t_{obs}) \cong \Pr\left(Z \leq \frac{t_{obs} - np^* - 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$ dimana $T = O_1$		
Aturan Penolakan: H_0 ditolak jika $T \leq t_1$ atau $T > t_2$ H_0 ditolak jika $p_{value} < \alpha$	H_0 ditolak jika $T \leq t$ H_0 ditolak jika $p_{value} < \alpha$	H_0 ditolak jika $T \geq t$ H_0 ditolak jika $p_{value} < \alpha$

***Confidence Interval*:**

Tujuan: Untuk mengetahui interval kepercayaan untuk proporsi probabilitas atau populasi

Data: Sampel terdiri dari atas observasi dari n percobaan yang independen yang diuji dan Y waktu terjadinya kejadian yang terjadi

Asumsi:

1. Sebanyak n perrcobaan adalah *mutually independent*
2. Probabilitas p dari kejadian spesifik terjadi secara konstan dari 1 percobaan ke percobaan berikutnya

Metode:

1. **Metode A**
   Untuk $n \leq 30$ dan $\alpha = 0.90, 0.95$, atau 0.99 menggunakan **Tabel A4**
2. **Metode B**
   Untuk $n > 30$ atau α yang tidak terdapat pada Tabel A4, maka akan digunakan **pendekatan normal**, yaitu:

Batas Bawah:	**Batas Atas:**
$Lower = \frac{Y}{n} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{Y(n-Y)}{n^3}}$	$Upper = \frac{Y}{n} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{Y(n-Y)}{n^3}}$

UJI KUANTIL DAN *CONFIDENCE INTERVAL*

Tujuan: Untuk menguji kuantil ke-p

Data: Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah sampel acak (diurutkan), dimana data terdiri atas observasi pada X_i

Asumsi:

1. $X_i s$ merupakan sampel acak (*independent identic distribution*)

2. Skala pengukuran $X_i s$ minimal adalah skala ordinal

<table>
<tr><th>Two Tailed Test</th><th>Lower Tailed Test</th><th>Upper Tailed Test</th></tr>
<tr><td>Hipotesis:
$H_0 : \Pr(X \le x^*) = p^*$
$H_1 : \Pr(X \le x^*) \ne p^*$
data diasumsikan kontinu</td><td>$H_0 : \Pr(X \le x^*) \ge p^*$
$H_1 : \Pr(X \le x^*) < p^*$
data diasumsikan tidak kontinu</td><td>$H_0 : \Pr(X \le x^*) \le p^*$
$H_1 : \Pr(X \le x^*) > p^*$
data diasumsikan tidak kontinu</td></tr>
<tr><td>Statistik Uji:
Untuk $n \le 20$ (menggunakan Tabel A3)
$\Pr(Y \le t_1) = \frac{\alpha}{2}$
$\Pr(Y \le t_2) = 1 - \frac{\alpha}{2}$
$p_{value} = 2 \times \min(\Pr(Y \le T_1 atau\ Y \ge T_2))$

Untuk $n > 20$ (menggunakan Tabel A1)
$t_1 = np^* + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{np^*(1-p^*)}$
$t_2 = np^* + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{np^*(1-p^*)}$
$p_{value} = 2 \times \min(\Pr(Y \le T_1\ atau\ Y \ge T_2))$
$\Pr(Y \le T_1) \cong \Pr\left(Z \le \frac{T_1 - np^* + 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$
$\Pr(Y \ge T_2) \cong \Pr\left(Z \le \frac{T_2 - np^* - 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$
dimana:
T_1 : total observasi yang $\le p^*$
T_2 : total observasi yang $< p^*$
Jika tidak terdapat satupun total data yang tepat sama dengan x^*, maka $T_1 = T_2$
Jika lainnya, maka $T_1 > T_2$</td><td>Untuk $n \le 20$ (menggunakan Tabel A3)
$\Pr(Y \le t_1) = \alpha$
$p_{value} = \Pr(Y \le T_1)$

Untuk $n > 20$ (menggunakan Tabel A1)
$t_1 = np^* + z_{\alpha}\sqrt{np^*(1-p^*)}$
$p_{value} = \Pr(Y \le T_1)$
$\Pr(Y \le T_1) \cong \Pr\left(Z \le \frac{T_1 - np^* + 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$</td><td>Untuk $n \le 20$ (menggunakan Tabel A3)
$\Pr(Y \le t_1) = 1 - \alpha$
$p_{value} = \Pr(Y \ge T_2)$

Untuk $n > 20$ (menggunakan Tabel A1)
$t_2 = np^* + z_{1-\alpha}\sqrt{np^*(1-p^*)}$
$p_{value} = \Pr(Y \ge T_2)$
$\Pr(Y \ge T_2) \cong 1 - \Pr\left(Z \le \frac{T_2 - np^* + 0.5}{\sqrt{np^*(1-p^*)}}\right)$</td></tr>
</table>

Aturan Penolakan: H_0 ditolak jika $T_1 \leq t_1$ atau $T_2 > t_2$ H_0 ditolak jika $p_{value} < \alpha$	 H_0 ditolak jika $T_1 \leq t_1$ H_0 ditolak jika $p_{value} < \alpha$	 H_0 ditolak jika $T_2 \geq t_2$ H_0 ditolak jika $p_{value} < \alpha$

***Confidence Interval*:**

Tujuan: Untuk mengetahui interval kepercayaan dari kuantil ke-p^* (tidak diketahui), dimana $0 \leq p^* \leq 1$

Data: Data terdiri dari observasi $X_1, X_2, \dots X_n$ yang merupakan peubah acak (*i.i.d.*). $X^{(1)} \leq X^{(2)} \leq \cdots \leq X^{(r)} \leq \cdots \leq X^{(s)} \leq \cdots \leq X^{(n)}$ mempresentasikan statistik terurut, dimana $1 \leq r < s \leq n$

Asumsi:

1. Sebanyak n percobaan adalah *mutually independent*
2. Probabilitas p dari kejadian spesifik terjadi secara konstan dari 1 percobaan ke percobaan berikutnya

Metode:

1. **Metode A:**
   Untuk $n \leq 20$, menggunakan **Tabel A3** untuk mencari r dan s
   - Cara mencari r
     Pada kolom $p = p^*$, cari nilai yang paling dekat dan $< \frac{\alpha}{2}$ **(disebut sebagai $\boldsymbol{\alpha_1}$)**
     Lalu, lihat nilai tersebut pada y berapa
     Maka, $r = y + 1$
   - Cara mencari s
     Pada kolom $p = p^*$, cari nilai yang paling dekat dan $< 1 - \frac{\alpha}{2}$ **(disebut sebagai $\boldsymbol{1 - \alpha_1}$)**
     Lalu, lihat nilai tersebut pada y berapa
     Maka, $s = y + 1$

   Maka, diperoleh $\Pr(X^{(r)} \leq X_{p^*} \leq X^{(s)} = 1 - \alpha_1 - \alpha_2$, dimana $X^{(i)}$ sudah diurutkan
2. **Metode B:**
   Untuk $n > 20$, untuk mendapatkan r^* dan s^* digunakan **Teorema Limit Pusat**, yaitu:

$r^* = np^* + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{np^*(1-p^*)}$ dimana: hasil perhitungan selalu **dibulatkan ke atas**	$s^* = np^* - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{np^*(1-p^*)}$

CHI-SQUARE TEST

Tujuan: Untuk menguji perbedaan proporsi dari 2 populasi

Data:

Sampel acak dari n_1 observasi berasal dari suatu populasi sebelum diberikan perlakuan dan setiap observasi diklasifikasikan ke dalam kelas 1 atau 2. Sedangkan sampel acak dari n_2 observasi berasal dari populasi setelah diberikan perlakuan

	Kelas 1	Kelas 2	Total
Populasi 1	O_{11}	O_{12}	n_1
Populasi 2	O_{21}	O_{22}	n_2
Total	C_1	C_2	$N = n_1 + n_2$

dimana:

O_{11} : jumlah pada kelas 1 di populasi pertama

O_{12} : jumlah pada kelas 2 di populasi pertama

O_{21} : jumlah pada kelas 1 di populasi kedua

O_{22} : jumlah pada kelas 2 di populasi kedua

Asumsi:

1. Setiap sampel adalah sampel acak
2. Kedua sampel adalah *mutually independent*
3. Setiap observasi dapat dikategorikan ke dalam kelas 1 maupun 2

<table>
<tr><th>Two Tailed Test</th><th>Lower Tailed Test</th><th>Upper Tailed Test</th></tr>
<tr><td>Hipotesis:
$H_0: p_1 = p_2$
$H_1: p_1 \neq p_2$
dimana:
p_1 : probabilitas populasi 1
p_2 : probabilitas populasi 2</td><td>$H_0: p_1 \geq p_2$
$H_1: p_1 < p_2$</td><td>$H_0: p_1 \leq p_2$
$H_1: p_1 > p_2$</td></tr>
<tr><td>Statistik Uji:
Jika total kolom adalah 0, maka:
$T_1 = 0$
Jika lainnya, maka:
$T_1 = \frac{\sqrt{N}(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})}{\sqrt{n_1 n_2 C_1 C_2}}$
$p_{value} = 2 \times \min(Pr(Z < T_1 \; atau \; Z > T_1))$</td><td>Jika total kolom adalah 0, maka:
$T_1 = 0$
Jika lainnya, maka:
$T_1 = \frac{\sqrt{N}(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})}{\sqrt{n_1 n_2 C_1 C_2}}$
$p_{value} = Pr(Z < T_1)$</td><td>Jika total kolom adalah 0, maka:
$T_1 = 0$
Jika lainnya, maka:
$T_1 = \frac{\sqrt{N}(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})}{\sqrt{n_1 n_2 C_1 C_2}}$
$p_{value} = Pr(Z > T_1)$</td></tr>
</table>

dimana: Untuk hipotesis ini T_1^2 sering digunakan daripada T_1 sebagai statistik uji dan daerah kritisnya adalah *upper tailed* dari distribusi Chi-Square dengan $df = 1$ menggunakan **Tabel A2**		
Aturan Penolakan: H_0 ditolak jika $T_1 < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $T_1 > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$ dimana: $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ dari **Tabel A1**	H_0 ditolak jika $T_1 < Z_\alpha$ H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$	H_0 ditolak jika $T_1 > Z_{1-\alpha}$ H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

UJI KOLMOGOROV SMIRNOV 1 SAMPEL (*GOODNESS OF FIT TEST*)

Tujuan: Untuk menguji distribusi dari suatu fungsi

Data: Data terdiri dari sampel acak berukuran n, yaitu $X_1, X_2, \dots, X_n$ terkait dengan beberapa fungsi distribusi yang tidak diketahui $F(x)$

Asumsi: Sampel adalah sampel acak

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: $H_0: F(x) = F^*(x)$ $H_0: F(x) \neq F^*(x)$	$H_0: F(x) \geq F^*(x)$ $H_0: F(x) < F^*(x)$	$H_0: F(x) \leq F^*(x)$ $H_0: F(x) > F^*(x)$
Statistik Uji: $T = sup\|F^*(x) - S(x)\|$ $p_{value} = 2t \sum_{j=0}^{n(1-t)} \binom{n}{j} \left(1 - t - \frac{j}{n}\right)^{n-j} \left(t + \frac{j}{n}\right)^{j-1}$ dimana: $S(x)$: fungsi empiris dari x $F^*(x)$: fungsi distribusi hipotesis t : nilai observasi dari uji statistik n : jumlah data	$T^+ = sup[F^*(x) - S(x)]$ $p_{value} = t \sum_{j=0}^{n(1-t)} \binom{n}{j} \left(1 - t - \frac{j}{n}\right)^{n-j} \left(t + \frac{j}{n}\right)^{j-1}$	$T^- = sup[S(x) - F^*(x)]$ $p_{value} = t \sum_{j=0}^{n(1-t)} \binom{n}{j} \left(1 - t - \frac{j}{n}\right)^{n-j} \left(t + \frac{j}{n}\right)^{j-1}$

$n(1-t)$: bilangan bulat terbesar yang $\leq n(1-t)$		
Aturan Penolakan: H_0 ditolak jika $T > 1-\alpha$ (menggunakan **Tabel A13** untuk **two sided test**) H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$	H_0 ditolak jika $T^+ > 1-\alpha$ (menggunakan **Tabel A13** untuk **one sided test**) H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$	H_0 ditolak jika $T^- > 1-\alpha$ (menggunakan **Tabel A13** untuk **one sided test**) H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

Catatan:

1. Jika $F(x)$ kontinu dan H_0 tidak ditolak (benar bahwa fungsi distribusi dari T^+ dan T^- yang diperoleh dari
$$G(x) = 1 - x \sum_{j=0}^{n(1-x)} \binom{n}{j} \left(1 - x - \frac{j}{n}\right)^{n-j} \left(x + \frac{j}{n}\right)^{j-1}$$
Maka, distribusi ini sama untuk T^+ dan T^-
2. Ketikan $n \to \infty$, fungsi distribusi dari $\sqrt{n}T^+$ dan $\sqrt{n}T^-$ yang diperoleh dari $H(x) = \lim_{n\to\infty} G\left(\frac{x}{\sqrt{n}}\right) = 1 - e^{-2x^2}$
3. Fungsi distribusi **(aproksimasi)** dari T yaitu $\Pr(T \leq x) = [G(x)]^2$, karena $T < x$ ketika T^+ dan $T^- < x$

UJI COX STUART

Tujuan: Untuk menguji ada (meningkat atau menurun) atau tidaknya kecenderungan

Data: Terdiri dari pengamatan $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang disusun dalam urutan tertentu seperti urutan dimana variabel acak diamati. Kelompok variabel acak dipasangkan, seperti: $(X_1, X_{1+c}), (X_2, X_{2+c}), \dots, (X_{n-c}, X_n)$

dimana:

1. $c = \frac{n}{2}$, jika n bilangan genap
2. $c = \frac{n+1}{2}$, jika n bilangan ganjil, dimana variabel acak yang berada di tengah di hilangkan

Menggantikan setiap pasangan (X_i, X_{i+c}) dengan:

1. Tanda $(+)$ jika $X_i < X_{i+c}$
2. Tanda $(-)$ jika $X_i > X_{i+c}$
3. Pasangan dihilangkan jika $X_i = X_{i+c}$

Asumsi:

1. Variabel random $X_1, X_2, \dots, X_n$ saling independen

2. Skala pengukuran minimal adalah skala ordinal
3. Salah satu dari X_i terdistribusi secara identik, yaitu variabel random yang terakhir cenderung lebih besar dari variabel acak sebelumnya atau sebaliknya

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: H_0: tidak terdapat kecenderungan H_1: terdapat kecenderungan	H_0: tidak terdapat kecenderungan H_1: terdapat kecenderungan menurun	H_0: tidak terdapat kecenderungan H_1: terdapat kecenderungan meningkat
Statistik Uji: $$T = T^+$$ dimana: T^+: penjumlahan dari pasangan variabel acak yang bertanda $(+)$		
Aturan Penolakan: Tolak H_0 jika $T \geq n - t_{tabel}$ atau $T \leq t_{tabel}$ Tolak H_0 jika $p_{value} < \frac{\alpha}{2}$ dimana: menggunakan **Tabel A3** untuk mencari t dengan $p = 0.5$ dan n adalah jumlah pasangan tidak terikat	Tolak H_0 jika $T \leq t_{tabel}$ Tolak H_0 jika $p_{value} < \alpha$	Tolak H_0 jika $T \geq n - t_{tabel}$ Tolak H_0 jika $p_{value} < \alpha$

UJI MCNEMAR

Tujuan: Menguji perbedaan rata-rata dua kelompok sampel berpasangan dimana data adalah data nominal dua kategori yang ditandai dengan "0" dan "1"

Data:

		Klasifikasi Y_i	
		$Y_i = 0$	$Y_i = 1$
Klasifikasi X_i	$X_i = 0$	a (banyaknya pasangan $(X_i, Y_i) = (0,0)$)	b (banyaknya pasangan $(X_i, Y_i) = (0,1)$)
	$X_i = 1$	c (banyaknya pasangan $(X_i, Y_i) = (1,0)$)	d (banyaknya pasangan $(X_i, Y_i) = (1,1)$)

Data terdiri atas observasi dari variabel random bivariat independen berukuran n', $(X_i, Y_i), i = 1,2, \dots, n'$. Skala pengukuran untuk X_i dan Y_i adalah skala nominal dengan dua kategori, dimana dapat direpresentasikan dengan "0" dan "1" sehingga kemungkinan-kemungkinan nilai dari (X_i, Y_i) adalah $(0,0), (0,1), (1,0)$, atau $(1,1)$. Dalam uji McNemaar, data biasanya dibuat dalam tabel kontingensi berukuran 2×2

Asumsi:

1. Pasangan (X_i, Y_i) saling independen
2. Skala pengukuran adalah skala nominnal dengan dua kategorik untuk semua X_i dan Y_i
3. Selisih $\mathrm{P}(X_i = 0, Y_i = 1) - \mathrm{P}(X_i = 1, Y_i = 0)$ adalah negatif untuk semua i atau bernilai 0 untuk semua i atau positif untuk semua i

Two Tailed Test		
Hipotesis: $H_0: P(X_i = 0) = P(Y_i = 0)$ $H_1: P(X_i = 0) \neq P(Y_i = 0)$ $H_0: P(X_i = 1) = P(Y_i = 1)$ $H_1: P(X_i = 1) \neq P(Y_i = 1)$	**Statistik Uji:** Jika $b + c > 20$, maka: $T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$ Jika $b + c \leq 20$ $T_2 = b$	**Aturan Penolakan:** Jika $b + c > 20$, maka: Tolak H_0 jika $T_1 > \chi^2_{1-\alpha;1}$ (menggunakan **Tabel A2**) Jika $b + c \leq 20$ Tolak H_0 jika $T_2 \leq t$ atau $T_2 \geq n - t$ (menggunakan **Tabel A3** untuk mencari t dengan $p = 0.5$ dan $n = b + c$)

SIGN TEST

Tujuan: Menguji perbedaan rata-rata dua kelompok sampel berpasangan

Data: Data terdiri atas observasi dari sampel acak bivariat $(X_i, Y_i), i = 1,2, \dots, n'$. Dalam setiap pasangan sampel acak (X_i, Y_i) dilakukan perbandingan dan pasangan yang dikategorikan sebagai $(+)$ jika $X_i < Y_i$ dan sebagai $(-)$ jika $X_i > Y_i$ atau sebagai (0) jika $X_i = Y_i$. Dimana skala pengukurannya adaklah skala ordinal

Asumsi:

1. Variabel acak bivariat $(X_i, Y_i), i = 1,2, \dots, n'$ saling independen
2. Skala pengukuran minmal adalah skala ordinal untuk setiap pasangan (X_i, Y_i) yang dapat dikategorikan sebagai $(+), (-)$, atau (0)
3. Pasangan data (X_i, Y_i) bersifat konsisten secara internal, yaitu jika $\mathrm{P}(+) > \mathrm{P}(-), \mathrm{P}(+) < \mathrm{P}(-)$, atau $\mathrm{P}(+) = \mathrm{P}(-)$, maka hal yang sama berlaku untuk keseluruhan data

