

Dietrich Wende

Fahrdynamik des Schienenverkehrs

**Ölhydraulik**

von G. Bauer

**Lehrwerk Technische Mechanik**

von A. Böge

**Handbuch Maschinenbau**

herausgegeben von A. Böge

**Elektrotechnik für Maschinenbauer**

von R. Busch

**Ventilatoren**

von T. Carolus

**Technische Berichte**

von H. Hering und L. Hering

**Mechanical Engineering**

von A. Jayendran

**Elektrotechnik für Maschinenbauer**

von H. Linse und R. Fischer

**Lehrwerk Roloff/Matek Maschinenelemente**

von H. Wittel, D. Muhs, D. Jannasch und J. Voßiek

Dietrich Wende

# Fahrdynamik des Schienenverkehrs

Mit 164 Abbildungen, 83 Tabellen  
und 83 Berechnungsbeispielen

STUDIUM



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

**Prof. Dr.-Ing. habil. Dietrich Wende** lehrte an der Hochschule für Verkehrswesen in Dresden und ist freiberuflich auf dem Gebiet der Fahrdynamik, der Bremstechnik und der Unfallrekonstruktion wissenschaftlich tätig.

1. Auflage 2003

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2003

Lektorat: Thomas Zipsner | Ellen Klabunde

Vieweg+Teubner Verlag ist eine Marke von Springer Fachmedien.

Springer Fachmedien ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.  
[www.viewegteubner.de](http://www.viewegteubner.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg  
Gedruckt auf säurefreiem und chlorkomplexe Papier

ISBN-13:978-3-519-00419-6 e-ISBN-13:978-3-322-82961-0

DOI: 10.1007/978-3-322-82961-0

## Vorwort

Seit Erscheinen des Buches „Fahrdynamik der Verkehrsmittel“ von *Prof. Wilhelm Müller* (TH Aachen) im Jahr 1940 besteht die Fahrdynamik als selbständige Wissenschaftsdisziplin und wird als solche auch in der Hochschulausbildung von Ingenieuren des Verkehrswesens gelehrt. In den Jahren 1950 und 1953 erschien von *W. Müller* das auch heute noch gern benutzte Buch „Eisenbahnanlagen und Fahrdynamik“.

Bei Gründung der Hochschule für Verkehrswesen in Dresden im Jahr 1952 veranlasste der damalige Dekan der Fakultät für Verkehrstechnik, Herr *Prof. Potthoff*, die Aufnahme der Fahrdynamik als selbständige Wissenschaftsdisziplin in das Lehr- und Forschungsprofil. Mit dem Buch „Einführung in die Fahrdynamik“ legte er im Jahr 1953 den Grundstein für eine 40 Jahre währende erfolgreiche Lehr- und Forschungstätigkeit. An der Hochschule für Verkehrswesen entstand im Jahr 1968 das Buch von *A. Hochmuth / D. Wende* „Fahrdynamik der Landfahrzeuge“ und 1983 (1. Auflage) und 1990 (2. Auflage) das Buch von *D. Wende* „Fahrdynamik (Reihe Schienenfahrzeugtechnik)“.

Die Fahrdynamik ist die Wissenschaftsdisziplin von der Fahrbewegung der Verkehrsmittel, den verursachenden Kräften und der Traktionsenergie. Sie ist unentbehrliche Grundlage für Konstruktion und Betrieb der Schienenfahrzeuge und Züge und von Verkehrsanlagen sowie für Planung, Durchführung, Steuerung und Rationalisierung des Transportprozesses insgesamt, aber auch für die Analyse von Bahnbetriebsunfällen. Im Zusammenhang mit dem Bestreben, die maximale Auslastung der Verkehrsmittel zu erreichen, den Transportenergiebedarf und den Verschleiß mechanischer Bremsen zu reduzieren bzw. zu optimieren, Unfallursachen aufzuklären sowie zum automatischen Ablauf der Bewegungsvorgänge überzugehen, behält die Fahrdynamik ihren Stellenwert trotz Rückgang des Eisenbahnverkehrs bei.

Die wissenschaftliche Aufgabenstellung für die Fahrdynamik hat sich im Verlauf der Jahre mehrfach geändert. Anfänglich stand das Problem, die Fahrzeit für die Aufstellung der Fahrpläne, Zeit und Geschwindigkeit für den Wagenablauf auf Rangieranlagen, den Bremsweg für die Aufstellung von Bremstafeln und die Zeitzuschläge für Langsamfahrstellen zu ermitteln, im Vordergrund. Dann kam die Energieverbrauchsermittlung für die Bestimmung der Zugförderkosten und die Erwärmungskontrolle von Fahrmotor und Transformator der elektrischen Lokomotiven hinzu. Während bis Anfang der sechziger Jahre grafische Ermittlungsverfahren dominierten, erfolgte dann unter dem Einfluss der Großrechentechnik der Übergang auf digitale analytische Verfahren und algorithmische Schrittverfahren. Auch die damals entwickelte Analogrechentechnik eignete sich vorzüglich für die Lösung fahrdynamischer Probleme.

Die Einführung der Personalcomputer revolutionierte ab den achtziger Jahren die Entwicklung von Modellen für fahrdynamische Berechnungen aller Art. Komplizierte Modelle für fahrdynamische Berechnungen konnten jetzt auch in der täglichen Arbeitspraxis und in Bordrechnern der Triebfahrzeuge eingesetzt werden. Planung und operative Steuerung von Zugfahrten und von Fahrschnitten nach optimalen Kriterien für Zeit, Energie- und Kraftstoffverbrauch und Bremsenverschleiß wurden möglich. Die zur Bremsbewertung erforderliche Anzahl von Bremsversuchen konnte mit Hilfe der Rechnersimulation wesentlich reduziert werden.

Vor dem Hintergrund dieser Entwicklung habe ich mich deshalb erfreut bereit erklärt, die vom B. G. Teubner Verlag ergriffene Initiative anzunehmen, nochmals mit einem Fahrdynamik-Buch an die Öffentlichkeit zu treten. Das Buch beinhaltet vor allem die theoretischen Grundlagen der Berechnung von Abschnitten der Fahrbewegung und der kompletten Zugfahrt. Die Praxisanwendung ist in zahlreichen Berechnungsbeispielen dargestellt. Leider musste wegen der Umfangsbegrenzung auf die Aufnahme weiterer, zur Fahrdynamik gehörender Gebiete und auf die Beilage einer CD-ROM mit den für meine Lehr- und Forschungstätigkeit entwickelten Programmen, die das praktische Arbeiten wesentlich erleichtern, verzichtet werden.

Bei der Erarbeitung des Buches wurde ich durch ehemalige Auszubildende der Hochschule für Verkehrswesen hervorragend unterstützt, vor allem durch Herrn *Dipl.-Ing. Mario Stephan*, der die Korrektur, die Formatierung des Textes, das Einfügen und teilweise Erstellen der Bilder und die Anfertigung der erforderlichen Dateien übernahm. Weiterhin erhielt ich Unterstützung von Herrn *Privatdozent Dr.-Ing. habil. Dietmar Gralla* (†), Herrn *Prof. Dr.-Ing. Arnd Stephan*, Herrn *Dr.-Ing. Siegmar Kögel* und Herrn *Dipl.-Ing. Christoph Pienitz*. Mit dem Lektor des Bereiches Maschinenbau/Elekrotechnik des B. G. Teubner Verlags, Herrn *Dr. Martin Feuchte*, entwickelte sich eine sehr gute unterstützende und hilfreiche Zusammenarbeit. Für die gewährte Hilfe und Unterstützung danke ich herzlich.

Mit diesem Buch verabschiede ich mich nachträglich als Hochschullehrer für Fahrdynamik (1978 bis 1992) an der 1992 geschlossenen Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ Dresden in Ehren und akademischer Würde. Ich möchte mit diesem Buch meine persönliche Hochachtung zu den wissenschaftlichen Leistungen meiner Vorgänger als Lehrkräfte für Fahrdynamik, *Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h. c. Gerhard Potthoff* (1952 bis 1955), *Dozent Dr.-Ing. Arno Hochmuth* (1955 bis 1967) und *Prof. Dr.-Ing. Eberhard Vogel* (1967 bis 1978) zum Ausdruck bringen, aber auch allen Menschen, insbesondere meinen ehemaligen Auszubildenden, danken, die mir geholfen haben, nach der strukturellen und personellen Erneuerung der sächsischen Universitäten und Hochschulen von 1990 bis 1992 eine neue wissenschaftliche Basis und Identität zu finden.

#### Der Autor

Dresden, den 05.06.2003

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Statik und Dynamik der Fahrbewegung</b>	<b>1</b>
1.1	Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegung	1
1.2	Kräfte der Fahrbewegung	2
1.2.1	Bezeichnung der Kräfte	2
1.2.2	Gleichgewicht der Kräfte	5
1.2.3	Fahrdynamische Grundgleichung	6
1.2.4	Koeffizienten der Kräfte	8
1.2.5	Drehmasse	10
1.2.6	Beschleunigungen der Kräfte	14
1.2.7	Fahrbewegung an der Kraftschlussgrenze	15
1.3	Arbeit, Energie und Leistung der Fahrbewegung	17
1.3.1	Zugkraftarbeit	17
1.3.2	Kinetische und potentielle Energie	19
1.3.3	Berechnungen mit dem Energiesatz	21
1.3.3.1	Arbeit der Bremskraft	21
1.3.3.2	Ablaufberghöhe	21
1.3.3.3	Experimentelle Massenfaktorermittlung	23
1.3.4	Leistung	25
1.4	Variablen der Zugkraft	27
1.5	Tabellen und Diagramme der Zugförderung	29
<b>2</b>	<b>Kinematik der Fahrbewegung</b>	<b>33</b>
2.1	Grundbegriffe	33
2.2	Integration von Beschleunigungsgleichungen	37
2.2.1	Konstante Geschwindigkeit und Beschleunigung	37
2.2.2	Zeitabhängige Beschleunigung	38
2.2.3	Geschwindigkeitsabhängige Beschleunigung	43
2.2.3.1	Lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit	43
2.2.3.2	Nichtlineare Geschwindigkeitsabhängigkeit (e-Funktion)	45
2.2.3.3	Nichtlineare Geschwindigkeitsabhängigkeit (allgemeine Exponentialfunktion)	49
2.2.3.4	Beschleunigungsparabel $a(v)$	51

2.2.4	Zeitabhängige Geschwindigkeit	54
2.3	Integration mittels Schrittverfahren	57
2.3.1	Gliederung der Verfahren	57
2.3.2	Makroschrittverfahren	57
2.3.3	Mikroschrittverfahren	64
2.4	Mittlere Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Ruckwerte	66
2.5	Differentiation von Gleichungen und Tabellen der Fahrbewegung	72
2.5.1	Grundlagen und Zielsetzung	72
2.5.2	Gleichungen der mittleren Beschleunigungen	73
2.5.3	Differenzenquotientenverfahren	78
2.5.4	Polynomgleittechnik	80
2.6	Fahrbewegung im Gleisbogen	84
<b>3</b>	<b>Neigungs- und Widerstandskraft</b>	<b>91</b>
3.1	Neigung und Neigungskraft	91
3.1.1	Streckenlängsneigung und Neigungskraft	91
3.1.2	Effektive Neigung	96
3.2	Bogenwiderstandskraft	98
3.2.1	Definition und Ursachen	98
3.2.2	Berechnung der Bogenwiderstandskomponenten	99
3.2.3	Bogenwiderstandszahl	105
3.3	Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft	108
3.3.1	Zusammensetzung	109
3.3.2	Grundwiderstandskraft	110
3.3.3	Anfahrwiderstandskraft	116
3.3.4	Äußere Luftwiderstandskraft	119
3.3.4.1	Geschwindigkeitsbeziehungen an Fahrzeug und Zug	119
3.3.4.2	Strömungstechnische Grundlagen	121
3.3.4.3	Einzelfahrzeug	124
3.3.4.4	Fahrzeuggruppe	127
3.3.4.5	Zug	135
3.3.4.6	Tunnel	138
3.3.4.7	Nichtstationäre Vorgänge	141
3.3.5	Innere Luftwiderstandskraft	141
3.3.6	Antriebssystemwiderstandskraft	143
3.3.7	Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft insgesamt	144
3.4	Zugwiderstandskraft des Transrapid	148

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>IX</b>
3.5 <b>Fahrzeug- und Zugwiderstandsgleichungen</b>	151
<b>4      Zugkraft</b>	<b>157</b>
4.1      Kraftschlusszug- und -bremskraft	157
4.1.1      Fahrgrenzen und Kraftschluss	157
4.1.2      Physikalische Kraftschlusstheorie	159
4.1.2.1      Radschlupf	159
4.1.2.2      Bestandteile des Kraftschlussbeiwerts	160
4.1.2.3      Kraftschluss-Schlupf-Gesetz	161
4.1.2.4      Variable des Kraftschlussbeiwerts	165
4.1.3      Statistische Kraftschlusstheorie	171
4.1.4      Kraftschlussgleichungen und Kraftschlussbeiwerte	175
4.1.5      Ausnutzungsfaktor	178
4.2      Zugkraft und Leistungsaufnahme der Dieseltriebfahrzeuge	183
4.2.1      Energiefluss zur Zugkrafterzeugung	183
4.2.2      Dieselmotor	186
4.2.3      Mechanisches Wechselgetriebe	190
4.2.4      Hydrodynamisches Getriebe	194
4.2.5      Elektrische Leistungsübertragung	201
4.3      Zugkraft und Leistungsaufnahme der elektrischen Triebfahrzeuge	203
4.3.1      Gleichstromtriebfahrzeuge	203
4.3.2      Wechselstromtriebfahrzeuge	209
4.3.3      Drehstromantriebstechnik	213
4.3.4      Transrapidtechnik	216
4.3.5      Erwärmung und Grenztemperatur	218
<b>5      Bremskraft</b>	<b>219</b>
5.1      Bremssystem der Züge	219
5.2      Bremskrafterzeugung	225
5.2.1      Klotz- und Belagskraft	225
5.2.2      Bremskraft von Klotz- und Scheibenbremse	229
5.2.3      Klotz- und Belagsreibwert	231
5.2.4      Bremskraft alternativer Bremsen	238
5.2.5      Zeitabhängigkeit	246
5.2.6      Bremsmanagement	250
5.3      Bremsweg- und Bremsfahrtberechnung	252

5.3.1	Mindener Bremsweggleichung	252
5.3.2	Berechnung mit Bremsablaufmodellen	254
5.3.2.1	Grundlagen	254
5.3.2.2	Zweiteiliges Bremsablaufmodell mit Sprungfunktion	255
5.3.2.3	Dreiteiliges Bremsablaufmodell	258
5.3.2.4	Schrittintegration	262
5.3.3	Bremskraftbeschleunigung der Fahrzeuge	262
5.3.4	Betriebsbremsung im konventionellen Verkehr	269
5.3.5	Betriebsbremsung im Hochgeschwindigkeitsverkehr	276
5.4	Bremsbewertung	280
5.4.1	Bremsversuche	280
5.4.2	Bremsgewicht und Bremsbewertungsblatt	287
5.4.3	Mindestbremshundertstel und Bremstafel	295
5.4.4	Fahrdynamischer Bremswert und Bremshundertstel	298
<b>6</b>	<b>Zugfahrtberechnung</b>	<b>303</b>
6.1	Grundlagen	303
6.2	Nahverkehrsfahrsschaubild	306
6.2.1	Fahrsschaubildvarianten	306
6.2.2	Fahrsschaubildberechnung mit konstanter Beschleunigung	308
6.2.2.1	Vorbereitung der Berechnungen	308
6.2.2.2	Fahrsschaubilder ohne Auslauf und Abrollen	310
6.2.2.3	Fahrsschaubilder mit Auslauf	312
6.2.2.4	Fahrsschaubilder mit Abrollen	315
6.2.3	Fahrsschaubildberechnung mit geschwindigkeitsabhängiger Beschleunigung	319
6.2.3.1	Fahrsschaubildberechnung mit Gleichungen für Anfahrt und Auslauf	319
6.2.3.2	Fahrsschaubildberechnung durch Simulation	322
6.2.3.3	Zugkraftarbeit und Energieverbrauch	324
6.3	Fernverkehrsfahrsschaubild	327
6.3.1	Zugfahrtberechnungsprogramm	327
6.3.2	Zugkraftarbeit, Kraftstoff- und Energieverbrauch	330
6.3.3	Energieoptimale Fahrstrategie	333
6.4	Zugfahrtschreiberdiagramme	337
6.5	Fahrdynamische Unfallanalyse	339
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>343</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>351</b>

# 1 Statik und Dynamik der Fahrbewegung

## 1.1 Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegung

### Ursache und Wirkung

Kraft und Bewegung sind zwei eng miteinander verbundene physikalische Variablen. Die kausale Verbundenheit kommt in der Dialektik zum Ausdruck, dass der Bewegungszustand durch das Gleichgewicht der Kräfte erhalten und durch das Ungleichgewicht verändert wird. Die Kräfte sind Ursache und die Bewegung ist Wirkung. Diese dialektische Einheit ist auch bei der Fahrbewegung der Züge gegeben.

### Bewegungsdefinition, Grundgrößen und grundlegende Abhängigkeit

Die Bewegung ist der räumlich-zeitliche Vorgang der Ortsveränderung von Körpern. Dieser Vorgang wird durch die grundlegenden Variablen Weg und Zeit beschrieben. Der Weg ist ein Vektor, er ist umkehrbar und verläuft im Regelfall ungleichförmig. Die Zeit ist dagegen eine skalare Größe, sie ist nicht umkehrbar und verläuft gleichförmig. Zwischen den Grundgrößen Weg und Zeit besteht folgende grundlegende Abhängigkeit:

$$s = f(t) \quad (1.1)$$

t ... Zeit als unabhängige Variable in s

s ... Weg als abhängige Variable in m

### Skalare Größe und Vektor

Die skalare Größe ist allein durch ihren Betrag gegeben. Der Vektor ist dagegen eine gerichtete Größe, gegeben durch seinen Betrag, seine Wirkrichtung und seinen Richtungssinn. Die Wirkrichtung ist durch die Lage im dreidimensionalen Raum festgeschrieben, der Richtungssinn durch die zwei Möglichkeiten entlang der Wirklinie gegeben.

### Bewegungsrichtungen

Bild 1.1 zeigt die möglichen Bewegungsrichtungen eines Zugs im dreidimensionalen Raum, einschließlich Richtungssinn. Folgende Bewegungen sind zu unterscheiden:

#### x-Richtung

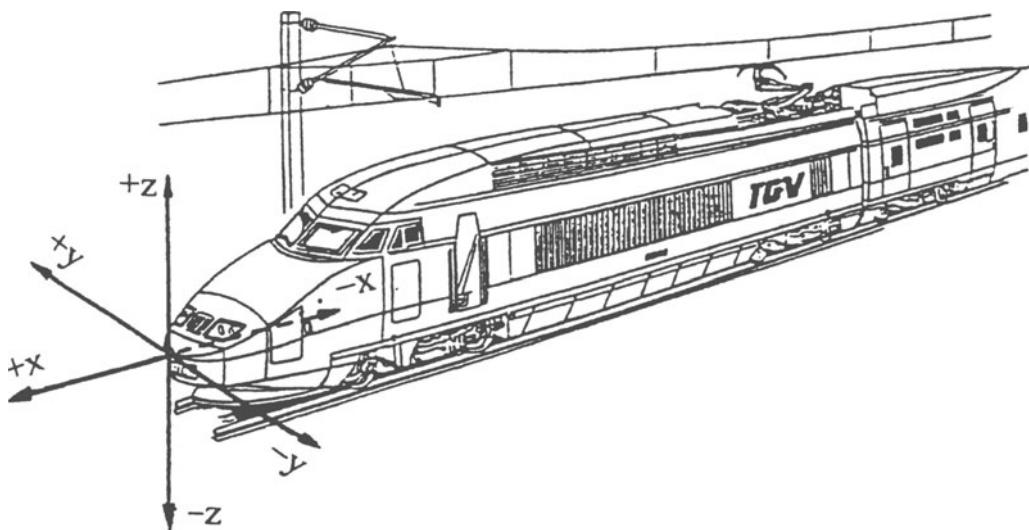
Longitudinal- bzw. Längsbewegung, Fahrbewegung als Hauptbewegung der beim Transport auszuführenden Ortsveränderung.

#### y-Richtung

Transversal- bzw. Seiten- oder Querbewegung, eine bei der Bogendurchfahrt entstehende Nebenbewegung.

#### z-Richtung

Vertikal- bzw. Höhenbewegung, eine beim Befahren von Neigungsstrecken entstehende Nebenbewegung.

**Bild 1.1**

Koordinatensystem für die Klassifizierung der Zugbewegungen, angetragen an der Zugspitze  
[Lexikon der Lokomotive]

### Definition der Kraft

Die Kraft ist durch ihre statische und dynamische Wirkung gegeben. Statische Wirkung bedeutet Erhaltung und dynamische Wirkung Änderung des Bewegungszustands. Der Bewegungszustand wird durch die Variable Geschwindigkeit charakterisiert. Erhaltung heißt konstante Geschwindigkeit oder Ruhezustand und Änderung bedeutet Geschwindigkeitszu- oder -abnahme. Die Kraft ist ein Vektor, der durch Betrag, Wirkungsrichtung und Richtungssinn gekennzeichnet ist. Diese Gesetzmäßigkeiten gelten auch für die Kräfte der Fahrbewegung.

### Kräfte und Bewegung bei der Zugfahrt

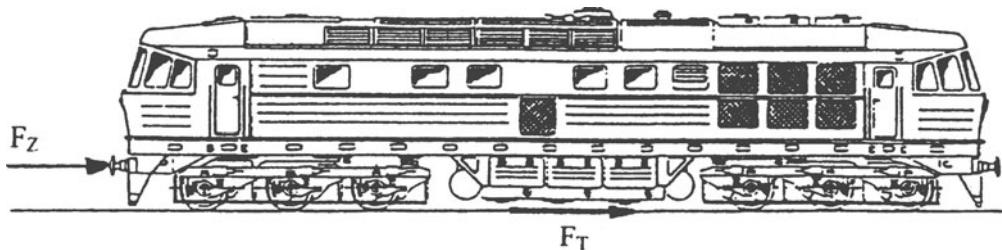
Die komplexe Fahrbewegung des Zugs (Bild 1.1) wird auf den linearen Weg-Zeit-Vorgang der Längsbewegung reduziert. In Abweichung zur Realität wird vorausgesetzt, dass erstens der Zug ein starrer Körper ist (Formänderungen durch die innere Elastizität werden vernachlässigt), dass zweitens die Körpermasse im Schwerpunkt konzentriert ist und dass drittens nur in Längsrichtung der Zugfahrt wirkende Kräfte angreifen.

## 1.2 Kräfte der Fahrbewegung

### 1.2.1 Bezeichnung der Kräfte

#### Zugkraft

Über die Zugkraft wird der Verlauf der Zugfahrt geregelt. Der entsprechende Bewegungszustand wird durch die Zugkraftregelung hergestellt, verändert und erhalten. In Abhängigkeit vom Angriffspunkt ist zwischen Treibachs- und Zughakenzugkraft zu unterscheiden.

**Bild 1.2**

Angriff von Treibachszugkraft  $F_T$  und Zughakenzugkraft  $F_Z$  am Triebfahrzeug

**Die Treibachszugkraft  $F_T$**  ist die vom Antriebssystem am Laufkreis aller Treibradsätze entwickelte und auf das Gleis übertragene Kraft.

**Die Zughakenzugkraft  $F_Z$**  ist die vom Zughaken auf den Wagenzug übertragene Kraft. Sie wird für die gleichförmige Bewegung (Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit) auf waagerechtem und geradem Gleis (keine Neigungs- und Bogenwiderstandskraft) ermittelt.

Bild 1.2 zeigt den Angriff von Treibachs- und Zughakenzugkraft am Triebfahrzeug. Die Zugkraft ist dem Zugkraftdiagramm des entsprechenden Triebfahrzeugs zu entnehmen.

Bild 1.3 zeigt das Zugkraftdiagramm  $F_T(v)$  der Diesellokomotive Baureihe 232 der DB AG (Abkürzung Baureihe: BR). Die Lokomotive hat die Achsfolge  $C_0' C_0'$ , die Masse  $m_L = 116,2$  t und die Motorleistung  $P_M = 2200$  kW. Außerdem ist in Bild 1.3 die Kennlinie der Zugwiderstandskraft bei Beförderung eines Reisezugs mit der Wagenzugmasse  $m_w = 500$  t eingetragen.

**Die Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$**  ist die Schnittstelle zwischen Kraftschlusszugkraft und der Zugkraft des Antriebssystems.

Für die Kraftschlusszugkraft gilt überschläglich:

$$F_T = \mu_T G_L \quad (1.2)$$

$F_T$  ... Treibachszugkraft (Kraftschlusszugkraft) in kN

$G_L$  ... Gewichtskraft der Lokomotive in kN

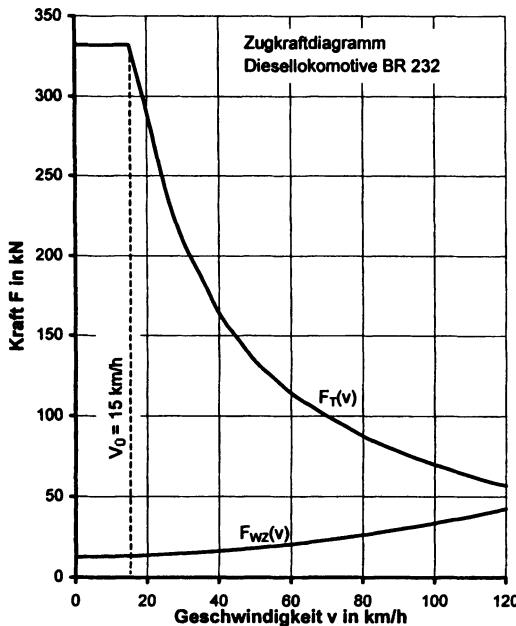
$\mu_T$  ... mittlerer Kraftschlussbeiwert für Treiben, Maßeinheit 1

### Bremskraft

Die Bremskraft  $F_B$  wird zur Geschwindigkeitsreduzierung bzw. zum Anhalten des Zugs, auf Gefällestellen zum Erhalt der Geschwindigkeit und im Stillstand zur Sicherung gegen unbedachte Abrollen benutzt. Sie wird im Regelfall von den Radbremseinrichtungen entwickelt und kraftschlüssig auf das Gleis übertragen. Teilweise wird sie aber auch von radunabhängigen Einrichtungen erzeugt (Magnetschienen- und Wirbelstrombremse). Die Bremskraft ist den entsprechenden Bremskraftdiagrammen zu entnehmen.

### Zugwiderstandskraft

Die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  umfasst die Summe aller, sich der Fahrbewegung auf waagerechtem Gleis widersetzen Kräfte, die durch verschiedene physikalische Vorgänge, insbesondere durch die Reibung und die Aerodynamik, hervorgerufen werden. Sie wird als Summenkraft ausgewiesen und auf statistischer Grundlage aus Versuchsergebnissen bestimmt.



v km/h	F <sub>T</sub> kN	F <sub>wz</sub> kN	v km/h	F <sub>T</sub> kN	F <sub>wz</sub> kN
0	332	12,6	70	100	23,2
15	332	13,3	75	93,8	24,6
20	290	13,7	80	87,6	26,2
25	243	14,2	85	82,5	27,9
30	210	14,8	90	78,0	29,7
35	187	15,5	95	73,8	31,6
40	164	16,3	100	70,0	33,5
45	149	17,2	105	66,4	35,6
50	134	18,2	110	63,0	37,7
55	124	19,3	115	59,6	40,0
60	114	20,5	120	57,0	42,4
65	107	21,8	-	-	-

Bild 1.3

Zugkraftdiagramm der Diesellokomotive  
BR 232

### Bogenwiderstandskraft

Die Bogenwiderstandskraft  $F_{Bo}$  ist eine beim Befahren von Gleisbögen zusätzlich auftretende Widerstandskraft, die auf die Gleitbewegungen im Rad-Schiene-Kontakt zurückzuführen ist. Im Regelfall wird sie mit der Neigungskraft zur Streckenkraft vereinigt.

### Neigungskraft

Die Längsneigungskraft  $F_N$  (abgekürzt Neigungskraft) entsteht durch die Kraftwirkungen auf der schießen Ebene. Der Richtungssinn ist durch den doppelten Richtungssinn des Neigungswinkels der schießen Ebene gegeben. In der Steigung wirkt sie der Bewegung entgegen und ist negativ und im Gefälle wirkt sie im Richtungssinn der Bewegung und ist positiv.

### Massenkraft

Die Massenkraft  $F_M$  entsteht durch die bei ungleichförmiger Bewegung vorhandene Massenträgheit des Zugs (Trägheitsgesetz der Mechanik). Wegen der möglichen zwei Richtungen der Geschwindigkeitsänderung hat  $F_M$  einen doppelten Richtungssinn. Bei Zunahme von  $v$  ist  $F_M$  negativ und bei Abnahme von  $v$  positiv.

### Beschleunigungskraft

Die Beschleunigungskraft  $F_a$  ist die Summe der äußeren Längskräfte der Fahrbewegung. Die äußeren Kräfte eines Körpers sind in der Mechanik eingeprägte Kräfte. Da der Richtungssinn der eingeprägten Kräfte des Zugs unterschiedlich ist, hat auch die Beschleunigungskraft einen doppelten Richtungssinn. Bei Zunahme von  $v$  ist  $F_a$  positiv, bei Abnahme von  $v$  negativ und bei gleichförmiger Bewegung null. Beschleunigungs- und Massenkraft haben den gleichen Betrag, aber einen unterschiedlichen Richtungssinn und sind in der Summe null:

$$F_M + F_a = 0 \quad (1.3)$$

### 1.2.2 Gleichgewicht der Kräfte

#### Bewegungsfälle der Fahrbewegung

Die mittels Zug- und Bremskrafteinstellung geregelte Fahrbewegung vollzieht sich in den Grundvarianten

- Zugfahrt mit Zugkraft,
- Zugfahrt mit Bremskraft und
- Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft.

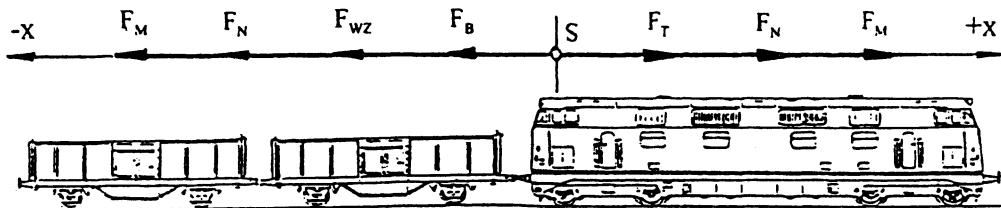
#### Richtungssinn der Kräfte

Der vektorielle Charakter der Kräfte der Fahrbewegung ist auf den Richtungssinn begrenzt. Zur Kennung des Richtungssinns wird das Vorzeichen benutzt, das entweder am Symbol oder am Zahlenwert angetragen werden kann. Im Richtungssinn der Fahrbewegung wirkenden Kräften wird das positive Vorzeichen zugeordnet. Entgegen dem Richtungssinn der Fahrbewegung wirkenden Kräften wird das negative Vorzeichen zugewiesen.

Der Richtungssinn wird sowohl am Symbol als auch am Betrag vermerkt. Die Kennzeichnung erfolgt am Symbol, wenn nur ein Richtungssinn der Kraft vorliegt. Das betrifft: Zugkraft  $F_T$ , Bremskraft  $F_B$  und Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$ . In der Gleichung steht am Symbol entweder stets das positive oder stets negative Vorzeichen. Der Betrag ist stets positiv.

Die Kennzeichnung erfolgt am Betrag, wenn der Richtungssinn wechselt kann. Das betrifft: Neigungskraft  $F_N$ , Massenkraft  $F_M$  und Beschleunigungskraft  $F_a$ . In der Gleichung steht am Symbol stets das positive Vorzeichen. Der Betrag ist positiv oder negativ.

Dieses Schema liegt allen abgeleiteten Gleichungen und Berechnungen zugrunde (Bild 1.4).



**Bild 1.4**

Richtungssinn der die Fahrbewegung eines Zugs bestimmenden Kräfte

#### Statisches Gleichgewicht der eingeprägten Kräfte

Der Lehrsatz der Mechanik vom Gleichgewicht der eingeprägten Kräfte besagt bei Bezugnahme auf die Fahrbewegung, dass sich im Fall der gleichförmigen Bewegung ( $v = \text{konstant}$ ) oder im Fall der Ruhe ( $v = 0$ ) Zugkraft, Bremskraft, Zugwiderstandskraft und Neigungskraft im Gleichgewicht befinden müssen. Für die Grundvarianten der Fahrbewegung gilt:

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad F_T - F_{WZ} + F_N = 0 \quad (1.4)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad -F_B - F_{WZ} + F_N = 0$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad -F_{WZ} + F_N = 0$$

### Scheinbares Ungleichgewicht der eingeprägten Kräfte

Bei ungleichförmiger Bewegung gilt das Gesetz vom Gleichgewicht der eingeprägten Kräfte nicht. Die Summe der eingeprägten Kräfte ergibt einen von null verschiedenen Betrag. Bezo- gen auf die Grundvarianten der Fahrbewegung, ergibt die Summe der (eingeprägten) Kräfte die Beschleunigungskraft  $F_a$ :

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad F_a = F_T - F_{WZ} + F_N \quad (1.5)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad F_a = -F_B - F_{WZ} + F_N$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad F_a = -F_{WZ} + F_N$$

Zur Herstellung des Kräftegleichgewichts ist die Massenkraft  $F_M$  in die Gleichgewichtsberechnung einzubeziehen:

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad F_T - F_{WZ} + F_N + F_M = 0 \quad (1.6)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad -F_B - F_{WZ} + F_N + F_M = 0$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad -F_{WZ} + F_N + F_M = 0$$

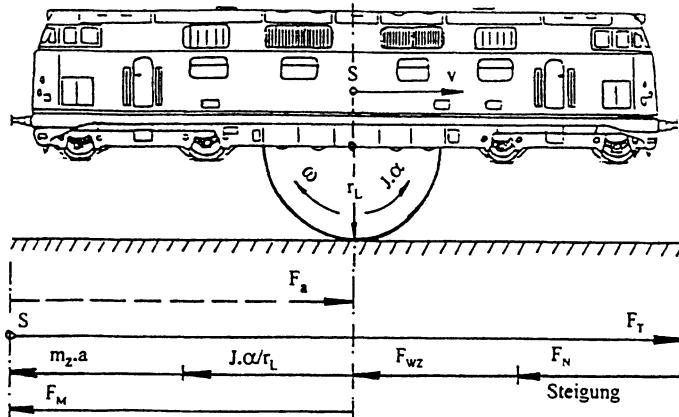
### 1.2.3 Fahrdynamische Grundgleichung

#### Beschleunigungskraft

Die Massenkraft eines fahrenden Zugs ergibt sich aus der translatorisch zu beschleunigenden Zugmasse und aus der rotatorisch zu beschleunigenden Drehmasse. Bild 1.5 zeigt symbolisch die Zusammensetzung des Zugs aus Translations- und Rotationskörper. Außerdem sind die bei der Anfahrt wirkenden Kräfte im Gleichgewicht dargestellt. Die Drehmasse  $m_D$  bzw. die reduzierte Masse der Rotationskörper geht aus dem Massenträgheitsmoment aller Rotations- teile des Zugs  $J$  (Radsätze, Getriebe, Anker der Fahrmotoren usw.) und dem Laufkreishalbmesser der Räder  $r_L$  hervor.

Nach Bild 1.5 beträgt das Drehmoment der Beschleunigungskraft:

$$M_a = F_a r_L = m_Z a r_L + J \alpha$$



**Bild 1.5**

Kräfte der Fahrbewegung am Modell eines Zugs, das aus einem Translations- und einem Rotationskörper zusammengesetzt ist

## 1.2 Kräfte der Fahrbewegung

7

Bei Vernachlässigung des Radschlupfes kann die Drehbeschleunigung  $\alpha$  durch die Translationsbeschleunigung  $a$  ersetzt werden ( $\alpha = a/r_L$ ). Die Auflösung nach  $F_a$  ergibt:

$$F_a = (m_Z + m_D) a \quad \text{mit} \quad m_D = J / r_L^2 \quad \text{und} \quad m_{DZ} = \sum_1^z m_{Dx} \quad (1.7)$$

Gl.(1.5) und (1.7) werden gleichgesetzt und nach der Momentanbeschleunigung  $a$  aufgelöst:

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad a = \frac{F_T - F_{WZ} + F_N}{m_Z + m_{DZ}} \quad (1.8)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad a = \frac{-F_B - F_{WZ} + F_N}{m_Z + m_{DZ}} \quad (1.9)$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad a = \frac{-F_{WZ} + F_N}{m_Z + m_{DZ}} \quad (1.10)$$

### Masse und Gewichtskraft

Die Masse des lokomotivbespannten Zugs  $m_Z$  setzt sich aus Lokomotivmasse  $m_L$  und Wagenzugmasse  $m_W$  und die des Triebwagenzugs aus der Achsfahrmasse aller angetriebenen Radsätze (Treibradsätze)  $m_T$  und aller nicht angetriebenen Radsätze (Laufradsätze)  $m_{Lauf}$  zusammen. Für Lokomotiven wird der Antrieb aller Radsätze vorausgesetzt. Die Zugmasse  $m_Z(t)$  beträgt:

$$m_Z = m_L + m_W \quad \text{bzw.} \quad m_Z = m_T + m_{Lauf} \quad (1.11)$$

Die Lokomotivmasse  $m_L$  wird als Leermasse plus 2/3 der Betriebsstoffmasse bei maximaler Bevorratung, die Masse eines Güterwagens als Summe von Eigen- und Ladegutmasse und die Masse der Reisezugwagen als Leermasse plus 2/3 der Masse der Betriebsstoffbevorratung (z.B. Wasser) plus Masse der beförderten Personen ermittelt. Die Masse beträgt pro Person 80 kg. Im Regelfall wird die Belegung aller Sitzplätze vorausgesetzt. Müssen Stehplätze berücksichtigt werden, wird mit 0,2 m<sup>2</sup> Stehplatzfläche pro Person gerechnet.

Die Masse unterliegt der Fallbeschleunigung. Die Bezugnahme des dynamischen Grundgesetzes auf die Vertikalbewegung ergibt die Gewichtskraft  $G$ :

$$G = m g \quad (1.12)$$

Die Gewichtskraft des Zugs  $G_Z$  (Maßeinheit kN) besteht aus den Gewichtskräften von Lokomotive  $G_L$  und Wagenzug  $G_W$  bzw. der Treibradsätze  $G_T$  und der Laufradsätze  $G_{Lauf}$ :

$$G_Z = G_L + G_W \quad \text{bzw.} \quad G_Z = G_T + G_{Lauf} \quad (1.13)$$

### Berechnungsbeispiel 1.1

Für einen Reisezug, bespannt mit der Diesellokomotive BR 232, ist zur Geschwindigkeit 60 km/h die Momentanbeschleunigung  $a$  verschiedener Bewegungsfälle zu berechnen. Bild 1.3 wird zu  $v = 60$  km/h die Treibachszugkraft  $F_T = 114$  kN und die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ} = 20,5$  kN entnommen. Die Bremskraft beträgt  $F_B = 730$  kN. Die Lokomotivmasse  $m_L = 116,2$  t und die Wagenzugmasse  $m_W = 500$  t ergeben nach Gl. (1.11) die Zugmasse  $m_Z = 616,2$  t. Der Drehmasse beträgt  $m_D = 48$  t (vgl. Kapitel 1.5).

Lösungsweg und Lösung:

Auf *waagerechter Strecke* ( $F_N = 0$ ) erhält man für die Fahrt mit Zugkraft (Gl. (1.8))  $a = 0,1408$  m/s<sup>2</sup>, für die Fahrt mit Bremskraft (Gl. (1.9))  $a = -1,1300$  m/s<sup>2</sup> und für die Fahrt ohne Zug- und Bremskraft (Gl. (1.10))  $a = -0,0309$  m/s<sup>2</sup>.

Auf der 5 %-Steigungsstrecke ( $F_N = -30,2 \text{ kN}$ ) erhält man für die Fahrt mit Zugkraft (Gl. (1.8))  $a = 0,0953 \text{ m/s}^2$ , für die Fahrt mit Bremskraft (Gl. (1.9))  $a = -1,1754 \text{ m/s}^2$  und für die Fahrt ohne Zug- und Bremskraft (Gl. (1.10))  $a = -0,0763 \text{ m/s}^2$ .

Auf der -5 %-Gefällestrecke ( $F_N = +30,2 \text{ kN}$ ) erhält man für die Fahrt mit Zugkraft (Gl. (1.6))  $a = 0,1862 \text{ m/s}^2$ , für die Fahrt mit Bremskraft (Gl. (1.7))  $a = -1,0845 \text{ m/s}^2$  und für die Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $a = +0,0146 \text{ m/s}^2$ .

### Berechnungsbeispiel 1.2

Welche Zugkraft muss die Lokomotive BR 232 bei der Geschwindigkeit von 60 km/h auf waagerechter Strecke entwickeln, damit der Zug die Momentanbeschleunigung  $a = 0,20 \text{ m/s}^2$  erreicht?

Lösungsweg und Lösung:

Mit Gl. (1.7) wird die Beschleunigungskraft  $F_a = 132,84 \text{ kN}$  berechnet. Das entspricht der Massenkraft  $F_M = -132,84 \text{ kN}$  (Gl. (1.3)). Die Umstellung von Gl. (1.4/1) nach  $F_T$  und das Einsetzen von  $F_{WZ} = 20,5 \text{ kN}$ ,  $F_N = 0$  und  $F_M = -132,84 \text{ kN}$  ergibt die erforderliche Zugkraft  $F_T = 153,34 \text{ kN}$ .

#### 1.2.4 Koeffizienten der Kräfte

##### Regeln der Koeffizientenberechnung

Für Kräfte der Fahrdynamik können Koeffizienten berechnet werden. Fahrdynamische Berechnungen werden häufig auf der Basis der Koeffizienten der Kräfte durchgeführt. Die Benutzung ermöglicht eine größere Verallgemeinerung der Berechnungsmodelle und Ergebnisse. Für die Kennung des Koeffizienten einer Kraft wird im Regelfall das gleiche Symbol, aber der kleine Buchstabe benutzt.

Der Koeffizient einer Kraft entsteht durch Division der entsprechenden Längskraft durch die vertikale Zuggewichtskraft. Er ist mit der Reibungszahl zu vergleichen (Quotient von Tangential- und Normalkraft). Die Maßeinheit der Koeffizienten ist 1. Die Multiplikation mit 1000 % ergibt den Kraftkoeffizienten in Promille. Bei Benutzung der Längskraft in N und der Gewichtskraft in kN erhält man ebenfalls Promille. In Gleichungen und Berechnungsmodellen ist die Maßeinheit 1 zu verwenden. Die Maßeinheit % ist für die Koeffizientendarstellung zu benutzen.

Die Maßeinheiten N/kN und daN/t sowie der Begriff „spezifische Kraft“, die teilweise für die Kraftkoeffizienten Anwendung finden, widersprechen dem gesetzlich vorgeschriebenen physikalischen Internationalen Maßeinheitensystem (SI) und dürfen daher nicht benutzt werden.

##### Kraftkoeffizienten für Züge

(1.14)

Zugkraftzahl $f_T$	$f_T = F_T/G_Z$	Neigungskraftzahl $f_N$	$f_N = F_N/G_Z$
Bremskraftzahl $f_B$	$f_B = F_B/G_Z$	Längsneigung $i$	$i = -F_N/G_Z$
Zugwiderstandszahl $f_{WZ}$	$f_{WZ} = F_{WZ}/G_Z$	Massenkraftzahl $f_M$	$f_M = F_M/G_Z$
Bogenwiderstandszahl $f_{Bo}$	$f_{Bo} = F_{Bo}/G_Z$	Beschleunigungskraftzahl $f_a$	$f_a = F_a/G_Z$

Beziehung zwischen Neigungskraftzahl  $f_N$  und Neigung  $i$  (Kap. 3.1.1, Gl.(3.5)):  $f_N = -i$

Die Fahrzeugwiderstandskraft  $F_{WF}$  und die Fahrzeuggewichtskraft  $G_F$  sind sowohl für das einzelne Fahrzeug als auch für Fahrzeuggruppen in Gl. (1.15/4) einzusetzen.

**Kraftkoeffizienten für Einzelfahrzeuge und Fahrzeuggruppen** (1.15)

$$\text{Kraftschlussbeiwert } \mu_T = F_T/G_L$$

$$\text{Lokomotivwiderstandszahl } f_{WL} = F_{WL}/G_L$$

$$\text{Wagenzugwiderstandszahl } f_{WW} = F_{WW}/G_W$$

$$\text{Fahrzeugwiderstandszahl } f_{WF} = F_{WF}/G_F$$

**Zugwiderstandszahl**

Die Zugwiderstandszahl erhält man durch Wichtung von Lokomotivwiderstandszahl  $f_{WL}$  und Wagenzugwiderstandszahl  $f_{WW}$  mit den Gewichtskräften bzw. Massen von Lokomotive ( $G_L, m_L$ ) und Wagenzug ( $G_W, m_W$ ):

$$f_{WZ} = \frac{f_{WL} G_L + f_{WW} G_W}{G_Z} \quad (1.16)$$

$$f_{WZ} = \frac{f_{WL} m_L + f_{WW} m_W}{m_Z}$$

**Statisches Gleichgewicht der eingeprägten Kräfte**

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad f_T - f_{WZ} - i = 0 \quad (1.17)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad f_B + f_{WZ} + i = 0$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad f_{WZ} + i = 0$$

**Scheinbares Ungleichgewicht der eingeprägten Kräfte**

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad f_a = f_T - f_{WZ} - i \quad (1.18)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad f_a = -(f_B + f_{WZ} + i) \quad (1.19)$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad f_a = -(f_{WZ} + i) \quad (1.20)$$

**Herstellung des Gleichgewichts mit Hilfe der Massenkraftzahl  $f_M$** 

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad f_T - f_{WZ} - i + f_M = 0 \quad (1.21)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad -f_B - f_{WZ} - i + f_M = 0$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad -f_{WZ} - i + f_M = 0$$

**Berechnungsbeispiel 1.3**

Für den Reisezug des Beispiels 1.1 ist zur Geschwindigkeit von 60 km/h die Beschleunigungskraftzahl  $f_a$  verschiedener Bewegungsfälle zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Mit Gl. (1.12) berechnet man die Zuggewichtskraft  $G_Z = 6043$  kN. Mit Gl. (1.14) erhält man die Zugkraftzahl  $f_T = 0,018865$ , die Bremskraftzahl  $f_B = 0,120801$  und die Zugwiderstandszahl  $f_{WZ} = 0,003392$ . Für 5 % Längsneigung ist  $i = +0,005$  (Steigung) bzw.  $i = -0,005$  (Gefälle).

**Waagerechter Strecke ( $i = 0$ )**

Man erhält aus Gl. (1.18) bis (1.20) für die Fahrt mit Zugkraft  $f_a = 0,015473$ , für die Fahrt mit Bremskraft  $f_a = -0,124193$  und für die Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $f_a = -0,003392$ .

### Steigung

Man erhält aus Gl. (1.18) bis (1.20) für die Fahrt mit Zugkraft  $f_a = 0,010473$ , für die Fahrt mit Bremskraft  $f_a = -0,129193$  und für die Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $f_a = -0,008392$ .

### Gefälle

Man erhält aus Gl. (1.18) bis (1.20) für die Fahrt mit Zugkraft  $f_a = 0,020473$ , für die Fahrt mit Bremskraft  $f_a = -0,119193$  und für die Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $f_a = +0,001608$ .

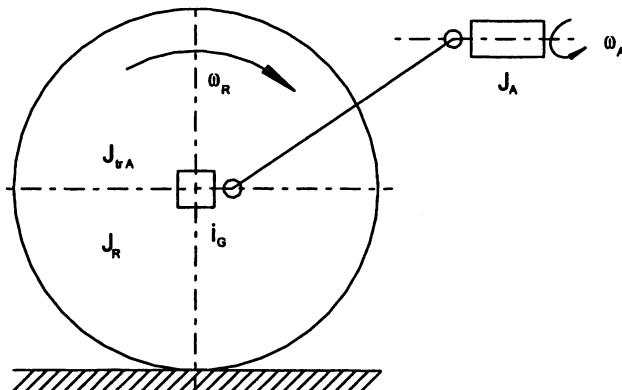
## 1.2.5 Drehmasse

### Berechnung

Die Drehmassen von Fahrzeugen sind zu berechnen oder im Fahrversuch zu bestimmen. Für die Berechnung müssen Masse und Abmessungen aller, mit der Fahrbewegung verbundener Rotationskörper des Fahrzeugs gegeben sein. Im Regelfall können die Rotationskörper als Scheiben und Ringe bzw. Voll- und Hohlzylinder mit dem Außenradius  $r_a$ , dem Innenradius  $r_i$  und der Masse  $m$  dargestellt werden. Das polare Massenträgheitsmoment  $J_p$  beträgt:

$$J_p = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2) \quad (1.22)$$

Mit Gl. (1.22) ist das Massenträgheitsmoment von Achswelle, Radscheibe, Radreifen und Spurkranz zu berechnen und zum Massenträgheitsmoment aller Radsätze eines Fahrzeugs  $J_R$  zu summieren. Bei elektrischen und dieselelektrischen Lokomotiven kommt noch das Massenträgheitsmoment der Anker aller Fahrmotoren  $J_A$  und bei Reisezugwagen mit dezentraler Energieversorgung das Massenträgheitsmoment der Anker der Achsgeneratoren hinzu.



**Bild 1.6**  
Radsatzantrieb eines elektrischen Triebfahrzeugs, Berechnung des auf den Radsatz transformierten Anker-Massenträgheitsmoments

Das Anker-Massenträgheitsmoment  $J_A$  ist für die Bedingung gleicher Radsatz- und Ankerleistung ( $P_R = P_A$ ,  $P = M\omega$  und  $M = Ja$ ) auf die Radsatzwelle zu transformieren (Bild 1.6).

Leistungsäquivalent transformiertes Anker-Massenträgheitsmoment:

$$M_{trA} \omega_R = M_A \omega_A \text{ bzw. } J_{trA} \alpha_R \omega_R = J_A \alpha_A \omega_A$$

$M_A, M_{trA}$  Anker-Drehmoment vor und nach der Transformation

$J_A, J_{trA}$  Anker-Massenträgheitsmoment vor und nach der Transformation

$\omega_A, \omega_R$  Drehgeschwindigkeit von Anker und Radsatz

$\alpha_A, \alpha_R$  Drehbeschleunigung von Anker und Radsatz

Einführung der Achsgetriebeübersetzung  $i_G$  ( $i_G > 1$ ) sowie von  $\alpha_A = i_G \alpha_R$  und  $\omega_A = i_G \omega_R$ :

$$J_{trA} = i_G^2 J_A$$

Drehmasse (reduzierte Masse) entsprechend Gl. (1.7):

Wagen ohne Achsgenerator

$$m_{DW} = \frac{J_R}{r_L^2}$$

Lokomotive, Wagen mit Achsgenerator

$$m_{DL} = \frac{J_R + i_G^2 J_A}{r_L^2} \quad (1.23)$$

### Drehmasse des Zugs

Zur Berechnung der Drehmasse eines Zugs sind die Drehmassen aller Fahrzeuge im Zug bzw. die Drehmassen aller Treib- und Laufradsätze (Tabelle 1.1) zu summieren:

$$m_{DZ} = z_T m_{DT} + z_W m_{DW} \quad (1.24)$$

$m_{DZ}$	Drehmasse des Zugs
$m_{DT}$	Drehmasse für 1 Treibradsatz
$m_{DW}$	Drehmasse für 1 Wagen- oder Laufradsatz
$z_T$	Anzahl der Treibradsätze
$z_L$	Anzahl der Wagen- oder Laufradsätze

Tabelle 1.1

Drehmassen für Radsätze

Dieselhydraulische Lokomotive	$m_{DT} = 2,0 \text{ bis } 3,5 \text{ t}$
Dieselelektrische Lokomotive	$m_{DT} = 2,0 \text{ bis } 5,0 \text{ t}$
Elektrische Lokomotive	$m_{DT} = 3,0 \text{ bis } 5,0 \text{ t}$
Güterwagen	$m_{DW} = 0,6 \text{ t}$
Personenwagen	$m_{DW} = 0,6 \text{ t}$
Zuschlag je Achsgenerator	0,1 t
Zuschlag je Bremstrommel bzw. Bremsscheibe	0,05 t

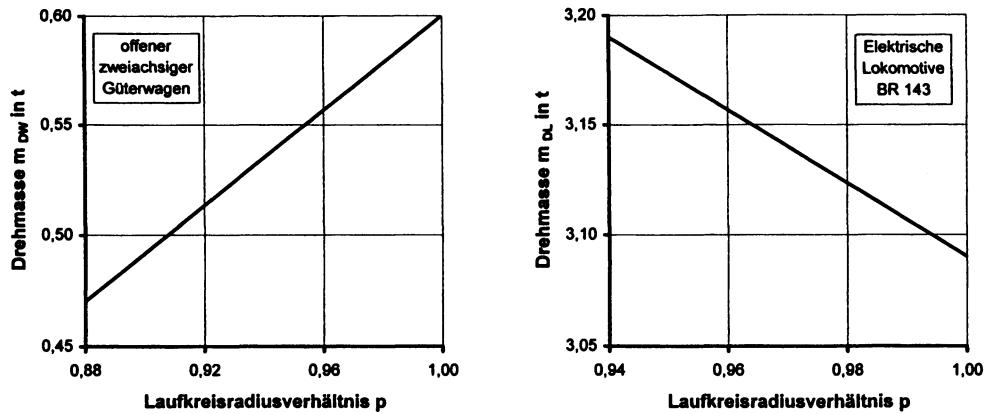
### Einfluss des Laufkreishalbmessers

Die Variable „Laufkreishalbmesser  $r_L$ “ beeinflusst die Drehmasse sowohl direkt als Bestandteil der Gl. (1.23) als auch indirekt über das Massenträgheitsmoment. Da der Laufkreishalbmesser dem Verschleiß unterliegt, ändert sich die Drehmasse in Abhängigkeit von der Einsatzzeit. Die Änderung ist im Bild 1.7 für einen offenen Güterwagen und für die elektrische Lokomotive BR 143 dargestellt. Als unabhängige Variable wurde das Verhältnis  $p$  des verschleißbedingt verkleinerten Laufkreisradius zum neuen Radius gewählt.

Beim nicht angetriebenen Radsatz nimmt die Drehmasse  $m_{DW}$  mit sich verkleinerndem Radiusverhältnis  $p$  ab. Der angetriebene Radsatz zeigt wegen der Unabhängigkeit des Anker-Massenträgheitsmoments  $J_A$  von  $r_L$  die umgekehrte Tendenz. Mit zunehmender verschleißbedingter Verkleinerung von  $r_L$  nimmt die Drehmasse  $m_{DT}$  zu.

### Vereinfachungen

Zur Vereinfachung fahrdynamischer Berechnungen werden die Variablen „vergrößerte Zugmasse“, „Massenfaktor“ und „Beschleunigungskonstante“ benutzt.

**Bild 1.7**

Einfluss der verschleißbedingten Verkleinerung des Laufkreishalbmessers auf die Drehmasse

### Vergrößerte Zugmasse

Die Drehmasse wirkt wie eine scheinbare Vergrößerung der Zugmasse. Die vergrößerte Zugmasse  $m_{Zv}$  ist die Summe von Zugmasse  $m_Z$  und Drehmasse des Zugs  $m_{DZ}$ :

$$m_{Zv} = m_Z + m_{DZ} \quad (1.25)$$

### Massenfaktor

Der Massenfaktor des Zugs  $\xi_Z$  ist der Quotient aus vergrößerter Zugmasse  $m_{Zv}$  und tatsächlicher Zugmasse  $m_Z$ :

$$\xi_Z = \frac{m_{Zv}}{m_Z} \quad \text{und} \quad \xi_Z = 1 + \frac{m_{DZ}}{m_Z} \quad (1.26)$$

Sind die für die Ermittlung der Drehmasse des Zugs erforderlichen Daten unbekannt, wird die vergrößerte Zugmasse mit überschläglichen Werten des Massenfaktors berechnet:

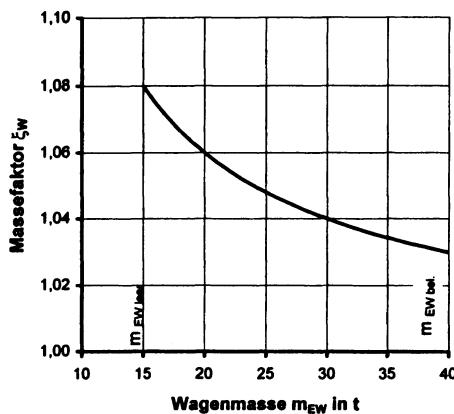
$$m_{Zv} = m_Z \xi_Z \quad (1.27)$$

Tabelle 1.2 enthält Massenfaktoren von Lokomotiven und Wagenzügen.

Den Massenfaktor des Zugs  $\xi_Z$  erhält man durch Wichtung der Massenfaktoren von Lokomotive  $\xi_L$  und Wagenzug  $\xi_W$  mit der Masse von Lokomotive  $m_L$ , Wagenzug  $m_W$  und Zug  $m_Z$ :

$$\xi_Z = \frac{\xi_L m_L + \xi_W m_W}{m_Z} \quad (1.28)$$

Wegen Unabhängigkeit der Drehmasse von der Fahrzeugbeladung verringert sich der Massenfaktor bei zunehmender Beladung. Bild 1.8 zeigt diese Abhängigkeit für einen offenen Güterwagen. Sie ist bei Benutzung des Massenfaktors zu beachten.

**Bild 1.8**

Massenfaktor des offenen zweiachsigen Güterwagens in Abhängigkeit von der Beladung

**Tabelle 1.2**  
Erfahrungswerte des Massenfaktors

Dieselhydraulische Lokomotive	$\xi_L = 1,10 \text{ bis } 1,15$
Dieseletelektrische Lokomotive	$\xi_L = 1,15 \text{ bis } 1,25$
Elektrische Lokomotive	$\xi_L = 1,15 \text{ bis } 1,25$
Güterwagenzug leer	$\xi_W = 1,08 \text{ bis } 1,10$
Güterwagenzug beladen	$\xi_W = 1,03 \text{ bis } 1,04$
Personenwagenzug	$\xi_W = 1,06 \text{ bis } 1,09$
Zug, überschlägliche Berechnung	$\xi_Z = 1,08 \text{ t}$

### Beschleunigungskonstante

Die Gl. (1.7) wird nach der Momentanbeschleunigung umgestellt und verändert:

$$a = \frac{F_a}{m_{Zv}} = \frac{F_a}{m_z \xi_z} = \frac{F_a g}{G_z \xi_z} = \frac{F_a}{G_z} \frac{g}{\xi_z}$$

$$a = f_a g_K \quad \text{mit} \quad g_K = g_K = \frac{g}{\xi_z} \quad (1.29)$$

Die Beschleunigungskonstante  $g_K$  geht aus der Fallbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  hervor. Für überschlägliche Berechnungen ist  $g_K = 9 \text{ m/s}^2$  zu benutzen.

### Massenkraftzahl $f_M$ , Beschleunigungskraftzahl $f_a$ :

$$f_M = -\frac{a}{g_K} \quad \text{und} \quad f_a = \frac{a}{g_K} \quad \text{sowie} \quad f_M + f_a = 0 \quad (1.30)$$

Das Einsetzen von Gl. (1.18) bis (1.20) in Gl. (1.30) ergibt für die Momentanbeschleunigung  $a$ :

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad a = g_K (f_T - f_{WZ} - i) \quad (1.31)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad a = -g_K (f_B + f_{WZ} + i) \quad (1.32)$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad a = -g_K (f_{WZ} + i) \quad (1.33)$$

Fallweise ist die Bogenwiderstandszahl  $f_{Bo}$  zu ergänzen.

### Berechnungsbeispiel 1.4

Für einen Zug, bestehend aus der dieselelektrischen Lokomotive BR 232 ( $n_L = 6$  Radsätze,  $m_L = 116,2$  t) und 10 Reisezugwagen ( $n_w = 4$  mal 10 Radsätze,  $m_w = 500$  t) sind Massenfaktor  $\xi_z$  und Beschleunigungskonstante  $g_k$  zu berechnen. Außerdem sind die Momentanbeschleunigungen  $a$  bei 60 km/h für verschiedene Bewegungsfälle zu ermitteln.

Lösungsweg und Lösung:

Massenfaktor  $\xi_z$  und Beschleunigungskonstante  $g_k$

Mit Gl. (1.11) erhält man  $m_z = 616,2$  t. Aus Tabelle 1.1 wird  $m_{DT} = 4,0$  t/Treibradsatz und  $m_{DW} = 0,6$  t/Laufradsatz entnommen. Mit Gl. (1.24) erhält man  $m_{DZ} = n_L m_{DT} + n_w m_{DW} = 4 \cdot 4,0 + 40 \cdot 0,6 = 48$  t. Gl. (1.25) ergibt die vergrößerte Zugmasse  $m_{Zv} = 616,2 + 48 = 664,2$  t. Gl. (1.26) liefert den Massenfaktor  $\xi_z = 664,2/616,2 = 1,0779$  und Gl. (1.30) die Beschleunigungskonstante  $g_k = 9,81/1,0779 = 9,101 \text{ m/s}^2$ .

Als nächster Schritt ist die Beschleunigungskraftzahl  $f_a$  der Bewegungsfälle zu berechnen. Das ist in Beispiel 1.3 erfolgt. Die  $f_a$ -Werte sind in Gl. (1.31) bis (1.33) einzusetzen.

Waagerechte Strecke

Man erhält bei Fahrt mit Zugkraft  $a = 0,1408 \text{ m/s}^2$ , bei Fahrt mit Bremskraft  $a = -1,1303 \text{ m/s}^2$  und bei Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $a = -0,0309 \text{ m/s}^2$ .

5 %-Steigungsstrecke

Man erhält bei Fahrt mit Zugkraft  $a = 0,0953 \text{ m/s}^2$ , bei Fahrt mit Bremskraft  $a = -1,1758 \text{ m/s}^2$  und bei Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $a = -0,0764 \text{ m/s}^2$ .

5 %-Gefällestrecke

Man erhält bei Fahrt mit Zugkraft  $a = 0,1863 \text{ m/s}^2$ , bei Fahrt mit Bremskraft  $a = -1,0848 \text{ m/s}^2$  und bei Fahrt ohne Zug- und Bremskraft  $a = +0,0146 \text{ m/s}^2$ .

Die Berechnungen führen zum gleichen Ergebnis wie im Beispiel 1.1.

### 1.2.6 Beschleunigungen der Kräfte

Auf der Grundlage des dynamischen Grundgesetzes (Beschleunigung ist Kraft durch Masse) kann jede Kraft der Fahrbewegung bei Division mit der Zugmasse auch durch die Beschleunigung ausgedrückt werden. Für die Beschleunigung der Kräfte der Fahrbewegung gilt:

$$\text{Zugkraftbeschleunigung} \quad a_{FT} = \frac{F_T}{m_z} = g f_T \quad (1.34)$$

$$\text{Bremskraftbeschleunigung} \quad a_{FB} = \frac{F_B}{m_z} = g f_B$$

$$\text{Zugwiderstandsbeschleunigung} \quad a_{FW} = \frac{F_{WZ}}{m_z} = g f_{WZ}$$

$$\text{Neigungsbeschleunigung} \quad a_i = \frac{F_N}{m_z} = -\frac{i G_z}{m_z} = -g i$$

Die Momentanbeschleunigung des Zugs ist mit folgender Gleichung aus den Beschleunigungen der Kräfte der Fahrbewegung zu berechnen:

$$\text{Zugfahrt mit Zugkraft} \quad a = \frac{1}{\xi_Z} (a_{FT} - a_{FW} + a_i) \quad (1.35)$$

$$\text{Zugfahrt mit Bremskraft} \quad a = -\frac{1}{\xi_Z} (a_{FB} + a_{FW} - a_i) \quad (1.36)$$

$$\text{Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft} \quad a = -\frac{1}{\xi_Z} (a_{FW} - a_i) \quad (1.37)$$

### 1.2.7 Fahrbewegung an der Kraftschlussgrenze

#### Variablen des maximalen Steig- und Beschleunigungsvermögens

Das maximale Steig- und Beschleunigungsvermögen eines Zugs ist von zwei Variablen abhängig: vom Kraftschlussbeiwert zwischen Rad und Schiene beim Treiben  $\mu_T$  und vom Zugmasseverhältnis  $q$ .

Der Kraftschlussbeiwert  $\mu_T$  liegt im Bereich 0,10 bis 0,30, unter normalen Bedingungen zwischen 0,20 und 0,25. Er ist eine physikalische Variable mit im wesentlichen nur statistisch erfassbaren Abhängigkeiten. Die Variablen sind kaum aktiv beeinflussbar.

Das Zugmasseverhältnis  $q$  gibt an, welcher Anteil der gesamten Zugmasse auf 1 t angetriebene Masse entfällt. Im günstigsten Fall ist  $q = 1$  erreichbar (alle Radsätze sind angetrieben). Maximales Steig- und Beschleunigungsvermögen sind im wesentlichen nur über das bei der Zugbildung gewählte Zugmasseverhältnis  $q$  zu beeinflussen.

Zugmasseverhältnis lokomotivbespannter Züge ( $m_L, m_Z$ ) und von Triebwagenzügen ( $m_T, m_Z$ ):

$$q = \frac{m_Z}{m_L} \quad \text{und} \quad q = \frac{m_Z}{m_T} \quad (1.38)$$

Tabelle 1.3 enthält die im Schienenverkehr benutzten Zugmasseverhältnisse  $q$ .

**Tabelle 1.3**

Zugmasseverhältnis  $q$  in Abhängigkeit von den Einsatzbedingungen

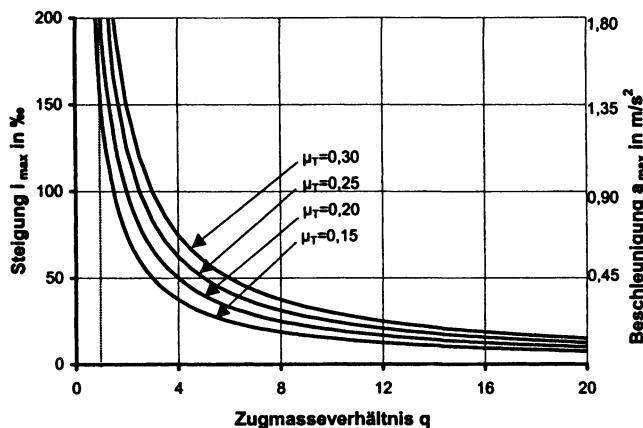
Zugart	Masseverhältnis
Züge des Nahverkehrs	$q \leq 2,5$
Personenzüge	$q \leq 5$
Schnellzüge	$q \leq 8$
Güterzüge	$q \leq 20$

#### Maximales Steigvermögen

Das maximale Steigvermögen in gleichförmiger Bewegung erhält man mit Gl. (1.4/1), in die für die Treibachs zugkraft  $F_T$  Gl. (1.2), für die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  Gl. (1.14/3) und für die Neigungskraft  $F_N$  Gl. (1.14/6) eingesetzt werden:

$$\mu_T G_L - f_{WZ} G_Z - i G_Z = 0$$

$$\mu_T \frac{G_L}{G_Z} - f_{WZ} - i = 0$$



**Bild 1.9**  
Steig- und Beschleu-  
nigungsvermögen des  
Zugs an der  
Kraftschlussgrenze in  
Abhängigkeit vom  
Zugmasseverhältnis q

Der Quotient  $G_L/G_Z$  wird durch den Reziprokwert des Zugmasseverhältnisses  $q$  ersetzt. Die Umstellung nach  $i$  ergibt für die maximale Steigung  $i_{\max}$  (Bild 1.9):

$$i_{\max} = \frac{\mu_T}{q} - f_{WZ} \quad (1.39)$$

### Maximales Beschleunigungsvermögen

Die maximale Beschleunigung auf waagerechter Strecke ( $F_N = 0$ ) erhält man mit Gl. (1.6/1), in die für die Treibachszugkraft  $F_T$  Gl. (1.2), für die Zugwiderstandskraft  $f_{WZ}$  Gl. (1.14/3), für die Massenkraft  $F_M$  Gl. (1.14/7) und für die Massenkraftzahl  $f_M$  Gl. (1.30) eingesetzt wird:

$$\mu_T G_L - f_{WZ} G_Z + f_M G_Z = 0$$

$$\mu_T \frac{G_L}{G_Z} - f_{WZ} - \frac{a}{g_K} = 0$$

Der Quotient  $G_L/G_Z$  wird durch den Reziprokwert des Zugmasseverhältnisses  $q$  ersetzt. Die Umstellung nach  $a$  ergibt für die maximale Beschleunigung  $a_{\max}$  (Bild 1.9):

$$a_{\max} = g_K \left( \frac{\mu_T}{q} - f_{WZ} \right) \quad \text{und} \quad a_{\max} = g_K i_{\max} \quad (1.40)$$

### Drehmassewirkung an der Kraftschlussgrenze

Die im Bild 1.5 abgeleitete Beschleunigungskraft  $F_a$  liegt nur dann vor, wenn die Fahrbewegung mit einer unter der Kraftschlussgrenze liegenden Treibachszugkraft  $F_T$  erfolgt. Bei Anfahrt an der Kraftschlussgrenze besteht für die Treibradsätze Gleichgewicht zwischen Zug- und Massenkraft der Translation ( $F_T = m a$ ). Die Massenkraft der Rotation vergrößert aber die vom Antriebssystem in den Treibradsatz einzuleitende Zugkraft.

Beim Fahren eines Zugs an der Kraftschlussgrenze sind nur die Drehmassen der nicht angetriebenen Radsätze in die Berechnung der Fahrbewegung einzubeziehen, nicht die Drehmassen der angetriebenen Radsätze.

## 1.3 Arbeit, Energie und Leistung der Fahrbewegung

### 1.3.1 Zugkraftarbeit

#### Arbeitsintegral

Eine Kraft, die einer Bewegung unterliegt, vollbringt mechanische Arbeit. Die Bewegung der konstanten Kraft  $F$  über den Mikroweg  $ds$  ergibt die Mikroarbeit  $dW$  als Produkt von  $F$  und  $ds$ . Bleibt die Kraft auch im Makrowegintervall  $\Delta s$  konstant, erhält man die Makroarbeit  $W$  als Produkt von  $F$  und  $\Delta s$ . Bei sich wegabhängig ändernder Kraft  $F(s)$  erhält man die Arbeit durch Integration der Kraft über dem Wegintervall zwischen dem Anfangspunkt  $s_A$  und dem Endpunkt  $s_E$  der Bewegung (Arbeitsintegral). Da das Arbeitsintegral aber im Regelfall nicht geschlossen lösbar ist, wird der Abschnitt von  $s_A$  bis  $s_E$  in kleine Intervalle  $\Delta s$  mit konstanter mittlerer Kraft  $F_m$  unterteilt, die Arbeit der Intervalle berechnet, die am Schluss zur Arbeit des Abschnitts  $s_A$  bis  $s_E$  summiert werden.

Gleichungen der mechanischen Arbeit:

$$dW = F ds \quad (1.41)$$

$$W = \int_{s_A}^{s_E} F(s) ds \quad \text{und} \quad W = \sum_1^z (F_m \Delta s)_x$$

#### Maßeinheiten

Die Maßeinheit der Arbeit sowie der Energie ist das *Joule (J)*. Weiterhin ist die *Kilowattstunde (kWh)* zugelassen. Die Maßeinheit *Newtonmeter (Nm)* ist im Internationalen Maßeinheitensystem (SI) nicht zugelassen.

$$1 \text{ Js} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3600 \text{ kJ} = 3,6 \text{ MJ}$$

#### Zugkraftarbeit

Während der Fahrbewegung vollbringt die Zugkraft Arbeit, die Zugkraftarbeit  $W_{FT}$ . Zur Berechnung der Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  ist die Fahrstrecke in  $\Delta s$ -Abschnitte konstanter mittlerer Zugkraft  $F_{Tm}$  zu unterteilen, für die die Intervallarbeit  $\Delta W_{FT}$  berechnet wird. Das Summieren aller Intervallarbeiten  $\Delta W_{FTx}$  ergibt die Zugkraftarbeit der Zugfahrt  $W_{FT}$ :

$$\Delta W_{FTx} = F_{Tmx} \Delta s_x \quad \text{und} \quad W_{FT} = \sum_1^z \Delta W_{FTx} \quad (1.42)$$

#### Spezifische Zugkraftarbeit

Die Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  wird durch Bezugnahme auf die Zugmasse  $m_Z$  in die spezifische Zugkraftarbeit  $w_{FT}$  überführt:

$$w_{FT} = \frac{W_{FT}}{m_Z} \quad (1.43)$$

Die Maßeinheit der spezifischen Zugkraftarbeit  $w_{FT}$  ist  $\text{J/kg}$  bzw.  $\text{kJ/t}$  oder  $\text{kW/t}$ .

Erweiterung von Gl. (1.43) mit der Zuggewichtskraft  $G_Z$ :

$$\begin{aligned} w_{FT} &= \frac{F_T \Delta s}{m_z} = \frac{F_T \Delta s G_Z}{m_z G_Z} = \frac{G_Z}{m_z} \frac{F_T}{G_Z} \Delta s \\ \Delta w_x &= g f_{Tmx} \Delta s_x \quad \text{und} \quad w_{FT} = \sum_1^z \Delta w_x \end{aligned} \quad (1.44)$$

$f_{Tm}$  mittlere Zugkraftzahl des Wegabschnitts  $\Delta s$

### Berechnungsmethoden der Zugkraftarbeit

Für die Berechnung der Zugkraftarbeit müssen der Geschwindigkeitsverlauf der Zugfahrt über dem Weg (Fahrtschaubild, Kap. 6.2.1) und das wegabhängige Längsneigungsprofil der Strecke (Streckenband, Kap. 3.1.1) gegeben sein.

Für die Berechnung der Zugkraftarbeit sind die Fahrabschnitte mit Zugkraft von Interesse. Sie sind in Abschnitte der gleichförmigen und der ungleichförmigen Bewegung zu unterteilen.

Auf Abschnitten der gleichförmigen Bewegung ist die erforderliche Zugkraft durch Summierung der Widerstandskräfte zu ermitteln (Gl. (1.4/1) und (1.17/1)).

Auf Abschnitten der ungleichförmigen Bewegung ist die Schrittintegration zur Bestimmung der Zugkraftarbeit mit Gl. (1.42) bzw. (1.44) mit der Schrittintegration der Momentanbeschleunigung aus Gl. (1.8) zu verbinden. Das Zugkraftdiagramm (Bild 1.3) muss vorliegen.

Liegt das Zugkraftdiagramm nicht vor, ist die überschlägliche Berechnung möglich. Die mittlere Zugkraft des Abschnitts wird auf der Grundlage von Gl. (1.6/1) und (1.21/1) durch die mittleren Widerstandskräfte ersetzt.

Die Zugkraftarbeit aller Abschnitte ist zum Gesamtwert zu summieren.

### Zugkraftarbeit bei gleichförmiger Bewegung

In Gl. (1.44) wird für  $f_{Tmax}$  die nach  $f_T$  umgestellte Gl. (1.17/1) eingesetzt:

$$\Delta w_{FT} = g (f_{wz} + i) \Delta s \quad (1.45)$$

$\Delta w_{FT}$  spezifische Zugkraftarbeit in kJ/t

$g$  Fallbeschleunigung,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$f_{wz}$  Zugwiderstandszahl für  $v$ , Maßeinheit 1

$i$  Neigungszahl, Maßeinheit 1 (Steigung +, Gefälle -)

$\Delta s$  Wegabschnitt in m

Wird  $\Delta w_{FT}$  negativ, ist  $\Delta W_{FT} = 0$  zu setzen (Fahrt ohne Zugkraft)

### Zugkraftarbeit bei ungleichförmiger Bewegung

In Gl. (1.44) wird für  $f_{Tmx}$  die nach  $f_T$  umgestellte Gl. (1.21/1) eingesetzt. Die Massenkraftzahl  $f_M$  wird durch die Beschleunigungskraftzahl  $f_a$  ersetzt, die mit Gl. (1.30) berechnet wird. Für  $a$  wird die Gleichung der mittleren Abschnittsbeschleunigung eingesetzt:

$$\Delta w_{FT} = g (f_{wz} + i + f_a) \Delta s \quad (1.46)$$

$$f_a = \frac{v_E^2 - v_A^2}{2 g_K \Delta s}$$

$f_a$	Beschleunigungskraftzahl, Maßeinheit 1
$g_k$	Beschleunigungskonstante in $m/s^2$ nach Gl. (1.31)
$v_A$	Anfangsgeschwindigkeit des Abschnitts in m/s
$v_E$	Endgeschwindigkeit des Abschnitts in m/s

Die Zugwiderstandszahl  $f_{WZ}$  ist für die mittlere Abschnittsgeschwindigkeit zu berechnen.

Auf Abschnitten mit  $v_E < v_A$  wird  $f_a$  negativ. Die Zugkraftarbeit  $\Delta w_{FT}$  muss dennoch aus Gl. (1.46) positiv hervorgehen. Bei negativem  $\Delta w_{FT}$ -Wert ist die Bedingung „Fahrt mit Zugkraft“ nicht gegeben.

### Näherungsverfahren

Die näherungsweise Berechnung der Zugkraftarbeit von Haltestellenabschnitten, die an Anfang und Ende die Geschwindigkeit  $v_A = 0$  und  $v_E = 0$  haben, ist auch ohne die Abschnittsunterteilung auf der Basis mittlerer Widerstandskräfte möglich. Das Verfahren ist in Kap. 6.2.3.3 für das Nahverkehrsfahrtschaubild und in Kap. 6.3.2 für das Fernverkehrsfahrtschaubild dargestellt.

### Energieverbrauch

Die Zugkraftarbeit ist zwar der Hauptbestandteil des Energieverbrauchs einer Zugfahrt, aber nicht der Energieverbrauch selbst. Der Energieverbrauch beinhaltet weitere, noch zu behandelnde energetische Bestandteile (Kap. 6.2.3.3 und 6.3.2).

### Berechnungsbeispiel 1.5

Das Fahrtschaubild eines Zugs ( $m_Z = 500$  t) zeigt beim Durchfahren einer Steigung ( $i = 15 \%$ ,  $i = 0,015$ ) von der Länge  $\Delta s = 3500$  m einen Geschwindigkeitsabfall von  $v_A = 120$  km/h (33,333 m/s) auf  $v_E = 90$  km/h (25 m/s). Die Zugwiderstandszahl der mittleren Geschwindigkeit beträgt  $f_{WZ} = 0,005$ . Die Beschleunigungskonstante ist  $g_k = 9 \text{ m/s}^2$ . Die Zugkraftarbeit dieses Abschnitts ist zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Mit Gl. (1.46) erhält man die Beschleunigungskraftzahl  $f_a = -0,007716$  und die spezifische Zugkraftarbeit  $\Delta w_{FT} = 421,8 \text{ kJ/t}$ . Die Multiplikation mit der Zugmasse  $m_Z$  (Gl. (1.43)) ergibt  $\Delta W_{FT} = 210,9 \text{ MJ}$ . Die Maßeinheitenumrechnung ergibt 58,6 kWh (Division mit 3,6).

### 1.3.2 Kinetische und potentielle Energie

Energie ist das Vermögen einer Masse, Arbeit zu verrichten. Energie und Arbeit sind gleichwertig. Man unterscheidet zwischen kinetischer und potentieller Energie. Die kinetische Energie des Zugs entsteht bzw. wird abgebaut durch die Arbeit der Beschleunigungskraft. Die potentielle Energie des Zugs wird durch die Arbeit der Neigungskraft auf- bzw. abgebaut.

