

WS 2018/19 Grundpraktikum II

Teil 3: Optik II

Michelson-Interferometer

David Bertram, David Hasler
Gruppe B02

13. März 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Wellenlängenbestimmung	3
1.1	Einleitung	3
1.2	Aufbau und Durchführung	4
1.3	Auswertung	5
1.3.1	Kalibration des Feinsteinstelltriebs	5
1.3.2	Bestimmung der Wellenlänge	10
1.4	Fazit	15
2	Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft	16
2.1	Einleitung	16
2.2	Aufbau und Durchführung	16
2.3	Auswertung	17
2.4	Fazit	19
3	Anhang	20
3.1	Messreihen zu Abschnitt 2	20

1 Wellenlängenbestimmung

1.1 Einleitung

Ziel dieses Versuchs ist es, eine unbekannte Wellenlänge mit Hilfe eines Michelson-Interferometers über die Änderung des Interferenzmusters zu bestimmen.

Prinzip des Interferometers ist es, einen Wellenzug mit sich selbst interferieren zu lassen, indem ein Lichtstrahl aufgeteilt und später wieder zusammengeführt wird. In der Zwischenzeit durchlaufen die Teilstrahlen unterschiedliche Wegstrecken, sodass ein Gangunterschied entsteht, der zur Interferenz führt. Die Bedingung der Phasendifferenz für Maxima lautet

$$\delta = 2\pi m \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

In der Praxis ist kein streng paralleles Lichtbündel realisierbar, da es je nach Qualität der Lichtquelle unter einem maximalen Öffnungswinkel θ_{max} zur Ausbreitungsrichtung leicht divergiert, wodurch zusätzliche Wegunterschiede entstehen und sich schließlich Interferenzringe ausbilden. Dabei wird ein beliebiger Punkt P aus der Lichtquelle unter dem Winkel θ auf P' und P'' abgebildet. Nähert man die Teilstrahlen als parallel zueinander an, so lässt sich die Phasendifferenz der zwei virtuellen Punkte P' und P'' zueinander zu

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2d \cos \theta \quad (2)$$

bestimmen, wobei zu beachten ist, dass die Strahlen die Strecke zwei Mal durchlaufen. Vergleich mit Gl. (1) ergibt die Bedingung für Maxima in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel θ :

$$2d \cos \theta = m\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Diese Formel lässt sich zur Wellenlängenbestimmung nutzen, da im Zentrum ($\theta = 0$) $2d = m\lambda$ gilt.

Änderung der Spiegelposition d_1 mit zugehörigem Maxima m_1 zu d_2 mit m_2 führt über $2\Delta d = \Delta m\lambda$ zu einer Relation für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{\Delta m} \quad (4)$$

1.2 Aufbau und Durchführung

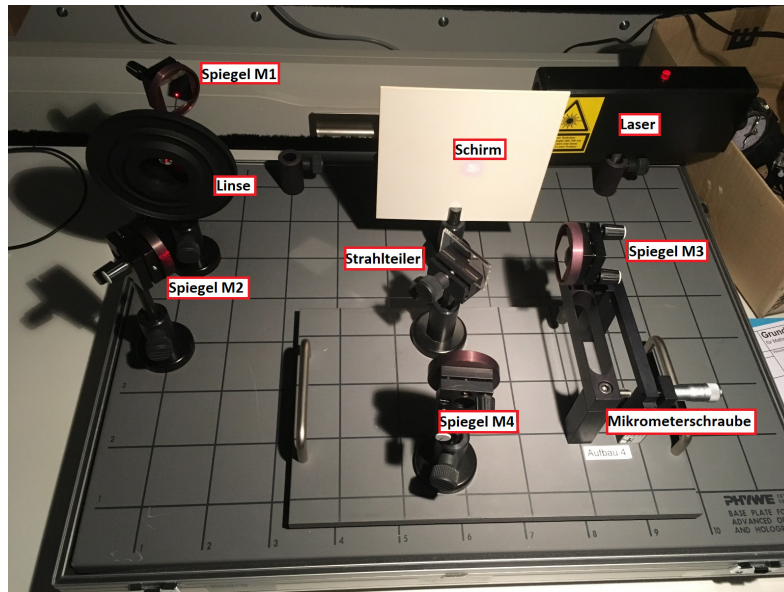


Abbildung 1: Versuchsaufbau Teil 1

Der grundlegende Aufbau ist in der obigen Abbildung gezeigt. Dabei wird der Laser zunächst über zwei Spiegel in das Interferometer geleitet, wo er durch eine dünne planparallele Glasscheibe mittels Transmission und Reflexion geteilt wird, zwei unterschiedliche Wege durchläuft, jeweils mit Hilfe eines weiteren Spiegels um 180° wieder in Richtung des Strahlteilers gelenkt wird, wo er zusammengeführt auf einen Schirm trifft. Einer der Spiegel ist über eine mechanische Vorrichtung mit einer Mikrometerschraube fein verstellbar, sodass hierüber der Gangunterschied und das Auftauchen bzw. Verschwinden von Maxima erzielt wird.

Ist die Vorrichtung entsprechend justiert, sodass Interferenzringe zu erkennen sind, muss vor der Wellenlängenbestimmung der Übersetzungsfaktor k der Skala der Mikrometerschraube s auf die auf die Spiegelposition d ermittelt werden. Dazu wird ein linearer Zusammenhang angenommen:

$$d = ks. \quad (5)$$

Hierzu wird zunächst ein HeNe Laser mit einer bekannten Wellenlänge von $\lambda = 632.8$ nm verwendet.

Konkret wird an der Mikrometerschraube gedreht, sodass sich ein Intensitätsmaximum im Zentrum ausbildet. Die zugehörige Position s der Skala wird notiert. Danach werden 150 Maxima durchfahren und alle 10 Maxima die Stellung dokumentiert.