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: $H_0: \mathrm{P}(+) = \mathrm{P}(-)$ $H_1: \mathrm{P}(+) \neq \mathrm{P}(-)$	$H_0: \mathrm{P}(+) \geq \mathrm{P}(-)$ $H_1: \mathrm{P}(+) < \mathrm{P}(-)$	$H_0: \mathrm{P}(+) \leq \mathrm{P}(-)$ $H_1: \mathrm{P}(+) > \mathrm{P}(-)$

Statistik Uji: Jika $n \leq 20$, menggunakan **Tabel A3** untuk mencari nilai t Jika $n > 20$, menggunakan **aproksimasi normal** $$t = \frac{1}{2}(n + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{n}$$ dimana: T: banyaknya pasangan data sebagai kategori $(+)$ n: jumlah data yang dikategori $(+)$ atau $(-)$	Jika $n \leq 20$, menggunakan **Tabel A3** untuk mencari nilai t Jika $n > 20$, menggunakan **aproksimasi normal** $$t = \frac{1}{2}(n + Z_{\alpha}\sqrt{n}$$	Jika $n \leq 20$, menggunakan **Tabel A3** untuk mencari nilai t Jika $n > 20$, menggunakan **aproksimasi normal** $$t = \frac{1}{2}(n + Z_{\alpha}\sqrt{n}$$
Aturan Keputusan: Tolak H_0 jika $T \leq t_{tabel}$ atau $T \geq n - t_{tabel}$ Tolak H_0 jika $p_{value} < \frac{\alpha}{2}$ $p_{value} = 2 \times \min\left(\mathrm{P}(Y \leq t_{obs})\ atau\ \mathrm{P}(Y \geq t_{obs})\right)$ dimana: $$\mathrm{P}(Y \leq t_{obs}) = \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{2 \times t_{obs} - n + 1}{\sqrt{n}}\right)$$ $$\mathrm{P}(Y \geq t_{obs}) = 1 - \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{2 \times t_{obs} - n + 1}{\sqrt{n}}\right)$$	Tolak H_0 jika $T < t_{tabel}$ Tolak H_0 jika $p_{value} < \alpha$ $$p_{value} = \mathrm{P}(Y \leq t_{obs})$$	Tolak H_0 jika $T > t_{tabel}$ Tolak H_0 jika $p_{value} < \alpha$ $$p_{value} = \mathrm{P}(Y \geq t_{obs})$$

WILCOXON TEST

Tujuan: Untuk mengukur signifikansi perbedaan antara dua kelompok data berpasangan berskala interval atau ordinal dan tidak berdistribusi Normal. Merupakan uji alternatif dari uji *t-test* apabila tidak memenuhi asumsi normalitas

Data: Data terdiri dari dua kelompok, yaitu X_i dan Y_i yang berpasangan

Asumsi:

1. Distribusi setiap D_i simetris
2. D_i saling bebas
3. D_i memiliki mean yang sama
4. Skala pengukuran D_i minimal skala interval

dimana:

$D_i = |Y_i - X_i|$

<table>
<tr><th>Two Tailed Test</th><th>Lower Tailed Test</th><th>Upper Tailed Test</th></tr>
<tr><td>Hipotesis:
$H_0: E(D) = 0 \left(E(X_i) = E(Y_i)\right)$
$H_1: E(D) \neq 0$</td><td>$H_0: E(D) \geq 0 \left(E(X_i) \leq E(Y_i)\right)$
$H_1: E(D) < 0$</td><td>$H_0: E(D) \leq 0 \left(E(X_i) \geq E(Y_i)\right)$
$H_1: E(D) > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Statistik Uji:
Misalkan R_i adalah peringkat tanda (signed rank), mendefinisikan setiap pasangan (X_i, Y_i)
R_i : rank positif untuk (X_i, Y_i), jika $D_i = Y_i - X_i$ positif $(X_i < Y_i)$
R_i : rank negatif untuk (X_i, Y_i), jika $D_i = Y_i - X_i$ negatif $(X_i > Y_i)$

Tidak terdapat ties:
Untuk $n \leq 50$:
$$T^+ = \sum R_i$$
dimana D_i positif
Untuk $n > 50$:
$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}}$$
Terdapat ties:
$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R_i^2}}$$</td></tr>
<tr><td>Aturan Penolakan:
Tolak H_0 jika $T^+ <$ kuantil $\frac{\alpha}{2}$ atau $T^+ >$ kuantil $1 - \frac{\alpha}{2}$
Kuantil bawah menggunakan Tabel A12
Kuantil atas:
$$\omega_p = \frac{n(n+1)}{2} - \omega_{1-p}$$
dimana kuantil untuk p terdapat pada Tabel A1</td><td>Tolak H_0 jika $T^+ <$ kuantil α (menggunakan Tabel A1)

Lower tailed p-value:
$$P\left(Z \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i + 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R_i^2}}\right)$$
Menolak H_0 jika p-value $< \alpha$</td><td>Tolak H_0 jika $T^+ >$ kuantil α (menggunakan Tabel A1)

Lower tailed p-value:
$$P\left(Z \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i - 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R_i^2}}\right)$$
Menolak H_0 jika p-value $< \alpha$</td></tr>
</table>

THE RANDOMIZATION TEST FOR INDEPENDENT SAMPLES

Tujuan: Untuk mengetahui perbandingan antara data yang satu dengan data yang lain (tipe data bebas)

Data: Data terdiri dari 2 sampel acak yaitu $X_1, X_2, \dots, X_n$ dan $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ dengan ukuran data n dan m

Asumsi:

1. Kedua sampel adalah sampel acak dari masing-masing populasi
2. Sebagai tambahan dari sifat saling bebas di antara setiap sampel, terdapat juga sifat *mutually independent*
3. Jenis data minimal adalah data interval

Two Tailed Test		
Hipotesis: $H_0: E(X) = E(Y)$ $H_1: E(X) \neq E(Y)$	**Statistik Uji:** $T_1 = \sum_{i=1}^{n} X_i$	**Aturan Keputusan:** Aturan penolakan ditemukan dengan mempertimbangkan semua cara yang mungkin untuk memilih sebanyak n kombinasi dari X_s dan Y_s yang mungkin untuk hipotesis nul. Tidak ada tabel yang dapat digunakan dan validitas aproksimasi mustahil untuk ditemukan **Penolakan statistik uji:** H_0 ditolak jika $T_1 > w_{1-\frac{\alpha}{2}}$ atau $T_1 < w_{\frac{\alpha}{2}}$ Untuk mencari nilai dari p dari kuantil w_p, buatlah $\binom{n+m}{n}(p)$ kombinasi letak X dan Y dan jumlahkan nilai X dari $\sum X$ terkecil hingga terbesar, yang disebut dengan T_1, nilai terbesar dari T_1 adalah w_p. Jika $\binom{n+m}{n}(p)$ bukan bilangan bulat, maka bulatkan ke bilangan bulat berikutnya, jika $\binom{n+m}{n}(p)$ bilangan bulat, maka nilai T_1 dapat didapatkan dari $\binom{n+m}{n}(p) + 1$ kombinasi **Penolakan *p-value*:** *p-value* didapatkan dari membagi T_1 yang didapatkan dari data kombinasi (bukan statistik uji) dengan $\binom{n+m}{n}$, dikarenakan uji dua arah, maka *p-value* dikali 2

THE RANDOMIZATION TEST FOR MATCHED PAIRS

Tujuan: untuk mengetahui perbedaan rata-rata nilai numerik 2 populasi berdasarkan rata-rata nilai dari dua sampel berpasangan

Data: Data terdiri dari pengamatan n' variabel acak bivariat $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_{n'}, Y_{n'})$. Hilangkan semua pasangan (X_i, Y_i) yang memiliki selisih 0 dan untuk pasangan sisanya dilambangkan dengan n dan selisih yang tidak 0 dilambangkan dengan $Y_i - X_1 = D_i; i = 1,2, \dots, n$

Asumsi:

1. Distibusi setiap D_i simetris
2. D_{is} *mutually independent*

3. Semua D_{is} mempunyai mean yang sama
4. Skala pengukuran D_{is} minimal adalah skala interval

<table>
<tr><th colspan="3">Two Tailed Test</th></tr>
<tr>
<td>Hipotesis:
$H_0: E(D) = 0$
$E(X) = E(Y)$
$H_1: E(D) \neq 0$
$E(X) \neq E(Y)$</td>
<td>Statistik Uji:
$T_2 = \sum_{i=1}^{n} D_i$</td>
<td>Aturan Keputusan:
Aturan penolakan ditemukan dengan mempertimbangkan semua cara yang mungkin untuk memilih sebanyak n kombinasi dari X_s dan Y_s yang mungkin untuk hipotesis nul. Tidak ada tabel yang dapat digunakan dan validitas aproksimasi mustahil untuk ditemukan
Penolakan statistik uji:
H_0 ditolak jika $T_2 > w_{1-\frac{\alpha}{2}}$ atau $T_2 < w_{\frac{\alpha}{2}}$
Nilai D_{is} yang diambil adalah nilai $|D_{is}|$. Ada 2^n cara untuk memasukan tanda $+$ atau $-$, bisa dimulai dengan memasukan tanda $+$ ke semua n dari $|D_i|$ atau bisa memasukan tanda $+$ ke $|D_1|$, lalu tanda – ke semua $|D_2|$ sampai $|D_n|$ dan seterusnya
Untuk mencari nilai p dari kuandtil $w_p, 0 \leq p \leq 1$, pertama-tama cari $(2^n)(p)$ tanda yang menyebabkan nilai dari T_2 adalah sumasi terkecil (positif) dari $|D_i|$. Jika nilai dari $(2^n)(p)$ bukan bilangan bulat, maka bulatkan ke bilangan bulat berikutnya. Nilai dari T_2 yang paling besar akan menjadi nilai dari w_p. Nilai dari $w_{1-\frac{\alpha}{2}} = \sum_{i=1}^{n}|D_i| - w_{\frac{\alpha}{2}}$

Penolakan p-value:
p-value didapatkan dari menghitung nilai T_2 (perhitungan kuantil, bukan statistik uji) yang bernilai lebih kecil (atau lebih besar jika $T_2 > \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}|D_i|$) nilai dari T_2 (statistik uji) atau nilai yang sama seperti T_2 (statistik uji), lalu dikali 2 dan dibagi oleh 2^n</td>
</tr>
</table>

UJI MANN-WHITNEY DAN *CONFIDENCE INTERVAL*

Tujuan: Untuk mengetahui apakah ada perbedaan kecenderungan antara 2 populasi data

Data: Data terdiri dari 2 sampel acak. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak berukuran n dari populasi 1 dan misalkan $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ adalah sampel acak berukuran m dari populasi 2. Urutan rank dari 1 ke $N = n + m$ dari observasi terkceil hingga terbesar. Maka, $R(X_i)$ dan $R(Y_j)$ adalah rank dari X_i dan Y_j untuk semua i dan j. Jika beberapa nilai sampel ada yang sama satu sama lain, maka rank adalah rata-rata dari rank tersebut

Asumsi:

1. Kedua sampel adalah sampel acak dari masing-masing populasi
2. Sebagai tambahan dari sifat saling bebas di antara setiap sampel, terdapat juga sifat *mutually independent*

3. Skala pengukuran minimal adalah skala ordinal

<table>
<tr><th>Two Tailed Test</th><th>Lower Tailed Test</th><th>Upper Tailed Test</th></tr>
<tr><td>Hipotesis:
$H_0: F(x) = G(x), \forall x$
$H_1: F(x) \neq G(x), \exists x$
atau
$H_1 = E(X) \neq E(Y)$</td><td>$H_0: F(x) = G(x), \forall x$
$H_1: F(x) > G(x), \exists x$
atau
$H_1 = E(X) < E(Y)$</td><td>$H_0: F(x) = G(x), \forall x$
$H_1: F(x) < G(x), \exists x$
atau
$H_1 = E(X) > E(Y)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Statistik Uji:
Tidak terdapat ties:
$$T = \sum_{i=1}^{n} R(X_i)$$
Terdapat banyak ties:
$$T_1 = \frac{T - \frac{n(N+1)}{2}}{\sqrt{\frac{nm}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N} R_i^2 - \frac{nm(N+1)^2}{4(N-1)}}}$$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Daerah Kritis:
1. Untuk kuantil bawah (tidak ada ties, $n \leq 20, m \leq 20$) menggunakan Tabel A7
2. Untuk kuantil atas (tidak ada ties $\leq 20, m \leq 20$)
$$w_p = n(n+m+1) - w_{1-p}$$
dimana w_{1-p} dapat dilihat pada Tabel A7
$$T' = n(N+1) - T$$
3. Untuk kuantil (tidak ada ties, $n > 20, m > 20$)
$$w_p \cong \frac{n(N+1)}{2} + z_p\sqrt{\frac{nm(N+1)}{12}}$$
dimana nilai dari z_p didapat dari Tabel A1
4. Jika terdapat banyak ties, gunakan T_1 dimana dapat langsung dilihat pada Tabel A1</td></tr>
<tr><td>Aturan Penolakan:
H_0 ditolak jika $T < w_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $T > w_{1-\frac{\alpha}{2}}$. Jika menggunakan T_1 dapat langsung dilihat pada Tabel A1</td><td>H_0 ditolak jika $T < w_\alpha$. Jika menggunakan T_1, tolak H_0 jika $T_1 < z_\alpha$ (menggunakan Tabel A1)</td><td>H_0 ditolak jika $T > w_{1-\frac{\alpha}{2}}$. Jika menggunakan T_1, tolak H_0 jika $T_1 < z_{1-\alpha}$ (menggunakan Tabel A1)</td></tr>
</table>

$p_{value} \cong 2 \times P\left(Z \leq \frac{T(or\ T') + \frac{1}{2} - \frac{n(N+1)}{2}}{\sqrt{\frac{nm(N+1)}{12}}}\right)$ didapat dari **Tabel A1** Jika menggunakan T_1, *p-value* adalah dua kali nilai terkecil dari $P(Z \leq T_1)$ atau $P(Z \geq T_1)$	$p_{value} \cong P\left(Z \leq \frac{T + \frac{1}{2} - \frac{n(N+1)}{2}}{\sqrt{\frac{nm(N+1)}{12}}}\right)$ didapat dari **Tabel A1** Jika menggunakan T_1, *p-value* adalah dua kali nilai terkecil dari $P(Z \leq T_1)$	$p_{value} \cong P\left(Z \leq \frac{T - \frac{1}{2} - \frac{n(N+1)}{2}}{\sqrt{\frac{nm(N+1)}{12}}}\right)$ atau $p_{value} \cong P\left(Z \leq \frac{T' + \frac{1}{2} - \frac{n(N+1)}{2}}{\sqrt{\frac{nm(N+1)}{12}}}\right)$ didapat dari **Tabel A1** Jika menggunakan T_1, *p-value* adalah dua kali nilai terkecil dari $P(Z \geq T_1)$

Confidence Interval for The Difference Between Two Means

Tujuan: Untuk mengetahui interval kepercayaan antara 2 nilai rata-rata

Data: Data berasal dari sampel acak $X_1, X_2, \ldots, X_n$ berukuran n dan $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ berukuran m. Misalkan X dan Y adalah variabel acak dengan distribusi yang sama sebagai X_i dan Y_j

Asumsi:

1. Kedua sampel adalah sampel acak dari masing-masing populasi
2. Sebagai tambahan dari sifat saling bebas di antara setiap sampel, terdapat juga sifat *mutually independent*
3. Kedua populasi memiliki fungsi distribusi yang sama, kecuali untuk kemungkinan perbedaan lokasi parameter. Maka, ada sebuah bilangan konstan d sehingga X memiliki fungsi distribusi yang sama seperti $Y + d$

Metode (untuk $1 - \alpha$ menjadi koefisien kepercayaan)

Carilah nilai dari $w_{\frac{\alpha}{2}}$ untuk n dan m yang didapat dari **Tabel A7** atau persamaan untuk kuantil (tidak ada *ties*, $n > 20, m > 20$). Berikutnya, hitung nilai $k = w_{\frac{\alpha}{2}} \frac{n(n+1)}{2}$. Lalu urutkan semua nilai X_i dan Y_i dari nilai terkecil hingga terbesar, lalu buat tabel (misalkan X_i adalah baris dan Y_i adalah kolom) dan cari semua kemungkinan selisih yang mungkin. Lalu, akan ditentukan nilai L dan U dengan cara:

$L =$ data ke-k urutan dengan selisih terkecil

$U =$ data ke-k urutan dengan selisih terbesar

Interval kepercayaannya adalah $P(L \leq E(X) - E(Y) \leq U) = 1 - \alpha$

UJI KOLMOGOROV SMIRNOV 2 SAMPEL

Tujuan: Untuk mengetahui apakah 2 fungsi distribusi yang berhubungnan dengan 2 populasi saling identik atau tidak

Data: Data terdiri dari 2 sampel acak yang saling bebas, dengan $X_1, X_2, \dots, X_n$ berukuran n dan $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ berukuran m. Misalkan $F(x)$ dan $G(x)$ merepresetasikan masing-masing fungsi distribusi yang tidak diketahui

Asumsi:

1. Sampel adalah variabel acak
2. Kedua sampel adalah *mutually independent*
3. Skala pengukuran paling tidak berupa skala ordinal
4. Variabel acak diasumsikan kontinu

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: $H_0: F(x) = G(x), \forall x, -\infty < x < \infty$ $H_1: F(x) \neq G(x), \exists x$	$H_0: F(x) \leq G(x), \forall x, -\infty < x < \infty$ $H_1: F(x) > G(x), \exists x$	$H_0: F(x) \geq G(x), \forall x, -\infty < x < \infty$ $H_1: F(x) < G(x), \exists x$
Statistik Uji: Misalkan T_1 adalah jarak vertikal terbesar antara 2 fungsi empiris: $T_1 = \sup_x \lvert S_1(x) - S_2(x) \rvert$ dimana $S_1(x)$ adalah fungsi distribusi empiris dari sampel acak $X_1, X_2, \dots, X_n$ dan $S_2(x)$ adalah fungsi distribusi dari sampel acak $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$	Misalkan T_1^+ adalah jarak vertikal terbesar antara 2 fungsi empiris: $T_1^+ = \sup_x \{S_1(x) - S_2(x)\}$	Misalkan T_1^- adalah jarak vertikal terbesar antara 2 fungsi empiris: $T_1^- = \sup_x \{S_2(x) - S_1(x)\}$
Daerah Kritis: 1. Nilai kuantil dari *null distribution* dapat dilihat pada **Tabel A19** untuk $m = n$ dan **Tabel A20** untuk $m \neq n$ 2. Untuk $m = n$, nilai eksak distribusi dari T_1^+ dan T_1^- didapatkan dengan rumus: $F(x) = 1 - \dfrac{\binom{2n}{n} + 1}{\binom{2n}{n}}$ dimana c adalah bilangan bulat terbesar $< x \times n$		
Aturan Penolakan: Menolak H_0, jika $T_1 > w_{1-\alpha}$	Menolak H_0, jika $T_1^+ > w_{1-\alpha}$	Menolak H_0, jika $T_1^+ > w_{1-\alpha}$

Penolakan dengan *p-value* dapat ditemukan dengan menggunakan inrterpolasi pada tabel. Jika $m = n$, maka nilai eksak *p-value* dappat dilihat dari 2 kali nilai *p-value* uji satu arah	Penolakan dengan *p-value* dapat ditemukan dengan menggunakan inrterpolasi pada tabel. Jika $m = n$, maka nilai eksak *p-value*: $$p_{value} = \frac{\binom{2n}{n+nt}}{\binom{2n}{n}}$$	Penolakan dengan *p-value* dapat ditemukan dengan menggunakan inrterpolasi pada tabel. Jika $m = n$, maka nilai eksak *p-value*: $$p_{value} = \frac{\binom{2n}{n+nt}}{\binom{2n}{n}}$$

SQUARED RANK TEST

Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan variansi antara populasi 1 dan populasi 2

Data: Data terdiri dari 2 sampel acak, misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak berukuran n dari populasi 1 dan misalkan $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ adalah sampel acak berukuran m dari populasi 2. Maka, didapatkan $U_i = |X_i - \mu_1|, i = 1,2,\dots,n$ dan $V_j = |Y_j - \mu_2|, j = 1,2,\dots,m$. Jika μ_1 dan μ_2 tidak diketahui, maka dapat dicari dengan menggunakan $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Masukan rank dari 1 sampai $n + m$ kepada kombinasi sampel dari U_s dan V_s, jika terdapat beberapa nilai U dan V sama, rank menjadi rata-ratanya. Dimisalkan $R(U_i)$ dan $R(V_j)$ adalah rank.