Für Fahrbewegungen ohne Antriebs- und Bremskraft, wie sie beispielsweise in der Rangier- und Ablauftechnik die Regel sind, ist die kinetische und potentielle Endenergie (Index E) stets der kinetischen und potentiellen Anfangsenergie (Index A) abzüglich der von der Widerstandskraft vollbrachten Arbeit  $W_{FW}$  gleich:

$$E_{kinE} + E_{potE} = E_{kinA} + E_{potA} - W_{FW} \quad (1.47)$$

### Kinetische Energie und Arbeit der Beschleunigungskraft

Die kinetische Energie des Zugs  $E_{kin}$  setzt sich aus der Translationsenergie der Zugmasse  $m_Z$  und aus der Rotationsenergie der Drehmasse  $m_{DZ}$  zusammen. Bei Zusammenfassung beider Massen zur vergrößerten Zugmasse  $m_{Zv}$  (Gl. (1.25)) erhält man:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_{Zv} v^2 \quad (1.48)$$

Die kinetische Energie des Zugs  $E_{\text{kin}}$  wird durch die Arbeit der Beschleunigungskraft  $W_{Fa}$  geändert. Zur Änderung der Geschwindigkeit vom Anfangswert  $v_A$  in den Endwert  $v_E$  muss die Beschleunigungskraft  $F_a$  folgende Arbeit  $W_{Fa}$  auf dem Weg  $\Delta s$  vollbringen:

$$W_{Fa} = \frac{1}{2} m_{Zv} (v_E^2 - v_A^2) \quad (1.49)$$

### Potentielle Energie und Arbeit der Gewichtskraft

Die potentielle Energie des Zugs  $W_{\text{pot}}$  ist das Produkt von Zuggewichtskraft  $G_Z$  und Höhenlage  $z$  des Zugschwerpunkts gegenüber einem Bezugspunkt:

$$E_{\text{pot}} = G_Z z \quad (1.50)$$

Die potentielle Energie wird durch die Arbeit der Gewichtskraft  $W_G$  geändert. Ändert sich als Folge der Fahrbewegung die Höhenlage vom Anfangswert  $z_A$  in den Endwert  $z_E$ , so ist dafür von der Gewichtskraft des Zugs  $G_Z$  folgende Arbeit  $W_G$  zu vollbringen:

$$W_G = G_Z (z_E - z_A) \quad (1.51)$$

### Spezifische kinetische Energie

Die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  (Gl. (1.48)) ist auf die Zugmasse  $m_Z$  zu beziehen:

$$e_{\text{kin}} = \frac{E_{\text{kin}}}{m_Z} \quad \text{und} \quad e_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \xi_Z v^2 \quad (1.52)$$

### Spezifische Arbeit der Beschleunigungskraft

Die Arbeit der Beschleunigungskraft  $W_{Fa}$  (Gl. (1.49)) ist auf die Zugmasse  $m_Z$  zu beziehen:

$$w_{Fa} = \frac{W_{Fa}}{m_Z} \quad \text{und} \quad w_{Fa} = \frac{1}{2} \xi_Z (v_E^2 - v_A^2) \quad (1.53)$$

Berücksichtigung von Gl. (1.29) und (1.30):

$$w_{Fa} = g f_a \Delta s \quad \text{und} \quad w_{Fa} = \xi_Z a_m \Delta s \quad (1.54)$$

$a_m$  mittlere wegbezogene Beschleunigung in  $\text{m/s}^2$  (Kap. 2.4, Gl. (2.57))

### Spezifische potentielle Energie

Die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$  (Gl. (1.50)) ist auf die Zugmasse  $m_Z$  zu beziehen:

$$e_{\text{pot}} = \frac{E_{\text{pot}}}{m_Z} \quad \text{und} \quad e_{\text{pot}} = g z \quad (1.55)$$

### Spezifische Arbeit der Gewichtskraft

Die Arbeit der Gewichtskraft  $W_G$  (Gl. (1.51)) ist auf die Zugmasse  $m_Z$  zu beziehen. Die Höhenänderung  $\Delta z$  ist nach Gl. (3.2) durch  $\Delta z = i_m \Delta s$  und die mittlere Neigung  $i_m$  nach Gl. (3.5) durch  $i_m = -f_N$  (Neigungskraftzahl) zu ersetzen (Kap. 3.1.1):

$$\begin{aligned} w_G &= \frac{W_G}{m_Z} \text{ und } w_G = g \Delta z \text{ mit } \Delta z = z_E - z_A \\ w_G &= g i_m \Delta s \text{ und } w_G = -g f_N \Delta s \end{aligned} \quad (1.56)$$

### Gleichgewicht der spezifischen Energien

Zwischen Anfang (Index A) und Ende (Index E) der Bewegung besteht nach Gl. (1.57) folgendes Gleichgewicht der spezifischen Energien:

$$e_{kinE} + e_{potE} = e_{kinA} + e_{potA} - w_{FW} \quad (1.57)$$

### Anwendungsbeispiele

Das Rechnen mit den Gleichungen der kinetischen und potentiellen Energie wird an den Beispielen Bremsarbeitsermittlung, Ablaufberghöhe und Massenfaktorermittlung dargestellt.

#### 1.3.3 Berechnungen mit dem Energiesatz

##### 1.3.3.1 Arbeit der Bremskraft

Die bei einer Bremsung anfallende Reibungswärme bzw. Arbeit der Bremskraft  $W_{FB}$  ist für die Bewertung der thermischen Belastung der Bremsen von Bedeutung. Die Arbeit der Bremskraft fällt bei der Verzögerungs- und bei der Gefällebremsung an. Die Bremskraftzahl der Verzögerungsbremsung erhält man durch Gleichsetzen von Gl. (1.53/2) und (1.54/1) und Einsetzen von Gl. (1.19) für  $f_a$ . Die Bremskraftzahl der Gefällebremsung geht aus Gl. (1.17/2) hervor:

$$w_{FB} = g f_{Bm} s_B \quad \text{und} \quad W_{FB} = m_Z w_{FB} \quad (1.58)$$

$$\text{Verzögerungsbremsung: } f_{Bm} = \frac{v_A^2 - v_E^2}{2 g_K s_B} - f_{WZm} - i_m$$

$$\text{Gefällebremsung: } f_{Bm} = -(i_m + f_{WZm})$$

Für die Variable  $s_B$  ist der Bremsweg der Verzögerungs- bzw. Gefällebremsung einzusetzen.

##### Berechnungsbeispiel 1.6

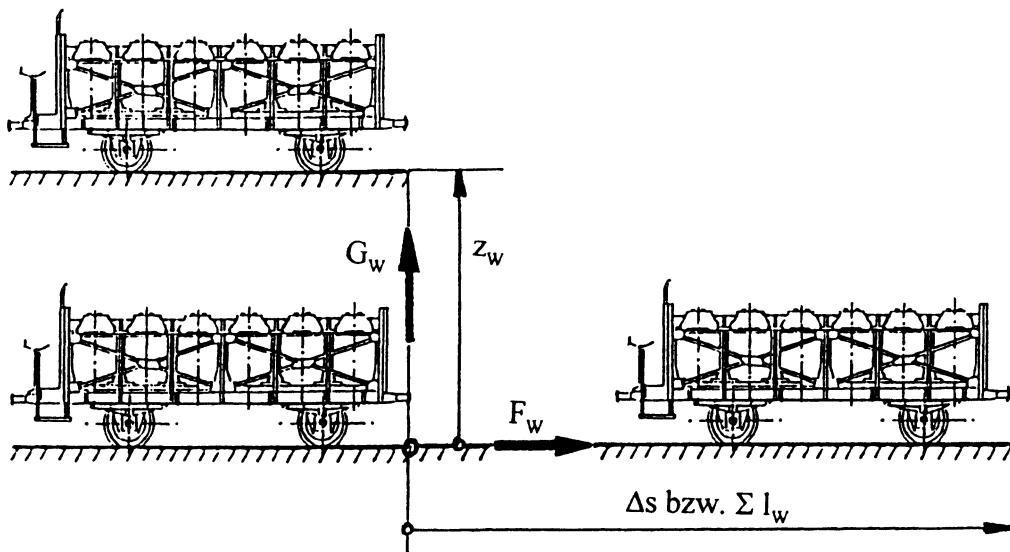
Ein Zug,  $m_Z = 500$  t, wird im Gefälle  $i_m = -10\% (-0,010)$  auf dem Weg  $s_B = 600$  m aus der Geschwindigkeit  $v_A = 120$  km/h (33,333 m/s) bis zum Halt abgebremst. Die mittlere Zugwiderstandszahl beträgt  $f_{WZm} = 0,004$  und die Beschleunigungskonstante  $g_K = 9$  m/s<sup>2</sup>. Die Arbeit der Bremskraft ist zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Mit Gl. (1.58/3) erhält man die mittlere Bremskraftzahl  $f_{Bm} = 0,1089$ , mit Gl. (1.58/1) die spezifische Arbeit der Bremskraft  $w_{FB} = 641$  kJ/t und mit Gl. (1.58/2) die Arbeit der Bremskraft  $W_{FB} = 320,5$  MJ.

##### 1.3.3.2 Ablaufberghöhe

Auf Rangierbahnhöfen dient die potentielle Energie des Wagens auf dem Gipfel des Bergs zum Antrieb für die Fahrt über die Rangieranlage. Die Berghöhe muß so bemessen sein, dass die potentielle Energie für die Überwindung der Arbeit aller, auf dem Laufweg bis zum Zielpunkt wirkender Widerstandskräfte ausreicht. Auf dem Laufweg wirken Wagenwiderstandskraft  $F_{WW}$ , Bogenwiderstandskraft  $F_{Bo}$ , Weichenwiderstandskraft  $F_{Wei}$  und Massenkraft  $F_M$ .

**Bild 1.10**

Bestimmung der Energiehöhe aus dem Gleichnis der Arbeiten von Widerstands- und Gewichtskraft

In der Rangiertechnik wird nicht mit den Widerstandskräften  $F_w$ , sondern mit den Energiehöhen  $z$  der Widerstandskräfte gerechnet. Bild 1.10 zeigt die Gesetzmäßigkeit für die Umrechnung von Widerstandskräfte in Energiehöhen.

Ein Wagen legt in der Horizontalen die Wegstrecke  $\Delta s$  zurück. Dabei wirkt die Widerstandskraft  $F_w$  auf ihn. Die in der Horizontalen vollbrachte Arbeit  $F_w \Delta s$  wird mit der Arbeit in der Vertikalen (Arbeit der Gewichtskraft)  $G_w z_w$  gleichgesetzt. Aus dem Gleichnis der Arbeiten erhält man die Energiehöhe der entsprechenden Widerstandskraft  $z_w$ :

$$G_w z_w = F_w \Delta s \quad \text{bzw.} \quad z_w = f_w \Delta s$$

Energiehöhen der einzelnen Widerstandskräfte sowie der Massenkraft:

$$\text{Wagenwiderstandskraft} \quad z_{WW} = f_{WW} \Delta s \quad (1.59)$$

$$\text{Bogenwiderstandskraft} \quad z_{Bo} = f_{Bo} l_{Bo}$$

$$\text{Weichenwiderstandskraft} \quad z_{Wei} = f_{Wei} l_{Wei}$$

$$\text{Massenkraft} \quad z_{FM} = \frac{v_E^2 - v_A^2}{2 g_K}$$

Im Regelfall wird mit  $z_{Wei} = 5$  bis  $7$  mm pro durchfahrene Weiche gerechnet.

Gl. (1.61) wird in Gl. (1.59) eingesetzt. Die Umstellung nach der Berghöhe  $z_{Berg} = \Delta z$  ergibt:

$$z_{Berg} = z_{FM} + z_{WW} + \sum z_{Bo} + \sum z_{Wei} \quad (1.60)$$

### Berechnungsbeispiel 1.7

Für einen geplante Ablaufberg ist der erforderliche Höhenunterschied zwischen Anfangs- und Endpunkt der Fahrbewegung der abrollenden Wagen zu berechnen. Die Anfangsgeschwindigkeit ist  $v_A = 0$ , die Endgeschwindigkeit  $v_E = 3 \text{ m/s}$  und der Laufweg  $\Delta s = 1000 \text{ m}$ . Für die zu durchfahrenden  $n_{Wei} = 10$  Weichen ist  $z_{Wei} = 7 \text{ mm/Weiche}$  zu wählen. Die Wagenwiderstandszahl beträgt  $f_{WW} = 5\%$  (0,005) und die Beschleunigungskonstante  $g_K = 9 \text{ m/s}^2$ .

Vorhandene Bögen

Anzahl	5	2	1	1
$f_{Bo}$ in %	3,889	2,800	2,333	1,175
$l_{Bo}$ in m	20	50	100	200

Aus Gl. (1.61) erhält man  $z_{WW} = 5,000 \text{ m}$ ,  $\Sigma z_{Bo} = 1,252 \text{ m}$ ,  $\Sigma z_{Wei} = 0,070 \text{ m}$  und  $z_{FM} = 0,500 \text{ m}$ . Das Einsetzen in Gl. (1.62) ergibt  $z_{Berg} = 6,822 \text{ m}$ .

#### 1.3.3.3 Experimentelle Massenfaktorermittlung

Der Massenfaktor von Schienenfahrzeugen wird experimentell bestimmt. Dafür stehen zwei Versuchsanordnungen zur Verfügung:

1. Auf einer Strecke mit konstanter Neigung werden zwei Geschwindigkeitsmessstellen M und H eingerichtet. Das zu prüfende Fahrzeug wird in der einen Richtungen dem Auslauf und in der anderen Richtung dem Abrollen unterzogen.
2. Am Anfang einer Rampe gleicher Neigung wird eine Geschwindigkeitsmessstelle M eingerichtet. Das zu prüfende Fahrzeug fährt im Auslauf in die Rampe, passiert M, kommt in der Rampe am Weggang H zum Stehen, rollt rückwärts, passiert abermals M und verlässt die Rampe wieder (Bild 1.11).

Die Messdaten werden mit der Gleichung des Energiegleichgewichts ausgewertet (Gl. (1.57)):

$$(e_{kinE} - e_{kinA}) + (e_{potE} - e_{potA}) + w_{FW} = 0$$

#### Auslauf- und Abrollversuch auf geneigter Strecke

Beim Auslauf in der Steigung erhält man die Geschwindigkeiten  $v_{MAus}$  und  $v_{HAus}$  ( $v_{MAus} > v_{HAus}$ ) und beim Abrollen im Gefälle die Geschwindigkeiten  $v_{HAb}$  und  $v_{MAb}$  ( $v_{HAb} < v_{MAb}$ ). Mittlere Neigung  $i_m$  (nur positiv) und Abstand der Messstellen M und H  $s_{MH}$  sind bekannt.

In die Gleichung des Energiegleichgewichts werden Gl. (1.53) (kinetische Energie, Arbeit der Beschleunigungskraft), Gl. (1.56) (potentielle Energie, Arbeit der Gewichtskraft) und Gl. (1.54) (Arbeit der Fahrzeugwiderstandskraft) jeweils für Auslauf und Abrollen eingesetzt:

$$\text{Auslauf} \quad \frac{1}{2} \xi_F (v_{HAus}^2 - v_{MAus}^2) + i_m s_{MH} g + f_{WF} s_{MH} g = 0$$

$$\text{Abrollen} \quad \frac{1}{2} \xi_F (v_{MAb}^2 - v_{HAb}^2) - i_m s_{MH} g + f_{WF} s_{MH} g = 0$$

Das Gleichungssystem wird mit  $s_{MH}$  dividiert. Der erste Term wird durch die Auslaufverzögerung  $b_{Aus}$  bzw. durch die Abrollbeschleunigung  $a_{Ab}$  ersetzt:

$$b_{Aus} = \frac{v_{MAus}^2 - v_{HAus}^2}{2s_{MH}} \quad \text{und} \quad a_{Ab} = \frac{v_{MAb}^2 - v_{HAb}^2}{2s_{MH}} \quad (1.61)$$

$$\text{Auslauf} \quad -\xi_F b_{\text{Aus}} + i_m g + f_{WF} g = 0$$

$$\text{Abrollen} \quad \xi_F a_{\text{Abr}} - i_m g + f_{WF} g = 0$$

Die Auflösung des Gleichungssystems ergibt für die unbekannten Variablen Massenfaktor  $\xi_F$  und Fahrzeugwiderstandszahl  $f_{WF}$ :

$$\begin{aligned} \xi_F &= \frac{2 i_m g}{b_{\text{Aus}} + a_{\text{Abr}}} & (1.62) \\ f_{WF} &= \xi_F \frac{b_{\text{Aus}}}{g} - i_m \quad \text{und} \quad f_{WF} = i_m - \xi_F \frac{a_{\text{Abr}}}{g} \end{aligned}$$

### Auslauf- und Abrollversuch auf der Rampe

Bild 1.11 zeigt den Auslauf- und Abrollversuch auf der Rampe. Beim Auslauf in der Steigung erhält man die Geschwindigkeiten  $v_{MAus}$  und  $v_{HAus} = 0$  und beim Abrollen im Gefälle die Geschwindigkeiten  $v_{HAbr} = 0$  und  $v_{MAbr}$ . Mittlere Neigung  $i_m$  (nur positiv) und Abstand der zwischen Messstelle M und Haltepunkt H  $s_{MH}$  sind bekannt.

Das Einsetzen dieser Variablen in Gl. (1.61) ergibt die Auslauf- und Abrollbeschleunigung  $b_{\text{Aus}}$ ,  $a_{\text{Abr}}$ . Massenfaktor  $\xi_F$  und Fahrzeugwiderstandszahl  $f_{WF}$  sind mit Gl. (1.62) zu berechnen.

### Berechnungsbeispiel 1.8

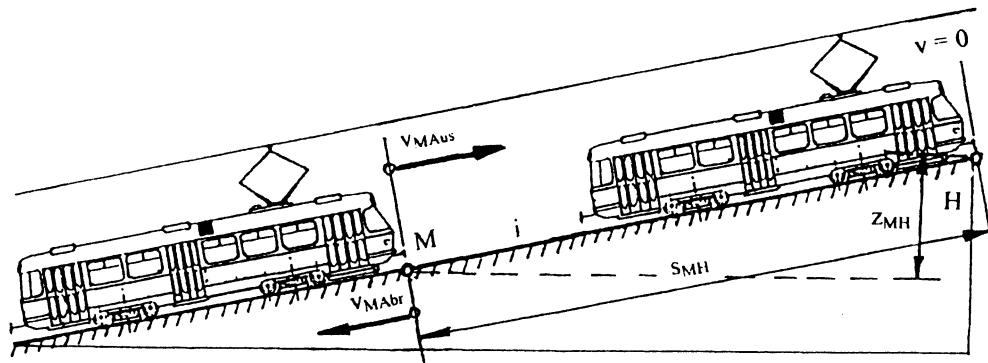
Für einen Straßenbahndriebwagen sind mit dem Auslauf- und Abrollversuch auf der Rampe (Bild 1.11) Massenfaktor  $\xi_F$  und Fahrzeugwiderstandszahl  $f_{WF}$  zu bestimmen. Die Neigung beträgt  $i_m = 32\%$  ( $0,032$ ), der Abstand der Messstellen  $s_{MH} = 157$  m, die Anfangsgeschwindigkeit des Auslaufs  $v_{MAus} = 10,000$  m/s und die Endgeschwindigkeit des Abrollens  $v_{M Abr} = 7,750$  m/s.

Lösungsweg und Lösung:

$$\text{Gl. (1.61)} \quad b_{\text{Aus}} = (10,000^2 - 0)/(2 \cdot 157) = 0,3185 \text{ m/s}^2 \text{ und } a_{\text{Abr}} = (7,750^2 - 0)/(2 \cdot 157) = 0,1913 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Gl. (1.62)} \quad \xi_F = 2 \cdot 0,032 \cdot 9,81 / (0,3185 + 0,1913) = 1,2315$$

$$f_{WF} = 1,2315 \cdot 0,3185 / 9,81 - 0,032 = 0,007983 \text{ und } f_{WF} = 0,032 - 1,2315 \cdot 0,1913 / 9,81 = 0,007985$$



**Bild 1.11:**

Auslauf- und Abrollversuch auf der Rampe zur Bestimmung des Massenfaktors

### 1.3.4 Leistung

#### Leistungsarten

Die Leistung der Schienentriebfahrzeuge wird als **mechanischen Leistung der Treibachszugkraft** und als **an den Energieträger gebundenen Leistungsaufnahme** angegeben. Die Darstellung erfolgt in Leistungsdiagrammen  $P = f(v)$ . Bild 1.12 zeigt das Zugkraft- und Leistungsdiagramm der elektrischen Lokomotive BR 143 der DB AG (Achsanordnung  $B_0' B_0'$ , Masse  $m_L = 82,0$  t, Drehmasse  $m_{DL} = 16$  t Nenn-Dauerleistung  $P_{TN} = 3540$  kW bei der Nenngeschwindigkeit  $v_N = 106$  km/h und maximaler Laufkreisdurchmesser  $D_L = 1250$  mm). Außerdem ist in Bild 1.12 die Kennlinie der Zugwiderstandskraft für die Beförderung eines Reisezugs mit der Wagenzugmasse  $m_w = 500$  t und der Drehmasse  $m_{DW} = 24$  t angegeben.

#### Mechanische Leistung

Die mechanische Leistung ist die Änderung der mechanischen Energie in der Zeiteinheit. Je nachdem in welchem Zeitintervall die Änderung eintritt (Mikro- oder Makrozeitintervall), erhält man die momentane und die mittlere Leistung. Für die momentane Leistung gilt:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F ds}{dt} = F \frac{ds}{dt} = F v$$

Die momentane Leistung ist das Produkt der Momentanwerte von Kraft und Geschwindigkeit.

Die Maßeinheiten der Arbeit (J) und der Zeit (s) ergeben die Leistungs-Maßeinheit J/s. Die Maßeinheiten der Kraft (N) und der Geschwindigkeit (m/s) ergeben die Leistungs-Maßeinheit Nm/s. Im Internationalen Maßeinheitensystem (SI) gilt die Leistungs-Maßeinheit Watt.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ Nm/s}$$

Bei fahrdynamischen Berechnungen sind die Leistungen zur Treibachszugkraft  $F_T$ , zur Zughakenzugkraft  $F_Z$  und zur Beschleunigungskraft  $F_a$  von Interesse:

$$\text{Treibachsleistung} \quad P_T = F_T v \quad (1.63)$$

$$\text{Zughakenleistung} \quad P_Z = F_Z v$$

$$\text{Beschleunigungsleistung} \quad P_a = F_a v$$

Da die Kräfte der Fahrbewegung im Regelfall in der Maßeinheit kN benutzt werden, hat nach Gl. (1.63) die Leistung der Fahrbewegung die Maßeinheit kW.

#### Leistungsbezogenes Arbeitsintegral

$$W = \int_0^{t_E} P(t) dt \quad \text{und} \quad W = \sum_1^z (P_m \Delta t)_x \quad (1.64)$$

Die mittlere Treibachsleistung  $P_{Tm}$  des Makrozeitintervalls  $\Delta t$  wird zur Berechnung der Arbeit der Treibachszugkraft  $W_{FT}$  benutzt:

$$\Delta W_{FT} = P_{Tm} \Delta t \quad \text{und} \quad W_{FT} = \Sigma \Delta W_{FT} \quad (1.65)$$

In Gl. (1.65) ist  $P_{Tm}$  in kW und  $\Delta t$  in s zu verwenden. Die Arbeit  $\Delta W_{FT}$  erhält man in kJ.

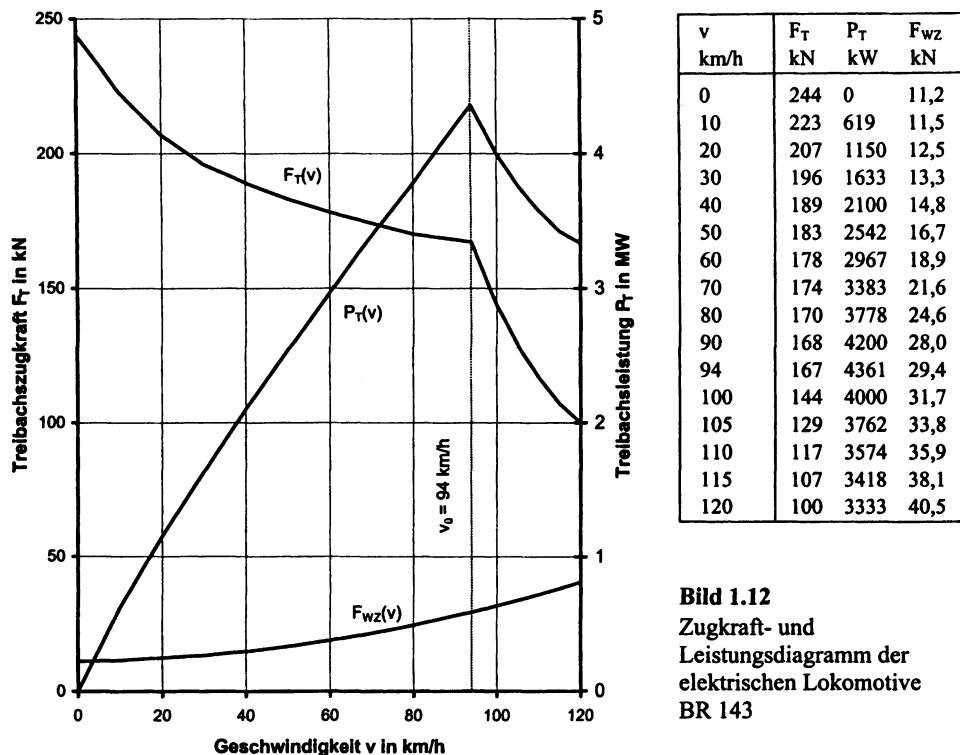


Bild 1.12  
Zugkraft- und  
Leistungsdiagramm der  
elektrischen Lokomotive  
BR 143

### Spezifische mechanische Leistung

Die spezifische Treibachsleistung  $p_T$  (kW/t) erhält man durch Bezugnahme der Leistung  $P_T$  (kW) auf die Zugmasse  $m_Z$  (t) und die spezifische Beschleunigungsleistung  $p_a$  (kW/t) durch Bezugnahme der Leistung  $P_a$  (kW) auf die um die Drehmasse vergrößerte Zugmasse  $m_{Zv}$  (t):

$$p_T = \frac{P_T}{m_Z} \quad \text{und} \quad p_a = \frac{P_a}{m_{Zv}} \quad (1.66)$$

Die Gl. (1.66) kann folgendermaßen umgeformt werden:

$$p_T = \frac{P_T}{m_Z} = \frac{F_T v g}{G_Z} = g \frac{F_T}{G_Z} v = g f_T v$$

$$p_a = \frac{P_a}{m_{Zv}} = \frac{F_a v}{m_{Zv}} = \frac{F_a}{m_{Zv}} v = a v$$

Aus der Umformung gehen folgende Gleichungen für die spezifische Leistung hervor:

$$p_T = g f_T v \quad \text{und} \quad p_a = a v \quad (1.67)$$

Spezifische Treibachsleistung und spezifische Beschleunigungsleistung sind wichtige fahrdynamische Bewertungsgrößen der Zugförderung.

### Berechnungsbeispiel 1.9

Die Diesellokomotive BR 232 ( $m_L = 116,2$  t) befördert einen Reisezug ( $m_w = 500$  t) auf waagerechter Strecke ( $F_N = 0$ ) mit der Geschwindigkeit  $v = 100$  km/h (27,778 m/s). Die Zugkraft beträgt  $F_T = 70,0$  kN, die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ} = 33,5$  kN und die Drehmasse  $m_{DZ} = 48$  t. Spezifische Treibachsleistung  $p_T$  und spezifische Beschleunigungsleistung  $p_a$  sind zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Mit Gl. (1.11) erhält man  $m_z = 616,2$  t, mit Gl. (1.12)  $G_z = 6045$  kN, mit Gl. (1.25)  $m_{Zv} = 664,2$  t, mit Gl. (1.14/1)  $f_T = 0,01158$  und mit Gl. (1.8)  $a = 0,05495$  m/s<sup>2</sup>. Das Einsetzen in Gl. (1.67) ergibt  $p_T = 3,156$  kW/t und  $p_a = 1,526$  kW/t.

## 1.4 Variablen der Zugkraft

In Zugkraftdiagrammen sind die Zugkraftkennlinien für den Rad-Schiene-Kraftschluss und für das maximale Leistungsvermögen des Antriebs dargestellt (Bild 1.3 und 1.12). Die für die Fahrbewegung tatsächlich benutzte Zugkraft, die innerhalb der von den Kennlinien umschlossenen Fläche liegen muss, wird vom Triebfahrzeugführer eingestellt. Der Triebfahrzeugführer legt fest, mit welcher Zugkraft- und Leistungs- bzw. Spannungsstufe zu fahren ist. Bild 1.13 zeigt die Zugkrafteinstellung. Die Berechnung der Zughaltung wird im Regelfall mit der auf dem Rad-Schiene-Kraftschluss und mit der auf der maximalen Leistung bzw. Spannung beruhenden Zugkraftkennlinie  $F_T(v)$  vorgenommen.

Die Zugkraft einer Fahrstufe ist von Geschwindigkeit und Zeit abhängig. Die Geschwindigkeitsabhängigkeit  $F_T(v)$  ist dem Zugkraftdiagramm zu entnehmen. Die Zeitabhängigkeit  $F_T(t)$  liegt beim Zu- und Abschalten vor. Nach dem Zuschalten wird die Zugkraft während der Aufregelzeit  $t_{Auf}$  vom Wert null bis auf das Maximum aufgeregelt. Nach dem Abschalten erfolgt während der Abregelzeit  $t_{Ab}$  das Abregeln vom Maximum bis auf den Wert null. Bild 1.13 zeigt den Einfluss des Auf- und Abregelns auf die Zugkraftkennlinie.

Auf- und Abregelvorgänge beeinflussen die Fahrbewegung entsprechend. Deshalb werden sie auch im Regelfall in die Simulationsprogramme der Fahrbewegung von Zügen eingebunden. Das Einbinden erfolgt mit Hilfe einer Regelfunktion  $\Phi(t)$ , mit der die aus dem Diagramm hervorgehende Zugkraft  $F_{Diagr}(v)$  multipliziert wird:

$$F_T(v,t) = \Phi(t) F_{Diagr}(v) \quad (1.68)$$

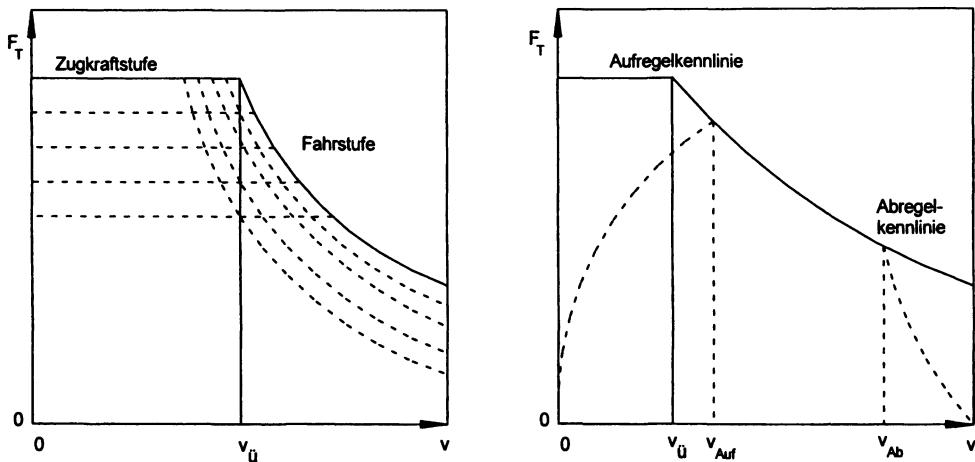
Als Auf- und Abregelfunktion wird entweder die Geradengleichung, die Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus oder die allgemeine Exponentialgleichung benutzt.

$$\Phi(t) = \begin{cases} 0 & t < t_{Auf} \\ \frac{t}{t_{Auf}} & t_{Auf} \leq t \leq t_{Ab} \\ 1 & t > t_{Ab} \end{cases} \quad (1.69)$$

### Geradengleichung

$$\text{Aufregeln: } \Phi = \frac{t}{t_{Auf}} \quad \text{Abregeln: } \Phi = 1 - \frac{t}{t_{Ab}}$$

Bei der Geradengleichung ist der Funktionswert auf  $0 \leq \Phi \leq 1$  begrenzt. Bild 1.14 zeigt die auf der Geradengleichung beruhende Aufregelkennlinie.

**Bild 1.13**

Unterteilung des Zugkraftdiagramms durch Zugkraft- und Fahrstufen sowie Aufregeln bei Zuschaltung der Zugkraft und Abregeln bei Zugkraftabschaltung

### Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus

(1.70)

$$\text{Aufregeln: } \Phi = 1 - e^{-\omega t} \text{ mit } \omega = \frac{3}{t_{\text{Auf}}} \quad \text{Abregeln: } \Phi = e^{-\omega t} \text{ mit } \omega = \frac{3}{t_{\text{Ab}}}$$

Bei der Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus ist der Funktionswert im Fall des Aufregelns auf  $0 \leq \Phi \leq 0,95$  und im Fall des Abregelns auf  $0,05 \leq \Phi \leq 1$  begrenzt. Bei  $\Phi=0,95$  erfolgt der Sprung auf  $\Phi = 1$  und bei  $\Phi = 0,05$  auf  $\Phi = 0$ . Bild 1.14 zeigt die auf der Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus beruhende Aufregelkennlinie.

### Allgemeine Exponentialgleichung

(1.71)

$$\text{Aufregeln: } \Phi = \left( \frac{t}{t_{\text{Auf}}} \right)^\kappa \quad \text{Abregeln: } \Phi = 1 - \left( \frac{t}{t_{\text{Ab}}} \right)^\kappa$$

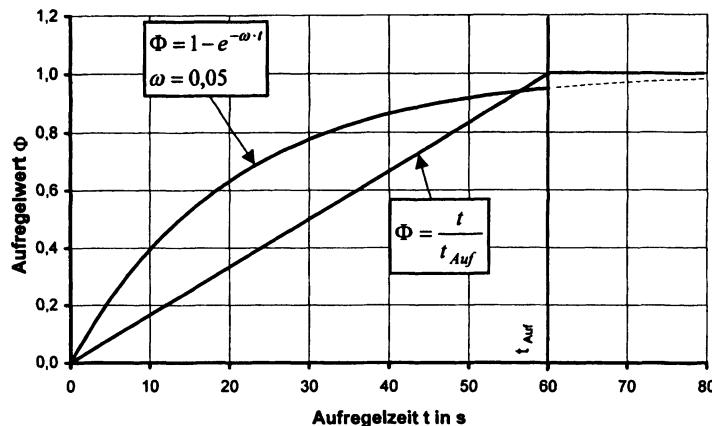
$$\kappa = -1,443 \ln \Phi_H \quad \kappa = -1,443 \ln (1 - \Phi_H)$$

Man erhält eine der e-Funktion ähnliche Kennlinie.

Der Kennlinienexponent ist  $\kappa \leq 1$ . Zur Ermittlung von  $\kappa$  ist die gegebene Regelkennlinie zu benutzen. Bei der Halbwertszeit  $0,5 \cdot t_{\text{Auf}}$  bzw.  $0,5 \cdot t_{\text{Ab}}$  wird die Zugkraft  $F_{TH}$  abgelesen und auf den Maximalwert bezogen. Man erhält  $\Phi_H$ . Die Gleichung zur Berechnung von  $\kappa$  erhält man durch Logarithmieren von Gl. (1.70), Auflösung nach  $\kappa$  und Einsetzen von  $1/\ln 0,5 = -1,443$ .

Die Exponentialgleichungen beschreiben Auf- und Abregeln der Zugkraft genauer als die Geradengleichung.

Das zeitabhängige Auf- und Abregeln der Bremskraft unterliegt speziellen Gesetzmäßigkeiten, die im Kapitel über die Bremskraft dargestellt sind (Kap. 5.2.5).



**Bild 1.14**  
Kennlinien des Aufregelwerts  $\Phi$  für die Geraden- und Exponentialgleichung bei 60 s Aufregelzeit

### Berechnungsbeispiel 1.10

Ein Güterzug (Wagenzugmasse  $m_w = 1500$  t) wird in der Steigung  $i = +5\%$  (0,005) von der Diesellokomotive BR 232 (Lokomotivmasse  $m_L = 116,2$  t) mit maximaler Zugkraft ( $F_{Diagr} = 332$  kN) angefahren. Die Zugwiderstandszahl beträgt  $f_{WZ} = 3\%$  (0,003) und die Aufregelzeit  $t_{Auf} = 60$  s. Gesucht ist der Zeitpunkt  $t_{Bew}$  ab dem Einschalten des Antriebs, bei dem die Zugkraft so weit angestiegen ist, dass sich der Zug in Bewegung zu setzen beginnt.

Lösungsweg und Lösung:

Mit Gl. (1.11) erhält man die Zugmasse  $m_Z = 1616,2$  t und mit Gl. (1.12) die Zuggewichtskraft  $G_Z = 15855$  kN. Aus Gl. (1.4/1) und (1.14) geht die für die gleichförmige Bewegung erforderliche Zugkraft hervor:

$$F_{Terf} = G_Z (f_{WZ} + i) = 15855 \cdot (0,003 + 0,005) = 127 \text{ kN}$$

Der Aufregelwert  $\Phi_{erf}$ , der für den Bewegungsbeginn erreicht sein muss, beträgt nach Gl. (1.68)

$$\Phi_{erf} = F_{Terf}/F_{Diagr} = 127/332 = 0,3825$$

Bei geradlinigem Aufregeln ist  $\Phi_{erf}$  in Gl. (1.69) einzusetzen:  $t_{Bew} = \Phi_{erf} \cdot t_{Auf} = 0,3825 \cdot 60 = 23$  s

Bei dem exponentiellen Aufregeln ist  $\Phi_{erf}$  in Gl. (1.70) einzusetzen:  $\omega = 3/t_{Auf} = 3/60 = 0,05$

$$t_{Bew} = [\ln(1-\Phi)]/-\omega = [\ln(1-0,3825)]/-0,05 = 9,7 \text{ s}$$

## 1.5 Tabellen und Diagramme der Zugförderung

Für die Planung und Bewertung von Zugfahrten werden Tabellen und Diagramme benutzt. Dazu gehören u.a. die Beschleunigungstabelle, die Schleppmassentafel und das Steigungs-Geschwindigkeitsdiagramm.

### Beschleunigungstabellen

Beschleunigungstabellen enthalten die von einem Zug bei entsprechender Geschwindigkeit und Längsneigung entwickelte Momentanbeschleunigung. Sie vermitteln einerseits eine Übersicht über das Beschleunigungsvermögen der Züge und sind andererseits unentbehrliche Grundlage für die Berechnung der Fahrbewegung.

Die Beschleunigungstabellen sind mit Gl. (1.8) (Anfahren), Gl. (1.9) (Bremsen) und Gl. (1.10) (Auslauf/Abrollen) zu berechnen. Tabelle 1.4 enthält die Beschleunigungstabellen für als Bei-

spiel gewählte Züge. Die für die Berechnung erforderlichen Daten sind Bild 1.3 und 1.12 zu entnehmen. Die Tabelle 1.4 dient als Basis für die kinematischen Berechnungen in Kapitel 2.

**Tabelle 1.4**

Beschleunigungs- und Verzögerungstabelle für einen Reisezug mit der Masse  $m_w = 500$  t

v km/h	BR 232 a m/s <sup>2</sup>	BR 143 a m/s <sup>2</sup>	Bremse b m/s <sup>2</sup>	v km/h	BR 232 a m/s <sup>2</sup>	BR 143 a m/s <sup>2</sup>	Bremse b m/s <sup>2</sup>
0	0,4809	0,3743	2,0181	70	0,1156	0,2450	0,7901
10	-	0,3400	1,4856	80	0,0924	0,2338	0,7585
15	0,4798	-	1,3340	90	0,0727	0,2251	0,7350
20	0,4160	0,3132	1,2202	94	-	0,2212	-
25	0,3445	-	1,1321	100	0,0550	0,1805	0,7167
30	0,2939	0,2937	1,0623	105	0,0464	0,1531	0,7092
40	0,2224	0,2801	0,9576	110	0,0381	0,1304	0,7019
50	0,1743	0,2674	0,8836	115	0,0300	0,1108	0,6962
60	0,1408	0,2558	0,8298	120	0,0220	0,0957	0,6906

**Tabelle 1.5**

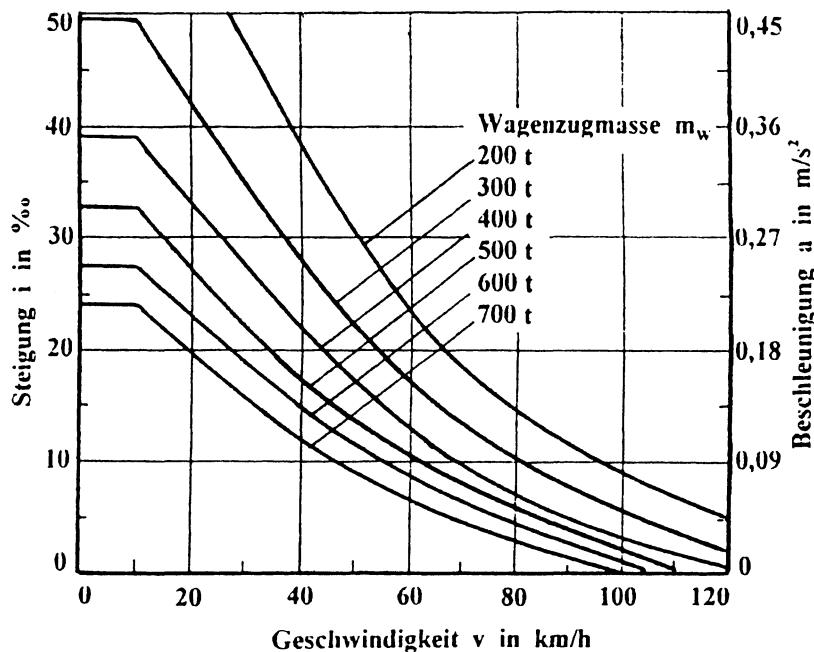
Schleppmassetafel der Diesellokomotive BR 219 der DB AG

Steig- gung	Anfahr- masse	Anhangsmassen (Reisezug) für gleichförmige Bewegung in t bei der Geschwindigkeit v in km/h											
		%	t	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
0	2000	-	-	-	-	955	760	615	490	430	350		
1	1970	-	-	-	-	810	615	550	420	370	300	250	
2	1730	-	-	955	680	505	440	375	315	255	205		
4	1545	-	-	820	580	440	400	320	270	215	180		
6	1390	-	990	715	505	405	350	285	235	190	155		
8	1160	-	780	560	420	325	270	225	180	145	115		
10	990	855	640	455	370	270	220	180	140	115	80		
15	715	580	430	325	240	165	135	105	80	-	-		
20	555	430	345	245	165	110	85	-	-	-	-		
25	440	360	265	185	120	75	-	-	-	-	-		

### Schleppmassetafel

Schleppmassetafeln enthalten für Lokomotiven die bei entsprechender Geschwindigkeit und Längsneigung in gleichförmiger Bewegung zu befördernde Wagenzugmasse. Außerdem wird noch die Anfahrmasse angegeben. Tabelle 1.4 enthält als Beispiel die Schleppmassetafel der Diesellokomotive BR 219, entnommen dem Merkbuch für Triebfahrzeuge (DV 939 Tr.).

Schleppmassatafeln werden sowohl für den Zugdienst als auch für den Rangierdienst aufgestellt. In den Schleppmassatafeln des Zugdienstes wird eine Beschleunigungskraftzahl (Gl. (1.14/7))  $f_a = 3\%$  bzw. 0,003 (Güterzüge) bis 5% bzw. 0,005 (Reisezüge) berücksichtigt. Durch diese Mindestwerte wird die Dynamik der Zugfahrt auch bei der fahrdynamisch möglichen Höchstgeschwindigkeit noch garantiert.



**Bild 1.15**  
Steigungs-  
Geschwindigkeits-  
Diagramm der  
Diesellokomotive  
BR 219

Bei der Berechnung der Schleppmassetafeln für den Rangierdienst entfällt die Massenkraftzahl. Dafür wird aber die Zugwiderstandszahl  $f_{WZ}$  um den Widerstandszuschlag  $\Delta f_W$  vergrößert. Der Widerstandszuschlag beträgt beim Schleppdienst 0,001, beim Abstoßdienst 0,008 und beim Beisteldienst 0,005. Durch diese Vergrößerung soll eine Kraftreserve zur Überwindung eventuell vorhandener Massen- und Bogenwiderstandskräfte vorgehalten werden.

Zur Berechnung der Schleppmassetafel ist von Gl. (1.6/1) auszugehen. Für die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  wird Gl. (1.14/3), für die Neigungskraft  $F_N$  Gl. (1.14/6) und für die Massenkraft  $F_M$  Gl. (1.14/7) eingesetzt:

$$F_T - f_{WZ} G_Z - i G_Z + f_M G_Z = 0$$

Für die Zuggewichtskraft  $G_Z$  wird Gl. (1.12) und für die Zugmasse  $m_Z$  Gl. (1.11) eingesetzt. Die Zugwiderstandszahl  $f_{WZ}$  wird in Lokomotivwiderstandszahl  $f_{WL}$  und Wagenzugwiderstandszahl  $f_{WW}$  untergliedert. Die Massenkraftzahl  $f_M$  wird durch die Beschleunigungskraftzahl  $f_a$  ersetzt (Gl. (1.30/3)). Die Gleichung wird nach der Wagenzugmasse  $m_W$  umgestellt:

$$F_T - g m_L (f_{WL} + i + f_a) - g m_W (f_{WW} + i + f_a) = 0$$

Schleppmasse, Wagenzugmasse  $m_W$

(1.72)

Zugdienst

$$m_W = \frac{F_T - g m_L (f_{WL} + i + f_a)}{g(f_{WW} + i + f_a)}$$

Rangierdienst

$$m_W = \frac{F_T - g m_L (f_{WL} + \Delta f_W + i)}{g(f_{WW} + \Delta f_W + i)}$$

### Steigungs-Geschwindigkeits-Diagramm

Das Steigungs-Geschwindigkeits-Diagramm (Abkürzung: i-v-Diagramm) enthält das bei entsprechender Geschwindigkeit  $v$  und Wagenzumasse  $m_w$  in gleichförmiger Bewegung mögliche Steigvermögen  $i$  der Lokomotiven. Dem i-v-Diagramm kann auch die auf der waagerechten Strecke mögliche Beschleunigung entnommen werden. Das i-v-Diagramm ist u.a. Grundlage der in früheren Jahren benutzten grafischen Fahrzeitermittlung.

Die Berechnung des i-v-Diagramms erfolgt auf gleicher Grundlage wie die Berechnung der Schleppmassetafel, nur mit dem Unterschied, dass die Massen- bzw. Beschleunigungskraftzahl  $f_M$ ,  $f_a = 0$  ist. Die Gleichung des Kräftegleichgewichts wird nach  $i$  aufgelöst.

$$i = \frac{F_T}{g \cdot m_z} - f_{wz} \quad \text{und} \quad a = g_k i \quad (1.73)$$

Bild 1.15 zeigt das Steigungs-Geschwindigkeits-Diagramm der Diesellokomotive BR 219.

### Berechnungsbeispiel 1.11

Für eine Rangierlokomotive, Lokomotivmasse  $m_L = 60$  t, Treibachszugkraft  $F_T = 72$  kN bei  $v = 20$  km/h, Lokomotivwiderstandszahl  $f_{WL} = 5\%$  (0,005), Wagenzugwiderstandszahl  $f_{WW} = 3\%$  (0,003) und Beschleunigungskraftzahl  $f_M = 3\%$  (0,003), ist die auf einer Steigung von  $i = 7\%$  (0,007) in gleichförmiger Bewegung mit  $v = 20$  km/h (5,556 m/s) mögliche Schleppmasse  $m_w$  zu berechnen. Die Berechnung ist für den Streckendienst und für den Abstoßdienst vorzunehmen. Der Widerstandszuschlag für das Abstoßen beträgt  $\Delta f_w = 8\%$  (0,008).

Lösungsweg und Lösung:

Das Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. (1.72) ergibt für den Streckendienst:

$$m_w = [72 - 9,81 \cdot 60 \cdot (0,005 + 0,007 + 0,003)] / [9,81 \cdot (0,003 + 0,007 + 0,003)] = 495 \text{ t}$$

Das Einsetzen der gegebenen Werte in Gl. (1.72) ergibt für den Rangierdienst/Abstoßen:

$$m_w = [72 - 9,81 \cdot 60 \cdot (0,005 + 0,008 + 0,007)] / [9,81 \cdot (0,003 + 0,008 + 0,007)] = 341 \text{ t}$$

### Berechnungsbeispiel 1.12

Für die Rangierlokomotive des Beispiels 1.11 ist zu ermitteln, welche Steigung  $i$  mit der Wagenzugmasse  $m_w = 500$  t in gleichförmiger Bewegung bei  $v = 20$  km/h höchstens befahren werden kann.

Lösungsweg und Lösung:

Die Zugmasse beträgt nach Gl. (1.11)  $m_z = 560$  t. Die Zugwiderstandszahl  $f_{wz}$  beträgt nach Gl. (1.16):

$$f_{wz} = (f_{WL} \cdot m_L + f_{WW} \cdot m_w) / m_z = (0,005 \cdot 60 + 0,003 \cdot 500) / 560 = 0,00321$$

Die befahrbare Steigung ist mit Gl. (1.73) zu berechnen:

$$i = F_T / (g \cdot m_z) - f_{wz} = 72 / (9,81 \cdot 560) - 0,00321 = 0,0099 \text{ bzw. } i = 9,90\%$$

Für die Beschleunigung auf waagerechter Strecke erhält man bei  $g_k = 9 \text{ m/s}^2$ :

$$a = g_k \cdot i = 9 \cdot 0,0099 = 0,0891 \text{ m/s}^2$$

## 2 Kinematik der Fahrbewegung

### 2.1 Grundbegriffe

#### Kinematik

In der Kinematik wird die Bewegung von Punkten und Körpern auf der Basis der Beschleunigung behandelt, ohne daß die verursachenden Kräfte in die Betrachtung einbezogen werden. Der Zug, dessen Fahrbewegung Untersuchungsgegenstand der Fahrdynamik ist, wird im Regelfall als masseloser Punkt und im Ausnahmefall als Band betrachtet.

#### Elemente der Bewegung

Die Bewegung ist in der **Einheit von Bewegungsrichtungen, Bewegungsformen und Bewegungsarten** gegeben. Die Bewegungsrichtungen sind in Kap. 1.1 (Bild 1.1) behandelt worden.

Die **Bewegungsformen** sind Translation, Rotation und Schwingung.

Zur **Translation** gehört die Fahrbewegung in Längsrichtung (Hauptbewegung), die Seitenbewegung im Bogen und beim Gleiswechsel und die Höhenbewegung auf einer Strecke mit Längsneigung (Nebenbewegungen).

Zur **Rotation** gehört die Raddrehung bei der Fahrt und die Fahrzeugdrehung bei der Bogen-durchfahrt (Nebenbewegungen).

Setzt sich die Fahrbewegung aus der Translationsbewegung und der Bogendrehbewegung zusammen, erhält man die **krummlinige Bewegung**.

Zu den **Schwingungen** zählen die Translationsschwingungen entlang der Achsen des Koordinatensystems und die Rotationsschwingungen um die Achsen (Nebenbewegungen).

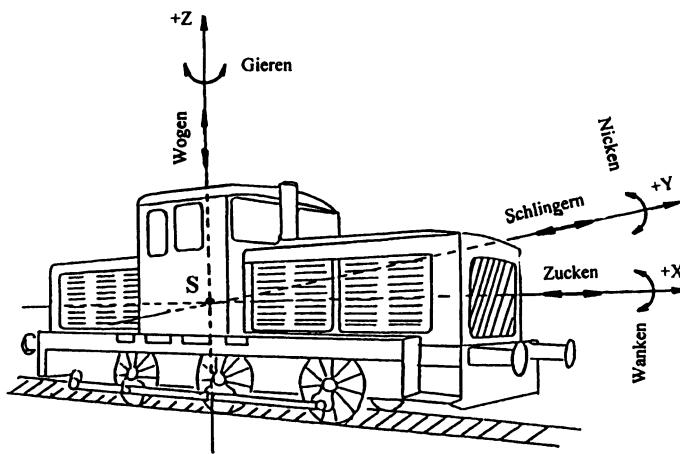
Die Translationsschwingungen beinhalten das Zucken (in x-Richtung), das Schlingern (in y-Richtung) und das Wogen (in z-Richtung). Den Rotationsschwingungen wird das Wanken (um die x-Achse), das Nicken (um die y-Achse) und das Gieren oder Schwimmen (um die z-Achse) zugeordnet.

Bild 2.1 zeigt die am Schienenfahrzeug zu verzeichnenden Schwingbewegungen.

**Bewegungsarten** sind die **gleichförmige Bewegung** (konstante Geschwindigkeit, keine Beschleunigung) und die **ungleichförmige Bewegung** (veränderliche Geschwindigkeit, Beschleunigung vorhanden). Die ungleichförmige Bewegung erfolgt **gleichmäßig beschleunigt** (konstante Beschleunigung) oder **ungleichmäßig beschleunigt** (veränderliche Beschleunigung). Die Fahrbewegung von Zügen ist im Regelfall ungleichmäßig beschleunigt. Übrige Bewegungsarten sind mehr oder weniger stark vereinfachte Modelle.

#### Variablen der Fahrbewegung

Die Variablen der Fahrbewegung sind die **Grundgrößen** Weg  $s$  und Zeit  $t$  und die **abgeleiteten Größen** Geschwindigkeit  $v$ , Beschleunigung  $a$  und Ruck  $u$ . Prinzipiell ist zwischen der Bewertung von momentaner Bewegungslage und momentanem Zustand mit momentanen Größen und der Bewertung von Intervallen mit mittleren Größen zu unterscheiden.



**Bild 2.1**  
Schwingbewegungen am Schienenfahrzeug

### Bewegungslage (Weg und Zeit)

Die aktuelle Lage eines sich bewegenden Punkts  $P_x(t_x; s_x)$  ist durch den Wegpunkt  $s_x$ , der zum Zeitpunkt  $t_x$  erreicht wird, gegeben. Der zwischen den Momentanwerten für Weg und Zeit bestehende Zusammenhang ist mit Gl. (1.1) festgelegt [ $s = f(t)$ ].

### Bewegungszustand (Geschwindigkeit)

Der Bewegungszustand (momentane Geschwindigkeit  $v$ ) ist das Potential zur Lageänderung, also die Mikrowegänderung  $ds$  im Mikrozeitintervall  $dt$ :

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (2.1)$$

Die Geschwindigkeit ist positiv. Ein negativer Zahlenwert ist nicht möglich. Die Maßeinheit ist m/s. Zulässig ist auch die nichtkohärenten Maßeinheit km/h:

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h} \text{ bzw. } 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h.}$$

Zur Vermeidung von Fehlern wird empfohlen, kinematische Berechnungen auf der Basis der kohärenten Maßeinheit m/s vorzunehmen.

### Bewegungszustandsänderung (Beschleunigung)

Der Bewegungszustand, gegeben durch die Momentangeschwindigkeit  $v$ , unterliegt fallweise der Änderung. Die Bewegungszustandsänderung (momentane Beschleunigung  $a$ ) ist das Potential zur Mikrogeschwindigkeitsänderung  $dv$  im Mikrozeitintervall  $dt$ :

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (2.2)$$

Das zweimalige Differenzieren von Gl. (2.1) ergibt:

$$a = \frac{d^2s}{dt^2} \quad (2.3)$$

Die Gl. (2.2) kann durch Erweiterung mit der Mikrowegänderung  $ds$  und Einsetzen von Gl. (2.1) folgender Änderung unterzogen werden:

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} = \frac{dv \cdot ds}{dt \cdot ds} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{dv \cdot v}{ds} \\ a &= \frac{v \cdot dv}{ds} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Maßeinheit der Beschleunigung ist  $m/s^2$ .

Die Bewegungszustandsänderung führt sowohl zur Zu- als auch zur Abnahme der Geschwindigkeit. Bei Zunahme ist  $a$  positiv und bei Abnahme negativ. Das stimmt mit der Vorzeichenbelegung des dynamischen Grundgesetzes überein (Gl. (1.8) bis (1.10)).

Bei Untersuchung der Zugbremsung wird fallweise durch Änderung der richtungsbezogenen Vorzeichenuweisung aus der negativen Beschleunigung die positive Verzögerung  $b$ .

### Änderung der Bewegungszustandsänderung (Ruck)

Die Bewegungszustandsänderung, gegeben durch die momentane Beschleunigung  $a$ , unterliegt fallweise der Änderung. Die Änderung der Bewegungszustandsänderung (momentaner Ruck  $u$ ) ist das Potential zur Mikrobeschleunigungsänderung da im Mikrozeitintervall  $dt$ :

$$u = \frac{da}{dt} \quad (2.5)$$

Die Maßeinheit des Rucks ist  $m/s^3$ .

Die Änderung der Bewegungszustandsänderung kann sowohl zur Zu- als auch zur Abnahme der Beschleunigung führen. Bei Zunahme ist  $u$  positiv und bei Abnahme negativ.

### Intervall

Das Bewegungsintervall wird mit den Variablen Makrozeitintervall  $\Delta t$ , Makrowegintervall  $\Delta s$ , mittlere Geschwindigkeit  $v_m$ , mittlere Beschleunigung  $a_m$  und mittlerer Ruck  $u_m$  bewertet. Die Änderung der Variablen im Intervall ist als **Endwert (Index E) minus Anfangswert (Index A)** zu berechnen. Die mittleren Variablen des Intervalls werden

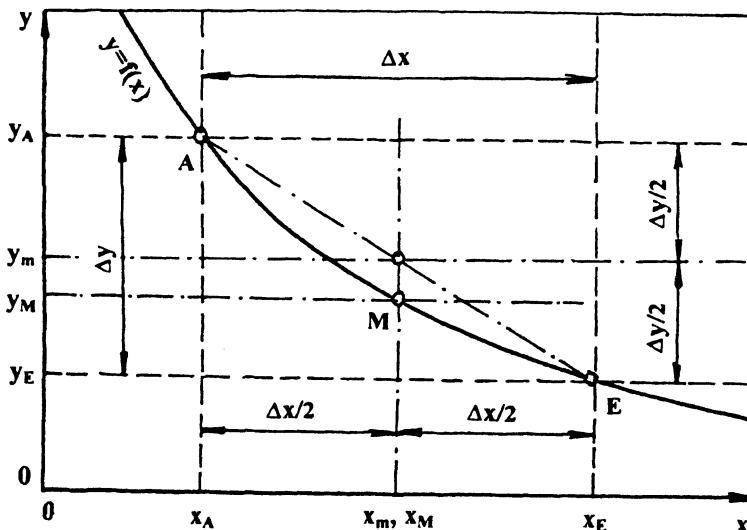
- entweder auf der Basis von Differenzenquotienten
- oder als arithmetisches Mittel von Anfangs- und Endwert
- oder als Momentanwert in Intervallmitte (Index M)

bestimmt. Bild 2.2 zeigt die Möglichkeiten der Mittelwertbildung. Bei entsprechender Intervallgröße gehen aus beiden Berechnungsvarianten unterschiedliche Ergebnisse hervor.

Mittlere Geschwindigkeit:

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{mit} \quad \Delta s = s_E - s_A \quad \text{und} \quad \Delta t = t_E - t_A \\ v_m &= \frac{1}{2} (v_A + v_E) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$v_m = v_M \quad \text{bei} \quad t_M \quad \text{oder} \quad s_M$$



**Bild 2.2**  
Varianten der Mittelwertbildung für Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck

### Mittlere Beschleunigung

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta v = v_E - v_A \quad \text{und} \quad \Delta t = t_E - t_A \quad (2.7)$$

$$a_m = v_m \frac{\Delta v}{\Delta s} \quad \text{mit } \Delta v = v_E - v_A \quad \text{und} \quad \Delta s = s_E - s_A$$

$$a_m = \frac{v_E^2 - v_A^2}{2 \Delta s} \quad \text{mit } \Delta s = s_E - s_A$$

$$a_m = \frac{1}{2} (a_A + a_E)$$

$a_m = a_M$  bei  $t_M, s_M$  oder  $v_M$

### Mittlerer Ruck

$$u_m = \frac{\Delta a}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta a = a_E - a_A \quad \text{und} \quad \Delta t = t_E - t_A \quad (2.8)$$

$$u_m = \frac{1}{2} (u_A + u_E)$$

$u_m = u_M$  bei  $t_M, s_M$  oder  $v_M$

### Berechnungsmethoden

Unbekannte kinematische Variable sind bei gegebener Abhängigkeit durch Differentiation mit den Differential- und Differenzenquotienten der Fahrbewegung, durch Integration mit den Integralen der Fahrbewegung und mit der Differentialgleichung der Fahrbewegung zu bestimmen. Die Integrale der Fahrbewegung liegen als unbestimmtes und bestimmtes Integral vor. Beim unbestimmten Integral sind die Integrationskonstanten aus den Anfangs- und Endbedingungen zu ermitteln. Beim bestimmten Integral sind die Integrationsgrenzen einzusetzen.

Lösbare Varianten der Differentialgleichung der Fahrbewegung ergeben sich nur für die lineare Abhängigkeit der Beschleunigung von der Geschwindigkeit und vom Weg.

### Unbestimmte Integrale der Fahrbewegung

$$v = \int a(t) dt + c_1 \text{ und } s = \int v(t) dt + c_2 \quad (2.9)$$

### Bestimmte Integrale der Fahrbewegung

$$t_E = \int_{v_A}^{v_E} \frac{dv}{a(v)} + t_A \text{ und } s_E = \int_{v_A}^{v_E} \frac{v dv}{a(v)} + s_A \quad (2.10)$$

Zur Lösung der Integrale sind die gegebenen Funktionen  $v(t)$ ,  $a(t)$  und  $a(v)$  einzusetzen. Es können nur solche Funktionen gewählt werden, die ein lösbares Integral ergeben.

## 2.2 Integration von Beschleunigungsgleichungen

### 2.2.1 Konstante Geschwindigkeit und Beschleunigung

#### Konstante Geschwindigkeit

Im Intervall A bis E (Anfang bis Ende) liegt entweder eine konstante Geschwindigkeit vor oder sie wird mit Gl. (2.6) als mittlere Geschwindigkeit  $v_m$  bestimmt:

$$s_{AE} = v_m t_{AE} \quad (2.11)$$

$$v_m = \frac{s_{AE}}{t_{AE}} \text{ und } t_{AE} = \frac{s_{AE}}{v_m}$$

#### Konstante Beschleunigung

Im Intervall A bis E (Anfang bis Ende) liegt entweder eine konstante Beschleunigung vor oder sie wird mit Gl. (2.7) als mittlere Beschleunigung  $a_m$  bestimmt:

$$v_E = v_A + a_m t_{AE} \quad (2.12)$$

$$s_{AE} = v_A t_{AE} + \frac{1}{2} a_m t_{AE}^2 \text{ und } s_{AE} = \frac{v_E^2 - v_A^2}{2 a_m}$$

Durch Umstellung erhält man:

$$t_{AE} = \frac{v_E - v_A}{a_m} \text{ und } t_{AE} = \sqrt{\left(\frac{v_A}{a_m}\right)^2 + \frac{2s_{AE}}{a_m} - \frac{v_A}{a_m}} \quad (2.13)$$

$$v_E = \sqrt{v_A^2 + 2 a_m s_{AE}}$$

Im Fall des Bremsens ist der Betrag von  $a_m$  mit negativem Vorzeichen einzusetzen. Wird mit der positiven mittleren Verzögerung  $b_m$  gerechnet, sind Anfang und Ende zu vertauschen.

Hält der Zug vor dem Intervallende (Wurzelargument wird null oder negativ), so ist die neue Intervallzeit  $t_{AE}$  mit Gl. (2.13/1) zu berechnen, in der  $v_E = 0$  gesetzt wird.

Die in Gl. (2.12) und (2.13) einzusetzende mittlere Verzögerung  $b_m$  muss auf den entwickelten Abschnitt der Bremskraft bezogen sein. Zeitabhängige Abschnitte (Ansprechen, Schwellen und Abklingen) dürfen nicht mit enthalten sein.

### Berechnungsbeispiel 2.1

Für die Diesellokomotive BR 232, die einen Zug mit 500 t Wagenzugmasse auf waagerechter Strecke befördert, sind Zeit und Weg für das Beschleunigen von  $v_A = 100 \text{ km/h}$  ( $27,778 \text{ m/s}$ ) bis auf  $v_E = 120 \text{ km/h}$  ( $33,333 \text{ m/s}$ ) überschlägig zu berechnen. Aus Tabelle 1.4 gehen die momentanen Beschleunigungen  $a_A = 0,0550 \text{ m/s}^2$  und  $a_E = 0,0220 \text{ m/s}^2$  hervor.

Lösungsweg und Lösung:

Mittlere Beschleunigung, Gl. (2.7/4):  $a_m = (a_A + a_E)/2 = (0,0550 + 0,0220)/2 = 0,0385 \text{ m/s}^2$

Abschnittszeit, Gl. (2.13/1):  $t_{AE} = (v_E - v_A)/a_m = (33,333 - 27,778)/0,0385 = 144,3 \text{ s}$

Abschnittsweg, Gl. (2.12/3):  $s_{AE} = (v_E^2 - v_A^2)/(2 \cdot a_m) = (33,333^2 - 27,778^2)/(2 \cdot 0,0385) = 4409 \text{ m}$

## 2.2.2 Zeitabhängige Beschleunigung

Die Fahrbewegung ist bei zeitabhängiger Beschleunigung  $a(t)$  entweder mit dem konstanten Ruck oder mit dem zeitabhängigen Ruck nach der e-Funktion oder mit dem zeitabhängigen Ruck nach der allgemeinen Exponentialgleichung zu berechnen. Für die Berechnung müssen Anfangsbeschleunigung  $a_A$  und Endbeschleunigung  $a_E$  sowie die Bewegungsdauer (Aufregelzeit  $t_{AuF}$  oder Abregelzeit  $t_{Ab}$ ) bekannt sein.

### Konstanter Ruck

Der mittlere Ruck der Geraden  $a(t)$  (Bild 2.3 und 2.4) ist mit Gl. (2.8) zu berechnen. Das Einsetzen der Beschleunigungsgleichung  $a(t)$  in die Integrale der Fahrbewegung (Gl. (2.9)) ergibt:

$$a = a_A + u_m t \quad (2.14)$$

$$v_E = v_A + a_A t_{AE} + \frac{1}{2} u_m t_{AE}^2$$

$$s_{AE} = v_A t_{AE} + \frac{1}{2} a_A t_{AE}^2 + \frac{1}{6} u_m t_{AE}^3$$

Beim Halt des Zugs im Regelabschnitt erhält man aus Gl. (2.14/2)  $v_E < 0$ . Die Auflösung von Gl. (2.14/2) nach  $t_{AE}$  für  $v_E = 0$  ergibt den Zeitpunkt des Halts  $t_H$ .

Liegt zu Gl. (2.14) ein unterschiedliches Vorzeichen von  $a_A$  und  $u_m$  vor, so hat die Kennlinie  $v(t)$  zum Zeitpunkt  $t_{opt}$  ein Optimum (Beispiel: Bremsen im Gefälle, noch Geschwindigkeitszunahme bei Bremsbeginn). Die Auflösung von Gl. (2.14/1) für  $a = 0$  nach  $t$  ergibt  $t_{opt}$ .

Zeitpunkt des Halts  $t_H$  und Zeitpunkt des Optimums  $t_{opt}$ :

$$t_H = \sqrt{\left(\frac{a_A}{u_m}\right)^2 - \frac{2v_A}{u_m}} - \frac{a_A}{u_m} \quad \text{und} \quad t_{opt} = -\frac{a_A}{u_m} \quad (2.15)$$

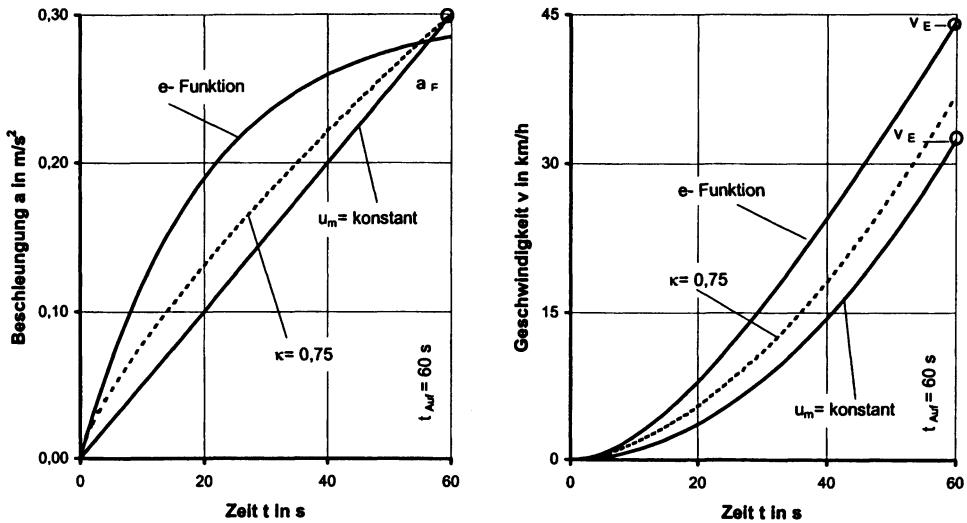


Bild 2.3: Aufregelkennlinien der Zuganfahrt zu Berechnungsbeispiel 2.2

### Zeitabhängiger Ruck (e-Funktion)

Im Fall der **Aufregelkurve** (Bild 2.3) ergibt das Einsetzen der Beschleunigungsgleichung  $a(t)$  in die Differentialquotienten (Gl. (2.5)) und Integrale (Gl. (2.9)) der Fahrbewegung:

$$a = a_E \left(1 - e^{-\omega t}\right) \text{ mit } \omega = \frac{3}{t_{\text{Auf}}} \quad (2.16)$$

$$u = u_A e^{-\omega t} \text{ mit } u_A = a_E \omega$$

$$v = v_A + a_E t - \frac{a_E}{\omega} \left(1 - e^{-\omega t}\right)$$

$$s = \left(v_A - \frac{a_E}{\omega}\right)t + \frac{1}{2} a_E t^2 + \frac{a_E}{\omega^2} \left(1 - e^{-\omega t}\right)$$

Endgeschwindigkeit und Weg des Aufregelns ( $t_{AE} = t_{\text{Auf}}$ ):

$$v_E = v_A + 0,6833 a_E t_{AE} \quad (2.17)$$

$$s_{AE} = v_A t_{AE} + 0,2723 a_E t_{AE}^2$$

Wird in Gl. (2.17) für  $t_{AE} = t_{\text{Auf}}$   $v_E < 0$ , so ist durch Variation von  $t$  in Gl. (2.16/3) die Zeit  $t_H$  für  $v = 0$  zu bestimmen. Zur Berechnung des Wegs  $s_H$  ist  $t_H$  in Gl. (2.17/4) einzusetzen.

Im Fall der **Abregelkurve** (Bild 2.4) ergibt das Einsetzen der Beschleunigungsgleichung  $a(t)$  in die Differentialquotienten (Gl. (2.5)) und Integrale (Gl. (2.9)) der Fahrbewegung:

$$a = a_A e^{-\omega t} \text{ mit } \omega = \frac{3}{t_{\text{Ab}}} \quad (2.18)$$

$$u = u_A e^{-\omega t} \text{ mit } u_A = -a_A \omega$$

$$v = v_A + \frac{a_A}{\omega} (1 - e^{-\omega t})$$

$$s = \left( v_A + \frac{a_A}{\omega} \right) t - \frac{a_A}{\omega^2} (1 - e^{-\omega t})$$

Endgeschwindigkeit und Weg des Abregelns ( $t_{AE} = t_{Ab}$ )

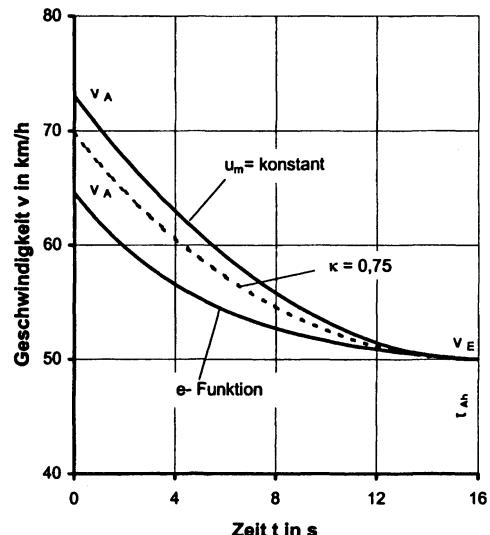
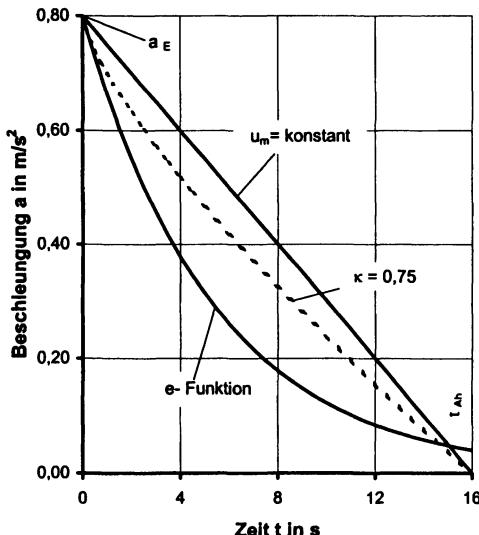
$$v_E = v_A + 0,3167 a_A t_{AE} \quad (2.19)$$

$$s_{AE} = v_A t_{AE} + 0,2278 a_A t_{AE}^2$$

Erhält man aus Gl. (2.19/1)  $v_E < 0$ , so ist der Zeitpunkt des Haltens des Zugs  $t_H$  mit Gl. (2.18/3) zu berechnen. In Gl. (2.18/3) wird  $v_E = 0$  gesetzt und sie wird nach  $t$  umgestellt:

$$t_H = -\frac{1}{\omega} \ln \left( 1 + \frac{v_A \omega}{a_A} \right) \quad (2.20)$$

Zur Berechnung von  $s_H$  ist  $t_H$  in Gl. (2.18/4) einzusetzen.



**Bild 2.4**

Abregelkurvenlinien der Geschwindigkeitszielbremsung zu Berechnungsbeispiel 2.4

#### Zeitabhängiger Ruck (allgemeine Exponentialfunktion)

Im Fall der Aufregelkurve (Bild 2.3) ergibt das Einsetzen der Beschleunigungsgleichung  $a(t)$  in die Differentialquotienten (Gl. (2.5)) und Integrale (Gl. (2.9)) der Fahrbewegung:

$$a = a_E \left( \frac{t}{t_{\text{Auf}}} \right)^\kappa \text{ mit } \kappa = -1,443 \ln \frac{a_H}{a_E} \quad (2.21)$$

$$u = \frac{\kappa a_E}{t_{\text{Auf}}} \left( \frac{t}{t_{\text{Auf}}} \right)^{\kappa-1}$$

$$v = v_A + \frac{a_E}{\kappa+1} \left( \frac{t}{t_{\text{Auf}}} \right)^\kappa t$$

$$s = v_A t + \frac{a_E}{(\kappa+1)(\kappa+2)} \left( \frac{t}{t_{\text{Auf}}} \right)^\kappa t^2$$

Zur Berechnung des Exponenten  $\kappa$  ist die bei der Halbwertszeit des  $t_{\text{Halb}}/t_{\text{Auf}} = 0,5$  an der Aufregelkennlinie  $a(t)$  abgelesene Beschleunigung  $a_H$  in Gl. (2.21/1) einzusetzen (Kap. 1.4).

Im Fall der **Abregelkurve** (Bild 2.4) erhält man:

$$a = a_A \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_{\text{Ab}}} \right)^\kappa \right] \quad (2.22)$$

$$u = - \frac{\kappa a_A}{t_{\text{Ab}}} \left( \frac{t}{t_{\text{Ab}}} \right)^{\kappa-1}$$

$$v = v_A + a_A \left[ 1 - \frac{1}{\kappa+1} \left( \frac{t}{t_{\text{Ab}}} \right)^\kappa \right] t$$

$$s = v_A t + \frac{a_A}{2} \left[ 1 - \frac{2}{(\kappa+1)(\kappa+2)} \left( \frac{t}{t_{\text{Ab}}} \right)^\kappa \right] t^2$$

Hält der Zug noch vor Ablauf von  $t_{\text{Auf}}$  bzw.  $t_{\text{Ab}}$ , so ist der Haltezeitpunkt  $t_H$  durch Variation von  $t$  in Gl. (2.21/3) bzw. (2.22/3) zu bestimmen. Bei  $t = t_H$  muß  $v = 0$  geworden sein.

Zur Berechnung des Exponenten  $\kappa$  ist die bei der Halbwertszeit des  $t_{\text{Halb}}/t_{\text{Auf}} = 0,5$  an der Abregelkennlinie  $a(t)$  abgelesene Beschleunigung  $a_{\text{Halb}}$  in Gl. (2.22) einzusetzen (Kap. 1.4).

### Berechnungsbeispiel 2.2

Die elektrische Lokomotive BR 143 entwickelt beim Anfahren eines 500 t-Wagenzugs an der Kraftschlussgrenze die Beschleunigung  $a_E = 0,30 \text{ m/s}^2$  (Tabelle 1.4) und bei der Halbwertszeit  $a_{\text{Halb}} = 0,1784 \text{ m/s}^2$ . Die Aufregelzeit beträgt  $t_{\text{Auf}} = 60 \text{ s}$ . Mit den Lösungsansätzen des konstanten und des zeitabhängigen Rucks sind Geschwindigkeit und Weg bei Aufregelende zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung für konstanten Ruck:

Mittlerer Ruck, Gl. (2.8/1):  $u_m = \Delta a / \Delta t = a_E / t_{\text{Auf}} = 0,30 / 60 = 0,005 \text{ m/s}^3$

Endgeschwindigkeit, Gl. (2.14/2):  $v_E = 0,5 u_m t_{AE}^2 = 0,5 \cdot 0,005 \cdot 60^2 = 9,00 \text{ m/s (32,4 km/h)}$

Intervallweg, Gl. (2.14/3):  $s_{AE} = u_m t_{AE}^3 / 6 = 0,005 \cdot 60^3 / 6 = 180 \text{ m}$

Lösungsweg und Lösung für zeitabhängigen Ruck (e-Funktion):

Endgeschwindigkeit, Gl. (2.17/1):  $v_E = 0,6833 a_E t_{AE} = 0,6833 \cdot 0,30 \cdot 60 = 12,30 \text{ m/s (44,3 km/h)}$

Intervallweg, Gl. (2.17/2):  $s_{AE} = 0,2723 a_E t_{AE}^2 = 0,2723 \cdot 0,30 \cdot 60^2 = 294 \text{ m}$

Lösungsweg und Lösung für zeitabhängigen Ruck (allgemeine Exponentialgleichung):

$$\text{Exponent, Gl. (2.21/1): } \kappa = -1,443 \cdot \ln(a_E/a_A) = -1,443 \cdot \ln(0,1785/0,30) = 0,75$$

$$\text{Endgeschwindigkeit Gl. (2.21/3): } v_E = a_E/(\kappa+1) \cdot t_{\text{Auf}} = 0,30/(0,75+1) \cdot 60 = 10,286 \text{ m/s (37,0 km/h)}$$

$$\text{Intervallweg, Gl. (2.21/4): } s_{AE} = a_E/[(\kappa+1)(\kappa+2)] \cdot t_{\text{Auf}}^2 = 0,30/[(0,75+1)(0,75+2)] \cdot 60^2 = 224 \text{ m}$$

Bild 2.3 zeigt die für den konstanten und für den zeitabhängigen Ruck berechneten Aufregelkennlinien.

### Berechnungsbeispiel 2.3

Ein Güterzug leitet bei der Geschwindigkeit  $v_A = 45 \text{ km/h}$  (12,50 m/s) die Bremsung ein ( $a_A = 0$ ). In der benutzten Bremsstufe wird die Beschleunigung  $a_E = -1,20 \text{ m/s}^2$  erreicht. Die Aufregelzeit (Schwellzeit) beträgt  $t_{\text{Auf}} = 24 \text{ s}$  und die Halbzeitbeschleunigung  $a_H = -0,7135 \text{ m/s}^2$ . Der Weg des Güterzugs bis zum Halt ( $v_E = 0$ ) ist für den konstanten und für den zeitabhängigen Ruck zu berechnen (ohne Ansprechweg).

Lösungsweg und Lösung für konstanten Ruck:

$$\text{Mittlerer Ruck, Gl. (2.8/1): } u_m = \Delta a / \Delta t = a_E / t_{\text{Auf}} = -1,20 / 24 = -0,050 \text{ m/s}^3$$

$$\text{Endgeschwindigkeit, Gl. (2.14/2): } v_E = v_A + u_m t_{AE}^2 / 2 = 12,50 - 0,050 \cdot 24^2 / 2 = -1,9 \text{ m/s}$$

Der Zug kommt im Aufregelabschnitt zum Stehen.

$$\text{Zeit bis Halt, Gl. (2.15): } t_H = (-2 \cdot v_A / u_m)^{0,5} = (2 \cdot 12,50 / 0,050)^{0,5} = 22,362 \text{ s}$$

$$\text{Weg bis Halt, Gl. (2.14/3): } s_H = v_A t_H + u_m t_H^3 / 6 = 12,50 \cdot 22,361 - 0,050 \cdot 22,361^2 / 6 = 183,3 \text{ m}$$

Lösungsweg und Lösung für zeitabhängigen Ruck (e-Funktion):

$$\text{Endgeschwindigkeit, Gl. (2.17/1): } v_E = v_A + 0,6833 \cdot a_E \cdot t_{AE} = 12,50 - 0,6833 \cdot 1,20 \cdot 24 = -7,2 \text{ m/s}$$

Der Zug kommt im Aufregelabschnitt zum Stehen.

$$\text{Konstante, Gl. (2.16/1): } \omega = 3/t_{\text{Auf}} = 3/24 = 0,125 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Zeit bis Halt, Gl. (2.16/3): } v = 12,50 - 1,20 \cdot t + 1,20/0,125 [1 - \exp(-0,125 \cdot t)] = 0$$

Durch Variation von  $t$  wird  $t_H = 17,521 \text{ s}$  bei  $v_E = 0$  ermittelt. Dafür wird ein Rechner benutzt.

