

Protokoll Michelson-Interferometer

Physikalisches Grundpraktikum 2

Gruppe B2

Máté Farkas, Maria Spethmann

14. März 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Physikalische Grundlagen	3
3	Kalibrierung des Feinsteinstelltriebs	3
3.1	Versuchsaufbau	3
3.2	Versuchsdurchführung	4
3.3	Versuchsauswertung	5
4	Bestimmung der Wellenlänge	5
4.1	Versuchsaufbau und Durchführung	5
4.2	Versuchsauswertung	5
5	Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft	9
5.1	Versuchsaufbau und Durchführung	9
5.2	Auswertung	9
6	Anhang	13
6.1	Kalibrierung - erste Messreihe	14
6.2	Kalibrierung - zweite Messreihe	15

1 Einleitung

Bei diesem Versuch vermessen wir mithilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge eines unbekannten Lasers. Anschließend bestimmen wir die Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft.

2 Physikalische Grundlagen

Bei einem Michelson-Interferometer interferiert Licht durch Amplitudenaufspaltung mit sich selbst und erzeugt ein Interferenzmuster, das Rückschlüsse über beispielsweise Wellenlänge oder Lichtgeschwindigkeiten gibt. Voraussetzung für Interferenz ist die Nutzung von kohärentem Licht, also Wellenfronten, die eine örtlich und zeitlich feste Phasenbeziehung zueinander haben. Laserstrahlen erfüllen diese Bedingung.

Bei einem Michelson-Interferometer werden Laserstrahlen der Wellenlänge λ zunächst an einem Strahlenteiler getrennt und auf verschiedene Bahnen geleitet. Die beiden Teilstrahlen werden nach unterschiedlichen Strecken jeweils gespiegelt und am selben Strahlenteiler wieder zusammengeführt. Die Strahlen überlagern sich nach dem Superpositionsprinzip, und weil sie unterschiedliche optische Wege mit Differenz $2d$ zurückgelegt haben, bildet sich ein Interferenzmuster. Abhängig vom Öffnungswinkel θ des Laserstrahls ergeben sich ringförmige Maxima, die sogenannten Interferenzringe:

$$2d \cos(\theta) = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

In diesem Versuch betrachten wir für unsere Berechnungen nur das Hauptmaximum ($\theta = 0$), sodass gilt

$$2d = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Die optische Weglänge einer Strecke l errechnet sich durch

$$d = n \cdot l \quad (3)$$

wobei der Brechungsindex $n = \frac{c}{v}$ das Verhältnis zwischen Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c und im Medium v angibt. Der Brechungsindex ist druckabhängig und lässt sich in Luft bei einer Taylorentwicklung um $P = 0$ in linearer Ordnung annähern durch

$$n_{\text{Luft}}(P) = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P \quad (4)$$

mit entsprechendem Koeffizienten $\frac{\Delta n}{\Delta P}$, der in diesem Versuch bestimmt werden soll.

3 Kalibrierung des Feinsteinstelltriebs

3.1 Versuchsaufbau

Das in diesem Versuch verwendete Michelson-Interferometer besteht im Grundaufbau aus einem Laser, vier Spiegeln, einer Linse mit Brennweite +20mm, einem Strahlenteiler und einem Schirm. Die Elemente sind wie in Abb. 1 mit Magnetfüßen auf einer magnetischen Basisplatte angeordnet. Das Laserlicht wird über einen Spiegel (M1) durch eine Linse (L) gelenkt, die den Öffnungswinkel vergrößert, um mehrere Interferenzringe sichtbar zu machen. Anschließend fällt der Lichtstrahl über einen weiteren Spiegel (M2) auf einen Strahlenteiler (ST). Dieser teilt den Strahl auf zwei senkrecht zueinander stehende Wege auf, an deren Ende je ein Spiegel (M3,M4) steht. Einer der Spiegel (M3) ist an einem

Feinsteinstelltrieb mit Mikrometerschraube befestigt und lässt sich somit manuell parallel zur Einfallsrichtung des Lichtes verschieben. Die Lichtstrahlen werden zurück zum Strahlenteiler reflektiert, wo jeweils ein Teil zurück zum Laser und eine anderer Teil auf dem Schirm (S) gelenkt wird. Am Schirm bildet sich ein Interferenzmuster gemäß Gl. (1). Die Bauteile haben die richtige Position und Ausrichtung, wenn sich die Teilstrahlen ohne Hinzunahme der Linse genau am gleichen Ort auf dem Schirm und an der Austrittsöffnung des Lasergeräts treffen. Zur genaueren Einstellung des Strahlengangs befinden sich Feinjustierschrauben an den Spiegeln.

In diesem ersten Versuch wird ein roter HeNe-Laser mit bekannter Wellenlänge von $\lambda = 632.8nm$ verwendet.

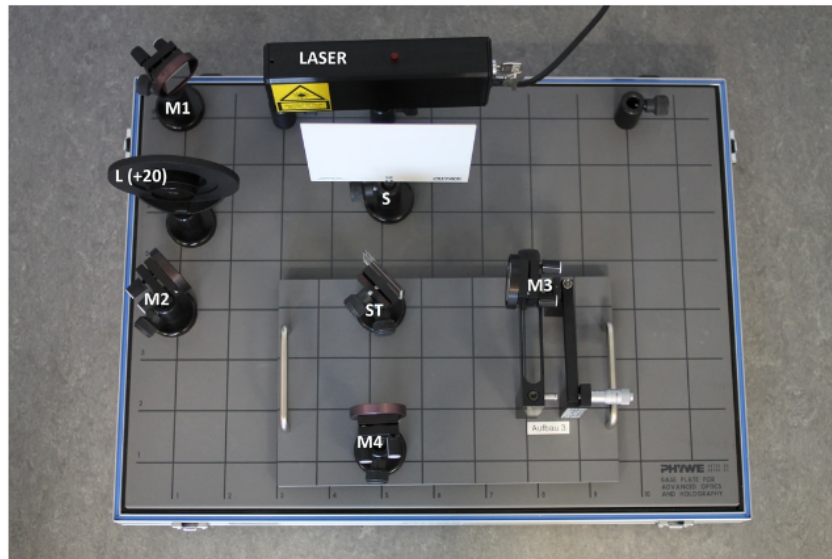


Abbildung 1: Versuchsaufbau (Quelle: Praktikumsskript)