Asumsi:

1. Kedua sampel adalah sampel acak yang mewakili populasi masing-masing
2. Sebagai tambahan dari sifat saling bebas di antara setiap sampel, terdapat juga sifat *mutually independent*
3. Skala pengukuran minimal adalah skala interval

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: $H_0: X$ dan Y berdistribusi identik, kecuali untuk perbedaan nilai mean $H_1 = Var(X) \neq Var(Y)$	$H_0: X$ dan Y berdistribusi identik, kecuali untuk perbedaan nilai mean $H_1 = Var(X) < Var(Y)$	$H_0: X$ dan Y berdistribusi identik, kecuali untuk perbedaan nilai mean $H_1 = Var(X) > Var(Y)$
Statistik Uji: **Jika tidak ada nilai $U = V$ (tidak terdapat *ties*)** $$T = \sum_{i=1}^{n} [R(U_i)]^2$$	dimana: $N = n + m$ $$\bar{R}^2 = \frac{1}{N}\left\{\sum_{i=1}^{n} [R(U_i)]^2 + \sum_{j=1}^{m} [R(V_j)]^2\right\}$$	

Jika ada nilai $U = V$ (terdapat *ties*)

$$T_1 = \frac{T - n\bar{R}^2}{\left[\frac{nm}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N} R_i^4 - \frac{nm}{N-1}(\bar{R}^2)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i^4 = \sum_{j=1}^{n}\left[R(U_j)\right]^4 + \sum_{j=1}^{m}\left[R(V_j)\right]^4$$

Daerah Kritis:

1. Untuk kasus T dengan $n \leq 10, m \leq 10$ dan tidak terdapat *ties* dapat menggunakan **Tabel A9**
2. Untuk kasus T dengan $n > 10, m > 10$ dan tidak terdapat *ties* dapat menggunakan

$$w_p = \frac{n(N+1)(2N+1)}{6} + z_p\sqrt{\frac{mn(N+1)(2N+1)(8N+11)}{180}}$$

dimana z_p dapat dilihat pada **Tabel A1** dan $N = n + m$

3. Untuk kasus T_1 dapat menggunakan **Tabel A1**

Aturan Keputusan:

Menolak H_0 jika T (atau T_1) $> w_{1-\frac{\alpha}{2}}$ atau T (atau T_1) $< w_{\frac{\alpha}{2}}$ menggunakan **Tabel A9** atau persamaan dari aturan sebelumnya Nilai *p-value*: 1. Jika menggunakan T, maka aproksimasi nilai *p-value* dapat dicari dengan menggunakan **Tabel A9** $$p_{value} = 2 \times \min(p_{value})$$ 2. Jika menggunakan T_1, maka nilai *p-value* adalah dua kali nilai terkecil dari $P(Z \leq T_1)$ atau $P(Z \geq T_1)$ berdasarkan **Tabel A1**	Menolak H_0 jika T (atau T_1) $< w_{\alpha}$ menggunakan **Tabel A9** atau persamaan dari aturan sebelumnya Nilai *p-value*: 1. Jika menggunakan T, maka aproksimasi nilai *p-value* $$P\left(Z \leq \frac{T - \frac{n(N+1)(2N+1)}{6}}{\sqrt{\frac{mn(N+1)(2N+1)(8N+11)}{180}}}\right)$$ 2. Jika menggunakan T_1, maka nilai *p-value* adalah $P(Z \leq T_1)$ berdasarkan **Tabel A1**	Menolak H_0 jika T (atau T_1) $< w_{1-\alpha}$ menggunakan **Tabel A9** atau persamaan dari aturan sebelumnya Nilai *p-value*: 1. Jika menggunakan T, maka aproksimasi nilai *p-value* $$P\left(Z \geq \frac{T - \frac{n(N+1)(2N+1)}{6}}{\sqrt{\frac{mn(N+1)(2N+1)(8N+11)}{180}}}\right)$$ 2. Jika menggunakan T_1, maka nilai *p-value* adalah $P(Z \geq T_1)$ berdasarkan **Tabel A1**

A Test for More than Two Samples

Hipotesis:	**Statistik Uji:**	**Daerah Kritis:**	**Aturan Keputusan:**
H_0 : Semua k populasi adalah identik, kecuali kemungkinan berbeda nilai mean H_1 : Beberapa populasi memiliki variansi yang tidak sama	$$T_2 = \frac{1}{D^2}\left[\sum_{j=1}^{k}\frac{S_j^2}{n_j} - N(\bar{S})^2\right]$$ dimana: n_j: banyaknya observasi pada sampel j $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ S_j: sumasi dari rank kuadrat pada sampel j $\bar{S} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{k} S_j$ $D^2 = \frac{1}{N-1}\left[\sum_{i=1}^{N} R_i^4 - N(\bar{S})^2\right]$ Jika **tidak terdapat *ties***, maka: $\bar{S} = \frac{(N+1)(2N+1)}{6}$ $D^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)(8N+11)}{80}$	Daerah kritis dihitung menggunakan distribusi *Chi-Square* dengan $df = k-1$ dan untuk kuantil atas diberikan pada **Tabel A2**	Menolak H_0, jika $T_2 > quantile_{1-\alpha}$ pada daerah kritis Nilai *p-value*: Aproksimasi dari probabilitas distribusi *chi-square* dari variabel acak menggunakan $df = k - 1$

UJI KLOZT

Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan variansi di antara kedua sampel acak dengan menggunakan normal scores.

Data:

Data yang digunakan terdiri dari 2 sampel acak. Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ merupakan sampel acak berukuran n dari populasi 1 dan $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ merupakan sampel acak berukuran m dari populasi 2, dimana dapat berlaku jika $m \neq n$.

Asumsi:

1. Kedua sampel adalah sampel acak yang mewakili populasi masing-masing
2. Saling independen di antara sampel dan saling *mutually independent* di antara sampel acak
3. Minimal skala pengukuran adalah skala interval

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: H_0 : Kedua populasi memiliki variabilitas yang sama H_1 : $Var(X) \neq Var(Y)$	H_0 : Kedua populasi memiliki variabilitas yang sama H_1 : $Var(X) < Var(Y)$	H_0 : Kedua populasi memiliki variabilitas yang sama H_1 : $Var(X) > Var(Y)$
Statistik Uji: $T_3 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} A_i^2 - \frac{n}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i^2}{\left(\dfrac{nm}{N(N-1)}\left[\sum_{i=1}^{N} A_i^4 - \dfrac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} A_i^2\right)^2\right]\right)^{\frac{1}{2}}}$	dimana $N = n + m$ dan $A_i = z_{\frac{R(X_i)}{N+1}}$ atau dapat diartikan sebagai nilai kuantil ke $\frac{R(X_i)}{N+1}$ dari **Tabel A1**, dimana A_i adalah *normal score*	
Aturan Penolakan: H_0 ditolak jika $T_3 > \Phi_{\frac{\alpha}{2}}^{-1}$ atau $T_3 < -\Phi_{\frac{\alpha}{2}}^{-1}$ dimana Φ fungsi distribusi normal standar Dapat dilihat pada T_3 pada **Tabel A1** $p_{value} = 2 \times \min\big(P(Z \leq T_3)\ atau\ P(Z \geq T_3)\big)$	H_0 ditolak jika $T_3 < \Phi_{1-\alpha}^{-1}$ Dapat dilihat pada T_3 pada **Tabel A1** $p_{value} = P(Z \leq T_3)$	H_0 ditolak jika $T_3 > \Phi_{\alpha}^{-1}$ Dapat dilihat pada T_3 pada **Tabel A1** $p_{value} = P(Z \geq T_3)$

UJI CRAMER VON MISES

Tujuan: Untuk mengerahui apakah distribusi dari 2 populasi sama atau tidak

Data: Data yang digunakan terdiri dari dua sampel acak, misalkan sampel 1 berjumlah n yaitu $X_1, X_2, X_3 \dots, X_n$ dan sampel 2 berjumlah m yaitu $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_m$ dengan fungsi distribusi yang tidak diketahui dimisalkan $F(x)$ dan $G(x)$ dari masing-masing sampel acak tersebut.

Asumsi:

1. Kedua sampel merupakan sampel acak dan antara dua sampel saling *mutually independent*
2. Skala pengukuran minimal adalah ordinal
3. Sampel random kontinu

Hipotesis:

$H_0: F(x) = G(x)$ untuk semua x dari $-\infty$ hingga ∞

$H_1: F(x) \neq G(x)$ untuk setidaknya satu nilai x

Statistik Uji:

Misalkan $S_1(x)$ dan $S_2(x)$ adalah fungsi distribusi empiris dari 2 sampel

$$T_2 = \frac{mn}{(m+n)^2} \sum_{\substack{x=X_i \\ x=Y_j}} [S_1(x) - S_2(x)]^2$$

$$T_2 = \frac{mn}{(m+n)^2} \left\{ \sum_{i=1}^{n} [S_1(X_i) - S_2(X_i)]^2 + \sum_{j=1}^{m} \left[S_1(Y_j) - S_2(Y_j)\right]^2 \right\}$$

***Null Distribution*:**

Null distribution dapat ditemukan dengan mempertimbangkan kombinasi sampel yang telah diurutkan adalah *equally likely* dan menghitung T_2 untuk setiap urutan. Akan digunakan distribusi asimtotik di mana $n \to \infty$ dan $m \to \infty$, sebagai distribusi aproksimasi untuk semua ukuran sampel

Daerah Kritis:

$w_{1-\alpha}$ (**Tabel Anderson dan Darling** atau **Tabel Burr** ketika $n + m \leq 17$)

Aturan Penolakan:

Tolak H_0 apabila pada α yang ditentukan T_2 melebihi $1 - \alpha$ kuantil $w_{1-\alpha}$

$w_{0.10} = 0.046$ $w_{0.50} = 0.119$ $w_{0.90} = 0.347$

$w_{0.20} = 0.062$ $w_{0.60} = 0.147$ $w_{0.95} = 0.461$

$w_{0.30} = 0.079$ $w_{0.70} = 0.184$ $w_{0.99} = 0.743$

$w_{0.40} = 0.097$ $w_{0.80} = 0.241$ $w_{0.999} = 1.168$

Kuantil ini didapat berdasarkan *asymptotic distribution*, valid untuk nilai m dan n yang besar, tetapi tetap akurat apabila sampelnya kecil. Aproksimasi untuk *p-value* didapat dari interpolasi antara kuantil.

KRUSKAL-WALLIS TEST

Tujuan: Untuk menguji hipotesis apakah beberapa sampel berasal dari distribusi yang sama (identik) atau tidak.

Data: Data terdiri dari k sampel acak yang dapat memiliki ukuran sampel yang sama atau berbeda untuk masing-masing sampel. Dinotasikan untuk sampel acak ke-i dengan ukuran sampel n, yaitu $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}$.

Sampel 1	Sampel 2	$\cdots$	Sampel k
X_{11}	X_{21}		X_{k1}
X_{12}	X_{22}		X_{k2}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
X_{1n}	X_{2n}	$\cdots$	X_{kn}

$$N = \sum_{i=1}^{n} n_i \quad \text{dan} \quad R_i = \sum_{j=1}^{n_i} R(X_{ij}) \quad i = 1,2,\dots,k$$

dimana R_i adalah jumlah rank pada sampel ke-i dan $R(X_{ij})$ adalah rank untuk X_{ij}. Untuk beberapa data yang sama (*ties*), maka $R(X_{ij})$ adalah nilai dari rata-rata rank jika tidak terdapat *ties*

Asumsi:

1. Seluruh sampel adalah sampel acak yang berasal dari populasi masing-masing
2. Saling independen setiap sampel dan saling *mutually independent* di antara sampel acak
3. Skala pengukuran minimal adalah skala ordinal
4. Diantara k populasi memiliki fungsi distribusi yang identik, kecuali beberapa populasi cenderung memiliki nilai yang lebih besar dibandingkan dengan populasi lainnya

Hipotesis:

H_0 : Seluruh k populasi memiliki distribusi yang identik

H_1 : Minimal terdapat 1 populasi yang memiliki nilai observasi yang lebih besar dibandingkan dengan minimal 1 dari populasi lainnya

Statistik Uji:

Terdapat *ties*:

$$T = \frac{1}{S^2}\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4}\right)$$

dimana:

$$S^2 = \frac{1}{N-1}\left(\sum_{\substack{all\\ranks}} R(X_{ij})^2 - \frac{N(N+1)^2}{4}\right)$$

Tidak terdapat *ties*:

$$T = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

Jika *ties* dalam data berjumlah sedikit, statistik uji T dengan keadaan tidak terdapat *ties* dapat digunakan

***Null Distribution*:**

Distribusi eksak dari T terdapat pada **Tabel A8** untuk $k = 3$ dan $n_i \leq 5$ dimana $i = 1,2,3$.

Namun, *null distribution* dari T dapat diaproksimasi dengan distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas $k - 1$ (χ^2_{k-1})

Aturan Keputusan:

Menolak H_0, jika $T > quantile_{1-\alpha}$ dari *null distribution*

1. Jika $k = 3$ dan $n_i \leq 5$ dimana $i = 1,2,3$ serta tidak terdapat *ties*, maka nilai *quantile* terdapat pada **Tabel A8**
2. Jika terdapat *ties* atau tidak ada tabel eksak, maka nilai *quantile* dapat diaproksimasi dengan distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas $k - 1$ yang terdapat pada **Tabel A2**

Nilai *p-value* Dapat diaproksimasi dengan nilai probabilitas dari distribusi Chi-Square dengan derajat bebas $k - 1$

Multiple Comparisons

Jika dan hanya jika hipotesis nolnya ditolak, maka dapat ditentukan pasangan populasi yang cenderung berbeda. Misalkan populasi i dan j dikatakan berbeda, jika memenuhi ketaksamaan berikut:

$$\left|\frac{R_i}{n_i} - \frac{R_j}{n_j}\right| > t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left(\frac{S^2(N-1-T)}{N-k}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)^{\frac{1}{2}}$$

dimana:

R_i dan R_j adalah jumlah rank dari kedua sampel

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ adalah quantile $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ dari distribusi t yang terdapat pada Tabel A21 dengan derajat bebas $N - k$

TABEL KONTINGENSI $r \times c$

Tujuan: Untuk menyajikan tabulasi data dengan baris r dan kolom c yang terdapat dalam beberapa sampel di mana data tersebut setidaknya skala pengukurannya adalah skala nominal dan untuk menguji hipotesis bahwa probabilitas tidak berbeda dari satu sampel ke sampel lainnya

Data: Populasi ada sebanyak r, kemudian satu random sampel diacak dari tiap populasi. n_i adalah jumlah observasi di sampel ke$-i$ dimana $1 \leq i \leq r$. Tiap observasi pada tiap sampel diklasifikasikan kedalam salah satu dari c untuk kategori berbeda. Misal O_{ij} jumlah observasi pada sampel ke$-i$ pada kategori ke$-j$ sehingga:

	Class 1	**Class 2**	...	**Class c**	**Totals**
Population 1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1c}	n_1
Population 2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2c}	n_2
...	...	...	...	...	...
Population r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rc}	n_r
Totals	C_1	C_2	...	C_c	N

dimana:

$$n_i = O_{i1} + \cdots + O_{ic}, \forall i$$

N adalah total jumlah observasi dari semua sampel dimana $N = n_1 + \cdots + n_r$

C_i adalah jumlah observasi pada kolom ke$-j$ dimana $C_j = O_{1j} + \cdots + O_{rj}$,untuk $j = 1,2, \dots, c$

Asumsi:

1. Setiap sampel adalah sampel acak
2. Hasil dari berbagai sampel semuanya saling independen (terutama antara sampel, karena independensi dalam sampel ada pada asumsi pertama)
3. Setiap observasi dapat dikategorikan menjadi salah satu dari c kategori atau kelas

<table>
<tr><td>Hipotesis:
H_0: Semua probabilitas dalam kolom yang sama, sama satu sama lain $\left(p_{1j} = \cdots = p_{rj}, \forall j\right)$
H_1: Setidaknya terdapat dua dari probabilitas pada kolom yang sama, tidak sama satu sama lain ($p_{ij} \neq p_{kj}$,untuk beberapa j,dan untuk beberapa pasangan i dan k)</td><td>dimana:
p_{ij} adalah probabilitas nilai terpilih acak dari populasi ke$-i$ diklasifikasi kedalam kelas ke$-j$, untuk $i = 1,2, \dots, r$ dan $j = 1,2, \dots c$</td></tr>
<tr><td>Statistik Uji:
$$T = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \qquad T = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{O_{ij}^2}{E_{ij}} - N$$</td><td>dimana:
$$E_{ij} = \frac{n_i C_j}{N}$$
O_{ij} adalah jumlah yang diobservasi pada sel (i,j) dan E_{ij} adalah jumlah ekspektasi dari observasi pada sel (i,j)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T > \chi_{1-\alpha,(r-1)(c-1)}$ (menggunakan Tabel A2)</td></tr>
</table>

KENDALL TAU TEST

Tujuan: Untuk mengukur hubungan dua variabel, data yang digunakan minimal berskala ordinal dan tidak harus berdistribusi normal