Weg bis Halt, Gl. (2/16/4)

$$s_H = (12,50 + 1,20/0,125) \cdot 17,521 - 1,20 \cdot 17,521^2 / 2 - 1,20/0,125^2 \cdot (1 - \exp(-0,125 \cdot 17,521)) = 134,8 \text{ m}$$

Lösungsweg und Lösung für zeitabhängigen Ruck (allgemeine Exponentialgleichung):

$$\text{Exponent, Gl. (2.21/1): } \kappa = -1,443 \cdot \ln(a_H/a_E) = -1,443 \cdot \ln(0,7135/1,20) = 0,75$$

$$\text{Endgeschwindigkeit, Gl. (2.21/3): } v_E = v_A + a_E/(\kappa+1) \cdot t_{\text{Auf}} = 12,50 - 1,20/(0,75+1) \cdot 24 = -4,0 \text{ m/s}$$

Der Zug kommt im Aufregelabschnitt zum Stehen.

$$\text{Zeit bis Halt, Gl. (2.21/3): } v = 12,50 - 1,20/(0,75+1) \cdot (t/24)^{0,75}. t = 12,50 - 0,6857 \cdot (t/24)^{0,75}. t$$

Durch Variation von  $t$  wird  $t_H = 20,51 \text{ s}$  bei  $v_E = 0$  ermittelt. Dafür wird ein Rechner benutzt.

$$\text{Weg bis Halt, Gl. (2.21/4): } s_H = 12,50 \cdot 20,51 - 1,20/(0,75+1) \cdot (20,51/24)^{0,75}. 20,51^2 = 163,1 \text{ m}$$

### Berechnungsbeispiel 2.4

Ein Schnellzug führt eine Geschwindigkeitszielbremsung aus. Die zu erreichende Endgeschwindigkeit beträgt  $v_E = 50 \text{ km/h}$  (13,889 m/s), die Beschleunigung der gewählten Bremsstufe  $a_A = -0,80 \text{ m/s}^2$ , die Abklingzeit (Lösezeit)  $t_{AB} = 16 \text{ s}$  und die Halbzeitbeschleunigung  $a_H = -0,3243 \text{ m/s}^2$ . Es ist diejenige Geschwindigkeit  $v_A$  zu ermitteln, bei der das Lösen der Bremse eingeleitet werden muss, damit im Augenblick des Erreichens der Zielgeschwindigkeit die Bremswirkung abgeklungen ist ( $a_E = 0$ ). Der Weg des Löseabschnitts ist zu berechnen. Die Berechnungen sind für den konstanten und für den zeitabhängigen Ruck durchzuführen.

Lösungsweg und Lösung für konstanten Ruck:

$$\text{Mittlerer Ruck, Gl. (2.8/1): } u_m = (a_E - a_A)/t_{AB} = (0 + 0,80)/16 = 0,050 \text{ m/s}^3$$

Anfangsgeschwindigkeit, Gl. (2.14/2):

$$v_A = v_E - a_A t_{AE} - u_m t_{AE}^2 / 2 = 13,889 + 0,80 \cdot 16 - 0,05 \cdot 16^2 / 2 = 20,289 \text{ m/s (73,0 km/h)}$$

$$\text{Weg im Löseabschnitt, Gl. (2.14/3): } s_{AE} = 20,289 \cdot 16 - 0,80 \cdot 16^2 / 2 + 0,050 \cdot 16^3 / 6 = 256,4 \text{ m}$$

Lösungsweg und Lösung für zeitabhängigen Ruck (e-Funktion):

Anfangsgeschwindigkeit, Gl. (2.19/1):

$$v_A = v_E - 0,3167 \cdot a_A \cdot t_{AE} = 13,889 + 0,3167 \cdot 0,80 \cdot 16 = 17,943 \text{ m/s (64,6 km/h)}$$

Weg im Löseabschnitt, Gl. (2.19/2):

$$s_{AE} = v_A \cdot t_{AE} + 0,2278 \cdot a_A \cdot t_{AE}^2 = 17,943 \cdot 16 - 0,2278 \cdot 0,80 \cdot 16^2 = 240,3 \text{ m}$$

Lösungsweg und Lösung für zeitabhängigen Ruck (allgemeine Exponentialgleichung):

Exponent, Gl. (2.22/1):  $\kappa = -1,443 \cdot \ln(1 - a_H/a_A) = -1,443 \cdot \ln(1 - 0,3243/0,80) = 0,75$

Anfangsgeschwindigkeit, Gl. (2.22/3):

$$v_A = v_E - a_A [1/\kappa - 1/(+1)] \cdot t_{AB} = 13,889 + 0,80 \cdot [1 - 1/(0,75+1)] \cdot 16 = 19,375 \text{ m/s (69,7 km/h)}$$

Weg im Löseabschnitt, Gl. (2.22/4):  $s_{AE} = v_A \cdot t_{AB} + a_A/2 \cdot [1 - 2/(\kappa+1)/(\kappa+2)] \cdot t_{AB}^2$

$$s_{AE} = 19,375 \cdot 16 - 0,80/2 \cdot [1 - 2/(0,75+1)/(0,75+2)] \cdot 16^2 = 250,2 \text{ m}$$

Bild 2.4 zeigt die für den konstanten und für den zeitabhängigen Ruck berechneten Abregelkennlinien.

Erkenntnisse:

Die allgemeine Exponentialgleichung ermöglicht die genaueste Anpassung an Versuchsergebnisse. Bedingung ist:  $a_A = 0$  oder  $a_E = 0$ . Mit den Verfahren „mittlere Beschleunigung“ und „konstanter Ruck“ erhält man gleiche Werte der Endgeschwindigkeit  $v_E$ , aber unterschiedliche Intervallwege  $s_{AE}$ .

## 2.2.3 Geschwindigkeitsabhängige Beschleunigung

### 2.2.3.1 Lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit

Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Beschleunigung  $a(v)$  wird zwischen dem Anfangspunkt A und dem Endpunkt E der Fahrbewegung als linear vorausgesetzt (Bild 2.5).

Gleichung der Momentanbeschleunigung:

$$a = a_0 - a_1 v \quad (2.23)$$

$$a_1 = \frac{a_A - a_E}{v_E - v_A} \quad \text{und} \quad a_0 = a_A + a_1 v_A$$

Die Konstanten der Gleichung  $a_0$  und  $a_1$  sind entweder mit den Koordinaten der beiden Punkte A und E oder mittels linearer Regression für Stützstellen zu bestimmen.

Die Beschleunigungsgleichung  $a(v)$  wird in die Differentialquotienten (Gl. (2.5)) und Integrale der Fahrbewegung (Gl. (2.10)) eingesetzt. Man erhält den momentanen Ruck  $u$ , die Intervallzeit  $t_{AE}$  und den Intervallweg  $s_{AE}$ :

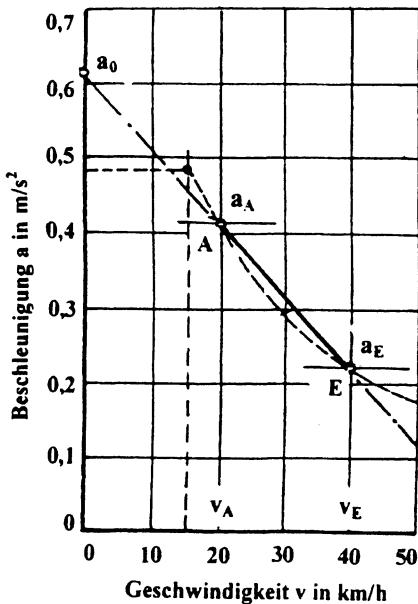
$$u = -a_1 a \quad \text{bzw.} \quad u = -a_1 (a_0 - a_1 v) \quad (2.24)$$

$$t_{AE} = \frac{v_E - v_A}{a_A - a_E} \ln \frac{a_A}{a_E}$$

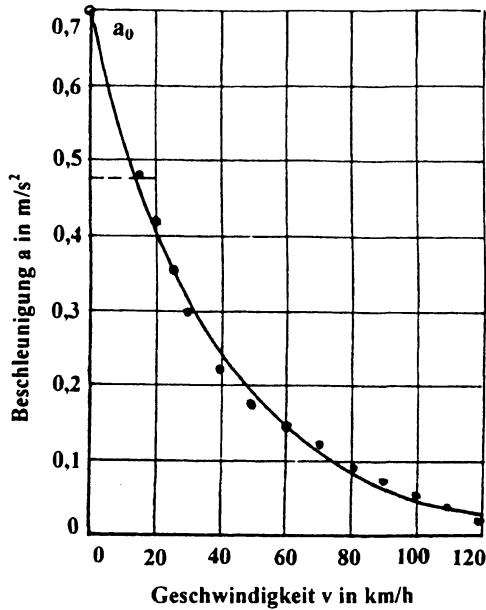
$$s_{AE} = \frac{(v_E - v_A)^2}{a_A - a_E} \left( \frac{a_0 t_{AE}}{v_E - v_A} - 1 \right)$$

Sonderfall  $v_A = 0$ :

$$t_{OE} = \frac{v_E}{a_0 - a_E} \ln \frac{a_0}{a_E} \quad \text{und} \quad s_{OE} = \frac{v_E^2}{a_0 - a_E} \left( \frac{a_0 t_{OE}}{v_E} - 1 \right) \quad (2.25)$$

**Bild 2.5**

Beschleunigungsgerade  $a(v)$  zwischen den Stützstellen A und E des Beschleunigungsdiagramms der Diesellokomotive BR 232 (Tabelle 1.4)

**Bild 2.6**

Exponentielle Kurve des natürlichen Logarithmus  $a(v)$  des Beschleunigungsdiagramms der Diesellokomotive BR 232 (Tabelle 1.4), berechnet mittels linearer Regression logarithmischer Werte

Die Umstellung von Gl. (2.24/2) und (2.25/1) nach  $v_E$  ergibt:

$$v_E = v_A + \frac{a_0}{a_1} \left( 1 - e^{-a_1 t_{AE}} \right) \quad \text{und} \quad v_E = \frac{a_0}{a_1} \left( 1 - e^{-a_1 t_{AE}} \right) \quad (2.26)$$

Gl. (2.24/3) und (2.25/2) ist nicht nach  $v_E$  umstellbar. Die zum Weg  $s_{AE}$  bzw.  $s_{OE}$  gehörende Endgeschwindigkeit  $v_E$  ist durch Variation von  $v_E$  zu ermitteln.

### Differentialgleichung der Fahrbewegung für den Zug als Massenpunkt

Die Gleichung der linearen Beschleunigung  $a(v)$  (Gl. (2.23)) kann umgestellt und als Differentialgleichung geschrieben werden, die lösbar ist:

$$a - a_1 v = a_0 \rightarrow \ddot{s} - a_1 \dot{s} = a_0$$

Man erhält Gl. (2.26) als Lösung.

### Berechnungsbeispiel 2.5

Für die Anfahrt der Diesellokomotive BR 232 mit einem 500 t-Wagenzug sind Anfahrzeit  $t_{AE}$  und Anfahrweg  $s_{AE}$  des Intervalls  $v_A = 20 \text{ km/h}$  ( $5,556 \text{ m/s}$ ) bis  $v_E = 40 \text{ km/h}$  ( $11,111 \text{ m/s}$ ) auf der Basis der Geradengleichung  $a(v)$  und des Stützstellen-Einsetzverfahrens zu berechnen. Nach Tabelle 1.4 betragen die Beschleunigungen  $a_A = 0,4160 \text{ m/s}^2$  und  $a_E = 0,2224 \text{ m/s}^2$ .

Lösungsweg und Lösung:

Konstanten der Beschleunigungsgleichung  $a(v)$ , Gl. (2.23):

$$a_1 = (a_A - a_E)/(v_E - v_A) = (0,4160 - 0,2224)/(11,111 - 5,556) = 0,03485 \text{ s}^{-1}$$

$$a_0 = a_A + a_1 v_A = 0,4160 + 0,03485 \cdot 5,556 = 0,6096 \text{ m/s}^2$$

Bild 2.5 zeigt die Beschleunigungsgerade  $a(v)$ .

$$\text{Anfahrzeit, Gl. (2.24/2): } t_{AE} = (11,111 - 5,556)/(0,4160 - 0,2224) \cdot \ln(0,4160/0,2224) = 17,968 \text{ s}$$

$$\text{Anfahrweg, Gl. (2.24/3): } s_{AE} = (11,111 - 5,556)^2/(0,4160 - 0,2224) \cdot [0,6096 \cdot 17,968/(11,111 - 5,556) - 1] = 154,9 \text{ m}$$

### 2.2.3.2 Nichtlineare Geschwindigkeitsabhängigkeit (e-Funktion)

Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Beschleunigung  $a(v)$  wird zwischen dem Anfangspunkt A und dem Endpunkt E der Fahrbewegung als e-Funktion vorausgesetzt (Bild 2.6).

Gleichung der Momentanbeschleunigung:

$$a = a_0 e^{-v/v_{00}} \quad (2.27)$$

Die Konstanten der e-Funktion  $a_0$  und  $v_{00}$  sind entweder mit den Koordinaten der beiden Punkte A und E oder mittels linearer Regression für eine entsprechende Anzahl von Stützstellen zu bestimmen. Die Berechnung ist in der logarithmischen Form der Gl. (2.25) vorzunehmen.

Berechnung der Konstanten  $a_0$  und  $v_{00}$  aus den Werten der Stützstellen A und E:

$$\ln a = \ln a_0 - \frac{v}{v_{00}} \quad \text{und} \quad v_{00} = \frac{v_E - v_A}{\ln(a_A/a_E)} \quad (2.28)$$

$$\ln a_0 = \ln a_A + \frac{v_A}{v_{00}} \quad \text{und} \quad a_0 = e^{\ln a_0}$$

Lineare Regression: Aus der linearen Regression zur entsprechenden Anzahl von Stützstellen  $P_x(v_x; a_x)$ , die vorher auf der Grundlage von Gl. (2.28/1) in Stützstellen  $P_x(v_x; \ln a_x)$  zu verwandeln sind, erhält man die Konstanten c und d der Regressionsgeraden  $y = f(x)$ . Die Konstanten der Regressionsgeraden sind in die Konstanten  $a_0$  und  $v_{00}$  zu überführen:

$$y = c + d x \rightarrow a_0 = e^c \quad \text{und} \quad v_{00} = -\frac{1}{d} \quad (2.29)$$

Die Erweiterung von Gl. (2.5) mit  $dt/dt$  und das Einsetzen der Beschleunigungsgleichung  $a(v)$  in die Differentialquotienten (Gl. (2.5)) und Integrale der (Gl. (2.10)) der Fahrbewegung ergibt für den momentanen Ruck u, die Intervallzeit  $t_{AE}$  und den Intervallweg  $s_{AE}$ :

$$u = -\frac{a^2}{v_{00}} \quad \text{bzw.} \quad u = \frac{a_0^2}{v_{00}} e^{-2v/v_{00}} \quad (2.30)$$

$$t_{AE} = \frac{v_{00}}{a_0} \left( e^{v_E/v_{00}} - e^{v_A/v_{00}} \right)$$

$$s_{AE} = \frac{v_{00}^2}{a_0} \left[ \left( 1 - \frac{v_E}{v_{00}} \right) e^{v_E/v_{00}} - \left( 1 - \frac{v_A}{v_{00}} \right) e^{v_A/v_{00}} \right]$$

Sonderfall  $v_A = 0$ :

$$t_{0E} = \frac{v_{00}}{a_0} \left( e^{v_E/v_{00}} - 1 \right) \quad (2.31)$$

$$s_{0E} = \frac{v_{00}}{a_0} \left( v_E e^{v_E/v_{00}} - a_0 t_{0E} \right)$$

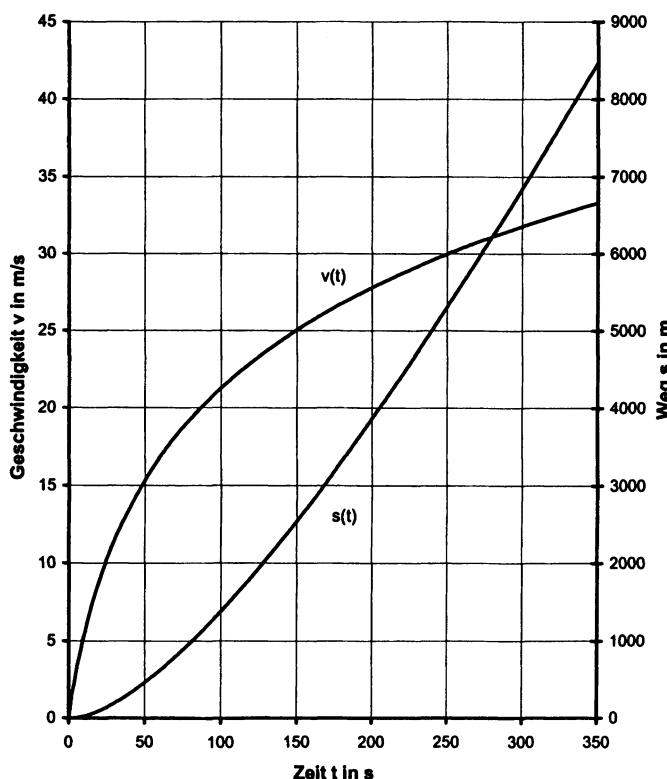
Umstellung von Gl. (2.31/1) nach  $v_E$ :

$$v_E = v_{00} \ln \left( 1 + \frac{a_0 t_{0E}}{v_{00}} \right) \quad (2.32)$$

Gl. (2.31/2) ist nicht umstellbar. Die Ermittlung von  $v_E$  zu einem  $s_{0E}$ -Wert ist nur durch Variation von  $v_E$  möglich.

### Berechnungsbeispiel 2.6

Für die Anfahrt der Diesellokomotive BR 232 mit einem 500 t-Wagenzug aus dem Stand ( $v_A = 0$ ) bis zur Geschwindigkeit  $v_E = 120 \text{ km/h}$  (33,333 m/s) sind Anfahrzeit  $t_{0E}$  und Anfahrweg  $s_{0E}$  mit der Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus  $a(v)$  und der logarithmischen Regressionsgeraden zu berechnen.



$v_E$ m/s	$t_{0E}$ s	$s_{0E}$ m
0	0	0
2,5	4,054	5,270
5,0	9,206	24,85
7,5	15,75	66,09
10,0	24,07	139,3
12,5	34,64	258,7
15,0	48,07	444,1
17,5	65,14	722,3
20,0	86,83	1130
21,25	99,78	1397
22,5	114,4	1717
23,75	130,9	2098
25,0	149,4	2551
26,25	170,3	3087
27,5	193,9	3721
28,75	220,5	4469
30,0	250,5	5349
31,25	284,2	6384
32,5	322,5	7599
33,333	350,3	8521

Bild 2.7

Anfahrkennlinien der Diesellokomotive BR 232 mit einem 500 t-Wagenzug (Berechnungsbeispiel 2.6)

Lösungsweg und Lösung:

Konstanten der Beschleunigungsgleichung  $a(v)$ , Gl. (2.28/1)

Die Eingabe der Stützstellenwerte der Tabelle 1.4 von 15 km/h (Übergangsgeschwindigkeit) bis 120 km/h (Höchstgeschwindigkeit) in ein Statistikprogramm der linearen Regression ( $a$ -Werte als  $\ln a$  eingeben) ergibt  $c = -0,3612$ ,  $d = -0,02662$  und Korrelationskoeffizient  $r = 0,9946$  (gute Anpassung).

Einsetzen von  $c$  und  $d$  in Gl. (2.29):

$$a_0 = e^c = e^{-0,3612} = 0,6968 \text{ m/s}^2 \text{ und } v_{00} = -1/d = 1/0,02662 = 37,566 \text{ km/h bzw. } 10,435 \text{ m/s}$$

Bild 2.6 zeigt die durch die gegebenen Stützstellen gelegte Beschleunigungskurve  $a(v)$ . Wegen der kleinen Übergangsgeschwindigkeit 15 km/h kann zur Vereinfachung der Beginn der Beschleunigungs-kennlinie  $a(v)$  bei  $v_A = 0$  vorausgesetzt werden.

$$\text{Anfahrzeit, Gl. (2.31/1): } t_{0E} = v_{00}/a_0 \cdot (e^{v_E/v_{00}} - 1) = 10,435/0,6968 \cdot (e^{33,333/10,435} - 1) = 350,3 \text{ s}$$

$$\text{Anfahrtweg, Gl. (2.31/2): } s_{0E} = v_{00}/a_0 \cdot (v_E e^{v_E/v_{00}} - a_0 \cdot t_{0E}) = 10,435/0,6968 \cdot (33,333 \cdot e^{33,333/10,435} - 0,6968 \cdot 350,3) = 8521 \text{ m}$$

Bild 2.7 zeigt die berechneten Anfahrkennlinie  $v(t)$  und  $s(t)$ .

### Schnittstelle Übergangsgeschwindigkeit

Liegt die Übergangsgeschwindigkeit zwischen Kraftschluss- und Motorzugkraft ( $v_U$ ) im kleinen Geschwindigkeitsbereich (bis 20 km/h), ist die  $v_U$ -Schnittstelle bei den kinematischen Be-rechnungen zu vernachlässigen (z.B. Diesellokomotive BR 232, Bild 2.6). Wird  $v_U$  erst bei größerer Geschwindigkeit erreicht, so ist  $v_U$  als Schnittstelle zweier Beschleunigungsabschnitt (0 bis  $v_U$  und  $v_U$  bis  $v_{\max}$ ) zu berücksichtigen (z.B. elektrische Lokomotive BR 143, Bild 2.8).

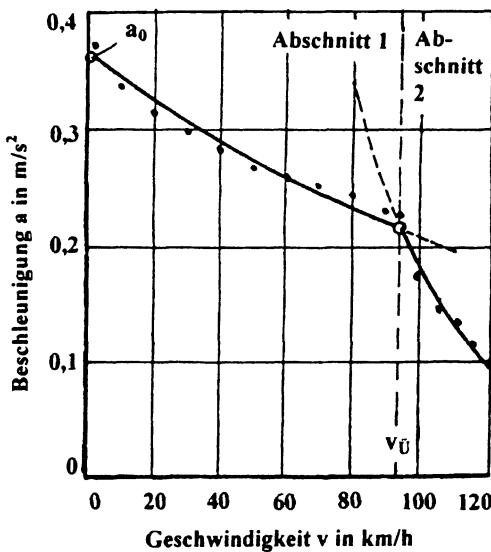


Bild 2.8

Exponentielle Kurven des natürlichen Logarithmus  $a(v)$  der beiden Abschnitte des Beschleunigungs-diagramms der elektrischen Lokomotive BR 143 (Tabelle 1.4), berechnet mittels linearer Regres-sion (logarithmische Werte für  $a$ )

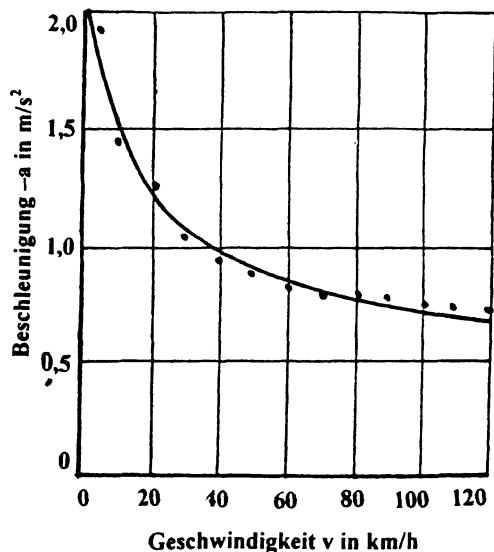


Bild 2.9

Allgemeine Exponentielle Kurve  $a(v)$  des Beschleu-nigungsdiagramms des entwickelten Abschnitts der Schnellbremsung eines Zugs mit Grauguss-Klotz-bremse (Tabelle 1.4), berechnet mittels linearer Regression (logarithmische Werte für  $a$  und  $v$ )

Die Beschleunigungsgleichung ist für den Kraftschluss- und für den Motorzugkraftabschnitt aufzustellen. Beim Einsetzverfahren muss  $v_0$  als End- bzw. Anfangspunkt gewählt werden.

Bei Ermittlung mit dem Regressionsverfahren ist ein rechnerisches  $v_0$ , das sich durch den Schnitt der Beschleunigungsgleichungen  $a(v)$  beider Abschnitte ergibt, zu bestimmen. Das rechnerische  $v_0$  ist die Integrationsgrenze der Zeit- und Wegberechnung. Zeiten und Wege bei der Abschnitte sind zu Gesamtwerten zu addieren.

Zur Bestimmung der rechnerischen Übergangsgeschwindigkeit (Bild 2.8) erhalten die Gleichungskonstanten des Abschnitts 1 den Index 1 und des Abschnitts 2 den Index 2.

Gerade – Gerade:

$$v_0 = \frac{a_{02} - a_{01}}{a_{12} - a_{11}} \quad (2.33)$$

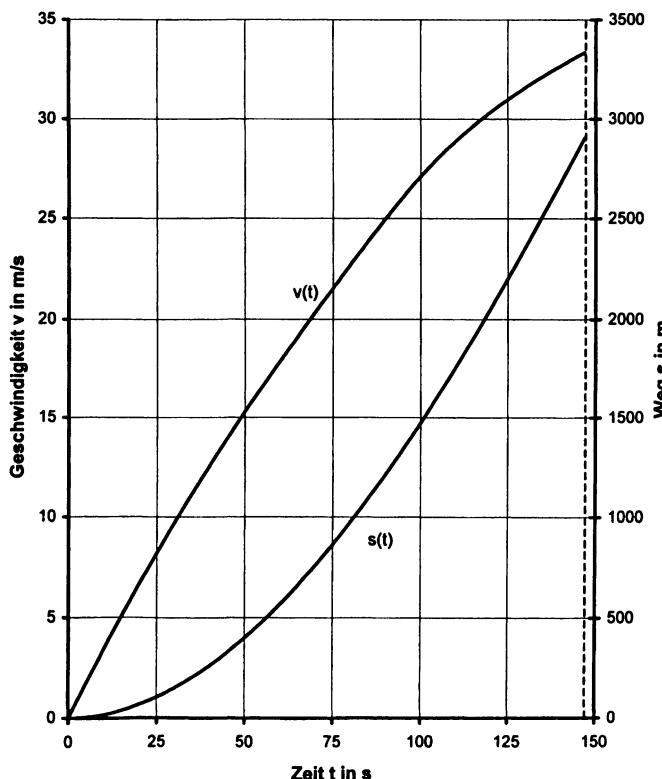
e-Funktion – e-Funktion:

$$v_0 = \frac{v_{001} v_{002}}{v_{001} - v_{002}} \ln \frac{a_{02}}{a_{01}}$$

Gerade – e-Funktion:

$$a_{01} - a_{11} v_0 = a_{02} e^{-v_0 / v_{002}}$$

Die Ermittlung von  $v_0$  ist aus Gl. (2.33/3) durch Variation von  $v$  vorzunehmen.



$v_E$ m/s	$t_{0E}$ s	$s_{0E}$ m
0	0	0
2,5	7,220	9,10
5,0	14,79	37,55
7,5	22,72	87,23
10,0	31,04	160,1
12,5	39,77	258,3
15,0	48,91	384,2
17,5	58,50	540,1
20,0	68,56	728,7
21,25	73,76	836,1
22,5	79,10	952,8
23,75	84,56	1079
25,0	90,15	1215
26,25	95,93	1364
27,5	102,1	1530
28,75	109,3	1733
30,0	117,6	1977
31,25	127,3	2272
32,5	138,4	2628
33,333	146,8	2903

Bild 2.10

Anfahrkennlinien der elektrischen Lokomotive BR 143 mit einem 500 t-Wagenzug (Beispiel 2.7)

### Berechnungsbeispiel 2.7

Für die Anfahrt der elektrischen Lokomotive BR 143 mit einem 500 t-Wagenzug aus dem Stand ( $v_A = 0$ ) bis zur Höchstgeschwindigkeit  $v_{max} = 120 \text{ km/h}$  (33,333 m/s) sind Anfahrzeit  $t_{OE}$  und Anfahrweg  $s_{OE}$  mit e-Funktion für  $a(v)$  und mit der logarithmischen Regressionsgeraden zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung

Konstanten der Beschleunigungsgleichung  $a(v)$ , Gl. (2.28/1):

Die Konstanten sind für den Abschnitt 1 (0 bis  $v_0$ ,  $a_{01}$  und  $v_{001}$ ) und für den Abschnitt 2 ( $v_0$  bis  $v_{max}$ ,  $a_{02}$  und  $v_{002}$ ) zu berechnen. Die Eingabe der Stützstellenwerte der Tabelle 1.4 in ein Statistikprogramm (a-Werte als ln a eingeben) und die Umrechnung mit Gl. (2.29) ergibt:

$c_1 = -1,03667$ ,  $d_1 = -0,00525535$  und  $r_1 = 0,9891$ , daraus folgt  $a_{01} = 0,3546 \text{ m/s}^2$  und  $v_{001} = 190,282 \text{ km/h}$  bzw.  $52,856 \text{ m/s}$ .

$c_2 = 1,5216$ ,  $d_2 = -0,0323148$  und  $r_2 = 0,9998$ , daraus  $a_{02} = 4,5795 \text{ m/s}^2$  und  $v_{002} = 30,946 \text{ km/h}$  (8,596 m/s).

Rechnerische Übergangsgeschwindigkeit, Gl. (2.33/2):

$$v_0 = 52,856 \cdot 8,596 / (52,856 - 8,596) \cdot \ln(4,5795 / 0,3546) = 26,263 \text{ m/s} \text{ bzw. } 94,5 \text{ km/h}$$

Zeit und Weg der Anfahrt, Gl. (2.31) für Abschnitt 1 und Gl. (2.30) für Abschnitt 2:

$$t_{00} = 95,93 \text{ s}, s_{00} = 1364 \text{ m}, t_{OE} = 50,85 \text{ s} \text{ und } s_{OE} = 1539 \text{ m.}$$

Gesamtwerte:  $t_{OE} = 146,8 \text{ s}$  und  $s_{OE} = 2903 \text{ m}$

Bild 2.10 zeigt die Anfahrkennlinien der elektrischen Lokomotive BR 143 für einen 500 t-Wagenzug. Beim Vergleich mit Bild 2.7 wird der fahrdynamische Vorteil der elektrischen Traktion deutlich.

#### 2.2.3.3 Nichtlineare Geschwindigkeitsabhängigkeit (allgemeine Exponentialfunktion)

Beschleunigungskurven  $a(v)$  mit ausgeprägter konvexer Krümmung, wie sie beispielsweise für die Grauguss-Klotzbremse und die Magnetschienenbremse vorliegen, sind mittels allgemeiner Exponentialfunktion darzustellen. Die Gleichung der Momentanbeschleunigung lautet:

$$a = a_0 \left( \frac{v}{c} \right)^\kappa \quad (2.34)$$

Die Geschwindigkeitskonstante beträgt  $c = 1 \text{ m/s}$  bzw.  $c = 3,6 \text{ km/h}$ .

Die Logarithmierung von Gl. (2.34) und die Bestimmung der Beschleunigungskonstanten  $a_0$  und des Exponenten  $\kappa$  mittels Einsetzverfahren zweier Kurvenpunkte A und E ergibt:

$$\ln a = \ln a_0 + \kappa \ln \left( \frac{v}{c} \right) \quad (2.35)$$

$$\kappa = \frac{\ln(a_E / a_A)}{\ln(v_E / v_A)} \quad \text{und} \quad a_0 = a_A \left( \frac{v_A}{c} \right)^{-\kappa}$$

Liegt eine entsprechende Anzahl von Stützstellen vor, können die Konstanten  $a_0$  und  $\kappa$  auch mittels linearer Regression auf der Grundlage von Gl. (2.35/1) bestimmt werden (Bild 2.9).

Das Einsetzen der Beschleunigungsgleichung  $a(v)$  in die Differentialquotienten (Gl. (2.5)) und Integrale der Fahrbewegung (Gl. (2.10)) ergibt für den momentanen Ruck  $u$ , die Intervallzeit  $t_{AE}$  und den Intervallweg  $s_{AE}$ :

$$u = \frac{\kappa a_0^2}{c} \left( \frac{v}{c} \right)^{2\kappa-1} \quad (2.36)$$

$$t_{AE} = \frac{c}{a_0(1-\kappa)} \left[ \left( \frac{v_E}{c} \right)^{1-\kappa} - \left( \frac{v_A}{c} \right)^{1-\kappa} \right]$$

$$s_{AE} = \frac{c^2}{a_0(2-\kappa)} \left[ \left( \frac{v_E}{c} \right)^{2-\kappa} - \left( \frac{v_A}{c} \right)^{2-\kappa} \right]$$

Die Umstellung von Gl. (2.36) ergibt:

$$v_E = c \cdot 1-\kappa \sqrt{\left( \frac{v_A}{c} \right)^{1-\kappa} + \frac{a_0(1-\kappa)}{c} t_{AE}} \quad (2.37)$$

$$v_E = c \cdot 2-\kappa \sqrt{\left( \frac{v_A}{c} \right)^{2-\kappa} + \frac{a_0(2-\kappa)}{c^2} s_{AE}}$$

Zur Berechnung von  $s_{AE} = f(t_{AE})$  ist zuerst mit Gl. (2.37/1)  $v_E = f(t_{AE})$  zu berechnen und anschließend in Gl. (2.36/3) einzusetzen.

Für Fahrbewegungen mit  $v_A = 0$  erhält man aus Gl. (2.36) und (2.37):

$$t_{0E} = \frac{c}{a_0(1-\kappa)} \left( \frac{v_E}{c} \right)^{1-\kappa} \quad \text{und} \quad s_{0E} = \frac{c^2}{a_0(2-\kappa)} \left( \frac{v_E}{c} \right)^{2-\kappa} \quad (2.38)$$

$$v_E = c \cdot 1-\kappa \sqrt{\frac{a_0(1-\kappa)}{c} t_{0E}} \quad \text{und} \quad v_E = c \cdot 2-\kappa \sqrt{\frac{a_0(2-\kappa)}{c^2} s_{0E}}$$

$$t_{0E} = \frac{c}{a_0(1-\kappa)} \left[ \frac{a_0(2-\kappa)}{c^2} s_{0E} \right]^\gamma \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1-\kappa}{2-\kappa}$$

$$s_{0E} = \frac{c^2}{a_0(2-\kappa)} \left[ \frac{a_0(1-\kappa)}{c} t_{0E} \right]^\sigma \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{2-\kappa}{1-\kappa}$$

$$a = a_0 [a_0(1-\kappa)t_{0E}]^{\kappa/(1-\kappa)}$$

Soll Gl. (2.38) für die Berechnung der Zugbremsung benutzt werden, ist die Bewegungsrichtung umzukehren ( $v_A = 0$  setzen und Vorzeichen von  $a_0$  wechseln).

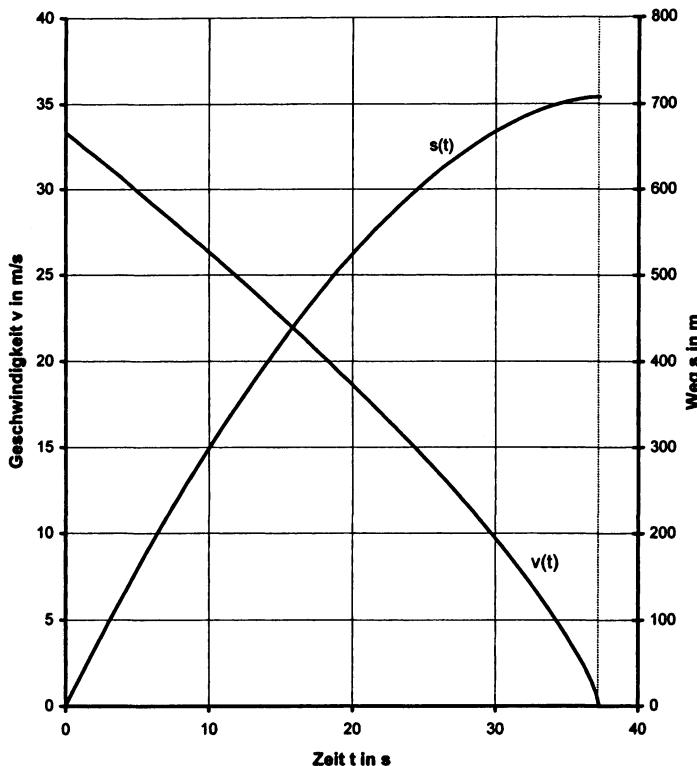
### Berechnungsbeispiel 2.8

Für die Schnellbremsung des mit der BR 232 bespannten 500 t-Wagenzugs sind zum entwickelten Abschnitt der Bremskraft, der bei  $v_A = 120$  km/h (33,333 m/s) beginnt und mit  $v_E = 0$  endet, Zeit und Weg zu berechnen. Die Momentanbeschleunigung  $a(v)$  ist in Tabelle 1.4 gegeben.

### Lösungsweg und Lösung

Konstanten der Beschleunigungsgleichung, Gl. (2.34):

Anfang und Ende werden vertauscht,  $v_A = 0$  und  $v_E = 33,333$  m/s. Auf der Grundlage von Gl. (2.35/1) werden zu den Werten der Tabelle 1.4 mittels linearer Regression der logarithmischen Werte  $c = 0,735265$ ,  $d = -0,321165$  und  $r = 0,9987$  ermittelt. Die Eingabe ist mit 10 km/h (nicht mit 0 km/h) zu beginnen. Die Entlogarithmierung auf der Basis von Gl. (2.29) ergibt  $a_0 = -2,0860$  und  $\kappa = -0,3212$ .



$v_E$ m/s	$t_{0E}$ s	$s_{0E}$ m
0	33,333	0
2,5	31,629	81,2
5	29,894	158,1
7,5	28,126	230,6
10	26,321	298,7
12,5	24,476	362,2
15	22,585	421,0
17,5	20,641	475,1
20	18,637	524,2
22,5	16,561	568,2
25	14,397	607,0
27,5	12,123	640,1
30	9,702	667,4
32,5	7,066	688,4
35	4,051	702,5
37,3	0	707,8

Bild 2.11  
Kennlinien der Schnellbremsung eines Zugs mit Grauguss-Klotzbremse  
(Berechnungsbeispiel 2.8)

Die Berechnung der Konstanten  $a_0$  und  $\kappa$  ist auch mit dem Einsatzverfahren möglich. Aus Tabelle 1.4 werden die Stützstellen A ( $v_A = 20 \text{ km/h}$  bzw.  $5,556 \text{ m/s}$ ;  $a_A = 1,2202 \text{ m/s}^2$ ) und E ( $v_E = 110 \text{ km/h}$  bzw.  $30,556 \text{ m/s}$ ;  $a_E = 0,7019 \text{ m/s}^2$ ) entnommen. Das Einsetzen in Gl. (2.34/2) ergibt:

$$\kappa = [\ln(0,7019/1,2202)]/[\ln(30,556/5,556)] = -0,3244 \quad \text{und} \quad a_0 = 1,2202 \cdot (5,556/1)^{0,3244} = 2,1283 \text{ m/s}^2$$

Für die weiteren Berechnungen wird  $a_0 = 2,086 \text{ m/s}^2$  und  $\kappa = -0,3212$  benutzt.

Berechnung von Bremszeit und Bremsweg als Anfahrzeit und Anfahrweg bei vertauschten Grenzen und Vorzeichenwechsel von  $a_0$ , Gl. (2.38/1) und (2.38/2):

$$t_{0E} = v_E^{1-\kappa}/[a_0(1-\kappa)] = 33,333^{1+0,3212}/[2,086 \cdot (1+0,3212)] = 37,303 \text{ s}$$

$$s_{0E} = v_E^{2-\kappa}/[a_0(2-\kappa)] = 33,333^{2+0,3212}/[2,086 \cdot (2+0,3212)] = 707,7 \text{ m}$$

Berechnung der Bremskennlinien  $v(t)$  und  $s(t)$

Das Einsetzen der gegebenen Zahlenwerte in Gl. (2.37/1) und (2.36/2) ergibt:

$$v_E = (102,81 - 2,756 \cdot t_{AE})^{1/1,3212} \quad \text{und} \quad s_{AE} = (3427 - v_E^{2,3212})/4,842$$

Bild 2.11 zeigt die berechneten Kennlinien.

#### 2.2.3.4 Beschleunigungsparabel $a(v)$

##### Parabelgleichung

Die den Fahrabschnitten Auslaufen und Abrollen zugrunde liegende Momentanbeschleunigung  $a(v)$  ist durch die Parabelgleichung darstellbar:

Parabelgleichung:

$$a = a_0 + a_1 \frac{v}{v_{00}} + a_2 \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2 \quad (2.39)$$

$a_0, a_1, a_2$  Beschleunigungskonstanten in  $\text{m/s}^2$

$v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$  (100 km/h)

### Konstantenermittlung

Die Konstanten der Gl. (2.39) sind entweder für die gegebene Menge der Stützstellenpunkte mittels quadratischer Regression oder nach Kap. 3.3.7 (Gl. (3.61) bis Gl. (3.63)) oder für 3 ausgewählte Punkte A, Z und E zu berechnen.

Bild 2.12 zeigt die Lage der zu wählenden Stützstellen. Stützstelle A soll bei 20 bis 30 km/h und Stützstelle E bei 90 bis 100 %  $v_{\max}$  liegen. Die zwischen Anfang A und Ende E gelegene Zwischenstützstelle Z soll etwa in der Mitte zwischen A und E liegen. Die Stützstellenwerte  $P_A(v_A; a_A)$ ,  $P_Z(v_Z; a_Z)$  und  $P_E(v_E; a_E)$  sind in das folgende Gleichungssystem einzusetzen:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{v_{00}^2 (a_E - a_A)}{(v_E - v_A)(v_E - v_Z)} - \frac{v_{00}^2 (a_Z - a_A)}{(v_Z - v_A)(v_E - v_Z)} \\ a_1 &= \frac{v_{00} (a_Z - a_A)}{v_Z - v_A} - \frac{a_2 (v_Z + v_A)}{v_{00}} \\ a_0 &= a_A - a_1 \frac{v_A}{v_{00}} - a_2 \left( \frac{v_A}{v_{00}} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

### Umformung

Die Integration von Gl. (2.39) ist durch Beseitigung des linearen Glieds zu vereinfachen:

$$\begin{aligned} a &= a'_0 + a_2 \left( \frac{v_{\text{rel}}}{v_{00}} \right)^2 \quad \text{mit } v_{\text{rel}} = v + \Delta v \\ a'_0 &= a_0 - a_2 \left( \frac{\Delta v}{v_{00}} \right)^2 \quad \text{und } a_1 = 2 a_2 \frac{\Delta v}{v_{00}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Die Gl. (2.41) ist in Gl. (2.10) einzusetzen und zu integrieren.

### Konstanten

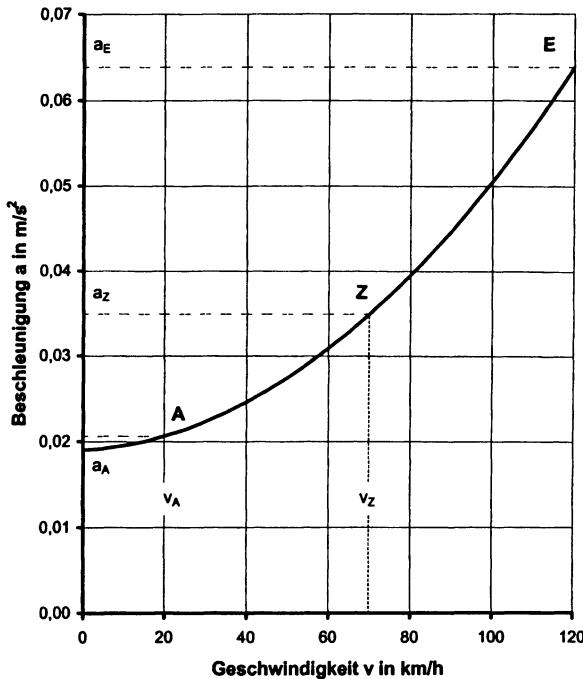
Die Integration von Gl. (2.41) führt zu 3 Lösungen. Die beim praktischen Rechnen zu benutzende Lösungsvariante ist vom Vorzeichenfaktor  $j$  abhängig:

$$j = \text{sgn} (4 a_2 a_0 - a_1^2) \quad (2.42)$$

In den 3 Lösungen sind Geschwindigkeitszuschlag  $\Delta v$ , Geschwindigkeitskonstante  $V_0$ , Zeitkonstante  $T_0$  und Wegkonstante  $S_0$  enthalten:

$$\Delta v = v_{00} \frac{a_1}{2 a_2} \quad \text{und} \quad V_0 = v_{00} \sqrt{j \left[ \frac{a_0}{a_2} - \left( \frac{\Delta v}{v_{00}} \right)^2 \right]} \quad (2.43)$$

$$T_0 = - \frac{v_{00}}{V_0} \frac{v_{00}}{a_2} \quad \text{und} \quad S_0 = - \frac{v_{00}^2}{2a_2}$$



v km/h	-a m/s²	v km/h	-a m/s²
0	0,0190	70	0,0349
15	0,0200	75	0,0370
20	0,0206	80	0,0394
25	0,0214	85	0,0420
30	0,0223	90	0,0447
35	0,0233	95	0,0476
40	0,0245	100	0,0504
45	0,0259	105	0,0536
50	0,0274	110	0,0568
55	0,0291	115	0,0602
60	0,0309	120	0,0638
65	0,0328	-	-

**Bild 2.12**  
Kennlinie der  
Momentanbeschleunigung  $a(v)$  des  
Zugauslaufs auf waagerechter  
Strecke zu Berechnungsbeispiel 2.9

## Integration

In Abhängigkeit vom Vorzeichenfaktor  $j$  gelten für die Zeit folgende 3 Lösungen:

$$j = +1: t_{AE} = T_0 \arctan X \quad (2.44)$$

$$j = -1: t_{AE} = T_0 \operatorname{arctan hyp} X \quad \text{und} \quad t_{AE} = \frac{1}{2} T_0 \ln \frac{1+X}{1-X}$$

$$j = 0: t_{AE} = \frac{v_{00}^2}{a_2} \left( \frac{1}{v_A + \Delta v} - \frac{1}{v_E + \Delta v} \right)$$

$$\text{Argument: } X = \operatorname{abs} \frac{v_0 (v_E - v_A)}{v_0^2 + j(v_E + \Delta v)(v_A + \Delta v)}$$

Für den Weg erhält man bei der Integration eine einheitliche Lösung:

$$S_{AE} = S_0 \operatorname{abs} \left( \ln \frac{a_E}{a_A} - \frac{a_1}{v_{00}} t_{AE} \right) \quad (2.45)$$

## Berechnungsbeispiel 2.9

Für den mit der Diesellokomotive BR 232 bespannten 500 t-Wagenzug ist zum Zugauslauf auf waagerechter Strecke ( $F_N = 0$ ) die Beschleunigungsgleichung  $a(v)$  aufzustellen. Die Zugmasse beträgt  $m_Z = 616,2$  t und der Drehmassenzuschlag  $m_{DZ} = 48$  t. Bild 1.3 enthält die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}(v)$ .

### Lösungsweg und Lösung:

Die Stützstellen der Momentanbeschleunigung  $P(v; a)$  werden mit Gl. (1.10) aus den Stützstellen der Zugwiderstandskraft  $P(v; F_w)$  berechnet. Bild 2.12 enthält das Ergebnis.

Konstantenbestimmung mittels Regressionsrechnung 2. Grads:

$$a_0 = -0,0190 \text{ m/s}^2, a_1 = -0,00214 \text{ m/s}^2, a_2 = -0,0293 \text{ m/s}^2 \text{ und } r = 0,9999$$

Konstantenbestimmung mittels Einsetzverfahren, Gl. (2.40)

Für das Einsetzen werden entsprechend Bild 2.12 die Stützstellen A ( $v_A = 5,556 \text{ m/s}$ ;  $a_A = -0,0206 \text{ m/s}^2$ ), Z ( $v_Z = 19,444 \text{ m/s}$ ;  $a_Z = -0,0349 \text{ m/s}^2$ ) und E ( $v_E = 33,333 \text{ m/s}$ ;  $a_E = -0,0638 \text{ m/s}^2$ ) gewählt.

Teilung der  $a_2$ -Gleichung in 2 Terme  $k_1$  und  $k_2$ :  $a_2 = k_1 - k_2$

$$k_1 = 27,778^2 \cdot (-0,0638 + 0,0206) / [(33,333 - 5,556)(33,333 - 19,444)] = -0,0864$$

$$k_2 = 27,778^2 \cdot (-0,0349 + 0,0206) / [(19,444 - 5,556)(33,333 - 19,444)] = -0,0572$$

$$a_2 = -0,0864 + 0,0572 = -0,0292 \text{ m/s}^2$$

$$a_1 = 27,778 \cdot (-0,0349 + 0,0206) / (19,444 - 5,556) + 0,0292 \cdot (19,444 + 5,556) / 27,778 = -0,00232 \text{ m/s}^2$$

$$a_0 = -0,0206 + 0,00232 \cdot 5,556 / 27,778 + 0,0292 \cdot (5,556 / 27,778)^2 = -0,0190 \text{ m/s}^2$$

### Berechnungsbeispiel 2.10

Für den mit der Diesellokomotive BR 232 bespannten 500 t-Wagenzug ist der Zugauslauf auf waagerechter Strecke von  $v_A = 120 \text{ km/h}$  ( $33,333 \text{ m/s}$ ) bis zum Halt ( $v_E = 0$ ) zu berechnen. Konstanten der Beschleunigungsgleichung (Gl. (2.37)):  $a_0 = -0,0190 \text{ m/s}^2$ ,  $a_1 = -0,00214 \text{ m/s}^2$  und  $a_2 = -0,0293 \text{ m/s}^2$ .

#### Lösungsweg und Lösung

Vorzeichenfaktor, Gl. (2.42):  $j = \operatorname{sgn}(4 \cdot -0,0293 \cdot -0,0190 - 0,00214^2) = +1$

Gleichungskonstanten, Gl. (2.43):

$$\Delta v = 27,778 \cdot 0,00214 / (2 \cdot 0,0293) = 1,0144 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 27,778 \cdot [0,0190 / 0,0293 - (1,0144 / 27,778)^2]^{0,5} = 22,346 \text{ m/s}$$

$$T_0 = 27,778 / 22,346 = 27,778 / 0,0293 = 1179 \text{ s}$$

$$S_0 = 27,778^2 / (2 \cdot 0,0293) = 13168 \text{ m}$$

Berechnung der Auslaufzeit für  $j = +1$ , Gl. (2.44)

$$X = 22,346 \cdot (0 - 33,333) / [22,346^2 + (0 + 1,0144)(33,333 + 1,0144)] = 1,3944$$

$$t_{A0} = T_0 \cdot \arctan X = 1179 \cdot \arctan 1,3944 = 1118 \text{ s bzw. } 18 \text{ min und } 38 \text{ s}$$

Berechnung des Auslaufwegs, Gl. (2.39) und (2.45)

$$a_A = -0,0190 - 0,00214 \cdot 33,333 / 27,778 - 0,0293 \cdot (33,333 / 27,778)^2 = -0,06376 \text{ m/s}^2$$

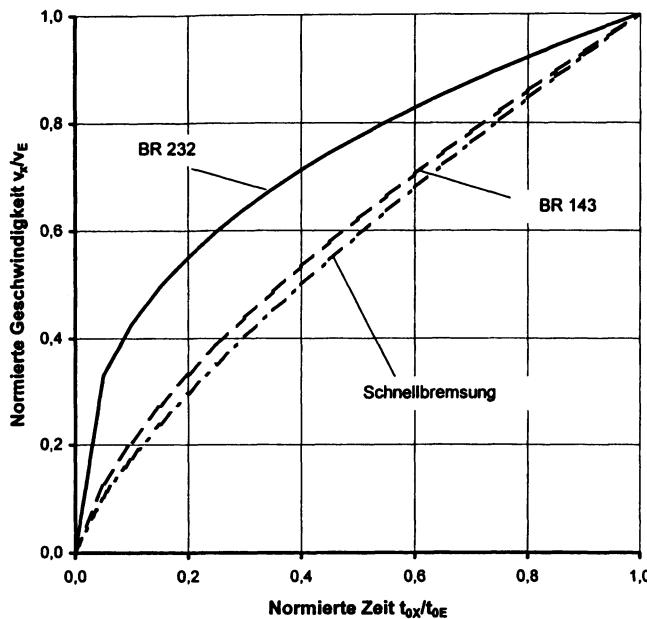
Für  $v_E = 0$  ist  $a_E = a_0 = -0,0190 \text{ m/s}^2$

$$s_{A0} = 13168 \cdot [\ln(0,0190 / 0,06376) + 0,00214 \cdot 1118 / 27,778] = 14193 \text{ m}$$

## 2.2.4 Zeitabhängige Geschwindigkeit

### Empirische normierte Gleichung $v(t)$

Die Bilder 2.7, 2.10 und 2.11 enthalten Anfahr- und Bremskennlinien. Bremskennlinien sind in Anfahrkennlinien umzukehren (Beginn der Zeit- und Wegzählung im Endpunkt). Die Kennlinien sind durch die Bezugnahme auf die Endwerte von Geschwindigkeit  $v_E$ , Zeit  $t_{0E}$  und Weg  $s_{0E}$  zu normieren. Für den Anfang bzw. für das umgekehrte Ende gilt  $v_A = 0$ . Die normierten Kennlinien haben die Ausdehnung  $v_x/v_E = 1$ ,  $t_x/t_{0E} = 1$  und  $s_x/s_{0E} = 1$ .

**Bild 2.13**

Normierte Kennlinien der Fahrbewegung für den Anfahr- und Bremsvorgang

**BR 232:**

$$v_E = 33,333 \text{ m/s}$$

$$t_{0E} = 350,3 \text{ s}$$

$$s_{0E} = 8521 \text{ m}$$

$$k = 0,3703$$

**BR 143:**

$$v_E = 33,333 \text{ m/s}$$

$$t_{0E} = 146,8 \text{ s}$$

$$s_{0E} = 2903 \text{ m}$$

$$k = 0,6856$$

**Schnellbremsung:**

$$v_E = 33,333 \text{ m/s}$$

$$t_{0E} = 37,3 \text{ s}$$

$$s_{0E} = 707,8 \text{ m}$$

$$k = 0,7566$$

Im Bild 2.13 sind normierte Kennlinien der Fahrbewegung dargestellt. Sie sind aus den Kennlinien der Bilder 2.7, 2.10 und 2.11 hervorgegangen. Für die normierte  $v(t)$ -Kennlinie wird folgende empirische Gleichung gewählt:

$$\frac{v_x}{v_E} = \left( \frac{t_{0x}}{t_{0E}} \right)^k \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} v_E & \text{ Abschnittsendgeschwindigkeit} \\ v_x & \text{ Geschwindigkeit im Punkt } x \\ t_{0E} & \text{ Fahrzeit bis Intervallende} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t_{0x} & \text{Fahrzeit bis zu einem Punkt } x \\ s_{0E} & \text{Fahrweg bis Intervallende} \\ s_{0x} & \text{Fahrweg bis zu einem Punkt } x \\ k & \text{Exponent} \end{cases}$$

Die Gl. (2.46) gilt nur für die Bedingung, dass zum Zeitpunkt  $t = 0$  auch  $s = 0$  und  $v = 0$  ist.

#### Abgeleitete normierte Gleichungen

Das Einsetzen von Gl. (2.46) in die Differentialquotienten und Integrale der Fahrbewegung ergibt folgende Gleichungen zur Darstellung von Anfahr-, Brems- und Auslaufvorgängen:

$$\begin{aligned} v_x &= v_E \left( \frac{t_{0x}}{t_{0E}} \right)^k & \text{und} & \quad v_x = v_E \left( \frac{s_{0x}}{s_{0E}} \right)^{k/(k+1)} \\ s_{0x} &= s_{0E} \left( \frac{t_{0x}}{t_{0E}} \right)^{k+1} & \text{und} & \quad s_{0x} = s_{0E} \left( \frac{v_x}{v_E} \right)^{(1+k)/k} \\ t_{0x} &= t_{0E} \left( \frac{v_x}{v_E} \right)^{1/k} & \text{und} & \quad t_{0x} = t_{0E} \left( \frac{s_{0x}}{s_{0E}} \right)^{1/(k+1)} \\ a_x &= a_E \left( \frac{t_{0x}}{t_{0E}} \right)^{k-1} & \text{und} & \quad a_x = a_E \left( \frac{v_x}{v_E} \right)^{(k-1)/k} \\ a_x &= a_E \left( \frac{s_{0x}}{s_{0E}} \right)^{(k-1)/(k+1)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

### Kennlinienexponent

Für die überschlägliche Berechnung von Anfahr-, Brems- und Auslaufkennlinien mit Gl. (2.47) müssen die gemessenen Werte des Intervallendes Anfahrzeit  $t_{0E}$ , Anfahrtsweg  $s_{0E}$  und Endgeschwindigkeit  $v_E$  gegeben sein. Aus diesen Variablen gehen der Kennlinienexponent  $k$  und die Momentanbeschleunigung bei Intervallende  $a_E$  hervor:

$$k = \frac{v_E \cdot t_{0E}}{s_{0E}} - 1 \quad \text{und} \quad a_E = k \frac{v_E}{t_{0E}} \quad (2.48)$$

Fehlt einer der 3 Endwerte  $v_E$ ,  $t_{0E}$  oder  $s_E$ , dann müssen ersatzweise die Werte von einer möglichst in der Mitte zwischen Anfang und Ende gelegenen Stützstelle  $P_X$  vorliegen, die in folgende Gleichungen einzusetzen sind:

$$k = \frac{\ln(v_X / v_E)}{\ln(t_{0X} / t_{0E})} \quad (2.49)$$

$$k = \frac{\ln(v_X / v_E)}{\ln(s_{0X} / s_{0E} \cdot v_E / v_X)}$$

$$k = \frac{\ln(s_{0X} / s_{0E})}{\ln(t_{0X} / t_{0E})} - 1$$

### Praktische Anwendung

Die normierten Gleichungen eignen sich sehr gut für die überschlägliche Berechnung von Abschnitten der Fahrbewegung. Die Berechnung der Momentanbeschleunigung ist aber für den Nullpunkt nicht möglich und liefert für den Bereich 0 bis 20 km/h überhöhte Werte.

### Berechnungsbeispiel 2.11

Von der Anfahrt eines Zugs sind die Endwerte  $v_E = 120 \text{ km/h}$  ( $33,333 \text{ m/s}$ ),  $t_{0E} = 350,3 \text{ s}$  und  $s_{0E} = 8521 \text{ m}$  bekannt. Gesucht sind Geschwindigkeit  $v_X$ , Zeit  $t_{0X}$  und Beschleunigung  $a_X$  zu den Wegpunkten  $s_{01} = 4000 \text{ m}$  und  $s_{02} = 6000 \text{ m}$  und die Zeit  $t_{12}$  für das Durchfahren des Abschnitts 1 bis 2.

Lösungsweg und Lösung

Exponent  $k$  und Endbeschleunigung  $a_E$ , Gl. (2.48):

$$k = v_E \cdot t_{0E} / s_{0E} - 1 = 33,333 \cdot 350,3 / 8521 = 0,3703$$

$$a_E = k \cdot v_E / t_{0E} = 0,3703 \cdot 33,333 / 350,3 = 0,03524 \text{ m/s}^2$$

Wegpunkt  $s_{01} = 4000 \text{ m}$ :

$$\text{Gl. (2.47/2)} \quad v_1 = 33,333 \cdot (4000 / 8521) \cdot \text{Exp} [0,3703 / (0,3703 + 1)] = 27,172 \text{ m/s (97,8 km/h)}$$

$$\text{Gl. (2.47/6)} \quad t_{01} = 350,3 \cdot (4000 / 8521) \cdot \text{Exp} [1 / (0,3703 + 1)] = 201,7 \text{ s}$$

$$\text{Gl. (2.48/3)} \quad a_1 = 0,03524 \cdot (4000 / 8521) \cdot \text{Exp} [(0,3703 - 1) / (0,3703 + 1)] = 0,0500 \text{ m/s}^2$$

Wegpunkt  $s_{02} = 6000 \text{ m}$ :

$$\text{Gl. (2.47/2)} \quad v_2 = 33,333 \cdot (6000 / 8521) \cdot \text{Exp} [0,3703 / (0,3703 + 1)] = 30,318 \text{ m/s (109,1 km/h)}$$

$$\text{Gl. (2.47/6)} \quad t_{02} = 350,3 \cdot (6000 / 8521) \cdot \text{Exp} [1 / (0,3703 + 1)] = 271,2 \text{ s}$$

$$\text{Gl. (2.48/3)} \quad a_2 = 0,03524 \cdot (6000 / 8521) \cdot \text{Exp} [(0,3703 - 1) / (0,3703 + 1)] = 0,0414 \text{ m/s}^2$$

Abschnitt  $s_1$  bis  $s_2$ :  $t_{12} = t_{02} - t_{01} = 271,2 - 201,7 = 69,5 \text{ s}$

## 2.3 Integration mittels Schrittverfahren

### 2.3.1 Gliederung der Verfahren

#### Makro- und Mikroschrittverfahren

Für die Berechnung von Bewegungsabschnitten, in denen die Beschleunigung  $a(t)$  oder  $a(v)$  nicht als integrierbare Funktion vorliegt, ist die intervallweise Schrittintegration zu benutzen. Man unterscheidet zwischen Makro- und Mikroschrittverfahren. Den Makroschrittverfahren liegt eine große Schrittweite, den Mikroschrittverfahren eine sehr kleine Schrittweite zugrunde. Bei den Mikroschrittverfahren ist die Rechentechnik Voraussetzung.

#### Makroschrittverfahren

Zu den Makroschrittverfahren gehören

- die Simpsonsche Regel,
- das Runge-Kutta-Schrittverfahren,
- das Makrozeitschrittverfahren und
- das Makrogeschwindigkeitsschrittverfahren.

#### Mikroschrittverfahren

Zu den Mikroschrittverfahren gehören

- das Mikrozeitschrittverfahren ( $\Delta t$ -Verfahren),
- das Mikrowegschrittverfahren ( $\Delta s$ -Verfahren) und
- das Mikrogeschwindigkeitsschrittverfahren ( $\Delta v$ -Verfahren)

### 2.3.2 Makroschrittverfahren

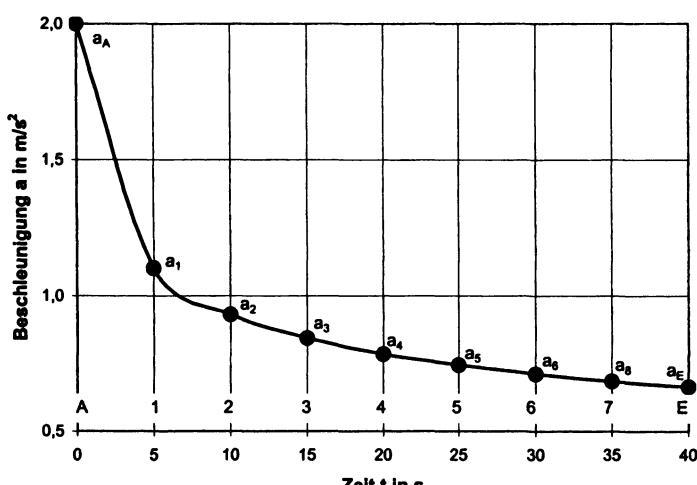
#### Simpsonsche Regel

Die Simpsonsche Regel ist ein spezielles Integrationsverfahren zur Berechnung des Mittelwerts  $y_m$  einer Menge von Stützstellen  $y = f(x)$ , das sich auch sehr gut zur Berechnung der Geschwindigkeit aus Beschleunigungsstützstellen  $a(t)$  und des Wegs aus Geschwindigkeitsstützstellen  $v(t)$  eignet. Bedingung ist der gleiche  $x$ -Abstand aller Stützstellen und eine geradzahlige Anzahl  $p$  von Intervallen. Da zu  $p$  Intervallen  $(p+1)$  Stützstellen gehören, muss die Stützstellenanzahl ungerade sein. Bild 2.14 zeigt für ein Beispiel die Intervallbildung von Beschleunigung  $a(t)$  und Geschwindigkeit  $v(t)$ .

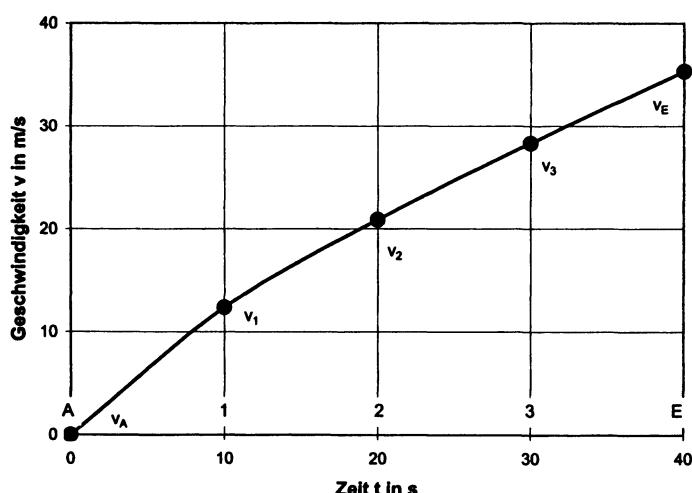
Mittlere Beschleunigung  $a_m$  und mittlere Geschwindigkeit  $v_m$  des Bereiches 0 bis  $t_E$  betragen:

$$a_m = \frac{1}{3p} \left[ a_A + a_E + \sum_{k=1}^{k=p/2} (2a_{n-2} + 4a_{n-1}) \right] \text{ mit } n = 2k \quad (2.50)$$

$$v_m = \frac{1}{3p} \left[ v_A + v_E + \sum_{k=1}^{k=p/2} (2v_{n-2} + 4v_{n-1}) \right] \text{ mit } n = 2k$$

**Bild 2.14**

Integration der Beschleunigung  $a(t)$  zur Geschwindigkeit  $v(t)$  und von  $v(t)$  zum Weg  $s(t)$  mit der Simpsonschen Regel (Zugbremsung nach Tabelle 1.4 bei Umkehr in die Beschleunigung, Beispiel 2.12)



Je nachdem welche Intervalle in die Mittelwertbildung einzubeziehen sind, ist für die Ordnungszahl  $k = 1, 2, 3 \dots p/2$  einzusetzen. Bei  $k = p/2$  werden alle Intervalle zur Mittelwertbildung benutzt.

Aus Gl. (2.50) geht hervor, dass die Anfangs- und Endwerte des zu berechnenden Bereichs  $a_A$  bzw.  $v_A$  und  $a_E$  bzw.  $v_E$  mit dem Wertigkeitsfaktor 1, die Zwischenwerte des geradzahligen Index  $a_{n-2}$  mit dem Wertigkeitsfaktor 2 und die Zwischenwerte des ungeradzahligen Index  $a_{n-1}$  mit dem Wertigkeitsfaktor 4 zu multiplizieren sind.

Wird Gl. (2.50/1) mit der Abschnittszeit  $t_{0E}$  multipliziert, erhält man die jeweilige Endgeschwindigkeit am letzten einbezogenen Intervall. Bei Multiplikation von Gl. (2.50/2) mit der Abschnittszeit  $t_{0E}$  erhält man den Weg am letzten einbezogenen Intervall.

**Tabelle 2.1**

Rechenschritte zur Integration der Beschleunigung  $a(t)$   
mit der Simpsonschen Regel (Berechnungsbeispiel 2.12)

Nr.	t	a	v	Nr.	t	v	s
	s	m/s <sup>2</sup>	m/s		s	m/s	m
A	0	2,086	0	A	0	0	0
1	5	1,1025	-	1	10	12,379	-
2	10	0,9315	12,379	2	20	20,871	117,3
3	15	0,8441	-	3	30	28,342	-
4	20	0,7870	20,871	E	40	35,368	800
5	25	0,7455	-				
6	30	0,7132	28,342				
7	35	0,6869	-				
E	40	0,6650	35,369				

Die Anwendung der Simpsonschen Regel zur Berechnung der Geschwindigkeit  $v(t)$  aus der Beschleunigung  $a(t)$  und des Wegs  $s(t)$  aus der Geschwindigkeit  $v(t)$  wird anhand der im Bild 2.14 und in Tabelle 2.1 gegebenen Zugbremsung dargestellt. Die Zugbremsung mit der Beschleunigung  $-a$  und der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  ist in die Anfahrt mit der Beschleunigung  $+a$  und der Anfangsgeschwindigkeit  $v_A = 0$  umgekehrt worden.

Von der Bremsung ist die Abschnittszeit  $t_{0E} = 40$  s bekannt. Die Zeit  $t_{0E}$  wird in  $p = 8$  Intervalle gleicher Breite (5 s für 1 Intervall) unterteilt. Die  $p+1 = 9$  Stützstellen werden mit den gegebenen Beschleunigungswerten belegt. Tabelle 2.1 enthält das Ergebnis.

Beginnend mit  $k = 1$  und abschließend mit  $k = p/2 = 4$  wird in Gl. (2.50/1) die Ordnungszahl  $k$  eingesetzt. Die Gl. (2.50/1) wird mit  $t_{0E}$  multipliziert: Man erhält:

$$v_2 = q (a_A + 4 a_1 + a_2) \quad (2.51)$$

$$v_4 = q (a_A + 4 a_1 + 2 a_2 + 4 a_3 + a_4)$$

$$v_6 = q (a_A + 4 a_1 + 2 a_2 + 4 a_3 + 2 a_4 + 4 a_5 + a_6)$$

$$v_8 = q (a_A + 4 a_1 + 2 a_2 + 4 a_3 + 2 a_4 + 4 a_5 + 2 a_6 + 4 a_7 + a_E)$$

$$q = \frac{t_{0E}}{3p}$$

Für die Wegberechnung werden die Geschwindigkeiten  $v_2$  bis  $v_8$  mit neuen fortlaufenden Ordnungszahlen versehen (Tabelle 2.1). Die Anzahl der Intervalle verringert sich auf die Hälfte ( $p = 4$ ). Die Anzahl der Stützstellen reduziert sich auf  $p+1 = 5$ .

Beginnend mit  $k = 1$  und abschließend mit  $k = p/2 = 2$  wird in Gl. (2.50/2) die Ordnungszahl  $k$  eingesetzt. Die Gl. (2.50/2) wird mit  $t_{0E}$  multipliziert: Man erhält:

$$s_2 = q (v_A + 4 v_1 + v_2) \quad (2.52)$$

$$s_4 = q (v_A + 4 v_1 + 2 v_2 + 4 v_3 + v_E)$$

$$q = \frac{t_{0E}}{3p}$$

### Berechnungsbeispiel 2.12

Für die in Tabelle 1.4 gegebenen Momentanbeschleunigungen  $a(v)$  der Schnellbremsung eines Zugs sind Bremsanfangsgeschwindigkeit und Weg bei einer Bremszeit der entwickelten Bremskraft  $t_{0E} = 40$  s mit der Simpsonschen Regel zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

In Beispiel 2.8 ist die Beschleunigungskonstante  $a_0 = 2,0860 \text{ m/s}^2$  (Vorzeichenwechsel infolge Umkehr) und der Exponent  $\kappa = -0,3212$  der allgemeinen Exponentialgleichung  $a(v)$  ermittelt worden. Das Einsetzen von  $a_0$  und  $\kappa$  in Gl. (2.38/7) ermöglicht die Berechnung der zeitabhängigen Beschleunigung  $a(t)$ . Tabelle 2.1 enthält die aus Gl. (2.38/7) hervorgegangenen Beschleunigungen  $a(t)$  für  $p = 8$  Intervalle bei der konstanten Intervallbreite  $\Delta t = 5$  s. Das Einsetzen von  $q = t_{0E}/(3 p) = 40/(3 \cdot 8) = 1,6667$  und der in Tabelle 2.1 gegebenen  $a$ -Stützstellen in Gl. (2.51) ergibt die in Tabelle 2.1 enthaltenen Geschwindigkeiten.

Nach erfolgter Änderung der Indizierung ergeben sich für die Wegberechnung  $p = 4$  Intervalle und  $p+1 = 5$  v-Stützstellen bei einer Intervallbreite von  $\Delta t = 10$  s (Bild 3.14). Das Einsetzen von  $q = t_{0E}/(3 p) = 40/(3 \cdot 4) = 3,3333$  und der in Tabelle 2.1 gegebenen v-Stützstellen in Gl. (2.52) ergibt die in Tabelle 2.1 enthaltenen Wege.

### Runge-Kutta-Schrittverfahren

Das Runge-Kutta-Schrittverfahren ist zur Lösung von Differentialgleichungen des Typs  $dy/dx = f(x, y)$  entwickelt worden. Bei Fahrbewegungen ist das Verfahren zur Berechnung der Geschwindigkeit  $v$  der Beschleunigungsfunktion  $a = f(t, v)$  bzw.  $dv/dt = f(t, v)$  anzuwenden. Diese Abhängigkeit liegt im Auf- und Abregelabschnitt der Anfahrten und Bremsungen vor. Bild 2.15 zeigt den Einfluss von Geschwindigkeit und Zeit auf die Beschleunigung.

Die Anwendung wird anhand der Anfahrt der Diesellokomotive BR 232 mit dem 500 t-Wagenzug erläutert. Beim Aufregeln bis  $t_{\text{Auf}}$  überlagern sich  $a(v)$  nach Gl. (2.27) und  $a(t)$  nach Gl. (2.16). Aus Gl. (2.27) und (2.16) erhält man die Gleichung der doppelten Abhängigkeit  $a(t, v)$ :

$$\begin{aligned} a &= a_0 \left(1 - e^{-\omega t}\right) e^{-v/v_{00}} \quad \text{mit } \omega = \frac{3}{t_{\text{Auf}}} \\ f(x, y) &= a_0 \left(1 - e^{-\omega x}\right) e^{-y/v_{00}} \end{aligned} \tag{2.53}$$

In Gl. (2.53/2) ist  $a(t, v)$  durch  $f(x, y)$  mit  $x = t$  und  $y = v$  ersetzt worden.

Für die Integration von Gl. (2.53) wird die Schrittweite  $\Delta t$  gewählt, mit der  $t_{\text{Auf}}$  in Intervalle zu unterteilen ist. Die Anfangsvariablen des ersten  $\Delta t$ -Intervalls sind gegeben:  $t_i$  und  $v_i$ . Die Endvariablen sind zu berechnen:

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad \text{und} \quad v_{i+1} = v_i + \Delta v \tag{2.54}$$

Am Ende eines  $\Delta t$ -Intervalls ist für das nächste  $\Delta t$ -Intervalls  $t_i = t_{i+1}$  und  $v_i = v_{i+1}$  zu setzen.

Gleichungssystem der Geschwindigkeitsänderung  $\Delta v$  eines  $\Delta t$ -Intervalls:

$$k_1 = \Delta t \cdot f(x, y) \quad \text{mit } x = t_i \text{ und } y = v_i \tag{2.55}$$

$$k_2 = \Delta t \cdot f(x, y) \quad \text{mit } x = t_i + 0,5 \Delta t \text{ und } y = v_i + 0,5 k_1$$

$$k_3 = \Delta t \cdot f(x, y) \quad \text{mit } x = t_i + 0,5 \Delta t \text{ und } y = v_i + 0,5 k_2$$

$$k_4 = \Delta t \cdot f(x, y) \quad \text{mit } x = t_i + 0,5 \Delta t \text{ und } y = v_i + 0,5 k_3$$

$$\Delta v = \frac{1}{6} (k_1 + 2 k_2 + 2 k_3 + k_4)$$

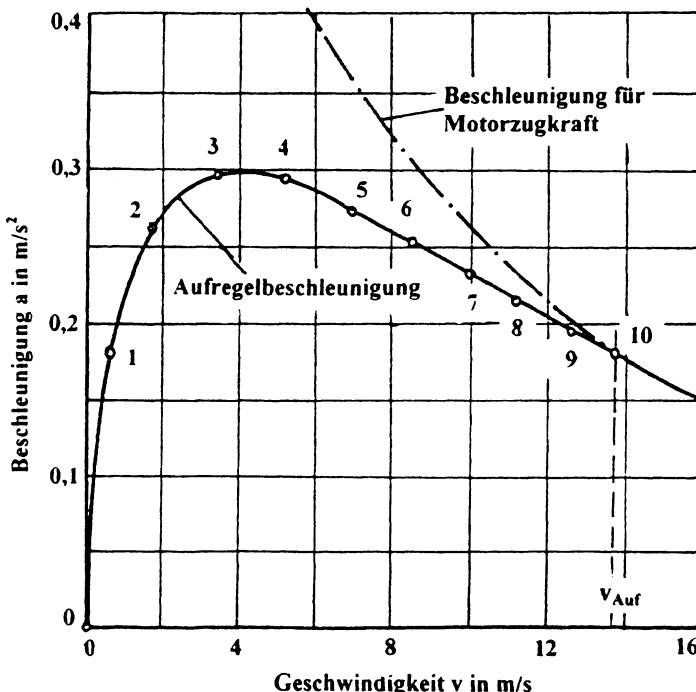


Bild 2.15

Kinematische Variable im Aufregelbereich der Anfahrt der Diesellokomotive BR 232 mit 500 t-Wagenzug, berechnet mit Runge-Kutta-Schrittverfahren (Beispiel 2.13)

Nr.	t	v	s	a
	s	m/s	m	$\text{m/s}^2$
0	0	0	0	0
1	6	0,48	1,43	0,173
2	12	1,79	8,22	0,265
3	18	3,48	24,1	0,296
4	24	5,26	50,3	0,294
5	30	7,00	87,1	0,277
6	36	8,60	134	0,255
7	42	10,1	190	0,233
8	48	11,4	254	0,212
9	54	12,7	327	0,193
10	60	13,8	406	0,177

Den Funktionswert  $f(x, y)$  erhält man aus Gl. (2.53/2). Der Weg des Intervalls ist mit Gl. (2.11) auf der Basis der mittleren Intervalgeschwindigkeit  $v_m$  (arithmetisches Mittel) zu berechnen.

### Berechnungsbeispiel 2.13

Für die Anfahrt des mit der Diesellokomotive BR 232 bespannten 500 t-Wagenzugs ist die Endgeschwindigkeit und der Weg des Aufregelbereichs zu berechnen. Nach Beispiel 2.6 ist  $a_0 = 0,6968 \text{ m/s}^2$  und  $v_{00} = 10,435 \text{ m/s}$ . Für die Aufregelzeit  $t_{\text{Auf}} = 60 \text{ s}$  erhält man aus Gl. (2.53)  $\omega = 3/t_{\text{Auf}} = 3/60 = 0,05 \text{ s}^{-1}$ .

#### Lösungsweg und Lösung

Der Aufregelbereich wird in 2 Intervalle mit  $\Delta t = 30 \text{ s}$  unterteilt. Die Anfangswerte des 1. Intervalls sind  $t_i = 0$ ,  $v_i = 0$  und  $s_i = 0$ . Das Einsetzen der gegebenen bzw. berechneten Werte in Gl. (2.53) bis (2.55) und (2.11) ergibt:

$$k_1: x = t_i = 0 \text{ und } y = v_i = 0,$$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 0}) \cdot e^{-0/10,435} = 0 \text{ und } k_1 = 30 \cdot 0 = 0$$

$$k_2: x = 0 + 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ s und } y = 0 + 0,5 \cdot 0 = 0$$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 15}) \cdot e^{-0/10,435} = 0,3677 \text{ und } k_2 = 30 \cdot 0,3677 = 11,031 \text{ m/s}$$

$$k_3: x = 0 + 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ s und } y = 0 + 0,5 \cdot 11,031 = 5,516 \text{ m/s}$$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 15}) \cdot e^{-5,516/10,435} = 0,2167 \text{ m/s}^2 \text{ und } k_3 = 30 \cdot 0,2167 = 6,501 \text{ m/s}$$

$$k_4: x = 0 + 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ s und } y = 0 + 0,5 \cdot 6,501 = 3,251 \text{ m/s}$$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 15}) \cdot e^{-3,251/10,435} = 0,2692 \text{ m/s}^2 \text{ und } k_4 = 30 \cdot 0,2692 = 8,076 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 1/6 \cdot (0 + 2 \cdot 11,031 + 2 \cdot 6,501 + 8,076) = 7,190 \text{ m/s}$$

$$t_{i+1} = 0 + 30 = 30 \text{ s und } v_{i+1} = 0 + 7,190 = 7,190 \text{ m/s}$$

$$\Delta s = (v_i + v_{i+1}) \Delta t / 2 = (0 + 7,190) \cdot 30 / 2 = 107,850 \text{ m und } s_{i+1} = s_i + \Delta s = 0 + 107,850 = 107,850 \text{ m.}$$

Die Anfangswerte des 2. Intervalls sind  $t_i = t_{i+1} = 30 \text{ s}$ ,  $v_i = v_{i+1} = 7,190 \text{ m/s}$  und  $s_i = s_{i+1} = 107,85 \text{ m}$ .