3.2 Versuchsdurchführung

Mit dem Feinsteinstelltrieb an Spiegel M3 kann die optische Weglänge des zugehörigen Strahlengangs variiert werden, sodass sich das Interferenzmuster am Schirm verändert: Pro Verschiebung des Spiegels um eine halbe Wellenlänge entsteht ein neuer Interferenzring im Zentrum des Musters, das bei weiterer Verschiebung nach außen wandert. Bei umgekehrter Drehrichtung der Mikrometerschraube verschwinden die Interferenzringe im Zentrum. Wir nehmen den Zusammenhang zwischen der optischen Weglänge d und dem Skalenwert s der Mikrometerschraube als linear an und bestimmen in diesem Versuch den Proportionalitätsfaktor k :

$$\Delta d = k \cdot \Delta s \quad (5)$$

Zu diesem Zweck zählen wir die Anzahl an verschwindenden Interferenzringen Δm in Abhängigkeit der Position der Mikrometerschraube s . Wir beginnen bei einem Intensitätsmaximum im Interferenzzentrum bei $s = 7.00mm$, und zählen durch Drehen der Mikrometerschraube 300 Ringe ab, wobei alle 10 Ringe der dazugehörige Skalenwert der Mikrometerschraube s notiert wird. Es werden zwei solcher Messreihen aufgenommen. Die Mikrometerschraube hat eine minimale Skalenbreite von $10\mu m$.

Der Versuch wurde mit dem Gerät mit Nummer 2 durchgeführt.

3.3 Versuchsauswertung

Unsere Rohdaten sind in Tabelle 4 (im Anhang) gelistet. Gl. (5) und Gl. (2) ergeben den Zusammenhang

$$\Delta m = \frac{2k}{\lambda} \Delta s, \quad (6)$$

sodass wir k mit einer linearen Regression bestimmen können. Wir tragen s gegen Δm auf und schätzen unsere Unsicherheiten folgendermaßen ab:

$$\sigma_{\Delta m} = 0.1 \quad (7)$$

$$\sigma_s = \frac{10\mu m}{\sqrt{12}} \quad (8)$$

Wir nehmen eine Unsicherheit auf Δm an, weil sich das Interferenzmaximum durch die Dicke der Ringe nicht immer gleich einstellen ließ. Der Fehler auf s ergibt sich durch den Skalenfehler der minimalen Skalenbreite von $10\mu m$. Dieser wurde für vier Teilintervalle der Messreihe durchgeführt, Tab. 1 fasst die Ergebnisse jedes solchen Bereichs zusammen:

Bereich in mm	k_1	k_2
7-7.55	$0.04823 \pm 3.359 \cdot 10^{-4}$	$0.04876 \pm 3.418 \cdot 10^{-4}$
7.55-8.04	$0.05072 \pm 3.705 \cdot 10^{-4}$	$0.04746 \pm 3.254 \cdot 10^{-4}$
8.04-8.53	$0.04789 \pm 4.056 \cdot 10^{-4}$	$0.04894 \pm 4.233 \cdot 10^{-4}$
8.53-9.00	$0.04832 \pm 3.371 \cdot 10^{-4}$	$0.04671 \pm 3.155 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 1: Ergebnis der Kalibration in unterschiedlichen Bereichen

4 Bestimmung der Wellenlänge

4.1 Versuchsaufbau und Durchführung

In diesem Versuch soll die Wellenlänge eines grünen Lasers mithilfe der eben bestimmten Kalibrierungskonstante k des Feinstenstelltriebs bestimmt werden. Dazu wird das Lasergerät des roten Lasers gegen das des grünen Lasers ausgetauscht. Sowohl der Versuchsaufbau als auch die Durchführung sind identisch zum vorherigen Versuch. Es werden 360 Maxima im kalibrierten Bereich der Mikrometerschraube $s \in [7.00mm, 9.00mm]$ durchlaufen. Weitere Messreihen wurden nicht in die Auswertung mit aufgenommen, weil die Messreihen entweder zu kurz sind oder sich der Experimentator bei der Abzählung sehr unsicher war und deswegen zu viele Messfehler erwartet werden.

4.2 Versuchsauswertung

Als Erstes führen wir eine lineare Regression im gesamten Messintervall durch, um einen Eindruck über die Qualität der Daten zu erhalten. Die Ergebnisse dieses Vorgehens werden wir später verfeinern, da wir in diesem Fall z.B. die Nichtlinearität von Gl. 5 und Messfehler nicht beachten. Unsere Rohdaten sind in Tab 5 und graphisch (mit der Regression) in Abb. 2 zusammengefasst.