Ist dies geschehen wird der Laser durch einen grünen Yttrium-Vanadat Laser mit Wellenlänge $\lambda = 532$ nm ersetzt und nach obigem Vorgehen erneut die Messaufzeichnungen getätigt.

1.3 Auswertung

1.3.1 Kalibration des Feinsteinstelltriebs

Zunächst wird die Übersetzungskonstante k , welche die Stellung s der Mikrometerschraube in die Spiegelposition d überführt, ermittelt. Die zu diesem Zweck aufgezeichneten Messdaten der beiden Experimentatoren sind in folgender Tabelle festgehalten.

Ordnung Δm	Stellung s in mm für Exp.1	Stellung s in mm für Exp.2
0	7.49	7.49
10	7.56	7.56
20	7.64	7.62
30	7.72	7.70
40	7.80	7.77
50	7.88	7.84
60	7.96	7.90
70	8.02	7.98
80	8.09	8.05
90	8.15	8.13
100	8.22	8.20
110	8.28	8.27
120	8.35	8.35
130	8.43	8.42
140	8.49	8.48
150	8.57	8.56

Diese Messdaten sind aufgrund der experimentellen Umstände mit Ungenauigkeiten belastet. So ist die Bestimmung Stellung s durch die kleinste Skaleneinheit auf ein Intervall von $10 \mu\text{m}$ begrenzt. Durch die Annahme einer Gleichverteilung des wahren Werts in diesem Intervall ergibt sich die Ungenauigkeit zu

$$\sigma_s = \frac{10}{\sqrt{12}} \mu\text{m}$$

Da das Abzählen der Ordnungen durch die Auflösung auf dem Schirm, der Subjektivität beim Einstellen des Maximums und leichte Erschütterungen des Versuchsaufbaus deutlich erschwert wird, kann diese Größe auch nicht als fehlerfrei angenommen werden.

Auf Basis von Einschätzungen bezüglich der Genauigkeit beim Einstellen des Maximums auf dem Schirm wird die Ordnung auf

$$\sigma_m = \frac{1}{10}$$

genau bestimmt.

Lineare Regression:

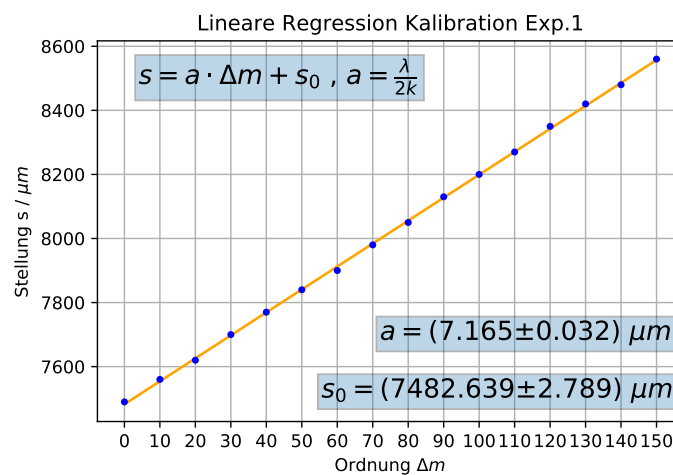
Eine Auftragung der Stellung s bei den Interferenzmaxima sollte nach Gl. (4) & Gl. (5) eine Gerade

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2k} \cdot \Delta m \quad (6)$$

ergeben.

Ob nun Δs oder s aufgetragen wird ist letztlich Ermessenssache, da die Steigung der Geraden die für uns relevanten Information trägt. Es wird die Auftragung von s gewählt, und somit ein Vergleich der abgelesenen Startstellung mit dem Achsenabschnitt s_0 ermöglicht.

Die Auftragung und lineare Regression der Daten von Experimentator 1 sind in den nachfolgenden Abbildungen dokumentiert.



Anmerkung: Fehlerbalken aufgrund ihrer Größe nicht zu erkennen

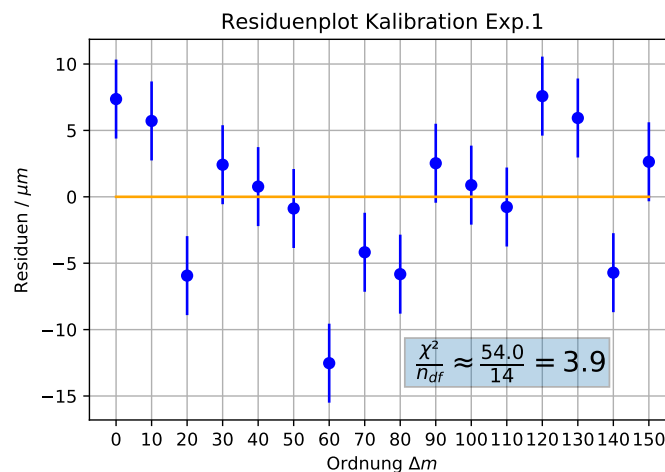
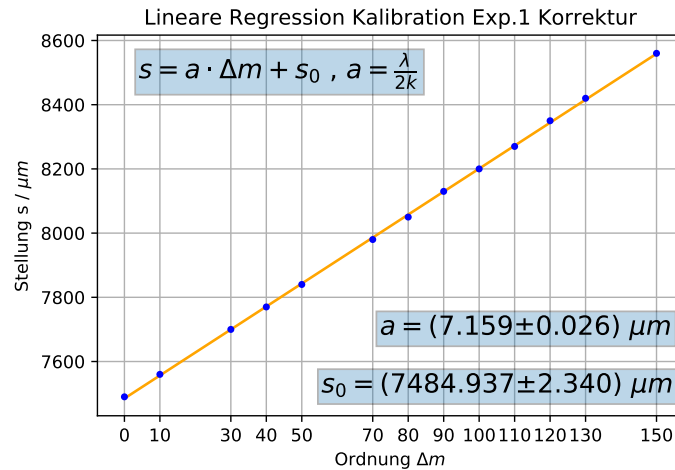


Abbildung 2: Lineare Regression zur Ermittlung der Übersetzungskonstante für Exp. 1

Eine Betrachtung des Residuenplots deckt entstandene Messfehler auf. Die systematischen Verläufe der Residuen deuten auf Abzählfehler hin, die im Nachhinein leider nicht mehr nachvollzogen und korrigiert werden können.

