

알고리즘_과제_5

(SHORTEST PATH ALGORITHM)



학부:컴퓨터학부

학번:20162518

출석번호 : 156번

이름 : 최승서

❖소스 코드

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#define INF 987654321
#define N 5

int W[N][N] = {          //구하고자하는 그래프 기본값
    {0, 10, 5, INF, INF},
    {INF, 0, 2, 1, INF},
    {INF, 3, 0, 9, 2},
    {INF, INF, INF, 0, 4},
    {7, INF, INF, 5, 0}
};

int D[N][N] = {          //경로에 대한 비용
    {0, 10, 5, INF, INF},
    {INF, 0, 2, 1, INF},
    {INF, 3, 0, 9, 2},
    {INF, INF, INF, 0, 4},
    {7, INF, INF, 5, 0}
};

/*****3,4번 그래프 변환값*****/
int W[N][N] = {          //구하고자하는 그래프 기본값
    {0, 4, INF, INF, INF},
    {5, 0, 7, INF, INF},
    {INF, INF, 0, 10, 5},
    {1, INF, INF, 0, 2},
    {9, 2, INF, 3, 0}
};

int D[N][N] = {          //경로에 대한 비용
    {0, 4, INF, INF, INF},
    {5, 0, 7, INF, INF},
    {INF, INF, 0, 10, 5},
    {1, INF, INF, 0, 2},
    {9, 2, INF, 3, 0}
};
*****/

int P[N][N] = {0};      //(초기상태) 각 정점 직전에 연결되어있는 정점

void floyd2(void);

void path(int q, int r){    //최단경로 출력 알고리즘
    printf("path(%d, %d)\n", q, r);
    if(P[q][r] != 0){
        path(q, P[q][r]);
        printf("[V%d] -> \n", P[q][r]);
    }
}
```

```

        path(P[q][r],r);
    }
}

void floyd2(){
    //플로이드 알고리즘
    for(int k=0; k<N; k++){
        for(int i=0; i<N; i++){
            for(int j=0; j<N; j++){
                if(D[i][k] + D[k][j] < D[i][j]){
                    P[i][j] = k;
                    D[i][j] = D[i][k] + D[k][j];
                }
            }
        }
    }
}

void print_table(int A[N][N]){//각 table 값을 출력
    for(int i=0; i<N; i++){
        for(int j=0; j<N; j++){
            if(A[i][j] == INF)
                printf("INF\t");
            else
                printf("%d\t", A[i][j]);
            if(j == 4)
                printf("\n");
        }
    }
}

int main(int argc, char* argv[]) {
    int q, r;

    printf("출발점을 입력하시오: ");
    scanf("%d", &q);
    printf("도착점을 입력하시오: ");
    scanf("%d", &r);
    floyd2();

    printf("\n\ntable W\n");
    print_table(W);
    printf("\n\ntable D\n");
    print_table(D);
    printf("\n\ntable P\n");
    print_table(P);

    printf("\n\n[V%d] -> \n", q);
    path(q,r);
    printf("[V%d]\n", r);

    return 0;
}

```

1,2)

Algorithm 3.5(최단거리 출력 알고리즘), Algorithm 3.4(floyd algorithm)을 이용해 두 정점 V_0 과 V_3 사이의 최단경로를 찾고 찾는 과정을 단계적으로 보여라.

Algorithm 3.5(최단거리 출력 알고리즘)과 Algorithm 3.4(floyd algorithm)의 의사코드는 아래와 같다