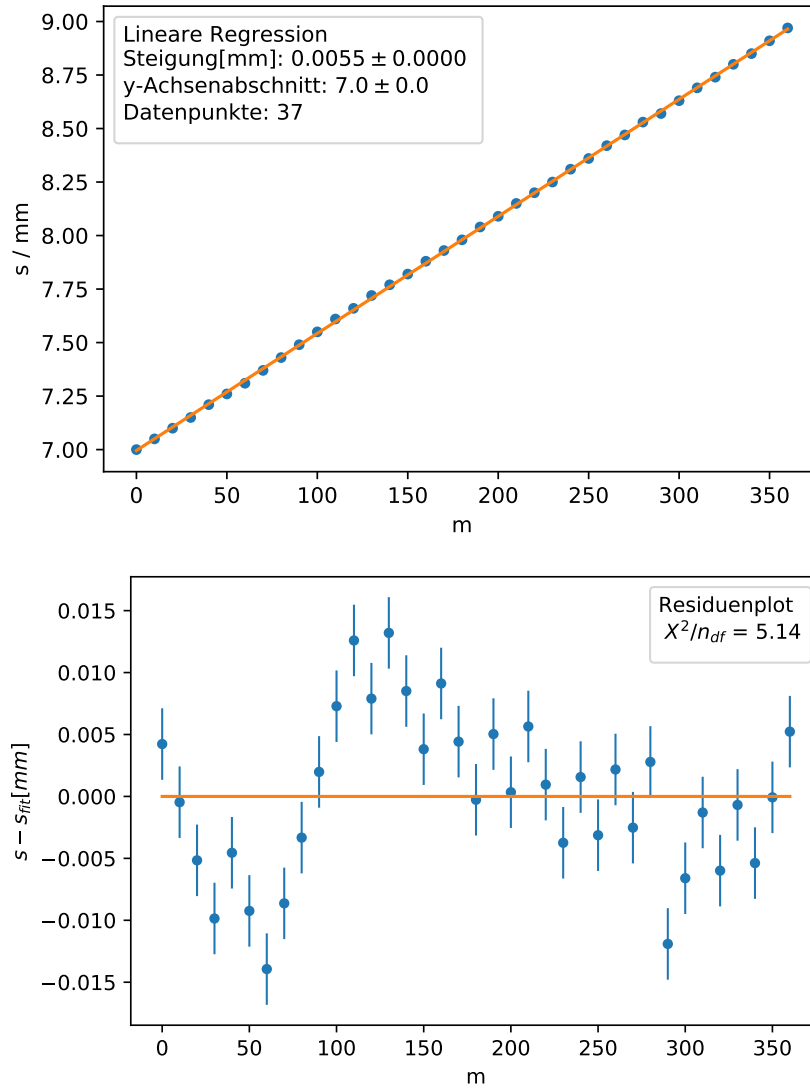


Abbildung 2: Ergebnisse der provisorischen linearen Regression

Das Ergebnis der Regression beträgt

$$s = (5.4694 \cdot 10^{-3} \pm 4.5240 \cdot 10^{-6}) \text{mm} \cdot m + (6.9958 \pm 9.4680 \cdot 10^{-4}) \text{mm}$$

sodass wir erhalten über

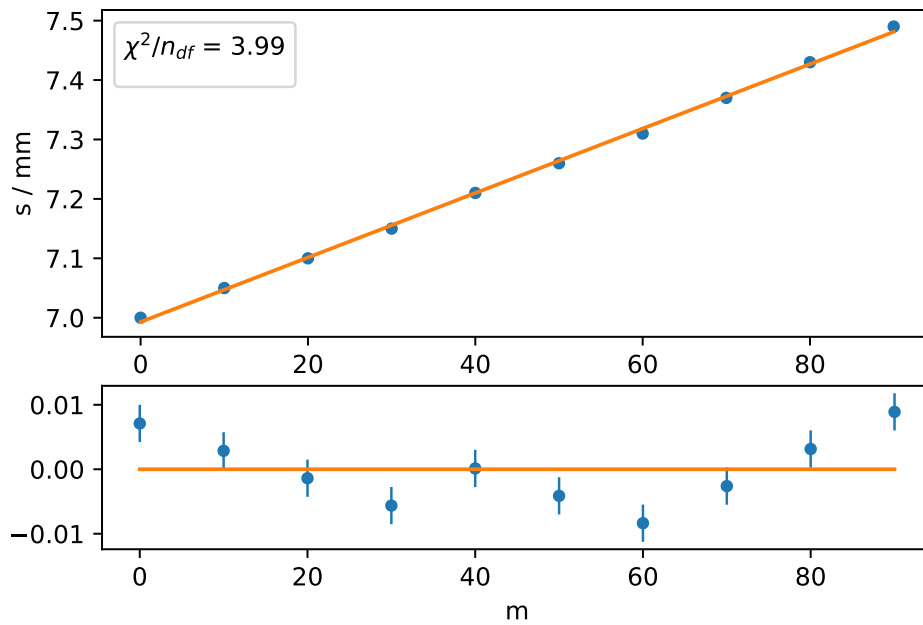
$$\lambda = 2a \cdot k \quad (9)$$

eine vorläufige Wellenlänge von $\lambda = (523.47 \pm 3.2315 \cdot 10^{-3}) \text{nm}$.

