

Überprüfung von Klammerausdrücken

Der eigentliche Inhalt (z.B. arithmetisch, algebraisch) wird ignoriert:

$$(a / (b+c) - (a \cdot (c-b))) \rightarrow (() (()))$$

Hier: **nichtleere** Klammerausdrücke, also **nicht** $b+c \rightarrow \varepsilon$.

(Geht auch ähnlich mit Einschluss von ε .)

Welche Eigenschaften kennzeichnen die korrekten Klammerausdrücke?

Wie lautet eine einfache Grammatik für sie?

Wie kann man sie mit einem (ND-)Kellerautomaten prüfen?

Wie kann man sie mit einem deterministischen Kellerautomaten prüfen?

Überprüfung von Klammerausdrücken wie (() (()))

Welche Eigenschaften kennzeichnen die korrekten Klammerausdrücke?

Überprüfung von Klammerausdrücken wie (() (()))

Welche Eigenschaften kennzeichnen die korrekten Klammerausdrücke?

1. Insgesamt gleich viele (und).
Aber nicht in beliebiger Reihenfolge:)(ist inkorrekt.
2. Mit (kann stets ein korrekter Ausdruck fortgesetzt werden, was aber später ein entsprechendes) erfordert.
3. Bis zu jeder Stelle gilt bzw. jedes Präfix hat: höchstens so viele) wie (.
4. Mit) kann ein korrekter Ausdruck genau dann fortgesetzt werden, wenn damit nicht gegen (3) verstoßen wird.

Überprüfung von Klammerausdrücken wie (() (()))

Welche Eigenschaften kennzeichnen die korrekten Klammerausdrücke?

1. Insgesamt gleich viele (und). Aber nicht in beliebiger Reihenfolge:)(??
2. Mit (kann stets ein korrekter Ausdruck fortgesetzt werden, was aber später ein entsprechendes) erfordert.
3. Bis zu jeder Stelle gilt bzw. jedes Präfix hat: höchstens so viele) wie (.
4. Mit) kann ein korrekter Ausdruck genau dann fortgesetzt werden, wenn damit nicht gegen (3) verstoßen wird..

1&3 sind offenbar hinreichend und notwendig

Überprüfung von Klammerausdrücken wie (() (()))

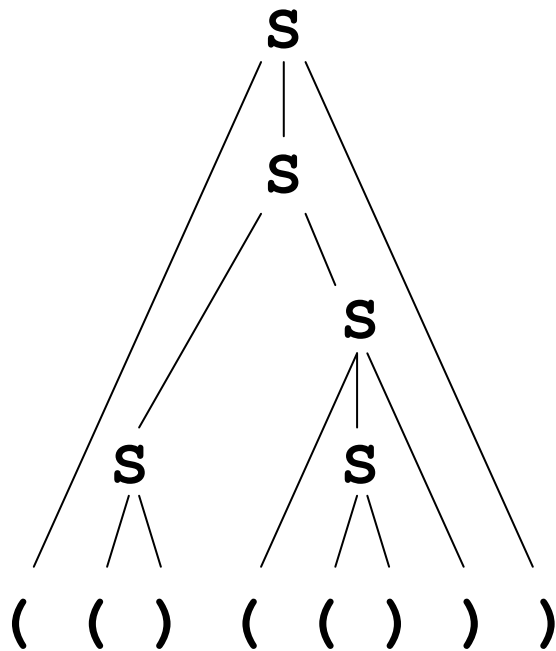
Wie lautet eine einfache Grammatik für sie?

Überprüfung von Klammerausdrücken wie (() (()))

Wie lautet eine einfache Grammatik für sie?

- $\Sigma = \{ (,) \}$
- $V = \{ S \}$
- Start: S
- Regeln:
 $S \rightarrow () \mid SS \mid (S)$

Überprüfung von Klammerausdrücken – manuell, gemäß Grammatik:



bottom-up (() (())) OK?

[illegible]

Überprüfung von Klammerausdrücken – (ND-) Kellerautomat, gemäß Rezept aus Grammatik:

- $Z = \{ z_0, z, z^* \}$; $\Gamma = V \cup \Sigma$; $F = \{ z^* \}$
- Δ enthält folgende Transitionen:
 - $(z_0, -, \$, z, S)$ und $(z, -, \$, z^*, \epsilon)$
 - (z, x, x, z, ϵ) für alle $x \in \Sigma$
 - (z, x, V, z, r) für alle Regeln $V \rightarrow r$ in R

Überprüfung von Klammerausdrücken – (ND-) Kellerautomat, gemäß Rezept aus Grammatik:

- $Z = \{ z_0, z, z^* \}; \Gamma = V \cup \Sigma; F = \{ z^* \}$
- Δ enthält folgende Transitionen:
 - $(z_0, -, \$, z, S)$ und $(z, -, \$, z^*, \epsilon)$
 - (z, x, x, z, ϵ) für alle $x \in \Sigma$
 - (z, x, V, z, r) für alle Regeln $V \rightarrow r$ in R

Δ :

$(z_0, -, \$, z, S)$	$(z, \epsilon, S, z, \text{“SS“})$
$(z, -, \$, z^*, \epsilon)$	$(z, \epsilon, S, z, \text{“()“})$
$(z, \text{‘(‘}, \text{‘(‘}, z_1, \epsilon) \}$	$(z, \epsilon, S, z, \text{“(S)“})$
$(z, \text{‘)‘}, \text{‘)‘}, (z, \epsilon) \}$	

z^* akzeptiert.

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, ähnlich manueller Methode:

$$\begin{aligned} &\delta(z_0, '(', \$, (z_1, '(') \\ &\delta(z_1, '(', '(', z_1, "((\") \\ &\delta(z_1, ')', '(', z_1, \epsilon) \\ &\delta(z_1, -, \$, z_2, \epsilon) \\ &\delta(z_2, '(', \$, z_1, '(') \end{aligned}$$

z^* akzeptiert.

Idee:

Im Stapel wird einfach festgehalten, um wie viele die öffnenden Klammern zurzeit den schließenden Klammern voraus sind.

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

(() (())) OK?

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

(() (()))



auf den Stapel

-

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

() (()))

(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

() (()))



(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

) (()))

(
(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

) (()))

(
(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

(())

(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

(())



(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

()))

(
(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

()))



(
(
-

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

)))

(
(
(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

)))

(
(
(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

))

(
(
_

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

))

(
(
-

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

)

(

-

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

)

(
-

Überprüfung von Klammerausdrücken – deterministischer Kellerautomat, Beispiel:

ε

-

OK!

Übungen

- Formulieren Sie die Arbeitsweise des deterministischen Kellerautomaten programmiersprachlich.

Verwenden Sie dabei:

- `pop(st)` – der neue kleinere Stapel, nachdem das oberste Stapелеlement von Stapel *st* entfernt wurde; verändert nichts wenn *st* leer.
- `push(el,st)` – der neue größere Stapel, nachdem *el* auf Stack *st* gelegt wurde.
- `top(st)` – (liest) das oberste Element von Stapel *st*, (ohne es zu entfernen); ersatzweise \$, wenn *st* leer.
\$ sei keines der zulässigen Elemente.

Was tut Ihr Programm, wenn die Wörter `((` bzw. `) (` geprüft werden?

- Erweitern Sie das Verfahren auf Klammersausdrücke mit `)`, `(`, `]` und `[`. Testen Sie es mindestens mit `([] ([]))` (korrekt!) und `([]]` (falsch!). Grammatik?