Лекция №5

Если i-ое ограничение прямой задачи в оптимальном решении выполняется в виде нестрогого неравенства, то соответствующее ему оптимальное значение двойственной переменной равно нулю.

$A_iX^* < b_i \Rightarrow y^*_i = 0$, где A_i – i-ая строка ограничений

Если j-ое ограничение двойственной задачи в оптимальном решении выполняется как строгое неравенство, то оптимальное значение соответствующей двойственной переменной равно нулю.

$A^T_jY^* - C_j > 0 \Rightarrow x^*_j = 0$

$\delta^{пз}_{n+j} = y^*_j$, j = 1..m

$-\delta^{дз}_{m+i} = x^*_i$, i = 1..n

Двойственный симплекс метод

Условие совместимости с методом:

$C^TX \to max$

$AX \le B$

Выбивающиеся ограничения умножаются на -1, для целевой функции направление оптимизации изменяется так же.

Сопряжённый базис – это система векторов прямой задачи, удовлетворяющая ограничениям двойственной задачи. Псевдоплан – оптимальное (текущее) решение относительно сопряжённого базиса, либо в общем случае – это разложение векторов прямой задачи, не вошедших в сопряжённый базис, по векторам сопряжённого базиса.

Алгоритм:

1. Приведение условий задачи к заданной форме (направление оптимизации максимум, знаки меньше или равно)
2. Приведение системы ограничений к канонической форме
3. Построение двойственной задачи по канонической форме
4. Подбор сопряжённого базиса
   При проведении ручного подбора стараются, что бы вектор, соответствующий одной из переменных оказался в базисе. Если в ходе подбора сопряжённого базиса его подобрать не удастся – система ограничений несовместна
5. Псевдоплан
   $A^{исх}_j = M\tilde{A}_j$ – необходимо решить СЛАУ, где $A^{исх}$ вектор из исходной задачи M – матрица из векторов сопряжённого базиса, $\tilde{A}_j$ – искомые элементы разложения
6. Если компоненты столбца A_0 не отрицательны, то это означает, что достигнут оптимум
7. Иначе пересчитывается таблица, которая содержит орты в столбцах, соответствующих сопряжённому базису, а в остальных столбцах содержит элементы псевдоплана.
8. Направляющая строка определяется самым отрицательным элементом столбца A_0
   Если в строках кандидатах на направляющие отсутствуют отрицательные числа (кроме столбца A_0), то это говорит о том, что область не замкнута в направлении оптимизации. В других случаях определяется направляющий столбец
   $j^* \Leftarrow \min \{-(\delta_j > 0)/(a^*_{ij})\}$
9. Изменение таблицы методом Жордана-Гаусса и переход к пункту 5

Особенности:

1. Алгоритм двойственного симплекс метода в ходе решения перемещается от одного сопряжённого базиса к другому, в отличии от прямого симплекс метода, который выполняет переходы по базисным решениям
2. Предыдущее позволяет, при наличии необходимости, добавлять новые ограничения к уже имеющимся по ходу решения