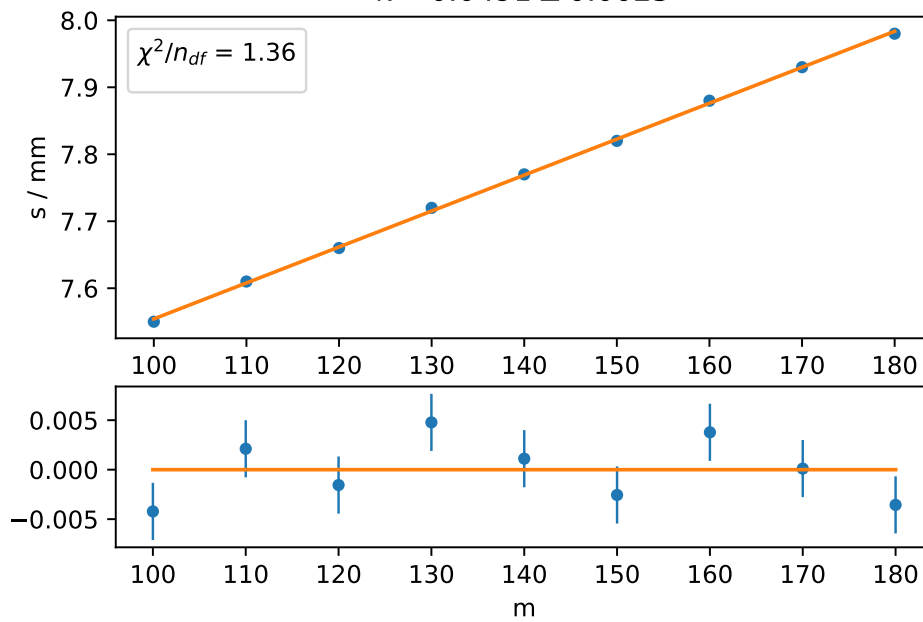
Im Residuumplot erkennt man starke systematische Abweichungen, die wir jetzt ausdrücken möchten. Diese lassen sich unter Anderem auf Folgendes zurückzuführen: entweder hat der Experimentator sich beim Ringe zählen verzählt, oder das Interferenzbild wurde durch eine größere Störung verstellt, oder der Zusammenhang zwischen der Verschiebung der Spiegel und der Drehung der Schraube ist nichtlinear.

Um die Wellenlänge λ genauer abschätzen zu können, teilen wir die Messreihe in die gleichen vier äquidistante Intervalle auf, die wir bereits bei der Kalibrierung des Feinstenstelltriebs verwendet haben. Wir gehen davon aus, dass in jedem solchen Bereich die Gleichung 5 gilt. Da zwei Messreihen für die Kalibrierung aufgenommen wurden, wird k gemittelt, und die empirische Standardabweichung der Werte als σ_k genommen. Die dazugehörigen Graphen und Tabellen sind im Anhang zu finden. Ganz analog zum vorherigem Verfahren werden wir die Daten aus, die in der Abbildung 3 zusammengefasst sind:

Steigung: $(5.4245 \pm 0.0323)\mu\text{m}$
y-Achsenabschnitt: $(6.9929 \pm 0.0017)\text{mm}$
 $k = 0.0484 \pm 0.0003$



Steigung: $(5.3668 \pm 0.0379)\mu\text{m}$
y-Achsenabschnitt: $(7.0175 \pm 0.0054)\text{mm}$
 $k = 0.0491 \pm 0.0023$