$k_1: x = t_i = 30 \text{ s}$  und  $y = v_i = 7,190 \text{ m/s}$ .

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 30}) \cdot e^{-7,190/10,435} = 0,2718 \text{ m/s}^2 \text{ und } k_1 = 30 \cdot 0,2718 = 8,154 \text{ m/s}$$

$k_2: x = 30 + 0,5 \cdot 30 = 45 \text{ s}$  und  $y = 7,190 + 0,5 \cdot 8,154 = 11,267 \text{ m/s}$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 45}) \cdot e^{-11,267/10,435} = 0,2117 \text{ m/s}^2 \text{ und } k_2 = 30 \cdot 0,2117 = 6,351 \text{ m/s}$$

$k_3: x = 30 + 0,5 \cdot 30 = 45 \text{ s}$  und  $y = 7,190 + 0,5 \cdot 6,351 = 10,366 \text{ m/s}$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 45}) \cdot e^{-10,366/10,435} = 0,2308 \text{ m/s}^2 \text{ und } k_3 = 30 \cdot 0,2308 = 6,924 \text{ m/s}$$

$k_4: x = 30 + 0,5 \cdot 30 = 45 \text{ s}$  und  $y = 7,190 + 0,5 \cdot 6,924 = 10,652 \text{ m/s}$

$$f(x, y) = 0,6968 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot 45}) \cdot e^{-10,652/10,435} = 0,2246 \text{ m/s}^2 \text{ und } k_4 = 30 \cdot 0,2246 = 6,738 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 1/6 \cdot (8,154 + 2 \cdot 6,351 + 2 \cdot 6,924 + 6,738) = 6,907 \text{ m/s}$$

$$t_{i+1} = 30 + 30 = 60 \text{ s}$$
 und  $v_{i+1} = 7,190 + 6,907 = 14,097 \text{ m/s}$  (50,7 km/h)

$$\Delta s = (v_i + v_{i+1}) \Delta t / 2 = (7,190 + 14,097) \cdot 30 / 2 = 319,305 \text{ m}$$
 und  $s_{i+1} = s_i + \Delta s = 107,850 + 319,305 = 427,2 \text{ m}$ .

Anmerkungen: Die Genauigkeit des Runge-Kutta-Schrittverfahrens ist von der gewählten Schrittweite abhängig. Der gesamte Bereich sollte mindestens in 4 bis 5 Intervalle unterteilt werden. Zur Reduzierung der Rechenaufwands ist ein Rechner zu benutzen. Für die Berechnung der im Bild 2.15 dargestellten Kurve wurde der Bereich  $t_{\text{Auf}} = 60 \text{ s}$  in 10 Intervalle mit  $\Delta t = 6 \text{ s}$  unterteilt.

### Makrozeitschrittverfahren

Das Makrozeitschrittverfahren wird in Verbindung mit der Rechentechnik zur Auswertung unstetig verlaufender, gemessener Beschleunigungs-Zeit-Kennlinien benutzt (Umkehr der Zugbremsung in die Anfahrt). Beginnend mit dem Anfangs- oder Endzustand  $v = 0$ ,  $t = 0$  und  $s = 0$  wird die Kennlinie  $a(t)$  digitalisiert (Stützstellen in Bild 2.14 und 2.15). An Extremstellen sowie in  $\Delta t$ -Schritten im stetig verlaufenden Teil werden Stützstellen  $P_x(t_x; a_x)$  ermittelt. Sprünge sind als 2 Stützstellen gleicher Zeit zu berücksichtigen ( $\Delta t = 0$ ). Sie werden übersprungen.

**Tabelle 2.2**

Grundelemente des Algorithmus des Makrozeitschrittverfahrens

Vorbereitung:

Eingabe aller n Stützstellen  $P_x(t_x; a_x)$  in eine Stützstellendatei

BEGINN:

Festlegung der Anfangszählvariablen  $x = 0$

Für  $x+1$  Entnahme von  $P_{x+1}(t_{x+1}; a_{x+1})$  aus der Stützstellendatei

Sprung nach (2)

(1) Für  $x+1$  Entnahme von  $P_{x+1}(t_{x+1}; a_{x+1})$  aus der Stützstellendatei

$$\Delta t = t_{x+1} - t_x$$

Test: Bei  $\Delta t = 0$  oder  $\Delta t < 0$  Sprung nach (2)

$$u_m = (a_{x+1} - a_x) / \Delta t, \Delta v = a_x \Delta t + u_m \Delta t^2 / 2 \text{ und } \Delta s = v_x \Delta t + a_x \Delta t^2 / 2 + u_m \Delta t^3 / 6$$

(2)  $v_{x+1} = v_x + \Delta v, s_{x+1} = s_x + \Delta s, \Delta v = 0 \text{ und } \Delta s = 0$

$$\text{Umspeicherung: } v_E = v_{x+1}, s_E = s_{x+1}, x = x+1, v_x = v_E \text{ und } s_x = s_E$$

Speicherung für Ausgabe:  $t_x, a_x, v_x, \text{ und } s_x$

Test: Bei  $x < n$  Rücksprung nach (1)

Datenausgabe für  $x = 1$  bis  $x = n$

Der Kennlinienverlauf  $a(t)$  wird zwischen den Stützstellen als linear angenommen. Für jeden Stützstellenabschnitt wird mit Gl. (2.8) der mittlere Ruck  $u_m$  ermittelt und werden mit Gl. (2.14) Endgeschwindigkeit  $v_E$  und Endweg  $s_E$  berechnet. Nach der zyklischen Bearbeitung aller Stützstellenabschnitte werden die Abschnittswerte zu Gesamtwerten summiert (Endgeschwindigkeit  $v_E$  und Endweg  $s_E$ ). Tabelle 2.2 enthält die Grundelemente des Algorithmus.

### Makrogeschwindigkeitsschrittverfahren

Das Makrogeschwindigkeitsschrittverfahren ermöglicht in Verbindung mit der Rechentechnik die stützstellenweise Berechnung von Zeit und Weg zu Beschleunigungstabellen  $a(v)$  (Tabelle 1.4, Umkehr von Brems- in Anfahrtabellen). Die Berechnungen sind mit  $v = 0$ ,  $t = 0$  und  $s = 0$  der 1. Stützstelle zu beginnen. Kennlinien  $a(v)$  sind in Stützstellen  $P_x(v_x; a_x)$  mit  $\Delta v = 5$  bis 10 km/h Abstand zu digitalisieren. Knick- und Sprungstellen sind als Stützstelle zu erfassen. Sprünge (z.B. Gangwechsel des Getriebes) ergeben 2 Stützstellen mit gleicher Geschwindigkeit. Das Sprung-Intervall ist bei der Berechnung zu überspringen ( $\Delta v = 0$ ).

Die Integration des Intervalls ist mit der konstanten mittleren Beschleunigung  $a_m$  (Gl. (2.12) und (2.13)) und mit der geradlinigen Beschleunigung  $a(v)$  (Gl. (2.23) und (2.24)) möglich.

**Tabelle 2.3**

Grundelemente des Algorithmus des Makrogeschwindigkeitsschrittverfahrens

Vorbereitung:

Eingabe aller  $n$  Stützstellen  $P_x(t_x; a_x)$  in eine Stützstellendatei

Beginn:

Festlegung der Anfangszählvariablen  $x = 0$

Für  $x+1$  Entnahme von  $P_{x+1}(t_{x+1}; a_{x+1})$  aus der Stützstellendatei

Sprung nach (3)

(1) Für  $x+1$  Entnahme von  $P_{x+1}(t_{x+1}; a_{x+1})$  aus der Stützstellendatei, Verhältnis  $j = a_x / a_{x+1}$

$$\Delta v = v_{x+1} - v_x$$

Test: Bei  $\Delta v = 0$  oder  $\Delta v < 0$  Sprung nach (3)

Test: Für  $j < 0,95$  oder  $j > 1,05$  Sprung nach (2)

Berechnungen für  $a = \text{konstant}$

$$a_m = (a_x + a_{x+1}) / 2, \quad v_m = (v_x + v_{x+1}) / 2, \quad \Delta t = (v_{x+1} - v_x) / a_m \quad \text{und} \quad \Delta s = v_m \Delta t$$

Sprung nach (3)

(2)  $a_1 = (a_x - a_{x+1}) / (v_{x+1} - v_x)$  und  $a_0 = a_x + a_1 v_x$

$$\Delta t = (v_{x+1} - v_x) / (a_x - a_{x+1}) \cdot \ln(a_x / a_{x+1})$$

$$\Delta s = (v_{x+1} - v_x)^2 / (a_x - a_{x+1}) \cdot [a_0 \Delta t / (v_{x+1} - v_x) - 1]$$

(3)  $t_{x+1} = t_x + \Delta t, \quad s_{x+1} = s_x + \Delta s, \quad \Delta t = 0 \quad \text{und} \quad \Delta s = 0$

Umspeicherung:  $t_E = t_{x+1}, \quad s_E = s_{x+1}, \quad x = x + 1, \quad t_x = t_E \quad \text{und} \quad s_x = s_E$

Speicherung für Ausgabe:  $v_x, \quad a_x, \quad t_x \quad \text{und} \quad s_x$

Test: Bei  $x < n$  Rücksprung nach (1)

Datenausgabe für  $x = 1$  bis  $x = n$

Ende

Die Variantenentscheidung ist anhand des Beschleunigungsverhältnisses benachbarter Stützstellen  $j = a_x / a_{x+1}$  zu treffen. Bei  $j < 0,95$  oder  $j > 1,05$  ist mit der Beschleunigungsgeraden, anderenfalls mit der mittleren Beschleunigung  $a_m$  (arithmetisches Mittel) zu rechnen. Das Rechnen mit der Beschleunigungsgeraden  $a(v)$  ist zwar genauer, aber bei  $j = 1$  wegen  $\ln(1) = 0$  nicht möglich.

Die kinematischen Variablen aller Stützstellen werden zyklisch berechnet. Am Schluss erhält man die Endwerte des Bewegungsabschnitts  $v_E$ ,  $t_E$  und  $s_E$ . Tabelle 2.3 enthält die Grundelemente des Algorithmus des Makrogeschwindigkeitsverfahrens.

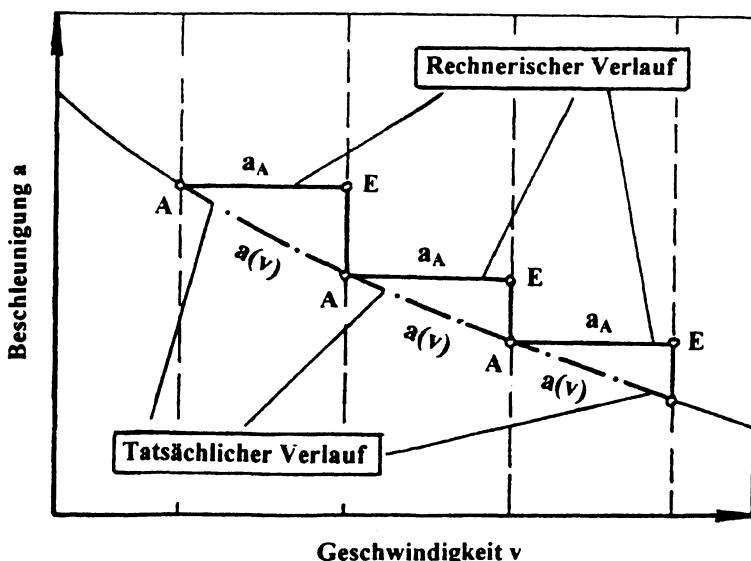
### 2.3.3 Mikroschrittverfahren

Die mit sehr kleinen Schrittintervallen (Mikrointervalle) arbeitenden Mikroschrittverfahren werden in Zugfahrtsimulationsprogrammen benutzt. Zur Erläuterung des Grundaufbaus wird von der Momentanbeschleunigungs-Tabelle  $a(v)$  ausgegangen (Tabelle 1.4).

Zu Beginn der Simulation sind die Variablen des Anfangszustands  $v_A$ ,  $t_A$ , und  $s_A$  sowie die Schrittweite einzugeben. Das Programm ermittelt die  $v_A$  umschließenden Stützstellen  $P_x(v_x; a_x)$  und  $P_{x+1}(v_{x+1}; a_{x+1})$ . Der Verlauf der Beschleunigung zwischen 2 Stützstellen wird als Gerade  $a(v)$  dargestellt (Gl. (2.21)). Überschreitet die Endgeschwindigkeit  $v_E$  eines Simulationsschritts das aktuelle Stützstellenintervall, wird die Zählvariable der Stützstellen um 1 erhöht oder erniedrigt, so dass  $v_A$  wiederum von 2 Stützstellen umschlossen wird.

Wegen der benutzten Mikroschritte wird die Anfangsbeschleunigung des Rechenschritts  $a_A$  als konstant vorausgesetzt. Die Korrektur erfolgt zu Beginn des nächsten Rechenschritts. Bild 2.16 zeigt den methodischen Fehler, der durch erneute Berechnung mit  $a_m$  des ersten Zyklus zu reduzieren ist. Die Zyklenwiederholung ist bei Mikroschritten im Regelfall nicht erforderlich.

Der Rechenschritt der Mikroschrittverfahren beruht auf Gl. (2.11), (2.12) und (2.13) des Kap. 2.2.1. Die Verfahren müssen einen Algorithmus zur Unterscheidung zwischen der Bewegung mit konstanter Beschleunigung und mit konstanter Geschwindigkeit (Beharrung) beinhalten.



**Bild 2.16**  
Methodischer Fehler  
des Mikrozeit- und  
Mikrowegschritt-  
verfahrens

**Tabelle 2.4**

Grundelemente des Algorithmus des Mikrozeit-, des Mikroweg- und des Mikrogeschwindigkeitsschrittverfahrens

<p><b>Vorbereitung:</b> Eingabe aller n Stützstellen <math>P_x(v_x; a_x)</math> in eine Stützstellendatei</p> <p><b>Beginn:</b></p> <p><b>Wahl des Zeitschritts <math>\Delta t</math>, <math>\Delta s</math> oder <math>\Delta v</math></b></p> <p><b>Wahl der Ausgabestützstellen (<math>v</math>, <math>t</math> oder <math>s</math>)</b></p> <p><b>Eingabe der Startwerte <math>v_A</math>, <math>t_A</math> und <math>s_A</math></b></p> <p><b>Ermitteln der zu <math>v_A</math> gehörenden Stützstellen-Zählvariablen <math>x</math> und der Geraden <math>a(v)</math></b></p> <p>(1) Test auf Änderung der Stützstellen-Zähl-Variablen <math>x</math> und Neuberechnung von <math>a(v)</math> Für <math>v_A</math> Berechnung von <math>a_A</math> aus <math>a(v)</math> Test auf Beharrung Bei <math> a_A  &gt; 0,005</math> Sprung nach (2) Beharrungsberechnung: <math>v_E = v_A</math>, <math>\Delta s</math> ist bekannt und <math>\Delta t = \Delta s / v_A</math> Sprung nach (3)</p> <p>(2) Für <math>\Delta t</math> oder <math>\Delta s</math> oder <math>\Delta v</math> Berechnung von <math>v_E</math>, <math>t_E</math> und <math>s_E</math></p> <p><b>Zeitschrittverfahren:</b> <math>v_E = v_A + a_A \Delta t</math> und <math>\Delta s = \Delta t (v_A + v_E) / 2</math> Sprung nach (3)</p>	<p><b>Wegschrittverfahren:</b> <math>v_E = (v_A^2 + 2 a_A \Delta s)^{0,5}</math>, <math>\Delta t = 2 \Delta s / (v_A + v_E)</math> Sprung nach (3)</p> <p><b>Geschwindigkeitsschrittverfahren</b></p> <p>Bestimmung des <math>\Delta v</math>-Vorzeichenfaktors <math>j</math> <math>v_E = v_A + j \Delta v</math> Für <math>v_E</math> Berechnung von <math>a_E</math> aus <math>a(v)</math> <math>a_m = (a_A + a_E) / 2</math>, <math>\Delta t = (v_E - v_A) / a_m</math> und <math>\Delta s = (v_E^2 - v_A^2) / (2 a_m)</math></p> <p>(3) <math>t_E = t_A + \Delta t</math> und <math>s_E = s_A + \Delta s</math> Test auf Schrittweitenreduzierung Bei „ja“ Verkleinerung von <math>\Delta t</math>, <math>\Delta s</math> oder <math>\Delta v</math> und Rücksprung nach (2) Umspeicherung: <math>v_A = v_E</math>, <math>t_A = t_E</math> und <math>s_A = s_E</math> Test auf Speicherung der Ausgabewerte Bei „ja“ Speicherung von <math>t_A</math>, <math>v_A</math> und <math>s_A</math> Test auf Beharrung, Fahrstrategieänderung und Abschluß Bei „nein“ Rücksprung nach (1) Datenausgabe Ende</p>
---	---

### Mikrozeitschrittverfahren

Das einfachste Verfahren ist das Mikrozeitschrittverfahren. Es erweist sich insbesondere beim Einbeziehen der Kraftstoff- oder Energieverbrauchsermittlung in die Zugfahrtsimulation als günstig. Die Schrittvariable wird im Regelfall zu  $\Delta t = 0,1$  s gewählt. Um Übergriffe zu vermeiden, erfolgt an Schnittstellen eine Reduzierung auf 0,01 s und 0,001 s. Unterschreitet die Beschleunigung 0,005 m/s<sup>2</sup>, ist mit der Beharrung zu rechnen (Zeitersparnis, nicht zwingend). Tabelle 2.4 enthält die Grundelemente des Algorithmus des Zeitschrittverfahrens.

### Mikrowegschrittverfahren

Das Mikrowegschrittverfahren arbeitet im Regelfall mit Wegschritten  $\Delta s = 10$  m. An Schnittstellen ist die Reduktion auf 1 m und 0,1 m zweckmäßig. Bei Beschleunigungen  $a < 0,005$  m/s<sup>2</sup> ist in die Beharrung zu wechseln. Das Mikrowegschrittverfahren ist für spezielle Untersuchungen anzuwenden, wie z.B. die Berechnung der Durchfahrt des Zugs als Massenband durch eine Steigung (Kap. 3.1.2). Tabelle 2.4 enthält die Grundelemente des Algorithmus.

### Mikrogeschwindigkeitsschrittverfahren

Das Mikrogeschwindigkeitsschrittverfahren ist am aufwändigsten. Die mittlere Beschleunigung ist vor Zyklusbeginn bekannt. Die Schrittweite beträgt im Regelfall 0,1 m/s, die bei

Schnittstellenannäherung auf 0,01 m/s und 0,001 m/s reduziert wird. Bei Annäherung an die Beharrung muss in die Beharrung gesprungen werden, da anderenfalls wegen der Division mit null ( $a = 0$ ) der Abbruch erfolgt. Vor Ausführung des Simulationsschritts muss der Vorzeichenfaktor von  $\Delta v$  ( $j$ ) belegt sein. Er entscheidet über Geschwindigkeitszu- oder -abnahme. Tabelle 2.4 enthält die Elemente des Algorithmus des Mikrogeschwindigkeitsschrittverfahrens.

### Schrittweitensteuerung

Schnittstellen treten als Zeit-, Weg- oder Geschwindigkeitspunkte auf. Basieren Schnittstelle und Schrittvariable auf der gleichen kinematischen Variablen, ist die genaue Anpassung durch Differenzbildung vor dem letzten Simulationsschritt möglich. Bei unterschiedlichen kinematischen Variablen muss nach festgestellter Schnittstellenüberschreitung der letzte Simulationsschritt zuerst mit 1/10 Schrittweite und anschließend fallweise mit 1/100 Schrittweite wiederholt werden. Danach ist die Rückstellung auf die Grundschriftweite vorzunehmen.

## 2.4 Mittlere Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Ruckwerte

Die kinematischen Variablen Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck werden im Eisenbahnwesen in vielfältiger Form als Bewertungsgrößen benutzt.

### Berechnungsverfahren mittlerer Geschwindigkeiten

Die ungleichförmige Bewegung wird durch das Modell der gleichförmigen Bewegung mit der konstanten mittleren Geschwindigkeit  $v_m$  ersetzt (Kap. 2.2.1). Die mittlere Geschwindigkeit ist durch Integration der Kurve  $v(t)$  zum Gesamtweg  $s_{ges}$  und Bezugnahme auf die Gesamtzeit  $t_{ges}$  und durch Integration der Kurve  $v(s)$  zur Kurvenfläche und Bezugnahme auf den Gesamtweg  $s_{ges}$  zu bestimmen. Beide Verfahren führen zu unterschiedlichen Ergebnissen. Für die Praxis ist nur das auf der  $v(t)$ -Kurve und Gl. (2.11) beruhende Verfahren von Bedeutung.

### Technische Geschwindigkeit

Die technische Geschwindigkeit einer Zugfahrt  $v_{techn}$  (km/h) ist der Quotient aus gesamter Fahrstrecke  $s_{ges}$  (km) und reiner Fahrzeit bzw. Bewegungszeit  $t_F$  (h).

### Reisegeschwindigkeit

Die Reisegeschwindigkeit einer Zugfahrt  $v_R$  (km/h) ist der Quotient aus gesamter Fahrstrecke  $s_{ges}$  (km) und Reisezeit  $t_R$  (h). Die Reisezeit  $t_R$  ist die zwischen Start und Ziel benötigte Gesamtzeit, d.h. die Summe aller Bewegungs- und Haltezeiten.

### Umlaufgeschwindigkeit

Die Umlaufgeschwindigkeit  $v_U$  (km/h) ist der Quotient aus gesamter, zwischen Anfang und Ende eines Zyklus (Umlauf) zurückgelegter Wegstrecke  $s_{ges}$  (km) und dafür benötigter Umlaufzeit  $t_U$  (h). Der Umlauf kann ortsbezogen (z.B. Depot, Ausbesserungswerk) oder zeitbezogen (z.B. Tag, Woche, Monat, Jahr, Lebensdauer) festgelegt werden.

Für die mittleren Geschwindigkeiten gilt nach Gl. (2.11):

$$v_{techn} = \frac{s_{ges}}{t_F}, \quad v_R = \frac{s_{ges}}{t_R} \quad \text{und} \quad v_U = \frac{s_{ges}}{t_U} \quad (2.56)$$

### Berechnungsverfahren mittlerer Beschleunigungen

Die tatsächlich vorhandene ungleichmäßig beschleunigte Bewegung wird durch das Modell der gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit der konstanten mittleren Beschleunigung  $a_m$  ersetzt (Kap. 2.2.1). Für die mit  $v = 0$ ,  $t = 0$  und  $s = 0$  beginnenden und mit der Endgeschwindigkeit  $v_E$ , der Zeit zwischen Anfang und Ende  $t_{0E}$  und dem Weg zwischen Anfang und Ende  $s_{0E}$  endenden Fahrbewegung der Anfahrt, der Bremsung und des Auslaufs können mittlere Beschleunigungen  $a_m$  berechnet werden. Bei Bremsung und Auslauf ist dabei die Bewegungsrichtung umzukehren.

#### Varianten der mittleren Beschleunigung

Mittlere Beschleunigungen erhält man aus Gl. (2.12) durch Einsetzen der Anfangsbedingungen und der Endvariablen sowie durch Umstellung nach  $a_m$ :

- mittlere zeitbezogene Beschleunigung  $a_t$ , berechnet mit  $v_E$  und  $t_{0E}$ ,
- mittlere wegbezogene Beschleunigung  $a_s$ , berechnet mit  $v_E$  und  $s_{0E}$ , und
- mittlere zeit- und wegbezogene Beschleunigung  $a_{ts}$ , berechnet mit  $t_{0E}$  und  $s_{0E}$ .

$$a_t = \frac{v_E}{t_{0E}}, \quad a_s = \frac{v_E^2}{2s_{0E}} \quad \text{und} \quad a_{ts} = \frac{2s_{0E}}{t_{0E}^2} = a_t \cdot \frac{a_s}{a_s} \quad (2.57)$$

#### Reisebeschleunigung

Eine spezielle Variante der mittleren Beschleunigungen ist die von *Remmele* entwickelte Reisebeschleunigung  $a_R$ . Sie wird der Berechnung von Nahverkehrsfahrsschaubildern und der Auslegung des Antriebs elektrischer Nahverkehrsfahrzeuge zugrunde gelegt.

Bild 2.17 zeigt als Beispiel die Anfahrkennlinie  $v(t)$  der elektrischen Lokomotive BR 232 mit dem 500 t-Wagenzug. Die Fläche unter der  $v(t)$ -Kennlinie ist der Anfahrtsweg  $s_{0E}$ . Die tatsächliche Fläche wird in eine Ersatzfläche gleicher Größe (gleicher Anfahrtsweg) überführt. Die Ersatzfläche besteht aus der Dreieckfläche mit den Seitenlängen  $t_{0R}$  und  $v_E$  und der Rechteckfläche mit den Seitenlängen ( $t_{0E} - t_{0R}$ ) und  $v_E$ . Die Aufgabe besteht darin, diejenige Beschleunigung (Reisebeschleunigung  $a_R$ ) der Basisgeraden  $v(t)$  des Dreiecks zu ermitteln, bei der die Bedingung der Flächengleichheit (gleiche Anfahrtsweg) erfüllt ist.

Die sich aus Bild 2.17 ergebende Gleichung der Ersatzfläche wird nach der Zeit  $t_{0R}$  umgestellt:

$$s_{0E} = 0,5 v_E t_{0E} + v_E (t_{0E} - t_{0R}) \rightarrow t_{0R} = \frac{2(v_E t_{0E} - s_{0E})}{v_E}$$

Die Gleichung für  $t_{0R}$  wird in die reziproke Form der Gleichung der Reisebeschleunigung  $a_R = v_E / t_{0R}$  eingesetzt:

$$\frac{1}{a_R} = \frac{t_{0E}}{v_E} = \frac{v_E}{2(v_E t_{0E} - s_{0E})} = \frac{2t_{0E}}{v_E} - \frac{2s_{0E}}{v_E^2}$$

Das Einsetzen von Gl. (2.57) für die Reziprokwerte der Quotienten ergibt:

$$\frac{1}{a_R} = \frac{2}{a_t} - \frac{1}{a_s} \quad \text{und} \quad a_R = \frac{a_t a_s}{2a_s - a_t} \quad (2.58)$$

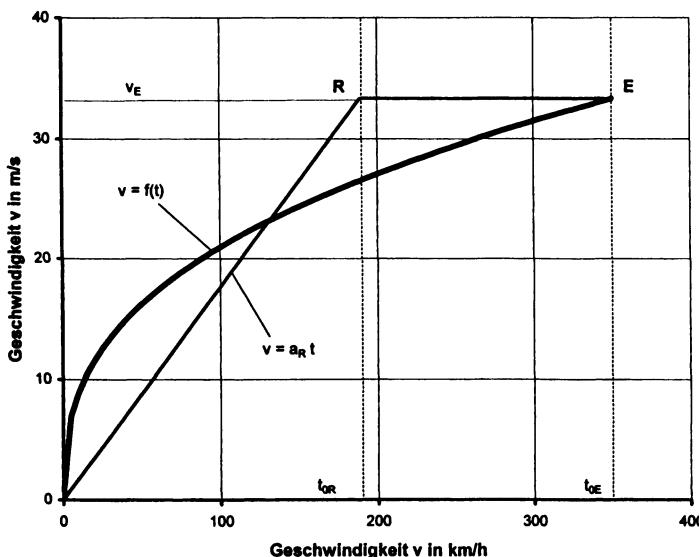


Bild 2.17

Anfahrkennlinie der Diesellokomotive BR 232 mit 500 t-Wagenzug, ergänzt um Kennlinie der Reisebeschleunigung

**Tabelle 2.5**  
Mittlere Beschleunigungen für berechnete Fahrbewegungen

Bewegung	$v_E$ m/s	$t_{0E}$ s	$s_{0E}$ m	$a_s$ $\text{m/s}^2$	$a_t$ $\text{m/s}^2$	$a_{ts}$ $\text{m/s}^2$	$a_R$ $\text{m/s}^2$
Anfahrt BR 232	33,333	350,3	8521	0,0652	0,0952	0,1389	0,1763
Anfahrt BR 143	33,333	146,8	2903	0,1914	0,2271	0,2694	0,2792
Bremsung	33,333	37,3	707,8	0,7849	0,8936	1,0175	1,0372
Auslauf	33,333	1118	14193	0,0392	0,0298	0,0227	0,0218

### Bewertungsvariable

Aus Gl. (2.58) geht folgende Gesetzmäßigkeit der mittleren Beschleunigungen hervor:

$$\text{Gleichmäßig beschleunigte Bewegung} \quad a_s = a_t = a_{ts} = a_R \quad (2.59)$$

### Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung

- mit Beschleunigungsabnahme über v  $a_s < a_t < a_{ts} < a_R$
- mit Beschleunigungszunahme über v  $a_s > a_t > a_{ts} > a_R$

In Tabelle 2.5 sind mit Gl. (2.57) und (2.58) die mittleren Beschleunigungen der Anfahrten, Bremsungen und Auslaufvorgängen der Berechnungsbeispiele ermittelt worden. Die in Gl. (2.59) angegebene Gesetzmäßigkeit ist erkennbar. Wegen des großen Einflusses des Berechnungsverfahrens auf das Ergebnis ist zu klären, welche mittlere Beschleunigung zutreffend ist.

Nach dem Impulssatz der Mechanik beträgt der Stoßantrieb  $S = m \cdot \Delta v$  und  $S = F \cdot \Delta t$ . Das Gleichsetzen und Umstellen führt zum Ergebnis  $a_m = \Delta v / \Delta t$ . Soll für einen Bewegungsabschnitt mit einer der 4 mittleren Beschleunigungen die mittlere Beschleunigungskraft  $F_{am}$  berechnet werden, ist die zeitbezogene Beschleunigung  $a_t$  zu benutzen ( $F_{am} = m a_t$ ).

In Gleichungen mit mittleren Beschleunigungen ist die Austauschbarkeit der Zahlenwerte der einzelnen Varianten im Regelfall nicht möglich. Nach Gl. (2.59) besteht die Austauschbarkeit nur für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Bei Benutzung der mittleren Beschleunigungen als Bewertungsgrößen von Bewegungsabschnitten ist zu vermerken, welche Berechnungsvariante gemeint ist. Anfahrten und Ausläufe werden im Regelfall mit der mittleren zeitbezogenen Beschleunigung  $a_t$  bewertet. Die Bewertung von Bremsungen erfolgt mit der mittleren wegbezogenen Beschleunigung  $a_s$ .

### Überschlägliche Berechnung mittlerer Beschleunigung

Die mittleren Beschleunigungen eines Zugs sind überschläglich zu berechnen, wenn die antriebstechnischen Daten bekannt sind und wenn die Restbeschleunigung bei der Endgeschwindigkeit  $v_E$   $a_{\text{Rest}} \geq 0,03 \text{ m/s}^2$  ist. Die Berechnung ist für die Traktionsarten unterschiedlich.

#### Dieseltraktion

Die Berechnung ist in die Bereiche bis zur Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$  und oberhalb  $v_0$  zu teilen (Bild 1.3). Zum Kraftschlussbeiwert  $\mu_T = 0,20$  bis  $0,25$  gilt überschläglich  $v_0 = 0,3 v_{\max}$ .

*Anfahrt bis  $v_E \leq 0,3 v_{\max}$*

Berechnung mit Gl. (1.38)

$$a_m = g_K \left( \frac{\mu_T}{q} - \frac{f_{WZE} + i_m}{P} \right) \text{ und } a_t = a_s = a_{ts} = a_m \quad (2.60)$$

*Anfahrt bis  $v_E > 0,3 v_{\max}$*

In diesem Bereich wird die mittlere spezifische Beschleunigungsleistung  $p_{am}$  (Gl. (1.65) und (1.66)) als konstant vorausgesetzt. Das Einsetzen von Gl. (1.66) in die Integrale der Gl. (2.10) und die Integration ergibt für Zeit und Weg am Ende der Anfahrt  $t_{0E}$ ,  $s_{0E}$ :

$$a = \frac{p_{am}}{v} \rightarrow t_{0E} = \int_0^{v_E} \frac{v \cdot dv}{p_{am}} = \frac{v_E^2}{2 p_{am}}$$

$$a = \frac{p_{am}}{v} \rightarrow s_{0E} = \int_0^{v_E} \frac{v^2 \cdot dv}{p_{am}} = \frac{v_E^3}{3 p_{am}}$$

Das Einsetzen der Beziehungen für  $t_{0E}$  und  $s_{0E}$  in Gl. (2.57) und (2.58) ergibt:

$$a_E = \frac{p_{am}}{v_E} \quad (2.61)$$

$$a_t = 2 a_E \quad \text{und} \quad a_s = \frac{3}{2} a_E$$

$$a_{ts} = \frac{8}{3} a_E \quad \text{und} \quad a_R = 3 a_E$$

Die mittlere spezifische Beschleunigungsleistung des Anfahrbereichs ist mit folgender statistischer Gleichung zu berechnen:

$$p_{am} = \frac{2}{3} p_{MT} - \frac{1}{2} g_K v_E \left( \frac{2 f_{WZE}}{3 P} + \frac{i_m}{P} \right) \text{ mit } p_{MT} = \frac{P_G}{m_Z} \quad (2.62)$$

- $a_m$  mittlere Beschleunigung in  $\text{m/s}^2$   
 $a_E$  momentane Endbeschleunigung (bei  $v_E$ ) in  $\text{m/s}^2$   
 $f_{WZE}$  Zugwiderstandszahl für  $v_E$  in %  
 $g_K$  Beschleunigungskonstante,  $g_K = 9,25 \text{ m/s}^2$   
 $i_m$  mittlere Längsneigung in %  
 $P$  Konstante,  $P = 1000 \text{ %}$   
 $P_G$  Getriebeeingangsleistung in kW (Kap. 4.2.1, Gl. (4.25))  
 $p_{am}$  mittlere spezifische Beschleunigungsleistung in  $\text{kW/t}$  nach Gl. (1.65)  
 $p_{MT}$  spezifische Motorleistung des Zugs für Traktion in  $\text{kW/t}$  nach Gl. (1.65)  
 $q$  Zugmasseverhältnis nach Gl. (1.38),  $q = m_Z/m_L$  bzw  $m_Z/m_T$   
 $v_E$  Endgeschwindigkeit der Anfahrt in  $\text{m/s}$   
 $\mu_T$  mittlerer Kraftschlussbeiwert für Treiben,  $\mu_T = 0,25$

### Elektrische Traktion

Die Anfahrt erfolgt bis zur Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$  mit der Kraftschlusszugkraft und darüber mit der Zugkraft der maximalen Fahrstufenkennlinie. Die Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$  beträgt überschlägig 80 % der Höchstgeschwindigkeit  $v_{max}$  (Bild 1.12).

Anfahrt bis  $v_E \leq 0,8 v_{max}$

$$a_m = g_K \left( \frac{\mu_{T0}}{q} - \frac{\Delta\mu_1}{q} \frac{v_E}{v_{00}} - \frac{2}{3} \frac{f_{WZE}}{P} - \frac{i_m}{P} \right) \quad (2.63)$$

Für  $a_t = a_m$  ist  $\Delta\mu_1 = 0,071$  und für  $a_s = a_m$  ist  $\Delta\mu_1 = 0,088$  einzusetzen.

Anfahrt bis  $v_E > 0,8 v_{max}$

$$a_m = g_K \left( \frac{\mu_{T0}}{q} - \frac{\Delta\mu_2}{q} \cdot \frac{v_E - 0,8 v_{max}}{v_{00}} - \frac{2}{3} \frac{f_{WZE}}{P} - \frac{i_m}{P} \right) \quad (2.64)$$

$$\mu_{T0} = \mu_{T0} - 0,8 \Delta\mu_1 \frac{v_{max}}{v_{00}}$$

Mit Gl. (2.64) sind zeitbezogene ( $a_t = a_m$ ) und wegbezogene Beschleunigung ( $a_s = a_m$ ) zu berechnen. Für  $a_t = a_m$  ist  $\Delta\mu_2 = 0,103$  und für  $a_s = a_m$  ist  $\Delta\mu_2 = 0,146$  einzusetzen.

Die Beschleunigungskonstante der elektrischen Traktion beträgt  $g_K = 9,08 \text{ m/s}^2$ . Der Anfangs-Kraftschlussbeiwert beträgt  $\mu_{T0} = 0,30$  (Lokomotiven) bzw. 0,25 (Triebwagen).

$v_{max}$  maximale Geschwindigkeit des Triebfahrzeugs in  $\text{m/s}$

$v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$  (100 km/h)

$\mu_{T0}$  rechnerischer mittlerer Kraftschlussbeiwert zur Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$

### Anfahrbeschleunigung

Die Anfahrbeschleunigung  $a_{max}$  ist die vom Zug zwischen Bewegungsbeginn und Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$  auf waagerechter Strecke entwickelte mittlere Beschleunigung. Tabelle 2.6 enthält überschlägliche Anfahrbeschleunigungen. Die Variable  $a_{max}$  wird berechnet:

- entweder Einsetzen der Zugkraft  $F_{T0}$  (bei  $V_0$ ) in Gl.(1.8) oder
- oder Einsetzen von  $v_0$  und der Anfahrzeit  $t_{00}$  (0 bis  $v_0$ ) in Gl. (2.57).

**Tabelle 2.6**

Mindestwerte für Anfahr- und Restbeschleunigungen  $a_{\max}$  und  $a_{\text{Rest}}$  von Zügen auf waagerechter Strecke sowie für mittlere Bremsverzögerungen  $b_m$

Zugart	$a_{\max}$ in $\text{m/s}^2$	$a_{\text{Rest}}$ in $\text{m/s}^2$	$b_m$ in $\text{m/s}^2$
Güterzüge	0,15	0,020	0,25 bis 0,30
Schnellzüge	0,30	0,035	0,40 bis 0,50
Hochgeschwindigkeitszüge	0,60	0,050	0,40 bis 0,50
Personenzüge	0,40	0,050	0,50 bis 0,60
Nahverkehrszüge	0,80	0,100	0,60 bis 0,80
Straßenbahnen	1,50	0,150	0,80 bis 1,00

### Restbeschleunigung

Die Restbeschleunigung  $a_{\text{Rest}}$  ist die vom Zug bei Höchstgeschwindigkeit auf waagerechter Strecke noch entwickelbare Beschleunigung. Sie ist mit Gl. (1.8) durch Einsetzen der bei  $v_{\max}$  gegebenen Zugkraft  $F_T$  und Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  zu ermitteln. Zur Gewährleistung der Dynamik der Zugfahrt sind die Mindestwerte der Tabelle 2.6 nicht zu unterschreiten.

### Mittlere Bremsverzögerungen

Fahrzeuggaubildberechnungen werden im Regelfall mit den in Tabelle 2.6 enthaltenen Bremsverzögerungen durchgeführt. Es handelt sich dabei um mittlere Verzögerungen der Betriebsbremse, die den Fahrabschnitt zwischen Auslösung und Zughalt umfassen. Eine Unterscheidung nach dem Berechnungsverfahren ist nicht vorgesehen.

### Mittlerer Ruck

Der mittlere Ruck dient als Bewertungsgröße ungleichmäßig beschleunigter Fahrbewegungen. Nach Gl. (2.8) und (1.8) beträgt der mittlere Ruck:

$$u_m = \frac{\Delta a}{\Delta t} \quad \text{und} \quad u_m = \frac{\Delta F}{m_z \Delta t} \quad (2.65)$$

$u_m$  mittlerer Ruck in  $\text{m/s}^3$

$\Delta a$  Beschleunigungsänderung in  $\text{m/s}^2$

$\Delta F$  Kraftsprung in kN

$\Delta t$  Zeitdauer der Änderung in s

$m_z$  Zugmasse in t

Die Gl. (2.65) zeigt die dämpfende Wirkung der Zugmasse auf den Ruck bei Kraftsprüngen.

**Tabelle 2.7**

Zulässige mittlere Ruckwerte  $u_m$

Ruckverträglichkeit des Menschen..... 1,0 bis 1,5  $\text{m/s}^3$

Anfahrruck ..... 0,6 bis 0,8  $\text{m/s}^3$

Stromabschaltruck ..... 1,0 bis 1,5  $\text{m/s}^3$

Bremseinsatzruck ..... 1,0 bis 1,5  $\text{m/s}^3$

Bremsabschaltruck ..... 0,8 bis 0,9  $\text{m/s}^3$

Seitenruck im Übergangsbogen ..... bis 0,85  $\text{m/s}^3$

Der Ruck ist im Personenverkehr Bewertungsgröße der Fahrbewegungen. Sein Wert darf das Reaktionsvermögen des Menschen nicht überschreiten. Bei Beschleunigungsänderungen muss der Fahrgast über ausreichende Zeit verfügen, sich durch Ergreifen von Abstützmaßnahmen auf die geänderte Beschleunigung einzustellen. Da nach dem dynamischen Grundgesetz die Kraftwirkung nur von der Beschleunigung, nicht vom Ruck abhängt, erübrigten sich die Berücksichtigung des Rucks im Gütertransport. Tabelle 2.7 enthält Ruckverträglichkeitswerte.

### Berechnungsbeispiel 2.14

- 1) Für den mit der Diesellokomotive BR 232 bespannten 500 t-Wagenzug sind die mittleren Beschleunigungen der Anfahrt bis  $v_E = 100 \text{ km/h}$  ( $27,778 \text{ m/s}$ ) auf waagerechter Strecke überschlägig zu berechnen. Die Zugmasse beträgt  $m_Z = 616,2 \text{ t}$ , die Motorleistung  $P_M = 2200 \text{ kW}$  und die Zugwiderstandszahl bei  $v_E f_{WZE} = 5,54 \text{ \%}$ . Es ist die Näherung  $P_G = P_M$  zu benutzen.
- 2) Für den mit der elektrischen Lokomotive BR 143 bespannten 500 t-Wagenzug sind die mittleren Beschleunigungen der Anfahrt bis  $v_E = 120 \text{ km/h}$  ( $33,333 \text{ m/s}$ ) auf waagerechter Strecke überschlägig zu berechnen. Die Lokomotivmasse beträgt  $m_L = 82 \text{ t}$ , die Zugmasse  $m_Z = 582 \text{ t}$  und die Zugwiderstandszahl bei  $v_E f_{WZE} = 7,09 \text{ \%}$ .

Lösung und Lösungsweg für die Diesellokomotive BR 232, Gl. (2.61) und (2.62)

$$P_{MT} = P_G/m_Z = 2200/616,2 = 3,5703 \text{ kW/t}$$

$$p_{am} = 2/3 \cdot 3,5703 - 1/2 \cdot 9,25 \cdot 27,778 \cdot (2/3 \cdot 5,54/1000 + 0) = 1,9057 \text{ kW/t}$$

$$a_E = p_{am}/v_E = 1,9057/27,778 = 0,06860 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = 2 a_E = 2 \cdot 0,06860 = 0,1372 \text{ m/s}^2 \text{ und } a_s = 3/2 a_E = 3/2 \cdot 0,06860 = 0,1029 \text{ m/s}^2$$

$$a_{ts} = 8/3 a_E = 8/3 \cdot 0,06860 = 0,1829 \text{ m/s}^2 \text{ und } a_R = 3 a_E = 3 \cdot 0,06860 = 0,2058 \text{ m/s}^2$$

Elektrische Lokomotive BR 143, Gl. (1.38), (2.64) und (2.58)

$$q = m_Z/m_L = 582/82 = 7,10$$

$$a_t\text{-Berechnung: } \mu_{T0} = 0,30 - 0,8 \cdot 0,071 \cdot 33,333/27,778 = 0,2318$$

$$a_s\text{-Berechnung: } \mu_{T0} = 0,30 - 0,8 \cdot 0,088 \cdot 33,333/27,778 = 0,2155$$

$$a_t = 9,08 \cdot (0,2318/7,10 - 0,103/7,10 \cdot (33,333 - 0,8 \cdot 33,333)/27,778 - 2/3 \cdot 7,09/1000 - 0)$$

$$a_s = 9,08 \cdot (0,2155/7,10 - 0,146/7,10 \cdot (33,333 - 0,8 \cdot 33,333)/27,778 - 2/3 \cdot 7,09/1000 - 0)$$

$$a_t = 0,2219 \text{ m/s}^2 \text{ und } a_s = 0,1879 \text{ m/s}^2$$

$$a_{ts} = 0,2219 \cdot 0,2219/0,1879 = 0,2621 \text{ m/s}^2$$

$$a_R = 0,2219 \cdot 0,1879/(2 \cdot 0,1879 - 0,2219) = 0,2709 \text{ m/s}^2$$

## 2.5 Differentiation von Gleichungen und Tabellen der Fahrbewegung

### 2.5.1 Grundlagen und Zielsetzung

Bei der messtechnischen fahrdynamischen Erprobung von Schienenfahrzeugen und Zügen werden Kennlinien von kinematischen Variablen aufgenommen, die Grundlage fahrdynamischer Bewertungen sind. Die messtechnische fahrdynamische Erprobung bezieht sich insbesondere auf die Zuganfahrt (Anfahrkennlinien), die Zugbremsung (Bremskennlinien) und den Zugauslauf (Auslaufkennlinien).

Die gemessenen Kennlinien beinhalten im Regelfall die momentanen Variablen Zeit, Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung bei unterschiedlicher Zuordnung. Die gemessene Beschleunigung unterliegt im Regelfall einer verhältnismäßig großen Unstetigkeit, so dass sie für Verallgemeinerungen wenig geeignet ist.

Die Bewertung des Beschleunigungsvermögens erfolgt auf der Grundlage geglätteter Kennlinien  $a(v)$ , die aus der Auswertung gemessener Geschwindigkeits- und Wegkennlinien  $v(t)$  und  $s(t)$  durch Differenzieren entsprechend Gl. (2.1), (2.2) und (2.4) hervorgehen.

Bei der Bremsprüfung von Zügen werden die Bremsanfangsgeschwindigkeiten  $v_0$  zuzuordnenden Bremswege  $s_B$  gemessen und in Bremswegkurven  $s_B = f(v_0)$  dargestellt (Kap. 5.4.1).

Gemessene Kurven haben nur für die Messbedingungen Gültigkeit. Die Übertragung auf andere Fahrbedingungen ist mit der aufwändigen Transformation vorzunehmen.

Arbeitsschritte der Transformation:

- Ermittlung der Kennlinie der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  der Messbedingungen durch Differentiation gemessener Kennlinien,
- Ermittlung der Zug- oder Bremskraftkennlinie  $F_T(v)$ ,  $F_B(v)$  aus  $a(v)$  der Messbedingungen mit der entsprechend umgestellten Gleichung der Momentanbeschleunigung (1.8) bis (1.10),
- Ermittlung der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  zu den aktuellen Fahrbedingungen aus der Kennlinie  $F_T(v)$  bzw.  $F_B(v)$  mit der Gleichung der Momentanbeschleunigung (1.8) bis (1.10)
- und Ermittlung der Zeit-, Weg- und Geschwindigkeitswerte zu den aktuellen Fahrbedingungen mittels Integration.

Diese Technologie ist an die Rechentechnik gebunden. Mit ihr sind bei der Bremsbewertung von Schienenfahrzeugen beachtliche Einsparungen an experimenteller Arbeit möglich (Kap. 5.4). Im vorgegebenen Erprobungsfeld müssen nur noch einige wenige Rasterpunkte experimentell belegt werden. Die übrigen Rasterpunkte sind zu berechnen.

Grundlage dieser Technologie ist die Ermittlung der Kennlinie der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  aus den Messdatenkennlinien. Das Differenzieren ist möglich mittels:

- Gleichungen der mittleren Beschleunigungen und Differentialquotienten,
- Stützstellen und Differenzenquotienten und
- Polynomgleitechnik und Differentialquotienten.

Das Differenzieren beruht auf der mittels Regressionsrechnung aufgestellten Polynomgleichung  $p$ -ten Grads. Leider ergibt das Differenzieren der Polynomgleichungen  $s(t)$  oder  $v(t)$  des Gesamtbereichs keine brauchbaren Beschleunigungswerte (große Sprünge).

## 2.5.2 Gleichungen der mittleren Beschleunigungen

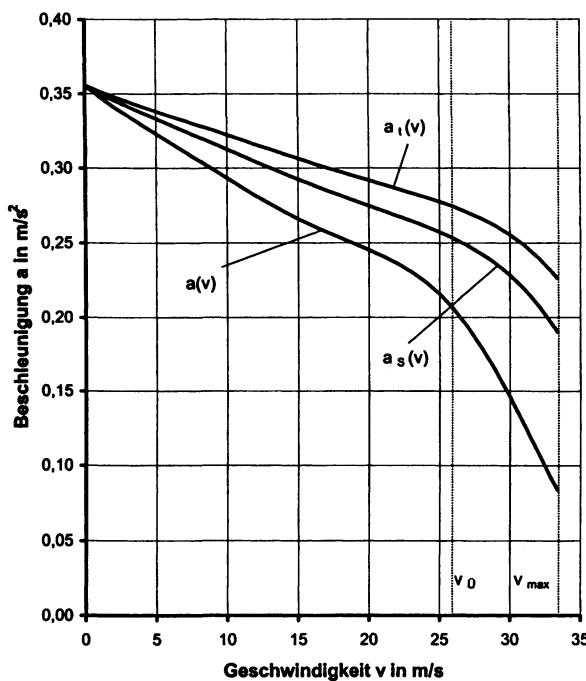
In Vorbereitung der Berechnungen ist die aus den Messungen hervorgegangene Kennlinie  $t = f(v)$  bzw.  $s = f(v)$  mit Gl. (2.57) in die Gleichung  $a_t = f(v_E)$  bzw.  $a_s = f(v_E)$  zu überführen. Beide Kennlinien sind mittels Regressionsrechnung entweder durch die Polynomgleichung  $n$ -ten Grads oder unter speziellen Bedingungen durch die einfache Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus bzw. durch die allgemeine Exponentialgleichung auszudrücken.

### Polynomgleichung

Polynomgleichung  $y = f(x)$  (Variable  $x$  und  $y$  haben Zahlenwerte ohne Maßeinheiten):

$$y = \sum_{n=0}^{n=p} (Y_n x^n) \quad (2.66)$$

$$y = Y_0 + Y_1 x + Y_2 x^2 + Y_3 x^3 + Y_4 x^4 + Y_5 x^5 \quad \text{für } p = 5$$



$v_E$ m/s	$a_t$ $\text{m/s}^2$	$a$ $\text{m/s}^2$	$a_s$ $\text{m/s}^2$	$a$ $\text{m/s}^2$
0	0	0,3557	0	0,3544
2,5	0,3463	0,3378	0,3434	0,3382
5,0	0,3381	0,3229	0,3329	0,3231
7,5	0,3301	0,3081	0,3224	0,3080
10,0	0,3222	0,2932	0,3123	0,2931
12,5	0,3143	0,2788	0,3025	0,2790
15,0	0,3067	0,2661	0,2928	0,2665
17,5	0,2991	0,2552	0,2835	0,2555
20,0	0,2917	0,2452	0,2745	0,2451
21,25	0,2881	0,2400	0,2700	0,2395
22,5	0,2845	0,2336	0,2657	0,2329
23,75	0,2809	0,2258	0,2614	0,2250
25,0	0,2773	0,2157	0,2572	0,2151
26,2	0,2738	0,2027	0,2528	0,2024
27,5	0,2693	0,1869	0,2471	0,1871
28,75	0,2630	0,1677	0,2385	0,1684
30,0	0,2551	0,1461	0,2276	0,1469
31,25	0,2455	0,1228	0,2149	0,1231
32,5	0,2348	0,0992	0,2010	0,0982
33,33	0,2271	0,0839	0,1914	0,0815

**Bild 2.18**

Ermittlung der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  aus den Anfahrkennlinien  $v(t)$  und  $s(t)$  der elektrischen Lokomotive BR 143 in Bild 2.10 mit den Polynomgleichungen für  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$

Die Gl. (2.66) ist auf die Abhängigkeiten  $a_t = f(\varphi)$  und  $a_s = f(\varphi)$  zu beziehen. Die normierte Geschwindigkeit  $\varphi$  ist durch Bezugnahme der jeweiligen Endgeschwindigkeit  $v_E$  auf die Geschwindigkeitskonstante  $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$  zu berechnen.

Mittlere zeitbezogene Beschleunigung  $a_t(\varphi)$ :

$$a_t = \sum_{n=0}^{n=p} (c_n \varphi^n) \quad \text{mit } \varphi = v_E/v_{00} \quad (2.67)$$

$$a_t = c_0 + c_1 \varphi + c_2 \varphi^2 + c_3 \varphi^3 + c_4 \varphi^4 + c_5 \varphi^5 \quad \text{für } p = 5$$

Mittlere wegbezogene Beschleunigung  $a_s(\varphi)$ :

$$a_s = \sum_{n=0}^{n=p} (d_n \varphi^n) \quad \text{mit } \varphi = v_E/v_{00} \quad (2.68)$$

$$a_s = d_0 + d_1 \varphi + d_2 \varphi^2 + d_3 \varphi^3 + d_4 \varphi^4 + d_5 \varphi^5 \quad \text{für } p = 5$$

Zur Bestimmung der Polynomkonstanten  $c_n$  und  $d_n$  ist die Variablenabhängigkeit  $a_t = f(\varphi)$  und  $a_s = f(\varphi)$  zu wählen. Die Polynomkonstanten  $c_n$  und  $d_n$  tragen die Maßeinheit  $\text{m/s}^2$ .

Der optimale Polynomgrad  $p$  ist durch schrittweise Erhöhung zu bestimmen.

Bild 2.18 zeigt als Beispiel die Kennlinien  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$  der Anfahrt der elektrischen Lokomotive BR 143, die mit den Daten des Bildes 2.10 berechnet worden sind. Sie werden als experimentelle Kennlinien angenommen. Für die eingegebenen Stützstellen  $a_t = f(\varphi)$  und  $a_s = f(\varphi)$  erhält man bei  $p = 5$  den Korrelationskoeffizienten  $r = 0,9999$  bzw.  $r = 0,9998$ . Durch die weitere Erhöhung von  $p$  ist keine Verbesserung mehr möglich.

Zu  $p = 5$  gehören die Konstanten  $c_0 = 0,3557 \text{ m/s}^2$ ,  $c_1 = -0,1175 \text{ m/s}^2$ ,  $c_2 = 0,1743 \text{ m/s}^2$ ,  $c_3 = -0,4644 \text{ m/s}^2$ ,  $c_4 = 0,5566 \text{ m/s}^2$  und  $c_5 = -0,2375 \text{ m/s}^2$  sowie  $d_0 = 0,3544 \text{ m/s}^2$ ,  $d_1 = -0,1306 \text{ m/s}^2$ ,  $d_2 = 0,1173 \text{ m/s}^2$ ,  $d_3 = -0,3771 \text{ m/s}^2$ ,  $d_4 = 0,5339 \text{ m/s}^2$  u.  $d_5 = -0,2540 \text{ m/s}^2$ .

Die Gl. (2.67) bzw. (2.68) wird mit Gl. (2.57) gleichgesetzt und nach  $t_{0E}$  bzw.  $s_{0E}$  umgestellt:

$$t_{0E} = \frac{v_E}{\sum_{n=0}^{n=p} (c_n \varphi^n)} \quad \text{und} \quad s_{0E} = \frac{v_E^2}{2 \sum_{n=0}^{n=p} (d_n \varphi^n)}$$

Zur ersten Gleichung wird der Differentialquotient  $dt_{0E}/dv_E$  und zur zweiten Gleichung der Differentialquotient  $ds_{0E}/dv_E$  berechnet. Beide, sich auf die Endwerte beziehenden Differentialquotienten sind mit den sich auf die momentanen Variablen beziehenden Differentialquotienten der Gl. (2.2) und (2.4) gleichzusetzen:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv_E}{dt_{0E}} = \frac{1}{dt_{0E} / dv_E} \quad (2.69)$$

$$a = v \frac{dv}{ds} = v_E \frac{dv_E}{ds_{0E}} = \frac{v_E}{ds_{0E} / dv_E}$$

Momentanbeschleunigung  $a$  aus Polynomgleichung  $a_t(\varphi)$ , Gl. (2.66)

$$a = \frac{a_t^2}{c_0 - \sum_{n=1}^{n=p} [(n-1)c_n \varphi^n]} \quad (2.70)$$

$$a = \frac{a_t^2}{c_0 - c_2 \varphi^2 - 2c_3 \varphi^3 - 3c_4 \varphi^4 - 4c_5 \varphi^5} \quad \text{für } p = 5$$

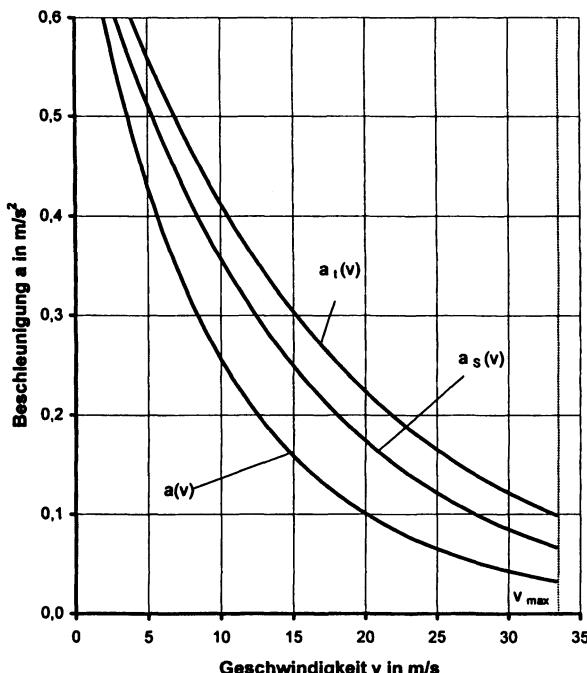
Momentanbeschleunigung  $a$  aus Polynomgleichung  $a_s(\varphi)$ , Gl. (2.65)

$$a = \frac{a_s^2}{d_0 - \sum_{n=1}^{n=p} \left( \frac{n-2}{2} d_n \varphi^n \right)} \quad (2.71)$$

$$a = \frac{a_s^2}{d_0 + 0,5d_1 \varphi - 0,5d_3 \varphi^3 - d_4 \varphi^4 - 1,5d_5 \varphi^5} \quad \text{für } p = 5$$

Für  $a_t$  und  $a_s$  sind die aus Gl. (2.67) bzw. (2.68) hervorgehenden Werte einzusetzen.

Bild 2.18 zeigt die mit Gl. (2.70) und (2.71) berechnete Kennlinie der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  der elektrischen Lokomotive BR 143. Beide Ergebnisse sind nahezu gleich.



$v_E$ m/s	$a_t$ $\text{m/s}^2$	$a$ $\text{m/s}^2$	$a_s$ $\text{m/s}^2$	$a$ $\text{m/s}^2$
0	0	0,7597	0	0,7332
2,5	0,6167	0,5657	0,5930	0,5930
5,0	0,5431	0,4287	0,5030	0,4338
7,5	0,4762	0,3294	0,4256	0,3368
10,0	0,4155	0,2559	0,3589	0,2628
12,5	0,3609	0,2007	0,3020	0,2059
15,0	0,3120	0,1585	0,2533	0,1620
17,5	0,2687	0,1260	0,2120	0,1279
20,0	0,2317	0,1007	0,1770	0,1012
21,25	0,2130	0,0902	0,1616	0,0902
22,5	0,1967	0,0809	0,1474	0,0804
23,75	0,1814	0,0726	0,1344	0,0717
25,0	0,1673	0,0652	0,1225	0,0640
26,25	0,1541	0,0587	0,1116	0,0571
27,5	0,1418	0,0528	0,1016	0,0510
28,75	0,1304	0,0476	0,0925	0,0456
30,0	0,1198	0,0429	0,0841	0,0408
31,25	0,1100	0,0387	0,0765	0,0365
32,5	0,1008	0,0349	0,0695	0,0327
33,33	0,0952	0,0326	0,0652	0,0326

Bild 2.19

Ermittlung der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  aus den Anfahrkennlinien  $v(t)$  und  $s(t)$  der Diesellokomotive BR 232 in Bild 2.7 mit der Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus für  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$

#### Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus

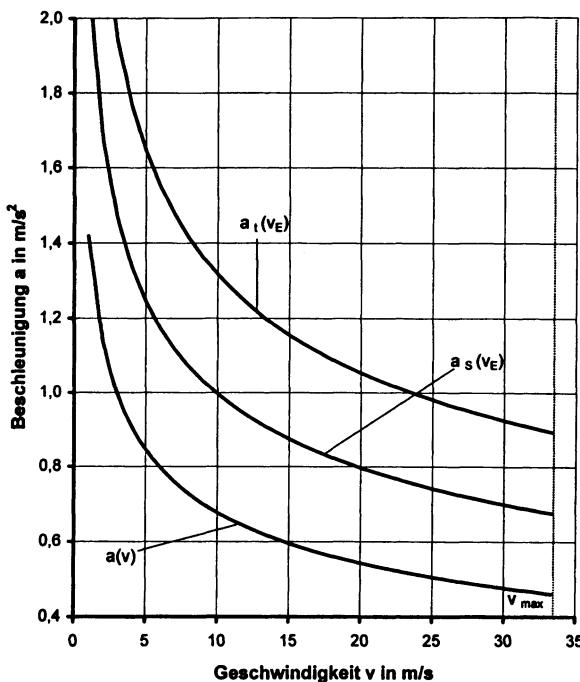
Die mit Gl. (2.57) in die Abhängigkeit  $a_t = f(v_E)$  und  $a_s = f(v_E)$  überführten kinematischen Kennlinien von Fahrbewegungen werden mittels Regressionsrechnung durch die Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus ausgedrückt:

$$a_t = c_0 e^{-v_E/v_{00}} \quad \text{und} \quad a_s = d_0 e^{-v_E/v_{00}} \quad (2.72)$$

Bild 2.19 zeigt die Kennlinien  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$  der Anfahrt der Diesellokomotive BR 232, berechnet mit Gl. (2.57) aus den Daten des Bildes 2.7. Die Regressionsrechnung zur Bestimmung der Konstanten  $c_0$  bzw.  $d_0$  und  $v_{00}$  ist wie in Kap. 2.2.3.2 beschrieben durchzuführen. Mit den Daten des Bildes 2.19 erhält man für  $a_t(v_E)$   $c_0 = 0,7597 \text{ m/s}^2$  und  $v_{00} = 16,365 \text{ m/s}$  bei  $r = 0,9990$  und für  $a_s(v_E)$   $d_0 = 0,7332 \text{ m/s}^2$  und  $v_{00} = 13,907 \text{ m/s}$  bei  $r = 0,9998$ .

Gl. (2.72) wird mit Gl. (2.57) gleichgesetzt und nach  $t_{0E}$  bzw.  $s_{0E}$  umgestellt:

$$t_{0E} = \frac{v_E}{c_0} e^{v_E/v_{00}} \quad \text{und} \quad s_{0E} = \frac{v_E^2}{2d_0} e^{v_E/v_{00}}$$



v m/s	a <sub>t</sub> m/s <sup>2</sup>	a m/s <sup>2</sup>	a <sub>s</sub> m/s <sup>2</sup>	a m/s <sup>2</sup>
0	0	2,7620	0	2,4186
4,051	1,7613	1,3321	1,5482	1,3301
7,066	1,4721	1,1138	1,2868	1,1126
9,702	1,3290	1,0057	1,1650	1,0049
12,12	1,2370	0,9362	1,0854	0,9357
14,40	1,1705	0,8857	1,0281	0,8853
16,56	1,1190	0,8468	0,9823	0,8464
18,63	1,0773	0,8153	0,9459	0,8150
20,64	1,0425	0,7888	0,9155	0,7887
22,59	1,0128	0,7662	0,8893	0,7661
24,48	0,9869	0,7467	0,8667	0,7466
26,32	0,9641	0,7295	0,8467	0,7295
28,13	0,9438	0,7140	0,8289	0,7141
29,89	0,9255	0,7002	0,8129	0,7003
31,63	0,9089	0,6876	0,7983	0,6877
33,33	0,8936	0,6761	0,7849	0,6762

**Bild 2.20**

Ermittlung der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  aus den Bremskennlinien  $v(t)$  und  $s(t)$  der Schnellbremse in Bild 2.11 mit der allgemeinen Exponentialgleichung für  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$

Ableiten der Differentialquotienten  $dt_{0E}/dv_E$  und  $ds_{0E}/dv_E$  und Einsetzen in Gl. (2.69):

$$a = \frac{a_t}{1 + v_E / v_{00}} \quad \text{und} \quad a = \frac{a_s}{1 + 0,5 v_E / v_{00}} \quad (2.73)$$

Für  $a_t$  und  $a_s$  sind die aus Gl. (2.72) hervorgehenden Werte einzusetzen.

Bild 2.19 zeigt die mit Gl. (2.73) berechnete Kennlinie der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  der Diesellokomotive BR 232. Beide Gleichungen führen zum nahezu gleichen Ergebnis.

### Allgemeine Exponentialgleichung

Die mit Gl. (2.57) in die Abhängigkeit  $a_t = f(v_E)$  und  $a_s = f(v_E)$  überführten kinematischen Kennlinien von Fahrbewegungen werden mittels Regressionsrechnung und unter Benutzung der Bezugskonstanten  $c = 1 \text{ m/s}$  durch die allgemeine Exponentialgleichung ausgedrückt:

$$a_t = c_0 \left( \frac{v_E}{c} \right)^\kappa \quad \text{und} \quad a_s = d_0 \left( \frac{v_E}{c} \right)^\kappa \quad (2.74)$$

Bild 2.20 zeigt die Kennlinien  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$ , berechnet mit Gl. (2.57) für die Bremskennlinien  $s(t)$  und  $v(t)$  des Bildes 2.11. Die Regressionsrechnung zur Bestimmung der Konstanten  $c_0$  bzw.  $d_0$  und  $\kappa$  ist wie in Kap. 2.2.3.3 beschrieben durchzuführen.

Mit den Daten des Bildes 2.20 erhält man zu  $a_t(v_E)$   $c_0 = 2,7620 \text{ m/s}^2$  und  $\kappa = -0,3218$  bei  $r = 0,9999$  und zu  $a_s(v_E)$   $d_0 = 1,4186 \text{ m/s}^2$  und  $\kappa = -0,3210$  bei  $r = 0,9999$ .

Die Gl. (2.74) wird mit Gl. (2.57) gleichgesetzt und nach  $t_{0E}$  bzw  $s_{0E}$  umgestellt:

$$t_{0E} = \frac{v_E}{c_0} \left( \frac{v_E}{c} \right)^{-\kappa} \quad \text{und} \quad s_{0E} = \frac{v_E^2}{2d_0} \left( \frac{v_E}{c} \right)^{-\kappa}$$

Ableiten der Differentialquotienten  $dt_{0E}/dv_E$  und  $ds_{0E}/dv_E$  und Einsetzen in Gl. (2.69):

$$a = \frac{a_t}{1-\kappa} \quad \text{und} \quad a = \frac{2a_s}{2-\kappa} \quad (2.75)$$

Für  $a_t$  und  $a_s$  sind die aus Gl. (2.74) hervorgehenden Werte einzusetzen.

Bild 2.20 zeigt die mit Gl. (2.75) berechnete Kennlinie der Momentanbeschleunigung  $a(v)$  der Schnellbremsung eines Zugs. Beide Gleichungen haben nahezu gleiche Ergebnisse.

### Bewertung der Verfahren

Die auf den 3 Musterfunktionen beruhenden Rückrechnungen kommen ohne Rechentechnik aus, sind aber auf Kennlinien  $t(v)$  und  $s(v)$  und auf einmaliges Differenzieren beschränkt. Die einfache Rückrechnung ist mit beiden Exponentialgleichungen nur bei stetig verlaufenden Kurven  $a_t(v_E)$  und  $a_s(v_E)$  ohne Extremwertstelle möglich. Die Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus kann außerdem nur für konkav gekrümmte Kurven benutzt werden. Die Benutzbarkeit ist am Korrelationskoeffizienten  $r$  und am Vorzeichen von  $v_{00}$  zu erkennen.

Aus der Rückrechnung mit den 3 Musterfunktionen gehen sehr genaue Ergebnisse hervor. In Bild 2.18 passt sich die mit der Polynomgleichung zurückgerechnete Beschleunigungskurve  $a(v)$  sogar dem Knickpunkt der Übergangsgeschwindigkeit sehr gut an. Bedingung für die ausreichende Genauigkeit ist ein Korrelationskoeffizient nicht kleiner als  $r = 0,99$ .

### 2.5.3 Differenzenquotientenverfahren

Eine Messreihe oder Kennlinie kinematischer Größen  $y = f(x)$  kann mit dem Differenzenquotientenverfahren in Momentanbeschleunigungen überführt werden. Dafür sind je nach Variablenzuordnung Gl. (2.6/1), (2.7/1), (2.7/2) oder (2.8/1) zu benutzen:

$$s = f(t): \quad v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad v = f(t): \quad a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.76)$$

$$v = f(s): \quad a_m = v_m \frac{\Delta v}{\Delta s} \quad u_m = \frac{\Delta a}{\Delta t}$$

Die Messreihe oder Kennlinie ist in eine Stützstellentabelle mit Intervallbreiten von 5 bis 10 km/h bzw. mit diesem Abstand entsprechende Zeit- und Wegänderungen zu überführen. Diese Tabelle ist Ausgangspunkt der Berechnungen.

Bild 2.21 zeigt den Algorithmus zur Berechnung der  $v(t)$ -Werte aus 4 gegebenen  $s(t)$ -Werten der Stützstellen  $P_1$  bis  $P_4$ . Bild 2.22 enthält den Algorithmus zur Berechnung der  $a(t)$ -Werte aus 4 gegebenen  $v(t)$ -Werten der Stützstellen  $P_1$  bis  $P_4$ .

Gegeben: Kennlinienpunkte $P_{1 \dots n} (t_n; s_n)$			
$P_1(t_1; s_1)$	$P_2(t_2; s_2)$	$P_3(t_3; s_3)$	$P_4(t_4; s_4)$
← Intervall A → $\Delta t_A, \Delta s_A, v_{mA} = \text{konstant}$ $P_A(t_A; v_{mA})$	← Intervall B → $\Delta t_B, \Delta s_B, v_{mB} = \text{konstant}$ $P_B(t_B; v_{mB})$	← Intervall C → $\Delta t_C, \Delta s_C, v_{mC} = \text{konstant}$ $P_C(t_C; v_{mC})$	
← $\Delta t_A/2 \rightarrow$     ← Intervall Y → $\Delta t_Y, \Delta v_Y, a_{mY} = \text{konstant}$ $P_1(t_1; v_1)$	← $\Delta t_A/2 \rightarrow$     ← $\Delta t_B/2 \rightarrow$     ← Intervall Z → $\Delta t_Z, \Delta v_Z, a_{mZ} = \text{konstant}$ $P_2(t_2; v_2)$	← $\Delta t_B/2 \rightarrow$     ← $\Delta t_C/2 \rightarrow$     ← $\Delta t_C/2 \rightarrow$     $P_3(t_3; v_3)$	
← $v_1 = \dots$ $v_{mA} - a_{mY} \cdot \Delta t_A/2$	— $v_2 = \dots \rightarrow$ $v_{mA} + a_{mY} \cdot \Delta t_A/2$	— $v_3 = \dots \rightarrow$ $v_{mB} + a_{mZ} \cdot \Delta t_B/2$	— $v_4 = \dots \rightarrow$ $v_{mC} + a_{mZ} \cdot \Delta t_C/2$

**Bild 2.21**Algorithmus des Differenzenquotientenverfahrens zur Berechnung der Kennlinie  $v(t)$  aus  $s(t)$ 

Gegeben: Kennlinienpunkte $P_{1 \dots n} (t_n; v_n)$			
$P_1(t_1; v_1)$	$P_2(t_2; v_2)$	$P_3(t_3; v_3)$	$P_4(t_4; v_4)$
← Intervall A → $\Delta t_A, \Delta v_A, a_{mA} = \text{konstant}$ $P_A(t_A; a_{mA})$	← Intervall B → $\Delta t_B, \Delta v_B, a_{mB} = \text{konstant}$ $P_B(t_B; a_{mB})$	← Intervall C → $\Delta t_C, \Delta v_C, a_{mC} = \text{konstant}$ $P_C(t_C; a_{mC})$	
← $\Delta t_A/2 \rightarrow$     ← Intervall Y → $\Delta t_Y, \Delta a_Y, u_{mY} = \text{konstant}$ $P_1(t_1; a_1)$	← $\Delta t_A/2 \rightarrow$     ← $\Delta t_B/2 \rightarrow$     ← Intervall Z → $\Delta t_Z, \Delta a_Z, u_{mZ} = \text{konstant}$ $P_2(t_2; a_2)$	← $\Delta t_B/2 \rightarrow$     ← $\Delta t_C/2 \rightarrow$     ← $\Delta t_C/2 \rightarrow$     $P_3(t_3; a_3)$	
← $a_1 = \dots$ $a_{mA} - u_{mY} \cdot \Delta t_A/2$	— $a_2 = \dots \rightarrow$ $a_{mA} + u_{mY} \cdot \Delta t_A/2$	— $a_3 = \dots \rightarrow$ $a_{mB} + u_{mZ} \cdot \Delta t_B/2$	— $a_4 = \dots \rightarrow$ $a_{mC} + u_{mZ} \cdot \Delta t_C/2$

**Bild 2.22**Algorithmus des Differenzenquotientenverfahrens zur Berechnung der Kennlinie  $a(t)$  aus  $v(t)$

**Bild 2.21**

Zu den aus  $P_1$  bis  $P_4$  hervorgehenden 3 Intervallen A, B und C werden Zeit- und Wegdifferenz  $\Delta t$  und  $\Delta s$  bestimmt und wird mit Gl. (2.76/1) die mittlere Intervallgeschwindigkeit  $v_m$  berechnet. Sie wird der Intervallmitte (Stützstellen  $P_A$ ,  $P_B$  und  $P_C$ ) als momentane Geschwindigkeit zugewiesen (methodischer Fehler). Die 3 Stützstellen  $P_A$ ,  $P_B$  und  $P_C$  ergeben die beiden Intervalle Y und Z, für die mit Gl. (2.7/2) die mittlere Beschleunigung berechnet wird. Die  $a_{mY}$ - und  $a_{mZ}$ -Werte werden benutzt, um die zu  $P_A$  bis  $P_C$  gehörenden Geschwindigkeiten auf die Stützstellen  $P_1$  bis  $P_4$  zu transformieren. Anfangs- und Endgeschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_4$  sind mit dem größten methodischen Fehler belastet (Berechnung durch Extrapolation).

**Bild 2.22**

Der Algorithmus des Bildes 2.22 gleicht dem des Bildes 2.21. Die Transformation der Beschleunigungen zu  $P_A$  bis  $P_C$  erfolgt auf die Stützstellen  $P_1$  bis  $P_4$  mit dem mittleren Ruck  $u_m$ .

In der Praxis wird im Regelfall das sehr einfache und ohne Rechentechnik auskommende, aber mit dem größten Fehler verbundene Differenzenquotientenverfahren benutzt. Fehler bei der Stützstellenbildung führen zu sich sprunghaft ändernden Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungswerten. Das Glätten mit einer Regressionskurve ist dann unvermeidlich.

### 2.5.4 Polynomgleittechnik

Die Polynomgleichung bietet die Möglichkeit, die aus Messergebnissen hervorgehende Abhängigkeit zweier Variablen  $x$  und  $y$  (Zahlenwerte ohne Maßeinheit) ohne Schwierigkeiten funktional zu erfassen und auf einfache Art durch Differentiation und Integration in weitere Abhängigkeiten zu überführen. Die Polynomgleichung zur Abhängigkeit  $y = f(x)$  und die daraus hervorgehene 1. und 2. Ableitung ( $D_1$  und  $D_2$ ) und 1. und 2. Integration ( $I_1$  und  $I_2$ ) lauten:

$$\begin{aligned} y &= \sum_{n=0}^{n=p} (Y_n x^n) && (2.77) \\ D_1 &= \sum_{n=1}^{n=p} (n Y_n x^{n-1}) \quad \text{und} \quad D_2 = \sum_{n=2}^{n=p} [n(n-1) Y_n x^{n-2}] \\ I_1 &= \sum_{n=0}^{n=p} \left( \frac{Y_n}{n+1} x^{n+1} \right) \quad \text{und} \quad I_2 = \sum_{n=0}^{n=p} \left[ \frac{Y_n}{(n+1)(n+2)} x^{n+2} \right] \end{aligned}$$

Der Polynomgrad  $p$  ist solange zu erhöhen, wie eine wesentliche Verbesserung des Korrelationskoeffizienten möglich ist. Die Anzahl der Polynomkonstanten ist  $(p+1)$ .

#### Variablenzuordnungen

Die gemessenen Variablen  $t$ ,  $v$ ,  $s$  und  $a$  liegen in folgender Zuordnung vor:

- $t = f(v)$  bzw.  $v = f(t)$ ,
- $s = f(v)$  bzw.  $v = f(s)$
- $s = f(t)$  bzw.  $t = f(s)$  und
- $a = f(t)$ .

**Tabelle 2.8**

Polynomgleichungen für Zuordnungsmöglichkeiten kinematischer Variablen sowie Ableitungen und Integrationen

Weg-Zeit-Funktion $s(t)$	Geschwindigkeits-Zeit-Funktion $v(t)$	Geschwindigkeits-Weg-Funktion $v(s)$
$s = \sum_{n=0}^{n=p} [S_n \tau^n]$ $v = \sum_{n=1}^{n=p} [n S_n / t_{00} \tau^{n-1}]$ $a = \sum_{n=2}^{n=p} [n(n-1) S_n / t_{00}^2 \tau^{n-1}]$	$v = \sum_{n=0}^{n=p} [V_n \tau^n]$ $a = \sum_{n=1}^{n=p} [n V_n / t_{00} \tau^{n-1}]$ $s = \sum_{n=0}^{n=p} [V_n t_{00} / (n+1) \tau^{n+1}]$	$v = \sum_{n=0}^{n=p} [V_n \sigma^n]$ $dv/ds = \sum_{n=1}^{n=p} [n V_n / s_{00} \sigma^{n-1}]$ t(v) durch Schrittintegration
Zeit-Weg-Funktion $t(s)$	Zeit-Geschwindigkeits-Funktion $t(v)$	Weg-Geschwindigkeits-Funktion $s(v)$
$t = \sum_{n=0}^{n=p} [T_n \sigma^n]$ $dt/ds = \sum_{n=1}^{n=p} [n T_n / s_{00} \sigma^{n-1}]$ $d^2t/ds^2 = \sum_{n=2}^{n=p} [n(n-1) T_n / s_{00}^2 \sigma^{n-2}]$	$t = \sum_{n=0}^{n=p} [T_n \phi^n]$ $dt/dv = \sum_{n=1}^{n=p} [n T_n / v_{00} \phi^{n-1}]$ s(v) durch Schrittintegration	$s = \sum_{n=0}^{n=p} [S_n \phi^n]$ $ds/dv = \sum_{n=1}^{n=p} [n S_n / V_{00} \phi^{n-1}]$ t(v) durch Schrittintegration
Beschleunigungs-Zeit-Funktion $a(t)$		
$a = \sum_{n=0}^{n=p} [A_n \tau^n]$	$v = \sum_{n=0}^{n=p} [A_n t_{00} / (n+1) \tau^{n+1}]$	$s = \sum_{n=0}^{n=p} \{A_n t_{00}^2 / [(n+1)(n+2)] \tau^{n+2}\}$

Die Variablenzuordnung bezieht sich auf die Bewegungsabschnitte Anfahren, Auslaufen und Bremsen. Für die Aufstellung der Polynomgleichung ist diejenige Variablenzuordnung zu wählen, bei der die Anfangsbedingung  $t_A = 0$ ,  $s_A = 0$  und  $v_A = 0$  erfüllt ist.

Tabelle 2.8 enthält die Polynomgleichungen der einzelnen Zuordnungsmöglichkeiten der Variablen und die daraus durch Differentiation und Integration hervorgehenden Gleichungen weiterer Variablen.