Jedoch sind drei Ausreißer ($\Delta m=20,60,140$) identifizierbar die in einer erneuten Regression nicht mehr berücksichtigt werden:



Anmerkung: Fehlerbalken aufgrund ihrer Größe nicht zu erkennen

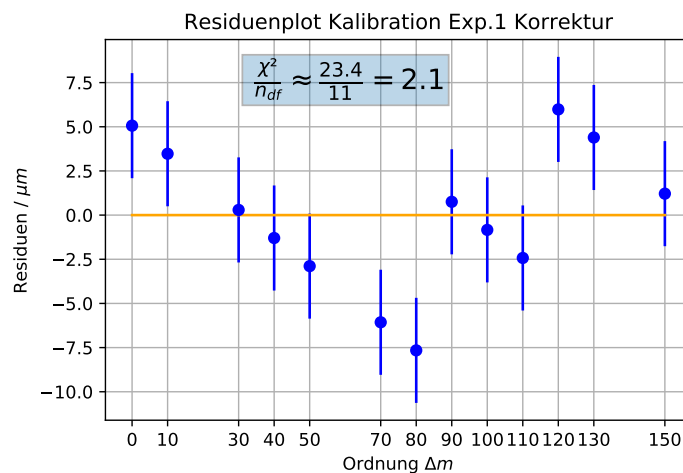


Abbildung 3: Korrektur zur Regression der Übersetzungskonstante

Im Residuenplot ist immernoch eine gewisse Systematik zu erkennen. Diese könnte daher stammen, dass die Skala der Mikrometerschraube mit $10 \mu\text{m}$ noch zu grob ist um die genaue Position zu ermitteln, d.h. dass nicht genau die Skalenstriche, sondern der Bereich zwischen ihnen getroffen wird und eine Rundung der Werte unumgänglich ist. Diese Rundung pflanzt sich dann fort und die linear abfallende Systematik im Residuenplot entsteht, bis der nächste Skalenstrich erreicht wird, es einen Sprung gibt und sich

das ganze wiederholt. Aus diesem Grund liegt der Wert $\chi^2/n_{df} \approx 2.1$ auch etwas über der Erwartung von 1.

Evtl. hätte dieser Effekt vermindert werden können, in dem nicht auf die 10 μm Stelle gerundet wird, sondern eine weitere Stelle durch die Position zwischen den beiden Skalenstrichen mit entsprechendem Fehler abgeschätzt wird.

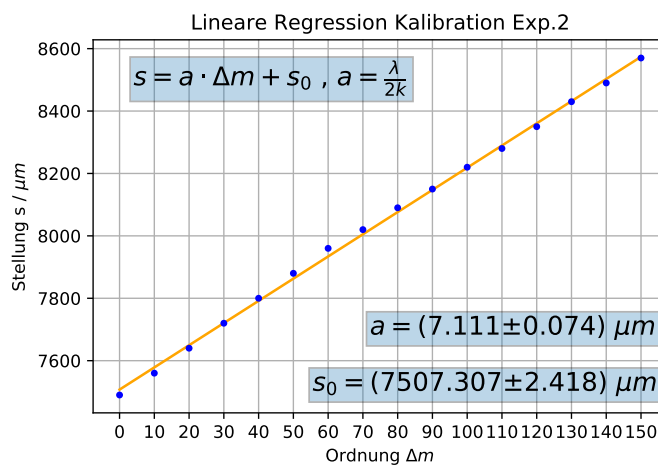
Dies ist im Nachhinein nicht mehr möglich und wir halten für die Steigung

$$\boxed{a_1 = 7.159 \mu m \quad \sigma_{a_1} = 0.026 \mu m}$$

fest.

Der Y-Achsenabschnitt $s_0 = (7.484 \pm 0.002)$ mm deckt sich zwar auf den ersten Blick nicht mit der Messung von $s_0 = 7.49$ mm, aber auch diese Werte sind durch die Rundung auf die Skalengröße von 0.01 mm in Einklang zu bringen.

Für die Messreihe von Experimentator 2 wird ein analoges Vorgehen gewählt:



Anmerkung: Fehlerbalken aufgrund ihrer Größe nicht zu erkennen

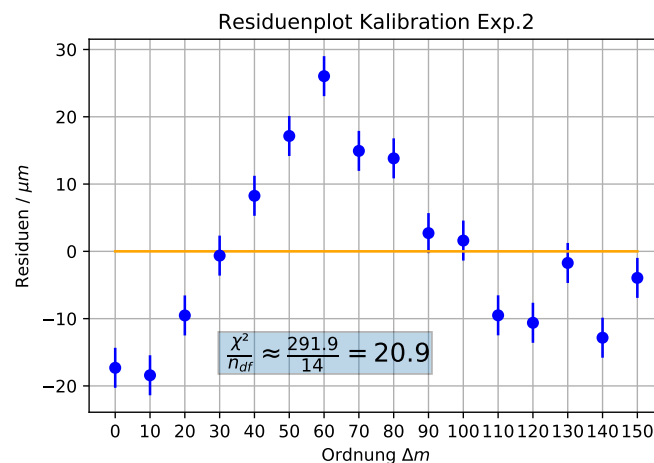


Abbildung 4: Lineare Regression zur Ermittlung der Übersetzungskonstante für Exp. 2

Auch hier offenbart der Residuenplot das bereits erwähnte Problem. Die Rundung auf die kleinste Skaleneinheit sorgt für eine systematische Verschiebung der Messwerte. In diesem Fall könnte der 'Hügel' in den Residuen durch ein Aufrunden bis zum nächsten Skalenstrich und eine Abrunden danach erklärt werden. Hierdurch entsteht der sehr hohe Wert von $\chi^2/n_{df} \approx 20.9 \gg 1$.