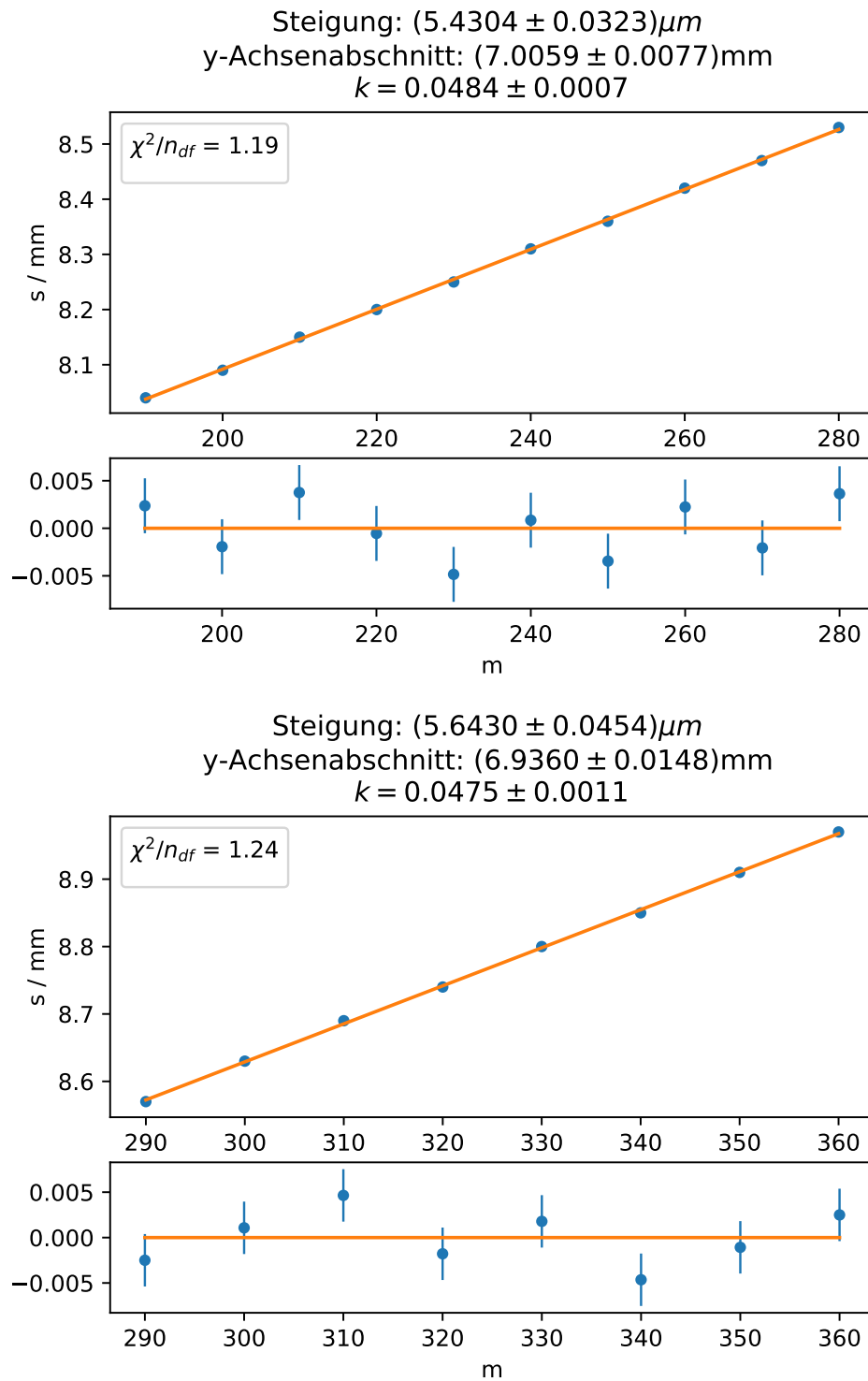


Abbildung 3: Auswertung der Intervalle zur Bestimmung der Wellenlänge

In tabellarischer Form erhalten wir:

Intervall für s in mm	Intervall für m	k	a
7-7.55	0-90	0.0484 ± 0.0003	$(5.424 \pm 0.0323)\mu m$
7.55-8.04	100-180	0.0491 ± 0.0023	$(5.366 \pm 0.0379)\mu m$
8.04-8.53	190-280	0.0484 ± 0.0007	$(5.430 \pm 0.0323)\mu m$
8.53-9.00	290-360	0.0475 ± 0.0011	$(5.642 \pm 0.0454)\mu m$

Aus den erhaltenen Parametern a lässt sich die Wellenlänge über Gl. 9 bestimmen zu:

Bereich in mm	λ
7-7.55	$(525.6 \pm 3.1(stat) \pm 3.3(sys))nm$
7.55-8.04	$(526.9 \pm 3.7(stat) \pm 24.8(sys))nm$
8.04-8.53	$(525.8 \pm 3.1(stat) \pm 8.1(sys))nm$
8.53-9.00	$(536.2 \pm 4.3(stat) \pm 12.9(sys))nm$

Hier stammt einmal der statistische Fehler auf λ aus der Unsicherheit σ_a , die sich nach Gauß nach $\sigma_\lambda = 2k \cdot \sigma_a$ fortpflanzen lässt. Die systematische Unsicherheit wurde analog über σ_k bestimmt, also $\sigma_\lambda = 2a \cdot \sigma_k$.

Die Wellenlängen pro Intervall stimmen innerhalb ihrer Fehler überein. Allerdings erkennt man eine wannenförmige Systematik im Residuenplot des ersten Intervalls, das auch eine großes χ^2/n_{df} von 3.99 aufweist. Bei den restlichen drei Intervallen liegen die χ^2/n_{df} -Werte dagegen im Bereich von 1.19 bis 1.36. Wir rechnen deshalb das gewichtete Mittel der Wellenlängen der drei letzten Intervalle und erhalten:

$$\lambda = (528.7 \pm 7.0)nm \quad (10)$$

Das Ergebnis liegt somit im 1σ -Intervall der Herstellerangabe von $\lambda=532nm$.

5 Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft

5.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Als nächstes wird die Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft untersucht. Dazu wird in den Strahlengang zwischen Strahlteiler und Spiegel M4 eine Glasparzelle (hohler Glaszylinder) der Länge $L = 10mm$ befestigt. Die Glasparzelle ist über zwei Schläuche an einem digitalen Druckmessgerät und an einer Handpumpe angeschlossen. Über die Handpumpe kann der Druck in der Parzelle verringert werden, wobei der konkrete Wert des Luftdrucks am Messgerät auf 1hPa genau ausgelesen werden kann. Zunächst wird bei Normaldruck, in unserem Fall 995hPa, durch Drehen der Mikrometerschraube ein Interferenzbild erzeugt mit einem Maximum im Zentrum. Nun wird langsam der Druck in der Glasparzelle erniedrigt und bei jeder Entstehung eines neuen Interferenzrings im Zentrum der Druck notiert. Wir beenden einen Messvorgang, wenn wir einen Druck von ca. 300hPa erreichen. Insgesamt wurden 7 Messreihen aufgenommen.

5.2 Auswertung

Die Rohdaten der 7 Messreihen sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Δm	Druck P der Messreihen (MR) in hPa						
	MR 0	MR 1	MR 2	MR 3	MR 4	MR 5	MR 6
0	992	994	994	994	994	994	994
1	855	874	888	903	910	907	885
2	779	762	796	811	816	811	798
3	680	677	709	704	724	726	704
4	582	588	596	608	620	627	598
5	490	469	522	508	532	523	502
6	387	381	433	414	435	430	386
7	303	290	310	327	317	325	323
8				217		218	

Tabelle 2: Rohdaten Druckabhängigkeit Brechungsindex

Wir werten die Messreihen nun einzeln aus. Der optische Weg verändert sich mit Gl. (3) zu $\Delta d = 2L \cdot \Delta n$. Eingesetzt in $d = m\lambda$ als Bedingung für konstruktive Interferenz ergibt sich:

$$2L\Delta n = \lambda\Delta m$$

$$\Leftrightarrow \Delta p = \frac{\lambda}{2L(\frac{\Delta n}{\Delta P})}\Delta m \quad (11)$$

Gesucht ist der Faktor $\frac{\Delta n}{\Delta P}$, um die Druckabhängigkeit des Brechungsindex in linearer Näherung $n(P) = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P$ angeben zu können.

Im Folgenden schreiben wir $m = \Delta m$ und meinen die Anzahl an Interferenzringen, die wir ausgehen vom Normaldruck zählen konnten.