### Normierung der unabhängigen Variable x

Zur Erfüllung der Bedingung, die Polynomgleichung als Größengleichung aufzustellen, wird die unabhängige Variable x mit den Bezugsgrößen  $v_{00}$ ,  $t_{00}$  und  $s_{00}$  normiert:

$$\varphi = \frac{v}{v_{00}}, \quad \tau = \frac{t}{t_{00}} \quad \text{und} \quad \sigma = \frac{s}{s_{00}} \quad (2.78)$$

**Tabelle 2.9**

Differentiation und Integration der Polynomgleichung 2. Grads sowie Ermittlung der Konstanten der Polynomgleichung 2. Grads bei deterministischem und stochastischem Lösungsansatz

Polynomgleichung 2. Grads Differentialquotient, Integral	Stochastischer Lösungsansatz für N = 7 Stützstellen
$y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2$ $D_1 = C_1 + 2C_2 x$ $I_1 = C_0 x + \frac{1}{2} C_1 x^2 + \frac{1}{3} C_2 x^3$	$C_0 N + C_1 [x] + C_2 [x^2] = [y]$ $C_0 [x] + C_1 [x^2] + C_2 [x^3] = [x y]$ $C_0 [x^2] + C_1 [x^3] + C_2 [x^4] = [x^2 y]$
Deterministischer Lösungsansatz für N = 3 Stützstellen	Polynomkonstanten der stochastischen Lösung
$C_0 + C_1 x_1 + C_2 x_1^2 = y_1$ $C_0 + C_1 x_2 + C_2 x_2^2 = y_2$ $C_0 + C_1 x_3 + C_2 x_3^2 = y_3$	$R_1 = \frac{N[x y] - [x][y]}{N[x^2] - [x]^2}$ $R_2 = \frac{N[x^3] - [x][x^2]}{N[x^2] - [x]^2}$ $R_3 = \frac{N[x^2 y] - [x^2][y]}{N[x^3] - [x][x^2]}$ $R_4 = \frac{N[x^4] - [x^2]^2}{N[x^3] - [x][x^2]}$ $C_2 = \frac{R_1 - R_3}{R_2 - R_4}$ $C_1 = R_1 - R_2 C_2$ $C_0 = \frac{1}{N} ([y] - [x]C_1 - [x^2]C_2)$
Polynomkonstanten der deterministischen Lösung	
$C_2 = \frac{y_3 - y_1}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} - \frac{y_2 - y_1}{(x_2 - x_1)(x_3 - x_2)}$ $C_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - (x_2 + x_1)C_2$ $C_0 = y_1 - C_1 x_1 - C_2 x_1^2$	

Die Bezugsgrößen haben die Maßeinheiten  $v_{00}$  in m/s,  $t_{00}$  in s und  $s_{00}$  in m. Bezugsgrößen sind Geschwindigkeit, Zeit und Weg jeweils der mittleren Stützstelle des Intervalls. Die normierten Variablen nehmen Werte um 1 an. Aus der Regressionsrechnung mit der normierten Variablen  $x$  erhält man die Polynomkonstanten  $V_n$  in m/s,  $T_n$  in s und  $S_n$  in m.

### Reziprokwerte der Differentialquotienten

Für  $s(t)$  und  $v(t)$  geht  $a(v)$  aus den Differentialquotienten der Fahrbewegung direkt hervor (Gl. (2.1) bis (2.4)). Für  $t(s)$ ,  $t(v)$  und  $s(v)$  ist der berechnete Differentialquotient der Polynomgleichung als Kehrwert in die Differentialquotienten der Fahrbewegung einzusetzen.

Reziprokwerte der Differentialquotienten der Fahrbewegung:

$$t = f(s): \quad v = \frac{1}{dt/ds} \quad \text{und} \quad a = \frac{d^2 t / ds^2}{(dt/ds)^3} \quad (2.79)$$

$$t = f(v): \quad a = \frac{1}{dt/dv}$$

$$s = f(v): \quad a = v \frac{1}{ds/dv}$$

### Polynomgleichung 2. Grads, intervallweise Differentiation und Integration

Die Erfassung des gesamten Fahrbewegungsabschnitts durch eine einzige Polynomgleichung führt nicht zum Erfolg. Bei höherem Polynomgrad  $p$  haben die durch Differentiation erhaltenen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen größere Fehler bzw. springen. Abhilfe schafft die Begrenzung auf das Polynom 2. Grads und die Benutzung der intervallweisen Differentiation und Integration.

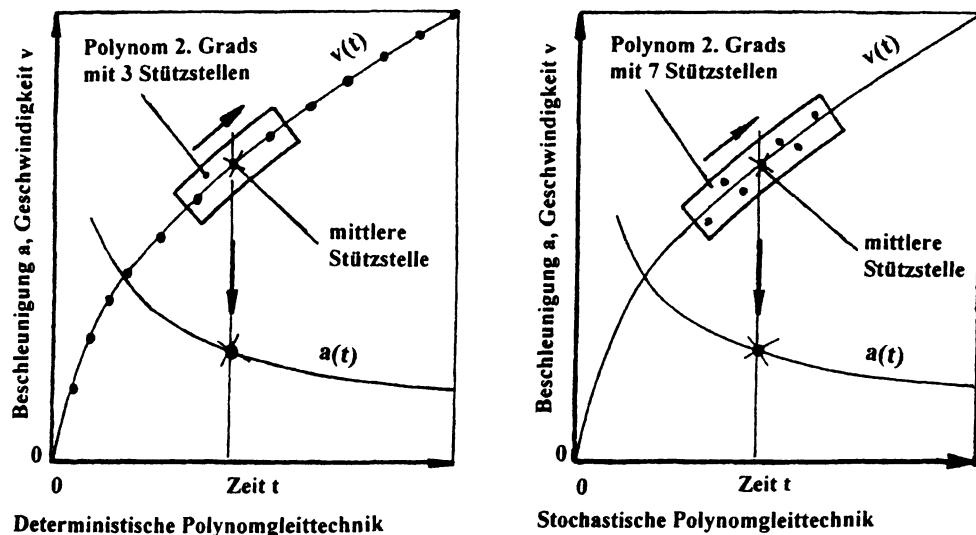
Tabelle 2.9 enthält die Polynomgleichung für  $p = 2$  und deren 1. Ableitung und 1. Integration. Die zweite Ableitung und Integration sind dadurch zu realisieren, dass mit den Ergebnissen der 1. Ableitung und Integration eine neue Polynomgleichung 2. Grads aufgestellt wird.

Um auch mit der Polynomgleichung 2. Grads beim Differenzieren und Integrieren genaue Ergebnisse zu erhalten, wird die Polynomgleittechnik in den Varianten deterministisch und stochastisch benutzt.

#### Deterministische Polynomgleittechnik

Die Polynomgleichung 2. Grads wird für 3 benachbarte Stützstellen mit dem Verfahren der nichtlinearen Interpolation von *Lagrange* aufgestellt. Die aufgestellte Gleichung erfüllt die 3 Stützstellen. Tabelle 2.9 enthält die Gleichungen des Verfahrens.

Die durch Differentiation bzw. Integration zu ermittelnde Variable wird mit dem Differentialquotienten bzw. mit dem Integral nur für die mittlere Stützstelle Nr. 2 berechnet. Die Werte der mittleren Stützstelle sind mit dem kleinsten methodischen Fehler verbunden.



**Bild 2.23**

Schematische Darstellung der deterministischen und stochastischen Polynomgleittechnik

Dann wird das Polynom um 1 Stützstelle weitergeschoben und der Rechenzyklus erneut durchlaufen. Lediglich am Anfang muss die 1. Stützstelle und am Ende die 3. Stützstelle berücksichtigt werden. Bild 2.23 zeigt die deterministische Polynomgleittechnik.

### Stochastische Polynomgleittechnik

Bei der stochastischen Polynomgleittechnik erfolgt die Aufstellung der Polynomgleichung 2. Grads mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate von *Gauß* für 7 benachbarte Stützstellen. Die aufgestellte Gleichung hat die minimale Abweichung zu den 7 Stützstellen. Die durch Differentiation bzw. Integration zu ermittelnde Variable wird mit dem Differentialquotienten bzw. mit dem Integral ebenfalls nur für die mittlere Stützstelle Nr. 4 berechnet. Am Beginn der Berechnungen müssen auch die Stützstellen Nr. 1, 2 und 3 und am Ende die Stützstellen Nr. 5, 6 und 7 einbezogen werden. Bild 2.23 zeigt die stochastische Polynomgleittechnik.

Beide Verfahren sind nur in Verbindung mit einem Rechenprogramm anwendbar, das die große Anzahl der Rechenoperationen der Zyklenwiederholungen in kürzester Zeit realisiert. Das Programm ist auf der Grundlage der Gleichungen in Tabelle 2.8 und 2.9 leicht zu erstellen. Die Entscheidung der Frage nach der günstigsten Variante hängt von den Bedingungen ab. Gezeichnete Kurven sind mit dem stochastischen Verfahren bei größtmöglicher Stützstellendichte auszuwerten. Für Messwerte ist das deterministische Verfahren zu bevorzugen.

## 2.6 Fahrbewegung im Gleisbogen

Beim Durchfahren von Gleisbögen unterliegt der Zug der zweidimensionalen Bewegung, bestehend aus der Tangential- und der Radialbewegung (Bild 2.24). Für die Untersuchung der Fahrbewegung im Gleisbogens ist davon auszugehen, dass der Bogen im Regelfall im Mittelteil aus einem Kreisbogen (konstanter Radius) und im Ein- und Auslaufbereich aus Übergangsbögen (sich ändernder Radius bei konstantem Ruck) besteht (Anordnung nach Bild 2.24).

### Bewegung auf der Kreisbahn

Bild 2.24 zeigt die Bewegung des Massenpunktes P auf der Kreisbahn. Die Tangentialbewegung ist die Fahrbewegung und die Radialbewegung eine die Fahrbewegung beeinflussende Nebenbewegung.

Krümmung  $k$ , Radius  $r$  und Drehwinkel  $\varphi$  sowie das tangentiale Wegelement  $ds$  sind die grundlegenden Variablen einer krummlinigen Bewegungsbahn:

$$k = \frac{d\varphi}{ds}, \quad r = \frac{1}{k} \quad \text{und} \quad ds = r d\varphi \quad (2.80)$$

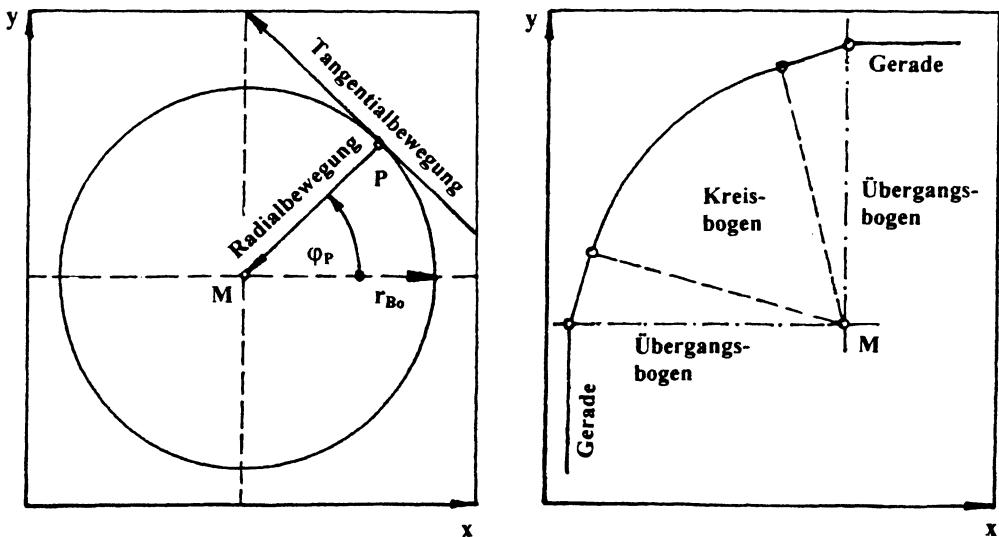
$$\varphi = f(t) \quad \text{und} \quad s(t) = r \varphi(t)$$

Das Differenzieren von Gl. (2.80) ergibt Drehgeschwindigkeit  $\omega$  und Drehbeschleunigung  $\alpha$ :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (2.81)$$

Geschwindigkeit  $v_T$  und Beschleunigung  $a_T$  der Tangentialbewegung betragen:

$$v_T = r \omega \quad \text{und} \quad a_T = r \alpha \quad (2.82)$$



**Bild 2.24**  
Zweidimensionale Bewegung beim Durchfahren eines Gleisbogens und Bahnelemente im Gleisbogen

**Tabelle 2.10**

Zulässige Radialbeschleunigungen

DB-Strecken bis 80 km/h .....	$a_{Rzul} = 0,65 \text{ m/s}^2$
DB-Strecken über 80 km/h.....	$a_{Rzul} = 0,85 \text{ m/s}^2$
DB-Strecken bei Neigetechnik.....	$a_{Rzul} = 1,00 \text{ m/s}^2$
SNCF-Strecken.....	$a_{Rzul} = 0,98 \text{ m/s}^2$
Straßenbahnstrecken.....	$a_{Rzul} = 1,00 \text{ m/s}^2$

Auf der Kreisbahn ist wegen konstantem Radius keine Radialgeschwindigkeit möglich. Für die sich durch die fortlaufende Richtungsänderung ergebende Radialbeschleunigung  $a_R$  gilt:

$$a_R = r \omega^2 \quad \text{und} \quad a_R = \frac{v_T^2}{r} \quad (2.83)$$

**Zulässige Geschwindigkeit im Kreisbogen**

In den Vorschriften für den Schienenverkehr ist die Radialbeschleunigung aus verschiedenen Gründen begrenzt worden. Tabelle 2.10 enthält zulässige Radialbeschleunigungen. Nach Gl. (2.81) gilt für die zulässige Geschwindigkeit in einem nicht überhöhten Gleisbogen:

$$v_{zul} = \sqrt{a_R r_{Bo}} \quad (2.84)$$

**Zulässige Geschwindigkeit Bogenein- und -ausfahrt**

Beim Wechsel des Bogenhalbmessers von  $r_{Bo1}$  in  $r_{Bo2}$  ändert sich die Radialbeschleunigung von  $a_{R1}$  in  $a_{R2}$ . Im Kreisbogen ohne Übergangsbogen tritt die Änderung  $\Delta a_R$  auf einem dem Achsabstand (zweiachsiges Fahrzeug) oder dem Drehzapfenabstand  $d$  entsprechenden Fahrweg ein. Bei konstanter Geschwindigkeit beträgt die Änderungszeit  $\Delta t = d/v$ .

Mittlerer Ruck des Bogenwechsels bei fehlendem Übergangsbogen:

$$u_R = \frac{a_{R2} - a_{R1}}{\Delta t} = \frac{a_{R2} - a_{R1}}{d} v$$

Einsetzen von Gl. (2.83) für  $a_R$ :

$$u_R = \frac{v^3}{d} \left( \frac{1}{r_{Bo2}} - \frac{1}{r_{Bo1}} \right) \text{ und } u_R = \frac{v^3}{d r_{Bo}} \quad (2.85)$$

In der 1. Gleichung ist bei gleichläufigen Bögen  $r_{Bo2}$  positiv und bei gegenläufigen Bögen negativ einzusetzen ( $r_{Bo1}$  ist positiv). Die 2. Gleichung gilt für den Wechsel von der Geraden in den Bogen und umgekehrt.

Die Umstellung von Gl. (2.85) nach  $v$  ergibt für die ruckbedingte zulässige Geschwindigkeit:

$$v_{zul} = \sqrt[3]{\frac{r_{Bo1} r_{Bo2}}{r_{Bo1} \pm r_{Bo2}} d u_{Rzul}} \quad (2.86)$$

In der 1. Gleichung sind alle Variablen positiv einzusetzen. Im Nenner ist bei gleichläufigen Bögen das negative Vorzeichen und bei gegenläufigen Bögen das positive Vorzeichen zu verwenden. Die 2. Gleichung gilt für den Wechsel von der Geraden in den Bogen und umgekehrt.

Wegen der Verträglichkeitsgrenze des Rucks für den Fahrgast von  $u_{Rzul} = 1 \text{ m/s}^3$  ist der Ruck bei der Bemessung der zulässigen Geschwindigkeit zu berücksichtigen. Bei der Eisenbahn wird im Regelfall mit  $u_{Rzul} = 0,85 \text{ m/s}^3$  und bei der Straßenbahn mit  $u_{Rzul} = 1,00 \text{ m/s}^3$  gerechnet. Im Güterverkehr entfällt die Verträglichkeitsgrenze durch den Ruck.

### Übergangsbogen

Die dem Kreisbogen vor- und nachgeordneten Übergangsbögen ermöglichen den Übergang bei konstantem Ruck. Die zulässige Geschwindigkeit des Übergangs ist dann kleiner als die des Kreisbogens. Den konstanten Ruck erreicht man durch Ausführung des Übergangs als Klothoide, ersatzweise auch als kubische oder quadratische Parabel.

### Geschwindigkeitsbegrenzung

Gleisbögen sind häufig der Grund von Geschwindigkeitsbegrenzungen. Neubaustrecken werden mit Bogenhalbmessern, die keine Geschwindigkeitsbegrenzung erforderlich machen, ausgeführt. Bei vorhandenen Strecken wird durch Anwendung der Überhöhung der Bogenaußen- schiene und der Neigetechnik das Anheben der zulässigen Geschwindigkeit erreicht.

### Überhöhung der Außenschiene

Um die zulässige Geschwindigkeit in Gleisbögen zu erhöhen, wird die äußere Bogenschiene um das Maß  $\ddot{u}$  überhöht. Das Fahrzeug erfährt dadurch eine Querneigung um den Winkel  $\alpha$ .

Der Querneigungswinkel  $\alpha$  beträgt nach Bild 2.25:

$$\tan \alpha = \frac{\ddot{u}}{b}, \quad \alpha = \arctan \frac{\ddot{u}}{b} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{\ddot{u}}{b} \quad (2.87)$$

Bei den kleinen Winkeln der Gleisüberhöhung ist  $\tan \alpha$  durch den Bogenwinkel  $\alpha$  zu ersetzen. Der Laufkreisabstand der Räder  $b$  beträgt für die Normalspur  $b = 1500 \text{ mm}$  und für die Meter- spur  $b = 1065 \text{ mm}$ .

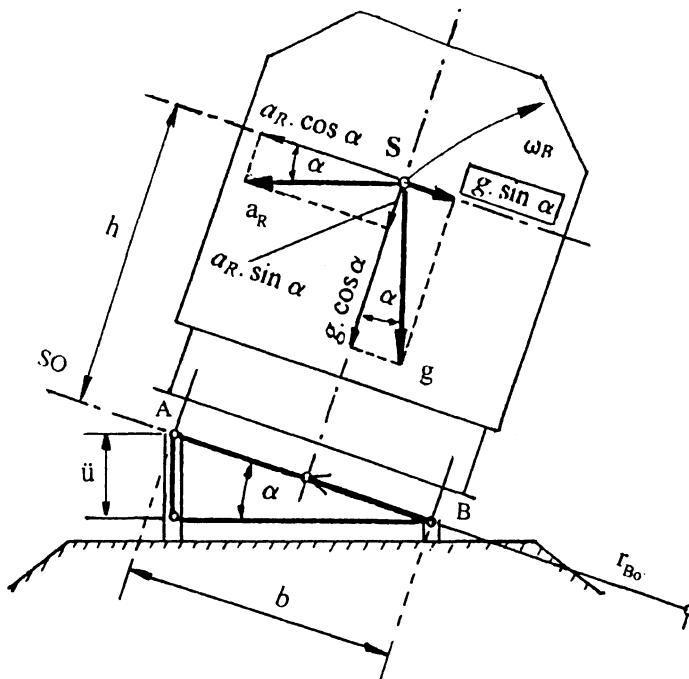


Bild 2/25

Radiale Beschleunigungen am Fahrzeug beim Durchfahren eines Bogens mit überhöhter Außenschiene

Bild 2.25 zeigt die im überhöhten Gleisbogen wirkenden Beschleunigungen. Die Fallbeschleunigung  $g$  wirkt senkrecht zur Erdoberfläche und die Radialbeschleunigung  $a_R$  parallel zu ihr. Bei Bezugnahme auf die Ebene des überhöhten Gleises erhält man die einander entgegen wirkenden Komponenten  $a_R \cos \alpha$  und  $g \sin \alpha$ . Das Gleichsetzen ( $a_R \cos \alpha = g \sin \alpha$ ) und die Umstellung nach  $\alpha$  ergibt den optimalen Neigungswinkel  $\alpha_{\text{opt}}$ , bei dem die Radialbeschleunigung  $a_R$  durch die Querneigung kompensiert wird ( $a_R = 0$ ):

$$a_R = g \tan \alpha_{\text{opt}} \quad \text{und} \quad \alpha_{\text{opt}} = \arctan \frac{a_R}{g} \quad (2.88)$$

$$a_R = g \alpha_{\text{opt}} \quad \text{und} \quad \alpha_{\text{opt}} = \frac{a_R}{g}$$

Die Gleichungen der zweiten Zeile gelten für kleine Neigungswinkel  $\alpha$ .

Das Gleichsetzen von Gl. (2.87) und (2.88) und die Umstellung nach  $\ddot{u}$  ergibt die zur vollständigen Kompensation von  $a_R$  erforderliche optimale Überhöhung  $\ddot{u}_{\text{opt}}$ :

$$\ddot{u}_{\text{opt}} = \frac{a_R}{g} b \quad (2.89)$$

Die Überhöhung  $\Delta \ddot{u}$  ist der zulässigen Radialbeschleunigung  $a_{Rzul}$  äquivalent:

$$\Delta \ddot{u} = \frac{a_{Rzul}}{g} b \quad (2.90)$$

Aus Gl. (2.90) erhält man für das normalspurige Gleis ( $b = 1,5 \text{ m}$ ) bei  $a_{Rzul} = 0,65 \text{ m/s}^2$   $\Delta \ddot{u} = 100 \text{ mm}$  und bei  $a_{Rzul} = 0,85 \text{ m/s}^2$   $\Delta \ddot{u} = 130 \text{ mm}$ .

Für die auszuführende (vorhandene) Überhöhung gilt:

$$\ddot{u}_{\text{vorh}} = \ddot{u}_{\text{opt}} - \Delta \ddot{u} \quad (2.91)$$

Bei Überhöhungungen der Außenschiene von Bögen ist zu beachten, dass das Geschwindigkeitsniveau der Züge unterschiedlich ist und dass auch Züge im Bogen zum Halten kommen können. Deshalb ist die Überhöhung in den Vorschriften begrenzt worden. Auf DB-Strecken sind Überhöhungungen bis  $\ddot{u}_{\text{max}} = 150$  mm und auf SNCF-Strecken bis 180 mm zugelassen.

Zur Berechnung der zulässigen Geschwindigkeit werden Gl. (2.89) und (2.90) in Gl. (2.91) eingesetzt. Für  $a_{R,zul}$  Gl. (2.83) eingesetzt. Die Auflösung nach  $v$  ergibt:

$$v_{\text{zul}} = \sqrt{g r_{\text{Bo}} \frac{\ddot{u}_{\text{vorh}} + \Delta \ddot{u}}{b}} \quad \text{bzw. } v_{\text{zul}} = \sqrt{g r_{\text{Bo}} (\alpha_{\text{vorh}} + \Delta \alpha)} \quad (2.92)$$

$v_{\text{zul}}$	zulässige Geschwindigkeit in m/s	$r_{\text{Bo}}$	Bogenhalbmesser in m
$b$	Laufkreisabstand in m	$g$	Fallbeschleunigung in m/s <sup>2</sup>
$\ddot{u}_{\text{vorh}}$	vorhandene Überhöhung der äußeren Bogenschiene in m		
$\Delta \ddot{u}$	äquivalenter Überhöhungszuschlag für $a_{R,zul}$ in m (Gl. (2.9))		
$\alpha_{\text{vorh}}$	vorhandener Querneigungswinkel in rad (Gl. (2.87))		
$\Delta \alpha$	äquivalenter Querneigungswinkel für $a_{R,zul}$ in rad (Gl. (2.87))		

Außerhalb der optimalen Geschwindigkeit ist die unausgeglichene Radialbeschleunigung  $\Delta a_R$  vorhanden. Nach Bild 2.25 besteht bei einer vom optimalen Wert abweichenden Fahrgeschwindigkeit  $v$  folgende Gleichgewichtsbedingung:

$$\Delta a_R \cos \alpha = a_R \cos \alpha - g \sin \alpha.$$

Daraus ergeben sich folgende Gleichungen für die unausgeglichene, auf die äußere Bogenschiene wirkende Radialbeschleunigung:

$$\Delta a_R = a_{R,0} - g \alpha_{\text{vorh}} \quad \text{bzw. } \Delta a_R = \frac{v^2}{r_{\text{Bo}}} - g \frac{\ddot{u}_{\text{vorh}}}{b} \quad (2.93)$$

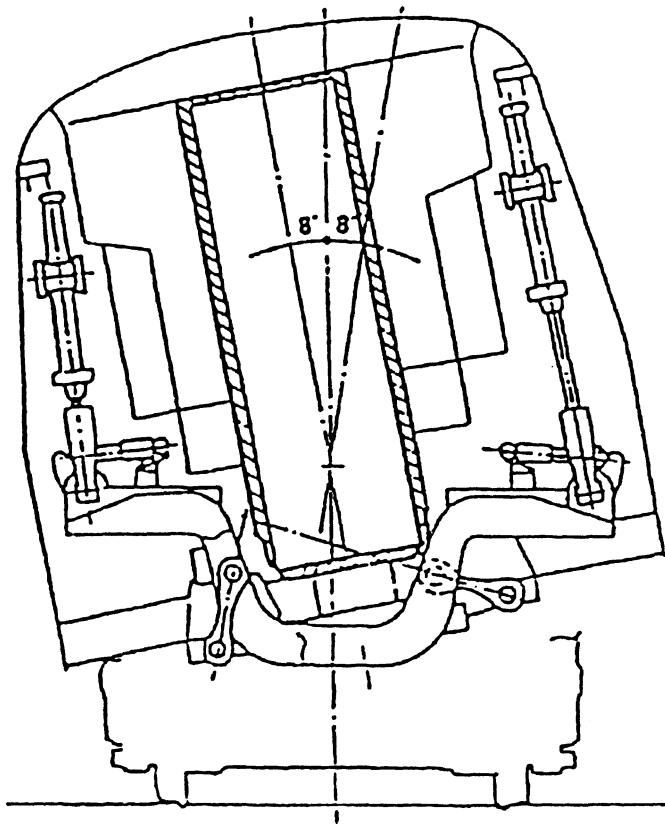
Die Variable  $a_{R,0}$  ist die Radialbeschleunigung auf nicht überhöhtem Gleis.

### Neigetechnik

Eine weitere Möglichkeit zur Erhöhung der zulässigen Geschwindigkeit in Gleisbögen ist die Neigetechnik. Bild 2.26 zeigt eine der Neigetechnik-Ausführungen. Es kommen entweder die gesteuerte Einstellung eines unterschiedlichen Höhenunterschieds der Luftfedern auf der rechten und linken Fahrzeugseite oder die Aufhängung des Wagenkastens als Pendel und die gesteuerte Einstellung des Pendelausschlags zur Anwendung. Durch die gleisbogenabhängige Wagenkastensteuerung erfährt der Wagenkasten eine zusätzliche Querneigung gegenüber der durch die Schienenoberkanten (SO) gehenden Ebene.

Durch die zusätzliche Neigung des Wagenkastens wird nur die am Wagenkasten wirksame, von den Fahrgästen zu spürende Radialbeschleunigung reduziert, aber nicht die äußere, vom gesamten Fahrzeugkörper auf das Gleis übertragene Radialbeschleunigung. Werden Strecken von Fahrzeugen mit Neigetechnik befahren, ist wegen der größeren Wirkung auf das Gleis ein erhöhter Verschleiß der äußeren Schiene der Bögen festzustellen.

Bild 2.27 zeigt am Fahrzeugquerschnitt die bei Neigetechnik vorhandenen Beschleunigungen.

**Bild 2.26**

Aktive gleisbogenabhängige Wagenkastensteuerung der Bauart FIAT im Dieseltriebwagen der Baureihe 610 der DB AG

Der durch die Neigetechnik erzeugte Neigungswinkel  $\beta$  des Wagenkastens gegenüber der SO-Ebene ergibt die auf den Laufkreisabstand  $b$  bezogene äquivalente Überhöhung  $\delta\ddot{u}$ :

$$\delta\ddot{u} = b \tan \beta \quad \text{bzw. } \delta\ddot{u} = b \beta \quad (2.94)$$

Zur Berechnung der zulässigen Geschwindigkeit bei Neigetechnik ist in Gl. (2.92) der Winkel  $\beta$  bzw. die Überhöhung  $\delta\ddot{u}$  zusätzlich zu berücksichtigen:

$$v_{zul} = \sqrt{g r_{Bo} \frac{\ddot{u}_{vorh} + \Delta\ddot{u} + \beta}{b}} \quad (2.95)$$

$$v_{zul} = \sqrt{g r_{Bo} (\alpha_{vorh} + \Delta\alpha + \beta)}$$

### Berechnungsbeispiel 2.15

Für einen Gleisbogen mit dem Radius  $r_{Bo} = 300$  m sind zu verschiedenen technischen Parametern die zulässigen Geschwindigkeiten zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung

a) Ohne Überhöhung,  $a_{Rzul} = 0,65 \text{ m/s}^2$ , Gl. (2.84):

$$v_{zul} = 3,6 \cdot (0,65 \cdot 300)^{0,5} = 50 \text{ km/h}$$

b)  $\ddot{u}_{\text{vorh}} = \ddot{u}_{\text{max}} = 0,150 \text{ m}$ ,  $a_{Rzul} = 0,85 \text{ m/s}^2$  ( $\Delta \ddot{u} = 0,130 \text{ m}$ ), Gl. (2.90) und (2.92):

$$v_{\text{zul}} = 3,6 \cdot [9,81 \cdot 300 \cdot (0,150 + 0,130)/1,500]^{0,5} = 85 \text{ km/h}$$

c)  $\ddot{u}_{\text{vorh}} = \ddot{u}_{\text{max}} = 0,150 \text{ m}$ ,  $a_{Rzul} = 0,85 \text{ m/s}^2$  ( $\Delta \ddot{u} = 0,130 \text{ m}$ ), mit Neigetechnik,  $\beta = 8^\circ$  bzw.  $\beta = 0,1396 \text{ rad}$ , Gl. (2.90), (2.94) und (2.95):

$$\delta \ddot{u} = 1,500 \cdot 0,1396 = 0,2094 \text{ m}$$

$$v_{\text{zul}} = 3,6 \cdot [9,81 \cdot 300 \cdot (0,150 + 0,130 + 0,2094)/1,500]^{0,5} = 112 \text{ km/h} (31,0 \text{ m/s})$$

Belastung der Außenschiene, Gl. (2.93):

$$\Delta a_R = 31,0^2/300 - 9,81 \cdot 0,150/1,500 = 2,22 \text{ m/s}^2$$

d) Ohne Übergangsbogen, Drehzapfenabstand  $d = 19,0 \text{ m}$ ,  $u_{Rzul} = 0,85 \text{ m/s}^3$ , Gl. (2.83/2):

$$v_{\text{zul}} = 3,6 \cdot (300 \cdot 19,0 \cdot 0,85)^{1/3} = 61 \text{ km/h}$$

Aus den Ergebnissen des Beispiels 2.15 geht hervor, dass die Neigetechnik auf bogenreichen Strecken eine beachtliche Geschwindigkeitserhöhung ermöglicht, allerdings für den Preis einer wesentlich erhöhten Seitenbelastung der Außenschiene und der Räder.

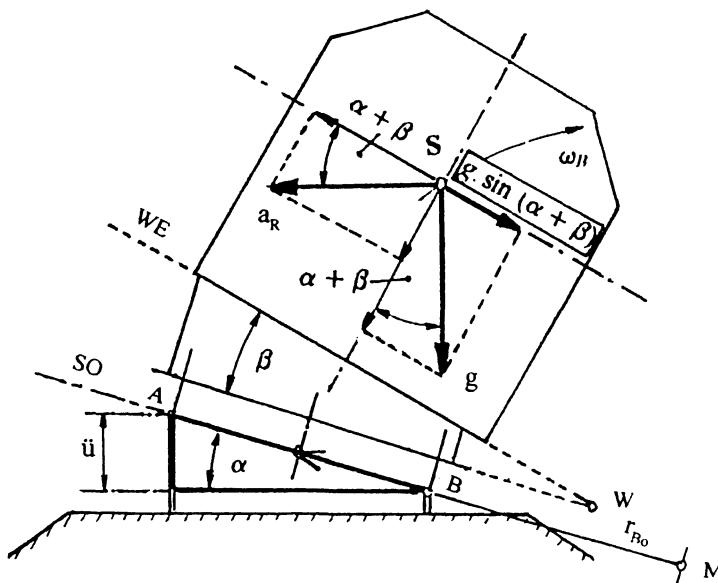


Bild 2.27

Querbeschleunigungen am Schienenfahrzeug mit neigbarem Wagenkasten im Bogen mit überhöhter Außenstrecke

### 3 Neigungs- und Widerstandskraft

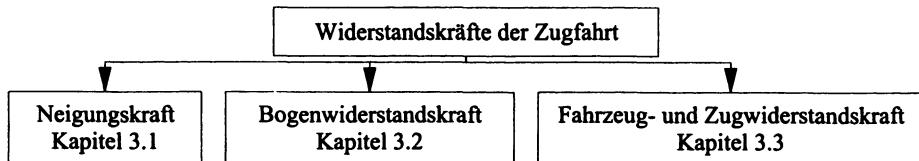


Bild 3.1

Gliederung der Widerstandskräfte der Zugfahrt in der ersten Ebene

#### 3.1 Neigung und Neigungskraft

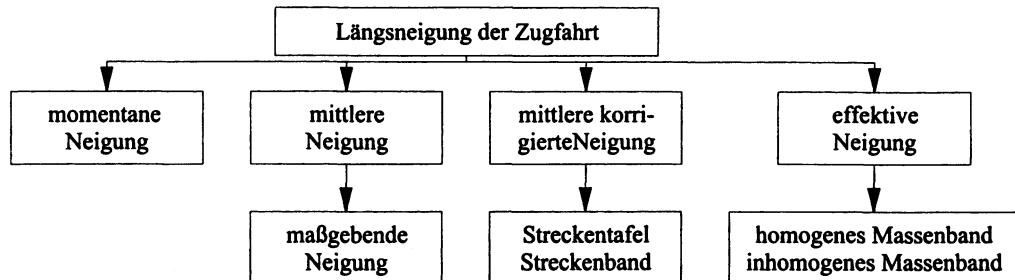


Bild 3.2

Gliederung der Längsneigung (und der Neigungskraft) der Zugfahrt

##### 3.1.1 Streckenlängsneigung und Neigungskraft

Das Schienenfahrzeug unterliegt beim Fahren der dreidimensionalen Bewegung. Die erste Dimension beinhaltet die Längsbewegung (x-Richtung), die zweite Dimension die Seitenbewegung der Bogendurchfahrt (y-Richtung) und die dritte Dimension die Vertikalbewegung der Höhenlageänderung (z-Richtung). Zur Untersuchung des Einflusses der Höhenlageänderung auf die Fahrbewegung ist vom **Lage- und Höhenplan** der Eisenbahnstrecke auszugehen.

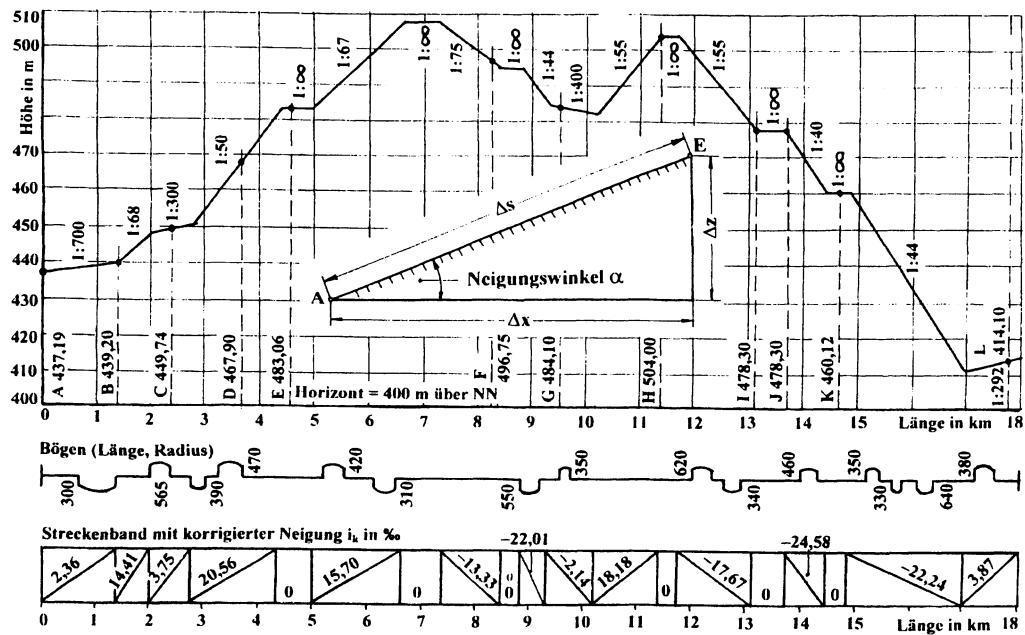
Bild 3.3 zeigt den Lage- und Höhenplan. Zwischen Anfangspunkt A und Endpunkt E eines geneigten Streckenabschnitts sind folgende Längen zu unterscheiden:

- waagerechte Länge  $\Delta x$ ,
- vertikale Länge bzw. Höhenänderung  $\Delta z$  und
- resultierende Länge bzw. Fahrweg  $\Delta s$ .

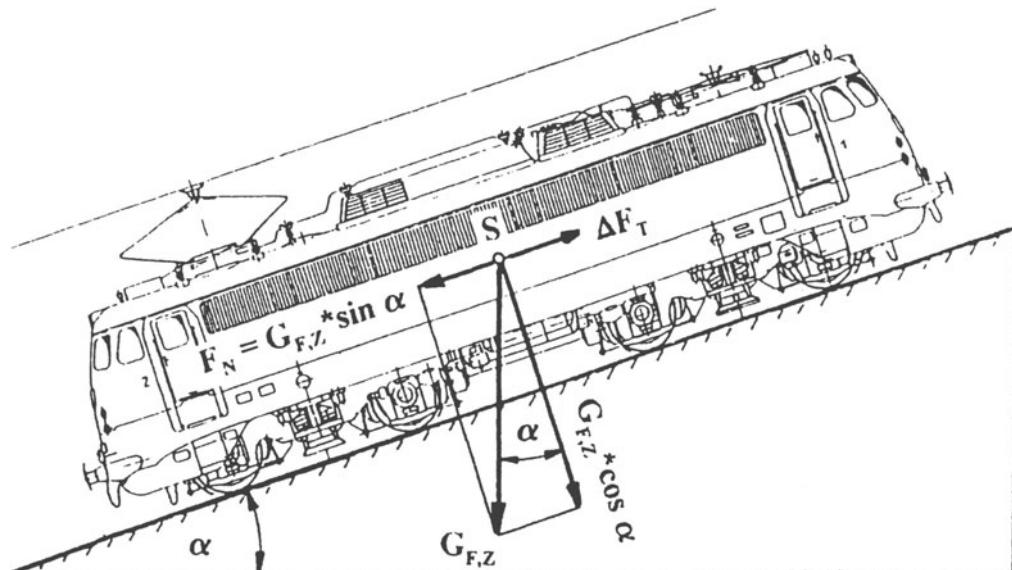
Zwischen diesen Längen bestehen folgende Beziehungen:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta s} \quad \text{und} \quad i = \tan \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (3.1)$$

Die Neigung  $i$  ist der Tangens des Neigungswinkels  $\alpha$ .

**Bild 3.3**

Vereinfachter Lage- und Höhenplan der Schönbuchbahn Böblingen – Dettenhausen [ETR 2000, H.1/2]  
A.....L Bahnhöfe und Haltepunkte mit Angabe der Höhe

**Bild 3.4**

Kräfte am Schienenfahrzeug bzw. am Zug beim Befahren eines Streckenabschnitts mit Längsneigung

**Tabelle 3.1**

Zulässige und technisch mögliche mittlere Längsneigungen im Schienenverkehr

Bahn- und Streckenvariante	Längsneigung	Bahn- und Streckenvariante	Längsneigung
<b>Eisenbahn</b>			<b>Zahnradbahn</b>
Hauptstrecken .....	bis 25 %	Rigibahn .....	bis 200 %
Nebenstrecken Regel/Ausnahme ...	bis 40 %/ 60 %	Jungfraubahn .....	bis 250 %
Rübelandbahn .....	bis 63 %	Zugspitzbahn .....	bis 258 %
Hochgeschwindigkeitsstrecken.....	bis 40 %	Pilatusbahn .....	bis 480 %
<b>Straßenbahn</b>			Panamakanalbahn .....
Neubaustrecken.....	bis 50 %		bis 500 %
Züge mit Achsen ohne Antrieb.....	bis 70 %		
Züge mit Antrieb aller Achsen.....	bis 110 %		
Plauen (Sachsen), Bahnhofstrasse..	80 %		

Vereinbart man für den Ablauf der Fahrbewegung stets Wegzuwachs, so müssen  $\Delta x$  und  $\Delta s$  positiv sein. Bei der Höhenlageänderung  $\Delta z = z_E - z_A$ , und damit auch bei der Neigung  $i$ , ist aber der doppelte Richtungssinn zu verzeichnen:

**Steigung** bei  $z_E > z_A$ , Zahlenwert  $\Delta z$  und  $i$  ist **positiv** und

**Gefälle** bei  $z_E < z_A$ , Zahlenwert von  $\Delta z$  und  $i$  ist **negativ**.

### Formen und Maßeinheiten

Für Neigungsangaben werden folgende Formen und Maßeinheiten benutzt:

#### 1. Maßeinheitenloser Quotient $i = \Delta z : \Delta x$

Beispiel  $i = 1 : 25$ , auf der waagerechten Länge  $\Delta x = 25 \text{ m}$  ist der Höhenunterschied  $\Delta z = 1 \text{ m}$  zu überwinden. Diese Darstellungsform wird in Lage- und Höhenplänen benutzt (Bild 3.3).

#### 2. Maßeinheitenlose Zahl, berechnet als $i = \Delta z / \Delta x$

Beispiel  $i = 1 \text{ m} / 25 \text{ m} = 0,040$ , auf der waagerechten Strecke von  $\Delta x = 1 \text{ m}$  wird ein Höhenunterschied von  $\Delta z = 0,040 \text{ m}$  bzw. auf 1000 m von 40 m überwunden. Diese Darstellungsform ist in Gleichungen und Rechenprogrammen zu benutzen.

#### 3. Zahl mit der Maßeinheit Promille (‰), berechnet als $1000 \% \cdot \Delta z / \Delta x$

Beispiel  $i = 1000 \% \cdot 0,040 = 40 \%$ , auf der waagerechten Strecke  $\Delta x = 1 \text{ km}$  wird ein Höhenunterschied  $\Delta z = 40 \text{ m}$  überwunden. Diese Darstellung ist zur Streckenbewertung zu benutzen.

### Mittlere Längsneigung

Das Lage- und Höhenprofil enthält engmaschige Neigungsangaben für verhältnismäßig kurze Distanzen, die für Zugfahrtuntersuchungen ungeeignet sind. Deshalb erfolgt die Zusammenfassung zu mittleren Neigungen längerer Distanzen. Das Zusammenfassen ist in Abhängigkeit von der vorgesehenen Variante der Zugfahrtrechnung vorzunehmen. Im Regelfall sollen die Einzelneigungen bei Längen bis 200 m nicht mehr als  $\pm 2 \%$  und bei Längen bis 500 m nicht mehr als 1 ‰ vom Mittelwert abweichen. Steigungen und Gefälle sollten möglichst nicht zusammengefasst werden. Auf Nahverkehrsstrecken erfolgt das Zusammenfassen im Regelfall für Stationsabstände. Für die Auslaufuntersuchung und für die Untersuchung des Wagenablaufs sind feinere Zusammenfassungen erforderlich.

Am einfachsten ist die mittlere Neigung aus den Höhen- und Längenkoordinaten am Anfang und Ende eines Abschnitts zu berechnen. Die Berechnung ist aber auch über das Produkt von Neigung und Länge der Einzelabschnitte möglich:

$$i_m = \frac{z_E - z_A}{x_E - x_A} \quad \text{und} \quad i_m = \frac{\sum (i_x l_{Nx})}{\sum l_{Nx}} \quad (3.2)$$

### Mittlere korrigierte Neigung

Für Zugfahrtrechnungen erfolgt das Zusammenfassen von mittlerer Längsneigung  $i_m$  und der Bogenwiderstandszahlen  $f_{Bo}$  der  $l_N$ -Abschnitte:

$$i_k = i_m + \frac{\sum (f_{Box} l_{Box})}{l_N} \quad (3.3)$$

Bögen mit Halbmessern über 700 m sind im Regelfall zu vernachlässigen. Da bei Fahrt-richtungswchsel die  $i_m$ -Werte das Vorzeichen wechseln, die  $f_{Bo}$ -Werte aber stets positiv sind, müssen die  $i_k$ -Werte für Hin- und Rückfahrt berechnet werden.

Die korrigierten Neigungen der Gesamtstrecke sind im Streckenband bzw. in der Streckentafel enthalten. Bild 3.3 zeigt das im Regelfall 2 cm breite Streckenband. In der Streckentafel sind die  $s_x$ -Werte der Stützstellen  $P_x (s_x; i_{kx})$  auf den Abschnittsanfang zu beziehen.

Zur Zugfahrtsimulation ist die Streckentafel in die Streckendatei einzugeben. Die Streckendatei enthält die korrigierten Neigungen und die von der Strecke ausgehenden Steuergrößen der Zugfahrt, z.B. die zulässige Geschwindigkeit der Abschnitte.

### Maßgebende Neigung

Die maßgebende Neigung  $i_{ma}$  ist die maximale mittlere Neigung einer Eisenbahnstrecke. Auf ihrer Grundlage werden festgelegt:

- die *Mindestbremshundertstel* (Gewährleistung der Sicherheit),
- die *Anfahrgrenzmasse* (Gewährleistung der Anfahrmöglichkeit) und
- die *Wagenzugmasse bei Mindestgeschwindigkeit* (Gewährleistung des Streckendurchlasses)

In den Fahrdienstvorschriften der ehemaligen Deutschen Reichsbahn (DV 408 FV § 19 Abs. 4) ist folgende Definition der maßgebenden Neigung enthalten:

„Die maßgebende Längsneigung ist die Neigung der Verbindungslinie der 2000 m voneinander entfernten Punkte der Strecke mit dem größten Höhenunterschied. Ist die so ermittelte Neigung stärker als 1 : 100, so ist anstelle des Maßes von 2000 m ein solches von 1000 m anzuwenden. Ergibt die Verbindungslinie vom Beginn des verfügbaren Bremswegs bis zum Hauptsignal eine stärkere Neigung, so ist diese die maßgebende Längsneigung.“

Diese Definition gilt für den konventionellen Schienenverkehr. Sie ist nicht auf den Hochgeschwindigkeitsverkehr übertragbar (Bremswege von ca. 5000 m gegenüber 1000 m).

### Neigungskraft

Bild 3.4 zeigt ein Schienenfahrzeug auf geneigter Fahrbahn. Zur Bestimmung der im Schwerpunkt S angreifenden Kräfte ist von den Kräften der schiefen Ebene auszugehen. Die Fahrzeug- bzw. Zuggewichtskraft  $G_{F,Z}$  wird in zwei Kräfte zerlegt. Senkrecht auf der Bewegungsebene steht die Komponente  $G_{F,Z} \cdot \cos\alpha$  und parallel liegt die Komponente  $G_{F,Z} \cdot \sin\alpha$ .

Die Neigungskraft  $F_N$  ist die in Richtung der Bewegungsebene liegende Komponente, zu deren Kompensation in der Steigung die Teilzugkraft  $\Delta F_T$  und im Gefälle die Teilbremskraft  $\Delta F_B$  aufgebracht werden muss. Die Division der Neigungskraft  $F_N$  mit der Fahrzeug- bzw. Zuggewichtskraft  $G_{F,Z}$  ergibt die **Neigungskraftzahl**  $f_N$ :

$$F_N = G_{F,Z} \sin \alpha \quad \text{und} \quad F_N = f_N G_{F,Z} \quad \text{mit} \quad f_N = \sin \alpha \quad (3.4)$$

Für die maximale Neigung des konventionellen Schienenverkehrs  $i_m = \tan \alpha = 0,100$  (100 ‰) erhält man  $\alpha = \arctan 0,100 = 0,09997$  rad und  $\sin \alpha = 0,09950$ . Sofern die Neigung 100 ‰ nicht übersteigt, besteht Übereinstimmung zwischen  $\sin \alpha$  und  $\tan \alpha$ . Deshalb kann unter Beachtung der Regel für die Vorzeichenwahl der Kräfte (Kap. 1.2.2) gesetzt werden:

$$f_N = -i_m \quad \text{bzw.} \quad f_N = -i_k \quad \text{und} \quad F_N = -i_m G_{F,Z} \quad \text{bzw.} \quad F_N = -i_k G_{F,Z} \quad (3.5)$$

### Berechnungsbeispiel 3.1

Für den Abschnitt  $l_{Nges} = 1000$  m einer Eisenbahnstrecke ist die mittlere Neigung  $i_m$ , der Höhenunterschied zwischen Anfang und Ende  $\Delta z$  und die korrigierte Neigung  $i_k$  zu berechnen.

Gegebene Werte:

$l_N$ in m	150	210	330	50	120	140	$r_{Bo}$ in m	250	320	480	560
i in ‰	+4,33	+5,26	+2,75	-1,93	0	+2,2	$l_{Bo}$ in m	85	300	135	172
$l_{Nges} = \sum l_{Nx}$	1000 m						$f_{Bo}$ in ‰	2,27	1,72	1,11	0,94

Lösungsweg und Lösung

Berechnung von  $i_m$  mit Gl.(3.2), von  $\Delta z$  mit Gl.(3.1) und von  $i_k$  mit Gl.(3.3)

$$i_m = (4,33 \cdot 150 + 5,26 \cdot 210 + 2,75 \cdot 330 - 1,93 \cdot 50 + 0 \cdot 120 + 2,2 \cdot 140) / 1000$$

$$i_m = +2,873 \text{ ‰ bzw. } +0,002873$$

$$\Delta z = i_m l_{Nges} = 0,002873 \cdot 1000 = 2,873 \text{ m}$$

$$i_k = 2,873 + (2,27 \cdot 85 + 1,72 \cdot 300 + 1,11 \cdot 135 + 0,94 \cdot 172) / 1000 = 2,873 + 1,021$$

$$i_k = 3,894 \text{ ‰ bzw. } 0,003894$$

Hinweis: Das Berechnen von Streckenbändern bzw. -tafeln aus den Daten von Lage- und Höhenplänen ist sehr aufwändig. Die Daten deutscher Eisenbahnstrecken sind im Zentralrechner der DB AG erfasst. Aus diesen Daten sind die für die computergestützte Zugfahrtrechnung erforderlichen Streckendateien mit einem Rechenprogramm verhältnismäßig einfach aufzustellen.

### Berechnungsbeispiel 3.2

Die Pilatusbahn besitzt eine Streckenlänge  $\Delta s = 4600$  m und überwindet einen Höhenunterschied  $\Delta z = 1629$  m. Die größte Neigung beträgt  $i_{max} = \pm 480$  ‰. Sie wird mit Triebwagen betrieben (Masse  $m_Z = 20$  t,  $G_Z = 196,2$  kN). Mittlere Neigung der Gesamtstrecke  $i_m$  und die bei gleichförmiger Bewegung auf der maximalen Neigung vorhandene Neigungskraft  $F_N$  sind zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung

$$\text{Gl. (3.1)} \quad \alpha = \arcsin (\Delta z / \Delta s) = \arcsin (1629 / 4600) = 0,3620 \text{ rad}$$

$$i_m = \tan \alpha = \tan 0,3620 = \pm 0,3790 \text{ bzw. } \pm 379 \text{ ‰}$$

Präzise Berechnung, Gl.(3.1) und (3.4)

$$\alpha_{max} = \arctan i_{max} = \arctan 0,480 = 0,4475 \text{ rad}$$

$$f_N = \sin \alpha = \sin 0,4475 = 0,4327 \quad \text{und} \quad F_N = f_N G_Z = 0,4327 \cdot 196,2 = \pm 84,9 \text{ kN}$$

Überschlägliche Berechnung, Gl. (3.5)

$$F_N = -i_m G_Z = 0,480 \cdot 196,2 = -94,2 \text{ kN} \quad (\text{Die überschlägliche Berechnung ist nicht benutzbar})$$

### 3.1.2 Effektive Neigung

Die auf den Zug wirkende Neigungskraft wird, wie in Bild 3.5 dargestellt, auf die Zugspitze (Punkt B) bezogen. Die Neigungskraft ist auf der Basis folgender Zugmodelle zu berechnen:

- **Massenpunkt**

(Zug hat Länge  $l_z = 0$ ; Konzentration der Zugmasse im Punkt B),

- **homogenes Massenband**

(Berücksichtigung der Zuglänge  $l_z$ , Annahme der gleichmäßigen Masseverteilung über  $l_z$ ),

- **inhomogenes Massenband**

(Berücksichtigung der Zuglänge  $l_z$  und der tatsächlichen ungleichmäßigen Masseverteilung über  $l_z$ , Zusammensetzung des Zugs aus Längenabschnitten gleicher Dichte).

Reisezüge haben Längen bis 400 m und Güterzüge bis 750 m. Dadurch können sich auf Strecken mit häufigem Wechsel der Längsneigungen mehr als 1 Neigung unter dem Zug befinden (Bild 3.5). Die Neigungskraft  $F_N$  ist in diesem Fall mit der effektiven Neigung  $i_e$  zu berechnen. Die Variable  $i_e$  ist die im Bezugspunkt B effektiv auf den Zug wirkende Neigung:

$$\text{Neigungskraft: } F_N = -i_e G_Z \quad \text{Massenpunkt: } i_e = i_k \quad (3.6)$$

Homogenes Massenband:

$$i_e = \frac{\sum (\Delta l_x i_{kx})}{l_z}$$

Inhomogenes Massenband:

$$i_e = \frac{\sum (\Delta m_y i_{kx})}{m_z}$$

$F_N$  Neigungskraft in kN

$G_Z$  Zuggewichtskraft in kN

$m_z$  Zugmasse in t

$l_z$  Zuglänge in m

$i_k$  Mittlere korrigierte Neigung eines Abschnitts, Maßeinheit 1

$i_e$  Effektiv wirksame Neigung an der Zugspitze, Maßeinheit 1

$i_{kx}$  Korrigierte Neigung unter dem Zug mit der Ordnungszahl x, Maßeinheit 1

$\Delta l_x$  Länge der Neigung unterm Zug mit der Ordnungszahl x in m

(bei vollständiger Überdeckung durch den Zug Länge des Neigungsabschnitts  $l_{Nx}$ , oder die vom Zug überdeckte Länge des entsprechenden Neigungsabschnitts, Bild 3.5)

$\Delta m_y$  Masse des Fahrzeugs im Zug mit der Ordnungszahl y, das sich in der Neigung mit der Ordnungszahl x befindet, in t

Die Ermittlung der effektiven Neigung  $i_e$  erfolgt in Zugfahrtrechenprogrammen auf der Grundlage von Gl.(3.6). Zuerst wird die streckenbezogene Lage des Zugendes sowie die Zählvariable u des ersten Neigungswechsels unterm Zug vom Ende aus gesehen festgestellt. Dann wird die Länge der einzelnen Neigungsbereiche unterm Zug berechnet. Im Fall des inhomogenen Massenbands werden vom Zugende aus Masse und Länge die einzelnen Fahrzeuge solange erfasst, bis die Länge des entsprechenden Neigungsbereichs erreicht ist. Nach jedem erfassten Neigungsabschnitt wird die aktuelle Lage mittels Vergleichslänge  $l_v$  bestimmt, die mit der Zuglänge  $l_z$  verglichen wird. Bei  $l_v \geq l_z$  wird die Berechnung abgeschlossen. Liegt unterm Zug kein Neigungswechsel vor, wird  $i_e = i_k$  gesetzt. Bild 3.5 veranschaulicht den Rechenablauf.

Bild 3.6 zeigt einen gemischt zusammengesetzten 750 m langen Güterzugs, der einen 3000 m langen Abschnitt mit wechselnder Längsneigung befahren soll. Der Zug steht am Anfangswegpunkt 0,6 km vollständig im Gefälle -3 %. Die berechneten Kennlinien der effektiven Neigung der drei Modellvarianten sind dargestellt.

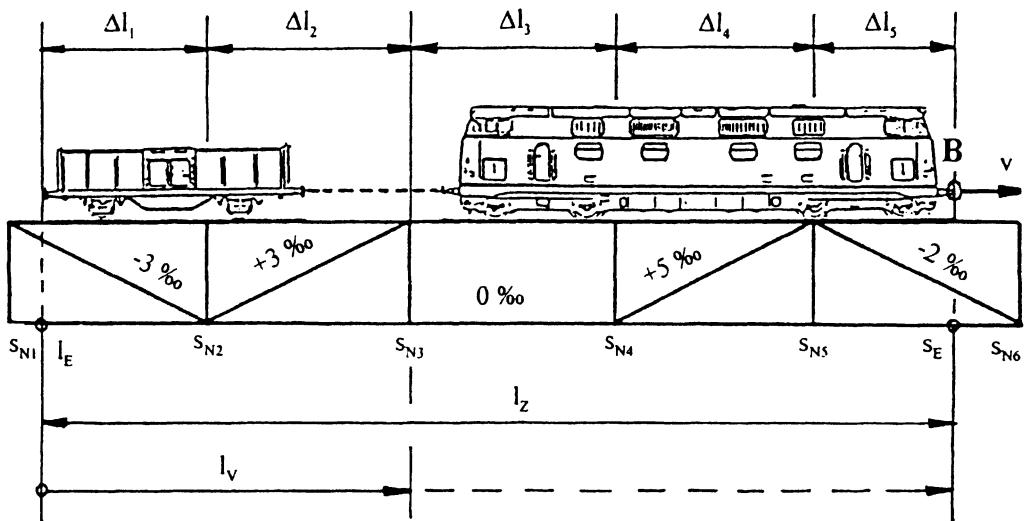


Bild 3.5

Massenband eines Zugs im Bereich mehrerer Längsneigungsabschnitte (homogenes Massenband)

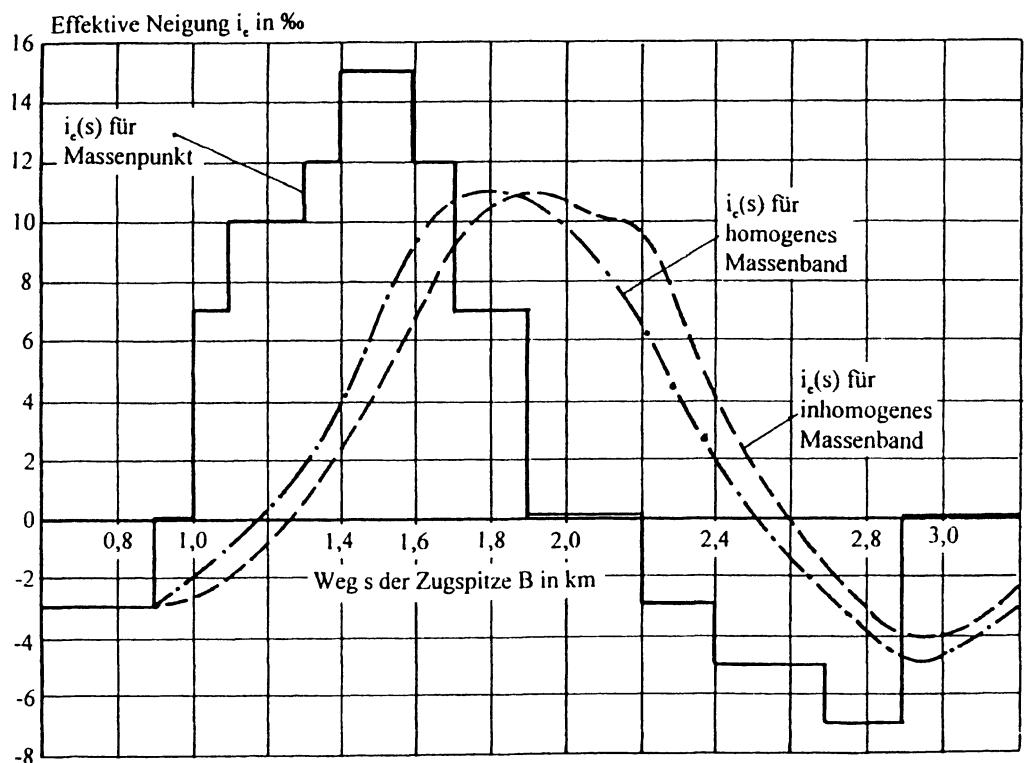
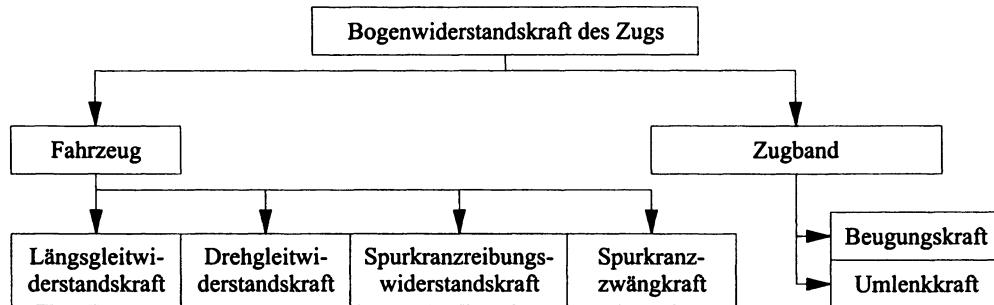


Bild 3.6

Kennlinien für die Varianten der effektiven Neigung eines 750 m langen Güterzugs

## 3.2 Bogenwiderstandskraft

### 3.2.1 Definition und Ursachen



**Bild 3.7**  
Gliederung der Bogenwiderstandskraft des Zugs

Die Bogenwiderstandskraft tritt beim Befahren von Gleisbögen in Erscheinung. Am einzeln verkehrenden Fahrzeug ist sie im wesentlichen auf drei Ursachen zurückzuführen. Eine vierte Ursache liegt beim Fahren auf Rillenschienen vor (Straßenbahn). Eine fünfte und sechste Ursache ist im Zugband begründet (Bild 3.7).

1. Beim klassischen Radsatz der Schienenfahrzeuge sind die beiden Radscheiben durch Aufpressen fest mit der Achse verbunden. Im Bogen muss das Rad auf der Außenschiene einen größeren Weg als das Rad auf der Innenschiene zurücklegen. Die Wegdifferenz muss, abgesehen von der geringen Ausgleichsmöglichkeit durch die Konizität der Laufflächen, durch eine Gleitbewegung, durch das **Längsgleiten** ausgeglichen werden.
2. Beim klassischen Schienenfahrzeug bzw. Drehgestell erfolgt die Fahrzeuginsführung durch zwei starr mit dem Rahmen des Laufwerks verbundene Radsätze. Im Bogen überlagert sich der Translation eine Drehung des Fahrzeugs um den Fahrzeugmittelpunkt. Durchfährt das Fahrzeug einen Kreisbogen vollständig, dreht es sich einmal um die eigene Hochachse. Das bedeutet beim klassischen steifen Laufwerk eine **Drehgleitbewegung**, ausgeführt auf der beim Drehen um den Fahrzeugmittelpunkt von den Rädern beschriebenen Kreisbahn.
3. Zur Ausführung der Drehgleitbewegung muss von außerhalb des Fahrzeugs ein entsprechendes Drehmoment ausgeübt werden. Dieses Drehmoment wird von der Schienennichtkraft erzeugt. Die Schienennichtkraft wird bei Bewegung von der Anlauffläche des Schienenkopfes auf den Spurkranz übertragen, also in Verbindung mit Reibung. Dadurch stellt sich die **Spurkranzgleitbewegung** ein.
4. Eine Seitenkraft am Spurkranz ergibt sich außerdem durch die Hangabtriebskraft des überhöhten Bogens und durch die Radialbeschleunigung der Bogenfahrt.
5. Beim Fahren auf Rillenschienen (Straßenbahn) tritt das **Spurkranzzwängen** in der Rille als weitere Komponente in Erscheinung. Im Bogen nimmt der sich in der Rille befindliche Spurkranz eine Schräglage ein. Das erhöht seinen Platzbedarf. Dabei wird das Rillenspiel erschöpft. Dadurch kommt es zum Zwängen des Spurkanzes in der Rille.

5. Im Bogen passt sich die Mittellinie des Zugs der Krümmung an. Bei Zug- oder Schubkraftausübung an den Zugenden muss die Kraft von Wagen zu Wagen der Richtungsänderung angepasst werden, die durch die Bogenkrümmung vorgegeben ist (**Zugkraftumlenkung**). Um die Richtung des Zug- oder Schubkraftvektors zu ändern, muss eine Seitenkraft ausgeübt werden, die ebenfalls als Schienenrichtkraft von der Anlauffläche des Schienenkopfes auf den Spurkranz übertragen wird.
6. Eine weitere Verstärkung der Seitenkraft, und damit der Spurkranzreibungskraft, entsteht durch das Einknickern des Zugbands in der Bogenkrümmung. Durch diese Richtungsänderung erfolgt ein Spannen der Federn der Zugvorrichtung und der bogeninneren Seitenpuffer, das durch eine entsprechende Seitenkraft am Spurkranz kompensiert werden muss (**Beugungskraft**).

Weitere, mit der Bogenfahrt zusammenhängende Widerstandskräfte sind:

#### **Residuale Bogenwiderstandskraft**

Bei Untersuchungen zur Bogenwiderstandskraft von Drehgestellfahrzeugen auf Ablaufanlagen wurde ermittelt, dass nach dem Durchfahren des Bogens in der sich anschließenden Geraden kurzzeitig eine größere Widerstandskraft als die Grundwiderstandskraft vorhanden ist. Diese zusätzliche Widerstandskraft ist die residuale Bogenwiderstandskraft. Sie entwickelt sich über einen Laufweg von ca. 20 m und klingt anschließend wieder ab. Diese Erscheinung ist auf Arbeit zurückzuführen, die geleistet werden muss, um die Drehgestelle aus der Stellung des Bogenlaufs in die Stellung des geraden Laufs zurückzuführen. Außerdem ist das kurzzeitige dynamische Verhalten des Wagens nach dem Verlassen des Bogens mit Arbeit verbunden.

#### **Weichenwiderstandskraft**

Die Weichenwiderstandskraft  $F_{Wei}$  ist auf den Bogenwiderstand in den Weichenkrümmungen und auf die Stoß- und Reibarbeit zwischen Rädern und Herzstück oder Radlenkern der Weichen zurückzuführen. Die im krummen Strang des Weichenzu- und -ablaufs auftretende Bogenwiderstandskraft ist nicht mit enthalten. Die Weichenwiderstandskraft wird nur im Rangier- und Ablaufbetrieb, nicht im Zugdienst, berücksichtigt. Je nach Gleislage beträgt die Weichenwiderstandsanzahl  $f_{Wei} = 0,5 \text{ bis } 1,0 \%$ . Beim Entwurf rangiertechnischer Anlagen (Ablaufberg, Gleisbremsen usw.) benutzt man zur Berücksichtigung der von der Weichenwiderstandskraft verursachten Verlustarbeit je Weiche eine **Energiehöhe**  $z_{Wei} = 5 \text{ bis } 7 \text{ mm}$ .

#### **3.2.2 Berechnung der Bogenwiderstandskomponenten**

##### **Längsgleitwiderstandskraft**

Bild 3.8 zeigt einen Radsatz im Gleisbogen. Die Bewegung erfolgt vom Anfangs- zum Endbogenwinkel ( $\varphi_A$ ,  $\varphi_E$ ). Diesem Schritt entspricht in Gleismitte die Bewegung von A nach E, auf der Außenschiene von  $A_a$  nach  $E_a$  und auf der Innenschiene von  $A_i$  nach  $E_i$ . Dem durchfahrenen Bogenwinkel  $\Delta\varphi = \varphi_E - \varphi_A$  entsprechen die Wege  $\Delta s = R \Delta\varphi$  (Mitte),  $s_a = R_a \Delta\varphi$  (außen) und  $s_i = R_i \Delta\varphi$  (innen). Wegen  $R_a > R_i$  ist  $s_a > s_i$ . Der Wegunterschied  $s_{GI} = s_a - s_i$  ist durch Gleiten auszugleichen. Für den Laufkreisabstand  $b = R_a - R_i$  beträgt der Gleitweg  $s_{GI} = \Delta\varphi \cdot b$ . In die Gleichung der Längsgleitarbeit  $W_{LGI} = \text{Gleitkraft mal Gleitweg}$  wird für die Gleitkraft  $\mu_{GI} G_F$  und für den Gleitweg  $s_{GI}$  eingesetzt.

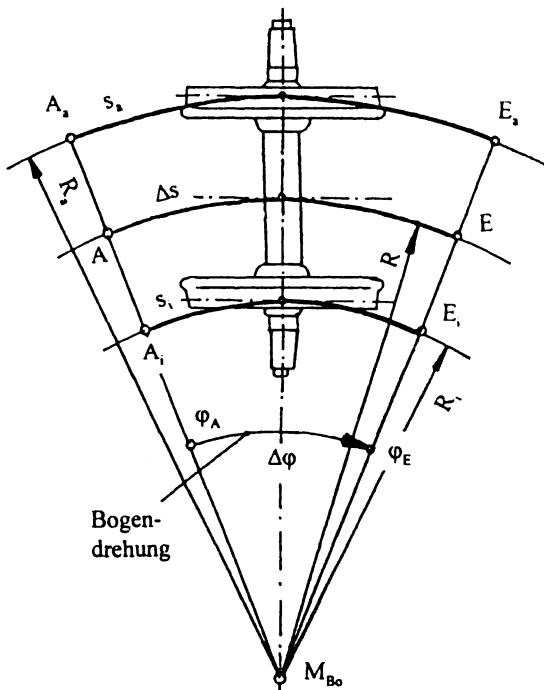


Bild 3.8

Winkel und Wege, die vom Radsatz im Gleisbogen zurückgelegt werden müssen

$F_{WLGI}$	Längsgleitwiderstandskraft in kN
$G_F$	Fahrzeuggewichtskraft in kN
$W_{LGI}$	Längsgleitarbeit in kJ
$R$	Bogenhalbmesser in m
$b$	Laufkreisabstand am Radsatz in m
$\mu_{GI}$	Gleitreibungsbeiwert zwischen Rad und Schiene, Maßeinheit 1

Längsgleitarbeit:  $W_{LGI} = \mu_{GI} G_F \Delta\varphi b$

Bezugnahme von  $W_{LGI}$  auf den Weg der Bogenmittellinie  $\Delta s$ :

$$F_{WLGI} = \mu_{GI} \frac{b}{R} G_F \quad (3.7)$$

### Drehgleitwiderstandskraft

Bild 3.9 zeigt die bei der Bogenfahrt vom steifen Fahrzeug auszuführende Eigendrehung. Da das vollständige Durchfahren eines Kreisbogens einer vollständigen Eigendrehung des Fahrzeugs um den Winkel  $360^\circ$  entspricht, sind der Bogenwinkel  $\Delta\varphi$  und der Eigendrehwinkel des Fahrzeugs gleich. An jedem Rad ist bei der Eigendrehung die Radgleitkraft  $F_{RGL}$  zu verzeichnen, die das Produkt von Radgewichtskraft und Gleitreibungsbeiwert ist. Die Radgleitkräfte  $F_{RGL}$  erzeugen bei der Eigendrehung mit ihrem Hebelarm  $q$  ein Widerstandsrehmoment:

$$M_W = 4 F_{RGL} q = \mu_{GI} G_F q$$

Die Multiplikation mit dem Drehwinkel  $\varphi$  ergibt die Drehgleitarbeit  $W_{DGI}$ :

$$W_{DGI} = M_W \Delta\varphi = \mu_{GI} G_F q \Delta\varphi$$

Die Bezugnahme auf den von A nach E zurückgelegten Fahrweg  $\Delta s = R \Delta\varphi$  ergibt die Drehgleitwiderstandskraft. Für den Hebelarm  $q$  (Richtarm) ist die aus Bild 3.6 hervorgehende geometrische Beziehung einzusetzen:

$$F_{WDGI} = \mu_{GI} \frac{q}{R} G_F \quad \text{mit} \quad q = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2} \quad (3.8)$$

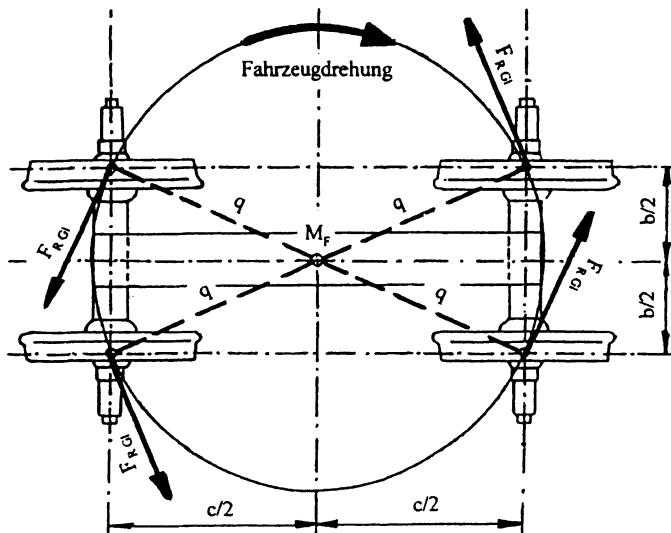


Bild 3.9

Eigendrehung des Fahrzeugs um den Fahrzeugmittelpunkt  $M_F$  beim Durchfahren eines Bogens sowie dadurch hervorgerufene Radgleitkräfte  $F_{RGI}$

$F_{WDG1}$	Drehgleitwiderstands- kraft in kN
$G_F$	Fahrzeuggewichts- kraft in kN
$q$	Richtarm in m
$b$	Laufkreisabstand in m
$c$	Radsatzabstand im Fahr- zeug/Drehgestell in m
$\mu_{GI}$	Gleitreibungsbewert

### Spurkranzreibungswiderstandskraft

Zur Ausführung der Eigendrehung des Fahrzeugs müssen den Radgleitkräften  $F_{RGI}$  die Drehkräfte  $F_{Dreh}$  entgegen gesetzt werden. Bild 3.10 zeigt den Angriff der Drehkräfte  $F_{Dreh}$  am vorderen und hinteren Radsatz. Es gilt folgende Gleichgewichtsbedingung:  $2 \cdot F_{Dreh} = 4 \cdot F_{RGI}$ . Die Drehkraft  $F_{Dreh}$  kann wegen des im Regelfall nur kleinen Gleitwinkels  $\xi$  mit der in Richtung der Radsatzachse wirkenden Schienenrichtkraft  $F_{SR}$  gleichgesetzt werden, so dass für die Gleichgewichtsbedingung näherungsweise gilt:  $2 \cdot F_{SR} = 4 \cdot F_{RGI}$ .

Die Schienenrichtkraft wird von der Anlauffläche des Schienenkopfes auf die Spurkranzfläche übertragen. Im Bild 3.11 ist der Angriff der Schienenrichtkraft an der um den Winkel  $\beta$  geneigten Spurkranzfläche dargestellt. Für die Reibung ist die senkrecht auf der Spurkranzfläche stehende Resultierende  $F_{SR\ res}$  maßgebend, die sich als Vektor aus der Schienenrichtkraft  $F_{SR}$  und aus der Aufstandschaft  $F_{Auf}$  zusammensetzt:  $F_{SR\ res} = F_{SR} / \sin \beta$ .

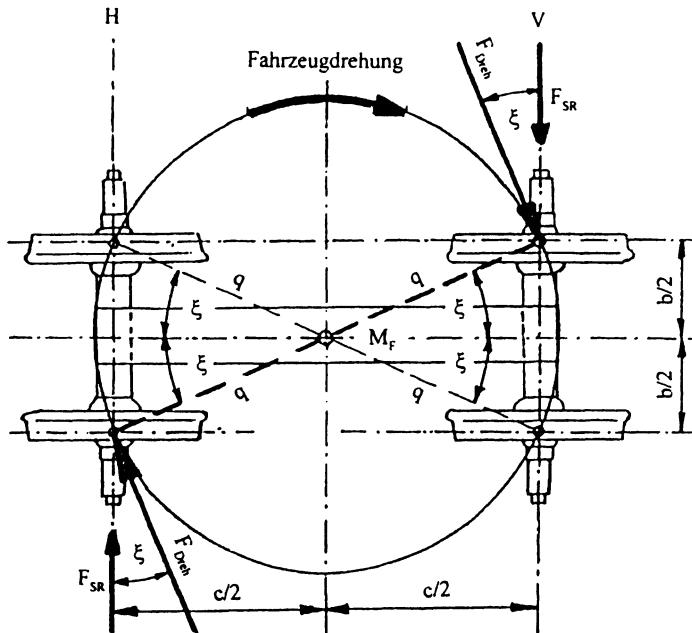
Die sich bei Bewegung ergebende Spurkranzreibungskraft  $F_{Sp}$  ist das Produkt von Spurkranzreiwert  $\mu_{Sp}$  und Resultierender  $F_{SR\ res}$ . Bei Bezugnahme der Spurkranzreibungskraft auf das gesamte Fahrzeug ( $2 \cdot$ Radsatz- $F_{Sp}$ ) gilt:

$$F_{Sp} = \mu_{Sp} \frac{2 F_{SR}}{\sin \beta}$$

Das Einsetzen der Gleichgewichtsbedingung für  $F_{SR}$  ergibt:

$$F_{Sp} = \frac{\mu_{Sp}}{\sin \beta} \cdot 4 \cdot F_{RGI} = \frac{\mu_{Sp}}{\sin \beta} \mu_{GI} G_F$$

Die Multiplikation der Spurkranzreibungskraft  $F_{Sp}$  mit dem Hebelarm  $q$  ergibt das Drehmoment der Spurkranzreibungskraft, die Multiplikation des Drehmoments mit dem Drehwinkel  $\Delta\varphi$  die Widerstandsarbeit der Spurkranzreibungskraft und die Division der Widerstandsarbeit mit dem Fahrweg  $\Delta s = R \Delta\varphi$  schließlich die Spurkranzreibungswiderstandskraft  $F_{WSp}$ :



**Bild 3.10**  
Drehkraft  $F_{Dreh}$  und  
Schienenrichtkraft  $F_{SR}$   
am vorderen (V) und  
hinteren (H) Radsatz  
eines Fahrzeugs zur  
Realisierung von  
dessen Eigendrehung  
beim Durchfahren  
eines Bogens sowie  
Gleitwinkel  $\xi$

$$\text{Spurkranzreibungswiderstandskraft } F_{wsp}: \quad F_{wsp} = F_{Sp} \frac{q}{R}$$

Das Einsetzen der Gleichung für  $F_{Sp}$  in die Gleichung für  $F_{wsp}$  ergibt:

$$F_{wsp} = G_F \mu_{Gl} \frac{q}{R} \frac{\mu_{Sp}}{\sin \beta} \quad (3.9)$$

Gl. (3.9) gilt für den nicht überhöhten Bogen. Das Fahrzeug unterliegt keiner Bewegung und Zugkrafausübung. Die Kraft  $F_{SR}$  bzw.  $F_{wsp}$  wird aber von Radialkraft, seitlicher Neigungskraft der Überhöhung, Umlenkkraft der Zugkrafausübung und Beugungskraft infolge Pufferkompression  $F_{YP}$  beeinflusst. Bei Berücksichtigung dieser Variablen erhält man für  $F_{wsp}$ :

$$F_{wsp} = G_F \frac{\mu_{Sp}}{\sin \beta} \frac{q}{R} (\mu_{Gl} + k) \quad (3.10)$$

$$k = \text{abs} \left( \frac{v^2}{g R} + f_{YP} - \frac{\ddot{u}_{vorh}}{b} - f_{TM} \frac{l_{UP}}{R} \right)$$

- |                   |  |            |                                       |
|-------------------|--|------------|---------------------------------------|
| $v$               | Fahrgeschwindigkeit in m/s   | $\mu_{Sp}$ | Spurkranzreibungsbeiwert              |
| $g$               | Fallbeschleunigung ( $9,81 \text{ m/s}^2$ )  | $f_{YP}$   | Seitenkraftzahl der Pufferkompression |
| $l_{UP}$          | Fahrzeulgänge über Puffer in m   |            |                                       |
| $\ddot{u}_{vorh}$ | Vorhandene Überhöhung der äußeren Bogenschiene in m  |            |                                       |
| $f_{TM}$          | Zugkraftzahl in Zugmitte, Maßeinheit 1, $f_{TM} = F_T/(2 G_Z)$<br>(Zugkraft: $f_{TM}$ -Wert positiv, Schubkraft: $f_{TM}$ -Wert negativ) |            |                                       |
| $\beta$           | Neigungswinkel der Spurkranzfläche ( $\beta = 70^\circ = 1,222 \text{ rad}, \sin \beta = 0,94$ )   |            |                                       |
| $\mu_{Gl}$        | Gleitreibungsbeiwert der Rad-Schiene-Kontaktfläche   |            |                                       |

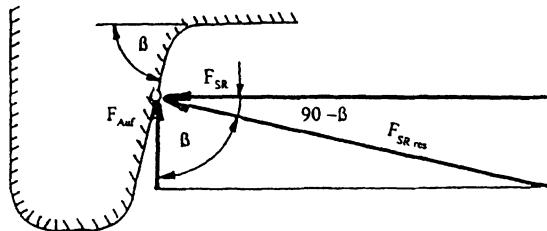


Bild 3.11

Entstehung der Radaufstands-  
kraft  $F_{\text{Auf}}$  und der senkrecht auf  
die Anlauffläche wirkende  
resultierende Schienenrichtkraft  
 $F_{\text{SRres}}$  beim Angriff der  
Schienenrichtkraft  $F_{\text{SR}}$  am  
Spurkranz

### Umlenkkraft

Bild 3.12 zeigt das Entstehen der Umlenkkraft  $F_U$  für den Zugkraftvektor  $F_T$ . Die Mittellinien benachbarter Fahrzeuge nehmen im Bogen die Sehnenstellung ein (strichpunktete Linien) und stoßen in den Gelenkpunkten  $P_G$  aufeinander. Die Bogenlinie verläuft überschlägig durch die Gelenkpunkte  $P_G$ . Im Gelenkpunkt  $P_{G2}$  ist der Zugkraftvektor  $F_T$  angetragen, der mit Hilfe der Umlenkkraft  $F_U$  in die Richtung der Mittellinie des Folgefahrzeugs gedreht wird.