Für die Steigung findet man

$$\boxed{a_2 = 7.111 \mu m \quad \sigma_{a_2} = 0.074 \mu m}$$

Für s_0 liegt die Abweichung zu dem gemessenen Wert wieder in der Größenordnung der Messungenauigkeit ($10 \mu m$) und die beiden Werte sind miteinander kompatibel.

Berechnung der Übersetzungskonstanten:

Die beiden gefundenen Steigungen lassen sich gewichtet durch ihre Messungenauigkeiten zu

$$\boxed{\bar{a} = 7.153 \mu m \quad \sigma_{\bar{a}} = 0.025 \mu m}$$

mitteln.

Die Übersetzungskonstante ergibt sich daraus zu

$$k = \frac{\lambda}{2\bar{a}} = 0.0442$$

Die statistische Messungenauigkeit ergibt sich aus der Ungenauigkeit auf die Steigung zu

$$\sigma_{k_{stat}} = \frac{\lambda}{2\bar{a}^2} \cdot \sigma_{\bar{a}} = \frac{k}{\bar{a}} \cdot \sigma_{\bar{a}} = 0.0002$$

Da die Wellenlänge genauer als 0.1 nm bekannt ist, ist der systematische Fehler

$$\sigma_{k_{sys}} = \frac{1}{2\bar{a}} \cdot \sigma_{\lambda} \approx 7 \cdot 10^{-6}$$

gegenüber dem statistischen Fehler zu vernachlässigen und man findet

$$\sigma_k = \sqrt{(\sigma_{k_{stat}})^2 + (\sigma_{k_{sys}})^2} \approx \sigma_{k_{stat}} = 0.0002$$

Wir halten für den Wert der Übersetzungskonstanten der Mikrometerschraube auf die Position des Spiegels

$$\boxed{k = 0.0442 \quad \sigma_k = 0.0002}$$

fest.

1.3.2 Bestimmung der Wellenlänge

Die Messreihen für den grünen Laser wurden von beiden Experimentatoren jeweils zweimal durchgeführt und sind in der nachstehenden Tabelle aufgelistet.

Ordnung Δm	Stellung s in mm für Exp.1.1	Stellung s in mm für Exp.1.2	Stellung s in mm für Exp. 2.1	Stellung s in mm für Exp. 2.2
0	7.49	7.50	7.49	7.50
10	7.54	7.55	7.54	7.55
20	7.59	7.59	7.60	7.60
30	7.64	7.64	7.65	7.65
40	7.69	7.70	7.72	7.71
50	7.75	7.75	7.78	7.77
60	7.80	7.81	7.84	7.82
70	7.86	7.86	7.84	7.82
80	7.91	7.93	7.90	7.88
90	7.97	7.97	7.96	7.93
100	8.03	8.03	8.02	7.99
110	8.10	8.08	8.14	8.11
120	8.16	8.14	8.20	8.18
130	8.22	8.20	8.26	8.24
140	8.28	8.26	8.32	8.29
150	8.34	8.32	8.38	8.35

Methode 1: Mittelung der Steigungen

Zunächst wird ein Vorgehen gewählt, bei dem die einzelnen Messreihen analog zu Abschnitt 1.3.1 ausgewertet werden und anschließend die Ergebnisse gewichtet gemittelt werden.

Die dazugehörigen linearen Regressionen und entsprechenden Residuenplots sind auf der nächsten Seite dokumentiert.