Wir tragen für jede Messreihe P gegen m auf und führen eine lineare Regression durch. Dabei nehmen wir folgenden Unsicherheiten an:

$$\sigma_m = 0.1 \quad (12)$$

$$\sigma_P = 1 \text{ hPa} \quad (13)$$

Für den Wert von σ_m nehmen wir an, dass wir die Zahl der Interferenzringe richtig abzählen, aber die genaue Position des Interferenzmaximums nicht exakt bestimmen können. Die Unsicherheit auf P ergibt sich aus der Leckrate von ca. 1 hPa/s und einer Ablesegeschwindigkeit von ca. 1 s . Ein Druck-Offset im Druckmessgerät ist für unsere Berechnungen irrelevant, da nur die Druckdifferenzen von Bedeutung sind.

Die Ergebnisse der linearen Regression sind beispielhaft anhand der Messreihen 0 und 1 in folgenden Abbildungen dargestellt.

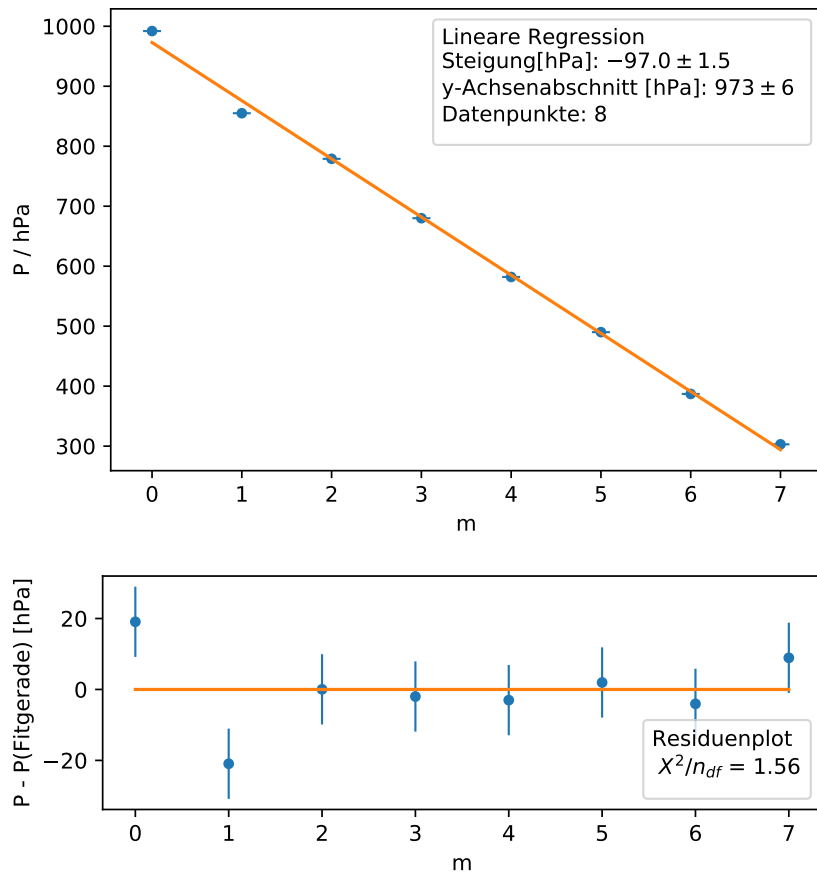


Abbildung 4: Lineare Regression von Messreihe 0 zur Druckabhängigkeit des Brechungsindex

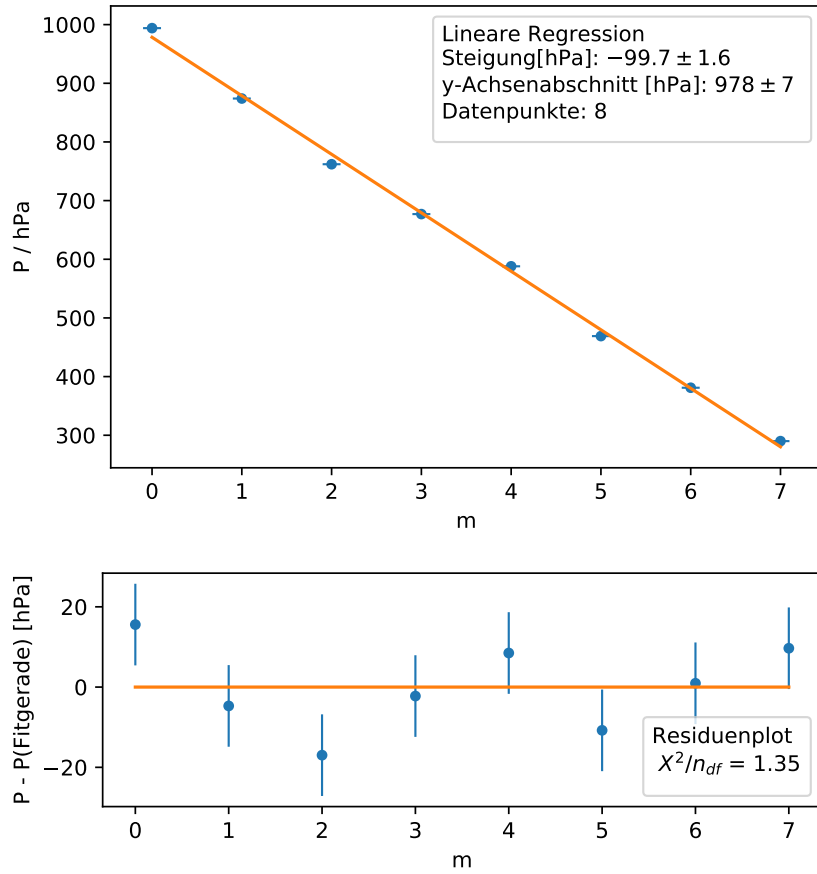


Abbildung 5: Lineare Regression von Messreihe 1 zur Druckabhängigkeit des Brechungsindex