Aus Bild 3.12 geht für  $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$  folgende Gleichung für die Umlenkkraft  $F_U$  hervor:

$$F_U = \tan(2\alpha) F_T = 2\alpha F_T = \frac{l_{\text{UP}}}{R} F_T \quad \text{und} \quad \sin \alpha = \frac{l_{\text{UP}}}{2R} \quad (3.11)$$

### Beugungskraft

Bild 3.12 zeigt die Mittellinien zweier gekuppelter Fahrzeuge im Bogen. Im Gelenkpunkt  $P_{G2}$  erfolgt die Beugung. Die Mittelpufferkupplung setzt dem Beugen keinen Widerstand entgegen. Schraubenkupplung und Seitenpuffer erzeugen eine dem Beugen sich widersetzenende Kraft.

Bild 3.13 zeigt zwei gekuppelte Fahrzeuge in der Geraden (oben) und im Bogen unten). Sie haben Schraubenkupplung und Seitenpuffer. Die Schraubenkupplung ist straff, die Pufferteller  $T_1/T_2$  und  $T_3/T_4$  befinden sich im Kontakt. Bei Beugung tritt Kompression der Pufferfedern ein, die Schraubenkupplung passt sich infolge Seitenbeweglichkeit der Richtungsänderung an. Der Pufferfederkraft  $F_P$  wird an beiden Fahrzeugen vom Gleis die Seitenkraft  $F_{YP}$  entgegengesetzt. Das bewirkt eine Erhöhung von Spurkranzreibungskraft und Bogenwiderstandszahl.

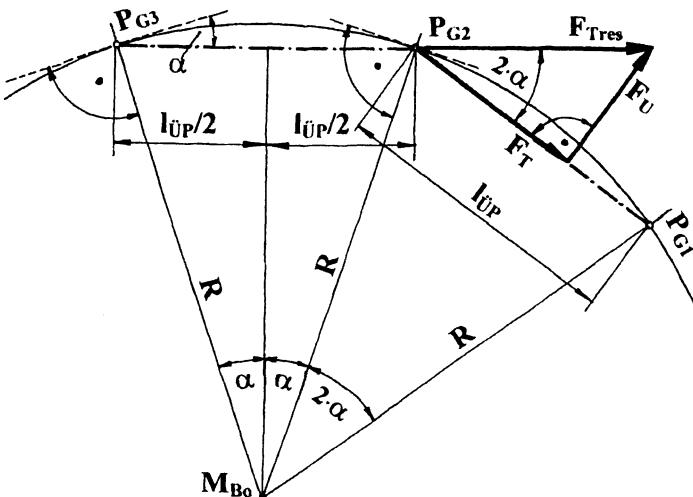


Bild 3.12

Entstehung der Umlenkkraft  $F_U$  beim Angriff der Zugkraft  $F_T$  an dem einen Bogen durchfahrenden Fahrzeug (Gelenkpunkt  $P_{G2}$ )

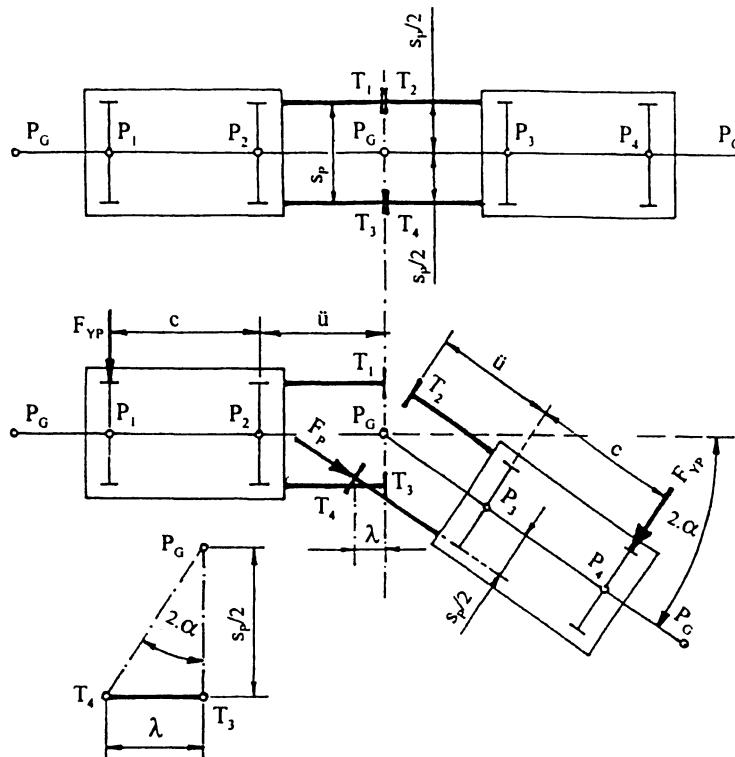


Bild 3.13

Zwei Fahrzeuge mit Schraubenkopfkupplung und Seitenpuffern in der Geraden und im Bogen mit Antragung der Pufferkompressionskraft  $F_P$  und der kompensierenden Seitenkräfte  $F_{YP}$

Der Federapparat der Zugvorrichtung ermöglicht eine Dehnung um 60 mm (Fahrzeugverbindung hat doppelten Wert). Die Endkraft beträgt bei der durchgehenden Zugvorrichtung 160 kN und bei der geteilten Zugvorrichtung 320 kN, im Ausnahmefall 400 kN. Der Seitenpuffer hat im Regelfall einen Hub von 75 mm (Fahrzeugverbindung hat doppelten Wert) und eine Endkraft von 350 kN. Hochleistungspuffer haben 105 mm Hub und 590 kN Endkraft.

Legt man den Bogenradius durch die Achsmitten (zweiachsiger Fahrzeug) oder durch die Drehzapfen (Drehgestellfahrzeug), erhält man nach Bild 3.12 den Anlaufwinkel  $\alpha = c/(2 \cdot R)$ . Nach Bild 3.13 beträgt der zu  $\alpha$  gehörende Pufferdeformationsweg  $\lambda = \alpha \cdot s_p$ . Das Eliminieren von  $\alpha$  durch Gleichsetzen und die Umstellung nach  $R$  sowie die Bezugnahme auf  $\lambda_{\max}$  ergibt für den minimalen Bogenradius  $R_{\min}$ :

$$R_{\min} = k_p c \text{ mit } k_p = \frac{s_p}{2 \lambda_{\max}} \quad (3.12)$$

$R_{\min}$  Minimaler Bogenhalbmesser in m  
 $c$  Achs- bzw. Drehzapfenabstand in m  
 $s_p$  Puffermittelenabstand in m ( $s_p = 1,75$  m)

$k_p$ $\lambda_{\max}$ Normalpuffer: $k_p = 5,833$ , $\lambda_{\max} = 0,150$ m Hochleistungspuffer: $k_p = 4,167$ , $\lambda_{\max} = 0,210$ m	Pufferkonstante, Maßeinheit 1 maximaler Gesamthub in m
--	---

Das Unterschreiten von  $R_{\min}$  führt zum Zwängen und Entgleisen. Aus Gl. (3.12) erhält man für zweiachsige Güterwagen ( $c = 5$  bis 6 m)  $R_{\min} = 35$  m und für Güterwagen mit Drehgestellen ( $c \leq 16$  m)  $R_{\min} = 93$  m. Für Hauptstrecken ist  $R_{\min} = 300$  m und für Nebenstrecken 180 m. Entgleisungsgefahr besteht beim Vertauschen der Pufferteller (flacher Teller liegt auf flachem).

Die vom Gleis auf das Fahrzeug übertragene Seitenkraft erhält man durch Auflösung des in Bild 3.13 gegebenen Drehmomentansatzes nach  $F_{YP}$ :

$$F_{YP} = F_P \frac{s_p}{2(c + \ddot{u})}$$

Für die Federkraft ist  $F_P = f_p \lambda$ , für den Pufferdeformationsweg ist  $\lambda = \alpha s_p$  und für den Anlaufwinkel ist  $\alpha = l_{UP}/(2 R)$  einzusetzen. Seitkraft  $F_{YP}$  und Seitenkraftzahl  $f_{YP}$  der Pufferkompression betragen:

$$F_{YP} = f_p \frac{l_{UP}}{R} \frac{s_p^2}{4(c + \ddot{u})} \quad \text{und} \quad f_{YP} = \frac{F_{YP}}{G_F} \quad (3.13)$$

Die Federkonstante des Kontakt-Pufferpaars beträgt  $f_p = F_E / \lambda_{max} = 350 / 0,150 = 2333 \text{ kN/m}$ . Die Variable  $\ddot{u}$  ist das Überhangmaß des Wagenendes über die Achse bzw. den Drehzapfen.

### 3.2.3 Bogenwiderstandszahl

#### Physikalische Gleichung

Die Addition aller Teilkräfte ergibt die Bogenwiderstandskraft:  $F_{B0} = F_{WLGI} + F_{WDGI} + F_{wsp}$ . Das Einsetzen von Gl. (3.7), (3.8) und (3.10) sowie der aus Bild 3.10 hervorgehenden Beziehung für den Gleitwinkel  $\xi$  und die Division mit der Fahrzeuggewichtskraft  $G_F$  ergibt für die Bogenwiderstandszahl  $f_{Bo}$  (Maßeinheit 1):

$$f_{Bo} = \mu_{Gl} \frac{b}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{2 \sin \xi} \left[ 1 + \frac{\mu_{Sp}}{\sin \beta} \left( 1 + \frac{k}{\mu_{Gl}} \right) \right] \right\} \quad \text{mit} \quad \sin \xi = \frac{b}{2q} \quad (3.14)$$

Entfallen Radialkraft, Überhöhung, Zugkraftumlenkung und Pufferkompression, ist in Gl. (3.14)  $k = 0$  zu setzen.

#### Laufflächen- und Spurkranzreibwert

Die Gleitreibwerte für Lauffläche  $\mu_{Gl}$  und Spurkranz  $\mu_{Sp}$  sind von der Gleitgeschwindigkeit  $v_{Gl}$  abhängig. Für  $\mu_{Gl} = f(v_{Gl})$  entwickelte Cap die im Bild 3.14 gegebene Kurve, die in eine Exponential- und eine Geradengleichung überführt werden kann. Die Gleitgeschwindigkeit  $v_{Gl}$  ist aus der Bedingung gleicher Drehgeschwindigkeiten für die Bogen- und für die Eigen-drehung aus der Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  zu berechnen:

$$0 \leq v_{Gl} \leq 0,5 \text{ m/s} \quad \mu_{Gl} = \mu_0 e^{-\omega v_{Gl}} \quad \text{mit} \quad \mu_0 = 0,30 \text{ und} \quad \omega = 2,2 \text{ s/m} \quad (3.15)$$

$$v_{Gl} \geq 0,5 \text{ m/s} \quad \mu_{Gl} = \mu_0 - \omega v_{Gl} \quad \text{mit} \quad \mu_0 = 0,113 \text{ und} \quad \omega = 0,026 \text{ s/m}$$

$$\text{Gleitgeschwindigkeit} \quad v_{Gl} = v_F \frac{q}{R}$$

Aus Gl. (3.15) und Bild 3.14 erhält man für den Bewegungsbeginn des Zugs im Bogen eine besonders große Bogenwiderstandszahl ( $v_F$  sowie  $v_{Gl} = 0$ ). Für die Zuganfahrt im Bogen gilt der doppelte  $f_{Bo}$ -Wert. Die aus Gl. (3.15) hervorgehende Geschwindigkeitsabhängigkeit von  $f_{Bo}$  wird im Regelfall vernachlässigt. Bei trockenen Schienen rechnet man allgemein mit dem Gleitreibungsbeiwert  $\mu_{Gl} = 0,20$  und mit dem Spurkranzreibwert  $\mu_{Sp} = 0,25$ .

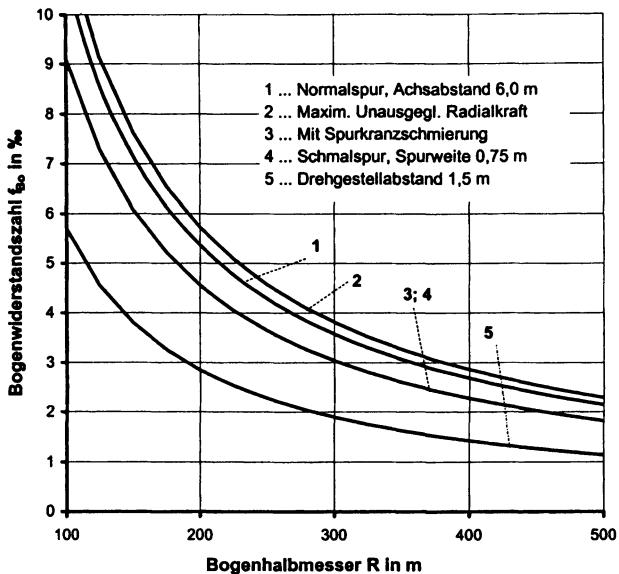
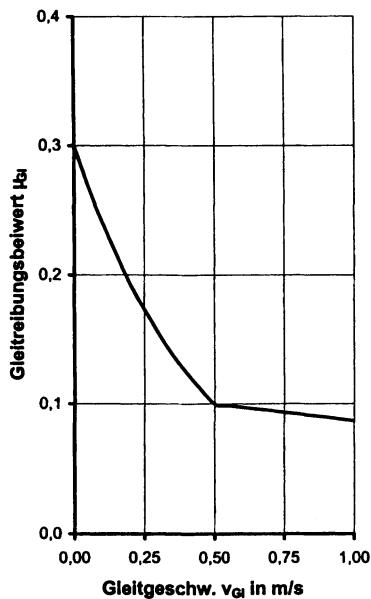


Bild 3.14

Kennlinien des Gleitreibungsbeiwerts bei Bogenfahrt und der Bogewiderstandszahl

Gl. (3.14) gilt für das klassische steife zweiachsige Einzelfahrzeug oder Drehgestell. Sind mehr als 2 Radsätze vorhanden, sind im Lösungsansatz die von den weiteren Radsätzen beschriebenen Kreise der Eigendrehung zusätzlich zu berücksichtigen.

Befindet sich der Zug vollständig im Gleisbogen, kann  $f_{Bo}$  aus Gl. (3.14) auch für den Zug vorausgesetzt werden. Überschreitet die Zuglänge die Bogenlänge, muss  $f_{Bo}$  des Fahrzeugs mit dem Verhältnis Bogenlänge zu Zuglänge multipliziert werden.

Im Bild 3.14 ist die Bogewiderstandszahl für ein Beispiel mit Parametervariation dargestellt worden (Auswertung von Gl. (3.14)).

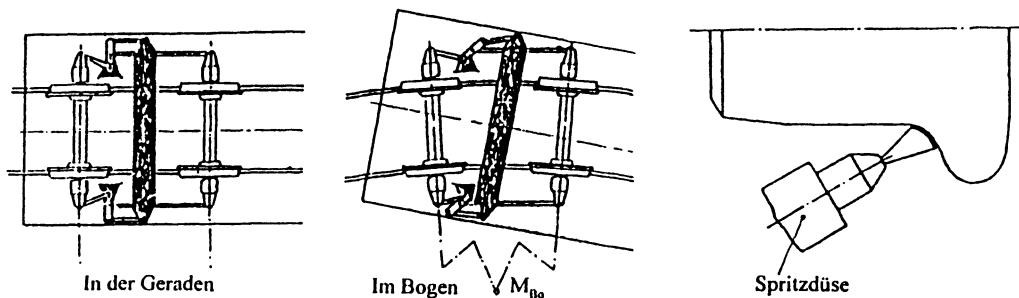
### Reduzierung der Bogewiderstandszahl

Die Bogewiderstandszahl verursacht Mehrverbrauch an Traktionsenergie und Verschleiß. Deshalb wird sie mit technischen Mitteln reduziert. Die Möglichkeiten der Reduzierung sind aus Gl. (3.7) bis (3.11) ersichtlich.

Die Längsgleitwiderstandskraft  $F_{WLGI}$  wird durch Einführung der Losräder bzw. der Einzelradtechnik vermieden (analog zum Kraftfahrzeug). Die Rotation der beiden Räder einer Achswelle erfolgt unabhängig voneinander.

Die Drehgleitwiderstandskraft wird mittels lenkbarer Räder wesentlich reduziert (analog zum Kraftfahrzeug). Bei Bogenfahrt wird die Achslinie auf den Bogenmittelpunkt ausgerichtet. Bild 3.15 zeigt ein Drehgestell mit krümmungsabhängig gesteuerter Achsführung.

Auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen zur Mechanik der Bogenfahrt hat *Frederich* die Einzelrad-Doppelfahrwerkstechnik (EDF) entwickelt.

**Bild 3.15**

Drehgestell mit krümmungsabhängig gesteuerter Achsführung, Spurkranzschmierzvorrichtung

Die Bogenwiderstandszahl verringert sich nach Gl. (3.11) bei Vergrößerung des Bogenhalbmessers, Verkleinerung des Achsabstands  $c$  (Drehgestell), Verkleinerung des Laufkreisabstands  $b$  (Schmalspurbahn) und durch Spurkranzschmierung. Bild 3.15 zeigt die Spurkranzschmierzvorrichtung.

### Gleichungen des Praxis

Mit Gl. (3.11) kann die Bogenwiderstandszahl genau berechnet werden. Sie ist aber wegen der großen Anzahl der einzusetzenden Parameter, die meistens nicht bekannt sind, für die Praxis ungeeignet. Die Gleichungen der Praxis beruhen auf empirisch- statistischer Grundlage.

Bei der Projektierung von Schienenfahrzeugen wird folgende Gleichung benutzt:

$$f_{Bo} = \frac{0,153 b + 0,1 c}{R} \quad (3.16)$$

Im Vorschriftenwerk der DB ist folgende Gleichung enthalten, die auf v. Röckl zurückgeht:

$$f_{Bo} = \frac{k}{R - \Delta R} \quad (3.17)$$

Tabelle 3.2 enthält die einzusetzenden Konstanten.

Im Rangier- und Ablaufbetrieb der SBB wird folgende Gleichung benutzt:

$$f_{Bo} = 0,107 \frac{k + c}{R} \quad \text{mit } k = 1 \text{ m} \quad (3.18)$$

Für Straßenbahnen auf Rillenschienen wird die Gleichung von Hamelink und Adler benutzt:

$$f_{Bo} = \frac{0,158 c + 0,033 b}{R} \quad (3.19)$$

$f_{Bo}$	Bogenwiderstandszahl, Maßeinheit 1	$k$	Längenkonstante in m
$R$	Bogenhalbmesser in m	$b$	Laufkreisabstand in m
$\Delta R$	Radiuskonstante in m	$c$	Achsabstand im Fahrzeug bzw. Drehgestell in m

Der Laufkreisabstand  $b$  wird als Spurweite plus 0,050 m berechnet.

Beim Spurkranzzwängen können sich auch größere  $f_{Bo}$ -Werte als aus Gl. (3.19) ergeben.

**Tabelle 3.2**

Konstanten zur Bogenwiderstandsgleichung im Vorschriftenwerk der DB (v. Röckl, Gl. (3.14))

Spurweite	R ≤ 300 m		R > 300 m	
	k	ΔR	k	ΔR
Normalspur	0,650 m	55 m	0,500 m	30 m
Meterspur	0,400 m	20 m	0,400 m	20 m
750 mm-Spur	0,300 m	10 m	0,300 m	10 m
600 mm-Spur	0,200 m	5 m	0,200 m	5 m

### Berechnungsbeispiel 3.3

Ein Güterzug, Länge  $l_Z = 600$  m und Zugmasse  $m_Z = 1320$  t ( $G_Z = 12950$  kN), bestehend aus glechartigen Wagen gleicher Masse, durchfährt mit der Geschwindigkeit  $v = 65$  km/h (18 m/s) einen Bogen mit dem Halbmesser  $R = 180$  m, der Überhöhung  $\ddot{u}_{\text{vorh}} = 0,150$  m und der Länge  $l_{Bo} = 500$  m. Von der Lokomotive wird die Zugkraft  $F_T = 150$  kN ausgeübt. Die zweiachsigen Wagen haben den Achsabstand  $c = 5,8$  m, die Länge über Puffer  $l_{UP} = 10,6$  m, den Überhang  $\ddot{u} = 2,4$  m und die Gesamtmasse  $m_F = 20$  t ( $G_F = 196,2$  kN). Berechnung der Bogenwiderstandszahl des Zugs  $f_{BoZ}$  mit physikalischer Gleichung.

Lösungsweg und Lösung

Gleitarm, Gl.(3.8), Gleitwinkel, Gl. (3.14)

$$q = 0,5 \cdot (b^2 + c^2)^{0,5} = 0,5 \cdot (1,5^2 + 5,8^2)^{0,5} = 3,0 \text{ m und } \sin \xi = b/(2 \cdot q) = 1,5/(2 \cdot 3,0) = 0,25$$

Gleitgeschwindigkeit, Gleitreibungsbeiwert, Gl. (3.15)

$$v_{GI} = v_F \cdot q/R = 18 \cdot 3,0 / 180 = 0,300 \text{ m/s und } \mu_{GI} = \mu_0 \cdot e^{-\omega \cdot v_{GI}} = 0,30 \cdot e^{-2,2 \cdot 0,300} = 0,155 \quad (\mu_{GI} < 0,5 \text{ m/s})$$

Seitenkraftzahl der Pufferkompression, Gl. (3.13) und Zugkraftzahl, Gl. (3.10)

$$F_{YP} = 2333 \cdot 10,6 \cdot 1,750^2 / [4 \cdot 180 \cdot (5,8 + 2,4)] = 12,83 \text{ kN und } f_{YP} = F_{YP} / G_F = 12,83 / 196,2 = 0,0654$$

$$f_{TM} = F_T / (2 \cdot G_F) = 150 / (2 \cdot 12950) = +0,0058 \quad (\text{Zugkraft} +)$$

Konstante k, Gl. (3.10), Bogenwiderstandszahl , Gl. (3.14)

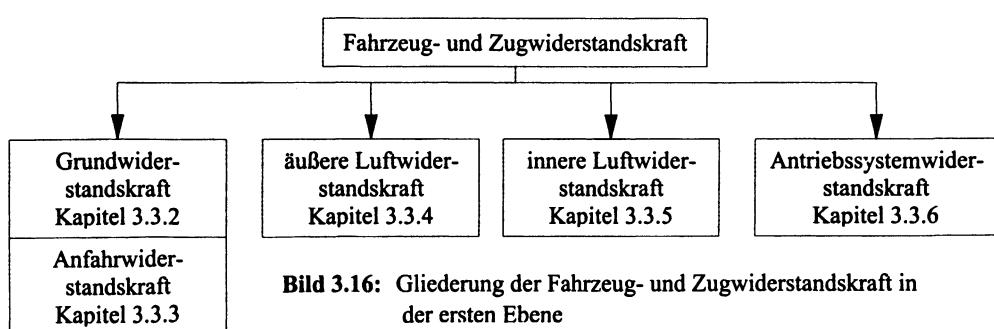
$$k = \text{abs} [18^2 / (9,81 \cdot 180) + 0,0654 - 0,150 / 1,5 - 0,0058 \cdot 10,6 / 180] = 0,1485$$

$$f_{Bo} = 0,155 \cdot 1,5 / 180 \cdot \{1 + 0,5 / 0,25 \cdot [1 + 0,25 / 0,94 \cdot (1 + 0,1485 / 0,155)]\} = 0,005222$$

Mittlere Bogenwiderstandszahl des Zugs  $f_{BoZ}$  (Längenkorrektur)

$$f_{BoZ} = f_{Bo} \cdot l_{Bo} / l_Z = 0,005222 \cdot 500 / 600 = 0,004352 \text{ bzw. } 4,352 \%$$

### 3.3 Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft



### 3.3.1 Zusammensetzung

Die Zugwiderstandskraft ist die Summe aller vom Zug selbst hervorgerufener, sich bei gleichförmiger Bewegung (konstante Geschwindigkeit) und Fahrt auf waagerechtem Gleis der Fahrbewegung widersetzender Kräfte. Im Fall der Bezugnahme auf das **Einzelfahrzeug** wird sie als **Fahrzeugwiderstandskraft** und bei Bezugnahme auf den Zug als **Zugwiderstandskraft** bezeichnet. In der Bezeichnung wird meistens auch die zugrunde liegende Fahrzeugart zum Ausdruck gebracht: Lokomotivwiderstandskraft, Triebfahrzeugwiderstandskraft, Wagenwiderstandskraft und Wagenzugwiderstandskraft.

Für die Ermittlung der Zugwiderstandskraft ist der gesamte Zug als beweglicher Gesamtkörper vorauszusetzen. Die Gleichungen der Zugwiderstandskraft sind für den Gesamtkörper aufzustellen. Die Addition der Fahrzeugwiderstandskräfte zur Zugwiderstandskraft ist aus physikalischer Sicht unzulässig, wird aber in der Praxis allgemein benutzt. Anstelle mit den Kräften zu rechnen, wird im Regelfall auf die Koeffizienten der Kräfte Bezug genommen (Kap. 1.2.4.):

$$F_{WZ} = F_{WL} + F_{WW} \quad (3.20)$$

$$f_{WZ} = \frac{f_{WL}G_L + f_{WW}G_W}{G_Z} \quad \text{bzw.} \quad f_{WZ} = \frac{f_{WL}m_L + f_{WW}m_W}{m_Z}$$

$F_{WL}$ ,  $F_{WW}$ ,  $F_{WZ}$  Lokomotiv-, Wagenzug- und Zugwiderstandskraft

$f_{WL}$ ,  $f_{WW}$ ,  $f_{WZ}$  Lokomotiv-, Wagenzug- und Zugwiderstandsanzahl

$G_L$ ,  $G_W$ ,  $G_Z$  Lokomotiv-, Wagenzug- und Zuggewichtskraft

$m_L$ ,  $m_W$ ,  $m_Z$  Lokomotiv-, Wagenzug- und Zugmasse

Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandskraft setzen sich aus folgenden Hauptkomponenten zusammen:

#### Grundwiderstandskraft

Die Grundwiderstandskraft wird durch die bei der Fahrbewegung am Fahrzeug bzw. Zug zu verzeichnenden Festkörperreibungsvorgänge hervorgerufen und als von der Geschwindigkeit unabhängig angenommen.

#### Äußere Luftwiderstandskraft

Die äußere Luftwiderstandskraft wird durch den bei der Fahrbewegung am Fahrzeug bzw. Zug zu verzeichnenden äußeren Kontakt mit der Luft hervorgerufen.

#### Innere Luftwiderstandskraft

Die innere Luftwiderstandskraft wird durch den Luftdurchsatz durch das Fahrzeug bzw. durch den Zug hervorgerufen (Verbrennung, Kühlung und Klimatisierung).

#### Antriebssystemwiderstandskraft

Die Antriebssystemwiderstandskraft wird durch Reibungsvorgänge, die mit der Fahrbewegung im Zusammenhang stehen, und durch energetische Umwandlungsprozesse in der Leistungsübertragung der Triebfahrzeuge, im Bremsystem und in Fahrzeugeinrichtungen der Energieversorgung hervorgerufen.

Die Fahrgeschwindigkeit ist die unabhängige Variable von Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft. Zugform, Tunnel usw. treten als Parameter in Erscheinung.

### 3.3.2 Grundwiderstandskraft

#### Grundwiderstandskraft $F_{W0}$ bzw. Grundwiderstands Zahl $f_{W0}$

- Rollwiderstandskraft  $F_{WRo}$  bzw. Rollwiderstands Zahl  $f_{WRo}$
- Gleitwiderstandskraft  $F_{WGl}$  bzw. Gleitwiderstands Zahl  $f_{WGl}$
- Walkwiderstandskraft  $F_{WWalk}$  bzw. Walkwiderstands Zahl  $f_{WWalk}$
- Lagerwiderstandskraft  $F_{WL_a}$  bzw. Lagerwiderstands Zahl  $f_{WL_a}$
- Dynamische Widerstandskraft  $F_{Wdyn}$  bzw. dynamische Widerstands Zahl  $f_{Wdyn}$
- Schallwiderstandskraft  $F_{WSchall}$  bzw. Schallwiderstands Zahl  $f_{WSchall}$
- Anfahrwiderstandskraft  $F_{WAnf}$  bzw. Anfahrwiderstands Zahl  $f_{WAnf}$

**Bild 3.17**  
Gliederung von Grundwiderstandskraft und Grundwiderstands Zahl

#### Rollwiderstandskraft

Stahlrad und Stahlschiene sind elastische Körper. An der Kontaktstelle wirkt auf beide Körper die Radkraft  $G_R$  ein (Bild 3.18). Unter dem Einfluss der Druckdeformation bildet sich eine elliptische Kontaktfläche aus, die infolge der Fahrbewegung am Laufkreis des Rads und an der Fahrlinie der Schiene entlang wandert. Die ständige Aus- und Rückbildung der Kontaktfläche ist mit Reib- und Deformationsarbeit verbunden, die die Rollwiderstandskraft bedingt.

Nach den theoretischen Untersuchungen von *Kraft* gilt für die Kontaktfläche:

$$A = \pi a b \text{ mit } a = \xi k \text{ und } b = \eta k \quad (3.21)$$

$$\xi = 1 + 0,5784 \delta + 0,7776 \delta^2 \text{ und } \eta = 1 - 0,6307 \delta + 0,1332 \delta^2$$

$$\delta = \frac{1/r_S - 1/r_L}{1/r_S + 1/r_L} \text{ und } k = \sqrt[3]{\frac{G_R}{E} \cdot \frac{3 \cdot (1-m^2)}{1/r_S + 1/r_L}}$$

A Kontaktfläche in  $m^2$

a, b Längs- und Seitenhalbachse der Kontaktflächenellipse in m

$r_L$  Laufkreishalbmesser am Rad in m

$r_S$  Halbmesser der Laufflächenrausrundung des Schienenkopfes in m  
(Eisenbahnschienen:  $r_S = 0,200$  bis  $0,400$  m, Straßenbahn-Rillenschienen:  $r_S = 0,225$  m)

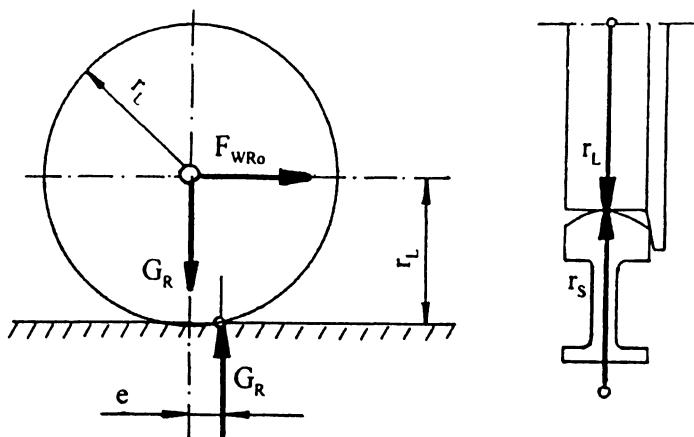
$G_R$  Radkraft in kN

E Elastizitätsmodul, für Stahl  $E = 2,2 \cdot 10^8$  kPa (entspricht  $kN/m^2$ )

m Poissonsche Konstante,  $m = 0,3$

Bild 3.18 zeigt die am frei rollenden Einzelrad vorhandenen Kräfte. Als Folge der Kontaktflächenbildung tritt ein Versatz des Radkraft-Angriffspunktes gegenüber der Mitte um den Hebelarm der Rollreibung  $e$  ein. Im Radmittelpunkt wirkt die Rollwiderstandskraft  $F_{WRo}$ . Aus dem Drehmomentgleichgewicht  $F_{WRo} \cdot r_L = G_R \cdot e$  erhält man:

$$F_{WRo} = \frac{e}{r_L} \text{ mit } e = \frac{\pi a}{64} \quad (3.22)$$



**Bild 3.18**  
Kräfte am frei rollenden Einzelrad, Laufkreishalbmesser  $r_L$  und Schienen-Kopfausrundung  $r_S$  in der Kontaktfläche

Das Einsetzen von Gl.(3.21) und (3.22/2) in Gl.(3.22/1) ergibt:

$$f_{WRo} = k_0 \xi_3 \sqrt{\frac{G_R}{E r_L^2} \cdot \frac{1}{r_L / r_S + 1}} \quad \text{mit } k_0 = 68,7 \text{ \%} \quad (3.23)$$

Wird ein sich auf der schießen Ebene befindliches Rad durch Anheben der Ebene zum Rollen gebracht, so ist der Neigungswinkel  $\alpha$  gleich der Rollwiderstandszahl  $f_{WRo}$ .

Von Sauthoff ist anhand von Prüfstandsversuchen folgende Abhängigkeit der Rollwiderstandszahl von der Geschwindigkeit nachgewiesen worden:

$$f_{WRo(v)} = f_{WRo} + c_{Ro} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2 \quad (3.24)$$

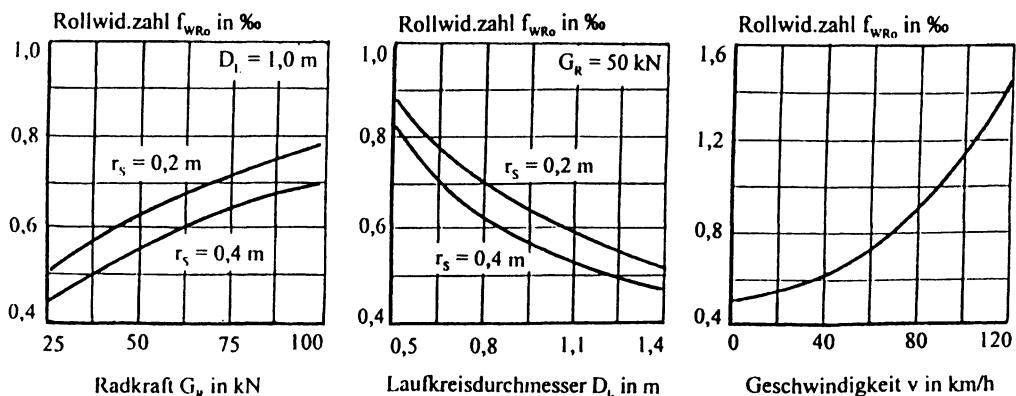
$f_{WRo(v)}$  Rollwiderstandszahl bei der Geschwindigkeit  $v$

$f_{WRo}$  Rollwiderstandszahl bei  $v = 0$ ,  $f_{WRo} = 0,00046$  bzw.  $0,46 \text{ \%}$

$v$  Fahrgeschwindigkeit

$v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$  bzw.  $100 \text{ km/h}$

$c_{Ro}$  Rollwiderstandskonstante,  $c_{Ro} = 0,0006$  bzw.  $0,6 \text{ \%}$



**Bild 3.19:** Abhängigkeiten der Rollwiderstandszahl

Bild 3.19 zeigt Kennlinien für Abhängigkeiten der Rollwiderstandszahl  $f_{WRo}$ , berechnet mit Gl. (3.23) und (3.24). Im Regelfall wird die Abhängigkeit von  $f_{WRo} = f(v)$  vernachlässigt.

Bei Vorhandensein eines Zwischenmediums in der Rad-Schiene-Kontaktfläche (Schmutz, Sand oder Schnee) vergrößert sich die Rollwiderstandszahl bis zum Zehnfachen. Beim Fahren auf zugesetzten Rillenschienen kann sogar ein Anwachsen auf den 20 bis 30 fachen Wert eintreten, weil der Spurkranz zusätzlich Verdrängungsarbeit leisten muss.

### Gleitwiderstandskraft

Der Radsatz des Schienenfahrzeugs ist während der Fahrbewegung zahlreichen äußeren Kräften ausgesetzt, die sowohl in Richtung der 3 Hauptachsen wirken als auch ein Drehmoment um die Hochachse erzeugen. Bild 3.21 zeigt den Angriff der äußeren Kräfte  $F_x$ ,  $F_y$  und  $F_z$  und des Drehmoments um die Hochachse  $M_z$  am konventionellen Radsatz. Die entgegengesetzten Reaktionen sind Mikrogleitbewegungen in der Kontaktfläche, Längs- und Seitenverschiebungen  $\Delta x$  und  $\Delta y$  und Einstellung des Schräglaufwinkel  $\delta$ . Die Mikrogleitbewegungen bedingen die Gleitwiderstandskraft.

Komponenten der Gleitwiderstandskraft

Bild 3.20  
Komponenten  
der Gleitwi-  
derstandskraft

- Sinuslauf der Radsätze für die Zentrierung im Gleis
- Übertragung der Seitenführungskraft  $F_y$  vom Gleis auf das Fahrzeug
- Durchmesserunterschiede der Laufkreise an einem Radsatz und an den Radsätzen einer Antriebsgruppe beim Gruppenantrieb
- Nichtparallelitäten der Bezugsachsen an einem Radsatz bzw. an den Achsen von Radsätzen, die in das Fahrzeug eingebaut sind, infolge von Montagefehlern und Toleranzen bei der Fertigung

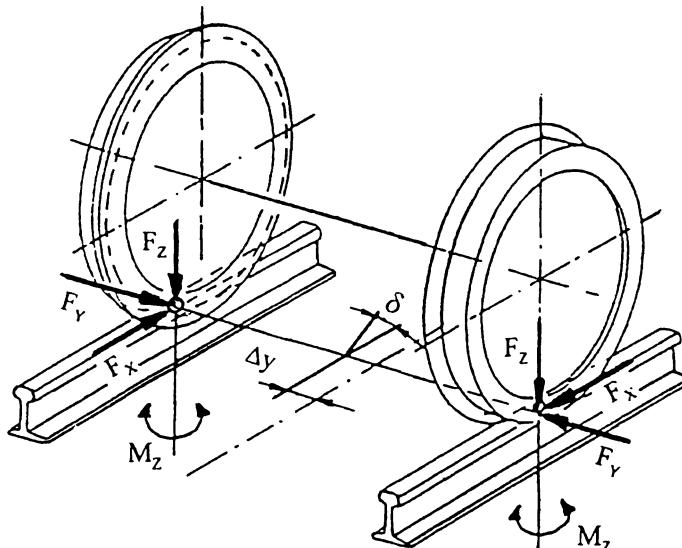


Bild 3.21  
Rad-Schiene-Effekte  
(Kraftwirkungen und  
Mikrogleiten am kon-  
ventionellen Radsatz)

Bild 3.20 zeigt die Komponenten der Gleitwiderstandskraft. Durch Anwendung neuartiger Laufwerkstechniken kann die Gleitwiderstandskraft beachtlich vermindert werden.

Die Gleitwiderstandszahl  $f_{WGI}$  ist nicht berechenbar, sondern nur experimentell zu bestimmen. Sie beträgt für Wagen 0,5 bis 1,0 %. Für Triebfahrzeuge ist sie beachtlich größer.

Die Gleitwiderstandszahl  $f_{WGI}$  wurde für die elektrische Lokomotive BR 143 der DB AG zu  $f_{WGI} = 1,5 \%$  experimentell ermittelt. Bei Diesellokomotiven mit hydrodynamischer Leistungsübertragung ist wegen des Gruppenantriebs, bei dem die Radsätze eines Drehgestells über das Verteilergetriebe formschlüssig miteinander verbunden sind, mit  $f_{WGL} = 2,0$  bis  $2,5 \%$  zu rechnen. Ein für die Gleitwiderstandszahl besonders ungünstiger Fall ist der Stangenantrieb. Die Rangierlokomotive BR 346 der DB AG hat die Gleitwiderstandszahl  $f_{WGI} = 3$  bis  $4 \%$ .

Die aus der Zugkraftbelastung des Treibradsatzes hervorgehende Gleitwiderstandszahl  $f_{WGI(Z)}$  ist dem am Treibradsatz vorhandenen Kraftschlussbeiwert  $\mu_T$  (Gl.(1.2)) proportional:

$$f_{WGI(Z)} = 0,02 \mu_T \quad (3.25)$$

### Lagerwiderstandskraft

Die Lagerwiderstandskraft entsteht beim Gleitlager als Folge der Reibung zwischen Lagerzapfen und Lagerschale und beim Wälzlagern als Folge der Reibung zwischen Wälzkörpern und Innen- sowie Außenring. Die Ableitung der Lagerwiderstandszahl  $f_{WL_a}$  ist am einfachsten an dem heute kaum noch benutzten Gleitlager möglich.

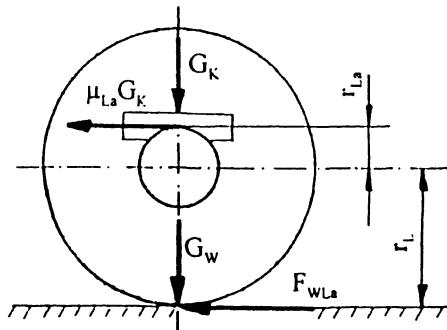
Bild 3.22 zeigt für einen Radsatz die am Lagerzapfen und am Radumfang angreifenden Kräfte und deren Drehmomente. Auf das Lager wirkt die Wagenkastengewichtskraft  $G_K$  und auf die Schiene die Wagengewichtskraft  $G_w$ . Am Lagerzapfen bzw. am Rollenkreis mit dem Radius  $r_{La}$  wirkt die Lagerreibungskraft  $\mu_{La} G_K$  und am Laufkreis mit dem Radius  $r_L$  die Lagerwiderstandskraft  $F_{WL_a}$ . In Bild 3.22 besteht das Drehmomentgleichgewicht  $\mu_{La} G_K r_{La} = F_{WL_a} r_L$ .

Durch Auflösung nach  $F_{WL_a}$  und Division mit  $G_w$  erhält man:

$$f_{WL_a} = \frac{m_K}{m_w} \frac{d_{La}}{d} \mu_{La} \rightarrow f_{WL_a} = 0,120 \mu_{La} \quad (3.26)$$

Das Verhältnis von Lagerzapfen- bzw. Rollenkreisdurchmesser zu Laufkreisdurchmesser beträgt  $d_{La}/d_L = 1 : 6$  und das Verhältnis von Wagenkasten- zu Wagenmasse  $m_K/m_w = 5 : 6$ . Die zweite Gleichung erhält man durch Einsetzen dieser Werte in die erste Gleichung.

Für Gleitlager ist in Gl.(3.26)  $\mu_{La} = 0,0050$  und für Wälzlagern  $\mu_{La} = 0,0017$  einzusetzen. Man erhält  $f_{WL_a} = 0,6 \%$  bzw.  $0,2 \%$ . Bei tiefen Temperaturen liegen größere  $f_{WL_a}$ -Werte vor.



**Bild 3.22**  
Entstehung der  
Lagerwiderstandskraft

### Dynamische, Schall- und Walkwiderstandskraft

Während der Fahrt unterliegt der Zug den in Bild 2.1 dargestellten Schwingbewegungen, die fortlaufend gedämpft werden. In diese Dynamik ist auch die gedämpfte Schwingung des Gleiskörpers und des Gleisbetts mit einbezogen. Die fortlaufende Dämpfung bedeutet Energieverlust, der sich als Widerstandskraft bemerkbar macht. Die dynamische Widerstandszahl  $f_{W_{dyn}}$  ist mit folgender Gleichung zu berechnen:

$$f_{W_{dyn}} = k_{dyn} \frac{v}{v_{00}} \quad (3.27)$$

- $f_{W_{dyn}}$  Dynamische Widerstandszahl, Maßeinheit 1 oder %
- $v$  Fahrgeschwindigkeit in km/h bzw. in m/s
- $v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 100 \text{ km/h bzw. } 27,778 \text{ m/s}$
- $k_{dyn}$  Dynamischer Widerstandsfaktor, Maßeinheit 1 oder %
  - Hochgeschwindigkeitsstrecke..  $k_{dyn} = 0,085 \text{ bis } 0,100 \text{ \%}$
  - Sehr guter Gleiskörper .....  $k_{dyn} = 0,15 \text{ bis } 0,20 \text{ \%}$
  - Normaler Gleiskörper .....  $k_{dyn} = 0,25 \text{ bis } 0,30 \text{ \%}$
  - Schlechter Gleiskörper.....  $k_{dyn} = 0,50 \text{ bis } 1,00 \text{ \%}$

Die Schallwiderstandskraft entsteht durch die Abstrahlung von Schallenergie der Fahrzeuge. Bei schlechter Schallisolation kann die Schallwiderstandszahl  $f_{W_{Schall}} \leq 0,5 \text{ \%}$  erreichen.

Die Walkwiderstandskraft ist an Rädern mit gummifederten Radscheiben zu verzeichnen. Durch die Gummifederung in den Radscheiben werden die durch den Rad-Schiene-Kontakt erzeugten Fahrgeräusche gedämpft. Der Gummi der Radscheiben unterliegt beim Fahren dem Walken. Die damit verbundenen Energieverluste rufen die Walkwiderstandskraft hervor. Die Walkwiderstandszahl beträgt  $f_{W_{Walk}} = 0,5 \text{ bis } 1,0 \text{ \%}$ .

### Grundwiderstandszahl insgesamt

Die Grundwiderstandszahl ist die Summe aller einzelnen Komponenten (Bild 3.17). Sie ist nur im Komplex bestimmbar und unterliegt als stochastische Variable einer verhältnismäßig großen Streuung. Für Berechnungen werden Mittelwerte benutzt. Zwischen den Fahrzeugtypen bestehen Unterschiede.

Die Grundwiderstandszahl des Zugs  $f_{W_{0Z}}$  ist aus den Grundwiderstandszahlen von Lokomotive  $f_{W_{0L}}$  und Wagenzug  $f_{W_{0W}}$  durch Wichtung mit der Gewichtskraft oder Masse zu berechnen.

**Tabelle 3.3**

Grundwiderstandszahlen für Normaltemperaturen

Gleitlager: Zuschlag von 1,0 % pro  $5^{\circ}$  Frost

Wälzlager: Zuschlag von 0,5 % pro  $5^{\circ}$  Frost

Wagen mit Wälzlagern auf Ablaufanlagen	Wagen mit Gleitlager auf Ablaufanlagen	Streckenfahrt
Mittelwert aller Fahrzeuge 2,83 %	Mittelwert aller Fahrzeuge 3,73 %	Lokomotiven 2,5 bis 5,0 %
Standardabweichung 1,40 %	Standardabweichung 1,49 %	ICE-Triebköpfe 1,30 %
Gutläufer 1,00 %	Gutläufer 1,43 %	ICE-Mittelwagen 0,60 %
Schlechtläufer 5,53 %	Schlechtläufer 6,52 %	Reiszugwagen 1,2 bis 1,7 %
		Beladene Güterwagen 1,2 bis 1,7 %
		Leere Güterwagen 2,2 bis 2,8 %
		Züge allgemein 1,5 bis 2,5 %

Für die Grundwiderstandszahl des Fahrzeugs  $f_{W0}$  und des Zugs  $f_{W0Z}$  gilt:

$$f_{W0} = f_{WR0} + f_{WGI} + f_{WLs} + f_{Wdyn} + f_{WGI(Z)} \quad (3.28)$$

$$f_{W0Z} = \frac{f_{W0L} G_L + f_{W0W} G_W}{G_Z}$$

### Grundwiderstandszahl der Rangiertechnik

In der Rangiertechnik gelten von der Geschwindigkeit unabhängige Grundwiderstandszahlen. Tabelle 3.3 enthält zu benutzende Grundwiderstandszahlen. Leere Wagen sind im Regelfall Schlechtläufer, voll beladene Wagen Gutläufer und halb beladene Wagen Mittelläufer.

Die Grundwiderstandszahlen ablaufender Wagen sind mit der statistischen Gleichung von *Beth* zu berechnen. Der Gleichung liegen die Versuchsergebnisse von *König* zugrunde, die auf einer Ablaufanlage ermittelt worden sind (Fahrgeschwindigkeit 8 m/s):

$$f_{W0} = k_0 \left( 1 - k_1 \frac{m_A}{k_2} \right) \quad (3.29)$$

$f_{W0}$  Grundwiderstandszahl, Maßeinheit oder %

$k_0$  Grundkonstante, Maßeinheit 1 oder %

$m_A \leq 12,3$  t:  $k_0 = 0,004188$  bzw. 4,188 %

$m_A > 12,3$  t:  $k_0 = 0,002920$  bzw. 2,920 %

$k_1$  Kennlinien-Neigungsfaktor

$m_A \leq 12,3$  t:  $k_1 = 0,4167$ ;  $m_A > 12,3$  t:  $k_1 = 0,2514$

$k_2$  Bezugsmassekonstante,  $k_2 = 10$  t

$m_A$  Achsfahrmasse in t

### Grundwiderstandszahl der Streckenfahrt

Bei überschläglichen Berechnungen ist eine konstanten Grundwiderstandszahl der Züge  $f_{W0Z}$  zu benutzen. Die in Gl.(3.28) einzusetzenden Werte sind Tabelle 3.3 zu entnehmen.

Bei genaueren Berechnungen ist die Abhängigkeit der Grundwiderstandszahl von Geschwindigkeit und Achskraft mittels folgender statistischer Gleichung zu berücksichtigen:

$$f_{W0Z} = c_{0Z} + c_{1Z} \frac{v}{v_{00}} + c_{2Z} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2 \quad (3.30)$$

$$c_{0Z} = \frac{f_{WAL} G_L + f_{WAW} G_W}{G_Z} \quad \text{und} \quad f_{WAW} = c_{AW} + \frac{F_A}{G_A}$$

$f_{W0Z}$  Grundwiderstandszahl des Zugs (%)

$f_{WAL}$  Anfangswiderstandszahl Lokomotive

$f_{WAW}$  Anfangswiderstandszahl Wagenzug

$c_{AW}$  Konstante von  $f_{WAW}$  (%)

$G_A$  Achskraft in kN

$F_A$  Achskraftkonstante,  $F_A = 100$  N

$v$	Fahrgeschwindigkeit in km/h bzw. in m/s
$v_{00}$	Geschwindigkeitskonstante, $v_{00} = 100$ km/h bzw. 27,778 m/s
$G_L, G_W, G_Z$	Gewichtskraft von Lokomotive, Wagenzug und Zug in kN
$c_{0Z}, c_{1Z}, c_{2Z}$	Konstanten von $f_{W0Z}$ in %

Die Konstanten  $f_{WAL}$ ,  $f_{WAW}$ ,  $c_{AW}$ ,  $c_{1Z}$  und  $c_{2Z}$  sind Tabelle 3.4 zu entnehmen. In die zweite Gleichung sind anstelle der Gewichtskräfte auch die Massen einzusetzen.

**Tabelle 3.4**

Konstanten zur Gleichung der Grundwiderstandszahl

Grundwiderstandszahl	Konstanten zur Grundwiderstandszahl
Vierachsige Lokomotive	$f_{WL} = 2,5 \text{ bis } 3,5 \%$
Sechsachsige Lokomotive	$f_{WL} = 3,5 \text{ bis } 4,5 \%$
ICE-Triebkopf	$f_{WL} = 1,3 \%$
ICE-Mittelwagen	$f_{WW} = 0,6 \%$
Personen-Wagenzug	$c_{AW} = 0,40 \%$
Güter-Wagenzug	$c_{AW} = 0,60 \%$
Güterzug	$c_{IZ} = 0,50 \% \text{ und } c_{ZZ} = 0,60 \%$
Reisezug	$c_{IZ} = 0,25 \% \text{ und } c_{ZZ} = 0,50 \%$
ICE	$c_{IZ} = 0,10 \% \text{ und } c_{ZZ} = 0,30 \%$

**Berechnungsbeispiel 3.4**

Für ein Schienentriebfahrzeug ist sowohl zum Fall des Auslaufs als auch zum Fall der Fahrt mit Zugkraft, die dem Kraftschlussbeiwert  $\mu_T = 0,10$  entspricht, die Grundwiderstandszahl zu berechnen. Der Radius der Laufflächenausrundung des Schienenkopfes beträgt  $r_S = 0,225 \text{ m}$ , der Laufkreisradius  $r_L = 0,500 \text{ m}$  und die am Rad anliegende Gewichtskraft  $G_R = 50 \text{ kN}$ . Für die Lagerwiderstandszahl ist  $f_{WL_a} = 0,2 \%$  zu wählen. Übrige Komponenten sind zu vernachlässigen.

Lösungsweg und Lösung

Rollwiderstandszahl, Gl. (3.21) und (3.23)

$$\delta = (1/0,225 - 1/0,500)/(1/0,225 + 1/0,500) = 0,3793$$

$$\xi = 1 + 0,5784 \cdot 0,3793 + 0,7776 \cdot 0,3793^2 = 1,3313$$

$$f_{WR_o} = 0,07 \cdot 1,3313 \cdot [50/(2,2 \cdot 10^8 \cdot 0,500^2) \cdot 1/(0,500/0,225 + 1)]^{1/3} = 0,000611 \text{ bzw. } 0,611 \%$$

Zugkraft-Gleitwiderstandszahl, Gl. (3.25):  $f_{WGI(Z)} = 0,02 \mu_T = 0,02 \cdot 0,10 = 0,002 \text{ bzw. } 2,0 \%$ Grundwiderstandszahl ohne Zugkraft:  $f_{W0} = f_{WR_o} + f_{WL_a} = 0,611 + 0,2 = 0,811 \%$ Grundwiderstandszahl mit Zugkraft:  $f_{W0} = f_{WR_o} + f_{WL_a} + f_{WGI(Z)} = 0,611 + 0,2 + 2,0 = 2,811 \%$ **Berechnungsbeispiel 3.5**

a) Für einen zweiachsigen Güterwagen, der die Masse  $m_{EW} = 20 \text{ t}$  hat (Achsfahrmasse  $m_A = 10 \text{ t}$ ), ist die Grundwiderstandszahl der Rangierbewegung zu berechnen.

b) Für einen Reisezug, bestehend aus einer vierachsigen Lokomotive mit der Masse  $m_L = 80 \text{ t}$  und einem Wagenzug mit 10 vierachsigen Wagen von der Masse  $m_{EW} = 48 \text{ t}$  ( $m_A = 12 \text{ t}$ , Achskraft  $G_A = 118 \text{ kN}$ ), ist zur Geschwindigkeit  $v = 120 \text{ km/h}$  die Grundwiderstandszahl des Zugs zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung zu a)

$$\text{Gl. (3.29)} \quad f_{W0} = 4,188 \cdot (1 - 0,4167 \cdot 10/10) = 2,44 \%$$

Lösungsweg und Lösung zu b)

Die Wagenzugmasse beträgt  $m_W = 480 \text{ t}$  und die Zugmasse  $m_Z = 560 \text{ t}$ . Aus Tabelle 3.4 erhält man:

$f_{WL} = 3 \%$ ,  $c_{AW} = 0,40 \%$ ,  $c_{IZ} = 0,25 \%$  und  $c_{ZZ} = 0,5 \%$ . Die Berechnung erfolgt mit Gl. (3.30).

$$f_{WAW} = 0,40 + 100/118 = 1,247 \% \text{ und } c_{0Z} = (3 \cdot 80 + 1,247 \cdot 480)/560 = 1,50 \%$$

$$f_{Woz} = 1,50 + 0,25 \cdot 120/100 + 0,5 \cdot (120/100)^2 = 2,52 \%$$

**3.3.3 Anfahrwiderstandskraft****Physikalische Ursachen**

Die Anfahrwiderstandskraft ist die im Moment des Bewegungsbeginns vorhandene Zugwiderstandskraft. Sie ist auf bestimmte physikalische Vorgänge im Achslager und im Massenband des Zugs im Augenblick des Bewegungsbeginns zurückzuführen.

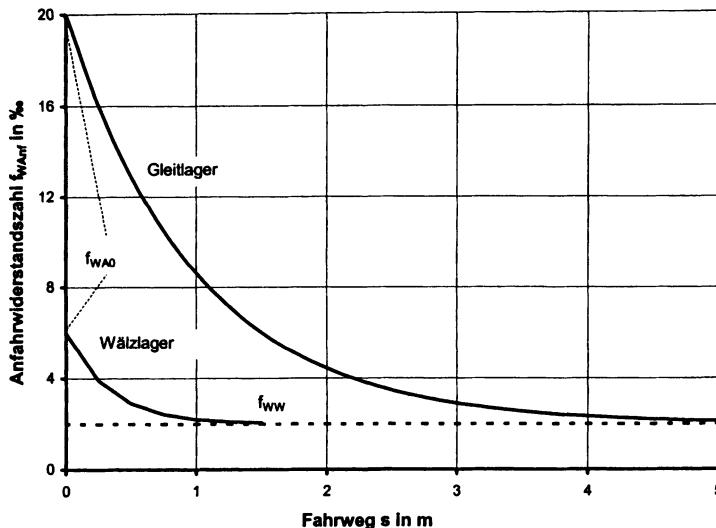


Bild 3.23

Anfahrwiderstandszahl eines Wagens in Abhängigkeit von der Fahrstrecke

$$f_{WAnf} = f_{WW} + \Delta f_{WAnf} e^{-\lambda \cdot s}$$

$$f_{WW} = 2,0 \%$$

Gleitlager:

$$\Delta f_{WAnf} = 18 \% \text{ und } \lambda = 1 \text{ m}^{-1}$$

Wälzlager:

$$\Delta f_{WAnf} = 4 \% \text{ und } \lambda = 3 \text{ m}^{-1}$$

Im Moment des Bewegungsbeginns muss der an der Lagerschale haftende Achsschenkel (Gleitlager) bzw. der am Lagerring haftende Wälzkörper (Wälzlager) gelöst werden. Mit der einsetzenden Drehbewegung wird Schmiermittel in die Kontaktfläche gefördert. Die beim Lösen vorhandene Widerstandskraft klingt über der zurückgelegten Anfahrstrecke sehr rasch auf die normale Wagenwiderstandskraft ab. Bild 3.23 zeigt den Vorgang.

Durch die fast ausschließliche Ausstattung der Eisenbahnfahrzeuge mit Wälzlagern hat zwar das Problem Anfahrwiderstandskraft an Bedeutung verloren (Bild 3.23), ist aber dennoch bei der Beförderung langer und schwerer Güterzüge zu beachten.

Temperaturen unter dem Gefrierpunkt vergrößern die Anfahrwiderstandskraft beträchtlich. Beim Anfahren im Bogen kommt noch eine Verdoppelung der Bogenwiderstandskraft hinzu. Im Winter ist auch ein Festfrieren der Radsätze am Gleis oder von Bremsklötzen am Radreifen bzw. Bremsbelägen an der Scheibe möglich.

Bedingt durch das Spiel zwischen den Wagen (durchgehende Zugvorrichtung mit Schraubenkupplung) bzw. durch die Elastizität der Zugvorrichtung (geteilte Zugvorrichtung, fallweise mit Mittelpufferkupplung) besteht auf waagerechtem Gleis die Möglichkeit, Wagen nacheinander anzuziehen und damit deren Anfahrwiderstandskraft nacheinander zu überwinden. Dadurch ist die Anfahrwiderstandszahl des Zugs  $f_{WAnf(Z)}$  stets kleiner als die Anfahrwiderstandszahl des einzelnen Wagens  $f_{WAnf}$ .

Diese vorteilhafte Eigenschaft geht beim Anfahren in der Steigung zurück bzw. sogar verloren, da die Gefälle Kraft ein Strecken des Zugs bewirkt. Durch Anziehen der Handbremse an Schlusswagen (Auflaufen des Zugs) und Lösen im Augenblick des Anruckens kann auch in der Steigung die Anfahrmöglichkeit verbessert werden.

Im Zugfahrdienst wird die Situation mitunter dadurch verbessert, dass der Zug vor der Anfahrt zusammengedrückt wird. Dadurch erreicht man nicht nur eine Vergrößerung der Wege für das stufenweise Anziehen, sondern auch eine Verminderung der Anfahrwiderstandskraft der Fahrzeuge im vorderen Zugteil (erste Bewegung) und die Unterstützung der Anfahrzugkraft durch die in den komprimierten Pufferfedern gespeicherte Kraft. Zusammendrücken und anschließendes Anfahren birgt die Gefahr der Zugtrennung in sich.

### Anfahrgrenzmasse

Im Zugfahrdienst besteht die grundsätzliche Forderung, dass Züge auch bei einem außerplanmäßigen Halt an jedem Streckenpunkt wieder in Bewegung gebracht werden müssen. Deshalb werden für Strecken Anfahrgrenzmassen berechnet, die nicht überschritten werden dürfen.

Anfahrwiderstandszahl und Anfahrgrenzmasse bei der ehemaligen DR:

$$f_{WAnfZ} = f_{WAnf0} + k_1 i \quad \text{und} \quad m_{WA} = \frac{F_A - (i + 2 f_{BoZ}) g m_L}{(f_{WAnfZ} + i + 2 f_{BoZ}) g} \quad (3.31)$$

$m_{WA}$	Anfahrgrenzmasse in t	$f_{BoZ}$	Bogenwiderstandszahl, Maßeinheit 1
$m_L$	Lokomotivmasse in t	$f_{WAnfZ}$	Anfahrwiderstandszahl des Zugs, (1)
$g$	Fallbeschleunigung ( $9,81 \text{ m/s}^2$ )	$f_{WAnf0}$	Anfahrwiderstandszahl des Zugs bei
$F_A$	Anfahrzugkraft in kN	$i = 0\%$ , $f_{WAnf0} = 0,006$ (6 %)	
$i$	Längsneigung, Maßeinheit 1	$k_1$	Anstiegsfaktor, $k_1 = 0,3$

Anfahrwiderstandszahl bei der SNCF:

$$(f_{WAnfZ} + i) = k_1 (i + f_{woz}) \quad (3.32)$$

$f_{WAnfZ}$	Anfahrwiderstandszahl des Zugs, (1)	$f_{woz}$	Grundwiderstandszahl des Zugs,
$i$	Längsneigung, Maßeinheit 1		$f_{woz} = 0,0022$ (2,2 %)
$k_1$	Anstiegsfaktor, $k_1 = 1,225$		

Anfahrwiderstandszahl bei der BR:

Bei der BR gilt die konstante Zug-Anfahrwiderstandszahl  $f_{WAnfZ} = 0,0075$  (7,5 %).

Anfahrwiderstandszahl und Anfahrgrenzmasse bei der DB AG:

Bei der DB AG wird die „starting resistance  $f_{wsI}$ “ benutzt. Sie beinhaltet die Längsneigung an der Anfahrstelle und die Anfahrmassenkraftzahl:

$$f_{wsI} = \frac{a_{Anf}}{g} \xi_Z \quad \text{und} \quad m_{WA} = \frac{F_A - f_{wsI} g m_L}{(f_{wz0} + f_{wsI}) g} \quad (3.33)$$

$a_{Anf}$  Anfangsbeschleunigung in  $\text{m/s}^2$  (Reisezüge  $0,2 \text{ m/s}^2$ , Güterzüge  $0,1 \text{ m/s}^2$ )

$f_{wz0}$  Grundwiderstandszahl (Leerwagenzüge 0,0020, übrige Züge 0,0016)

$\xi_Z$  Massenfaktor des Zugs ( $\xi_Z = 1,06$ )

### Berechnungsbeispiel 3.6

Für eine Lokomotive, die die Masse  $m_L = 80 \text{ t}$  hat, ist zur Steigung  $i = 10\%$  die Anfahrgrenzmasse  $m_{WA}$  eines Güterzugs zu berechnen. Der Kraftschlussbeiwert beträgt  $\mu_T = 0,33$ .

Anfahrzugkraft, Gl. (1.2)  $F_A = \mu_T g m_L = 0,33 \cdot 9,81 \cdot 80 = 259 \text{ kN}$

a) Berechnung mit DR-Gleichung für gerade Strecke, Gl. (3.31)

$$f_{WAnfZ} = 0,006 + 0,3 \cdot 0,010 = 0,009 \quad \text{und} \quad m_{WA} = [259 - 0,010 \cdot 9,81 \cdot 80] / [(0,009 + 0,010) \cdot 9,81] = 1347 \text{ t}$$

b) Berechnung mit DR-Gleichung für Bogenstrecke, Gl. (3.31),  $f_{BoZ} = 0,002058$

$$m_{WA} = [259 - (0,010 + 2 \cdot 0,002058) \cdot 9,81 \cdot 80] / [(0,009 + 0,010 + 2 \cdot 0,002058) \cdot 9,81] = 1093 \text{ t}$$

c) Berechnung mit DB-Gleichung, Gl. (3.33)

$$f_{wsI} = 0,010 + 0,1 \cdot 9,81 \cdot 1,06 = 0,02081$$

$$m_{WA} = [259 - 0,02081 \cdot 9,81 \cdot 80] / [(0,0016 + 0,02081) \cdot 9,81] = 1104 \text{ t}$$

### 3.3.4 Äußere Luftwiderstandskraft

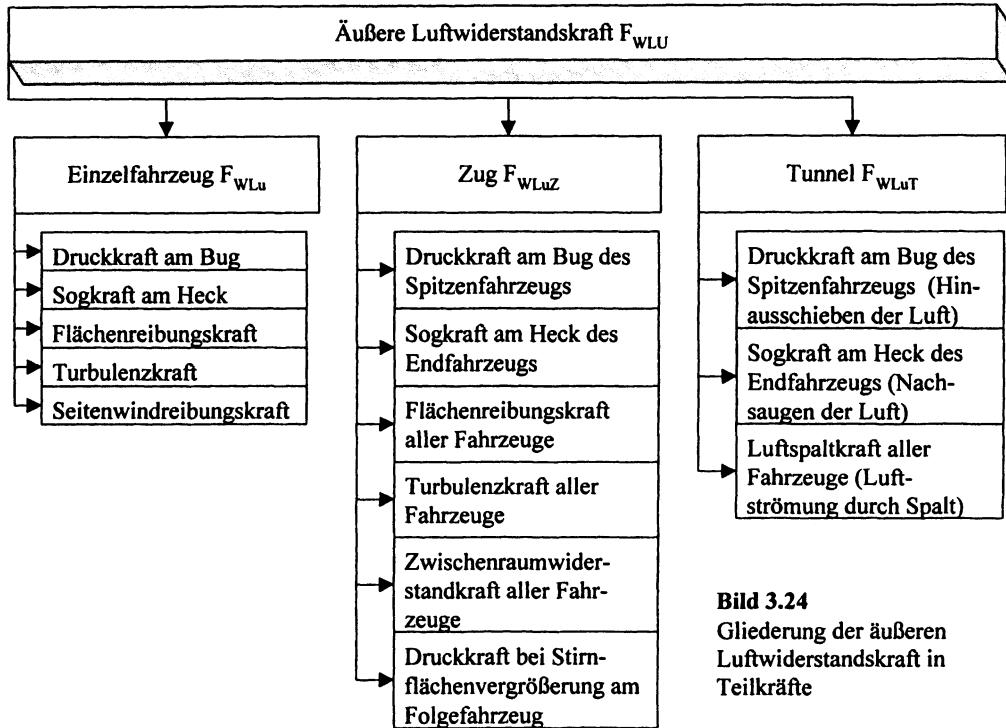


Bild 3.24  
Gliederung der äußeren Luftwiderstandskraft in Teilkräfte

#### 3.3.4.1 Geschwindigkeitsbeziehungen an Fahrzeug und Zug

Die äußeren Luftwiderstandskraft ist von dem am Fahrzeug bzw. Zug vorhandenen Geschwindigkeitsvektor abhängig. Bild 3.25 zeigt den während der Fahrt am Fahrzeug bzw. Zug vorhandenen Geschwindigkeitsvektor und seine Komponenten sowie die Geschwindigkeiten und Winkel des Fahrzeugs bzw. Zugs im Luftstrom. Fahrzeug bzw. der Zug werden als ruhend und die umgebende Luft als bewegt vorausgesetzt. Die Richtungskennung der Geschwindigkeiten erfolgt auf der Grundlage des Bildes 1.1.

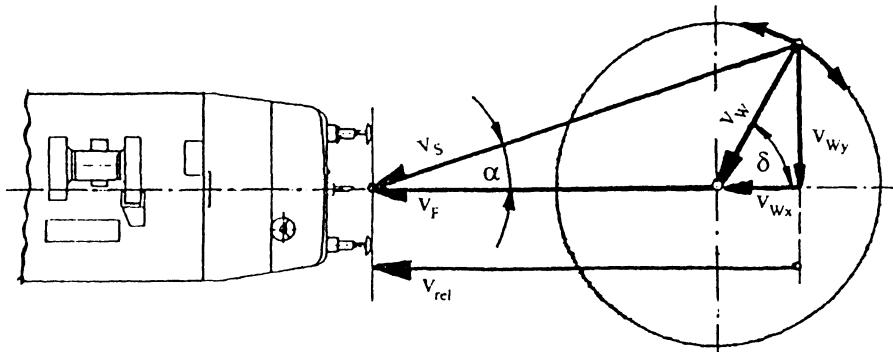


Bild 3.25  
Geschwindigkeitsbeziehungen an Fahrzeug und Zug

### Fahrgeschwindigkeit $v_F$

Die Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  ist durch die in der Längsrichtung (x-Richtung) ausgeführte Fahrbewegung gegeben. Damit hat der Vektor  $v_F$  nur 1 Freiheitsgrad.

### Windgeschwindigkeit $v_w$

Die Windgeschwindigkeit  $v_w$  ist ein Vektor mit 2 Freiheitsgraden. Bild 3.26 zeigt für Mitteldeutschland die Häufigkeit des Auftretens der einzelnen Geschwindigkeitsbereiche. Für Gesamtdeutschland wird das Jahresmittel 4,7 m/s bzw. 17 km/h angegeben.

### Windangriffswinkel $\delta$

Der Windangriffswinkel  $\delta$  ist der zwischen Fahrt- und Windrichtung vorhandene Winkel. Er kann den gesamten Bereich der Windrose umfassen und ist von der Fahrtrichtungssachse (x-Achse) aus dem Uhrzeigersinn entgegengesetzt anzutragen. Der Windangriffswinkel  $\delta$  ist ebenfalls eine stochastische Größe.

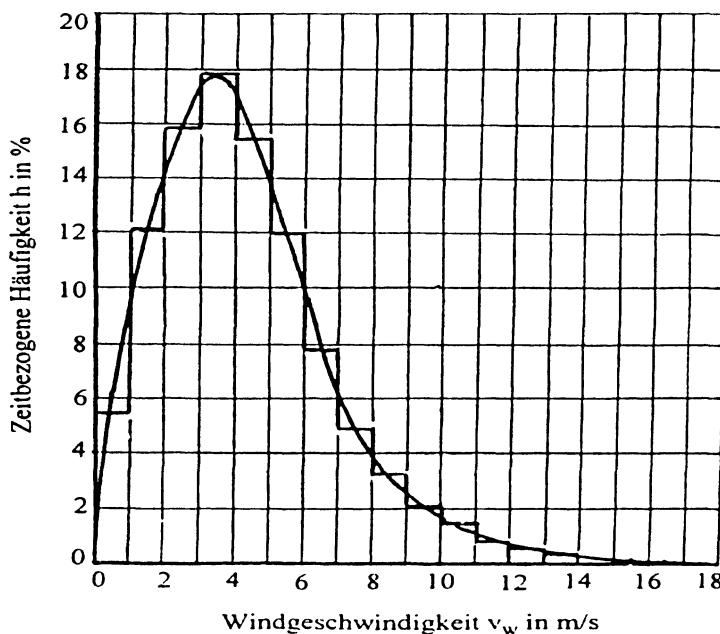
Der Vektor Windgeschwindigkeit  $v_w$  kann in Abhängigkeit vom aktuellen Windangriffswinkel  $\delta$  in die in der Fahrtrichtung (x-Richtung) vorhandene Komponente  $v_{w_x}$  und in die senkrecht zur Fahrtrichtung liegende Seitenkomponente  $v_{w_y}$  (y-Richtung) zerlegt werden (Bild 3.25):

$$v_{w_x} = v_w \cos \delta \quad \text{und} \quad v_{w_y} = v_w \sin \delta \quad (3.34)$$

### Relativgeschwindigkeit $v_{rel}$

Nach Bild 3.25 ergibt die Addition von Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  und Windgeschwindigkeitskomponente  $v_{w_x}$  die in Fahrtrichtung (x-Richtung) vorhandene Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$ :

$$v_{rel} = v_F + v_{w_x} \quad (3.35)$$



**Bild 3.26**  
Häufigkeitsverteilung der Windgeschwindigkeit in Mitteldeutschland

### Anströmgeschwindigkeit $v_s$

Nach Bild 3.25 ergibt die Addition von Fahr- und Windgeschwindigkeitsvektor den Anströmgeschwindigkeitsvektor  $v_s$ . Für den Betrag der Anströmgeschwindigkeit  $v_s$  gilt:

$$v_s = \sqrt{v_{\text{rel}}^2 + v_w^2} \quad (3.36)$$

### Anströmwinkel $\alpha$

Der Anströmwinkel  $\alpha$  ist der zwischen Fahrtrichtung (x-Richtung) und der Richtung der Anströmgeschwindigkeit  $v_s$  vorhandene Winkel. Nach Bild 3.25 gilt:

$$\alpha = \arctan \frac{v_w}{v_{\text{rel}}} \quad \text{und} \quad \alpha = \arctan \frac{v_w \sin \delta}{v_F + v_w \cos \delta} \quad (3.37)$$

Aus Gl.(3.37) geht hervor, dass nicht nur Windgeschwindigkeit  $v_w$  und Windangriffswinkel  $\delta$  den Anströmwinkel  $\alpha$  bestimmen, sondern dass er auch in starkem Maße von der Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  abhängig ist.

### Berechnungsbeispiel 3.7

Für einen Eisenbahnwagen, der mit der Geschwindigkeit  $v_F = 8 \text{ m/s}$  abrollt und auf den der Wind mit der Geschwindigkeit  $v_w = 8 \text{ m/s}$  unter dem Winkel  $\delta = 30^\circ$  einwirkt, sind die Geschwindigkeiten und der Anströmwinkel zu berechnen.

Lösung mit Gl. (3.34), (3.35), (3.36) und (3.37)

$$v_{wx} = 8 \cdot \cos 30^\circ = 6,928 \text{ m/s}, v_{wy} = 8 \cdot \sin 30^\circ = 4,0 \text{ m/s} \text{ und } v_{\text{rel}} = 8,0 + 6,928 = 14,928 \text{ m/s}$$

$$v_s = (14,928^2 + 4,0^2)^{0,5} = 15,455 \text{ m/s} \text{ und } \alpha = \arctan (4,0/14,928 \text{ m/s}) = 0,2618 \text{ rad (} 15,0^\circ \text{)}$$

#### 3.3.4.2 Strömungstechnische Grundlagen

Zur Ermittlung der Luftwiderstandskraft ist von den Lösungen der Strömungslehre auszugehen. Fahrzeug und Zug werden durch eine ruhende Platte bzw. homogenen Körper ersetzt, die vom Medium Luft mit der Anströmgeschwindigkeit  $v_s$  umströmt werden.

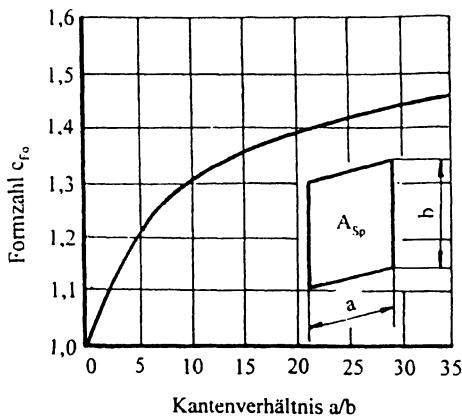
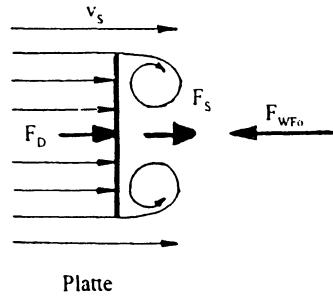
#### Platte im Luftstrom

Bild 3.27 zeigt eine Platte im Luftstrom. Der mit der Anströmgeschwindigkeit  $v_s$  rechtwinklig auf die Plattenfläche (Spantquerfläche  $A_{Sp}$ ) auftreffende Luftstrom verursacht vor der Platte den Überdruck  $p_{0b}$ . Strömungslinien, die den Plattenrand tangieren, lösen sich auf der Rückseite von den Kanten ab. Das bedeutet das Entstehen von Turbulenzen (Wirbel). Die Rotationsbewegung der wirbelnden Luftmasse erzeugt eine radialkraftbedingte Sogwirkung, die hinter der Platte den Unterdruck  $p_{Unt}$  entstehen lässt. Damit ist zwischen Vorder- und Rückseite der Platte der Gesamtdruckunterschied  $\Delta p = p_{0b} + p_{Unt}$  vorhanden. Der Überdruck  $p_{0b}$  ist mit der Druckkraft  $F_D$  und der Unterdruck  $p_{Unt}$  mit der Sogkraft  $F_S$  verbunden. Beide Kräfte ergeben zusammen die Formwiderstandskraft  $F_{WFo}$ .

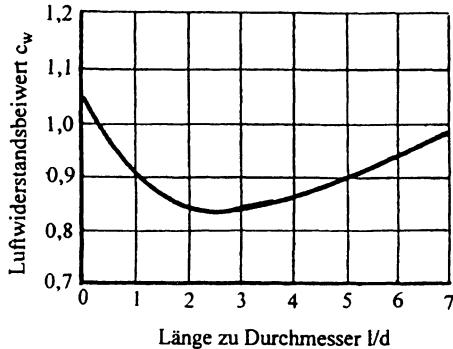
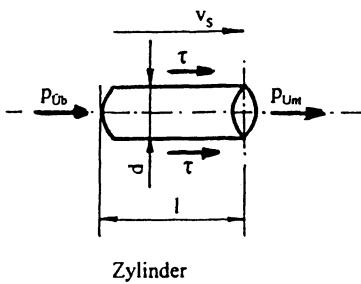
#### Formwiderstandskraft

Die Formwiderstandskraft ist das Produkt von Gesamt-Druckunterschied und Spantquerfläche:

$$F_{WFo} = \Delta p A_{Sp} = (p_{0b} + p_{Unt}) A_{Sp} = (1 + p_{Unt}/p_{0b}) p_{0b} A_{Sp}$$



**Bild 3.27**  
Platte im Luftstrom und luftumströmter Zylinder sowie Formzahl  $c_{F_o}$  und Luftwiderstandszahl  $c_w$



Bei Vernachlässigung der Kompressibilität der Luft kann der Überdruck, der sich durch das Abbremsen der Luftsäume teilchen an der fest stehenden Platte bis auf den Geschwindigkeitswert null ergibt, mit folgender, von *Bernoulli* entwickelter Gleichung berechnet werden:

$$p_{\text{Üb}} = v^2 \rho / 2 \quad (\rho = \text{Luftdichte})$$

Für die Berechnung der Formwiderstandskraft der Platte bzw. eines Körpers erhält man:

$$F_{WFo} = \left(1 + \frac{p_{\text{Unt}}}{p_{\text{Üb}}}\right) \frac{\rho}{2} v_s^2 A_{Sp}$$

Der Klammerausdruck  $\left(1 + p_{\text{Unt}}/p_{\text{Üb}}\right)$  ist die **Formzahl**  $c_{F_o}$  der Platte:

$$F_{WFo} = c_{F_o} \frac{\rho}{2} A_{Sp} v_s^2 \quad \text{mit } c_{F_o} = 1 + \frac{p_{\text{Unt}}}{p_{\text{Üb}}} \quad (3.38)$$

Die Formzahl  $c_{F_o}$  ist von der Plattenform abhängig. Bild 3.27 zeigt diese Abhängigkeit. Zur Plattenbreite  $a = 0$  erhält man eine turbulenzlose Linie ohne Unterdruck mit  $c_{F_o} = 1$ .

Die für die Platte entwickelte Gl. (3.38) kann auf beliebige Körper übertragen werden. Die Körper-Spanquerfläche  $A_{Sp}$  erhält man durch Projektion des Körpers in Richtung der Anströmgeschwindigkeit  $v_s$ . Bei strömungstechnisch günstiger Luftführung verkleinert sich die Formzahl  $c_{F_o}$  beachtlich. Sie wird sogar  $c_{F_o} < 1$ . Ursache ist die nur anteilige Umsetzung von Druck- in Geschwindigkeitsenergie und die Verminderung bzw. Vermeidung der Turbulenz.