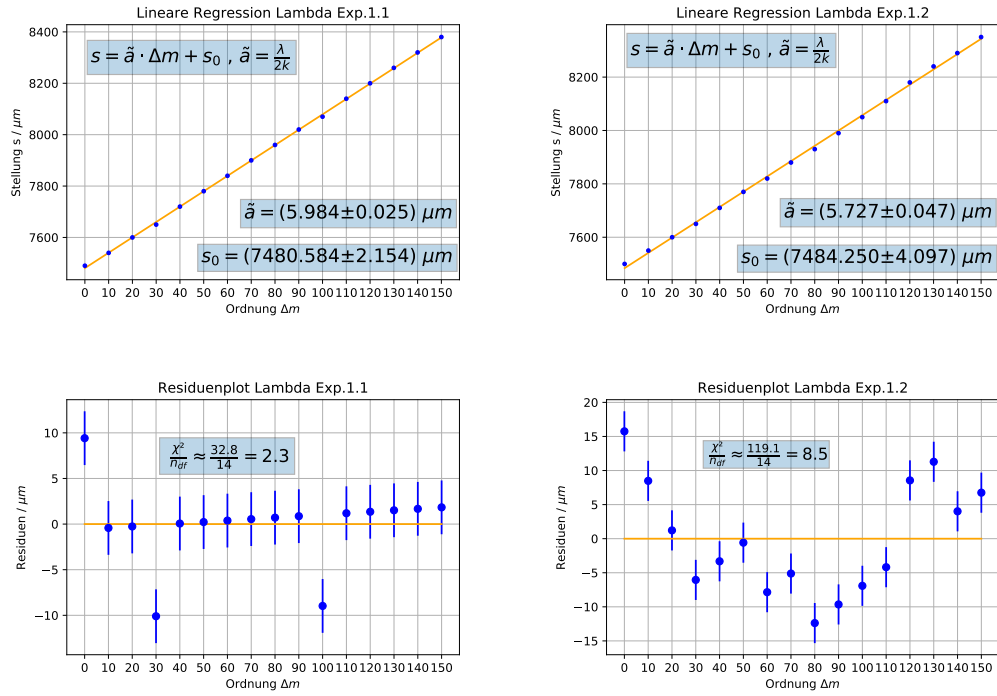


Abbildung 5: Regressionen für Exp.1

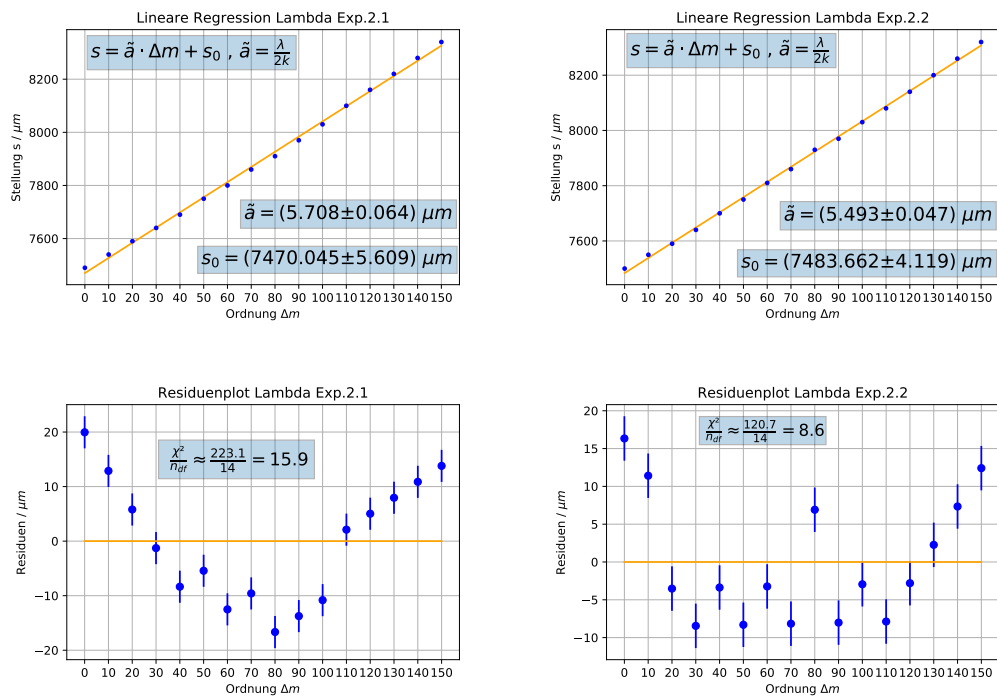


Abbildung 6: Regressionen für Exp.1

Erneut sind die Systematiken durch die grobe Skaleneinheit der Mikrometerschraube ersichtlich und die Werte für χ^2/n_{df} fallen mit 2.3-15.9 entsprechend hoch aus.

Auffällig ist, dass alle Residuenplots bis auf Exp.1.1 ähnliche Systematiken aufweisen. Bei Exp.1.1 liegen die Residuen annähernd bis auf 3 Ausreißer auf einer Geraden.

Auf eine Korrektur dieser Ausreißer wird verzichtet da nicht ganz klar ist, ob sie aus einem möglichen Verzählen oder einer Änderung in der Rundungsroutine beim Ablesen stammen. Diese Auffälligkeit im Vergleich zu den übrigen Messreihen schlägt sich in dem vergleichsweise kleinen Fehler auf die Steigung nieder.

Wir fassen die Werte für die Steigungen zusammen:

a in μm	σ_a in μm
5.984	0.025
5.727	0.047
5.708	0.064
5.493	0.047

Offensichtlich streuen die Werte recht deutlich und sie überlappen sich auch nicht innerhalb ihrer Fehlerintervalle weshalb die durch die Fehler gewichtete Mittelung unter Verwendung des äußeren Fehlers

$$\sigma_{\bar{a}_{out}}^2 = \frac{1}{(n-1) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{a_i}^2}} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{a} - a)^2}{\sigma_{a_i}^2}$$

geschieht. Dies wird getan, da die Werte stärker vom Mittelwert abweichen, als ihre Fehler es zulassen und der innere Fehler

$$\sigma_{\bar{a}_{in}}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{a_i}^2}}$$

somit zu klein werden würde.

Unter Verwendung des äußeren Fehlers erhält man schließlich

$\bar{a} = 5.839 \mu m$	$\sigma_{\bar{a}} = 0.108 \mu m$
-------------------------	----------------------------------

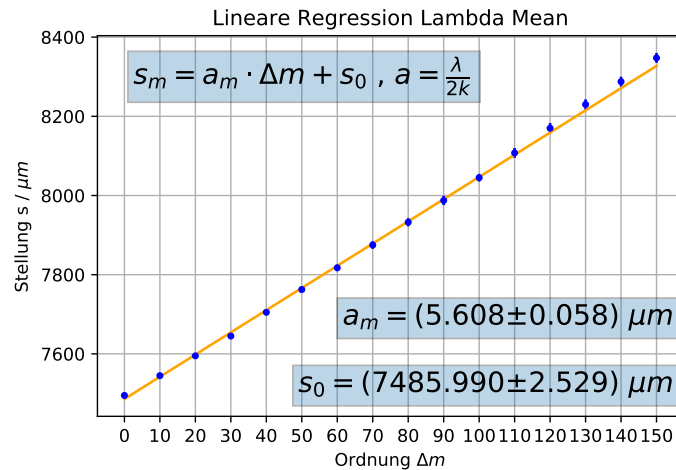
Methode 2: Mittelung der Rohdaten

Nun werden die Rohdaten *bevor* der linearen Regression gemittelt und die jeweiligen Fehler auf die Mittelwerte bestimmt:

Ordnung Δm	Mittelwert in mm \bar{s}	Fehler auf Mittelwert in mm $\sigma_{\bar{s}}$
0	7.495	$0.003 \left(> \frac{10\mu m}{\sqrt{12}} \right)$
10	7.545	0.003
20	7.595	0.003
30	7.645	0.003
40	7.705	0.006
50	7.763	0.008
60	7.818	0.009
70	7.875	0.010
80	7.933	0.010
90	7.988	0.012
100	8.045	0.010
110	8.108	0.013
120	8.170	0.013
130	8.230	0.013
140	8.288	0.013
150	8.348	0.013

Offensichtlich werden die Streuungen und damit die Fehler auf die Mittelwerte mit der Ordnung größer, da bereits genannte Effekte wie Rundungen oder eventuelle Abzählfehler eine große Rolle spielen.

Dieser Umstand ist in dem Residuenplot der linearen Regression unter Berücksichtigung der Mittelwertfehler auf der nächsten Seite zu sehen.



Anmerkung: Fehlerbalken aufgrund ihrer Größe nicht zu erkennen

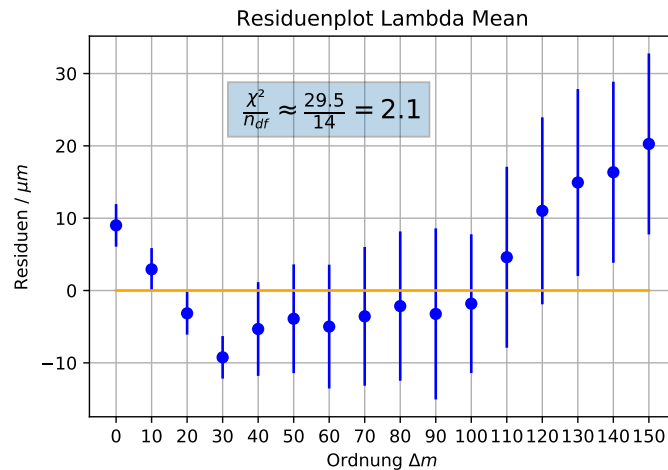


Abbildung 7: Lineare Regression der Mittelwerte

Die Residuen zeigen einen wannenförmigen Verlauf, welcher höchst wahrscheinlich wieder durch die Rundungen auf 0.01 mm entsteht. Dies sorgt auch dafür, dass das χ^2/n_{df} mit 2.1 etwas über der Erwartung von 1 liegt.

Die Steigung lässt sich als

$a_m = 5.608 \mu m$	$\sigma_{a_m} = 0.058 \mu m$
---------------------	------------------------------

ablesen.

Offensichtlich ist dieser Wert kleiner als die Steigung aus Methode 1 und wir werden sehen, dass dies in einer deutlich kleineren Wellenlänge resultiert.

Berechnung der Wellenlänge:

Die Wellenlänge des grünen Lasers ergibt sich aus der Steigung der linearen Regression a und der Übersetzungskonstanten k nach Gl. (6) zu

$$\lambda = 2 a k = \begin{cases} 516.617 \text{ nm} & \text{für Methode 1} \\ 496.114 \text{ nm} & \text{für Methode 2} \end{cases}$$

Die statistischen Fehler ergeben sich aus den jeweiligen Fehlern $\sigma_{\bar{a}}$ und σ_{a_m} der Steigungen zu

$$\sigma_{\lambda_{stat}} = 2 k \sigma_{\bar{a}} / \sigma_{a_m} = \begin{cases} 9.585 \text{ nm} & \text{für Methode 1} \\ 5.154 \text{ nm} & \text{für Methode 2} \end{cases}$$

Die systematischen Fehler stammen aus dem ermittelten Fehler der Übersetzungskonstante:

$$\sigma_{\lambda_{sys}} = 2 \bar{a} / a_m \sigma_k = \begin{cases} 1.808 \text{ nm} & \text{für Methode 1} \\ 1.737 \text{ nm} & \text{für Methode 2} \end{cases}$$

1.4 Fazit

Die Wellenlängen wurden über zwei verschiedenen Methoden bestimmt:

	λ	$\sigma_{\lambda_{stat}}$	$\sigma_{\lambda_{sys}}$	$\sigma_{\lambda_{ges}}$	Abweichung zu 532 nm
Methode 1	516.617 nm	9.585 nm	1.808 nm	9.754 nm	1.6 σ_{ges}
Methode 2	496.114 nm	5.154 nm	1.737 nm	5.439 nm	6.5 σ_{ges}

Da der Aufbau sehr empfindlich ist, und bereits kleine Erschütterungen und zu grobe Skaleneinheiten zu größeren Fehlern führen, wird die Messungenauigkeiten entsprechend groß. Dies spiegelt sich beim Vergleich der Werte zu der Herstellerangabe des grünen Lasers von $\lambda = 532 \text{ nm}$ wieder. Hierbei sorgen allerdings die großen Messunsicherheiten dafür, dass die bestimmten Werte nicht allzu viele Sigma-Intervalle entfernt liegen.

Beim Vergleich der beiden Methoden ist Methode 1 der einzelnen Auswertung und anschließenden Mittelung gegenüber Methode 2 der Mittelung und anschließenden Auswertung vorzuziehen, da sie zwar eine etwas größere Messungenauigkeit hat, dafür aber deutlich näher an der Herstellerangabe liegt.

Ein Grund für das schlechte Abschneiden von Methode 2 liegt darin, dass eine Mittelung der Fehler nur dann sinnvoll ist wenn die Daten auch wirklich miteinander kompatibel sind.