Die Werte für χ^2/n_{df} der anderen Messreihen befinden sich im Bereich von 0.78 bis 1.26, sodass wir die Güte der Fits als zufriedenstellend betrachten. Aus den Steigungen $-a$ lassen sich nun $\frac{\Delta n}{\Delta P}$ mit Unsicherheit σ pro Messreihe bestimmen, durch

$$\begin{aligned}\frac{\Delta n}{\Delta P} &= \frac{\lambda}{2La} \\ \sigma(stat) &= \sigma_a \frac{\lambda}{2La^2} \\ \sigma(sys) &= \sigma_\lambda \frac{1}{2La}\end{aligned}\tag{14}$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengefasst und in Abb. (6) grafisch aufbereitet.

Messreihe	χ^2/n_{df} der linearen Regression	Steigung a [hPa]	$\Delta n/\Delta P$ [$10^{-7}/\text{hPa}$]	σ_{stat} [$10^{-7}/\text{hPa}$]	σ_{sys} [$10^{-7}/\text{hPa}$]
0	1.56	97.0 ± 1.5	2.726	0.043	0.036
1	1.35	99.7 ± 1.6	2.650	0.042	0.035
2	1.26	95.4 ± 1.5	2.771	0.044	0.037
3	0.29	97.1 ± 1.3	2.721	0.036	0.036
4	0.90	96.2 ± 1.5	2.748	0.043	0.036
5	0.78	97.0 ± 1.3	2.725	0.036	0.036
6	1.23	97.6 ± 1.5	2.708	0.043	0.036

Tabelle 3: Steigung und resultierendes $\Delta n/\Delta P$ pro Messreihe

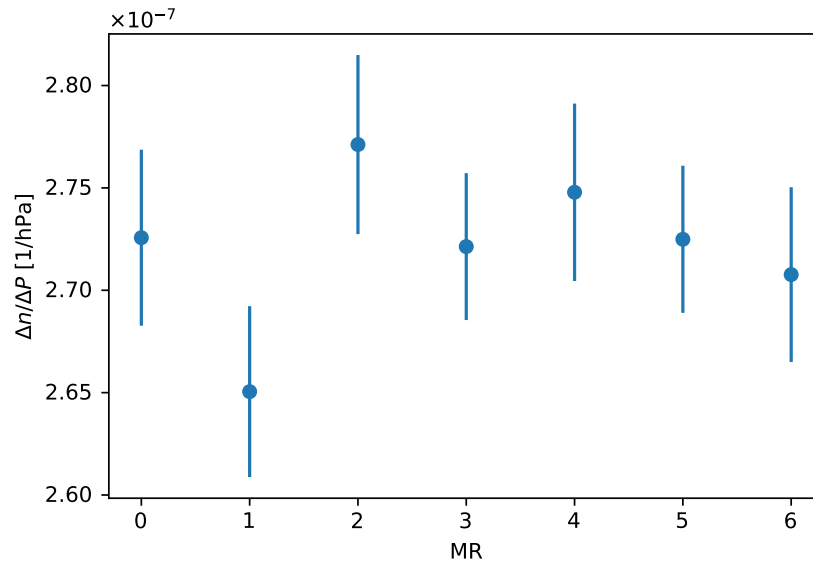


Abbildung 6: $\Delta n / \Delta P$ für die unterschiedlichen Messreihen mit statistischem Fehler

Die Werte für $\frac{\Delta n}{\Delta P}$ sind in ihren Unsicherheiten kompatibel. Daher berechnen wir das gewichtete Mittel aus allen Messreihen mit den statistischen Unsicherheiten und erhalten

$$\frac{\Delta n}{\Delta P} = (2.721 \pm 0.015(\text{stat.}) \pm 0.037(\text{sys.})) \cdot 10^{-7} \frac{1}{hPa} \quad (15)$$

Der Literaturwert von $2.655 \cdot 10^{-7} \frac{1}{hPa}$ liegt in einer 1.6σ -Umgebung.

¹

¹Würden wir mit der Herstellerangabe der Wellenlänge des grünen Festkörperlaser rechnen, würden wir einen Wert von $\frac{\Delta n}{\Delta P} = (2.738 \pm 0.015(\text{stat.}) \pm 0.005(\text{sys.})) \cdot 10^{-7} \frac{1}{hPa}$ erhalten, was in einer 4σ Umgebung des Literaturwertes im Praktikumsskript liegt. Eine Erklärung für die Abweichung ist, dass sich die Literaturangabe auf eine Wellenlänge von 632nm bezieht, und sich vom Brechungsindex für die Wellenlänge im Versuch unterscheidet.

