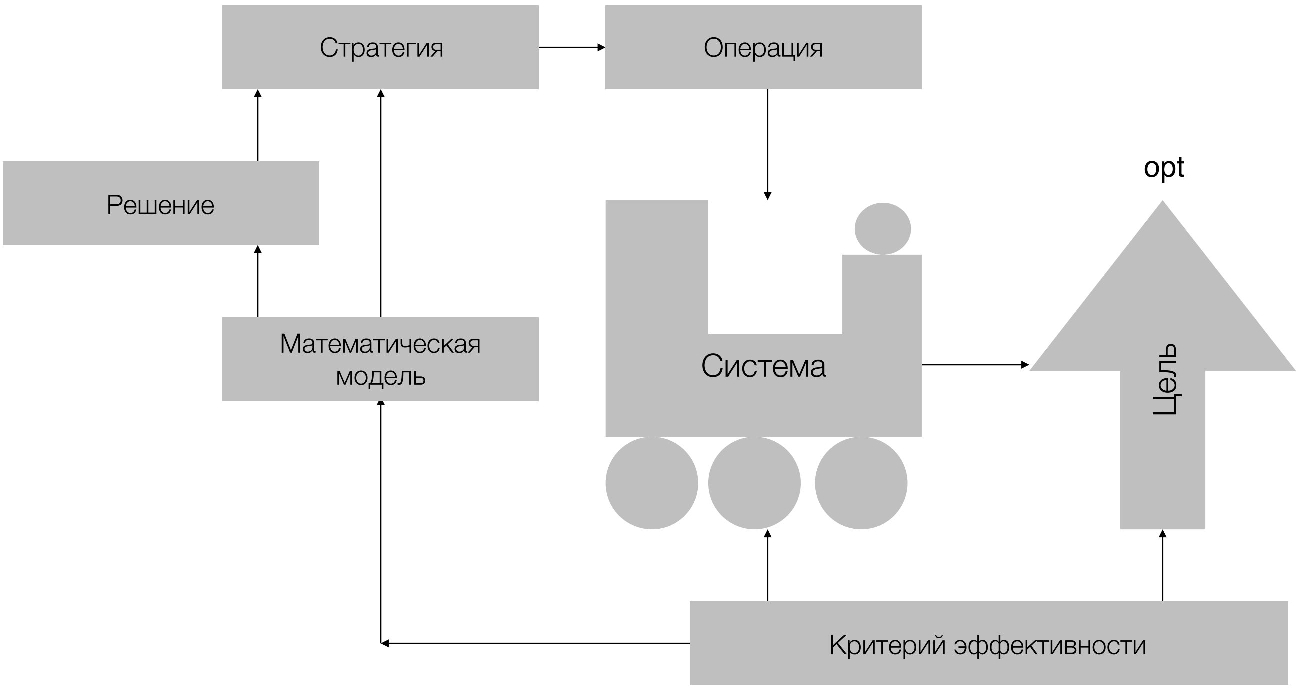
Карлусов Вадим Юрьевич

Лекция №1



<u>Критерий эффективности</u> – численная мера, определяющая отклонение текущего состояния системы от состояния цели. Для осуществления операции обычно запасаются стратегией.

<u>Стратегия</u> – это способ расстановки сил и средств, необходимых для проведения операции. Стратегия и критерий эффективности увязываются с помощью математической модели.

<u>Математическая модель</u> – формальная связь критерия эффективности и стратегии. На основании математической модели определяется решение, которое представляет собой набор параметров стратегии. Таким образом основная задача исследования операции формулируется следующим образом: нахождение для выбранной математической модели такого решения, при котором критерий эффективности достигал бы оптимального значения.

<u>Оптимальное значение</u> – либо максимум либо минимум.