Data: Data terdiri dari sampel random bivariat yang berjumlah n,(X_i, Y_i) untuk $i = 1,2, \dots, n$. Misal terdapat dua observasi $(1.3, 2.2)$ dan $(1.6, 2.7)$ maka dikatakan *concordant* apabila kedua data dari satu observasi lebih besar dari kedua data dari observasi lainnya. Dimisalkan N_c adalah jumlah dari pasangan *concordant* dari total $\binom{n}{2}$ kemungkinan pasangan dari sebuah observasi. Sedangkan pasangan $(1.3, 2.2)$ dan $(1.6, 1.1)$ disebut *discordant* dan N_d adalah jumlah dari pasangan *discordant*. Karena n observasi dapat dipasangkan sebanyak $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ cara yang berbeda. Maka $N_c + N_d = \frac{n(n-1)}{2}$

Measure of Correlation

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Apabila semua pasangan *concordant*, maka Kendall's $\tau = 1.0$. Apabila semua pasangannya *discordant* maka Kendall's $\tau = -1.0$

Ties

In more precise terms, pasangan $\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ dikatakan *concordant* apabila bernilai lebih besar dari 0 dan *discordant* apabila lebih kecil dari 0. Apabila $X_1 = X_2$, maka penyebut bernilai 0, maka tidak bisa dilakukan perbandingan. Namun, apabila $Y_1 = Y_2$ dan $X_1 \neq X_2$ rasio dari $\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ bernilai 0. Pada kasus ini, pasangan dihitung sebagai $\frac{1}{2}$ *concordant* dan $\frac{1}{2}$ *discordant*. Maka τ menjadi

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d}$$

di mana semua pasangan (X_i, Y_i) dan (X_j, Y_j) dengan $X_i \neq X_j$ dibandingkan. Sehingga dapat disimpulkan

1. Jika $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} > 0$, maka N_c bertambah 1 (***concordant***)
2. Jika $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} < 0$, maka N_d bertambah 1 (***discordant***)
3. Jika $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} = 0$, maka N_c bertambah $\frac{1}{2}$ dan N_d bertambah $\frac{1}{2}$
4. Jika $X_i = X_j$ tidak dapat dilakukan perbandingan

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: H_0: X dan Y independen H_1: Pasangan observasi cenderung *concordant* atau *discordant*	H_0: X dan Y independen H_1: Pasangan observasi cenderung *discordant*	H_0: X dan Y independen H_1: Pasangan observasi cenderung *concordant*
Statistik Uji: **Tidak terdapat atau terdapat sedikit *ties*** $T = N_c - N_d$	**Terdapat banyak *ties*** $\tau = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d}$	

***Null Distribution*:**

Kuantil atas untuk τ dan T ketika X dan Y independen dapat dilihat pada **Tabel A11** di mana $n \leq 60$ dan tidak terdapat *ties*. Kuantil bawah adalah nilai negatif dari kuantil atas. Untuk n yang besar atau terdapat banyak *ties* aproksimasi dari kuantil ke-p dari τ adalah

$$w_p = z_p \frac{\sqrt{2(2n+5)}}{3\sqrt{n(n-1)}}$$

Di mana z_p adalah kuantil ke-p dari variabel random berdistribusi normal pada **Tabel A1**.

Aproksimasi kuantil ke-p dari T adalah

$$w_p = z_p \sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}$$

Aturan Keputusan:

Menolak H_0, jika T (atau τ) $< w_{\frac{\alpha}{2}}$ atau T (atau τ)$>$ $w_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pada *null distribution* (menggunakan **Tabel A11**) Nilai *p-value* $$p_{value} = 2 \times \min(p_{one-tailed})$$ $$p_{lower-tailed} = P\left(Z \leq \frac{(T+1)\sqrt{18}}{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}\right)$$ $$p_{upper-tailed} = P\left(Z \geq \frac{(T-1)\sqrt{18}}{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}\right)$$	Menolak H_0, jika T (atau τ) $< w_{\alpha}$ (menggunakan **Tabel A11**) Nilai *p-value* $$p_{lower-tailed} = P\left(Z \leq \frac{(T+1)\sqrt{18}}{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}\right)$$	Menolak H_0, jika T (atau τ)$>$ $w_{1-\alpha}$ (menggunakan **Tabel A11**) Nilai *p-value* $$p_{upper-tailed} = P\left(Z \geq \frac{(T-1)\sqrt{18}}{\sqrt{n(n-1)(2n+5)}}\right)$$

UJI FRIEDMAN

Tujuan: Untuk menentukan distribusi setiap *treatment* berbeda atau tidak

Data: Data memuat b yang *mutually independent* dan k-*variate* berisi random variabel $(X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{ik})$ yang disebut ***b blocks*** untuk $i = 1,2,\ldots,b$. Misalkan variabel acak X_{ij} di block i dan berhubungan dengan perlakuan j

	Treatment			
Block	**1**	**2**	$\cdots$	$\boldsymbol{k}$
1	X_{11}	X_{12}	$\cdots$	X_{1k}
2	X_{21}	X_{22}	$\cdots$	X_{2k}
3	X_{31}	X_{32}	$\cdots$	X_{3k}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
b	X_{b1}	X_{b2}	$\cdots$	X_{bk}

Misalkan $R(X_{ij})$ adalah rank dari 1 sampai k. Dengan demikian untuk block i variabel acak $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$ dibandingkan satu sama lain. Dimana rank tersebut ditunjukan untuk semua block . Hitung rata-ratanya jika terdapat *ties*

Jumlah rank untuk setiap *treatment*:

$$R_j = \sum_{i=1}^{b} R(X_{ij})\,;\, j = 1,2,\dots,k$$

Asumsi:

1. Sebanyak b k-variate random variables saling independen
2. Antar blok, observasinya di rank berdasarkan kriteria

Hipotesis:

H_0: Setiap rangking antar block sama

H_1: Minimal ada 1 yang lebih besar dari *treatment* lainnya

Statistik Uji:

Tidak terdapat *ties*:

$$T_1 = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^{k} \left(R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right)^2$$

Terdapat *ties*:

$$T_1 = \frac{(k-1)\left[\sum_{j=1}^{k} R_j^2 - bC_1\right]}{A_1 - C_1}$$

$$= \frac{(k-1)\sum_{j=1}^{k}\left(R_j - \frac{b(k+1)}{2}\right)^2}{A_1 - C_1}$$

dengan:

$$A_1 = \sum_{i=1}^{b} \sum_{j=1}^{k} \left[R(X_{ij})\right]^2$$

$$C_1 = \frac{bk(k+1)^2}{4}$$

atau

$$T_2 = \frac{(b-1)T_1}{b(k-1) - T_1}$$

***Null Distribution*:**

Aproksimasi distribusi T_1

$$T_1 \sim \chi^2_{k-1}$$

Aproksimasi distribusi T_2

$$T_2 \sim F_{k_1,k_2}$$

dimana:

$$k_1 = k - 1$$
$$k_2 = (b-1)(k-1)$$

berdasarkan **Tabel A22**

Ketika H_0 benar

Aturan Keputusan:

Tolak H_0 jika $T_2 > F_{1-\alpha,k_1,k_2}$

dimana:

$$k_1 = k - 1$$
$$k_2 = (b-1)(k-1)$$

menggunakan **Tabel A22**

Multiple Comparison

<table>
<tr>
<td>

$$\left|R_j - R_i\right| > t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left[\frac{2\left(bA_1 - \sum R_j^2\right)}{(b-1)(k-1)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

dimana $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ adalah kuantil $(1-\alpha)$ dari distribusi t (menggunakan **Tabel A21**)

Jika tidak terdapat *ties*, maka:

$$A_1 = \frac{bk(k+1)(2k+1)}{6}$$

</td>
<td>

Alternatif (menggunakan T_1)

$$\left|R_j - R_i\right| > t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left[\frac{(A_1 - C_1)2b}{(b-1)(k-1)}\left(1 - \frac{T_1}{b(k-1)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

Jika tidak terdapat *ties*, maka:

$$A_1 - C_1 = \frac{bk(k+1)(k-1)}{12}$$

</td>
</tr>
</table>

UJI QUADE

Tujuan: Untuk melihat apakah ada perbedaan yang signifikan diantara setiap block

Data: Mencari rank dalam block $R(X_{ij})$ seperti uji Friedman.

$$Range\ di\ block\ i\ (Q_i) = \underset{j}{maks}\{X_{ij}\} - \underset{j}{min}\{X_{ij}\}$$

Terdapat sebanyak b range sampel. Masukkan rank 1 ke block dengan range terkecil dan seterusnya, dimana jika terdapat *ties* maka gunakan rata-rata ranknya

Misalkan $Q_1, Q_2, \dots, Q_b$ adalah rank-rank yang dimasukan ke block $1,2,\dots,b$

The average rank within block $= \frac{k+1}{2}$

Relative size of each observation within the block

$$S_{ij} = Q_i\left[R(X_{ij}) - \frac{k+1}{2}\right]$$

Sumasi untuk masing-masing *treatment*

$$S_j = \sum_{i=1}^{b} S_{ij}\,;\, j = 1,2,\dots,k$$

Asumsi:

1. Sebanyak b k-variate random variables saling independen
2. Antar blok, observasinya di rank berdasarkan kriteria
3. Range sampel dapat ditentukan antar masing-masing block sehingga block dapat di rank

Hipotesis:	**Statistik Uji:**	***Null Distribution*:**	**Aturan Keputusan:**
H_0: Setiap rangking antar block sama H_1: Minimal ada 1 yang lebih besar dari *treatment* lainnya	*Total sum of square* **Terdapat *ties*** $$A_2 = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k} S_{ij}^2$$ **Tidak terdapat *ties*** $$A_2 = \frac{b(b+1)(2b+1)k(k+1)(k-1)}{72}$$ *Treatment sum of square* $$B = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{k} S_j^2$$ Nilai statistik uji: $$T_3 = \frac{(b-1)B}{A_2 - B}$$ dimana jika $B = A_2$, maka $p_{value} = \left(\frac{1}{k!}\right)^{b-1}$	Aproksimasi distribusi T_2 $$T_2 \sim F_{k_1,k_2}$$ dimana: $$k_1 = k-1$$ $$k_2 = (b-1)(k-1)$$ berdasarkan **Tabel A22**	Tolak H_0 jika $T_2 > F_{1-\alpha,k_1,k_2}$ dimana: $$k_1 = k-1$$ $$k_2 = (b-1)(k-1)$$ menggunakan **Tabel A22**

***Multiple Comparison*:**
Dapat dilakukan jika H_0 ditolak

$$|R_j - R_i| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}\left[\frac{2(bA_2 - B)}{(b-1)(k-1)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

dimana $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ adalah kuantil $(1-\alpha)$ dari distribusi t (menggunakan **Tabel A21**)

UJI VAN DER WAERDEN (*NORMAL SCORES*)

Tujuan: Untuk mengetahui distribusi populasi identik atau tidak

Data: Terdiri dari k sampel acak (ukuran untuk masing-masing sampel dapat berbeda). Dimisalkan N adalah total observasi dan $R(X_{ij})$ adalah rank dari X_{ij}

Mengkonversi setiap nilai rank ke Normal Standar	**Rata-rata dari *Normal Scores***	**Variansi untuk k sampel**
$A_{ij} = z_{\frac{R(X_{ij})}{N+1}}$ menggunakan **Tabel A1**	$\bar{A}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} A_{ij}$; $i = 1,2,\dots,k$	$S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{all\ scores} A_{ij}^2$

Asumsi:

1. Seluruh sampel adalah sampel acak yang berasal dari populasi masing-masing
2. Saling independen setiap sampel dan saling *mutually independent* di antara sampel acak
3. Skala pengukuran minimal adalah skala ordinal
4. Diantara k populasi memiliki fungsi distribusi yang identik, kecuali beberapa populasi cenderung memiliki nilai yang lebih besar dibandingkan dengan populasi lainnya

Hipotesis:	**Statistik Uji:**	***Null Distribution*:**	**Aturan Keputusan:**
H_0 : Seluruh k populasi memiliki distribusi yang identik H_1 : Minimal terdapat 1 populasi yang memiliki nilai observasi yang lebih besar dibandingkan dengan minimal 1 dari populasi lainnya	$T_1 = \frac{1}{S^2}\sum_{i=1}^{k} n_i\,(\bar{A}_i)^2$	Aproksimasi distribusi T_1 $T_1 \sim \chi^2_{k-1}$	Tolak H_0, jika $\chi^2_{(1-\alpha);(k-1)}$ menggunakan **Tabel A2**

***Multiple Comparison*:**

Jika H_0 ditolak, dapat dikatakan populasi i dan j cenderung berbeda jika memenuhi ketaksamaan berikut

$$|\bar{A}_i - \bar{A}_j| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{S^2(N-1-T_1)}{N-k}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)^{\frac{1}{2}}$$

dimana $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ adalah kuantil $(1-\alpha)$ dari distribusi t dengan derajat bebas $N-k$ (menggunakan **Tabel A21**)

REGRESI NON PARAMETRIK

Tujuan: Untuk mengetahui hubungan antara variabel respons dengan variabel prediktor yang tidak diketahui bentuk fungsinya dan hanya diasumsikan fungsi *smooth*.

Data: Terdiri dari sampel acak $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ yang berasal dari distribusi bivariat

Asumsi:

1. Sampelnya merupakan sampel acak. Metode ini valid jika nilai X adalah *nonrandom quantiles* sepanjang Ys indepen dengan distribusi bersyarat yang identik
2. Regresi Y terhadap X adalah linear. Ini mengimplikasikan skala pengukuran interval pada X dan Y

Metode *Least Squares Estimates*

Model:

$$y = a + bx$$

Metode ini digunakan untuk mengestimasi garis regresi $y = \alpha + \beta x$, dimana:

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - (\sum_{i=1}^{n} X_i)(\sum_{i=1}^{n} Y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

dimana $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ adalah rata-rata sampel

Testing The Slope

Asumsi:

1. Sampelnya merupakan sampel acak. Metode ini valid jika nilai X adalah *nonrandom quantiles* sepanjang Ys indepen dengan distribusi bersyarat yang identik
2. Regresi Y terhadap X adalah linear. Ini mengimplikasikan skala pengukuran interval pada X dan Y
3. Nilai residual $Y - E(Y|X)$ independen terhadap X

Two Tailed Test	***Lower Tailed Test***	***Upper Tailed Test***
Hipotesis: $H_0: \beta = \beta_0$ $H_0: \beta \neq \beta_0$	$H_0: \beta = \beta_0$ $H_0: \beta < \beta_0$	$H_0: \beta = \beta_0$ $H_0: \beta > \beta_0$
Statistik Uji: Menggunakan **korelasi Spearman's ρ**.		

<table>
<tr><td colspan="3">Dimisalkan β_0 adalah suatu angka. Untuk masing-masing pasangan (X_i, Y_i), akan dimisialkan $U_i = Y_i - \beta_0 X_i$. Kemudian mencari korelasi rank Spearman (ρ) untuk setiap pasangan $(X_i, U_i), i = 1,2, \dots, n$
Menggunakan Tabel A10 untuk mendapatkan nilai kuantil ρ, ketika H_0 benar dan tidak terdapat ties</td></tr>
<tr><td>Aturan Keputusan:
Tolak H_0 jika $\rho > \omega_{1-\frac{\alpha}{2}}$ atau $\rho < \omega_{\frac{\alpha}{2}}$
Menggunakan Tabel A10</td><td>Tolak H_0 jika $\rho < \omega_\alpha$</td><td>Tolak H_0 jika $\rho > \omega_{1-\alpha}$</td></tr>
</table>

Confidence Interval for The Slope

Asumsi:

1. Sampelnya merupakan sampel acak. Metode ini valid jika nilai X adalah *nonrandom quantiles* sepanjang Ys indepen dengan distribusi bersyarat yang identik
2. Regresi Y terhadap X adalah linear. Ini mengimplikasikan skala pengukuran interval pada X dan Y
3. Nilai residual $Y - E(Y|X)$ independen terhadap X

<table>
<tr><td>Untuk masing-masing pasangan (X_i, Y_i) dan (X_j, Y_j) dimana $i < j$ dan $X_i \neq X_j$
Two point slope:
$$S_{ij} = \frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i}$$
Misalkan N adalah nilai slope yang dihitung dan urutan slopes dinotasikan dengan
$$S^{(1)} \leq S^{(2)} \leq \cdots \leq S^{(N)}$$</td><td>Interval kepercayaan sebesar $1 - \alpha$
Mencari $\omega_{1-\frac{\alpha}{2}}$ yang merupakan kuantil $1 - \frac{\alpha}{2}$ dari $T = N_c - N_d$ (menggunakan Tabel A11)
Misalkan r dan s adalah
$$r = \frac{1}{2}\left(N - \omega_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) \qquad s = \frac{1}{2}\left(N - \omega_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) + 1 = N + 1 - r$$
Catatan: r dibulatkan kebawah dan s dibulatkan ke atas
Maka, interval kepercayaan untuk β adalah $\left(S^{(r)}, S^{(s)}\right)$</td></tr>
</table>

REGRESI MONOTONIK

Tujuan: Untuk mengetahui hubungan antara variabel respons dengan variabel prediktor (seperti pada regresi nonparametrik), namun dengan asumsi fungsi regresinya adalah monoton naik atau turun

Data: Terdiri dari sampel acak $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ yang berasal dari distribusi bivariat

Asumsi:

1. Sampelnya merupakan sampel acak

2. Regresi Y terhadap X adalah monoton

Estimasi dari $E(Y|X)$ di Suatu Titik, bertujuan untuk mengestimasi nilai regresi Y terhadap X di suatu titik $X = x_0$ tertentu. Berikut langkah-langkahnya:

1. Menentukan ranks $R(X_i)$ dan $R(Y_i)$ dari X dan Y, dimana jika terdapat *ties* gunakan rata-rata ranksnya
2. Menentukan *least squares regression line* $y = a_2 + b_2 x$, dimana:

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} R(X_i)R(Y_i) - \frac{n(n+1)^2}{4}}{\sum_{i=1}^{n} [R(X_i)]^2 - \frac{n(n+1)^2}{4}} \qquad a_2 = \frac{(1-b_2)(n+1)}{2}$$

3. Menentukan rank dari x_0 $\left(R(x_0)\right)$, dimana:

Kondisi 1	Kondisi 2	Kondisi 3
Jika $x_0 = X_i$, maka: $R(x_0) = R(X_i)$	Jika $X_i < x_0 < X_j$, maka: $R(x_0) = R(X_i) + \frac{x_0 - X_i}{X_j - X_i}\left[R(X_j) - R(X_i)\right]$ dimana ranknya belum tentu bilangan bulat	Jika $x_o < X_i$ atau $x_0 > X_i$, $\forall X_i$, maka tidak dapat ditentukan