```
void path(int q, int r){
    if(P[q][r] != 0){
        path(q, P[q][r]);
        printf("[V%d] -> \n", P[q][r]);
        path(P[q][r], r);
    }
}

void floyd2(){
    for(int k=0; k<N; k++){
        for(int i=0; i<N; i++){
            for(int j=0; j<N; j++){
                if(D[i][k] + D[k][j] < D[i][j]){
                    P[i][j] = k;
                    D[i][j] = D[i][k] + D[k][j];
                }
            }
        }
    }
}
```

첫번째로 그래프를 행렬화 하여 W 값을 기입 해준다(연결되어 있지 않은 정점들은 INF 로 표현했다). D 는 경로의 대한 비용이 저장 되는데 초기값은 W 와 같다. 입력한 W 와 D 의 값으로 floyd algorithm을 통해 $D[a][b]$ 는 정점 a, b 의 경로에 대한 최소 비용값이 저장되고, $P[a][b]$ 는 a, b 의 최단 경로에 있는 가장 큰 인덱스 값을 저장한다.

table W	table D	table P
0 10 5 INF INF	0 8 5 9 7	0 2 0 2 2
INF 0 2 1 INF	11 0 2 1 4	4 0 0 0 2
INF 3 0 9 2	9 3 0 4 2	4 0 0 1 0
INF INF INF 0 4	11 19 16 0 4	4 4 4 0 0
7 INF INF 5 0	7 15 12 5 0	0 2 0 0 0

Path algorithm 코드를 보면 q 와 r 은 우리가 구하고자 하는 각각의 정점이고, 앞서 설명했듯이 이차원 배열 $P[q][r]$ 은 f 각 정점 q 와 r 사이에 놓여있는 정점 중에서 가장 큰 인덱스이다.

여기서 v_0 과 v_3 이 q, r 일때 $P[0][3]$ 의 값이 0이면 v_0, v_3 이 최단경로임을 뜻하며 값이 0이 아니면 q 값에서 $p[q][r]$ 의 값으로 나온 정점으로 가는 경로를 찾아야한다. 재귀적인 절차를 통해 함수를 재호출하여 0값이 나오는 경로 즉 최단거리를 찾아가는 것이다.

```
[v0] ->
path(0, 3) = 2
path(0, 2) = 0
[v2] ->
path(2, 3) = 1
path(2, 1) = 0
[v1] ->
path(1, 3) = 0
[v3]
```

이 결과 화면을 보면 $P[0][3]$ 의 값이 2가 나오고 다시 $P[0][2]$ 의 값이 0임을 확인해 정점 v_2 를 찾아냈다.

이 과정을 반복해 v_0 과 v_3 의 최단 경로는 $v_0 \rightarrow v_2 \rightarrow v_1 \rightarrow v_3$ 임을 알 수 있었다.

3,4) 원래 그래프에서 V_0, V_1, V_2, V_3, V_4 를 a_3, a_4, a_5, a_1, a_2 으로 바꾼 뒤 Shortest Path Problem을 다시 해결하여 Matrix D와 P를 다시 구한다.

먼저 바뀐 그래프를 이용해 Matrix W 값을 다시 구하면

```
table W
0  4  INF INF INF
5  0  7  INF INF
INF INF 0  10 5
1  INF INF 0  2
9  2  INF 3  0
```

위의 실행화면과 같이 나온다.

이 Matrix W를 Floyd algorithm를 통해 Matrix D, P를 구한다

```
table D
0  4  11 19 16
5  0  7  15 12
9  7  0  8  5
1  4  11 0  2
4  2  9  3  0
```

```
table P
0  0  1  4  2
0  0  0  4  2
4  4  0  4  0
0  4  4  0  0
3  0  1  0  0
```

구해진 Matrix D,P를 이용해 Path algorithm으로 a3에서 a1로 가는 최단 경로를 찾는다.

찾는 과정은 아래와 같다(편의를 위해 a를 v로 표현했다).

```
[V3] ->
path(3, 1) =4
path(3, 4) =0
[V4] ->
path(4, 1) =0
[V1]
Program ended with ex
```

a3에서 a1로 가는 최단경로중에 가장 큰 인덱스 값은 a4가 나온다.

다음으로 a3에서 a4의 가는 최단경로의 가장 큰 인덱스 값이 0이 나오므로 a3,a4가 최단 경로임을 뜻한다.

또 a4에서 a1로 가는 최단경로의 가장 큰 인덱스 값은 0이 나온다, 이것은 전과 동일하게 a4, a1이 최단 경로이다.

따라서 a3,a1의 최단경로는 a3 -> a4 -> a1이 된다.