**Лекция №3**

Согласно теореме 2, если имеется некоторая система линейно-независимых векторов, удовлетворяющих равенству $A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_nx_n = A_0$ (1), то любой из векторов, не входящий в базис можно разложить по этим базисам. $A_1x_{1j} + A_2x_{2j} + \ldots + A_nx_{nj} = A_j$ (2); Пусть имеется некоторая величина $\Theta > 0$ на которую мы умножим (2), а результат вычтем из (1).

$$A_1(x_1 - \Theta x_{1j}) + A_2(x_2 - \Theta x_{2j}) + \ldots + A_n(x_n - \Theta x_{nj}) + \Theta A_j = A_0;$$

$$X^T_j = \{x_1 - \Theta x_{1j}; x_2 - \Theta x_{2j}; \ldots; x_n - \Theta x_{nj}; \Theta; 0; 0; \ldots; 0\}$$

$$0 < \Theta \le x_i/x_{ij}$$

$$\Theta = \min \{x_i/x_{ij}\}$$

$$F(X) = \text{СУММА}[i=1..n]\ (C_iX_i) = \delta_0$$

$$F(Xj) = C_1(x_1 - \Theta x_{1j}) + \ldots + C_n(x_n - \Theta x_{nj}) + C_j\Theta = F(X) - \Theta(C_1x_{1j} + C_2x_{2j} + \ldots + C_nx_{nj} - C_j)$$

$$\delta_j = C_1x_{1j} + C_2x_{2j} + \ldots + C_nx_{nj} - C_j$$

$\Delta F = - \Theta\ \delta_j$ => приращение целевой функции

*Метод искуственных переменных (искуственного базиса)*

Метод ИП применяется тогда, когда хотя бы в одном из ограничений присутствуют знаки = или ≥.

Пусть система ограничений имеет вид $AX \ge A_0$, в результате канонизации получается выражение $AX - EX_{доп} = A_0$. В качестве начального приближения исходные переменные равны нулю ($AX = 0$), а $-EX_{доп} = A_0$; Из-за отрицательности дополнительных переменных вводится $AX - EX_{доп} + EX_{иск} = A_0$ и в качестве начального решения используется $EX_{иск} = A_0$.

*Алгоритм*

1. Канонизация системы ограничений (приведение к каноническому виду)
2. Где были знаки = или ≥ добавляются искусственные переменные со знаком + (в каждое ограничение своя переменная)
3. Искусственные переменные добавляются в целевую функцию с множителем равным $\pm\mu$, знак + или - определяется направлением оптимизации, если максимум то -, минимум +. Для того что бы быстрее избавиться от искусственных переменных, которые не имеют ценности
4. Построение симплекс-таблицы
5. Выполнение расчётов

Особенности:

1. Если строка симплекс-разностей указывает на достижение оптимального решения, а в базисе присутствуют искусственные переменные, то это говорит о несовместности системы ограничений
2. Если столбец, который соответствует вектору искусственной переменной выводится из базиса, то его удаляют из таблицы

$2x_1 + 1x_2 \to \min$

| | |
|---|---|
| $5x_1 + 2x_2 \ge 4$ | $2x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \mu x_6 + \mu x_7$ |
| $3x_1 + 3x_2 \le 3$ | $5x_1 + 2x_2 - 1x_3 + 1x_6 = 4$ |
| $2x_1 + 5x_2 \ge 3$ | $3x_1 + 3x_2 + 1x_4 = 3$ |
| $x_1, x_2 \ge 0$ | $2x_1 + 5x_2 - 1x_5 + 1x_7 = 3$ |

| | | $C_j$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\mu$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Б** | $C_Б$ | $A_0$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| **$A_6$** | $\mu$ | 4 | 5 | 2 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **$A_4$** | 0 | 3 | 3 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **←$A_7$** | $\mu$ | 3 | 2 | 5 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| | $\delta$ | $7\mu$ | $7\mu$ - 2 | $7\mu$ - 1 | $-\mu$ | 0 | $-\mu$ | 0 | 0 |
| | | | | ↑ | | | | | |

| | | $C_j$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $C_Б$ | $A_0$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| **←$A_6$** | $\mu$ | 14/5 | 21/5 | 0 | -1 | 0 | 2/5 | 1 |
| **$A_4$** | 0 | 6/5 | 9/5 | 0 | 0 | 1 | 3/5 | 0 |
| **$A_2$** | 1 | 3/5 | 2/5 | 1 | 0 | 0 | -1/5 | 0 |
| | $\delta$ | $(14\mu + 3)/5$ | $(21\mu - 8)/5$ | 0 | $-\mu$ | 0 | $(2\mu - 1)/5$ | 0 |
| | | | ↑ | | | | | |

| | | $C_j$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $C_Б$ | $A_0$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
| **$A_1$** | 2 | 2/3 | 1 | 0 | -5/21 | 0 | 2/21 |
| **$A_4$** | 0 | 0 | 0 | 0 | 3/7 | 1 | 3/7 |
| **$A_2$** | 1 | 1/3 | 0 | 1 | 2/21 | 0 | -17/105 |
| | $\delta$ | 5/3 | 0 | 0 | -8/21 | 0 | -13/105 |

F(X) = 5/3
$X^T$ = {2/3 ; 1/3; 0; 0; 0}