4. Menentukan rank dari y_0 $\left(R(y_0)\right)$, dimana $R(y_0) = a_2 + b_2 R(x_0)$

5. Mengkonversi $R(y_0)$ ke $\hat{E}(Y|X = x_0)$ untuk mengestimasi $E(Y|X = x_0)$

Kondisi 1	Kondisi 2	Kondisi 3
Jika $R(y_0) = R(Y_i)$, maka: $\hat{E}(Y|X = x_0) = Y_i$	Jika $R(Y_i) < R(y_0) < R(Y_j)$, dimana $Y_i < Y_j$, maka: $\hat{E}(Y|X = x_0) = Y_i + \frac{R(y_0) - R(Y_i)}{R(Y_j) - R(Y_i)}(Y_j - Y_i)$	Jika $R(y_0) > R(Y_i), \forall R(Y_i)$, maka: $\hat{E}(Y|X = x_0) = \max(Y_i)$ Jika $R(y_0) < R(Y_i), \forall R(Y_i)$, maka: $\hat{E}(Y|X = x_0) = \min(Y_i)$

Estimasi dari Regresi Y terhadap X

1. Untuk masing-masing X_i dari $X^{(1)}$ sampai dengan $X^{(n)}$ menggunakan prosedur **Estimasi dari $E(Y|X)$ di Suatu Titik** untuk mengestimasi $E(Y|X)$
2. Menetukan estimasi rank dari X_i $\left(\hat{R}(X_i)\right)$ untuk setiap rank dari Y_i $\left(R(Y_i)\right)$

$$\hat{R}(X_i) = \frac{[R(Y_i) - a_2]}{b_2}, i = 1,2, \dots, n$$

3. Mengkonversi $\hat{R}(X_i)$ untuk mengestimasi $\hat{X}_i$

Kondisi 1 Jika $\hat{R}(X_i) = R(X_j)$, maka: $\hat{X}_i = X_j$	**Kondisi 2** Jika $R(X_j) < \hat{R}(X_i) < R(X_k)$, dimana $X_j < X_k$, maka: $\hat{X}_i = X_j + \frac{\hat{R}(X_i) - R(X_j)}{R(X_k) - R(X_j)}(X_k - X_j)$	**Kondisi 3:** Jika $\hat{R}(X_i) < \min\left(R(X_j)\right)$ atau $\hat{R}(X_i) > \max\left(R(X_j)\right), \forall R(X_j)$, maka $\hat{X}_i$ tidak dapat diestimasi

UJI BINOMIAL

1. It's known that 20% of a certain species of insect exhibit a particular characteristic A. Eighteen insect of that species are obtained from an unusual environment, and none of these have characteristic A. Is it reasonable to assume that insects from that environment have the same probability of 0.20 that the species in general has? Use a two-tailed test

   Tujuan: Untuk menguji apakah masuk akal atau tidak untuk menganggap bahwa serangga dari lingkungan tersebut memiliki probabilitas 0.20 yang sama dengan spesies pada umumnya
   Hipotesis:
   $$H_0 : p = 0.20 \quad H_1 : p \neq 0.20$$
   Statistik Uji:
   Karena $n = 18 < 20$, maka dapat menggunakan **Tabel A3**. Diketahui $T = 0$ (jumlah serangga yang memiliki karakteristik A). Maka:

   $$\Pr(Y \leq t_1) = \alpha_1$$
   $$\Pr(Y \leq t_1) = \frac{0,05}{2}$$
   t_1 yang memiliki nilai mendekati $\alpha_1 = 0,025$ adalah $\alpha = 0,0180$ saat $t_1 = 0$

   $$\Pr(Y \leq t_2) = \alpha_2$$
   $$\Pr(Y \leq t_2) = 1 - \frac{0,05}{2}$$
   t_2 yang memiliki nilai mendekati $1 - \alpha_2 = 0,975$ adalah $\alpha =$ 0,9837 saat $t_2 = 7$

   Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> binom.test(x = 0, n = 18, p = 0.2, alternative = "two.sided")

        Exact binomial test

data:  0 and 18
number of successes = 0, number of trials = 18, p-value = 0.03429
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.2
95 percent confidence interval:
 0.000000 0.185302
sample estimates:
probability of success
                     0
```

   Confidence Interval:
   $$Lower = 0\,;\ Upper = 0.185302$$
   Aturan Keputusan:
   H_0 ditolak jika $T \leq t_1$ atau $T > t_2$
   Didapatkan $T = 0$ dan $p - value = 0.03429$, maka H_0 ditolak
   Kesimpulan:
   Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa tidak masuk akan untuk menganggap bahwa serangga dari lingkungan tersebut memiliki probabilitas 0.20 yang sama dengan spesies pada umumnya

UJI KUANTIL

1. A random sample of tenth-grade boys resulted in the following 20 observed weight
   $142, 134, 98, 119, 131, 103, 154, 122, 93, 137, 86, 119, 161, 144, 158, 165, 81, 117, 128, 103$
   Test the hyphotesis that the median weight is 103

Tujuan: Untuk mengetahui apakah median dari berat badan siswa kelas 10 adalah 103
Hipotesis:

$$H_0: Q_2 = 103 \quad H_1: Q_2 \neq 103$$

Statistik Uji:
Target awal nilai $\alpha = 0{,}05$
Berdasarkan tabel binomial dengan nilai $n = 20$ dan $p = 0{,}5$ didapatkan:
$P(Y \leq t_1) = P(Y \leq 5) = 0{,}0207$, maka $t_1 = 5$
$P(Y \leq t_2) = P(Y \leq 14) = 1 - 0{,}0207 = 0{,}9793$, maka $t_2 = 14$

α yang digunakan adalah:
$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 0{,}0207 + 0{,}0207 = 0{,}0414 < 0{,}05$

Maka, dapat ditentukan nilai T_1 (jumlah pengamatan yang lebih kecil atau sama dengan 103) dan T_2 (jumlah pengamatan yang lebih kecil dari 103), yaitu: $T_1 = 6$ dan $T_2 = 4$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> quantile.test <- function(x, xstar = 0, quantile =5, alternative = "two.sided"){
+   n <- length(x)
+   p <- quantile
+   T1 <- sum(x <= xstar)
+   T2 <- sum(x < xstar)
+   if (alternative == "quantile.less"){
+     p.value <- 1-pbinom(T2-1, n, p)
+   }
+   if (alternative == "quantile.greater"){
+     p.value <- pbinom(T1, n, p)
+   }
+   if (alternative == "two.sided"){
+     p.value <- 2*min(1-pbinom(T2-1, n, p), pbinom(T1, n, p))
+   }
+   list(xstar = xstar, alternative = alternative, T1 = T1, T2 = T2, p.value = p.v
alue)
+ }
> weight <- c(142,134,98,119,131,103,154,122,93,137,86,119,161,144,158,165,81,117,
128,103)
> quantile.test(weight, xstar = 103, quantile = 0.5, alternative = "two.sided")
$xstar
[1] 103

$alternative
[1] "two.sided"

$T1
[1] 6

$T2
[1] 4

$p.value
[1] 0.1153183
```

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T_1 \leq t_1$ atau $T_2 > t_2$
Didapatkan $T_1 = 6, T_2 = 4$ dan $p - value = 0.1153183$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa median dari berat badan siswa kelas 10 adalah 103

CHI-SQUARE TEST FOR INDEPENDENCE

1. **(W.J. Cornover Halaman 195)** Sixty students were divided into two classes of 30 each and taught how to write a program for a computer. One class ued the conventional method of learning, and the other class used a new, experimental method. At the end of the couses, each student was given a test that consisted of writing a computer program. The program was either correct or incorrect and the results were tabulated as follows

	Correct Program	**Incorrect Program**
Conventional Class	23	7
Experimental Class	27	3

Is there reason to believe the experimental method is superior? Or could the precending differences be due to chance fluctuations

Tujuan: Untuk mengetahui apakah metode experimen lebih superior atau tidak
Hipotesis:

$$H_0: p_1 \geq p_2 \quad H_1: p_1 < p_2$$

Statistik Uji:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{\sqrt{N}(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})}{\sqrt{n_1 n_2 C_1 C_2}} \\ &= \frac{\sqrt{60}(23 \times 3 - 7 \times 27)}{\sqrt{30 \times 30 \times 50 \times 10}} \\ &= -1{,}386 \end{aligned}$$

Aturan Keputusan:
Tolak H_0 jika $T_1 < Z_{0,05}$
Didapatkan $T_1 = -1{,}386 > -1{,}645$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa metode experimen lebih superior

UJI KOLMOGOROV SMIRNOV 1 SAMPEL

1. Five fourth-grade children were selected at random from the entire class and timed in a short race. The times in seconds were 6.3, 4.2, 4.7, 6.0, and 5.7. Test the hypothesis that the distribution of times is uniform on the interval from 4 to 8 seconds. Note that such a distribution is given by

$$\begin{aligned} F^*(x) &= 0 && for\ x < 4 \\ &= \frac{x-4}{4} && for\ 4 \leq x \leq 8 \\ &= 1 && if\ 8 \leq x \end{aligned}$$

Tujuan: Untuk menguji H_0 bahwa $F(x)$ pada kenyataannya merupakan fungsi distribusi yang spesifik dengan $F^*(x)$

Hipotesis:

$$H_0: F(x) = F^*(x) \quad untuk -\infty < x < \infty$$
$$H_1: F(x) \neq F^*(x) \quad untuk\ x\ lainnya$$

Statistik Uji:

x_i	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif	$S(x_i) = \frac{f.k.}{5}$	$F^*(x_i)$	T
4,2	1	1	0,2	0,05	0,15
4,7	1	2	0,4	0,175	0,225
5,7	1	3	0,6	0,425	0,175
6	1	4	0,8	0,5	0,3
6,3	1	5	1	0,575	0,425

Keterangan: f. k. Adalah frekuensi kumulatif

Dari hasil perhitungan nilai T, didapatkan $sup(T) = 0.425$ pada saat $x = 6{,}3$. Dengan kata lain:

$$T = sup|F^*(6.3) - S(6.3)|$$
$$= 0.425$$

Aturan Keputusan:

H_0 ditolak jika $T > w_{0,95}$

Didapatkan $T = 0{,}425 < 0{,}563 = w_{0,95}$, maka H_0 tidak ditolak

Kesimpulan:

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa $F(x)$ pada kenyataannya merupakan fungsi distribusi yang spesifik dengan $F^*(x)$

UJI COX STUART

1. **(W.J. Cornover Halaman 171)** Total annual precipitation is recorded yearly for 19 years. This record is examined to see if the amount of precipitation is tending to increase or decrease. The precipitation in inches was 45.25, 45.83, 41.77, 36.26, 45.37, 52.25, 35.37, 57.16, 35.37, 58.32, 41.05, 33.72, 45.73, 37.90, 41.72, 36.07, 49.83, 36.24, and 39.90

Tujuan: Untuk menyelidiki apakah terdapat trend atau tidak

Hipotesis:

H_0: Tidak terdapat kecenderungan (*trend*)

H_1: Terdapat kecenderungan (*trend*)

Statistik Uji:

X_i	X_{i+c}	$X_{i+c} - X_i$
45,25	41,05	−
45,83	33,72	−
41,77	45,73	+
36,26	37,90	+
45,37	41,42	−
52,25	36,07	−
35,37	49,83	+
57,16	36,24	−
35,37	39,90	+

Didapatkan $T = T^+ = 4$

Berdasarkan **Tabel A3** dengan $n = 9$ dan $p = 0{,}5$. Didapatkan nilai t yang perluangnya kurang dari $\frac{\alpha}{2}$

Didapatkan $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}0195$, maka $t_1 = 1$ dan $t_2 = 8$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> install.packages("randtests")
> library(randtests)
> precipitation <- c(45.25, 45.83, 41.77, 36.26, 45.37, 52.25, 35.37, 57.16,
+                    35.37, 58.32, 41.05, 33.72, 45.73, 37.90, 41.72, 36.07,
+                    49.83, 36.24, 39.90)
> cox.stuart.test(precipitation)

         Cox Stuart test

data:  precipitation
statistic = 4, n = 9, p-value = 1
alternative hypothesis: non randomness
```

Didapatkan $T = 4$
Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T \leq t_1$ atau $T \geq t_2$
Didapatkan $T = 4$ dimana $t_1 < 4 < t_2$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa tidak terdapat kecenderungan (*trend*)

UJI MC NEMAR

1. One hundred thirty-five citizens were selected at a random and were asked to state their opinion regarding U.S. foreign policy. Forty-three were opposed to the U.S. foreign policy. After several weeks, during which they received an informative newsletter, they were again asked their opinion; 37 were opposed, and 30 of the 37 were persons who originally were not opposed to the U.S. foreign policy. Is the changed in numbers of people opposed to the U.S. foreign policy significant

Tujuan: Untuk mengetahui apakah perubahan jumlah orang yang menentang U.S. foreign policy cukup signifikan
Hipotesis:
$H_0: P(X_i = 0) = P(Y_i = 0), \forall i$
$H_1: P(X_i = 0) \neq P(Y_i = 0)$
Statistik Uji:

	Sesudah (Y_i)	
Sebelum (X_i)	**Menerima $(Y_i = 0)$**	**Menentang $(Y_i = 1)$**
Menerima $(X_i = 0)$	62	30
Menentang $(X_i = 1)$	36	7

$$T_1 = \frac{(30 - 36)^2}{30 + 36} = 0{,}54545$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> data <- matrix(c(62, 36, 30, 7), ncol = 2)
> mcnemar.test(data, correct = FALSE)

        McNemar's Chi-squared test

data:  data
McNemar's chi-squared = 0.54545, df = 1, p-value = 0.4602
```

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T_1 > \chi_1^2$
Didapatkan $T_1 = 0{,}54545 < 3{,}841 = \chi_1^2$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa perubahan jumlah orang yang menentang U.S. foreign policy tidak signifikan

SIGN TEST

1. Six students went on a diet in an attempt to lose weight, with the following results:

Name	Abdul	Ed	Jim	Max	Phil	Ray
Weight Before	174	191	188	182	201	188
Weight After	165	186	183	178	203	181

Is the diet am effective means of losing weight

Tujuan: Untuk mengetahui apakah rata-rata diet tersebut efektif
Hipotesis:

$$H_0: P(+) \geq P(-) \quad H_1: P(+) < P(-)$$

Statistik Uji:
Diketahui: $n_{(+)} = 1; n_{(-)} = 5$, *ties* $= 1$ dan $n = 6$
Karena $n \leq 20$, maka dapat menggunakan **Tabel A3**. Didapatkan $t_{tabel} = 0$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> sign.test <- function(x = 0, y = NULL, alternative = "two.sided"){
+   n <- sum((x-y) != 0)
+   T <- sum(x<y)
+   if (alternative == "less"){
+     p.value <- pbinom(T, n, 0.5)
+   }
+   if (alternative == "greater"){
+     p.value <- 1-pbinom(T-1, n, 0.5)
+   }
+   if (alternative == "two.sided"){
+     p.value <- 2*min(1-pbinom(T-1, n, 0.5), pbinom(T, n, 0.5))
+   }
+   list(n = n, alternative = alternative, T = T, p.value = p.value)
+ }
```

```
> before <- c(174, 191, 188, 182, 201, 188)
> after <- c(165, 186, 183, 178, 203, 181)
> sign.test(x = before, y = after, alternative = "less")
$n
[1] 6

$alternative
[1] "less"