### Reibungs- und Flächenwiderstandskraft

Bild 3.27 zeigt den Kreiszylinder im Luftstrom. Bei der Zylinderlänge  $l = 0$  ist nur die Formwiderstandskraft  $F_{WF_0}$  vorhanden (Gl. (3.38)). Bei  $l > 0$  müssen die Strömungslinien, die die Oberfläche tangieren, über die Oberfläche entlang strömen, bevor am Ende des Zylinders die Ablösung mit Turbulenzen eintritt. Das Strömen der Luft über die Oberfläche, die mit dem Überdruck  $p_{Ub}$  auf die Oberfläche einwirkt, erzeugt infolge Reibung die Schubspannung  $\tau$ . Das Produkt von Schubspannung  $\tau$  und Körperoberfläche  $A_{Ob}$  ergibt die Reibungs- und Flächenwiderstandskraft ( $F_{WR} = \tau \cdot A_{Ob}$ ). Die Proportionalität zwischen  $\tau$  und  $p_{Ub}$  ergibt  $F_{WR}$ :

$$F_{WR} = c_R \frac{\rho}{2} A_{Ob} v_s^2 \quad (3.39)$$

Die Reibungswiderstandszahl  $c_R$  ist von der Strömungsart der Grenzschicht, die gemischt laminar und turbulent ist, von der Reynolds-Zahl und von der Oberflächenrauhigkeit abhängig.

### Luftwiderstandskraft

Die Addition von Formwiderstandskraft  $F_{WF_0}$  und Reibungs- und Flächenwiderstandskraft  $F_{WR}$  [Gl. (3.38) plus Gl. (3.39)] ergibt die Luftwiderstandskraft des allgemeinen Körpers  $F_W$ :

$$F_W = (c_{Fo} + c_R \frac{A_{Ob}}{A_{Sp}}) \frac{\rho}{2} A_{Sp} v_s^2$$

$$F_W = c_w \frac{\rho}{2} A_{Sp} v_s^2 \text{ mit } c_w = c_{Fo} + c_R \frac{A_{Ob}}{A_{Sp}} \quad (3.40)$$

$F_W$	Luftwiderstandskraft des Körpers in N	$\rho$	Luftdichte in $\text{kg/m}^3$
$A_{Sp}$	Spanquerfläche, die im rechten Winkel zur Anströmrichtung liegt, in $\text{m}^2$		$(\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ für Normalzustand)
		$c_w$	Luftwiderstandsbeiwert, Maßeinheit 1
		$v_s$	Strömungsgeschwindigkeit in $\text{m/s}$

Die physikalische Größengleichung (3.40) ist die Ausgangsbasis für die Aufstellung von Gleichungen der Luftwiderstandskraft von Fahrzeugen und Zügen. Der Luftwiderstandsbeiwert  $c_w$  ist eine exakt definierte physikalische Größe. Er dient auch als Fahrzeuggewichtungsgröße ( $c_w$ -Beiwert) und darf nicht mit der Formzahl  $c_{Fo}$  (Gl. (3.38)) verwechselt werden. Bild 3.27 zeigt den Einfluss der Körperabmessungen, insbesondere der Körperlänge, auf den Luftwiderstandsbeiwert. Der Luftwiderstandsbeiwert ist im Regelfall nur experimentell bestimmbar.

### Luftdichte

Die Luftdichte  $\rho$  ist von Druck, Temperatur und Feuchtigkeit der Luft abhängig:

$$\rho_{tr} = \frac{p_L}{R_i T} \quad \text{und} \quad \rho_f = \rho_{tr} \left(1 - 0,377 \varphi \frac{p_d}{p_L}\right) \quad (3.41)$$

$\rho_{tr}, \rho_f$	Dichte der trockenen bzw. feuchten Luft in $\text{kg/m}^3$
T	thermodynamische Temperatur in K (273,5 plus t in $^\circ\text{C}$ )
$R_i$	individuelle Gaskonstante in $\text{J/(kg K)}$ , für Luft ist $R_i = 287 \text{ J/(kg K)}$
$p_L$	Absolutdruck der Luft in Pa (Anmerkung: 1000 bar entsprechen 100000Pa)
$p_d$	Dampfdruck des Wassers in Pa ( $p_d$ ist temperaturabhängig, Entnahme einschlägiger Tabellen)
$\varphi$	relative Luftfeuchtigkeit, Maßeinheit 1 in Gl. (3.41), im Regelfall Angabe in %

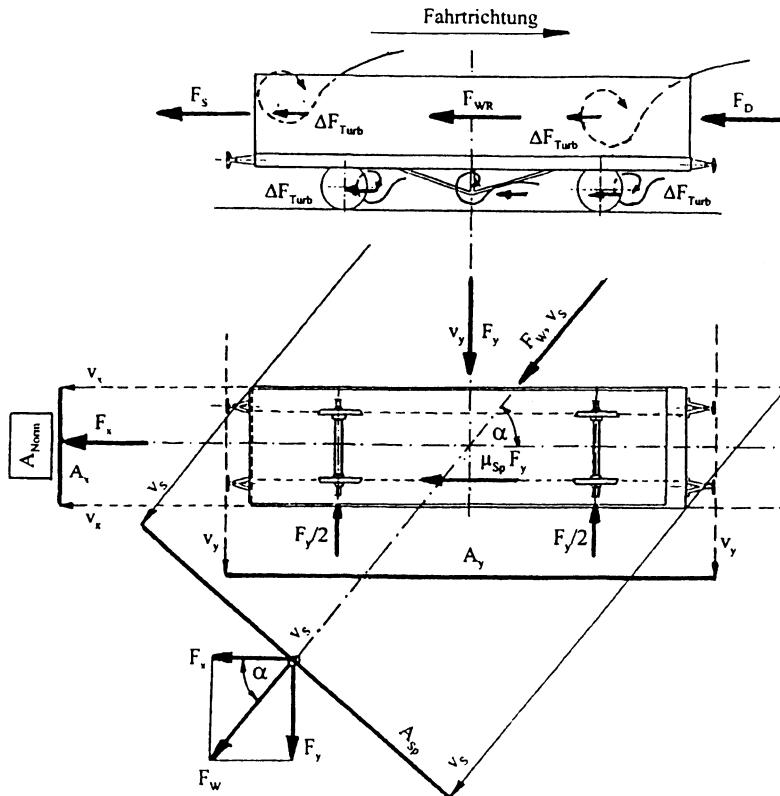
### 3.3.4.3 Einzelfahrzeug

#### Zusammensetzung der Luftwiderstandskraft

Bild 3.24 und 3.28 enthalten die Teilkräfte der Luftwiderstandskraft. Am Aufriss sind die Bestandteile erkennbar, die sich beim Anströmen aus der Fahrtrichtung ( $\alpha = 0$ ) ergeben. Am Bug ist die Druckkraft  $F_D$ , am Heck die Sogkraft  $F_S$  und an der Oberfläche die Flächenreibungskraft  $F_{WR}$  vorhanden. Inhomogene Strukturen erzeugen Turbulenzkräfte  $\Delta F_{Turb}$ , die eine Vergrößerung von Luftwiderstandskraft  $F_{WLu}$  und -beiwert  $c_w$  gegenüber dem idealen Körper bewirken. Inhomogene Strukturen, die für Turbulenzbildungen sorgen, sind das Untergestell, vorstehende Kanten der Außenwände, Dachaufbauten, Einbuchtungen, Stromabnehmer, offene, insbesondere leere Wagenkästen, nicht geschlossene Türen, geöffnete Fenster usw.

#### Vektor Luftwiderstandskraft

Am Fahrzeuggrundriss des Bildes 3.28 erfolgt das Anströmen unter dem Winkel  $\alpha$ . In Anströmrichtung entsteht die Spantquerfläche  $A_{Sp}$  als Schattenrissprojektion. An  $A_{Sp}$  greift die Luftwiderstandskraft  $F_W$  an. Sie wird in die Längskraft  $F_x$  ( $F_x = F_W \cos \alpha$ ) und in die Seitenkraft  $F_y$  ( $F_y = F_W \sin \alpha$ ) zerlegt. Das Fahren wird nur von der Längskraft  $F_x$  beeinflusst, die in Bewegungsrichtung wirkt. Die Luftwiderstandskraft eines Fahrzeugs  $F_{WLu}$  ist damit eine andere Kraft als die Luftwiderstandskraft des umströmten allgemeinen Körpers  $F_W$ .



**Bild 3.28**  
Luftkräfte beim Anströmen eines Eisenbahnfahrzeugs

### Seitenwindeinfluss

Die von der Seitenwindgeschwindigkeit  $v_y$  erzeugte Seitenkraft  $F_y$  beeinflusst die Fahrbewegung indirekt. Die Seitenkraft  $F_y$  wird durch eine gleich große Reaktionskraft im Rad-Schiene-Kontakt kompensiert. Das erfolgt zum kleineren Teil durch den Schräglau in der Rad-Schiene-Kontaktfläche und zum größeren Teil durch den leeseitigen Spurkranzlauf. Wegen des alternierenden Anlaufs nach der Sinusfunktion ist die Wirkung von  $F_y$  auf die Fahrbewegung bei Berechnungen zu halbieren. Für die auf die Fahrbewegung wirkende, seitenwindbedingte Spurkranzreibungskraft erhält man  $\Delta F_x = 0,5 \mu_{Sp} F_y$ .

### Luftwiderstandskraft des Fahrzeugs

Für die Luftwiderstandskraft des Fahrzeugs gilt:

$$F_{WL_u} = F_x + 0,5 \mu_{Sp} F_y \quad (3.42)$$

Luftwiderstandskräfte von Fahrzeugen werden entweder im Windkanalversuch oder im Fahrversuch gemessen. Im Windkanalversuch können nur  $F_w$  und die Komponenten  $F_x$  und  $F_y$  ermittelt werden, aber nicht  $F_{WL_u}$  nach Gl.(3.42). Wegen der fehlenden Fahrbewegung ist die Komponente  $0,5 \mu_{Sp} F_y$  im Windkanalversuch nicht erfassbar. Das Gleichsetzen von Windkanal- und Fahr- $F_{WL_u}$  ist nur für den Windangriffswinkel  $\delta = 0$  möglich.

Die Längskomponente  $F_x$  und die Seitenkomponente  $F_y$  von  $F_w$  betragen nach Gl. (3.40):

$$F_x = c_{Wx} \frac{\rho}{2} A_{Norm} v_S^2 \quad \text{und} \quad F_y = c_{Wy} \frac{\rho}{2} A_{Norm} v_S^2 \quad (3.43)$$

$A_{Norm}$  Normfläche zur Spantquerfläche

$c_{Wx}$  Luftwiderstandsbeiwert der Längsrichtung

$c_{Wy}$  Luftwiderstandsbeiwert der Seitenrichtung

### Normfläche $A_{Norm}$

Bild 3.28 zeigt die Spantquerfläche des Eisenbahnwagens als Schattenrissprojektion in Anströmrichtung. Wegen der Abhängigkeit vom Anströmwinkel  $\alpha$  ist die Spantquerfläche  $A_{Sp}$  eine sehr ungünstige Bewertungsgröße. Deshalb wird – wie im Bild 3.27 dargestellt –  $A_{Sp}$  durch die Flächen  $A_x$  (Schattenrissprojektion in Längs- bzw. Fahrtrichtung) und  $A_y$  (Schattenrissprojektion in Seitenrichtung) ersetzt. Diese beiden Flächen sind Konstanten.

Wegen der in Gl. (3.42) vorzunehmenden Addition wird von den beiden Konstanten  $A_x$  und  $A_y$  nur 1 Konstante für die Berechnung der Luftwiderstandskraft benutzt. Am leichtesten bestimmbar und am wenigsten veränderlich ist die Fläche der Längs-Schattenrissprojektion  $A_x$ . Sie wird als Normfläche definiert und ist sowohl für die Berechnung von  $F_x$  als auch von  $F_y$  zu verwenden. In weiterer Vereinfachung der Luftwiderstandsberechnung wird teilweise anstelle der tatsächlichen Fläche  $A_x$  die Normfläche  $A_{Norm} = 10 \text{ m}^2$  festgelegt.

Durch diese Vereinfachungen wird die charakteristische Abhängigkeit der Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{Wx}(\alpha)$  und  $c_{Wy}(\alpha)$  nicht verändert, sondern nur der Maßstab der Darstellung beeinflusst.

### Luftwiderstandsbeiwerte $c_{Wx}$ und $c_{Wy}$

Von *Vollmer* wurden an Fahrzeugmodellen im Windkanal die Längs- und Seitenkräfte  $F_x$  und  $F_y$  in Abhängigkeit vom Anströmwinkel  $\alpha$  gemessen. Die Berechnung der Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{Wx}$  und  $c_{Wy}$  erfolgt mit der Normfläche  $A_{Norm} = A_x$ .

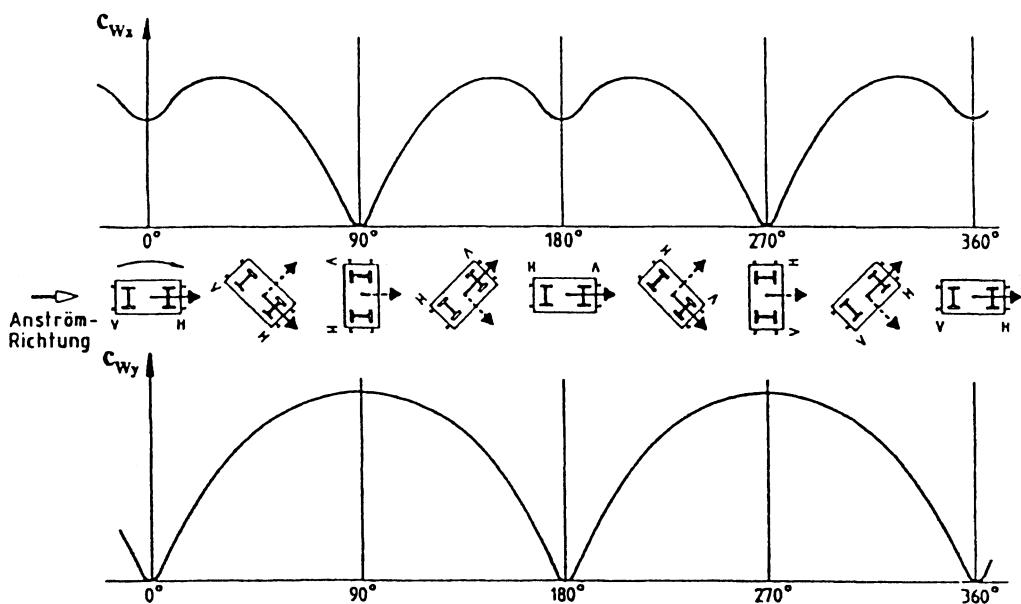


Bild 3.29: Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{W_x}$  und  $c_{W_y}$  bei der 360°-Fahrzeug-Drehung im Luftstrom (Vollmer)

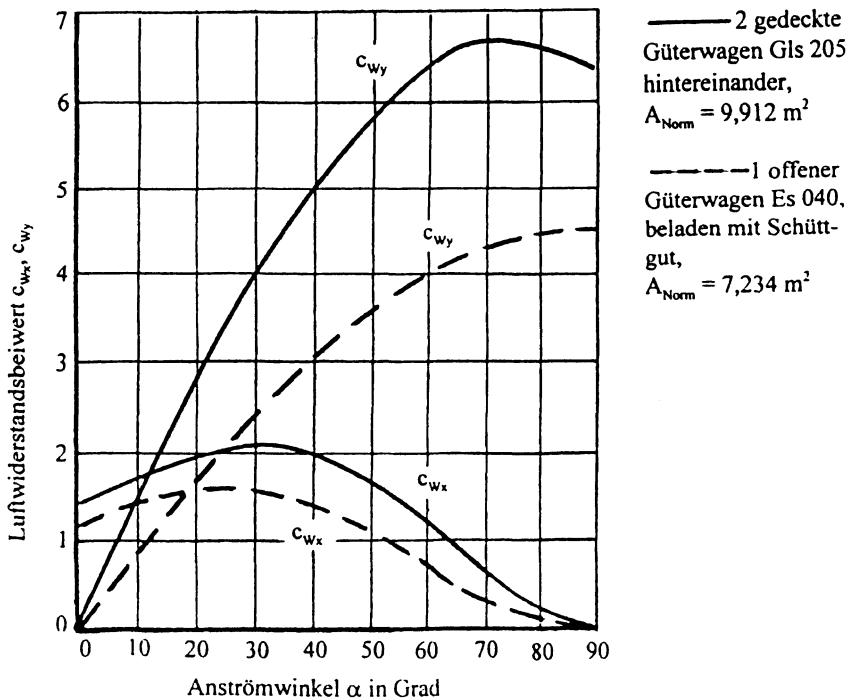


Bild 3.30

Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{W_x}$  und  $c_{W_y}$  zweier ausgewählter Eisenbahnfahrzeuge bei der 90°-Drehung im Luftstrom (nach Vollmer)

**Tabelle 3.5**

Luftwiderstandsbeiwerte für überschlägliche Berechnungen im Rangier- und Ablaufbetrieb (Einzelwagen)

Anströmwinkel $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
O-Wagen, $A_{\text{Norm}} = 6 \text{ m}^2$ , $c_{Wx} =$	0,94	1,34	0,25	0,00
$c_{Wy} =$	0,00	2,50	3,80	4,00
G-Wagen, $A_{\text{Norm}} = 8 \text{ m}^2$ , $c_{Wx} =$	0,94	1,40	0,28	0,00
$c_{Wy} =$	0,00	2,75	4,50	5,00

Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{Wx}$  und  $c_{Wy}$ :

$$c_{Wx} = \frac{2 F_x}{\rho A_{\text{Norm}} V_s^2} \quad \text{und} \quad c_{Wy} = \frac{2 F_y}{\rho A_{\text{Norm}} V_s^2} \quad (3.44)$$

Bild 3.29 zeigt die von *Vollmer* ermittelten Kurven  $c_{Wx}(\alpha)$  und  $c_{Wy}(\alpha)$ , die sich bei der  $360^\circ$ -Drehung des Fahrzeugmodells im Luftstrom ergeben haben. Bild 3.30 zeigt die Kennlinien  $c_{Wx}(\alpha)$  und  $c_{Wy}(\alpha)$  für die Drehung von  $0$  bis  $90^\circ$ . Für praktische fahrdynamische Berechnungen im Rangier- und Ablaufbetrieb werden die  $c_{Wx}$ - und  $c_{Wy}$ -Werte der Tabelle 3.5 benutzt.

Die automatische Prozesssteuerung des Wagenlaufs auf Rangierbahnhöfen erfordert sehr genaue Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{Wx}$  und  $c_{Wy}$ , die außerdem in Abhängigkeit von den sich fortlaufend ändernden Windverhältnissen ständig zu korrigieren sind. Von *Vollmer* ist ein entsprechendes Verfahren zur Ermittlung aktueller Luftwiderstandskräfte entwickelt worden.

### Berechnungsbeispiel 3.8

Für einen einzeln ablaufenden beladenen offenen Güterwagen ist zur Anströmgeschwindigkeit  $v_s = 12 \text{ m/s}$  die Luftwiderstandskraft  $F_{WLu}$  zu berechnen. Die Bezugsfläche beträgt  $A_{\text{Norm}} = 7,234 \text{ m}^2$ . Beim gegebenen Anströmwinkel  $\alpha = 30^\circ$  liegen die Luftwiderstandsbeiwerte  $c_{Wx} = 1,34$  und  $c_{Wy} = 2,50$  vor. Die Lufttemperatur beträgt  $t_{Lu} = -10^\circ\text{C}$ , der Luftdruck 1030 bar (103000 Pa) und die Luftfeuchtigkeit  $\varphi = 50\%$ . Der Spurkranzreibwert beträgt  $\mu_{Sp} = 0,25$ .

Lösungsweg und Lösung:

Der Tafel für den Dampfdruck des Wassers wird zur Lufttemperatur  $t_{Lu} = -10^\circ\text{C}$  der Dampfdruck  $p_d = 0,00260 \text{ bar}$  bzw.  $260 \text{ Pa}$  entnommen. Die absolute Temperatur beträgt  $T = 273,5 + t_{Lu} = 273,5 - 10 = 263,5^\circ\text{C}$ .

Luftdichte trocken und feucht, Gl. (3.41)

$$\rho_t = 103000/(287 \cdot 263,5) = 1,362 \text{ kg/m}^3 \quad \text{und} \quad \rho_f = 1,362 \cdot (1 - 0,377 \cdot 0,50 \cdot 260/103000) = 1,361 \text{ kg/m}^3$$

Längs- und Seitenkraft, Gl. (3.43) und Luftwiderstandskraft, Gl. (3.42)

$$F_x = 1,34 \cdot 1,361 \cdot 12^2 \cdot 7,234/2 = 950 \text{ N} \quad \text{und} \quad F_y = 2,50 \cdot 1,631 \cdot 12^2 \cdot 7,234/2 = 1772 \text{ N}$$

$$F_{WLu} = 950 + 0,5 \cdot 0,25 \cdot 1772 = 950 + 222 = 1172 \text{ N}$$

#### 3.3.4.4 Fahrzeuggruppe

##### Elemente der Luftwiderstandskraft

In der Dissertation von *Vollmer, G.* (Luftwiderstand von Güterwagen, TH Darmstadt 1989) ist ein Lösungsvorschlag zur Berechnung der Luftwiderstandskraft von Fahrzeuggruppen entwickelt worden, der hauptsächlich auf die Abrollbewegung in Ablaufanlagen zugeschnitten ist.

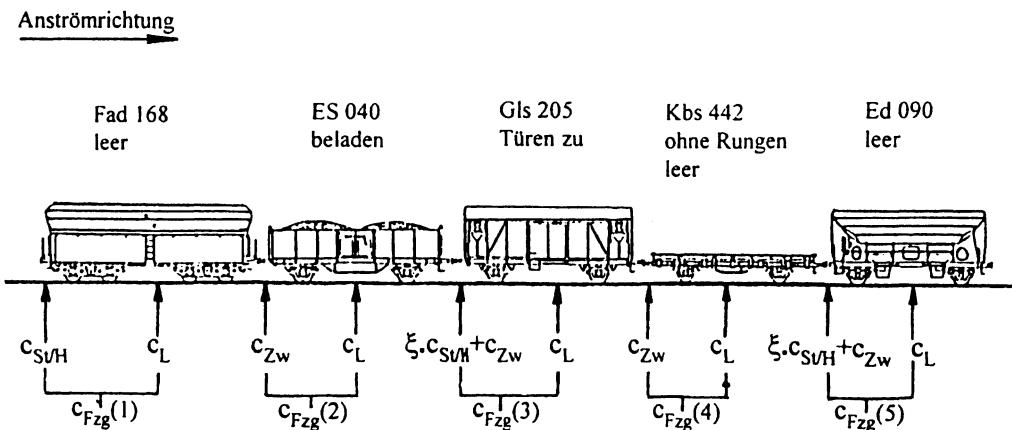
Bild 3.31 zeigt eine aus Güterwagen zusammengestellte Fahrzeuggruppe. Am Spitzenfahrzeug wirkt die Druckkraft  $F_D$  und am Schlussfahrzeug die Sogkraft  $F_S$ . Beide Kräfte werden rechnerisch auf das Spitzenfahrzeug konzentriert und mit dem **Stirn- und Heckflächenbeiwert**  $c_{SVH}$  bewertet.

An allen Fahrzeugen sind Flächenreibungskraft  $F_{WR}$  und Turbulenzkräfte  $F_{Turb}$  vorhanden. Diese Kräfte sind u.a. von der Fahrzeuglänge abhängig. Sie werden im **Fahrzeuglängenbeiwert**  $c_L$  erfasst.

In den Zwischenräumen entstehen Turbulenzkräfte. Sie werden im **Zwischenraumbeiwert**  $c_{ZW}$  erfasst. Der Zwischenraumbeiwert  $c_{ZW}$  ist auf gleiche Stirnflächen der benachbarten Fahrzeuge bezogen. Die Abhängigkeit vom Anströmwinkel  $\alpha$  ergibt sich vor allem als Folge der anteiligen Stirnflächenerfassung durch den Luftstrom bei  $\alpha > 0$  (Bild 3.32).

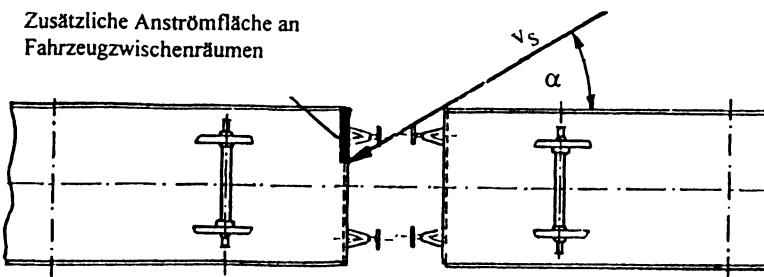
Vergrößert sich die Stirnfläche beim Übergang auf das Folgefahrzeug, ist im Zwischenraum außerdem der mit dem Flächenverhältnis  $\xi$  multiplizierte **anteilige Stirn- und Heckflächenbeiwert**  $\Delta c_{SVH} = \xi \cdot c_{SVH}$  zu berücksichtigen.

Die Beiwerthe  $c_{ZW}$  und  $\Delta c_{SVH}$  sind beim Folgefahrzeug anzurechnen.



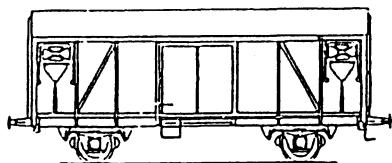
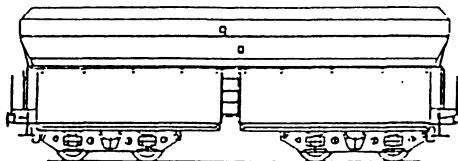
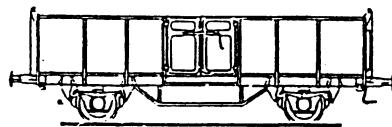
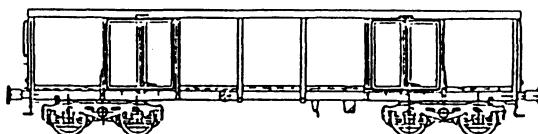
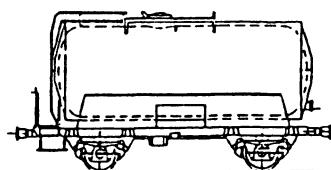
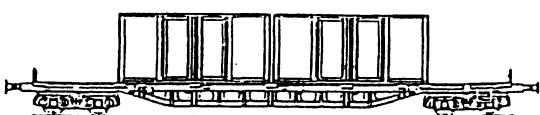
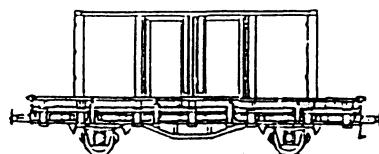
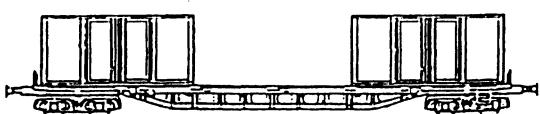
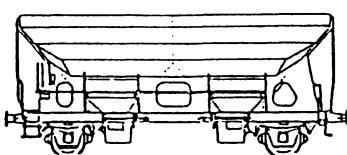
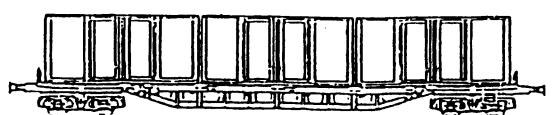
**Bild 3.31**

An den Fahrzeugen einer Gruppe zu berücksichtigende Beiwerthe bei Berechnung des Fahrzeug- und des Gruppen-Luftwiderstandsbeiwerts



**Bild 3.32**

Vergrößerung der Luftwiderstandskraft im Zwischenraum beim Anströmwinkel  $\alpha > 0^\circ$

**Gedeckter Güterwagen Gls 205****Selbstentladewagen Fad 168****Offener Güterwagen Es 040****Offener Güterwagen Eaos****Kesselwagen****Containertragwagen Sgjs 716 mit 2 mittigen 20'-Container****Niederbordwagen mit 20'-Container****Containertragwagen Sgjs 716 mit 2 äußereren 20'-Container****Selbstentladewagen Ed 090****Containertragwagen Sgjs 716 mit 3 20'-Container****Bild 3.33: Güterwagentypen zu Tabelle 3.6**

**Tabelle 3.6**

Bessel-Koeffizienten der Gleichung des Luftwiderstandsbeiwerts von Fahrzeugen

 $A_x$  Spantquerfläche in der x-Längsrichtung $l_{WK}$  Wagenkastenlänge

Wagentyp	Gls 205 Türen zu	Gls 205 Türen auf	Es 040 leer	Es 040 beladen	Kesselwag. 2 achsig Bühne vorn	Kbs 442 leer, ohne Rungen	Ed 090 Leer
$A_x$ in $m^2$ $l_{WK}$ in m	9,912 8,80	9,912 8,80	6,989 8,96	7,234 8,96	10,319 7,20	3,659 8,80	9,083 8,96
Koeffizienten für den Luftwiderstandsbeiwert in x-Längsrichtung, $c_{Fzgx}$							
$a_{SVH\ 0}$	6649,61	7504,93	5155,33	4691,41	4679,65	3082,95	5393,73
$a_{SVH\ 2}$	4825,72	5644,27	3516,97	3309,82	3742,16	2198,34	4737,47
$a_{SVH\ 4}$	-2259,41	-2507,05	-1158,89	-1226,76	-23,90	-155,07	-1372,14
$a_{SVH\ 6}$	-150,72	-482,46	-436,96	-95,92	-824,89	-184,53	-46,14
$a_{SVH\ 8}$	-124,59	-468,58	-297,92	-109,27	602,61	-147,37	8,12
$a_{SVH\ 10}$	-139,31	-246,59	-143,13	4,80	-559,60	45,57	-163,27
$a_{L\ 0}$	103,95	291,95	168,04	136,33	274,63	143,59	261,19
$a_{L\ 2}$	70,83	-26,51	157,95	88,56	121,42	45,50	28,55
$a_{L\ 4}$	-37,79	-199,91	-25,53	-63,56	-157,40	-73,14	-73,94
$a_{L\ 6}$	-16,53	33,74	-10,35	-24,60	-30,17	-3,13	-14,08
$a_{L\ 8}$	-17,01	-18,59	-17,25	-11,89	-63,78	-8,26	-23,09
$a_{L\ 10}$	-7,26	14,33	-8,56	-6,89	14,56	-3,75	5,66
$a_{Zw\ 0}$	1302,94	1598,90	939,30	1026,04	1548,51	662,62	1536,87
$a_{Zw\ 2}$	-474,17	-552,65	-378,16	-348,50	-441,23	150,96	-324,65
$a_{Zw\ 4}$	-1024,32	-994,27	-691,45	-811,21	-554,23	-364,55	-1287,95
$a_{Zw\ 6}$	274,06	100,82	159,22	167,21	146,95	-157,90	72,75
$a_{Zw\ 8}$	-155,19	-218,70	-48,34	-31,55	-136,66	-114,15	66,82
$a_{Zw\ 10}$	128,69	177,88	82,19	101,93	89,51	69,32	21,97
Koeffizienten für den Luftwiderstandsbeiwert in y-Seitenrichtung, $c_{Fzy}$							
$a_{SVH\ 0}$	5108,64	4375,91	2446,64	3088,70	-738,33	21446,96	482,50
$a_{SVH\ 2}$	1485,23	1604,38	2447,33	2593,62	5734,76	1450,01	2219,45
$a_{SVH\ 4}$	-2823,53	-3147,41	-1482,86	-2343,59	-1240,89	-1614,64	51,80
$a_{SVH\ 6}$	-1105,80	-1124,95	-1535,78	-1626,52	-842,57	-972,45	-893,94
$a_{SVH\ 8}$	-636,46	-359,19	-1001,24	-49,36	-623,75	-223,02	-1164,69
$a_{SVH\ 10}$	-559,61	-125,45	-378,86	-221,20	-537,24	-71,94	-684,09
$a_{L\ 0}$	1667,44	1603,22	1705,88	1591,89	3184,20	909,66	2376,79
$a_{L\ 2}$	-1293,49	-1272,66	-1410,66	-1478,59	-2526,32	-776,82	-1831,10
$a_{L\ 4}$	-270,13	-189,95	-245,82	-87,36	-482,83	-108,67	-447,96
$a_{L\ 6}$	-45,33	-15,35	30,37	60,70	-115,66	7,89	-35,70
$a_{L\ 8}$	-12,47	-38,41	36,16	-59,43	-65,07	7,50	52,33
$a_{L\ 10}$	10,66	-36,65	-7,42	-22,93	32,56	-14,66	29,07
$a_{Zw\ 0}$	-508,81	-455,85	-1274,88	-1017,39	-4088,97	-565,92	-2197,55
$a_{Zw\ 2}$	900,96	1143,37	1282,44	1727,00	4002,68	1043,40	858,83
$a_{Zw\ 4}$	236,90	-435,26	529,53	-9,09	-429,74	-174,72	1518,74
$a_{Zw\ 6}$	-162,93	-200,46	-184,74	-950,75	349,72	-493,56	78,91
$a_{Zw\ 8}$	-481,46	-289,55	-503,11	158,62	394,68	-86,15	-375,47
$a_{Zw\ 10}$	-260,29	144,56	-70,67	339,06	-332,97	290,06	-349,30

## Fortsetzung von Tabelle 3.6

 $a_{S/H}$  Stirn- und Heckflächenkoeffizient $a_L$  Längenkoeffizient pro Meter Wagenkastenlänge $a_ZW$  Zwischenraumkoeffizient eines Folgewagens $a_{Spitz}$  Fahrzeugkoeffizient des Spitzwagens $a_{Folge}$  Fahrzeugkoeffizient des Folgewagens

Wagentyp	Ed 090 beladen, Schüttgut	Sgis 716 2 x 20'-Aus- sencontainer	Sgis 716 3 x 20'- Container	Fad 168 leer	Fad 168 beladen, Schüttgut	Eaos 106 leer	Eaos 106 beladen, Schüttgut
$A_x$ in $m^2$	9,501	9,361	9,361	11,364	11,870	8,711	9,131
$l_{WK}$ in m	8,96	18,90	18,90	11,20	11,20	12,80	12,80
Koeffizienten für den Luftwiderstandsbeiwert in x-Längsrichtung $c_{Fzgx}$							
$a_{S/H\ 0}$	5058,01	5495,73	5260,45	7589,31	7086,81	5916,62	5268,88
$a_{S/H\ 2}$	4719,46	4843,11	4697,65	6199,60	5985,95	4912,12	4311,88
$a_{S/H\ 4}$	-1421,86	-983,60	-766,85	-1995,37	-2250,73	-1465,55	-1493,32
$a_{S/H\ 6}$	-197,38	-512,23	-425,19	-462,11	-778,91	-822,29	-306,41
$a_{S/H\ 8}$	-29,93	334,33	314,00	-306,72	-134,42	-479,75	136,88
$a_{S/H\ 10}$	109,01	-628,36	-627,00	-470,86	-313,93	-934,72	-404,90
$a_L\ 0$	246,83	273,47	143,04	95,53	91,35	156,44	121,89
$a_L\ 2$	-13,28	136,98	58,30	76,61	45,18	150,77	79,69
$a_L\ 4$	-103,54	-191,71	-94,91	-16,11	-37,10	-7,00	-67,15
$a_L\ 6$	-24,96	-23,62	-19,46	-12,63	-14,62	11,53	-32,68
$a_L\ 8$	-29,55	-20,78	-12,36	0,23	-8,68	11,92	-12,78
$a_L\ 10$	-19,38	-5,35	6,40	-0,85	-7,89	17,09	-2,49
$a_{Zw\ 0}$	1161,67	2382,00	2236,21	1446,91	1157,84	1158,07	1129,92
$a_{Zw\ 2}$	-144,95	-331,12	-591,19	-194,43	-407,35	-529,88	-366,76
$a_{Zw\ 4}$	-1220,92	-1919,68	-1607,10	-885,62	-820,63	-822,22	-691,78
$a_{Zw\ 6}$	95,95	815,77	546,05	171,27	124,68	121,00	203,81
$a_{Zw\ 8}$	20,98	-215,56	-11,41	11,24	100,27	-238,96	-109,99
$a_{Zw\ 10}$	3,66	-100,65	25,97	75,31	207,26	-52,92	101,57
Koeffizienten für den Luftwiderstandsbeiwert in y-Richtung $c_{Fzy}$							
$a_{S/H\ 0}$	1364,73	-357,47	1696,34	3850,39	2953,92	4251,75	4362,48
$a_{S/H\ 2}$	2313,24	6106,23	4392,93	1098,00	1487,19	2845,64	2414,89
$a_{S/H\ 4}$	-146,34	931,88	2194,96	714,43	817,44	-149,65	-1329,98
$a_{S/H\ 6}$	-1039,11	-3592,51	-3134,59	-1037,83	-1256,88	-2162,48	-2337,12
$a_{S/H\ 8}$	-836,46	-1861,07	-1452,08	-1736,54	-1446,42	-1201,61	-974,15
$a_{S/H\ 10}$	-326,43	-735,82	-1359,10	-1538,34	-1032,99	-1287,92	-744,06
$a_L\ 0$	2321,28	2127,99	2661,04	2329,46	2376,25	1973,11	1898,55
$a_L\ 2$	-1805,41	-1755,25	-2146,47	-1741,34	-1772,00	-1654,02	-1704,81
$a_L\ 4$	-433,34	-426,29	-647,45	-600,28	-610,31	-388,29	-237,48
$a_L\ 6$	-44,65	87,82	94,48	-27,59	-15,85	59,99	87,41
$a_L\ 8$	18,47	55,20	81,72	84,98	61,65	32,08	-15,48
$a_L\ 10$	-4,27	-5,38	2,42	79,29	41,02	21,31	-3,67
$a_{Zw\ 0}$	-2369,18	-4843,12	-5869,20	-1093,72	-1410,97	-1386,42	-2022,06
$a_{Zw\ 2}$	1063,76	3072,27	1902,71	8,24	689,65	687,50	784,10
$a_{Zw\ 4}$	1737,76	2714,02	4269,90	1785,86	1880,91	1384,97	2195,51
$a_{Zw\ 6}$	-59,08	-493,35	818,35	-240,31	-789,79	-305,81	-529,89
$a_{Zw\ 8}$	-469,35	-1152,37	-957,26	-444,02	-873,15	-153,35	-888,49
$a_{Zw\ 10}$	-133,05	-130,75	-898,78	-373,53	36,97	-467,38	359,63

Fortsetzung von Tabelle 3.6

Wagentyp $A_x$ und $l_{WK}$	Sgjs 716 leer ohne Rungen $4,324 \text{ m}^2$ und $18,90 \text{ m}$		Sgjs 716 leer mit Rungen $4,490 \text{ m}^2$ und $18,90 \text{ m}$		Sgjs 716 mit mittigem $1 \times 20'$ -Container $9,361 \text{ m}^2$ und $18,90 \text{ m}$		Sgjs 716 mit mittigen $2 \times 20'$ -Container $9,361 \text{ m}^2$ und $18,90 \text{ m}$	
	$c_x(a)$	$c_y(a)$	$c_x(a)$	$c_y(a)$	$c_x(a)$	$c_y(a)$	$c_x(a)$	$c_y(a)$
aSpitze 0	6767,73	9847,37	6798,16	12123,11	8673,49	26255,19	9636,56	39140,41
aSpitze 2	2727,25	-7231,39	3316,93	-8961,93	6025,89	-16877,88	6305,54	-26694,0
aSpitze 4	-1582,90	-1303,26	-2106,93	-1642,10	-2999,27	-4706,92	-2708,73	-7030,75
aSpitze 6	242,76	-513,29	51,20	-597,68	-783,60	-1281,99	-1083,30	-1350,79
aSpitze 8	-285,61	-90,67	-338,38	-26,05	-130,30	-558,47	-88,21	-351,65
aSpitze 10	-43,87	-34,82	-103,32	-83,86	-608,76	-896,98	-565,69	-1340,59
aFolge 0	3102,73	8681,35	4334,83	10055,52	6535,10	22340,04	5706,63	34542,41
aFolge 2	230,63	-6978,69	629,03	-8647,95	2776,64	-17748,31	2175,26	-29029,61
aFolge 4	-1506,52	-824,32	-2075,01	-1117,58	-3544,66	-3984,72	-3982,31	-5672,85
aFolge 6	143,41	-115,80	24,34	-190,68	-584,25	-763,99	-618,19	155,71
aFolge 8	-454,11	-329,14	-571,56	-192,91	-313,58	-314,03	-310,80	911,51
aFolge 10	91,27	-295,50	-32,21	-151,87	-458,76	-575,38	-275,64	-814,44
Wagentyp $A_x$ und $l_{WK}$	Kbs 442, 2achsig, leer $4,720 \text{ m}^2$ und $8,80 \text{ m}$	Kbs 442, 2achsig, mit $1 \times 20'$ -Container $9,053 \text{ m}^2$ und $8,80 \text{ m}$		Kesselwagen 2achsig, Rangierbühne hinten $10,319 \text{ m}^2$ und $7,20 \text{ m}$				
aSpitze 0	6105,64	13335,82	7263,10	21343,72	6341,49	21845,35		
aSpitze 2	3814,49	-6990,04	5109,99	-12367,92	5067,49	-11572,4		
aSpitze 4	-1382,91	-3352,72	-2140,88	-3909,48	-1600,59	-4541,41		
aSpitze 6	-450,47	-1321,62	-470,41	-1653,68	-752,01	-1979,48		
aSpitze 8	-296,29	-280,31	250,50	-914,38	-70,77	-1101,48		
aSpitze 10	-99,16	-253,81	-227,42	-645,24	-281,31	-600,35		
aFolge 0	2885,69	10175,95	3696,89	18155,33	3231,13	18842,40		
aFolge 2	825,03	-7538,94	942,31	-14859,94	892,61	-14230,37		
aFolge 4	-1681,07	-1780,68	-2773,49	-2761,31	-2077,41	-3651,01		
aFolge 6	-175,72	-520,15	-290,56	123,42	-139,99	-538,55		
aFolge 8	-207,17	37,74	-339,43	26,63	-327,23	21,10		
aFolge 10	-94,23	92,12	-101,95	-217,06	3,68	40,45		

Der Luftwiderstandsbeiwert von Fahrzeugen  $c_{Fzg}$  ist die Summe der Beiwerte aller angreifenden Kräfte. In Abhängigkeit von der Einordnung in die Gruppe erhält man nach Bild 3.31:

$$\text{Einzelfahrzeug} \quad c_{Fzg} = c_{St/H} + c_L \quad (3.45)$$

$$\text{Spitzenfahrzeug} \quad c_{Fzg} = c_{St/H} + c_L$$

$$\text{Vereinfachung} \quad c_{Fzg} = c_{Spitze} \quad \text{mit} \quad c_{Spitze} = c_{St/H} + c_L$$

$$\text{Folgefahrzeug} \quad c_{Fzg} = \xi c_{St/H} + c_L + c_{Zw}$$

$$\text{Vereinfachung} \quad c_{Fzg} = \xi (c_{Spitze} - c_{Folge}) + c_{Folge} \quad \text{mit} \quad c_{Folge} = c_L + c_{Zw}$$

Stirnflächenfaktor bei  $A_x(k) \leq A_x(k-1)$   $\xi = 0$

$$\text{bei } A_x(k) > A_x(k-1) \quad \xi = 1 - \frac{A_x(k-1)}{A_x(k)}$$

$A_x$  Spantquerfläche der x-Richtung (Bild 3.28)

$k$  Fahrzeugzählvariable (Spitzenfahrzeug:  $k = 1$ )

Bei der vereinfachten Berechnung wird  $c_{Fzg}$  um den Betrag  $\xi \cdot c_{zw}$  zu klein ermittelt. In der Dissertation von *Vollmer* wird teilweise auf die genaue und teilweise auf die vereinfachte Berechnung Bezug genommen.

Die Gl.(3.45) ist sowohl auf die x-Längsrichtung ( $c_{Fzg,x}$ ) als auch auf die y-Seitenrichtung ( $c_{Fzg,y}$ ) zu beziehen.

Der Luftwiderstandsbeiwert einer Wagengruppe ist die Summe der Luftwiderstandsbeiwerte aller in die Gruppe eingestellten Fahrzeuge:

$$c_{\text{Gruppe } x} = \sum c_{Fzg,x} \quad \text{und} \quad c_{\text{Gruppe } y} = \sum c_{Fzg,y} \quad (3.46)$$

Nachdem  $c_{Fzg,x}$  und  $c_{Fzg,y}$  aller Fahrzeuge der Gruppe vorliegen, ist die Summierung zu den Luftwiderstandsbeiwerten der Gruppe  $c_{\text{Gruppe } x}$  und  $c_{\text{Gruppe } y}$  vorzunehmen.

Von *Vollmer* ist im Bereich  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$  die Abhängigkeit aller einzelnen Beiwerte der Luftwiderstandskraft von Fahrzeugen vom Anströmwinkel  $\alpha$  im Windkanal untersucht und statistisch ausgewertet worden. Für die statistische Auswertung der Messergebnisse wurde die *Fouriersche* Reihe der periodischen Funktion  $f(\alpha)$  bei alleiniger Berücksichtigung der geradzahligen Besselkoeffizienten  $a_0, a_2, a_4, a_6, a_8$  und  $a_{10}$  benutzt.

Für den Beiwert eines Elements der Luftwiderstandskraft (Index E), für den Luftwiderstandsbeiwert eines Fahrzeugs (Gl. (3.45), Index F) und für den Luftwiderstandsbeiwert einer Wagengruppe (Gl. (3.46), Index G) gilt:

$$c_{\text{Elem}} = a_{0E} + a_{2E} \cos(2\alpha) + a_{4E} \cos(4\alpha) + a_{6E} \cos(6\alpha) + a_{8E} \cos(8\alpha) + a_{10E} \cos(10\alpha) \quad (3.47)$$

$$c_{Fzg} = a_{0F} + a_{2F} \cos(2\alpha) + a_{4F} \cos(4\alpha) + a_{6F} \cos(6\alpha) + a_{8F} \cos(8\alpha) + a_{10F} \cos(10\alpha)$$

$$c_{\text{Gruppe}} = a_{0G} + a_{2G} \cos(2\alpha) + a_{4G} \cos(4\alpha) + a_{6G} \cos(6\alpha) + a_{8G} \cos(8\alpha) + a_{10G} \cos(10\alpha)$$

Die Gl. (3.47) ist sowohl auf die x-Längsrichtung ( $c_{Fzg,x}$ ) als auch auf die y-Seitenrichtung ( $c_{Fzg,y}$ ) zu beziehen.

Tabelle 3.6 enthält die Besselkoeffizienten aller in Gl. (3.45) enthaltenen Elemente der Luftwiderstandskraft bzw. von Spitzenfahrzeug und Folgefahrzeug. Bild 3.34 zeigt die zu den Wagentypbezeichnungen der Tabelle 3.6 gehörenden Wagentypen.

Wegen der gleichen Struktur der 3 Gleichungen der Gl. (3.47) können die Besselkoeffizienten des Fahrzeugs durch Addition der Besselkoeffizienten aller Elemente und die Besselkoeffizienten der Wagengruppe durch Addition der Besselkoeffizienten aller Fahrzeuge bestimmt werden. Sind die Besselkoeffizienten anstelle der Elemente für Spitzen- und Folgefahrzeug gegeben, ist nach der in Gl. (3.45) dargestellten Vereinfachung zu addieren:

$$\begin{aligned} a_{kF} &= \sum a_{kE} \\ a_{kF} &= a_k \text{Spitze} + \sum a_k \text{Folge} + \xi \sum (a_k \text{Spitze} - a_k \text{Folge}) \\ a_{k \text{Gruppe}} &= \sum a_{kF} \end{aligned} \quad (3.48)$$

$k$  Ordnungszahl des Besselkoeffizienten ( $k = 0, 2, 4, 6, 8$ , und  $10$ )

Da der Längenkoeffizient  $a_L$  auf 1 m Wagenkastenlänge bezogen ist, muss in der 1. Zeile der Gl. (3.48) die Summierung mit  $l_{WK} \cdot a_L$  erfolgen.

Die Gl. (3.48) ist auf die x-Längsrichtung ( $a_{kx}$ ) und auf die y-Seitenrichtung ( $a_{ky}$ ) zu beziehen.

Nach Bild 3.31 gehört zum Anströmwinkel  $\alpha = 0$  der Luftwiderstandsbeiwert  $c_{Fzg\ y} = 0$  und zu  $\alpha = 90^\circ$  der Maximalwert von  $c_{Fzg\ y}$ . Zur Erfüllung dieser Bedingungen durch Gl. (3.46) muss das Summieren der Koeffizienten  $a_0 \dots a_{10}$  für  $c_y(\alpha)$  null ergeben und muss der Koeffizient  $a_0$  positiv sein und den Maximalwert haben. Die erste Bedingung wird nur insofern erfüllt, dass die Summe der Koeffizienten den kleinsten  $c_y$ -Wert ergibt. Damit ist auch bei  $\alpha = 0$  eine  $F_y$ -Seitenkraft vorhanden, was unlogisch ist (kein Kommentar in Dissertation vorhanden).

Zur Erfassung der von der Seitenkraft  $F_y$  verursachten Laufflächen- und Spurkranzreibung in der Luftwiderstandskraft ist  $c_{Fzg\ x}$  und  $c_{Fzg\ y}$  bzw.  $c_{Gruppe\ x}$  und  $c_{Gruppe\ y}$  auf der Grundlage von Gl. (3.42) zu  $c_{Fzg}$  bzw.  $c_{Gruppe}$  zusammenzufassen:

$$\begin{aligned} c_{Fzg} &= c_{Fzg\ x} + 0,5 \mu_{Sp} c_{Fzg\ y} \\ c_{Gruppe} &= c_{Gruppe\ x} + 0,5 \mu_{Sp} c_{Gruppe\ y} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Für den Spurkranzreibwert ist  $\mu_{Sp} = 0,25$  einzusetzen.

Die Zahlenwerte der Tabelle 3.6 sind  $10^6$ -fach vergrößert. Bei der Berechnung des Luftwiderstandsbeiwerts zu den Originalabmessungen ist die Vergrößerung zurückzunehmen.

Die Zahlenwerte der Tabelle 3.6 sind an verkleinerten Fahrzeugmodellen ermittelt worden. Deshalb ist von den Modellabmessungen auf die realen Abmessungen umzurechnen. Für den Luftwiderstandsbeiwert der Original-Gruppe bzw. des Original-Fahrzeugs  $c_w$  gilt:

$$c_w = 10^{-6} c_{Gruppe} M^2 \frac{A_{Mod}}{A_{Orig}} \quad (3.50)$$

$A_{Mod}$  Spantquerfläche (Schattenrissprojektion) der x-Längsrichtung des Modells in  $m^2$   
(für Tabelle 3.6 gilt  $A_{Mod} = 1 m^2$ )

$A_{Orig}$  Spantquerfläche (Schattenrissprojektion) der x-Längsrichtung des Originals in  $m^2$   
Variante 1:  $A_{Orig} = A_x$  des Spitzenfahrzeugs  
Variante 2:  $A_{Orig} = A_{Norm} = 10 m^2$

M Modelfaktor,  $M = 32$

## Rechentechnik

In Berechnungsbeispiel 3.9 ist der Ablauf der recht aufwändigen Ermittlung der Luftwiderstandskraft nach dem Verfahren von *Vollmer* dargestellt. Durch Nutzung der Rechentechnik ist eine wesentliche Vereinfachung möglich. Die Tabelle 3.6 wird in einer Datei abgelegt. Im Eingabemenü sind, beginnend mit der Spitze, Fahrzeugtyp und Positionierung zu benennen. Haben ähnliche Fahrzeugtypen andere Wagenkastenlängen, sind die abweichenden Längen einzugeben.

## Berechnungsbeispiel 3.9

Die im Bild 3.31 gegebene Wagengruppe soll in einer Ablaufanlage abrollen. Die Anströmgeschwindigkeit beträgt  $v_s = 5 m/s$ , der Anströmwinkel  $\alpha = 30^\circ$  bzw.  $0,5236$  rad und der Spurkranzreibwert  $\mu_{Sp} = 0,25$ . Mit den Bessel-Koeffizienten der Tabelle 3.6 ist zur Bezugsfläche  $A_{Norm} = 10 m^2$  der Luftwiderstandsbeiwert der x-Längs- und der y-Seitenrichtung  $c_{wx}$ ,  $c_{wy}$  sowie die Luftwiderstandskraft  $F_{WLu}$  zu berechnen.

**Tabelle 3.7**

Besselkoeffizienten der Fahrzeuge und der Gruppe zu Beispiel 3.9

Koeffizient	Fad 168 leer	ES 040 beladen	Gls 205 Türen zu	Kbs 442 leer ohne Rungen	Ed 090 leer	Gruppe
$a_{0x}$	8659,25	2247,56	4013,09	1926,21	7097,19	23943,30
$a_{2x}$	7057,63	445,00	1452,08	551,36	2759,43	12265,50
$a_{4x}$	-2175,80	-1380,71	-1966,91	-1008,18	-2669,62	-9201,22
$a_{6x}$	-603,57	-53,21	62,93	-185,44	-80,95	-860,24
$a_{8x}$	-304,14	-138,08	-338,52	-186,84	-135,22	-1102,80
$a_{10x}$	-480,38	40,20	27,19	36,32	-24,79	-401,46
$a_{0y}$	29940,34	13245,94	15544,00	7439,09	19386,54	85555,91
$a_{2y}$	-18405,00	-11521,17	-10080,74	-5792,62	-14222,81	-60022,34
$a_{4y}$	-6008,71	-791,84	-2902,60	-1131,02	-2464,06	-13298,23
$a_{6y}$	-1346,84	-406,88	-860,40	-424,13	-774,64	-3812,89
$a_{8y}$	-784,76	-373,87	-763,04	-20,15	-601,91	-2543,73
$a_{10y}$	-650,29	133,61	-317,58	161,05	-497,23	-1170,44

Lösungsweg und Lösung:

Zuerst sind anhand der Werte der Tabelle 3.6, des Bildes 3.24 und der Gl. (3.45) mit Gl. (3.48/1) die Besselkoeffizienten aller Fahrzeuge zu berechnen.

1. Fahrzeug, Fad 168 leer:  $a_{kF} = a_{kS/H} + l_{WK} a_{kL}$
2. Fahrzeug, ES 040 beladen:  $a_{kF} = a_{kZw} + l_{WK} a_{kL}$
3. Fahrzeug, GLs 205, Türen zu:  $\xi = 1 - A_x(2)/A_x(3) = 1 - 7,234/9,912 = 0,270$  (nach Gl. (3.45))  
 $a_{kF} = \xi a_{kS/H} + a_{kZw} + l_{WK} a_{kL}$
4. Fahrzeug, Kbs 442 ohne Rungen, leer:  $a_{kF} = a_{kZw} + l_{WK} a_{kL}$
5. Fahrzeug, Ed 090 leer:  $\xi = 1 - A_x(4)/A_x(5) = 1 - 3,659/9,083 = 0,597$  (Gl. (3.45))  
 $a_{kF} = \xi a_{kS/H} + a_{kZw} + l_{WK} a_{kL}$

Tabelle 3.7 enthält das Ergebnis.

Anschließend sind mit Gl. (3.48/3) die Besselkoeffizienten der Gruppe zu berechnen. Die letzte Spalte der Tabelle 3.7 enthält das Ergebnis.

Die Besselkoeffizienten der Gruppe werden in Gl. (3.47/3) eingesetzt. Man erhält:

$$c_{\text{Gruppe } x} = 35887 \text{ und } c_{\text{Gruppe } y} = 66693,39.$$

Modell-Luftwiderstandsbeiwert der Gruppe, Gl. (3.49/2):

$$c_{\text{Gruppe}} = 35887,57 + 0,5 \cdot 0,25 \cdot 66693,39 = 44224,24$$

Original-Luftwiderstandsbeiwert der Gruppe, Gl. (3.50) mit  $A_{\text{Orig}} = A_{\text{Norm}} = 10 \text{ m}^2$

$$c_w = 10^{-6} c_{\text{Gruppe}} M^2 A_{\text{Mod}}/A_{\text{Orig}} = 10^{-6} \cdot 44224,24 \cdot 32^2 \cdot 1/10 = 4,529$$

Luftwiderstandskraft, Gl.(3.40)

$$F_w = 0,5 \cdot c_w \rho A_{Sp} v_s^2 = 0,5 \cdot 4,529 \cdot 1,225 \cdot 10 \cdot 5,0^2 = 694 \text{ N}$$

### 3.3.4.5 Zug

Das auf den theoretischen Grundlagen von *Vollmer* beruhende Gleichungssystem der Luftwiderstandskraft eignet sich vor allem für die simultane  $F_{WLu}$ -Berechnung beim rechnergesteuerten Wagenablauf oder bei der rechnergesteuerten Zugfahrt. Windgeschwindigkeit und Windrichtung können als ständig aktualisierte Variable in die  $F_{WLu}$ -Berechnung einbezogen werden.

Für die Planung von Zugfahrten sind aber Windgeschwindigkeit und Windrichtung, fallweise aber auch die Zusammensetzung gemischter Güterzüge, nicht im voraus bekannt. Deshalb sind bei der Untersuchung von Zugfahrten im Gleichungssystem der Luftwiderstandskraft Vereinfachungen möglich.

Auf der Grundlage von Vereinfachungen gilt für die Luftwiderstandskraft von Zügen:

$$F_{WLuz} = k_a c_{LuZ} A_{Norm} (v_F + \Delta v)^2 \quad (3.51)$$

$$c_{LuZ} = 0,5 \cdot \rho_{Norm} (c_{Lok} + \sum c_{Wg})$$

$F_{WLuz}$	Luftwiderstandskraft des Zugs in N
$c_{LuZ}$	Luftwiderstandsbeiwert des Zugs in $\text{kg/m}^3$
$c_{Lok}, c_{Wg}$	Luftwiderstandsbeiwerte von Lokomotive und Wagen, Maßeinheit 1
$A_{Norm}$	Normative Spantquerfläche der x-Richtung, $A_{Norm} = 10 \text{ m}^2$
$v_F$	Fahrgeschwindigkeit in m/s
$\Delta v$	Geschwindigkeitszuschlag für Gegenwind in m/s ( $\Delta v = 2,8$ bis $5,6$ m/s bzw. $10$ bis $20$ km/h)
$\rho_{Norm}$	Normative Luftdichte, $\rho_{Norm} = 1,225 \text{ kg/m}^3$
$k_a$	Koeffizient des Anströmwinkel-Einflusses

Für  $c_{Lok}$  ist der Beiwert der einzeln fahrenden Lokomotive einzusetzen (Berücksichtigung von Stirnflächendruck- und Heckflächenzugkraft des Zugs). Für  $c_{Wg}$  ist der Beiwert des Folgewagens einzusetzen. Bei gemischter Zugzusammensetzung ist im Fall der Stirnflächenvergrößerung gegenüber dem Vorausfahrzeug zusätzlich die Komponente  $\xi \cdot c_{SVH}$  in die Summierung einzubeziehen (Gl. (3.45)).

Tabelle 3.8 enthält Luftwiderstandsbeiwerte von Lokomotiven, Triebwagen und Reisezuwagen, bezogen auf  $\alpha = 0$ , die der einschlägigen Fachliteratur entnommen sind. Tabelle 3.9 enthält Luftwiderstandsbeiwerte von Güterwagen, die für den Anströmwinkel  $\alpha = 0$  mit Gl. (3.48) und (3.49) auf der Grundlage der Koeffizienten der Tabelle 3.6 berechnet worden sind. Bei wesentlich anderen  $l_{WK}$ -Werten ist die Neuberechnung mit Tabelle 3.6 vorzunehmen.

Für den Anströmwinkel-Koeffizienten  $k_a$  wird im Regelfall  $k_a = 1$  gewählt. Besteht die Notwendigkeit der Berücksichtigung des Seitenwindeinflusses, so sind die Koeffizienten  $k_a$  der Tabelle 3.10 zu verwenden. Wird  $k_a$  benutzt, ist in Gl. (3.51)  $\Delta v = 0$  zu setzen.

Aus Bild 3.34 geht hervor, dass der Luftwiderstandskraft vor allem bei schnellfahrenden Zügen Aufmerksamkeit gewidmet werden muss. Aus der Kennlinie des Anströmwinkels  $\alpha$  geht hervor, dass der Seitenwindeinfluss auf die Luftwiderstandskraft vor allem im unteren Geschwindigkeitsbereich gegeben ist.

### Berechnungsbeispiel 3.10

Für einen aus 10 Wagen bestehenden Schnellzug, bespannt mit der elektrischen Lokomotive Baureihe 103, ist zur Geschwindigkeit 160 km/h (44,444 m/s) die Luftwiderstandskraft beim Anströmwinkel  $\alpha = 0^\circ$  zu berechnen. Für den Geschwindigkeitszuschlag ist  $\Delta v = 15$  km/h (4,167 m/s) zu wählen.

Lösungsweg und Lösung:

Aus Tabelle 3.8 erhält man  $c_{Lok} = 0,50$  und  $c_{Wg} = 0,15$ . Berechnung von  $F_{WLuz}$  mit Gl. (3.51).

$$c_{LuZ} = 0,5 \cdot 1,225 \cdot (0,50 + 10 \cdot 0,15) = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

$$F_{WLuz} = 1,0 \cdot 1,225 \cdot 10 \cdot (44,444 + 4,167)^2 = 28947 \text{ N}$$

Bild 3.34 enthält die berechnete Kennlinie der Luftwiderstandskraft des  $F_{WLuz} = f(v_F)$ .

**Tabelle 3.8**Luftwiderstandsbeiwerte für Lokomotiven, Trieb- und Reisezugwagen, bezogen auf  $\alpha = 0^\circ$ ,  $A_{\text{Norm}} = 10 \text{ m}^2$ 

Fahrzeugtyp	$c_{\text{Lok}}$	Fahrzeugtyp	$c_{\text{Wg}}$
<b>Elektrische Lokomotiven einzeln</b>			
Vierachsig, Normalform	0,80	Triebwagen	
Vierachsig, windschnittig	0,45	Baureihe 403, vierteilig	0,68
Sechsachsig, Normalform	1,10	BR 403 + BR 403	1,20
Sechsachsig, windschnittig	0,55	Baureihe 420, dreiteilig	0,74
Baureihe 103	0,50	Baureihe 427, dreiteilig	0,78
Baureihe 112	0,54	Baureihe 430, dreiteilig	0,71
Baureihe 110	0,61	Baureihe 611, siebenteilig	0,92
<b>Diesellokomotiven einzeln</b>			
Vierachsig	0,60	Reisezugwagen als Folgewagen	
Sechsachsig	1,10	Allgemein	0,15
Mittelführerstand	1,00	26,4 m – Wagen der DB AG	0,11
		<u>ICE-Hochgeschwindigkeitszug (ICE 1)</u>	
		2 x Endfahrzeuge	0,42
		1 x Mittelwagen	0,08

**Tabelle 3.9**Luftwiderstandsbeiwerte von Güterwagen als Folgewagen,  $\alpha = 0^\circ$  und  $A_{\text{Norm}} = 10 \text{ m}^2$ 

Fahrzeugtyp	$l_{\text{WK}}$	$A_x$	$c_{\text{Wg}}$	$c_{\text{Sp/H}}$	Fahrzeugtyp	$l_{\text{WK}}$	$A_x$	$c_{\text{Wg}}$	$c_{\text{Sp/H}}$
Gls 205, Türen zu	8,80	9,912	0,092	0,900	Kbs 442				
Gls 205, Türen auf	8,80	9,912	0,100	0,967	- leer ohne Rungen	8,80	3,659	0,116	0,496
Es 040, leer	8,96	6,989	0,249	0,679	- leer mit Rungen	8,80	4,720	0,159	0,697
Es 040, Schüttgut	8,96	7,234	0,119	0,673	- beladen mit 20'-Cont.	8,80	9,053	0,153	0,715
Ed 090, leer	8,96	9,083	0,178	0,876	Sgjs 716				
Ed 090, Schüttgut	8,96	9,501	0,043	0,844	- leer ohne Rungen	18,90	4,324	0,165	0,601
Fad 168, leer	11,20	11,364	0,228	1,081	- leer mit Rungen	18,90	4,490	0,236	0,686
Fad 168, Schüttgut	11,20	11,870	0,115	0,983	- 1 x 20'-Contain.mittig	18,90	9,361	0,452	0,885
Eaos 106, leer	12,80	8,711	0,409	0,730	- 2 x 20'-Contain.mittig	18,90	9,361	0,276	0,850
Zweachsiger Kesselwagen									
- Bühne vorn	7,20	10,319	0,184	0,780	- 3 x 20'-Container	18,90	9,361	0,218	0,866
- Bühne hinten	7,20	10,319	0,162	0,875	- 2 x 20'-Cont. aussen	18,90	9,361	0,392	0,875
					Eaos 106, beladen	12,80	9,131	0,141	0,769

**Tabelle 3.10**Anströmkorrekturfaktor  $k_a$ 

Geschwindigkeit	Güterzug	Reisezug
0 bis 40 km/h	1,40	1,20
41 bis 60 km/h	1,30	1,15
61 bis 80 km/h	1,20	1,10
81 bis 100 km/h	1,10	1,05
über 100 km/h	1,00	1,00

**Güterwagentypen**

Gls 205	zweachsiger gedeckter Güterwagen
Es 040	zweachsiger offener Güterwagen
Ed 090	zweachsiger Selbstentladewagen
Fad 168	vierachsiger Selbstentladewagen
Eaos 106	vierachsiger offener Güterwagen
Kbs 442	zweachsiger Niederbordwagen
Sgjs 716	vierachsiger Containertragwagen

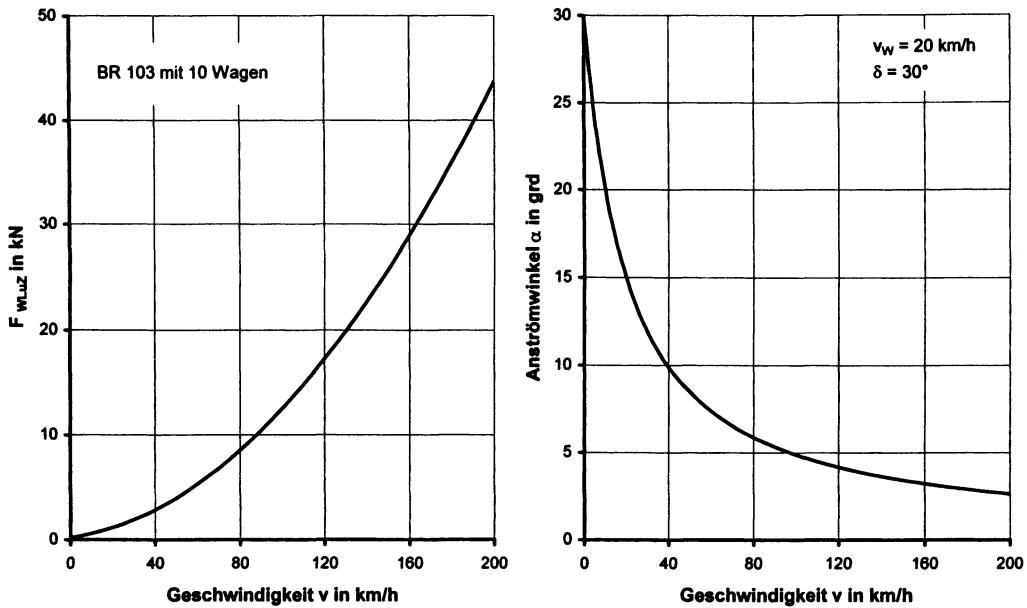


Bild 3.34

Zug-Luftwiderstandskraft  $F_{WLuZ}$  und Anströmwinkel  $\alpha$  in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit  $v$

### 3.3.4.6 Tunnel

Beim Durchfahren eines Tunnel unterliegt die Luftwiderstandskraft anderen Gesetzmäßigkeiten als auf der freien Strecke (Luftraumbegrenzung durch die Tunnelröhre, Windgeschwindigkeit  $v_w = 0$ ). Eine Beeinflussung der Fahrbewegung ist bei Tunnellängen größer als die Zuglänge zu verzeichnen. Für Tunnellängen bis 500 m ist die Beeinflussung zu vernachlässigen.

Glück und Peters untersuchten den Luftwiderstand eines sich in der Tunnelröhre befindenden Zugs auf der Grundlage des im Bild 3.35 dargestellten beiderseits offenen Zylinder-Kolben-Modells mit Luftspalt zwischen Kolben und Zylinder.

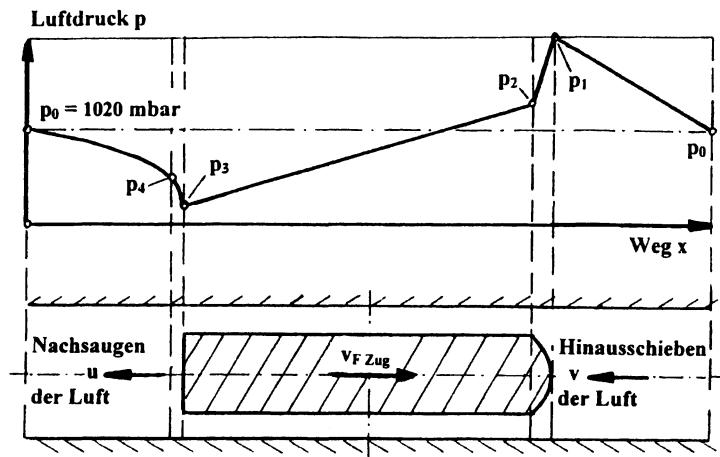
Die Luftwiderstandskraft des Tunnels besteht aus den Elementen Druckkraft am Bug, Luftspaltkraft und Sogkraft am Heck (Bild 3.27 und 3.35).

#### Druckkraft am Bug

Die Luftsäule vor der Stirnfläche muss auf die Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  beschleunigt und aus der Tunnelröhre hinausgeschoben werden. Infolge der damit verbundenen Massenkraft der Luftsäule baut sich vor der Stirnfläche der Überdruck  $p_1$  auf.

#### Luftspaltkraft

Der Druck der in den Spalt eingedrungenen Luft sinkt unmittelbar nach dem Passieren der Stirnfläche auf den Druck  $p_2$  ab, der sich dann entlang der Zuglänge bis zum Heck auf den Unterdruck  $p_3$  verringert. Der seitliche Druckunterschied ruft eine auf die Außenhaut des Fahrzeugs und auf die Tunnelwand gerichtete Normalkraftwirkung – und damit Luftreibung – hervor. Die Luftreibung bedingt die tangentiale Reibungs- bzw. Flächenwiderstandskraft  $F_{WR}$ .



**Bild 3.35**  
Druckverlauf am  
Zylinder-Kolben-Modell  
der Tunnelfahrt  
(nach Glück, H.)

### Sogkraft am Heck

Unmittelbar hinter dem Heck ist der Unterdruck  $p_4$  vorhanden, der allmählich wieder auf den atmosphärischen Druck  $p_0$  ansteigt. Am Heck des Zugs muss die fehlende Luft durch Nachsaugen in die Tunnelröhre ergänzt werden. Hier wird die Luftgeschwindigkeit  $u$  gemessen.

### Form- und Luftwiderstandskraft

Die Multiplikation der Druckdifferenz ( $p_1 - p_4$ ) mit der Spantquerfläche  $A_{Sp}$  ergibt die Formwiderstandskraft  $F_{WFo}$ . Durch Addition von  $F_{WFo}$  und  $F_{WR}$  erhält man die Luftwiderstandskraft des Zugs im Tunnel  $F_{WLUT}$ .

Die Variable  $F_{WLUT}$  ist der Differenz von Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  und Luftgeschwindigkeit hinter dem Zug  $u$  im Quadrat proportional (siehe Kap. 3.3.4.2):

$$F_{WLUT} = (p_1 - p_4) A_{Sp} + F_{WR} \quad (3.52)$$

$$F_{WLUT} = 0,5 c_{LuT} \rho_{Norm} A_{Norm} (v_F - u)^2$$

Bei Versuchsfahrten werden nur  $F_{WLUT}$  und  $v_F$  gemessen (nicht  $u$ ). Versuchsergebnisse zur Bestimmung von  $c_{LuT}$  werden mit  $\rho_{Norm} = 1,225 \text{ kg/m}^3$ ,  $A_{Norm} = 10 \text{ m}^2$  und  $u = 0$  ausgewertet.

### Versperrungskoeffizient

Der Tunnel-Luftwiderstandsbeiwert  $c_{LuT}$  ist von den Variablen Zuglänge  $l_z$ , Versperrungskoeffizient  $k_{Vsp}$  und Tunnelauskleidung abhängig. Der Versperrungskoeffizient  $k_{Vsp}$  ist das Verhältnis von Spantquerfläche  $A_{Sp}$  zu Tunnelquerschnittsfläche  $A_{Tu}$ . Bei der Bestimmung von  $c_{LuT}$  wird im Regelfall  $A_{Norm}$  gewählt:

$$k_{Vsp} = \frac{A_{Sp}}{A_{Tu}} \text{ bzw. } k_{Vsp} = \frac{A_{Norm}}{A_{Tu}} \quad (3.53)$$

Nach Glück und Peters nimmt der Tunnel-Luftwiderstandsbeiwert  $c_{LuT}$  mit Zuglänge  $l_z$  bzw. Anzahl der Wagen  $n$  und Versperrungskoeffizient  $k_{Vsp}$  zu. Tabelle 3.11 enthält für verschiedene Tunnelausführungen das Verhältnis der Luftwiderstandskraft im Tunnel  $F_{WLUT}$  zur Luftwiderstandskraft der freien Strecke  $F_{WLuz}$ .

**Tabelle 3.11**

Verhältnis der Luftwiderstandskraft im Tunnel  $F_{WLuT}$  zur Luftwiderstandskraft der freien Strecke  $F_{WLuz}$  für U-Bahn-Züge

Art des Tunnelausbaus	Verhältnis $F_{WLuT}/F_{WLuz}$ bei Tunneldurchmesser		Vergleichszahlen bei Tunneldurchmesser	
	5,6 m	5,1 m	5,6 m	5,1 m
Tübbings mit Rippen aus Stahlguss oder Stahlbeton	7,04	7,34	100 %	104,2 %
Stahlbetonblöcke mit glatten Wänden:				
- mit Kabelaufhängung auf Konsolen	3,53	3,44	50,0 %	49,0 %
- mit abgedeckten Kabeln	2,69	2,69	38,2 %	38,2 %

Der Versperrungskoeffizient beträgt im Regelfall für die einspurige Strecke 0,22 bis 0,27 und für die zweispurige Strecke 0,12 bis 0,16. Für die zweispurigen Tunnel-ICE-Strecken (Regelquerschnitt  $82 \text{ m}^2$ , im Nachspannbereich  $90 \text{ m}^2$ , im Mittel  $85,5 \text{ m}^2$ ) erhält man  $k_{Vsp} = 0,12$ .

### Gleichung für praktische Berechnungen

Die Gl. (3.52) ist entsprechend anzupassen. Der Luftwiderstandsbeiwert des Tunnels  $c_{LuT}$  ist von der Anzahl  $n$  der Wagen des Zugs abhängig. Für  $F_{WLuT}$  und  $c_{LuT} = f(n)$  erhält man:

$$F_{WLuT} = c_{LuT} A_{Norm} v_F^2 \quad (3.54)$$

$$c_{LuT} = 0,5 \rho_{Norm} [c_{Tu0} + k_{Vsp} (c_{Tu1} + n c_{Tu2})]$$

Die Konstanten  $c_{Tu0}$ ,  $c_{Tu1}$  und  $c_{Tu2}$  sind durch statistische Auswertung von Versuchsergebnissen zu ermitteln. Glück und Peters geben für einen Reisezug, bespannt mit elektrischer Lokomotive Baureihe 103, folgende Werte an:

$$c_{Tu0} = -0,40, c_{Tu1} = 14 \text{ und } c_{Tu2} = 2,3$$

Zur Berechnung der Tunnel-Luftwiderstandskraft des ICE-Hochgeschwindigkeitszugs ist in Gl. (3.54) folgender Tunnel-Luftwiderstandsbeiwert des Zugs  $c_{LuT}$  einzusetzen:

$$c_{LuT} = 0,5 \rho (c_{Lok} + n c_{Wg} + \Delta c_{Tu}) \quad (3.55)$$

Für den Luftwiderstandsbeiwert der beiden Endfahrzeuge zusammen ist  $c_{Lok} = 0,42$ , für den Luftwiderstandsbeiwert von 1 Mittelwagen  $c_{Wg} = 0,08$ , für den Tunnelzuschlagsfaktor  $\Delta c_{Tu} = 0,245$  (konstant) und für  $n$  die Anzahl der Mittelwagen (1 bis 14 Stück) einzusetzen. Die Zahlenwerte sind auf  $A_{Norm} = 10 \text{ m}^2$  und  $A_{Tu} = 85,5 \text{ m}^2$  bezogen.

### Berechnungsbeispiel 3.11

Für einen Reisezug, bestehend aus 10 Wagen und einer elektrischen Lokomotive BR 103 ( $A_{Norm} = 10 \text{ m}^2$ ), ist zum Durchfahren eines Tunnels, Querschnitt  $A_{Tu} = 85,5 \text{ m}^2$ , mit der Geschwindigkeit  $v_F = 100 \text{ km/h}$  ( $27,778 \text{ m/s}$ ) die Tunnelwiderstandskraft  $F_{WTu}$  zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Berechnung mit Gl. (3.53) und (3.54)

$$k_{Vsp} = A_{Norm}/A_{Tu} = 10/85,5 = 0,117$$

$$c_{LuT} = 0,5 \cdot 1,225 \cdot [-0,40 + 0,117 \cdot (14 + 10 \cdot 2,3)] = 2,4065 \text{ kg/m}^3$$

$$F_{WLuT} = 2,4065 \cdot 10 \cdot 27,778^2 = 18569 \text{ N}$$

### 3.3.4.7 Nichtstationäre Vorgänge

Außer der zeitunabhängigen Luftwiderstandskraft, die in den vorstehenden stationären Ansätzen erfasst worden ist, wirken auf den Zug vorübergehend zeitlich veränderliche Luftkräfte. Sie treten bei plötzlicher Änderung der äußeren Bedingungen der Zugfahrt in Erscheinung. Die damit verbundenen Auswirkungen sind zwar für das Ermitteln der fahrdynamischen Bewertungsgrößen der Zugfahrt nicht relevant, aber sie haben insbesondere im Hochgeschwindigkeitsverkehr für die Sicherheit der Zugfahrt entsprechende Bedeutung. Daher waren und sind diese Bedingungen Gegenstand spezieller aerodynamischer Untersuchungen.

Zu den Bedingungen, die kurzzeitig nichtstationäre Vorgänge auslösen, gehört u.a. die Vorbeifahrt an Bauwerken, die Durchfahrt von Unterführungen, die Ein- und Ausfahrt der Tunnel, das Passieren von Luftsächen bzw. von Erweiterungen und Stationen in Tunnelröhren, die Zugbegegnung sowohl auf der freien Strecke als auch im Tunnel und das Auftreten starker Windböen. Außerdem wird die Standsicherheit von Personen in Gleisnähe negativ beeinflusst.

Der begegnete Gegenstand oder die begegnete Person wird zuerst mit der vor dem Zug hergeschobenen Überdruckwelle konfrontiert und anschließend unmittelbar einem Unterdruck ausgesetzt. Dieser plötzliche kurzzeitige Druckwechsel bewirkt eine Krafteinwirkung sowohl auf den begegneten Gegenstand bzw. auf die begegnete Person als auch auf den Zug selbst.

Bei der Einfahrt in einen zweispurigen Tunnel mit 160 km/h wurde ein plötzlicher Druckanstieg um 1,7 kPa und bei der Begegnung im Tunnel ein plötzlicher Druckabfall vom Überdruck 1,5 kPa auf den Unterdruck 0,7 kPa (Druckänderung 2,2 kPa) gemessen. Der Bruch von normalen Wagenscheiben ist ab dem Überdruckbereich 2,45 bis 3,00 kPa zu verzeichnen. Ohrenschmerzen treten ab 2,0 bis 4,0 kPa Druckdifferenz zwischen Mittelohr und Atmosphäre auf. Daher beträgt der zulässige Höchstwert von Druckschwankungen für Reisende 3,0 kPa und der zulässige Höchstwert des Gradienten der Druckschwankungen 1,0 kPa/s.

Der den Zugkörper umströmende Luftstrom ruft insbesondere im Hochgeschwindigkeitsbereich als Folge des Tragflügeleffekts einen Auftrieb hervor. Davon ist besonders das Spitzfahrzeug betroffen. Die Auftriebskraft wirkt der Achskraft entgegen und beeinflusst dadurch die Führungssicherheit im Gleis. Fährt die schwere Lokomotive mit ca. 20 t Achsfahrmasse an der Zugspitze, ist der negative Einfluss des Auftriebs im Regelfall beherrschbar. Verkehrt ein nicht angetriebener Steuerwagen mit ca. 10 t Achsfahrmasse an der Zugspitze, kann es bei hohen Geschwindigkeiten Probleme mit der Führungssicherheit geben.

### 3.3.5 Innere Luftwiderstandskraft

Die innere Luftwiderstandskraft entsteht durch den für Ventilation, Verbrennung und Klimatisierung notwendigen Luftdurchsatz durch das Fahrzeug.