6 Anhang

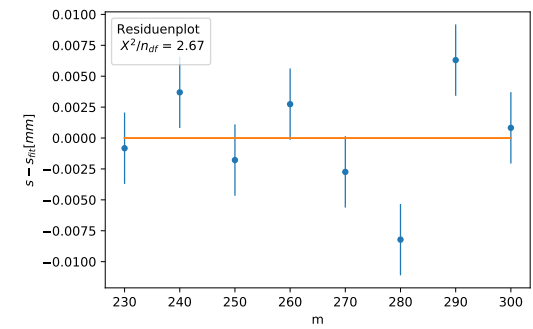
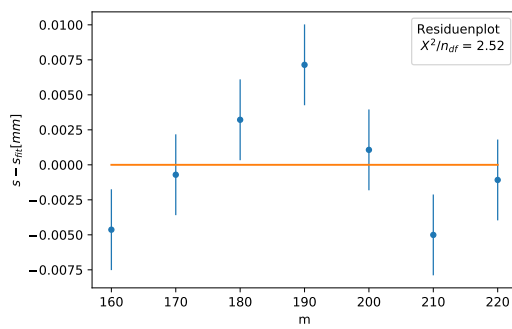
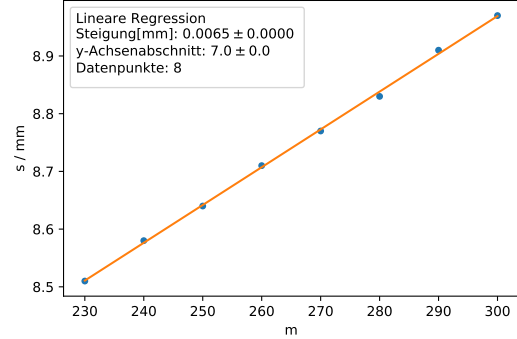
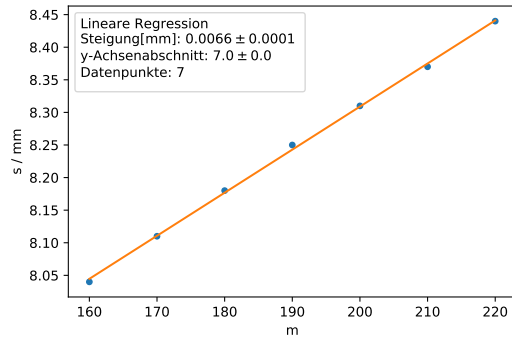
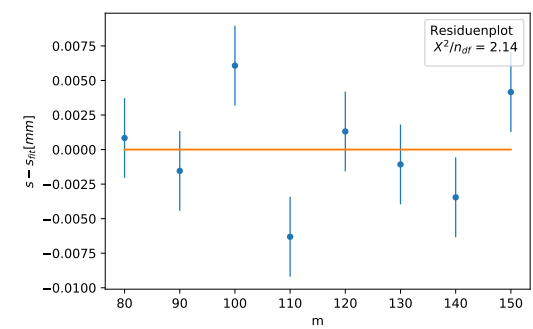
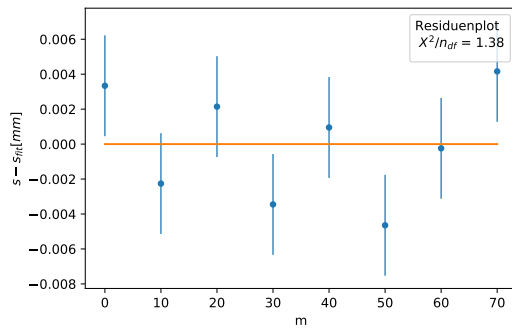
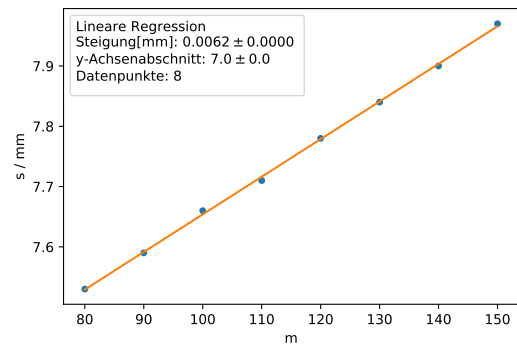
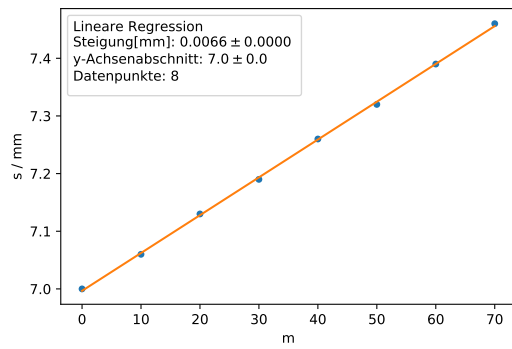
Δm	Messreihe1 s [mm]	Messreihe2 s [mm]
0	7.00	7.00
10	7.06	7.06
20	7.13	7.22
30	7.19	7.17
40	7.26	7.24
50	7.32	7.30
60	7.39	7.38
70	7.46	7.46
80	7.53	7.53
90	7.59	7.58
100	7.66	7.65
110	7.71	7.71
120	7.78	7.79
130	7.84	7.85
140	7.90	7.92
150	7.97	7.99
160	8.04	8.06
170	8.11	8.12
180	8.18	8.19
190	8.25	8.26
200	8.31	8.31
210	8.37	8.38
220	8.44	8.45
230	8.51	8.51
240	8.58	8.57
250	8.64	8.64
260	8.71	8.71
270	8.77	8.78
280	8.83	8.85
290	8.91	8.91
300	8.97	8.98

Tabelle 4: Rohdaten Kalibrierung Feinstein-
stelltrieb

Δm	s [mm]
0	7.00
10	7.05
20	7.10
30	7.15
40	7.21
50	7.26
60	7.31
70	7.37
80	7.43
90	7.49
100	7.55
110	7.61
120	7.66
130	7.71
140	7.77
150	7.82
160	7.88
170	7.93
180	7.98
190	8.04
200	8.09
210	8.15
220	8.20
230	8.25
240	8.31
250	8.36
260	8.42
270	8.47
280	8.53
290	8.57
300	8.63
310	8.69
320	8.74
330	8.80
340	8.85
350	8.91
360	8.97

Tabelle 5: Rohdaten für s (grünes Licht)

6.1 Kalibrierung - erste Messreihe



6.2 Kalibrierung - zweite Messreihe