$T
[1] 1

$p.value
[1] 0.109375
```

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T < t_{tabel}$
Didapatkan $T = 1 > 0 = t_{tabel}$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa rata-rata diet tersebut efektif

WILCOXON TEST

1. Each member of a girl's basketball tasm was given a brief warm-up period and then told to shoot 25 free throws. The number X of goals was recorded. Then the team was given an extensive workout and after a brief rest period, was told to shoot another 25 free throws each. The number Y of succesful attempts was again recorded. Do the data indicate that the percentages tend to drop when the players are tored?

	Player											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
$\boldsymbol{X_i}$	18	12	7	21	19	14	8	11	19	16	8	11
$\boldsymbol{Y_i}$	16	10	8	23	13	10	8	13	9	8	8	5

Tujuan: Untuk menguji apakah persentase pelemparan cenderung turun pada saat pemain kelelahan
Hipotesis:

$$H_0: E(X_i) \leq E(Y_i) = E(Y_i) - E(X_i) \geq 0 = E(D) \geq 0$$
$$H_1: E(X_i) \leq E(Y_i) = E(Y_i) - E(X_i) \geq 0 = E(D) \geq 0$$

Statistik Uji:

Pemain	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
X_i	18	12	7	21	19	14	8	11	19	16	8	11
Y_i	16	10	8	23	13	10	8	13	9	8	8	5
D_i	-2	-2	1	2	-6	-4	0	2	-10	-8	0	-6
$\|D_i\|$	2	2	1	2	6	4	0	2	10	8	0	6
$Rank_{\|D_i\|}$	3,5	3,5	1	3,5	7,5	6	-	3,5	10	9	-	7,5
R_i	-3,5	-3,5	1	3,5	-7,5	-6	-	3,5	-10	-9	-	-7,5

Dikarenakan terdapat nilai dari $Y_i = X_i$, maka digunakan aproksimasi normal

$$T = \frac{\sum R_i}{\sqrt{\sum R_i^2}} = -2{,}001975309$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> install.packages("coin")
> library(coin)
> x <- c(18, 12, 7, 21, 19, 14, 8, 11, 19, 16, 8, 11)
> y <- c(16, 10, 8, 23, 13, 10, 8, 13, 9, 8, 8, 5)
> wilcoxsign_test(y~x, zero.method = "Wilcoxon")

         Asymptotic Wilcoxon Signed-Rank Test

data:  y by x (pos, neg)
          stratified by block
Z = -2.002, p-value = 0.04529
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T < quantile_{0,05}$
Didapatkan $T = -2{,}001975309 < -1{,}645 = quantile_{0,05}$, maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa persentase pelemparan cenderung turun pada saat pemain kelelahan

RANDOMIZATION

1. **(W.J. Cornover Halaman 416)** A tire company did a follow-up study on ten customers, randomly selected from those who had purchased new tires from them three years earlier, and asked them how many times they had encountered tire failure from any cause, such as nails, valve, leakage, etc. They study was restticted to two lined of long-life tires, called Brand A dan Bran B. These wew their results

Customer	Brand A	Brand B
1	0	3
2	2	5
3	0	1
4	1	4
5	2	3

Use Fisher's randomization method to get the exat *p-value* for testing the null hypothesis of equal likelihood for tire failure, against the one sided alternative that Brand A tends to have fewer tire failures

Tujuan: Untuk mengetahui apakah brand A dan brand B memiliki kemungkinan yang sama untuk adanya kegagalan ban
Hipotesis:

$$H_0: \mu_A \geq \mu_B \quad H_1: \mu_A < \mu_B$$

Statistik Uji:
Diketahui $n = 5$ dan $m = 5$, maka:
Terdapat $\binom{10}{5} = 252$ kombinasi
Jumlah grup $(252)(0{,}05) \approx 13$ grup

Nilai dari $T_1 = \sum_{i=1}^{5} X_i = 5$

Kombinasi grup:

Grup	**0**	**0**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**3**	**4**	**5**	$\boldsymbol{T_1}$
1	X	X	X	X	X	Y	Y	Y	Y	Y	4
2	X	X	X	X	Y	X	Y	Y	Y	Y	4
3	X	X	X	Y	X	X	Y	Y	Y	Y	5
4	X	X	Y	X	X	X	Y	Y	Y	Y	5
5	X	X	X	X	Y	Y	X	Y	Y	Y	5
6	X	X	X	X	Y	Y	Y	X	Y	Y	5
7	X	Y	X	X	X	X	Y	Y	Y	Y	6
8	Y	X	X	X	X	X	Y	Y	Y	Y	6
9	X	X	X	X	Y	Y	Y	Y	X	Y	6
10	X	X	X	Y	X	Y	X	Y	Y	Y	6
11	X	X	X	Y	Y	X	X	Y	Y	Y	6
12	X	X	X	Y	Y	X	Y	X	Y	Y	6
13	X	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	Y	6

Aturan Keputusan:
Tolak H_0 jika $T_1 < \omega_\alpha$
Didapatkan $T_1 5 < 6 = \omega_{0,05}$, maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa Brand A cenderung memiliki lebih sedikit kegagalan ban dibanding Brand B

UJI MANN WHITNEY

1. **(W.J. Cornover Halaman 276)** The senior class in a particular high school had 48 boys. Twelve boys lived on farms and the other 36 lived in town. A test was devised to see if farm boys in general were more physically fit that town boys. Each boy in the class was given a pyhsical fitness test in which a low score indicates poor physical condition. The scores of the farm boys (X_i) and the town boys (Y_i) are as follows

Farm Boys (X_i)		**Town Boys (Y_i)**					
14,8	10,6	12,7	16,9	7,6	2,4	6,2	9,9
7,3	12,5	14,2	7,9	11,3	6,4	6,1	10,6
5,6	12,9	12,6	16,0	8,3	9,1	15,3	14,8
6,3	16,1	2,1	10,6	6,7	6,7	10,6	5,0
9,0	11,4	17,7	5,6	3,6	18,4	1,8	2,6
4,2	2,7	11,8	5,6	1,0	3,2	5,9	4,0

Tujuan : Untuk melihat apakah *farm boys* memiliki fisik yang lebih kuat atau tidak dibandingkan dengan *town boys*
Hipotesis:
H_0: *Farm boys* tidak memiliki fisik yang lebih kuat dibandingkan dengan *town boys*
H_1: *Farm boys* memiliki fisik yang lebih kuat dibandingkan dengan *town boys*
Statistik Uji:

X_i	Y_i	Rank	X_i	Y_i	Rank	X_i	Y_i	Rank
	1,0	1		6,2	17		11,3	33
	1,8	2	6,3		18	11,4		34
	2,1	3		6,4	19		11,8	35
	2,4	4		6,7	20,5	12,5		36
	2,6	5		6,7	20,5		12,6	37
2,7		6	7,3		22		12,7	38
	3,2	7		7,6	23	12,9		39
	3,6	8		7,9	24		14,2	40
	4,0	9		8,3	25		14,8	41,5
4,2		10	9,0		26	14,8		41,5
	5,0	11		9,1	27		15,3	43
	5,6	13		9,9	28		16,0	44
	5,6	13		10,6	30,5	16,1		45
5,6		13		10,6	30,5		16,9	46
	5,9	15	10,6		30,5		17,7	47
	6,1	16		10,6	30,5		18,6	48

Diketahui $n = 12$ dan $m = 36$, maka $N = 48$
Karena didapatkan banyak *ties*, maka:

$$T = \sum_{i=1}^{n} R(X_i) = 6 + 10 + 13 + 18 + \cdots + 45 = 321$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + 48^2 = 38.016$$

Maka:

$$T_1 = \frac{T - \frac{n(N+1)}{2}}{\sqrt{\frac{nm}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N} R_i^2 - \frac{nm(N+1)^2}{4(N-1)}}} = 0,6431$$

Aturan Keputusan:
Tolak H_0 jika $T_1 < z_\alpha$
Didapatkan $T_1 = 0,6431 > -1,6445 = z_\alpha$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa *farm boys* tidak memiliki fisik yang lebih kuat dibandingkan dengan *town boys*

UJI KOLMOGOROV SMIRNOV 2 SAMPEL

1. **(W.J. Cornover Halaman 466)** Twenty home owners participated in a study of methods to reduce energy consumption. They were randomly asssigned to Program A, an education program designed to instill energy-saving habits in their lifestyle, or Program B, where sic inches of additional insulation was installed in their attic. Their energy savings for the following 12 months are given as follows

Home Owner	Program	Savings	Home Owner	Program	Savings
1	A	143	11	B	175

2	A	106	12	B	142
3	B	182	13	B	111
4	B	158	14	A	82
5	B	161	15	A	12
6	A	108	16	A	58
7	B	131	17	A	42
8	A	138	18	B	96
9	A	101	19	B	90
10	A	83	20	B	144

Is there a difference in the effectiveness of the two programs

Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan keefektifan atau tidak dari program A dan program B

Hipotesis:

$$H_0: F(x) = G(x) \quad H_1: F(x) \neq G(x)$$

Statistik Uji:

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> A <- c(143, 106, 108, 138, 101, 83, 82, 12, 58, 42)
> B <- c(182, 158, 161, 131, 175, 142, 111, 96, 90, 144)
> ks.test(A, B, alternative = "two.sided")

        Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  A and B
D = 0.6, p-value = 0.05245
alternative hypothesis: two-sided
```

Didapatkan $T_1 = 0{,}6$

Aturan Penolakan:

H_0 ditolak jika $T_1 > \omega_{0,95}$

Didapatkan $T_1 = 0{,}6$ dan *p-value* $= 0{,}05245$, maka H_0 tidak ditolak

Kesimpulan:

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa tidak terdapat perbedaan keefektifan dari program A dan program B

SQUARED RANK TEST

1. **(W.J. Cornover Halaman 304)** Suatu perusahaan pengemasan makanan ingin mengetahui apakah kotak sereal yang diproduksi benar-benar mengandung setidaknya sesuai dengan sejumlah ons sereal yang tertera di kemasan. Dalam hal ini, harus ditentukan jumlah rata-rata per kotak sedikit lebih banyak dari jumlah yang tertera karena variasi yang disebabkan oleh mesin pengemas yang terkadang memasukkan sereal dengan jumlah yang lebih sedikit atau lebih banyak. Mesin dengan variasi yang lebih kecil akan lebih menguntungkan perusahaan karena jumlah sereal yang dimasukkan bisa lebih mendekati jumlah yang ditentukan. Sebuah mesin baru diuji untuk dilihat apakah memiliki variansi yang lebih kecil dari mesin yang lama. Beberapa kotak diisi sereal dengan mesin yang lama kemudian jumlah sereal pada setiap kotak diukur. Hal yang sama dilakukan pada mesin yang baru. Didapat data sebagai berikut

Present (X)	10,8	11,1	10,4	10,1	11,3		
New (Y)	10,8	10,5	11	10,9	10,8	10,7	10,8

Tujuan:
Untuk melihat apakah Mesin Baru (Y) memiliki variansi yang lebih kecil dibandingkan dengan Mesin Lama (X)
Hipotesis:
H_0: Kedua mesin memiliki variansi yang sama
H_1: Mesin Baru (Y) memiliki variansi yang lebih kecil
Statistik Uji:

Original Measurements		Absolute Deviation		Rank		Squared Rank	
Present (X_i)	New (Y_i)	Present (U_i)	New (V_i)	Present $(R(U_i))$	New $(R(V_i))$	Present $(R(U_i)^2)$	New $(R(V_i)^2)$
10,8	10,8	0,06	0,01	4	2	16	4
11,1	10,5	0,36	0,29	10	8	100	64
10,4	11	0,34	0,21	9	7	81	49
10,1	10,9	0,64	0,11	12	6	144	36
11,3	10,8	0,56	0,01	11	2	121	4
	10,7		0,09		5		25
	10,8		0,01		2		4

Didapatkan $\bar{X} = 10{,}74$ dan $\bar{Y} = 10{,}79$, dan $T = 462$
Maka:

$$\bar{R}^2 = \frac{1}{12}(16 + 100 + \cdots + 4) = 55$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i^4 = (16)^2 + (100)^2 + \cdots + (4)^2 = 60.660$$

dikarenakan terdapat *ties*, maka:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{T - n\overline{R^2}}{\left[\frac{nm}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N} R_i^4 - \frac{nm}{N-1}\left(\overline{R^2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{462 - 5(54)}{\left[\frac{(5)(7)}{(12)(11)}(60.660) - \frac{(5)(7)}{11}(54)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \\ &= 2{,}3273 \end{aligned}$$

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T_1 > quantil_{(1-\alpha)}$ untuk *upper-tailed test*
Didapatkan $T_1 = 2{,}3273 > 1{,}6449 = quantil_{(0{,}95)}$, maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa mesin baru (Y) memiliki variansi yang lebih kecil

UJI KLOTZ

1. **(W.J. Cornover Halaman 310)** A blood bank kept a record of the rate of heartbeats for several blood donors

Men	Woman
58	66
76	74
82	69
74	76
79	72
65	73
74	75
86	67
	68

Is the variation among the men significantly greater than the variation among the woman?

Tujuan: Ingin mengetahui apakah variansi dari men lebih besar secara signifikan dibandingkan dengan woman

Hipotesis:

H_0 : Kedua detak jantung (laki-laki dan perempuan) memiliki variabilitas yang sama

H_1 : Detak jantung laki-laki memiliki variansi yang lebih besar dibandingkan dengan detak jantung perempuan

Statistik Uji:

Men						
X	$X-\bar{X}$	R_{x_i}	$\frac{R_{x_i}}{N+1}$	A_i	A_i^2	A_i^4
58	-16,25	1	0,056	-1,59321882	2,538346202	6,443201442
76	1,75	10	0,556	0,139710299	0,019518968	0,00038099
82	7,75	16	0,889	1,220640349	1,489962861	2,219989328
74	-0,25	7,5	0,417	-0,21042839	0,044280109	0,001960728
79	4,75	14	0,778	0,764709674	0,584780885	0,341968684
65	-9,25	2	0,111	-1,22064035	1,489962861	2,219989328
74	-0,25	7,5	0,417	-0,21042839	0,044280109	0,001960728
86	11,75	17	0,944	1,593218818	2,538346202	6,443201442

Women						
X	$X-\bar{X}$	R_{x_i}	$\frac{R_{x_i}}{N+1}$	A_i	A_i^2	A_i^4
66	-5,11111111	3	0,167	-0,96742157	0,935904487	0,875917208
74	2,888888889	12	0,667	0,430727299	0,185526006	0,034419899
69	-2,11111111	6	0,333	-0,43072729	0,185526006	0,034419899
76	4,888888889	15	0,833	0,967421566	0,935904487	0,875917208
72	0,888888889	9	0,500	0	0	0
73	1,888888889	11	0,611	0,282216147	0,079645954	0,006343478
75	3,888888889	13	0,722	0,589455798	0,347458138	0,120727157
67	-4,11111111	4	0,222	-0,76470967	0,584780885	0,341968684
68	-3,11111111	5	0,278	-0,58945579	0,347458138	0,120727157

$$T_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i^2 - \frac{n}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i^2}{\left(\frac{nm}{N(N-1)}\left[\sum_{i=1}^{N} A_i^4 - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} A_i^2\right)^2\right]\right)} = 1{,}71269$$

Aturan Keputusan:
Tolak H_0 jika $T_3 > Z_{0,05}$
Didapatkan $T_3 = 1{,}71269 > 1{,}645$, maka, H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa detak jantung laki-laki memiliki variansi yang lebih besar dibandingkan dengan detak jantung perempuan

UJI CRAMER VON MISES

1. **(W.J. Cornover Halaman 466)** Twenty home owners participated in a study of methods to reduce energy consumption. They were randomly asssigned to Program A, an education program designed to instill energy-saving habits in their lifestyle, or Program B, where sic inches of additional insulation was installed in their attic. Their energy savings for the following 12 months are given as follows

Home Owner	Program	Savings	Home Owner	Program	Savings
1	A	143	11	B	175
2	A	106	12	B	142
3	B	182	13	B	111
4	B	158	14	A	82
5	B	161	15	A	12
6	A	108	16	A	58
7	B	131	17	A	42
8	A	138	18	B	96
9	A	101	19	B	90
10	A	83	20	B	144

Is there a difference in the effectiveness of the two programs

Tujuan: Ingin mengetahui apakah terdapat perbedaan efektivitas dari Program A dan Program B
Hipotesis:
$H_0: F(x) = G(x)$ untuk setiap x dari $-\infty$ hingga ∞
$H_1: F(x) \neq G(x)$ untuk setidaknya satu nilai x
Statistik Uji:

X_i	Y_i	$S_1(x) - S_2(x)$	$[S_1(x) - S_2(x)]^2$
12		$\frac{1}{10} - 0 = \frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
42		$\frac{2}{10} - 0 = \frac{2}{10}$	$\frac{4}{100}$
58		$\frac{3}{10} - 0 = \frac{3}{10}$	$\frac{9}{100}$
82		$\frac{4}{10} - 0 = \frac{4}{10}$	$\frac{16}{100}$
83		$\frac{5}{10} - 0 = \frac{5}{10}$	$\frac{25}{100}$
	90	$\frac{5}{10} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$	$\frac{16}{100}$

	96	$\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$	$\frac{9}{100}$
101		$\frac{6}{10}-\frac{2}{10}=\frac{4}{10}$	$\frac{16}{100}$
106		$\frac{7}{10}-\frac{2}{10}=\frac{5}{10}$	$\frac{25}{100}$
108		$\frac{8}{10}-\frac{2}{10}=\frac{6}{10}$	$\frac{36}{100}$
	111	$\frac{8}{10}-\frac{3}{10}=\frac{5}{10}$	$\frac{25}{100}$
	131	$\frac{8}{10}-\frac{4}{10}=\frac{4}{10}$	$\frac{16}{100}$
138		$\frac{9}{10}-\frac{4}{10}=\frac{5}{10}$	$\frac{25}{100}$
	142	$\frac{9}{10}-\frac{5}{10}=\frac{4}{10}$	$\frac{16}{100}$
143		$\frac{10}{10}-\frac{5}{10}=\frac{5}{10}$	$\frac{25}{100}$
	144	$\frac{10}{10}-\frac{6}{10}=\frac{4}{10}$	$\frac{16}{100}$
	158	$\frac{10}{10}-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$	$\frac{9}{100}$
	161	$\frac{10}{10}-\frac{8}{10}=\frac{2}{10}$	$\frac{4}{100}$
	175	$\frac{10}{10}-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
	182	$\frac{10}{10}-\frac{10}{10}=0$	0

$$T_2=\frac{mn}{(m+n)^2}\sum_{\substack{x=X_i\\x=Y_j}}[S_1(x)-S_2(x)]^2=\frac{(10)(10)}{(10+10)^2}\times\frac{294}{100}=(0{,}25)(2{,}94)=0{,}735$$

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T_2>\omega_{0,95}$
Berdasarkan **Tabel Anderson dan Darling**
Didapatkan $T_2=0{,}735>0{,}461=\omega_{0,95}$, maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha=0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa terdapat perbedaan efektivitas antara Program A dan Program B

UJI KRUSKAL WALLIS

1. Random samples from each of three different types of light bulbs were tested to see how long the light bulbs lasted, with the following results

Brand		
A	**B**	**C**
73	84	82
64	80	79
67	81	71
62	77	75
70		

Do these results indicate a significant difference between brands? If so, which brands appear to differ?

Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan di antara ketiga jenis brand lampu
Hipotesis:
H_0 : ketiga populasi dari brand lampu memiliki fungsi distribusi yang identik
H_1 : Minimal terdapat satu populasi cenderung memiliki pengamatan yang lebih besar dari minimal satu populasi lainnya
Statistik Uji:
Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> A <- c(73, 64, 67, 62, 70)
> B <- c(84, 80, 81, 77)
> C <- c(82, 79, 71, 75)
> kruskal.test(list(A, B, C))

        Kruskal-Wallis rank sum test

data:  list(A, B, C)
Kruskal-Wallis chi-squared = 8.4033, df = 2, p-value = 0.01497
```

$$T = \frac{1}{S^2}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4}\right)$$
$$= 8{,}4033$$

Aturan Keputusan:
Didapatkan $T = 8{,}4033$ dan $p - value = 0{,}001497$
Diketahui berdasarkan **Tabel A8** $\omega_{0{,}95} = 5{,}6176 < 8{,}4033 = T$, maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa minimal terdapat satu brand lampu cenderung menghasilkan pengamatan yang lebih besar dari minimal satu brand lampu lainnya (brand lampu A berbeda dengan B, brand lampu A berbeda dengan C)

TABEL KONTINGENSI $r \times c$

1. **(W.J. Cornover Halaman 202)** A sample of students randomly selected from private high schools and a sample of students randomly selected from public high schools were given standardized achievement tests with the following results

	Test Scores				
	$0-275$	$276-350$	$351-425$	$426-500$	**Totals**
Private School	6	14	17	9	46
Public School	30	32	17	3	82
Totals	36	46	34	12	128

Test the null hypothesis that the distribution of test scores is the same for private and public high school students

Tujuan: Untuk menguji *null distribution* bahwa distribusi dari nilai ujian untuk siswa sekolah menengah swasta dan negeri sama

Hipotesis:

H_0: Semua probabilitas dalam kolom yang sama, sama satu sama lain ($p_{1j} = \cdots = p_{rj}, \forall j$), maka distribusi nilai ujian untuk siswa sekolah menengah swasta dan negeri sama

H_1: Setidaknya terdapat dua dari probabilitas pada kolom yang sama, tidak sama satu sama lain ($p_{ij} \neq p_{kj}$,untuk beberapa j,dan untuk beberapa pasangan i dan k), maka distribusi nilai ujian untuk siswa sekolah menengah swasta dan negeri berbeda

Statistik Uji:

Dengan menggunakan formula $E_{ij} = \frac{n_i C_j}{N}$

	Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3	Kolom 4
Baris 1	$E_{11} = 12{,}9$	$E_{12} = 16{,}5$	$E_{13} = 12{,}2$	$E_{14} = 4{,}3$
Baris 2	$E_{21} = 23{,}1$	$E_{22} = 29{,}5$	$E_{23} = 21{,}8$	$E_{24} = 7{,}7$

Dengan menggunakan formula $T = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$

Didapatkan $T = 17{,}3$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> data <- matrix(c(6, 14, 17, 9,
+                  30,32,17,3),
+                nrow = 2, byrow = TRUE,
+                dimnames = list(Grup = c("Private School", "Public School"),
+                                column = c("0-275", "276-350", "351-425", "426-5
00")))
> data
                column
Grup              0-275 276-350 351-425 426-500
  Private School      6      14      17       9
  Public School      30      32      17       3
> chisq.test(data)

	Pearson's Chi-squared test

data:  data
X-squared = 17.286, df = 3, p-value = 0.0006172
```

$$T = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} = 17{,}286$$

Aturan Keputusan:

H_0 ditolak jika $T > \chi^2_{1-\alpha,(r-1)(c-1)}$

Didapatkan $T = 17{,}286 > 7{,}815 = \chi^2_{0{,}95{,}3}$, maka H_0 ditolak

Kesimpulan:

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa distribusi nilai ujian untuk siswa sekolah menengah swasta dan negeri berbeda

UJI KENDALL TAU

1. A husband and wife who go bowling together kept their scores for 10 lines to see if there was a correlation between their scores. The scores were:

Line	Husband's Score	Wife's Scpre	Line	Husband's Score	Wife's Scpre
1	147	122	6	151	120
2	158	128	7	196	108
3	131	125	8	129	143
4	142	123	9	155	124
5	183	115	10	158	123

Tujuan: Untuk mengetahui apakah antar populasi saling independen atau tidak
Hipotesis:
$H_0 : X_i$ dan Y_i saling independen
H_1 : tidak demikian
Statistik Uji:
Didapatkan hasil:

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d}$$
$$= -0{,}5227273$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> install.packages("Kendall")
> library(Kendall)
> husband <- c(147, 158, 131, 142, 183, 151, 196, 129, 155, 158)
> wife <- c(122, 128, 125, 123, 115, 120, 108, 143, 124, 123)
> Kendall(husband, wife)
tau = -0.523, 2-sided pvalue =0.047312
```

Aturan Keputusan:
Akan dicari nilai ω_p

$$\omega_p = z_p \frac{\sqrt{2(2n+5)}}{3\sqrt{n(n-1)}}$$
$$= -0{,}48696$$

H_0 ditolak jika $\tau < \omega_p$
Didapatkan $\tau = -0{,}5227273 < -0{,}48696 = \omega_p$, maka, H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa skor antara suami dengan istri tidak saling independen

UJI QUADE DAN FRIEDMAN

1. **(W.J. Cornover Halaman 385)** a survey was taken of all seven hospitals in a particular city to obtain the number of babies born over a 12-month period. This time period was divided into the four seasons to test the hypothesis that the birth rate is constant over all four seasons. The results of the survey are as follows:

Number of Births				
Hospital	**Winter**	**Spring**	**Summer**	**Fall**
A	92	112	94	77
B	9	11	10	12
C	98	109	92	81
D	19	26	19	18
E	21	22	23	24
F	58	71	51	62
G	42	49	44	41

Tujuan: Untuk mengetahui apakah rata-rata kelahiran dari kasus tersebut konstan atau tidak
Hipotesis:
H_0: Tidak terdapat perbedaan rata-rata peningkatan kelahiran di rumah sakit pada keempat interval waktu
H_1: Terdapat perbedaan rata-rata peningkatan kelahiran di rumah sakit pada keempat interval waktu
Statistik Uji:

1. **Uji Friedman**
   Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> data <- matrix(c(92,112,94,77,
+                  9,11,10,12,
+                  98,109,92,81,
+                  19,26,19,18,
+                  21,22,23,24,
+                  58,71,51,62,
+                  42,49,44,41),
+                nrow = 7, byrow = T,
+                dimnames = list(Hospital = LETTERS[1:7],
+                                Musim = c("Winter", "Spring", "Summer",
+                                "Fall")))
> data
        Musim
Hospital Winter Spring Summer Fall
       A     92    112     94   77
       B      9     11     10   12
       C     98    109     92   81
       D     19     26     19   18
       E     21     22     23   24
       F     58     71     51   62
       G     42     49     44   41
> friedman.test(data)

        Friedman rank sum test

data:  data
Friedman chi-squared = 6.913, df = 3, p-value = 0.07472
```

   Didapatkan $T_1 = 6{,}913$ dan *p-value* $= 0{,}07472$

2. **Uji Quade**
   Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> quade.test(data)

        Quade test

data:  data
Quade F = 4.4309, num df = 3, denom df = 18, p-value = 0.01685
```

Didapatkan $T_3 = 4{,}4309$ dan *p-value* $= 0{,}01685$

Aturan Keputusan:

1. **Uji Friedman**
   Tolak H_0 jika *p-value* $< \alpha$
   Didapatkan *p-value* $= 0{,}07472 > 0{,}05$, maka H_0 tidak ditolak
   Kesimpulan : Tidak terdapat perbedaan rata-rata peningkatan kelahiran di rumah sakit pada keempat interval waktu

2. **Uji Quade**
   Tolak H_0 jika *p-value* $< \alpha$
   Didapatkan *p-value* $= 0{,}01685 < 0{,}05$, maka H_0 ditolak
   Kesimpulan : Terdapat perbedaan rata-rata peningkatan kelahiran di rumah sakit pada keempat interval waktu

UJI VAN DER WAERDEN

1. Random samples from each of three different types of light bulbs were tested to see how long the light bulbs lasted, with the following results

Brand		
A	**B**	**C**
73	84	82
64	80	79
67	81	71
62	77	75
70		

Do these results indicate a significant difference between brands? If so, which brands appear to differ?

Tujuan: Ingin mengetahui apakah terdapat perbedaan di antara ketiga jenis brand lampu

Hipotesis:

H_0 : ketiga populasi dari brand lampu memiliki fungsi distribusi yang identik

H_1 : Minimal terdapat satu populasi cenderung memiliki pengamatan yang lebih besar dari minimal satu populasi lainnya

Statistik Uji:

A	R_{ij}	$\frac{R_{ij}}{N+1}$	A_{ij}	A_{ij}^2
Brand A				
73	6	0,429	-0,1800	0,03240445
64	2	0,143	-1,0676	1,13970682
67	3	0,214	-0,7916	0,62669169
62	1	0,071	-1,4652	2,14691007
70	4	0,286	-0,5659	0,32029807

Didapatkan:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{all\ scores} A_{ij}^2$$
$$= 0{,}733341$$
$$T_1 = \frac{1}{S^2} \sum_{i=1}^{N} n_i (\bar{A}_i)^2$$
$$= 7{,}981033$$

Brand B				
84	13	0,929	1,4652	2,14691007
80	10	0,714	0,5659	0,32029807
81	11	0,786	0,7916	0,62669169
77	8	0,571	0,1800	0,03240445
Brand C				
82	12	0,857	1,0676	1,13970682
79	9	0,643	0,3661	0,13403386
71	5	0,357	-0,3661	0,13403386
75	7	0,500	0,0000	0,00000000

Aturan Keputusan:

H_0 dtolak jika $T_1 > \chi_2^2$

Diketahui berdasarkan **Tabel A2** $\chi_2^2 = 5{,}991 < 7{,}973246 = T_1$, maka, H_0 ditolak

Kesimpulan:

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa minimal terdapat satu brand lampu cenderung menghasilkan pengamatan yang lebih besar dari minimal satu brand lampu lainnya (brand lampu A berbeda dengan B, brand lampu A berbeda dengan C)

REGRESI NON PARAMETRIK

1. **(W.J. Cornover Halaman 336)** The GMAT score of each MBA graduate is denote by X_i and that graduate's GPA is denote by Y_i. The twelve observations (X_i, Y_i) are (710,4.0), (610,4.0), (640,3.9), (580,3.8), (545,3.7), (560,3.6), (610,3.5), (530,3.5), (560,3.5),(540,3.3), (570,3.2), dan (560,3.2)

   Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat hubungan atau tidak antara MBA *graduate* dengan *graduate's* GPA

   Dapat Dicari:

$$\sum_{i=1}^{12} X_i = 7.015 \quad \bar{X} = 584{,}58 \quad \sum_{i=1}^{12} X_i^2 = 4.129.525$$

$$\sum_{i=1}^{12} Y_i = 43{,}2 \quad \bar{Y} = 3{,}6 \quad \sum_{i=1}^{12} X_i Y_i = 25.360{,}5$$

   Maka:

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - (\sum_{i=1}^{n} X_i)(\sum_{i=1}^{n} Y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_i)^2} = 0{,}0003714$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 1{,}4287$$

   Sehingga:

$$y = 1{,}4287 + 0{,}0003714x$$

2. Suppose that the a national study reports that a 40 point increase in GMAT scores results in at least 0,4 increase in GPAs

   Tujuan: Untuk menguji *null hypothesis*:

   Hipotesis:

   Diestimasikan kenaikan IPK sebesar 0,4 setiap kenaikan skor GMAT sebesar 40, maka:

$$H_0: \beta \geq \frac{0,4}{40} = 0,01 \quad H_1: \beta < \frac{0,4}{40} = 0,01$$

Statistik Uji:

	MBA Graduate i					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
X_i	710	610	640	580	545	560
$U_i = Y - 0,01X_i$	-3,1	-2,1	-2,5	-2,0	-1,75	-2,0
$R(X_i)$	12	9,5	11	8	3	5
$R(U_i)$	1	7	3,5	9,5	12	9,5
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
X_i	610	530	560	540	570	560
$U_i = Y - 0,01X_i$	-2,6	-1,8	-2,1	-2,1	-2,5	-2,4
$R(X_i)$	9,5	1	5	2	7	5
$R(U_i)$	2	11	7	7	3,5	5

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n} R(X_i)R(Y_i) - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} R(X_i)^2 - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{i=1}^{n} R(Y_i)^2 - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$
$$= -0,7272739$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> x <- c(12, 9.5, 11, 8, 3, 5, 9.5, 1, 5, 2, 7, 5)
> u <- c(1, 7, 3.5, 9.5, 12, 9.5, 2, 11, 7, 7, 3.5, 5)
> cor(x, u, method = "spearman")
[1] -0.7272739
```

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $\rho < \omega_\alpha$
Didapatkan $\rho = -0,7272739 < \omega_{0,05}$ (berdasarkan **Tabel A10**), maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa lulusan MBA tidak konsisten dengan hasil *national survey*

UTS GENAP 2021

Seorang peneliti sosial mewawancarai 25 orang pasangan yang baru menikah. Setiap pasangan suami dan istri diwawancara secara independen dalam mengajukan pertanyaan: “Berapa banyak anak-anak yang ingin kamu miliki? ” Diperoleh data berikut:

Pasangan	Suami	Istri
1	3	2
2	1	1
3	2	1
4	2	3
5	5	1

Pasangan	Suami	Istri
14	2	1
15	3	2
16	2	2
17	0	0
18	1	2

6	0	1
7	0	2
8	1	3
9	2	2
10	3	1
11	4	2
12	1	2
13	3	3

19	2	1
20	3	2
21	4	3
22	3	1
23	0	0
24	1	2
25	1	1

1. Sebutkan apa yang berlaku sebagai variabel independen, dan apa yang berlaku sebagai variabel dependen dalam penelitian ini
   Variabel independen adalah pasangan suami ke-i dan istri ke$-i$
   Variabel dependen adalah banyak anak yang ingin dimiliki oleh pasangan suami dan istri ke$-i$

2. Dengan menggunakan $\alpha = 0{,}05$ analisis data dalam penelitian tersebut menggunakan salah satu metode nonpametrik yang sesuai
   a. Dengan menggunakan dasar fungsi distribusi, beserta confidence intervalnya. Apakah asumsi yang digunakan.
      Untuk menggunakan dasar fungsi distribusi digunakan uji Smirnov Two Samples
      - **Tujuan:** Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan fungsi distribusi diantara kedua populasi tersebut
      - **Asumsi:**
        1. Sampel adalah variabel acak
        2. Kedua sampel adalah mutually independen
        3. Skala pengukuran minimal skala ordinal
        4. Variabel acak diasumsikan kontinu
      - **Hipotesis:**
        $$H_0: F(x) = G(x)$$
        $$H_1: F(x) \neq G(x)$$
      - **Statistik Uji:**
        Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:
```
        Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  datauji$Suami and datauji$Istri
D = 0.2, p-value = 0.6994
alternative hypothesis: two-sided
```
        $$T_1 = |S(x_i) - S(y_i)| = 0{,}2$$
      - **Aturan Keputusan:**
        Didapatkan nilai $T_1 = 0{,}2$ dan $p - value = 0{,}6994$
        Maka, $p - value > 0{,}05$
        Sehingga, H_0 tidak ditolak
      - **Kesimpulan:**
        Maka, dengan $\alpha = 0{,}05$ tidak terdapat cukup bukti untuk menolak H_0. Maka, dapat disimpulkan bahwa fungsi distribusi di antara kedua populasi (banyak anak yang diinginkan di antara pasangan suami ke$-i$ dengan istri ke$-i$) tidak terdapat perbedaan berbeda

      Untuk menggunakan *confidence interval*

Dengan menggunakan ***software SPSS***, didapatkan:

Test Statistics[a]

			Data
Most Extreme Differences	Absolute		.200
	Positive		.080
	Negative		-.200
Kolmogorov-Smirnov Z			.707
Asymp. Sig. (2-tailed)			.699
Monte Carlo Sig. (2-tailed)	Sig.		.378[b]
	95% Confidence Interval	Lower Bound	.376
		Upper Bound	.380

Dengan tingkat kepercayaan 95% dapat dipercaya bahwa $F(x)$ dan $G(x)$ terdapat diantara (0,376 ; 0,380)

b. Tanpa menggunakan dasar fungsi distribusi, beserta confidence intervalnya. Apakah asumsi yang digunakan dalam menyelesaikan data tersebut tanpa menggunakan fungsi distribusi.
Untuk tanpa menggunakan dasar fungsi distribusi digunakan uji Mann Whitney

- **Tujuan:** Untuk mengetahui apakah ada perbedaan kecenderungan antara 2 populasi data
  Asumsi:
  1. Kedua sampel adalah sampel acak dari masing-masing populasi
  2. Setiap sampel independen dan diantara 2 sampel acak saling *mutually* independen
  3. Skala pengukuran minimal ordinal
- **Hipotesis:**

$$H_0: F(x) = G(x) \ untuk \ semua \ x$$
$$H_1: F(x) \neq G(x) \ untuk \ beberapa \ x$$

- **Statistik Uji:**
  Dengan menggunakan ***software SPSS***, didapatkan:

Test Statistics[a]

			Data
Mann-Whitney U			273.000
Wilcoxon W			598.000
Z			-.794
Asymp. Sig. (2-tailed)			.427
Monte Carlo Sig. (2-tailed)	Sig.		.430[b]
	95% Confidence Interval	Lower Bound	.428
		Upper Bound	.433
Monte Carlo Sig. (1-tailed)	Sig.		.216[b]
	95% Confidence Interval	Lower Bound	.215
		Upper Bound	.218

- **Aturan Keputusan:**
  Didapatkan $p - value = 0{,}427$
  Maka, $p - value > 0{,}05$
  Sehingga, H_0 tidak ditolak
- **Kesimpulan:**
  Maka, dengan $\alpha = 0{,}05$ tidak terdapat cukup bukti untuk menolak H_0. Maka, dapat disimpulkan bahwa tidak ada perbedaan kecenderungan antara 2 populasi data (banyak anak yang diinginkan di antara pasangan suami ke$-i$ dengan istri ke$-i$)

Untuk menggunakan *confidence interval*
Dengan menggunakan ***software SPSS***, didapatkan:

Test Statistics[a]

			Data
Mann-Whitney U			273.000
Wilcoxon W			598.000
Z			-.794
Asymp. Sig. (2-tailed)			.427
Monte Carlo Sig. (2-tailed)	Sig.		.430[b]
	95% Confidence Interval	Lower Bound	.428
		Upper Bound	.433
Monte Carlo Sig. (1-tailed)	Sig.		.216[b]
	95% Confidence Interval	Lower Bound	.215
		Upper Bound	.218

Dengan tingkat kepercayaan 95% dapat dipercaya bahwa $F(x)$ dan $G(x)$ terdapat diantara (0,428; 0,433)

3. Dengan menggunakan $\alpha = 0{,}05$ analisis data penelitian tersebut menggunakan salah satu metode parametrik yang sesuai beserta confidence intervalnya. Apakah asumsi yang digunakan dalam hal ini
Untuk metode parametrik adalah digunakan uji *t-Student*
   - **Tujuan:** Untuk mengetahui apakah rata-rata dari jumlah anak yang diinginkan suami ke$-i$ dan istri ke$-i$ sama atau perbedaan
   - **Asumsi:**
     1. Jumlah n_1 dan n_2 relatif kecil
     2. Data tidak harus berdistribusi normal
     3. Data saling independen
   - **Hipotesis:**
     $H_0 : \mu_{suami} = \mu_{istri}$
     $H_1 : \mu_{suami} \neq \mu_{istri}$
   - **Statistik Uji:**

$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{Sp\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$Sp^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Dengan menggunakan ***software Ms. Excel***, didapatkan:

t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances

	Variable 1	*Variable 2*
Mean	1,96	1,64
Variance	1,873333333	0,74
Observations	25	25
Hypothesized Mean Difference	0	
df	40	
t Stat	0,989743319	
P(T<=t) one-tail	0,164124593	
t Critical one-tail	1,683851013	
P(T<=t) two-tail	0,328249185	
t Critical two-tail	2,02107539	

   - **Aturan Keputusan:**
     Didapatkan *p-value* 0,328249185176384
     Maka, $p - value\ > 0{,}025$
     Sehingga, H_0 tidak ditolak

- **Kesimpulan:**
  Maka, dengan $\alpha = 0{,}05$ tidak terdapat cukup bukti untuk menolak H_0. Maka, dapat disimpulkan bahwa rata-rata dari jumlah anak yang diinginkan suami ke-i dan istri ke-i tidak terdapat perbedaan

Interval kepercayaan 95% untuk selisih populasi di antara 2 sampel
Berdasarkan formula:

$$\left((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} Sp\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}; (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} Sp\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right)$$

Didapatkan $Sp^2 = 2{,}124688889$
Didapapatkan interval kepercayaan $\mu_1 - \mu_2$ akan berada pada interval (-0,26615289 ; 0,906152886)

Kesimpulan:
Dengan tingkat kepercayaan 95% dapat dipercaya bahwa selisih antara μ_1 dengan μ_2 teradapat diantara (-0,26615289 ; 0,906152886)

4. Bandingkan hasil yang diperoleh dalam b dan c. Beri komentar
   Dari hasil jawaban b dan c didapatkan baik menggunakan metode statistik non parametrik (melalui fungsi distribusi ataupun tanpa melalui fungsi distribusi) maupun parametrik didapatkan kesimpulan bahwa tidak terdapat perbedaan jumlah anak yang dinginkan antara pasangan suami ke$-i$ dengan istri ke$-i$