2 Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft

2.1 Einleitung

Im zweiten Versuchsteil soll die Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft untersucht werden. Dazu reduziert man den Innendruck einer hohlen Glasparzelle mit der Länge L , die in einem der Teilstrahlen des Interferometers eingesetzt wird. Als theoretische Grundlage soll eine Taylorentwicklung um den Punkt $P = 0$ dienen, wobei, unter der Annahme, dass $(\Delta n / \Delta P)^2$ für Gase vernachlässigbar klein ist, nach der ersten Ordnung abgebrochen wird:

$$n(P) = n(P = 0) + \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P. \quad (7)$$

Da der optische Weg durch $d = sn$ gegeben ist, ergibt sich folgender Zusammenhang für den Brechungsindex:

$$\Delta d = 2L\Delta n, \quad (8)$$

da auch die Glasparzelle zwei Mal durchlaufen wird. Unter Kombination mit Gl. (4) und Division durch ΔP , bekommt man eine Gleichung für die Druckänderung des Brechungsindex:

$$\frac{\Delta n}{\Delta P} = \frac{\Delta m}{\Delta P} \cdot \frac{\lambda}{2L}. \quad (9)$$

2.2 Aufbau und Durchführung

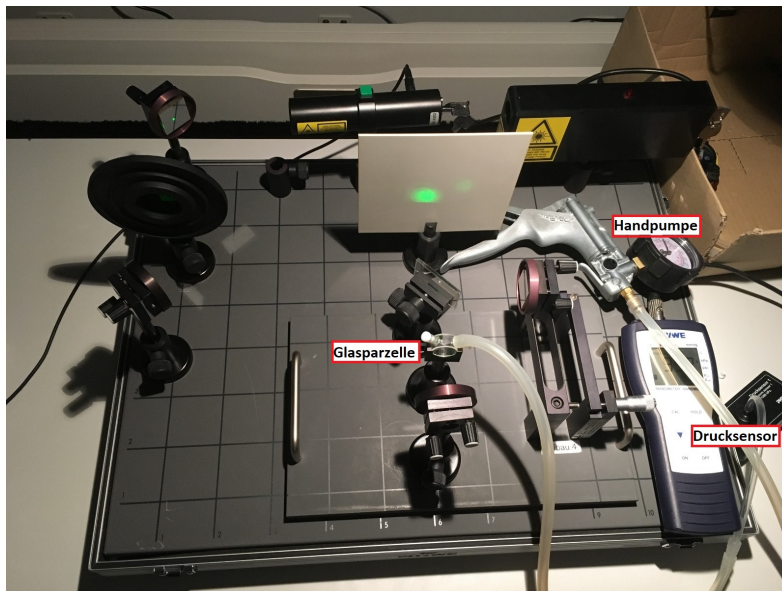


Abbildung 8: Versuchsaufbau Teil 2

Der Grundaufbau bleibt identisch. Es wird lediglich die Glasparzelle der Länge $L=10$ mm in einen der Teilstrahlen gesetzt und über Verbindungsschläuche, samt T-Stück, mit einem digitalen Drucksensor und einer Handpumpe verbunden.

Es wird ein Maxima im Zentrum mit der Mikrometerschraube eingestellt und danach mit der Handpumpe der Druck solange erniedrigt, bis ein neues Maximum im Zentrum entstanden ist. Der Druck in der Glasparzelle ist auf dem Drucksensor angegeben. Dies wird bis auf einen Druck von ca. 300mbar fortgeführt und der gesamte Messvorgang mehrere Male wiederholt. Die Druckabhängigkeit ergibt sich über Gl. (7) und Gl. (8).

2.3 Auswertung

Die Messungen des Drucks für die verschiedenen Ordnungen der Maxima werden jeweils gemittelt und aus der Streuung der Werte der Fehler auf die Mittelwerte berechnet:

Δm	Mittelwert \bar{P} in hPa	Fehler auf Mittelwert $\sigma_{\bar{P}}$ in hPa
0	991.533	0.133
1	887.867	3.154
2	795.600	2.203
3	700.867	2.777
4	601.400	3.273
5	503.333	2.271
6	404.800	2.988
7	306.600	3.290

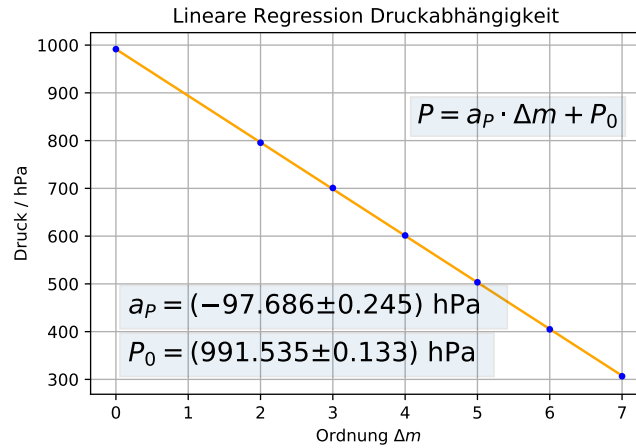
Anmerkung: Rohdaten im Anhang

Eine Auftragung des Drucks gegen die entsprechende Ordnung sollte nach Gl.(9) eine Gerade

$$\Delta P = \frac{\Delta P}{\Delta n} \cdot \frac{\lambda}{2L} \cdot \Delta m \quad (10)$$

ergeben.

Erneut wird auf eine Auftragung von ΔP verzichtet und nur \bar{P} aufgetragen, da uns nur die Steigung der Geraden interessiert. Die aufgetragenen Daten werden mittels einer linearen Regression ausgewertet. Diese ist auf der nächsten Seite zu sehen.