Основные черты операционного подхода и виды моделей

1. Операционный подход всегда ориентирован на принятие решений
2. Критерий эффективности всегда имеет числовое значение для осуществления корректного сравнения
3. Математическая модель должна вызывать доверие специалистов, а результаты решения однозначно трактоваться

4. (факультативный/опциональный) Применение в учении

Виды моделей:

1. Детерминированные – полная определённость (для одних и тех же наборов данных получаются одно и то же решение)
2. Стохастические (вероятностные/статистические) – случайно распределённые параметры модели, либо случайные реакции на детерминированное воздействие
3. Параметрические – компоненты модели зависят от некоторого параметра (чаще всего время)
4. Не полные[1]
5. Эвристические – применяются в случае, если описание объектов неизвестно или настолько сложно, что нивелируют всю деятельность по применению
6. Игровые – модели конфликтных ситуаций

Математическое программирование занимается вопросами оптимизации функций при заданных ограничениях на области изменения переменных.

$f(x_1,x_2,\ldots,x_n) \to opt$
$gi(x_1,x_2,\ldots,x_n)\ \{\le,=,\ge\}\ b_i$
$i=1..m$

Функции f и g_i в общем случае предполагаются нелинейными – задачи нелинейного программирования. Если функции f и g_i задают линейные зависимости, то этот класс задач называется – задачи линейного программирования. При ограничении на целочисленность, то данный класс называется – задачи целочисленного программирования. Если имеются параметры – задачи параметрического программированя, а в случае многоэтапности – задачи динамического программирования.

ЗЛП предполагают наличие

Этапы ЛП:

1. Множество переменных $\{x_j\}$
2. Формулируется целевая функция (ЦФ) и направление оптимизации
3. Формируются системные ограничения

Фирма «Жах» занимается производством пороха для фейерверков. Для составления порохов закупаются компоненты у фирм «Бум» и «Бах», . Необходимо определить максимальную прибыль.

	Бум	Бах	
Тип\C$_j$	2	1	Объемы выпуска
P	0.5	0.2	0.4
N	0.5	0.3	0.3
R	0.2	0.5	0.3

$$\begin{cases} f = 2x_1 + 1x_2 \to max \\ 0.5x_1+0.2x_2 \le 0.4 \\ 0.3x_1+0.3x_2 \le 0.3 \\ 0.2x_1+0.5x_2 \le 0.3 \\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

[1] Гроза глазами крестьянина XVIII века

Модели отличаются 2 свойствами:

1. Пропорциональность моделей (умножить ограничения на 10, не влияет на решение)
2. Аддитивность моделей (можно добавлять новое ограничение)

Данный метод применяется если число переменных равно двум. Математика не препятствует на использование с другими размерами, но проблема с человеческим восприятием.

Процесс состоит из этапов:

1. Построение области допустимых стратегий (ОДС)
2. Построение нормали
3. Отыскание точки оптимума
4. Аналитические расчёты

1. Заменяем в ограничении неравенство равенством, строим прямую. Подставляем в исходное неравенство координаты нуля и в зависимости от его выполнения определяем область выполнения неравенства относительно прямой. Пересечение всех областей, удовлетворяющих неравенству, даст область допустимых стратегий
2. Строим нормаль по коэффициентам c_1, c_2 ($df/dx_1 = c_1$; $df/dx_2 = c_2$) – от точки (c_1, c_2) проводим прямую через начало координат. Эта прямая называется нормалью, она будет перпендикулярна линии пересечения плоскости целевой функции и плоскости координат. Все линии равного уровня (все те места, где функция имеет одинаковую высоту/значение) будут параллельны. Проекции линий на координатную плоскость так же будут параллельны между собой и ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ ЛИНИИ НОРМАЛИ. Направление от начала координат до точки (c_1, c_2) указывает на возрастание значения функции, а обратное на уменьшение
3. Перемещая перпендикуляр по линии нормали до пересечения с крайней точной ОДС. Направление перемещения задаётся условиями оптимизации: для отыскания максимума движемся от точки (0,0) к точке (c_1, c_2) и дальше, а для минимума в обратном направлении

Особые случаи

1. Решение задачи отсутствия (область не замкнута в направлении оптимизаци)
2. Ограничения несовместимы
3. Множество решений – если граничная линия области допустимых стратегий, крайняя в направлении оптимизации, перпендикулярна нормали. Численные методы расчётов для данного случая дают одну из точек излома границы области
4. Также решений не будет, если область не выпукла

В остальных случаях единственное решение