UTS GANJIL 2021

---

1. Misalkan terdapat suatu ujian dengan 20 soal tipe pilihan ganda. Setiap soal memilki tepat 1 jawaban benar dan 3 pilihan jawaban lain yang salah. Jika seorang siswa mendapat 5 jawaban benar dari ujian tersebut, bagaimana anda menguji indikasi bahwa siswa tersebut murni hanya menebak jawaban? Lakukanlah uji hipotesis lengkap pada kasus tersebut! Bangunlah juga interval kepercayaan 90% mengenai peluang siswa tersebut menjawab soal dengan benar!
   Akan digunakan uji binomial
   Tujuan: Untuk menguji apakah masuk akal atau tidak untuk menganggap bahwa siswa tersebut memiliki probabilitas 0.25 (peluang menjawab benar dari 4 pilihan jawaban) dalam menjawab benar dengan murni hanya menebak jawaban
   Hipotesis:
   $$H_0: p = 0{,}25 \quad H_1: p \neq 0{,}25$$
   Statistik Uji:
   Karena $n = 20 \leq 20$, maka dapat menggunakan **Tabel A3**. Diketahui $T = 5$ (jumlah soal yang dijawab benar). Maka:

   $$\Pr(Y \leq t_1) = \alpha_1$$
   $$\Pr(Y \leq t_1) = \frac{0{,}05}{2}$$
   t_1 yang memiliki nilai mendekati $\alpha_1 = 0{,}025$ adalah $\alpha = 0.0243$ saat $t_1 = 1$

   $$\Pr(Y \leq t_2) = \alpha_2$$
   $$\Pr(Y \leq t_2) = 1 - \frac{0{,}05}{2}$$
   t_2 yang memiliki nilai mendekati $1 - \alpha_2 = 0{,}975$ adalah $\alpha = 0{,}9561$ saat $t_2 = 8$

   Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> binom.test(x = 5, n = 20, p = 0.25, alternative = "two.sided")

        Exact binomial test


data:  5 and 20

number of successes = 5, number of trials = 20, p-value = 1

alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.25

95 percent confidence interval:

 0.08657147 0.49104587

sample estimates:

probability of success

                  0.25
```

Confidence Interval:

$$Lower = 0{,}08657147,;\ Upper = 0{,}49104587$$

Aturan Keputusan:

H_0 ditolak jika $T \leq t_1$ atau $T > t_2$

Didapatkan $T = 5$ dan $p - value = 1$, maka H_0 tidak ditolak

Kesimpulan:

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan bahwa terdapat cukup alasan untuk mengatakan bahwa masuk akal untuk menganggap bahwa siswa tersebut memliki probabilitas 0,25 dalam menjawab benar dengan murni hanya menebak jawaban

2. Dalam suatu percobaan sosial, diperkenalkan suatu sesi diskusi interaktif yang diharapkan mampu mempengaruhi opini seseorang menjadi berseberangan dari opini awalnya. 150 orang diujicobakan, dimana 114 orang mendukung adanya pengendalian pembukaan lahan dan sisanya lebih terbuka terhadap pembukaan lahan. Setelah pendataan awal tersebut, sesi diskusi interaktif diaplikasikan ke peserta uji coba ini. Hasilnya, 37 orang yang sebelumnya mendukung pengendalian pembukaan lahan berubah opini menjadi terbuka terhadap pembukaan lahan, sisanya tetap pada opini awal mereka. Uji apakah yang akan anda gunakan untuk melihat ada tidaknya cukup bukti bahwa sesi diskusi tersebut mampu membalikkan opini seseorang? Lakukanlah uji tersebut dari definisi pengujian hipotesis hingga kesimpulan yang sesuai! Gunakan taraf signifikansi 0.05

Akan digunakan uji Mc Nemar

Tujuan: Untuk melihat ada tidaknya cukup bukti bahwa sesi diskusi tersebut mampu membalikkan opini seseorang

Asumsi:

1. Pasangan (X_i, Y_i) saling independen
2. Skala pengukuran adalah skala nominal dengan dua kategorik untuk semua X_i dan Y_i
3. Selisih $P(X_i = 0, Y_i = 1) - P(X_i = 1, Y_i = 0)$ adalah negatif untuk semua i atau bernilai 0 untuk semua i atau positif untuk semua i

Hipotesis:

$H_0: P(X_i = 0) = P(Y_i = 0), \forall i$ (hasil diskusi tidak mampu membalikkan)

$H_1: P(X_i = 0) \neq P(Y_i = 0)$ (tidak demikian)

Statistik Uji:

	Sesudah (Y_i)	
Sebelum (X_i)	$Y_i = 0$ (mendukung pengendalian pembukaan lahan)	$Y_i = 1$ (terbuka terhadap pembukaan lahan)
$X_i = 0$ (mendukung pengendalian pembukaan lahan)	77	37
$X_i = 1$ (terbuka terhadap pembukaan lahan)	0	36

karena $b + c > 20$, maka:

$$T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c} = \frac{(37-0)^2}{37+0} = 37$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> data <- matrix(c(77, 0, 37, 36), ncol = 2)
> mcnemar.test(data, correct = FALSE)

	McNemar's Chi-squared test

data:  data
McNemar's chi-squared = 37, df = 1, p-value = 1.181e-09
```

Aturan Keputusan:
Didapatkan *p-value* $1.181e - 09$
Maka, $p - value < 0{,}025$
Sehingga, H_0 ditolak
Kesimpulan:
Maka, dengan $\alpha = 0{,}05$ H_0 ditolak. Maka, dapat disimpulkan bahwa sesi diskusi tersebut mampu membalikkan opini seseorang

3. Seorang ahli lingkungan melakukan penelitian terkait populasi kumbang jenis tertentu di suatu daerah. Ahli tersebut membuat suatu perangkap kemudian menghitung jumlah kumbang yang terperangkap. Hasil yang diperoleh akan dijadikan acuan dalam penentuan populasi kumbang di daerah tersebut. Penelitian ini dilakukan dari tahun 1990 sampai dengan tahun 2010 dan diperoleh hasil sebagai berikut :

Tahun	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Banyaknya kumbang	120	35	48	188	356	310	291	400	310	485	396
Tahun	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	
Banyaknya kumbang	215	69	55	136	320	369	273	519	460	399	

Lakukan pengujian untuk melihat apakah ada kecenderungan naik terkait banyaknya kumbang yang terperangkap yang menandakan naiknya ukuran populasi kumbang di daerah tersebut? Lakukan pengujian secara lengkap dari definisi pengujian hipotesis sampai kesimpulan yang sesuai! Gunakan $\alpha = 0{,}05$
Akan digunakan uji Cox Stuart
Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat trend atau tidak
Asumsi:
1. Variabel random $X_1, X_2, \dots, X_n$ saling independen
2. Skala pengukuran minimal adalah skala ordinal
3. Salah satu dari X_i terdistribusi secara identik, yaitu variabel random yang terakhir cenderung lebih besar dari variabel acak sebelumnya atau sebaliknya

Hipotesis:
H_0: tidak terdapat kecenderungan
H_1: terdapat kecenderungan
Statistik Uji:

X_i	X_{i+c}	$X_{i+c} - X_i$
120	215	+
35	69	+
48	55	+
188	136	-
356	320	-
310	369	+
291	273	-
400	519	+
310	460	+
485	399	-

$c = \frac{11+1}{2} = 6$, sehingga data ke-7 dihilangkan
Didapatkan $T = T^+ = 6$
Berdasarkan **Tabel A3** dengan $n = 10$ dan $p = 0{,}5$. Didapatkan nilai t yang perluangnya kurang dari $\frac{\alpha}{2}$
Didapatkan $\alpha_1 = 0{,}0123$, maka $t_1 = 2$ dan $t_2 = 8$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> install.packages("randtests")
> library(randtests)
> kumbang <- c(120, 35, 48, 188, 356, 310, 291, 400, 310, 485, 396,
+                    215, 69, 55, 136, 320, 369, 273, 519, 460, 399)
> cox.stuart.test(kumbang)

         Cox Stuart test

data:  kumbang
statistic = 6, n = 10, p-value = 0.7539
alternative hypothesis: non randomness
```

Didapatkan $T = 6$
Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T \leq t_1$ atau $T \geq t_2$
Didapatkan $T = 4$ dimana $t_1 < 6 < t_2$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa tidak terdapat kecenderungan (*trend*)

4. Catatan waktu (dalam detik) seorang pelari jarak 100m pada 8 kali percobaan adalah sebagai berikut:

$$14.5, 13.4, 12.1, 14.3, 13.6, 11.9, 14.2, 10.7, 10.9, 11.6$$

Ujilah apakah catatan waktu pelari tersebut bersesuaian dengan distribusi berikut:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 10 \\ \dfrac{x^2 - 100}{125} & ; 10 \leq x < 15 \\ 1 & ; 15 \leq x \end{cases}$$

Gunakan taraf signifikan 0.1
Akan digunakan uji Kolmogorov Smirnov 1 Sampel
Tujuan: Untuk menguji H_0 bahwa $F(x)$ pada kenyataannya merupakan fungsi distribusi yang spesifik dengan $F^*(x)$
Hipotesis:

$$H_0: F(x) = F^*(x) \quad untuk - \infty < x < \infty$$
$$H_1: F(x) \neq F^*(x) \quad untuk\ x\ lainnya$$

Statistik Uji:

x_i	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif	$S(x_i)$	$F^*(x)$	T
10,7	1	1	0,1	0,12	0,02
10,9	1	2	0,2	0,15	0,05
11,6	1	3	0,3	0,28	0,02
11,9	1	4	0,4	0,33	0,07
12,1	1	5	0,5	0,37	0,13
13,4	1	6	0,6	0,64	0,04
13,6	1	7	0,7	0,68	0,02
14,2	1	8	0,8	0,81	0,01
14,3	1	9	0,9	0,84	0,06
14,5	1	10	1	0,88	0,12

Dari hasil perhitungan nilai T, didapatkan $sup(T) = 0.13$ pada saat $x = 12{,}1$. Dengan kata lain:
$$T = sup|F^*(12{,}1) - S(12{,}1)|$$
$$= 0.13$$

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T > w_{0,9}$
Didapatkan $T = 0{,}13 < 0{,}369 = w_{0,9}$, maka H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.1$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa $F(x)$ pada kenyataannya merupakan fungsi distribusi yang spesifik dengan $F^*(x)$

UAS GANJIL 2021

1. Pada produksi alat medis untuk prosedur cangkok pembuluh, dilakukan penelitian mengenai efek tekanan ekstrusi (PSI) pada mesin produksi terhadap tingkat kecacatan produk. Untuk menyelidiki ini, dibuat desain dengan 6 blok untuk mengurangi error pada perbedaan pemasok bahan baku produksi. Data yang didapatkan adalah data 1.
Lakukan pendefinisian uji hipotesis untuk kasus tersebut!
Ajukan metode nonparametrik yang sesuai ketika pengujian parametrik tidak dapat digunakan!
Lakukan pengujian tersebut dan berikan kesimpulan berdasarkan hasil uji tersebut!
Akan digunakan uji Friedman
Tujuan: Untuk mengetahui apakah level tekanan ekstruksi (PSI) memiliki efek yang sama atau tidak pada tingkat kecacatan produk
Hipotesis:
H_0: seluruh level tekanan tekanan ekstruksi (PSI) memiliki efek yang sama pada tingkat kecacatan produk
H_1: minimal terdapat satu level tekanan ekstruksi (PSI) memiliki efek yang berbeda pada tingkat kecacatan produk
Asumsi:
1. Sebanyak b k −variate random variables saling independen
2. Antar blok, observasinya di rank berdasarkan kriteria

Statistik Uji:

Blok	PSI_8500	Rank	PSI_8700	Rank	PSI_8900	Rank	PSI_9100	Rank
1	90.3	3	92.5	4	85.5	2	82.5	1

2	89.2	1	89.5	2.5	90.8	4	89.5	2.5
3	98.2	4	90.6	3	89.6	2	85.6	1
4	93.9	3	94.7	4	86.2	1	87.4	2
5	87.4	3	87	2	88	4	78.9	1
6	97.9	4	95.8	3	93.4	2	90.7	1
	$\boldsymbol{R_{j\ total}}$	18		18.5		15		8.5

Karena terdapat *ties*, maka:

$$A_1 = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\left[R(X_{ij})\right]^2 = 179.5$$

$$C_1 = \frac{bk(k+1)^2}{4} = 150$$

$$T_1 = \frac{(k-1)\sum_{j=1}^{k}\left(R_j - \frac{b(k+1)}{2}\right)^2}{A_1 - C_1} = 6.457627$$

$$T_2 = \frac{(b-1)T_1}{b(k-1) - T_1} = 3.779762$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> friedman.test(data)

        Friedman rank sum test

data:  data
Friedman chi-squared = 6.4576, df = 3, p-value = 0.09135
```

Didapatkan $T_3 = 6.4576$ dan *p-value* $= 0{,}09135$

Aturan Keputusan:

Tolak H_0 jika *p-value* $< \alpha$

Didapatkan *p-value* $= 0{,}09135 > 0{,}05$, maka H_0 tidak ditolak

Kesimpulan :

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan bahwa minimal terdapat satu level tekanan ekstruksi (PSI) memiliki efek yang berbeda pada tingkat kecacatan produk

2. Penelitian mengenai kemampuan matematika dengan bahasa dilakukan dengan mengamati 15 siswa hingga didapatkan data 2. Dihipotesiskan bahwa kedua kemampuan ini memiliki korelasi.
Lakukan uji signifikansi korelasi menggunakan 2 metode yang sesuai untuk menguji klaim dari hipotesis tersebut!
Apa kesimpulan yang didapatkan?

No	Math	Ling	No	Math	Ling	No	Math	Ling
1	97.2	7.5	6	87.5	8.4	11	91.7	8
2	80.1	8.1	7	68.4	7.5	12	93.6	8.5
3	76.2	8.2	8	71	8	13	85.3	6.7
4	69.8	6.1	9	78.6	5.8	14	76.8	6.6
5	72.3	5.8	10	84.9	7.5	15	95.9	8.7

Akan digunakan Uji Kendall-Tau

Tujuan: Untuk mengetahui apakah antar populasi saling independen atau tidak

Hipotesis:

H_0 : X_i(Math) dan Y_i(Ling) saling independen

H_1 : tidak demikian

Statistik Uji:

Didapatkan hasil:

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d}$$
$$= 0.371$$

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> install.packages("Kendall")
> library(Kendall)
> math <- c(97.2, 80.1, 76.2, 69.8, 72.3, 87.5, 68.4, 71, 78.6, 84.9, 91.7, 93.6,
85.3, 76.8, 95.9)
> ling <- c(7.5, 8.1, 8.2, 6.1, 5.8, 8.4, 7.5, 8, 5.8, 7.5, 8, 8.5, 6.7, 6.6, 8.7
)
> Kendall(math, ling)
tau = 0.371, 2-sided pvalue =0.065203
```

Aturan Keputusan:
Akan dicari nilai ω_p

$$\omega_p = z_p \frac{\sqrt{2(2n+5)}}{3\sqrt{n(n-1)}}$$
$$= -0{,}48696$$

H_0 ditolak jika $\tau < \omega_p$
Didapatkan $\tau = 0.371 > -0{,}48696 = \omega_p$, maka, H_0 tidak ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa kemampuan matematika dan bahasa saling independen

3. Misalkan terdapat klaim bahwa kemampuan matematika seseorang merupakan prediktor yang baik untuk memprediksi kemampuan bahasanya. Untuk membuktikan hal ini, bangunlah persamaan regresi linear dari data 2.
Lakukan uji signifikansi parameter β dengan hipotesis nol $\beta \geq 0.4$!
Akan digunakan Metode Regresi Non Parametrik
Tujuan: Untuk mengetahui bentuk dari persamaan regresi liniar dan menguji apakah parameter $\beta \geq 0.4$ benar atau tidak
Asumsi:
1. Sampelnya merupakan sampel acak. Metode ini valid jika nilai X adalah *nonrandom quantiles* sepanjang Ys indepen dengan distribusi bersyarat yang identik
2. Regresi Y terhadap X adalah linear. Ini mengimplikasikan skala pengukuran interval pada X dan Y
3. Nilai residual $Y - E(Y|X)$ independen terhadap X

Membangun model:
Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> model <- lm(ling~math)
> summary(model)
```

```
Call:
lm(formula = ling ~ math)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.45303 -0.70675  0.06866  0.72772  1.14048

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  3.18322    2.00094   1.591   0.1357
math         0.05178    0.02426   2.135   0.0524 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8837 on 13 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2595, Adjusted R-squared:  0.2026
F-statistic: 4.557 on 1 and 13 DF,  p-value: 0.0524
```

Maka, didapatkan persamaan regresi:

$$\hat{y} = 3.18322 + 0.05178x_{math}$$

Hipotesis:

$$H_0: \beta \geq 0.4$$
$$H_1: \beta < 0.4$$

Statistik Uji:

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> cor(math, ling, method = "spearman")
[1] 0.4919281
```

Aturan Keputusan:

H_0 ditolak jika $\rho < \omega_\alpha$

Didapatkan $\rho = -0.4919281 > \omega_{0,05}$ (berdasarkan **Tabel A10**), maka H_0 tidak ditolak

Kesimpulan:

Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan terdapat cukup alasan untuk mengatakan bahwa kemampuan matematika konsisten dengan kemampuan bahasa

4. Misalkan diketahui data observasi tingkat kerusakan hasil produksi oleh seorang pekerja baru dalam 14 hari berturut-turut sebagai berikut :

$$10.2 \quad 11.0 \quad 9.6 \quad 9.5 \quad 9.7 \quad 9.2 \quad 8.9 \quad 8.7 \quad 8.3 \quad 8.0 \quad 7.0 \quad 8.4 \quad 6.1 \quad 6.7$$

Lakukan pengujian lengkap untuk melihat ada tidaknya tren terkait dengan tingkat kerusakan hasil produksi yang dihasilkan oleh pekerja tersebut

Akan digunakan uji Cox Stuart

Tujuan: Untuk mengetahui apakah terdapat trend atau tidak

Asumsi:

1. Variabel random $X_1, X_2, \dots, X_n$ saling independen
2. Skala pengukuran minimal adalah skala ordinal
3. Salah satu dari X_i terdistribusi secara identik, yaitu variabel random yang terakhir cenderung lebih besar dari variabel acak sebelumnya atau sebaliknya

Hipotesis:

H_0: tidak terdapat kecenderungan

H_1: terdapat kecenderungan

Statistik Uji:

Dengan menggunakan ***software RStudio***, didapatkan:

```
> install.packages("randtests")
> library(randtests)
hasil <- c(10.2, 11.0, 9.6, 9.5, 9.7, 9.2, 8.9, 8.7, 8.3, 8.0, 7.0, 8.4, 6.1, 6.7
)
> cox.stuart.test(hasil)

         Cox Stuart test

data:  hasil
statistic = 0, n = 7, p-value = 0.01563
alternative hypothesis: non randomness
```

Aturan Keputusan:
H_0 ditolak jika $T \leq t_1$ atau $T \geq t_2$ atau $p - value < \alpha$
Didapatkan $p - value = 0.01563$, maka H_0 ditolak
Kesimpulan:
Dengan $\alpha = 0.05$ dapat disimpulkan cukup alasan untuk mengatakan bahwa terdapat kecenderungan (*trend*) hasil produksi oleh seorang pekerja baru