Anmerkung: Fehlerbalken aufgrund ihrer Größe nicht zu erkennen

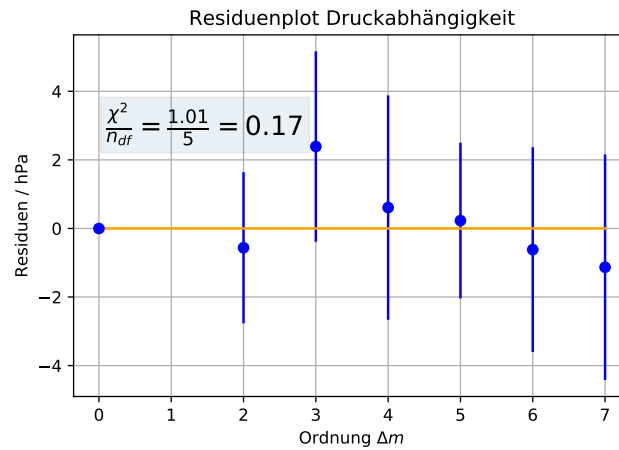


Abbildung 9: Lineare Regression der Druckmittelwerte

Der Messwert für $\Delta m = 2$ wies eine dermaßen große Diskrepanz gegenüber den üblichen Messwerten auf, dass er für die Regression nicht berücksichtigt werden konnte.

Ein Blick auf die Residuen lässt die Dichtigkeit des Systems erkennen, diese nimmt mit zunehmendem Unterdruck ab, sodass der vom Drucksensor angezeigt Wert immer schneller absinkt. Dies wirkt sich natürlich auf den Zusammenhang zwischen Zeitpunkt des Ablesens und Druck aus und ist somit im Residuenverlauf durch eine leichte Wölbung zu erkennen.

Trotzdem ist das χ^2/n_{df} mit 0.17 deutlich kleiner als 1. Dies liegt daran, dass die Streuung der Messwerte und somit ihr Fehler entsprechend groß ist. Die große Streuung der Messwerte ist dem Umstand geschuldet, dass der Zeitpunkt des Ablesens nicht klar definiert ist sondern viel mehr durch die subjektive Wahrnehmung des Experimentators beim einstellen des Interferenzmaximums beeinflusst wird. Die Steigung der Geraden ist:

$$\left[a_P = -97.686 \text{ hPa} \quad \sigma_{a_P} = 0.245 \text{ hPa} \right]$$

Bestimmung der Druckabhängigkeit:

Aus der gefunden Steigung lässt sich die Änderung des Brechungsindex bei Druckänderung zu

$$\frac{\Delta n}{\Delta P} = \frac{\lambda}{2 L a_P} = \begin{cases} 2.723 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} & \text{für } \lambda_{th} = 532 \text{ nm} \\ 2.644 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} & \text{für } \lambda_{ex} = 516 \text{ nm} \end{cases}$$

bestimmen.

Hierbei wurde aufgrund der recht großen Abweichung der experimentell bestimmten Wellenlänge auch ein Wert für die Herstellerangabe der Wellenlänge berechnet.

Der statistische Fehler ergibt sich aus Fortpflanzung des Fehlers σ_{a_P} zu

$$\sigma_{\frac{\Delta n}{\Delta P} stat} = \frac{\lambda}{2 L a_P^2} \cdot \sigma_{a_P} = \begin{cases} 0.007 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} & \text{für } \lambda_{th} = 532 \text{ nm} \\ 0.006 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} & \text{für } \lambda_{ex} = 516 \text{ nm} \end{cases}$$

Die Systematischen Messungenauigkeiten stammen aus den Messungenauigkeiten der Wellenlänge, dazu wird einerseits die Unsicherheit der Herstellerangabe von 0.1 nm und andererseits die ermittelte Ungenauigkeit aus Abschnitt 1 verwendet:

$$\sigma_{\frac{\Delta n}{\Delta P} stat} = \frac{1}{2 L a_P} \cdot \sigma_{\lambda} = \begin{cases} 0.001 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} & \text{für } \lambda_{th} = 532 \text{ nm} \\ 0.049 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} & \text{für } \lambda_{ex} = 516 \text{ nm} \end{cases}$$

2.4 Fazit

Das Ergebnis lässt sich zu dieses Versuchteils ist in der nachstehenden Tabelle aufgelistet.

	$\frac{\Delta n}{\Delta P}$ in $\frac{10^{-7}}{\text{hPa}}$	σ_{stat} in $\frac{10^{-7}}{\text{hPa}}$	σ_{sys} in $\frac{10^{-7}}{\text{hPa}}$	σ_{ges} in $\frac{10^{-7}}{\text{hPa}}$	Abweichung zu 2.655 $\frac{10^{-7}}{\text{hPa}}$
mit λ_{th}	2.723	0.007	0.001	0.007	9.7 σ_{ges}
mit λ_{ex}	2.644	0.006	0.049	0.049	0.2 σ_{ges}

Das gefundene Ergebnis mit der experimentell bestimmten Wellenlänge ist also sehr gut mit dem Literaturwert von 2.655 $\frac{10^{-7}}{\text{hPa}}$ verträglich und wir geben abschließend die gefundene lineare Näherung der Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft an:

$$n(P) = 1 + 2.723 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{hPa}} \cdot P$$

3 Anhang

3.1 Messreihen zu Abschnitt 2

$\Delta m \downarrow$ / Messung \Rightarrow	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	992	992	992	992	992	992	991	991	991	991	992	992	991	991	991
1	896	919	890	878	876	889	873	896	881	894	896	880	877	896	877
2	805	813	792	789	795	790	786	802	799	788	792	805	790	804	784
3	705	723	689	702	696	693	692	706	711	717	691	704	690	706	688
4	612	626	597	591	592	583	584	613	621	596	597	607	594	602	606
5	507	518	505	493	497	509	488	511	516	501	489	503	504	506	503
6	410	417	382	412	404	394	397	414	422	409	401	407	383	411	409
7	311	334	286	291	300	299	297	319	317	321	313	309	297	302	303