#### Luftwiderstandskraft der Bremsscheiben

Eisenbahnradäste sind mit bis zu 4 Bremsscheiben bestückt. Die Mittelwagen des ICE 1 der DB AG haben beispielsweise 4 Bremsscheiben an jedem Radsatz. Am TGV der SNCF wurde folgende Luftwiderstandskraft infolge des Kühlungsdurchsatzes der Bremsscheiben ermittelt:

$$F_{WLuBS} = n_{BS} [c_{1BS} \frac{v}{v_{00}} + c_{2BS} (\frac{v}{v_{00}})^2] \quad (3.56)$$

$F_{WL_{uBS}}$	Bremsscheiben-Luftwiderstandskraft (N)	$c_{1BS}, c_{2BS}$	Widerstandskonstanten in N
$n_{BS}$	Anzahl der Bremsscheiben im Zug		TGV: $c_{1BS} = 4,33 \text{ N}$ ; $c_{2BS} = 3,16 \text{ N}$
$v$	Fahrgeschwindigkeit in m/s bzw. km/h	$v_{00}$	Geschwindigkeitskonstante $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$ bzw. $100 \text{ km/h}$

### Luftimpulswiderstandskraft

Bild 3.36 zeigt den von den Aggregaten einer Lokomotive hervorgerufenen Luftdurchsatz. Die angesaugte Gesamtluftmenge  $Q_{ges}$  muss auf die Fahrgeschwindigkeit des Zugs beschleunigt werden. Das bedeutet eine am Zug wirksam werdende Trägheitskraft. Die verbrauchte Luft muss aus dem Zug ausgestoßen werden. Die ausgestoßene Luftsäule verhält sich widerstands-mäßig wie ein aus dem Zugkörper herausgeschobenes Rohr. Der Luftausstoß wird bei Berechnung der Widerstandskraft im Regelfall vernachlässigt. Die Impulswiderstandskraft wird beim Ansaugen in und Ausstoßen entgegen der Fahrtrichtung vermieden.

Die Impulswiderstandskraft ist mit Hilfe des Stoßantriebs S (Impulsänderung) zu berechnen:

$$S = F_{W_{imp}} \Delta t = m_{Lu} (v_F - v_{Lux}) = \rho_{Norm} V_{Lu} (v_F - v_{Lux}) \quad (3.57)$$

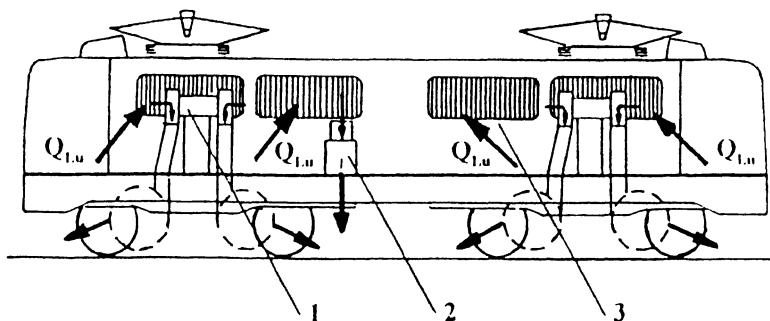
Division mit dem Zeitintervall  $\Delta t$  und Einführung des Luftdurchsatzes  $Q_{ges} = V_{Lu}/\Delta t$ :

$$F_{W_{imp}} = \rho_{Norm} Q_{ges} (v_F + \Delta v) \quad (3.58)$$

$F_{W_{imp}}$	Luftimpulswiderstandskraft des Zugs in N	$Q_{ges}$	Luftdurchsatzmenge des Zugs in $\text{m}^3/\text{s}$
$v_F$	Fahrgeschwindigkeit in m/s	$\rho_{Norm}$	Normwert der Luftdichte,
$\Delta v$	Geschwindigkeitszuschlag in m/s		$\rho_{Norm} = 1,225 \text{ kg/m}^3$

Die Benutzung von  $\rho_{Norm}$  gegenüber dem durch den Ansaug-Unterdruck tatsächlich kleineren  $\rho$ -Wert in Gl.(3.58) kompensiert die Vernachlässigung der Luftausstoß-Widerstandskraft.

Der Luftbedarf elektrischer Lokomotiven beträgt ca.  $8 \text{ m}^3/\text{s}$  für 1 MW Lokomotivnennleistung. Der Hochgeschwindigkeitszug ICE 1 benötigt für die beiden Triebköpfe zusammen  $67,7 \text{ m}^3/\text{s}$  und für 1 Mittelwagen (Druckbelüftung)  $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Bei normalen Reisezugwagen ohne Druckbelüftung ist der Luftdurchsatz zu vernachlässigen. Bei Diesellokomotiven ist mit ca.  $16 \text{ m}^3/\text{s}$  Kühl- und Verbrennungsluft für 1 MW Motornennleistung zu rechnen. Der Verbrennungsluftbedarf ( $0,5 * \text{Hubvolumen} * \text{Umdrehungen pro Sekunde}$ ) ist anteilig klein.



**Bild 3.30**  
Luftführung ( $Q_{Lu}$ )  
einer elektrischen  
Lokomotive  
1 Fahrmotorenlüfter  
2 Ölkippler mit  
Lüfter  
3 Lüftungsgitter

### Berechnungsbeispiel 3.12

Für den Hochgeschwindigkeitszug ICE 1 (2 End-Triebköpfe und 14 Mittelwagen) ist zur Geschwindigkeit  $v_F = 250 \text{ km/h}$  ( $69,44 \text{ m/s}$ ) die Bremsscheiben-Luftwiderstandskraft  $F_{WLu\ BS}$  und die Luftimpulswiderstandskraft  $F_{WImp}$  zu berechnen. Der Geschwindigkeitszuschlag beträgt  $\Delta v = 15 \text{ km/h}$  ( $4,17 \text{ m/s}$ ).

Lösungsweg und Lösung:

4 Bremsscheiben pro Radsatz und 4 Radsätze pro Mittelwagen ergibt  $n_{BS} = 224$

$$\text{Gl. (3.56)} F_{WLu\ BS} = 224 \cdot [4,33 \cdot 250/100 + 3,16 \cdot (250/100)^2] = 6849 \text{ N}$$

Angesaugte Luftpumpe des Zugs  $Q_{ges} = 67,7 + 14 \cdot 3,2 = 112,5 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\text{Gl. (3.58)} F_{WImp} = 1,225 \cdot 112,5 \cdot (69,44 + 4,17) = 10144 \text{ N}$$

### 3.3.6 Antriebssystemwiderstandskraft

Zur Gruppe der Antriebssystemwiderstandskraft gehören Widerstandskräfte, die durch das Antriebssystem hervorgerufen werden. Das sind Achsgeneratorwiderstandskraft  $F_{WAG}$ , Triebwerkswiderstandskraft  $F_{WT}$  und Vorerregungswiderstandskraft  $F_{WVE}$ .

#### Achsgeneratorwiderstandskraft

Sofern der Reisezug nicht grundsätzlich die zentrale Energieversorgung von der Lokomotive aus hat, haben Reisezugwagen im Regelfall 2 Achsgeneratoren. Je nach verwendetem Typ hat jeder Achsgenerator eine elektrische Leistung von 3,1 kW bzw. 4,5 kW. Der Wirkungsgrad beträgt 0,55. Der Regler schaltet die Achsgeneratoren bei der Fahrgeschwindigkeit 40 km/h zu, steigert dann ihre Leistungsabgabe bis zur Nennleistung, die bei 60 km/h erreicht wird und hält dann die Leistungsabgabe bei weiterer Geschwindigkeitserhöhung konstant. Die abgegebene elektrische Leistung ist von den zugeschalteten Verbrauchern und vom Ladezustand der Batterien abhängig.

Der Antrieb der Achsgeneratoren erfolgt von den sich drehenden Radsätzen aus. Damit tritt der Leistungsbedarf der Achsgeneratoren als Widerstandskraft der Zugbewegung in Erscheinung. Bild 3.37 zeigt die Leistungsabgabekennlinie der beiden Achsgeneratoren eines Reisezugwagens und die daraus resultierende Widerstandskennlinie für die maximale Leistungsbeanspruchung. Wegen des stochastischen Charakters der Leistungsabgabe kann die Achsgeneratorwiderstandskraft nur pauschal berücksichtigt werden. Für die Achsgeneratorwiderstandszahl ist überschlägig  $f_{WAG} = 0,5$  bis  $1,0 \%$  zu wählen.

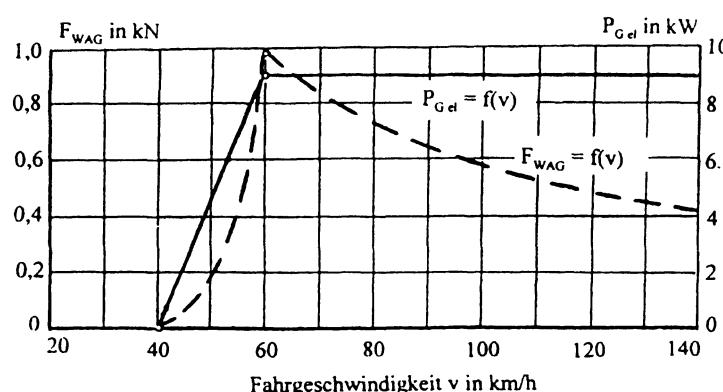


Bild 3.37

Kennlinien für Leistungsabgabe und Widerstandskraft der beiden Achsgeneratoren eines Reisezugwagens

### Triebwerkswiderstandskraft

Die Triebwerkswiderstandskraft entsteht durch Reibung in den Baugruppen der Leistungsübertragung. Im Fall des Fahrens mit Zugkraft braucht sie bei Bezugnahme der fahrdynamischen Grundgleichung (Kap. 1.2.2. und 1.2.3.) auf den Treibradsatz (Treibachszugkraft  $F_T$ ) nicht speziell berücksichtigt werden. Bei Berechnung des Auslaufs und Abrollens ist sie in der fahrdynamischen Grundgleichung allerdings mit zu erfassen (Mitlauf des Antriebs ohne Belastung).

Die Triebwerkswiderstandskraft beeinflusst vor allem bei Zügen mit kleiner Wagenzugmasse den Auslauf, da in diesem Fall ihr Anteil an der Zugwiderstandskraft entsprechend groß ist.

Die Triebwerkswiderstandskraft ist die Differenz zwischen der mittels Ausrollversuch und der mittels Fahrversuch bei gleichförmiger Bewegung bestimmten Fahrzeugwiderstandskraft. Sie ist nur schwierig zu ermitteln. Deshalb sind auch keine Versuchsergebnisse bekannt.

### Vorerregungswiderstandskraft

Die Gleichstrom-Motoren der Straßenbahntriebwagen werden im Auslauf aus der Batterie vorerregt, um Ansprech- und Schwellzeit der Bremsung zu verkleinern. Der kleine Bremsstrom des Auslaufs erzeugt die Vorerregungswiderstandskraft  $F_{WVE}$  (Kap. 4.3.1):

$$F_{WVE} = z_T F_{TN} \left( \frac{I_{VE}}{I_N} \right)^{3/2} \quad (3.59)$$

$F_{WVE}$	Vorerregungswiderstandskraft in kN	$z_T$	Anzahl der Triebwagen des Zugs
$F_{TN}$	Treibachs-Nennzugkraft in kN (1 Triebwagen )	$I_{VE}$	Vorerregungs-Bremsstrom (1 Motor) in A

$I_N$  Nennstrom eines Motors in A

### Berechnungsbeispiel 3.13

Für einen aus 2 Triebwagen ( $z_T = 2$ ) und 1 Beiwagen bestehenden Straßenbahnezug Typ Tatra ist die im Auslauf vorhandene Vorerregungswiderstandskraft und die auf waagerechter Strecke ( $F_N = 0$ ) vorhandene Beschleunigung zu berechnen. Die Nennstromaufnahme eines Fahrmotors beträgt  $I_N = 160$  A, der Vorerregungsbremsstrom  $I_{VE} = 30$  A, die Nennzugkraft eines Triebwagens  $F_{TN} = 22,0$  kN, die Zugmasse (anteilig besetzt)  $m_Z = 60,0$  t ( $G_Z = 588,6$  kN), die Drehmasse  $m_{DZ} = 7,2$  t und die Zugwiderstandszahl  $f_{WZ} = 0,005$  ( $F_{WZ} = 2,943$  kN).

Lösungsweg und Lösung:

$$\text{Gl. (3.59)} F_{WVE} = 2 \cdot 22,0 \cdot (30/160)^{3/2} = 3,572 \text{ kN}$$

$$\text{Gl. (1.10) ergänzt um } F_{WVE}$$

$$a = (-F_{WZ} - F_{WVE} + F_N)/(m_Z + m_{DZ}) = (-2,943 - 3,572 + 0)/(60,0 + 7,2) = -0,097 \text{ m/s}^2$$

### 3.3.7 Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft insgesamt

#### Ermittlungsvarianten

Für die Berechnung der Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandskraft bestehen 3 Möglichkeiten:

- Berechnung aller einzelnen im jeweiligen Fahrzustand vorhandenen Elemente und Summierung zur Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandskraft,
- Berechnung mit empirisch-statistischen Gleichungen (Fahrzeug- und Zugwiderstandsgleichungen), die aus Versuchsergebnissen hervorgegangen sind und
- Benutzung mittlerer Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandszahlen.

**Tabelle 3.12**

Wagenwiderstandszahlen des Rangierdienstes und Ablaufbetriebs  
(Zusammensetzung aus Grund- und Luftwiderstandszahl)

Bedingung	Gutläufer	Schlechtläufer
Normale Temperatur		
- Windstille	2,8 %	5,8 %
- 3 m/s Gegenwind	3,1 %	6,7 %
- 6 m/s Gegenwind	3,4 %	7,7 %
Tiefe Temperatur		
- Windstille	4,6 %	8,7 %
- 3 m/s Gegenwind	4,8 %	9,4 %
- 6 m/s Gegenwind	5,0 %	10,5 %

Praktische Berechnungen erfolgen mit Fahrzeug- und Zugwiderstandsgleichungen. Für Geschwindigkeiten bis 60 km/h können auch mittlere Werte benutzt werden. Tabelle 3.12 enthält im Rangierdienst und Ablaufbetrieb benutzte Wagenwiderstandszahlen  $f_{WW}$ . Überschlägliche Berechnungen von Zugfahrten sind mit mittleren Zugwiderstandszahlen möglich:

- bis 30 km/h  $f_{WZ} = 2 \%$ ,
- bis 60 km/h  $f_{WZ} = 3 \%$ ,
- bis 90 km/h  $f_{WZ} = 4 \%$  und
- bis 120 km/h  $f_{WZ} = 6 \%$ .

### Gleichungsform der Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft

Für die Fahrzeug- und Zugwiderstandskraft ist eine Gleichungsform zu verwenden, die

- das Internationale Maßeinheitensystem (SI) erfüllt, die
- eine Addition der Fahrzeugkoeffizienten zu Zugkoeffizienten ermöglicht und die
- auf die universelle Koeffizienteneingabe in Rechenprogrammen zugeschnitten ist.

Die vorliegende Vielfalt von Gleichungsformen der Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandskraft erfüllt diese drei grundlegenden Forderungen nicht.

Für die aus der einschlägigen Fachliteratur bekannten Gleichungen der Widerstandskraft  $F_W$  und der Widerstandszahl  $f_W$  wird folgende einheitliche Form vorgeschlagen:

$$F_W = F_{W0} + F_{W1} \frac{v}{v_{00}} + F_{W2} \left( \frac{v + \Delta v}{v_{00}} \right)^2 \quad \text{mit } F_{W0} = \frac{f_{W0} G}{P} \quad (3.60)$$

$$f_W = f_{W0} + f_{W1} \frac{v}{v_{00}} + f_{W2} \left( \frac{v + \Delta v}{v_{00}} \right)^2$$

Die Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandskraft  $F_W$  wird einheitlich auf die Maßeinheit kN bezogen. Damit haben die Konstanten  $F_{W0}$ ,  $F_{W1}$  und  $F_{W2}$  ebenfalls die Maßeinheit kN. Die Fahrzeug- bzw. Zugwiderstandszahl  $f_W$  wird einheitlich auf die Maßeinheit % bezogen. Damit haben die Konstanten  $f_{W0}$ ,  $f_{W1}$  und  $f_{W2}$  ebenfalls die Maßeinheit %. Die Fahrzeug- bzw. Zuggewichtskraft  $G$  ist in kN einzusetzen. Die Umrechnungskonstante  $P$  beträgt  $P = 1000 \%$ .

Die Geschwindigkeitskonstante  $v_{00}$  wird einheitlich zu  $v_{00} = 100 \text{ km/h}$  bzw.  $27,778 \text{ m/s}$  festgelegt. Da in Gl. (3.60) nur noch das Geschwindigkeitsverhältnis (Maßeinheit 1) die Widerstandskraft bzw. Widerstandszahl beeinflusst, können Fahrgeschwindigkeit  $v$  und Geschwindigkeitszuschlag  $\Delta v$  sowohl in km/h als auch in m/s eingesetzt werden.

### Zugwiderstandsgleichung

Die Zugwiderstandszahl  $f_{WZ}$  ist mit Gl. (1.16) aus der Lokomotivwiderstandskraft  $F_{WL}$  und aus der Wagenzugwiderstandszahl  $f_{WW}$  zu berechnen. Im Regelfall sind die Widerstandsgleichungen von Locomotiven auf die Kräfte und von Wagenzügen auf die Kraftkoeffizienten bezogen. Um die Addition der Koeffizienten auch bei unterschiedlichen  $\Delta v$ -Werten zu ermöglichen, ist die Umstellung aller Widerstandsgleichungen auf die Parabelgleichung erforderlich:

$$f_{WZ} = \frac{F_{WL} + f_{WW} G_w}{G_z} \quad (3.61)$$

$$F_{WL} = F'_{WL0} + F'_{WL1} \frac{v}{v_{00}} + F'_{WL2} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2$$

$$f_{WW} = f'_{WW0} + f'_{WW1} \frac{v}{v_{00}} + f'_{WW2} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2$$

$$F'_{WL0} = F_{WL0} + F_{WL2} \left( \frac{\Delta v_L}{v_{00}} \right)^2 \quad \text{und} \quad F'_{WL1} = F_{WL1} + 2 F_{WL2} \frac{\Delta v_L}{v_{00}}$$

$$f'_{WW0} = f_{WW0} + f_{WW2} \left( \frac{\Delta v_W}{v_{00}} \right)^2 \quad \text{und} \quad f'_{WW1} = f_{WW1} + 2 f_{WW2} \frac{\Delta v_W}{v_{00}}$$

Aus Gl. (3.61) erhält man folgende Gleichung für die Berechnung der Zugwiderstandszahl  $f_{WZ}$ :

$$f_{WZ} = f'_{WZ0} + f'_{WZ1} \frac{v}{v_{00}} + f'_{WZ2} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2 \quad (3.62)$$

$$f'_{WZ0} = \frac{P F'_{WL0} + f'_{WW0} G_w}{G_z}, \quad f'_{WZ1} = \frac{P F'_{WL1} + f'_{WW1} G_w}{G_z} \quad \text{und}$$

$$f'_{WZ2} = \frac{P F_{WL2} + f_{WW2} G_w}{G_z}$$

### Auslaufberechnung nach Kap. 2.2.3.4

Die in Gl. (2.39) enthaltenen Beschleunigungskonstanten  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  sind auf der Basis der Koeffizienten der Gl. (3.62) mit Gl. (1.33) zu berechnen:

$$a_0 = -g_K \frac{f'_{WZ0} + i}{P}, \quad a_1 = -g_K \frac{f'_{WZ1}}{P} \quad \text{und} \quad a_2 = -g_K \frac{f'_{WZ2}}{P} \quad (3.63)$$

Die Längsneigung  $i$  ist in % einzusetzen (Steigung positiv, Gefälle negativ),  $P = 1000 \text{ %}$  und die Beschleunigungskonstante  $g_K (\text{m/s}^2)$  geht aus Gl. (1.29) hervor.

### Adaptationsgleichung für Rechentechnik

Wird in Gl. (3.62)  $f'_{wz0}$  ausgeklammert, erhält man eine einfache Gleichung für die einheitliche Eingabe und Berücksichtigung der Zugwiderstandskraft in Rechenprogrammen:

$$f_{wz} = f_{waz} \left[ 1 + k_{w1} \frac{v}{v_{00}} + k_{w2} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^2 \right] \quad (3.64)$$

$$f_{waz} = f'_{wz0}, \quad k_{w1} = \frac{f'_{wz1}}{f'_{wz0}} \quad \text{und} \quad k_{w2} = \frac{f'_{wz2}}{f'_{wz0}}$$

Die Ermittlung der Konstanten der Gl. (3.62), (3.63) und (3.64) ist mit Hilfe der Rechentechnik zu vereinfachen. Die Konstanten aller bekannten Widerstandsgleichungen sind einzubeziehen.

Wenn Zugfahrtrechenprogramme die Gl. (3.64) beinhalten, sind einheitlich nur Anfangswiderstandszahl des Zugs  $f_{waz}$  (%) und die beiden Widerstandskonstanten  $k_{w1}$  und  $k_{w2}$  (Maßeinheit 1) einzugeben.

### Zugwiderstandsmessung

Die Fahrzeug- und Zugwiderstandsgleichungen sind aus Messungen hervorgegangen. Dabei fanden unterschiedliche Messverfahren Anwendung. Deshalb ergeben sich mitunter auch nicht unerhebliche Abweichungen, wenn die Widerstandskräfte in und desselben Zugs mit verschiedenen Gleichungen berechnet wird.

In Kap.1.3.2 (Experimentelle Massenfaktorermittlung) ist ein Experiment dargestellt, mit dem der Massenfaktor  $\xi_F$  und die mittlere Fahrzeugwiderstandszahl  $f_{WF}$  ermittelt werden können.

### Messen bei Beharrungsfahrt

Die von einer Lokomotive auf den Wagenzug ausgeübte Zugkraft kann mittels Kraftmessdose und die vom Antriebssystem auf den Zug ausgeübte Zugkraft mittels Dehnmessstreifen gemessen werden. Die Kraftmessdose ist am Zughaken und der Dehnmessstreifen auf der Fahrmotorwelle angeordnet.

Für die Bedingung, dass der Zug auf waagerechter und gerader Strecke und in gleichförmiger Bewegung fährt, ist die am Zughaken gemessene Zugkraft die Wagenzugwiderstandskraft und die an der Motorwelle gemessene Zugkraft die Zugwiderstandskraft. Zur Bestimmung der Konstanten der Widerstandsgleichung werden die Messpunkte ( $F_w$ ;  $v$ ) in ein Regressionsrechenprogramm eingegeben.

### Messen beim Auslauf

Das Fahrzeug oder der Zug wird dem Auslauf auf waagerechter und gerader Strecke unterzogen. Dabei werden Geschwindigkeits-Zeit-Stützstellen ( $v$ ;  $t$ ) gemessen. Wenn die Auslaufstrecke nicht ausreicht, ist der Geschwindigkeitsbereich zu unterteilen. Die erhaltenen Stützstellen ( $v$ ;  $t$ ) sind mit den in Kap.2.5.3 und 2.5.4 dargestellten Verfahren auszuwerten. Man erhält Stützstellen ( $a$ ;  $v$ ), die mittels Regressionsrechnung in die Gleichung  $a(v)$  zu überführen sind. Die Gleichung  $a(v)$  ist mittels Gl. (1.10) in die Gleichung  $F_{wz}(v)$  bzw.  $f_{wz}(v)$  umzurechnen. Dafür wird der experimentell bestimmte Massenfaktor benötigt. Die Benutzung von gemessenen Beschleunigungsstützstellen ( $a$ ;  $v$ ) ist wegen des starken Springens der Beschleunigungswerte im Regelfall nicht möglich.

### Berechnungsbeispiel 3.14

Für einen Reisezug sind die möglichen Gleichungen der Zugwiderstandszahl aufzustellen. Die Lokomotive hat die Masse  $m_L = 80$  t ( $G_L = 785$  kN) und die Widerstandsbeiwerte  $f_{WL0} = 3,0\%$ ,  $F_{WL1} = 0$ ,  $F_{WL2} = 4,0$  kN und  $\Delta v_L = 20$  km/h. Der Wagenzug hat die Masse  $m_W = 270$  t ( $G_W = 2649$  kN) und die Widerstandsbeiwerte  $f_{WW0} = 1,6\%$ ,  $f_{WW1} = 0,25\%$ ,  $f_{WW2} = 2,243\%$  und  $\Delta v_W = 12$  km/h. Die Zugmasse beträgt  $m_Z = 350$  t ( $G_Z = 3434$  kN).

Lösungsweg und Lösung:

Konstanten für Gl. (3.60)

$$F_{WL0} = 2,355 \text{ kN}, F_{WL1} = 0, F_{WL2} = 4,0 \text{ kN} \text{ und } \Delta v_L = 20 \text{ km/h}$$

$$f_{WW0} = 1,6\%, f_{WW1} = 0,25\%, f_{WW2} = 2,243\% \text{ und } \Delta v_W = 12 \text{ km/h}$$

Konstanten für Gl. (3.61)

$$F'_{WL0} = 2,355 + 4,0 \cdot (20/100)^2 = 2,515 \text{ kN}, F'_{WL1} = 0 + 2 \cdot 4,0 \cdot 20/100 = 1,60 \text{ kN} \text{ und } F_{WL2} = 4,0 \text{ kN}$$

$$f'_{WW0} = 1,6 + 2,243 \cdot (12/100)^2 = 1,632\%, f'_{WW1} = 0,25 + 2 \cdot 2,243 \cdot 12/100 = 0,788\%, f_{WW2} = 2,243\%$$

Konstanten für Gl. (3.62)

$$f'_{WZ0} = (1000 \cdot 2,515 + 1,632 \cdot 2649)/3434 = 1,991\%$$

$$f'_{WZ1} = (1000 \cdot 1,60 + 0,788 \cdot 2649)/3434 = 1,074\%$$

$$f'_{WZ2} = (1000 \cdot 4,0 + 2,243 \cdot 2649)/3434 = 2,895\%$$

$$\text{Konstanten zu Gl. (3.64)} f_{WAZ} = 1,991\%, k_{W1} = 1,074/1,991 = 0,5394 \text{ und } k_{W2} = 2,895/1,991 = 1,4540$$

## 3.4 Zugwiderstandskraft des Transrapid

### Technische Daten

Der Transrapid besteht aus 2 Bug- bzw. Endsektionen und bis zu 3 Mittelsektionen und hat die Höchstgeschwindigkeit 500 km/h. Tabelle 3.13 enthält die technischen Daten.

### Elemente der Zugwiderstandskraft

Die Widerstandskräfte der Rad-Schiene-Technik entfallen. Dafür sind aber Widerstandskräfte vorhanden, die aus der Magnetschwebetechnik<sup>1</sup> hervorgehen (Tragen und Führen):

- Fahrwiderstandskraft des Lineargenerators  $F_{LG}$  und
- Wirbelstromwiderstandskraft der Führungsschiene  $F_{FM}$ ,
- außerdem Luftwiderstandskraft des Zugs  $F_{WLUZ}$

Zugwiderstandskraft des Transrapid-Hochgeschwindigkeitszugs mit  $n_S$  Sektionen:

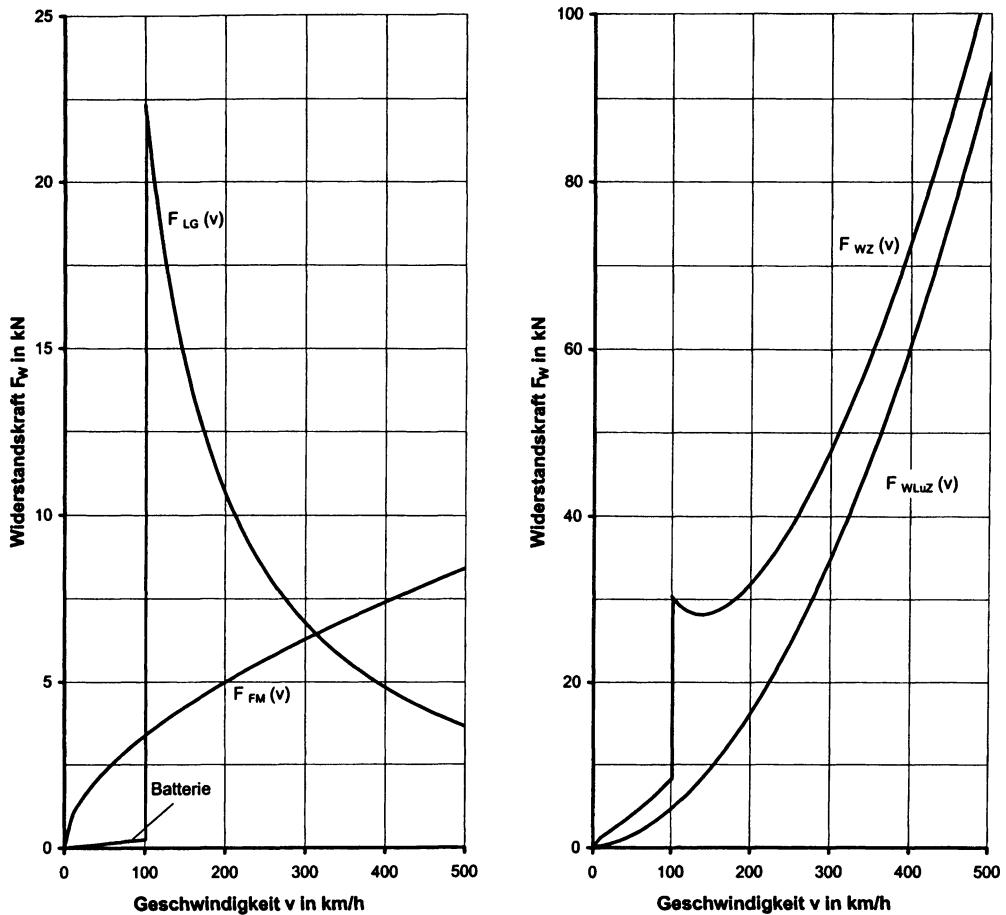
$$F_{WZ} = n_S (F_{LG} + F_{FM}) + F_{WLUZ} \quad (3.65)$$

Tabelle 3.13

Technische Daten des Transrapid-Hochgeschwindigkeitszugs (75 kg/Person)

Zugeinheit	Masse leer	Masse voll besetzt	Sitzplätze	Stehplätze Nahverkehr
1 Bugsektion	53,0 t	62,6 t	80	48
1 Mittelsektion	53,0 t	63,5 t	90	50

<sup>1</sup> Hinweis: Dieses Kapitel wurde unter Benutzung des Vorlesungsmanuskripts „Magnetbahnsysteme“ von Prof. Dr.-Ing. Arnd Stephan, Institut für Bahntechnik, erarbeitet. Die Zahlenwertgleichungen der Widerstandskräfte wurden in physikalische bzw. Größengleichungen mit physikalischen Maßeinheiten überführt.

**Bild 3.38**

Kennlinien der 3 Widerstandskräfte der 5 Sektionen eines Transrapid (Fahrwiderstandskraft des Lineargenerator  $F_{LG}$ , Wirbelstromwiderstandskraft der Führungsschiene  $F_{FM}$  und Luftwiderstandskraft  $F_{WLuz}$ ) und der Zugwiderstandskraft bei 50 % Heizleistung und Gegenwind  $\Delta v = 15$  km/h

### Fahrwiderstandskraft des Lineargenerators

Die Fahrwiderstandskraft des Lineargenerators ist erst ab 100 km/h vorhanden. Unterhalb 100 km/h ist durch den Batteriebetrieb  $F_{LG} = 0$ . Die Fahrwiderstandskraft des Lineargenerators wird von der zu übertragenden Heizleistung  $P_H$  beeinflusst:

$$F_{LG} = \frac{P_{LG}}{v} - F_{LG0} \quad \text{mit } P_{LG} = P_{LG0} + 1,034 P_H \quad (3.66)$$

$F_{LG}$  Widerstandskraft Lineargenerators (kN)

$F_{LG0}$  Kraftkonstante,  $F_{LG0} = 0,2$  kN

$P_{LG}$  Leistungskonstante in kW

$P_H$  Heizleistung der Sektion ( $P_{Hmax} = 32$  kW)

$P_{LG0}$  Grundkonstante,  $P_{LG0} = 113$  kW

$v$  Geschwindigkeit in km/h bzw. in m/s

$v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,

$v_{00} = 100$  km/h bzw. 27,778 m/s

### Wirbelstromwiderstandskraft der Führungsschiene

$$F_{FM} = F_{FM1} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^{0,5} + F_{FM2} \left( \frac{v}{v_{00}} \right)^{0,7} \quad (3.67)$$

$F_{FM}$  Wirbelstromwiderstandskraft der Führungsschiene in kN

$F_{FM1}$  Kraftkonstante,  $F_{FM1} = 0,527$  kN

$F_{FM2}$  Kraftkonstante,  $F_{FM2} = 0,205$  kN

### Luftwiderstandskraft

$$F_{WLuz} = 0,5 c_w \rho_{Norm} A_{Norm} (v_F + \Delta v)^2 \quad (3.68)$$

$$c_w = 0,1371 + 0,1211 n_s$$

$F_{WLuz}$  Luftwiderstandskraft des Zugs in N

$c_w$  aerodynamischer Luftwiderstandsbeiwert, Maßeinheit 1

$A_{Norm}$  Normwert der Spantquerfläche,  $A_{Norm} = 10 \text{ m}^2$

$\rho_{Norm}$  Normwert der Luftdichte,  $\rho_{Norm} = 1,225 \text{ kg/m}^3$

$v_F$  Fahrgeschwindigkeit in m/s

$\Delta v$  Geschwindigkeitszuschlag für Gegenwind,  $\Delta v = 2,8$  bis  $5,6$  m/s (10 bis 20 km/h)

Die Beeinflussung der Luftwiderstandskraft durch die Seitenwindkomponente  $v_y$  bzw. durch einen Anströmwinkel  $\alpha > 0$  ist bisher nicht untersucht worden.

Bild 3.38 zeigt die mit Gl. (3.65) bis (3.68) berechneten Widerstandskennlinien des Transrapid.

Die Längsneigungskraft ist bei fahrdynamischen Berechnungen entsprechend Kap. 3.1 zu berücksichtigen. Die Bogenwiderstandskraft entfällt. Bei der Berechnung der Momentanbeschleunigung aus den Kräften der Zugfahrt entfallen Drehmasse bzw. Massenfaktor.

### Berechnungsbeispiel 3.15

Für einen aus 5 Sektionen bestehenden Transrapid-Hochgeschwindigkeitszug ( $n_s = 5$ ) ist zur Fahrgeschwindigkeit  $v_F = 400$  km/h (111,111 m/s) die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  zu berechnen. Die Heizleistung beträgt  $P_H = 16$  kW/Sektion (50 %) und der Geschwindigkeitszuschlag  $\Delta v = 15$  km/h (4,167 m/s).

Lösungsweg und Lösung:

Fahrwiderstandskraft des Lineargenerators, Gl. (3.66)

$$P_{LG} = 113 + 1,034 \cdot 16 = 129,5 \text{ kW}$$

$$F_{LG} = 129,5 / 111,111 - 0,2 = 1,146 \text{ kN}$$

Wirbelstromwiderstandskraft der Führungsschiene, Gl. (3.67)

$$F_{FM} = 0,527 \cdot (400/100)^{0,5} + 0,205 \cdot (400/100)^{0,7} = 1,595 \text{ kN}$$

Luftwiderstandskraft, Gl. (3.68)

$$c_w = 0,1371 + 0,1211 \cdot 5 = 0,7426$$

$$F_{WLuz} = 0,5 \cdot 0,7426 \cdot 1,225 \cdot 10 \cdot (111,111 + 4,167)^2 = 60444 \text{ N bzw. } 60,444 \text{ kN}$$

Zugwiderstandskraft, Gl. (3.65)

$$F_{WZ} = 5 \cdot (1,146 + 1,595) + 60,444 = 74,149 \text{ kN}$$

## 3.5 Fahrzeug- und Zugwiderstandsgleichungen

### Vorbemerkungen

Dieses Kapitel enthält Fahrzeug- und Zugwiderstandsgleichungen der Fachliteratur als Größen-gleichungen mit SI-gerechten Maßeinheiten. Die Gleichungen sind grundsätzlich auf Wälz-lager bezogen. Die Geschwindigkeit ist in km/h, Lokomotiv-, Einzelwagen-, Wagenzug- und Zugmasse  $m_L, m_{EW}, m_w, m_z$  in t und die Gewichtskraft von Lokomotive  $G_L$ , Einzelwagen  $G_{EW}$ , Wagenzug  $G_w$  und Zug  $G_z$  in kN einzusetzen. Die Kräfte haben die Maßeinheit kN und die Koeffizienten die Maßeinheit %. Der Geschwindigkeitszuschlag beträgt  $\Delta v = 10$  bis  $20$  km/h.

### Lokomotivwiderstandskraft

$$F_{WL} = f_{WL0} G_L + F_{WL2} \left( \frac{v + \Delta v}{v_{00}} \right)^2 \quad (3.69)$$

#### Grundwiderstandsanzahl $f_{WL0}$

4-achsige Diesellokomot.	0,0022 bis 0,0035	6-achsige Diesellokomotive	0,0035 bis 0,0045
Stangenantrieb	0,0045 bis 0,0050		
4-achsige elektr. Lokomot.	0,0030 bis 0,0040	6-achsige elektr. Lokomot.	0,0040 bis 0,0050
Hochgeschwindigkeitslok.	0,0020 bis 0,0030	Tatzlagerantrieb	0,0045
Hohlwellenantrieb	0,0050	Kardanantrieb	0,0035

#### Luftwiderstandskonstante $F_{WL2}$ für Diesellokomotiven

4-achsig, eckige Kopfform	3,5 bis 4,5 kN	4-achsig, abgerundeter Kopf	2,5 bis 3,5 kN
6-achsig, eckige Kopfform	4,0 bis 5,0 kN	6-achsig, abgerundeter Kopf	3,0 bis 4,0 kN
Stromlinienform	2,0 bis 2,5 kN	Mittelführerstand	5 bis 10 kN
Kleinlokomotiven	4 bis 5 kN		

#### Luftwiderstandskonstante $F_{WL2}$ für elektrische Lokomotiven:

Für Stromabnehmer und Dachaufbauten ist zu  $F_{WL2}$  der Diesellokomotiven 1,0 kN zu addieren.

### Triebwagenwiderstandskraft

$$F_{WZ} = f_{WZ0} G_Z + F_{WZ2} [(v_F + \Delta v) / v_{00}]^2 \quad (3.70)$$

$$f_{WZ0} = (f_{WL0} G_L + f_{WW0} G_w) / G_Z \quad \text{und} \quad F_{WZ2} = F_{WSp} + n_F F_{WFo}$$

$G_L$  umfasst alle Treib- und  $G_w$  alle Laufradsätze,  $n_F$  ist Anzahl der Folge-Sektionen.

Grundwiderstandsanzahl der Treibradsätze:  $f_{WL0} = 0,0025$  bis  $0,0035$

Grundwiderstandsanzahl der Laufradsätze:  $f_{WW0} = 0,0012$  bis  $0,0016$

Luftwiderstandskonstante des Spitzens- oder Einzelfahrzeugs  $F_{WSp}$

Fzg. zweiachsrig, eckiger Kopf	3,3 kN	Fzg. zweiachsrig, abgerundeter Kopf	2,0 kN
Fzg. vierachsrig, eckiger Kopf	3,7 kN	Fzg. vierachsrig, abgerundeter Kopf	2,2 kN

Luftwiderstandskonstante von 1 Folgefahrzeug  $F_{WFo}$

Anhänger, kantig	1,5 kN	Anhänger, gerundet	1,2 kN
Sektion bei Mehrteiligkeit	0,4 kN		

### Widerstandskraft der ICE-Hochgeschwindigkeitszüge

Hinweis: Die Zugwiderstandsgleichung ist 1992 von Peters für den ICE 1 veröffentlicht worden. Sie ist bei Beachtung der Zugkonfiguration im Prinzip auch auf die Nachfolgetypen übertragbar.

Der ICE 1 besteht aus 2 End-Triebköpfen ( $m_L = 2 \cdot 80,6$  t) und bis zu 14 Mittelwagen (unbesetzt: 2 Restaurantwagen =  $2 \cdot 60,1$  t, 1 Sitzwagen = 51,3 t; alle Sitzplätze belegt: Zuladung pro Wagen = 4,8 t). Der ICE 2 besteht aus 1 Triebkopf ( $m_L = 78$  t), 6 Mittel- und 1 Steuerwagen ( $m_w = 340,8$  t unbesetzt und 372,3 t für alle Sitzplätze belegt). Doppeltraktion ist möglich. Der ICE 3 ist ein Triebwagenzug. Der Halbzug besteht aus Steuerwagen, Transformatorwagen, Stromrichterwagen und Mittelwagen. Doppeltraktion von 2 Vollzügen ist möglich.

$$\text{ICE 1: } F_{WZ} = F_{WZ0} + F_{WZ1} \frac{v}{v_{00}} + (F_{WZ2} + F_{WZTu}) \left( \frac{v + \Delta v}{v_{00}} \right)^2 \quad (3.71)$$

Grundwiderstandskraft  $F_{WZ0} = f_{WL0} G_L + n_M f_{WW0} G_{EW}$   
mit  $f_{WL0} = 0,0013$  und  $f_{WW0} = 0,0006$ , Mittelwagenanzahl  $n_M$

Linearkraftkonstante:  $F_{WZ1} = F_{WL1} + n_M F_{WW1}$   
mit  $F_{WL1} = 2,30$  kN (für 2 Triebköpfe) und  $F_{WW1} = 0,11$  kN  
 $F_{WZ1}$  enthält 85 bis 90 % Luftimpuls widerstandskraft

Luftwiderstandskonstante:  $F_{WZ2} = F_{WL2} + n_M F_{WW2}$  und  $\Delta v = 15$  km/h  
mit  $F_{WL2} = 2,70$  kN (für 2 Triebköpfe) und  $F_{WW2} = 0,52$  kN

Tunnelwiderstandskonstante:  $F_{WZTu} = F_{WLTu} + n_M F_{WWTu}$   
mit  $F_{WLTu} = 1,12$  kN (für 2 Triebköpfe) und  $F_{WWTu} = 0,05$  kN

**Tabelle 3.14**

Übertragung von Gl. (3.71) auf ICE 2, ICE 3 und ICE 3M ( $\Delta v = 0$ ):<sup>2</sup>

Variable	ICE 2	2 · ICE 2	ICE 3	2 · ICE 3	ICE 3M	2 · ICE 3M
$F_{WZ0}$ kN	3,13	6,26	3,30	6,60	3,45	6,90
$F_{WZ1}$ kN	1,96	3,92	2,422	4,844	2,746	5,492
$F_{WZ2}$ kN	5,81	11,0	5,52	10,63	5,89	11,34

### Zugwiderstandsgleichung von Rappenglück

Rappenglück entwickelte für die Projektierung von Hochgeschwindigkeits- und Triebwagenzügen folgende Zugwiderstandsgleichung:

$$F_{WZ} = F_{WZ0} + F_{WZ1} (v / v_{00}) + F_{WZ2} [(v + \Delta v) / v_{00}]^2 \quad (3.72)$$

Grundwiderstandskraft:  $F_{WZ0} = f_{WZ0} \sqrt{(G_{AN} / G_A)} G_Z$

Laufwiderstandskonstante:  $F_{WZ1} = f_{WZ1} G_Z$

Grundwiderstandsfaktor  $f_{WZ0} = 0,001223$  | Laufwiderstandsfaktor  $f_{WZ1} = 0,00102$

Achskraft-Normwert  $G_{AN} = 100$  kN | mittlere Achskraft des Zugs  $G_A$  in kN

$F_{WZ1}$  ohne Luftimpuls- und  $F_{WZ2}$  ohne Luftwiderstandskraft der Bremsscheiben.

<sup>2</sup> nach Vorlesungsmanuskripte „Magnetbahnsysteme“ von Prof. Dr. Stephan, Institut für Bahntechnik und „Betriebssysteme elektrischer Bahnen“ von Prof. Dr. Mnich, TU Berlin

Luftwiderstandskonstante:	$F_{WZ2} = k_S n_S + k_D n_D + k_{OF} U [L + (n_F - 1) \Delta L] + k_{DS} A_{Sp}$		
Stromabnehmerkonstante	$k_S = 0,21 \text{ kN}$	Drehgestellkonstante	$k_D = 0,1321 \text{ kN}$
Stromabnehmer- und Fahrzeughanzahl	$n_S, n_F$	Drehgestellanzahl	$n_D$
Oberflächenkonstante	$k_{OF} = 0,001419 \text{ kN/m}^2$	Umfang der Ist-Spantquerfläche	$U$
Zuglänge	$L \text{ in m}$	Abstand der Wagenübergänge	$\Delta L \text{ in m}$
Druck- u. Sogkonstante	$k_{DS} = 0,09 \text{ kN/m}^2$	Ist-Spantquerfläche des Zugs	$A_{Sp} \text{ in m}^2$

### Wagenzugwiderstandsgleichung von Strahl

$$f_{WW} = f_{WW0} + f_{WW2} (v / v_{00})^2 \quad (3.73)$$

Grundwiderstandszahl  $f_{WW0}$ :

Wagenzüge allgemein 1,4 bis 1,6 %, Leerwagenzüge 2,0 %, Güter-Ganzzüge  $f_{WW0} = 1,2 \%$

Luftwiderstandskonstante  $f_{WW2}$ :

Reisezüge aus modernen Wagen	2,8 %	Reisezüge aus älteren Wagen	3,2 %
Leerwagen-Güterzüge	10,7 %	Gemischte Güterzüge	5,7 %
Voll beladene Güterzüge	3,2 %	Eilgüterzüge	4,0 %

Güter-Ganzzüge allgemein:  $f_{WW2} = f_{WM} \cdot M_0 / M_{WZ}$  mit  $M_{WZ} = m_w / l_{wz}$

Mettermasse-Widerstandskonst.	$f_{WM} = 10 \%$	Mettermassekonstante	$M_0 = 1 \text{ t/m}$
Wagenzugmasse	$m_w \text{ in t}$	Wagenzuglänge	$l_{wz} \text{ in m}$

Güter-Ganzzüge mit beladenen Schüttgut-Großraumwagen:  $f_{WW0} = 1,00 \%$  und  $f_{WW2} = 2,00 \%$

### Wagenzugwiderstandsgleichung für Reisezüge von Sauthoff

$$f_{WW} = f_{WW0} + f_{WW1} (v / v_{00}) + f_{WW2} [(v + \Delta v) / v_{00}]^2 \quad (3.74)$$

$$f_{WW2} = F_{WW2} / G_w \cdot (n_0 + n_w)$$

Reisezüge aus älteren Wagen	$f_{WW0} = 1,9 \%$	Reisezüge aus modernen Wag.	$f_{WW0} = 1,6 \%$
Standardwert der DB AG	$f_{WW0} = 1,9 \%$	Laufwerkswiderstandszahl:	$f_{WW1} = 0,25 \%$
Luftwiderstandskonstante:	$F_{WW2} = 683 \text{ N}$	Wagenkonstante	$n_0 = 2,7$
Geschwindigkeitszuschlag:	$\Delta v = 12 \text{ km/h}$	Anzahl der Wagen im Zug	$n_w$
Doppelstockgliederzüge:	$f_{WW0} = 2,00 \%$ , $f_{WW1} = 0,715 \%$ und $f_{WW2} = 3,64 \%$		

### Zugwiderstandsgleichung für Güterzüge von Jentsch und Preysing

$$f_{WZ} = f_{WZ0} + f_{WZ1} (v / v_{00}) + f_{WZ2} [(v + \Delta v) / v_{00}]^2 \quad (3.75)$$

$$f_{WZ2} = F_{KLu} / (G_A + \Delta G_A), f_{WZ1} = 0,04 f_{WZ2} \text{ und } f_{WZ0} = f_0 - F_{KA} / G_A + f_{WZ1}$$

Für den Geschwindigkeitszuschlag ist  $\Delta v = 10 \text{ km/h}$  bis  $15 \text{ km/h}$  einzusetzen. Das Zugmasserverhältnis ist  $q = m_z / m_L$  (Gl. (1.38)). Zwischenwerte sind zu interpolieren. Achskraft  $G_A$  in kN.

**Tabelle 3.15**Konstanten zu Gl. (3.75) bei  $f_{WZ}$  in %

q	$f_0$ in %	$F_KA$ in N	$F_{KLu}$ in N	$\Delta G_A$ in kN	Regressionsgleichungen
2	1,66	27,70	763	76,85	$f_0 = f_{00} q^{\kappa}$ mit $f_{00} = 1,84\%$ und $\kappa = -0,19$
5	1,33	43,16	706	36,30	$F_{KA} = F_{K0} q^{\gamma}$ mit $F_{K0} = 20\text{ N}$ und $\gamma = 0,47$
8	1,20	55,92	677	23,54	$F_{KLu} = F_{L0} q^{\psi}$ mit $F_{L0} = 808\text{ N}$ und $\psi = -0,083$
10	1,16	62,78	667	19,62	$q > 10: F_{KLu} = 667\text{ N} = \text{konstant}$
12	1,14	66,71	667	16,68	
15	1,12	69,65	667	14,72	
18	1,10	71,61	667	12,75	$\Delta G_A = \Delta G_0 q^{\delta}$ mit $\Delta G_0 = 137\text{ kN}$ , $\delta = -0,834$

**Zugwiderstandsgleichungen der Französischen Staatsbahn (SNCF)**

Hochgeschwindigkeitszüge, Triebwagenzüge und elektrische Lokomotiven

$$F_{WZ} = F_{WZ0} + F_{WZ1} (v / v_{00}) + F_{WZ2} [(v + \Delta v) / v_{00}]^2 \quad (3.76)$$

**Tabelle 3.16**Konstanten für Hochgeschwindigkeitszüge ( $\Delta v = 15\text{ km/h}$ )

Zuggarnitur	$F_{WZ0}$ in kN	$F_{WZ1}$ in kN	$F_{WZ2}$ in kN
CORAIL, 2 End-Lokomotiven und 7 Mittelwagen, $m_Z = 456\text{ t}$ , $v_{max} = 300\text{ km/h}$	4,62	3,90	9,06
TGV, 2 End-Triebköpfe und 8 Mittelwagen, $m_Z = 418\text{ t}$ , Drehmassenzuschlag $m_{DZ} = 17,5\text{ t}$			
- Fahrt mit Zugkraft	2,54	3,344	5,72
- Fahrt ohne Zugkraft	2,98	3,292	6,06

Triebwagenzug mit n Fahrzeuge:  $F_{WZ0} = f_{WZ0} G_Z$ ,  $F_{WZ1} = f_{WZ1} G_Z$ ,  $F_{WZ2} = F_1 + n F_2$  und  $\Delta v = 0$ Elektrisch:  $f_{WZ0} = 0,0012$ ,  $f_{WZ1} = 0,001$ ,  $F_1 = 1,66\text{ kN}$  und  $F_2 = 1,33\text{ kN}$ Diesel:  $f_{WZ0} = 0,0038$ ,  $f_{WZ1} = 0,001$ ,  $F_1 = 2,40\text{ kN}$  und  $F_2 = 1,00\text{ kN}$ Elektrische Lokomotiven:  $f_{WZ0} = 0,0015$ ,  $f_{WZ1} = 0,001$ ,  $F_{WL2} = 4,41\text{ kN}$  und  $\Delta v = 0$ **Wagenzüge (Reise- und Güterzüge)**

$$f_{WW} = f_{WW0} + f_{WW1} (v/v_{00}) + f_{WW2} (v/v_{00})^2 \quad (3.77)$$

**Tabelle 3.17**

Konstanten für Reise- und Güterzüge

Zugtyp	$f_{WW0}$ in %	$f_{WW1}$ in %	$f_{WW2}$ in %
Reisezüge	1,50	0	2,222
Normale Güterzüge	1,50	0	6,25
Beladene Großraumwagen-Güterzüge	1,20	0	2,50
Leere Großraumwagen-Güterzüge	2,50	0	10,0
Züge aus Güterwagen mit hohen Bordwänden			
- beladen (19,8 t/Achse)	0,90	0,90	1,40
- leer (5,27 t/Achse)	1,47	0,96	5,26

**Gleichung der Britischen Eisenbahnen (BR)**

Die Umrechnung der Originalgleichung aus dem britischen ins SI-Maßeinheitensystem wurde mit 1 mph = 1,61 km/h und 1 t<sub>s</sub> (short ton) = 2000 lb = 907,2 kg vorgenommen.

$$f_{WW} = f_{WW0} + f_{WW1} (v/v_{00}) + f_{WW2} (v/v_{00})^2 \quad (3.78)$$

$$f_{WW0} = f_0 + F_{KA} / G_A \text{ und } f_{WW2} = F_{KLu} / G_A$$

Anfangskonstante	$f_0$ in %	Achskraftkonstante	$F_{KA}$ in N
Mittlere Achskraft des Wagenzugs	$G_A$ in kN	Luftwiderstandskonstante	$F_{KLu}$ in N

**Tabelle 3.18**

Konstanten für Güterzüge

Zugtyp	$f_0$ in %	$F_{KA}$ in N	$f_{WW1}$ in %	$F_{KLu}$ in N
Wagenzüge aus zweischigen Güterwagen	0,55	70	2,40	313
Wagenzüge aus vierachsigen Güterwagen	0,19	70	0,80	313
Container-Wagenzüge	0,50	50	2,00	250

**Gleichung der Italienischen Staatsbahn (FS)**

$$f_{WW} = f_{WW0} + f_{WW2} (v/v_{00})^2 \quad (3.79)$$

**Tabelle 3.19**

Konstanten für Wagenzüge aus Güterwagen

Zugtyp	$f_{WW0}$ in %	$f_{WW2}$ in %
Beladene gedeckte Güterwagen	2,50	2,12
Leere gedeckte Güterwagen	3,50	2,20
Unbeladene Flachwagen	4,50	2,00

**Gleichung der Tschechischen (D) und der Slowakischen (SD) Eisenbahn**

$$f_{WW} = f_{WW0} + f_{WW1} (v/v_{00}) + f_{WW2} (v/v_{00})^2 \quad (3.80)$$

**Tabelle 3.20**

Konstanten für Wagenzüge

Zugtyp	$f_{WW0}$ in %	$f_{WW1}$ in %	$f_{WW2}$ in %
Reisezug, 2/3 besetzt, $m_A = \text{ca. } 10 \text{ t}$ , $m_W = 500 \text{ bis } 700 \text{ t}$	1,35	0,80	3,30
Zug aus 4-achsigen Dieseltriebwagen, 2/3 besetzt, $m_A = 6,5 \text{ bis } 10 \text{ t}$ , $m_Z = 150 \text{ bis } 200 \text{ t}$	1,80	1,00	4,80
Normale Güterzüge, $m_A = 10 \text{ bis } 15 \text{ t}$ , $m_W = 400 \text{ bis } 600 \text{ t}$	1,90	0	4,65
Güterzüge aus beladenen			
- zweiachsigen Wagen, $m_A = 15 \text{ bis } 20 \text{ t}$ , $m_W = 1000 \text{ bis } 1500 \text{ t}$	1,80	0,30	1,80
- vierachsigen Wagen, $m_A = 15 \text{ bis } 20 \text{ t}$ , $m_W = 1000 \text{ bis } 1500 \text{ t}$	1,40	0	3,00
Güterzüge aus leeren			
- zweiachsigen Wagen	2,00	0	12,5
- vierachsigen Wagen	2,00	0	8,0

### Zugwiderstandszahlen für Schmalspur- und Industriebahnen

Wegen der im Regelfall 30 km/h nicht überschreitenden Fahrgeschwindigkeit wird mit den in Tabelle 3.21 dargestellten konstanten Zugwiderstandszahlen gerechnet.

**Tabelle 3.21**

Lokomotiv- und Wagenzugwiderstandszahlen für Schmalspur- und Industriebahnen

Einsatzbereich	Lokomotiven $f_{WL}$ in %	Wagen $f_{WW}$ in %
Schmalspurbahnen	5	3
Braunkohletagebau		
1435 mm – Spur	10 bis 12	5 bis 7
900 mm – Spur	15 bis 25	7 bis 10
Industrie- und Grubenbahnen		
500 bis 600 mm – Spur	12 bis 15	8 bis 10
750 mm – Spur	10 bis 13	6 bis 8
1000 bis 1435 mm – Spur	8 bis 10	4 bis 6

### Zugwiderstandsgleichungen für Straßenbahnen

$$f_{WZ} = f_{WZ0} + f_{WZ2} (v / v_{00})^2 \quad (3.81)$$

$$f_{WZ0} = (f_{WT0} G_T + f_{WB0} G_B) / G_Z \text{ und } f_{WZ2} = f_2 + (F_{DS} + n F_{OF}) / G_Z$$

Grundwiderstandszahl der Treibachsen

$$\text{Vignolschienen} \quad f_{WT0} = 0,004$$

$$\text{Rillenschienen} \quad f_{WT0} = 0,006$$

$$\text{Druck- und Sogwid.konstante} \quad F_{DS} = 4460 \text{ N}$$

$$\text{Luftwiderstandskonstante} \quad f_2 = 1,5 \%$$

$$\text{Gewichtskraft aller Triebwg./Treibachs.} G_T \text{ in t}$$

$$\text{Gleichung von Davis für Züge aus vierachsigen Triebwagen mit Gummieinlage in den Rädern:}$$

$$f_{WZ} = f_{WZ0} + f_{WZ1} (v / v_{00}) + f_{WZ2} (v / v_{00})^2 \quad (3.82)$$

$$f_{WZ0} = f_0 + F_{KA} / G_A \text{ und } f_{WZ2} = F_{KL} / G_Z$$

$$\text{Grundwiderstandskonstante} \quad f_0 = 3,65 \%$$

$$\text{Achskraftkonstante} \quad F_{KA} = 142 \text{ N}$$

$$\text{Mittlere Achskraft des Zugs} \quad G_A \text{ in kN}$$

Grundwiderstandszahl der Laufachsen

$$\text{Vignolschienen} \quad f_{WB0} = 0,0025$$

$$\text{Rillenschienen} \quad f_{WB0} = 0,004$$

$$\text{Oberflächenwid.konstante} \quad F_{OF} = 800 \text{ N}$$

$$\text{Fahrzeug- bzw. Fahrzeugteileanzahl } n$$

$$\text{Gewichtskraft aller Beiwg./Laufachs.} G_B \text{ in t}$$

$$f_{WZ1} = 4,50 \% \quad f_{WZ2} = 3050 \text{ N}$$

$$\text{Luftwiderstandskonstante} \quad F_{KL} = 3050 \text{ N}$$

$$\text{Zuggewichtskraft} \quad G_Z \text{ in kN}$$

### Zugwiderstandsgleichung für Untergrundbahnen

$$f_{WZ} = f_{WZ0} + f_{WZ1} (v / v_{00}) + f_{WZ2} (v / v_{00})^2 \quad (3.83)$$

3-Wagen-Zug:  $f_{WZ0} = 2,75 \%$ ,  $f_{WZ1} = 4,20 \%$  und  $f_{WZ2} = 9,20 \%$

8-Wagen-Zug:  $f_{WZ0} = 2,60 \%$ ,  $f_{WZ1} = 4,20 \%$  und  $f_{WZ2} = 2,90 \%$

## 4 Zugkraft

### 4.1 Kraftschlusszug- und -bremskraft

#### 4.1.1 Fahrgrenzen und Kraftschluss

##### Coulombsches Reibungsgesetz

Der Rad-Schiene-Kraftschluss bestimmt im Schienenverkehr die Fahrgrenzen für Treiben und Bremsen. Unter dem Einfluss der Achs-Normalkraft  $N_A$  bildet sich an den elastischen Körpern Rad und Schiene eine Kontaktfläche, in der auf der Grundlage des *Coulombschen Reibungsgesetzes* Tangentialkräfte übertragen werden. Bild 4.1 zeigt die Achs-Normalkraft  $N_A$  und die Tangentialkräfte der Rad-Schiene-Kontaktfläche:

- Längskräfte  $F_x$  (Zugkraft  $F_T$  und Bremskraft  $F_B$ ) und
- Seitenkraft  $F_y$ .

##### Physikalisch entwickelbarer und vorhandener Kraftschlussbeiwert

In der Rad-Schiene-Kontaktfläche ist höchstens der physikalisch entwickelbare Kraftschlussbeiwert möglich. Der vorhandene Kraftschlussbeiwert kann nicht größer werden:

Maximale Tangentialkraft = entwickelbarer Kraftschlussbeiwert mal Normalkraft.

$$\text{Vorhandener Kraftschlussbeiwert} = \frac{\text{tatsächlich vorhandene Tangentialkraft}}{\text{Normalkraft der Achse}}$$

Vorhandener Kraftschlussbeiwert  $\leq$  physikalisch entwickelbarer Kraftschlussbeiwert

##### Rad-Schiene-Kraftschluss

Die Zug- und Bremskraftentwicklung ist im Rad-Schiene-Kraftschluss durch autonomen und nichtautonomen Betrieb möglich.

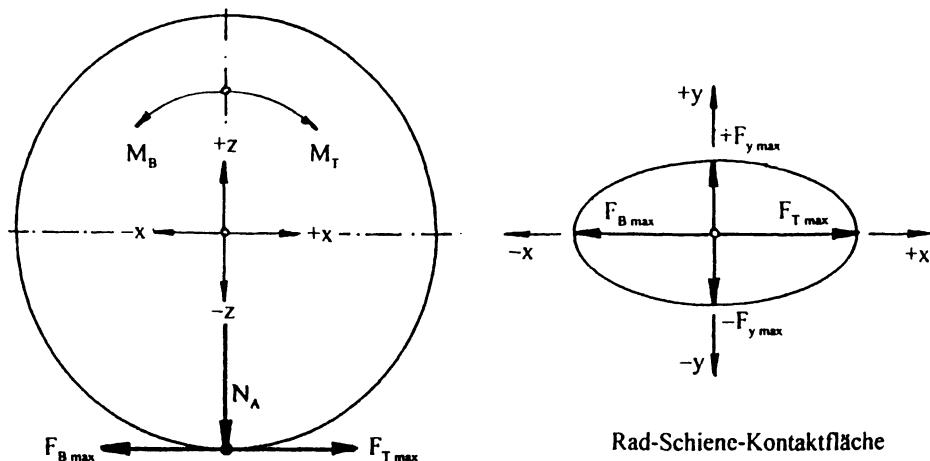
Bei *autonomem* Betrieb entwickelt jede Achse unabhängig ihre eigene maximale Längskraft. Für die maximale Längskraft eines Fahrzeugs mit  $n$  am Kraftschluss beteiligten Achsen gilt:

$$F_x (F_T \text{ oder } F_B) = \sum_{i=1}^{i=n} (\mu_{ki} N_{Ai}) \quad (4.1)$$

Bei *nichtautonomem* Betrieb stellt der Regler an allen  $i$  Achsen die gleiche Tangentialkraft  $F_x$  unabhängig von den individuellen  $\mu_{ki}$ - und  $N_{Ai}$ -Werten ein. Die  $F_T$ - bzw.  $F_B$ -Begrenzung erfolgt durch die Achse, an der zuerst der entwickelbare Kraftschlussbeiwert erreicht wird:

$$F_{T\max} = \mu_T G_L \quad \text{und} \quad F_{B\max} = \mu_B G_F \quad (4.2)$$

$$\begin{array}{ll} \mu_k & \text{entwickelbarer Kraftschlussbeiwert} \\ N_{Ai} & \text{Normalkraft an der i-ten Achse} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} G_L, G_F \text{ Lokomotiv- / Fahrzeuggewichtskraft} \\ \mu_T, \mu_B \text{ Kraftschlussbeiwert Treiben / Bremsen} \end{array} \right.$$

**Bild 4.1**

Maximalwerte der äußeren, die Fahrbewegung bewirkenden Kräfte in der Rad-Schiene-Kontaktfläche ( $M_T$  Treibdrehmoment,  $M_B$  Bremsdrehmoment,  $N_A$  Normalkraft an der Achse,  $F_{T \max}$  maximale Treibachszugkraft und  $F_{B \max}$  maximale Bremskraft)

### Ausnutzungsfaktor des Kraftschlusses

Der Grad der Annäherung des mittleren Fahrzeug-Kraftschlussbeiwerts für Treiben  $\mu_T$  bzw. Bremsen  $\mu_B$  an den physikalisch entwickelbaren  $\mu_K$  wird im Ausnutzungsfaktor  $\alpha$  erfasst:

$$\alpha = \frac{\mu_T G_L}{\sum (\mu_{K_i} N_{A_i})} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{\mu_B G_F}{\sum (\mu_{K_i} N_{A_i})} \quad \text{mit } \alpha \leq 1 \quad (4.3)$$

Die Fahrgrenzen sind von Kraftschlussbeiwert  $\mu_K$  und Ausnutzungsfaktor  $\alpha$  abhängig.

### Kraftschlusstheorien

Die durch Kraftschlussbeiwert und Ausnutzungsfaktor gegebenen physikalischen Fahrgrenzen haben einen exponierten Stellenwert für das Leistungsvermögen des Verkehrssystems Eisenbahn. Deshalb waren und sind beide Variable Gegenstand umfangreicher wissenschaftlicher Untersuchungen. Dabei haben sich zwei theoretische Hauptrichtungen herausgebildet:

1. Die **physikalische Kraftschlusstheorie**, in der der Kraftschlussbeiwert aus den physikalischen Grundlagen heraus als diskrete Größe erklärt wird.
2. Die **statistische Kraftschlusstheorie**, in der der Kraftschlussbeiwert als stochastische Größe vorausgesetzt und mit den Gesetzen der mathematischen Statistik bestimmt wird.

Die physikalische Kraftschlusstheorie beruht hauptsächlich auf Untersuchungen von *Kothen*, *Curtius*, *Kniffler*, *Metzkow*, *Kalke*, *Kraft*, *Frederich*, *Weber* und *Čap*. Der statistischen Kraftschlusstheorie liegen hauptsächlich die Untersuchungen von *Johnson*, *Sekikawa*, *Saumweber* und *Henning* zugrunde. Die Erkenntnisse beider Theorien werden für die Bestimmung der **fahrdynamischen Grenzen** des Schienenverkehrs benutzt (Kap. 1.2.7 und 1.5):

- Höchstgeschwindigkeit,
- maximales Steig-, Beschleunigungs- und Bremsvermögen und
- maximale Wagenzugmasse.

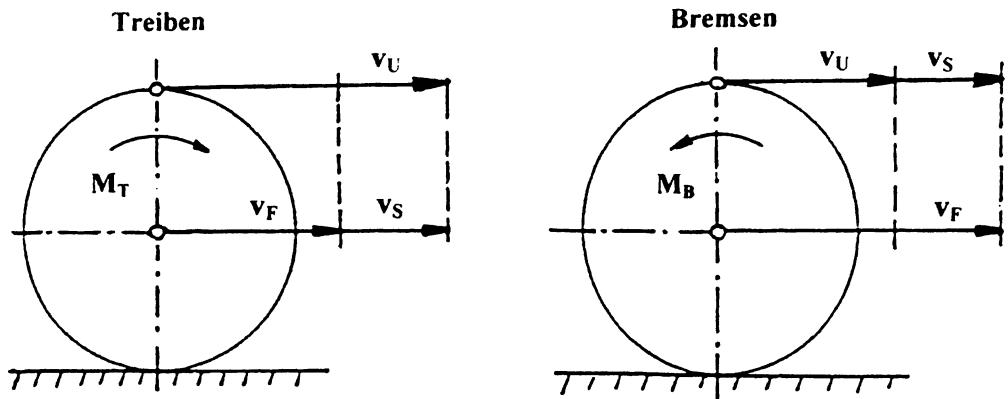


Bild 4.2

Geschwindigkeiten am treibenden und am gebremsten Eisenbahnrad

## 4.1.2 Physikalische Kraftschlusstheorie

### 4.1.2.1 Radschlupf

Bild 4.2 zeigt die Geschwindigkeiten am angetriebenen und am gebremsten Eisenbahnrad:

$v_F$  Fahrgeschwindigkeit des Fahrzeugs über Grund

$v_U$  Umfangsgeschwindigkeit des Rads

$v_S$  Schlupfgeschwindigkeit in der Rad-Schiene-Kontaktfläche

Die Schlupfgeschwindigkeit  $v_S$  ist die Differenzgeschwindigkeit zwischen Fahr- und Umfangsgeschwindigkeit  $v_F$ ,  $v_U$ . Der Treibschlupf  $\sigma$  ist der Quotient von Schlupf- zu Umfangsgeschwindigkeit und der Bremsschlupf  $\sigma$  der Quotient von Schlupf- zu Fahrgeschwindigkeit.

$$\text{Treibendes Rad: } v_S = v_U - v_F, \quad \sigma = \frac{v_S}{v_U} \text{ bzw. } \sigma = 1 - \frac{v_F}{v_U} \quad (4.4)$$

$$\text{Bremsendes Rad: } v_S = v_F - v_U, \quad \sigma = \frac{v_S}{v_F} \text{ bzw. } \sigma = 1 - \frac{v_U}{v_F}$$

$$\text{Schlupfbereich: } 0 \leq \sigma \leq 1$$

### Makro- und Mikrogleitbewegung

Die Gleitbewegung in der Rad-Schiene-Kontaktfläche besteht aus der Makro- und der Mikrogleitbewegung. Beide Gleitbewegungen bilden eine Einheit.

Die **Mikrogleitbewegung** ist eine reversible Relativbewegung, die durch die plastisch-elastische Schubdeformation der Mikrohügel in der mit einer Tangentialkraft belasteten Kontaktfläche entsteht. Die Mikrohügel kehren nach dem Verlassen der Kontaktfläche wieder in die relative Ausgangsposition zurück. Bewertungsgrößen des Mikrogleitens sind Mikroschlupfgeschwindigkeit  $v_{S\text{Mikr}}$  und Mikroschlupf  $\sigma_{\text{Mikr}}$ .

Die **Makrogleitbewegung** ist eine irreversible Relativbewegung, die durch Gleitverschiebung der Mikrohügel des Rads gegenüber den Mikrohügeln der Schiene in der mit einer Tangentialkraft belasteten Kontaktfläche entsteht.

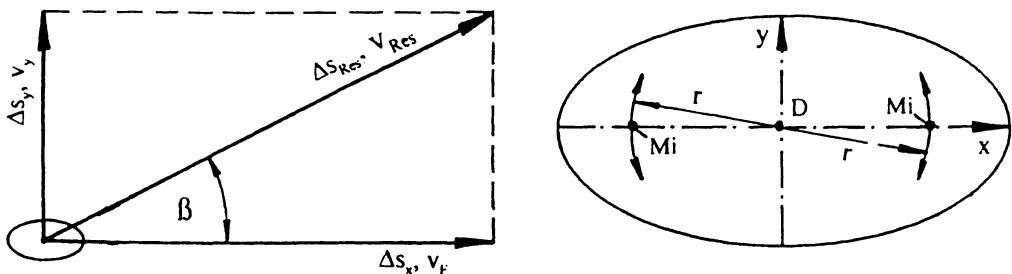


Bild 4.3

Entstehung von Quer- und Bohrschlupf (Fahrweg  $\Delta s_x$ , Fahrgeschwindigkeit  $v_F$ , Quergleitweg  $\Delta s_y$ , Quergleitgeschwindigkeit  $v_y$ , resultierender Weg  $\Delta s_{\text{Res}}$ , resultierende Geschwindigkeit  $v_{\text{Res}}$ , Schräglauftwinkel  $\beta$ , Mikroteilchen  $M_i$ , Drehpunkt des Bohrschlupfes  $D$ , Bohrradius  $r$ )

Die Mikrohügel haben beim Verlassen der Kontaktfläche eine andere Relativposition zueinander als beim Einlauf. Bewertungsgrößen des Makrogleitens sind Makroschlupfgeschwindigkeit  $v_{S \text{ Makr}}$  und Makroschlupf  $\sigma_{\text{Makr}}$ .

### Natürliche und erzwungene Gleitbewegung

Die natürliche Gleitbewegung entsteht bei der Zug- und Bremskraftübertragung. Die erzwungene Gleitbewegung beruht auf Unregelmäßigkeiten im Rad-Schiene-Kontakt. Das Gleiten bewirkt u.a. die Grundwiderstandszahl (Kap. 3.3.2).

### Komplexbewegung in der Rad-Schiene-Kontaktfläche

Die Gleitbewegung in der Rad-Schiene-Kontaktfläche ist eine Komplexbewegung, die sich aus Einzelbewegungen zusammensetzt. Bild 4.3 zeigt Komplex- und Einzelbewegungen:

- Längsbewegung (Längsschlupfgeschwindigkeit  $v_{Sx}$ , Längsschlupf  $\sigma_x$ ),
- Seitenbewegung (Quergleitgeschwindigkeit  $v_y$ , Querschlupf  $\sigma_y$ ) und
- Drehschwing- bzw. Gierbewegung (Bohrs schlupf  $\sigma_{\text{Bohr}}$ )

Querschlupf  $\sigma_y$  und resultierender Schlupf  $\sigma_{\text{res}}$ :

$$\sigma_y = \beta = \frac{\Delta s_y}{\Delta s_x} = \frac{v_y}{v_F} \quad \text{und} \quad \sigma_{\text{res}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (4.5)$$

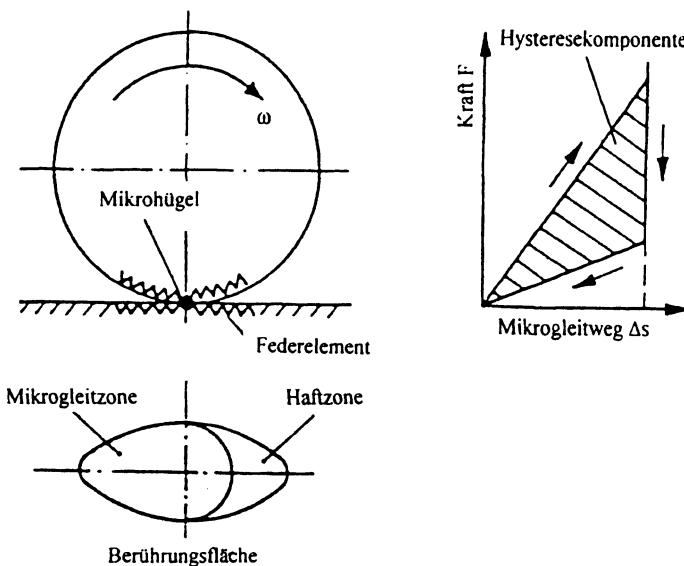
Bild 4.3 zeigt das Entstehen des Bohrschlupfes  $\sigma_{\text{Bohr}}$ . Mikroteilchen  $M_i$ , die außerhalb des Kontaktflächen-Mittelpunkts  $D$  (Drehpunkt) liegen, gleiten beim Gieren auf einer Bewegungsbahn mit dem Radius  $r$  über die Schienenoberfläche. Die bekannteste, den Bohrschlupf auslösende Bewegung ist der Sinuslauf des Radsatzes.

#### 4.1.2.2 Bestandteile des Kraftschlussbeiwerts

Adhäsionsbeiwert  $\mu_{\text{Ad}}$  und Hysteresebeiwert  $\mu_{\text{Hy}}$  ergeben den Kraftschlussbeiwert  $\mu_K$ :

$$\mu_K = \mu_{\text{Ad}} + \mu_{\text{Hy}} \quad (4.6)$$

Beim Rad-Schiene-System hat der Hysteresebeiwert den größeren Stellenwert.



**Bild 4.4:**  
Kraftschluss zwischen Rad und Schiene

### Adhäsionsbeiwert

Die durch die Achskraft hervorgerufene plastisch-elastische Druckdeformation im Rad-Schiene-Kontakt führt zur Entstehung einer elliptischen Kontaktfläche. Die Mikrohügel der Radlauf- und der Schienenkopfoberfläche kommen miteinander in Eingriff. Dadurch werden atomare und molekulare Anziehungskräfte ausgelöst. Die damit verbundene Möglichkeit, Tangentialkräfte zu übertragen, ergibt den Adhäsionsbeiwert  $\mu_{\text{Ad}}$  des Kraftschlusses.

### Hysteresebewert

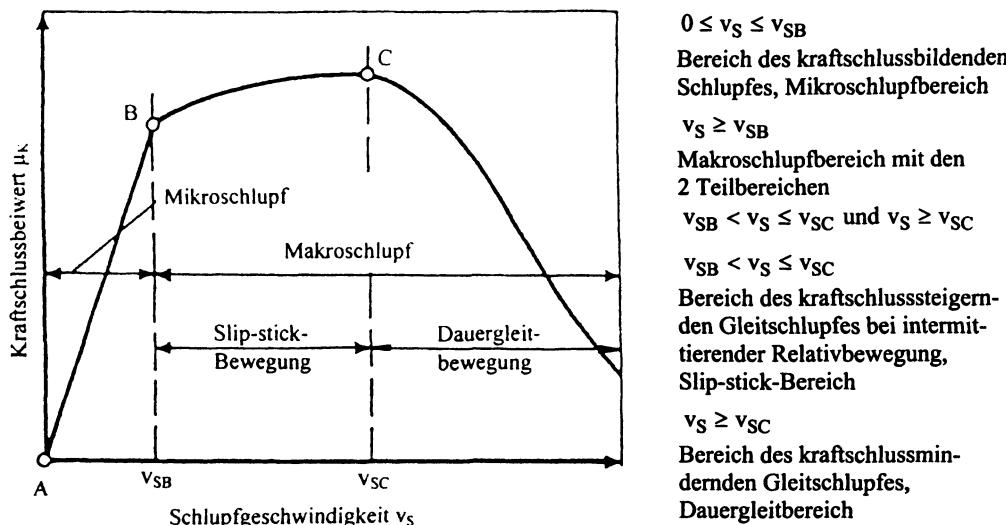
Ein Mikrohügelpaar in der Rad-Schiene-Kontaktfläche entspricht einer Feder (Bild 4.4). Wirkt am Mikrohügelpaar, das sich miteinander im Eingriff befindet, eine Schubkraft, unterliegen beide elastischen Mikrohügel einer sehr kleinen Deformation. Der eine Reibpartner verschiebt sich in mikroskopisch kleinem Ausmaß auf dem anderen. Bei dieser Mikroverschiebung ist im Überlappungsvolumen eine Verformungswiderstandskraft zu überwinden. Diese Widerstandskraft vollbringt auf dem Mikroverschiebungsweg innere Reibarbeit.

Der Mikroverschiebungsweg beginnt beim Einlauf in die Kontaktfläche, erreicht in der Mittellage das Maximum und bildet sich danach bis zum Auslauf wieder zurück. Dadurch wird von der Kraft-Mikroverschiebungs-Kennlinie eine Fläche eingeschlossen (Bild 4.4). Diese Fläche entspricht der Reibungs- und Formänderungsarbeit. Dieser Prozess wiederholt sich für jedes Mikrohügelpaar mit der Frequenz der Raddrehung.

Der Energieverlust eines solchen, in sich geschlossenen energetischen Prozesses wird als Hysterese bezeichnet. Der Quotient aus der inneren Reibungs- und Formänderungsarbeit und dem Mikroverschiebungsweg ist die Hysteresekraft. Bei Bezugnahme auf die Normalkraft an der Achse erhält man den Hysteresebewert  $\mu_{\text{Hy}}$ .

#### 4.1.2.3 Kraftschluss-Schlupf-Gesetz

Die beschriebene Abhängigkeit des Kraftschlussbeiwerts  $\mu_K$  von der Schlupfgeschwindigkeit  $v_s$ , dargestellt im Bild 4.5, ist das Kraftschluss-Schlupf-Gesetz.

**Bild 4.5:**

Kraftschluss-Schlupf-Gesetz in schematischer Darstellung mit Kennung der einzelnen Schlupfbereiche

### Bewegung ohne Tangentialkraft

Solange keine Tangentialkraft wirkt, wird auch kein Mikrohügelpaar mit einer Schubkraft belastet, und es tritt kein Mikrogleiten auf ( $\mu_k = 0$  bei  $v_s = 0$ , Punkt A des Bildes 4.5).

### Mikrogleitbereich

Die Anzahl der Mikrohügelpaare der Kontaktfläche, die in das Mikrogleiten einbezogen werden, ist von der Größe der wirkenden Tangentialkraft abhängig. Unter dem Einfluss einer zunächst noch kleinen Tangentialkraft bildet sich deshalb in der Kontaktfläche eine Mikrogleitzone aus. Der verbleibende Flächenanteil, in dem noch kein Mikrogleiten auftritt, ist die Haftzone (Bild 4.4). Das Ansteigen der Tangentialkraft führt zur Erweiterung der Mikrogleitzone, und zwar solange, bis sich die Mikrogleitzone über die gesamte Kontaktfläche erstreckt. Damit ist die Grenze des Mikrogleitens erreicht (Punkt B im Bild 4.5). Im Mikrogleitbereich besteht Proportionalität zwischen Kraftschlussbeiwert und Schlupfgeschwindigkeit.

Bei einer weiteren Erhöhung der Tangentialkraft über den Punkt B des Bildes 4.5 hinaus tritt das Rad in den Makrogleitbereich ein. Am Beginn des Makrogleitbereiches ist mit zunehmender Schlupfgeschwindigkeit ein weiterer Anstieg des Kraftschlussbeiwerts zu verzeichnen, aber mit sich ständig vermindernder Proportionalität. Dieses Verhalten leitet sich aus den weiteren Vorgängen in der Kontaktfläche, aber auch aus den Vorgängen im Antriebssystem, ab.

### Vorgänge im Antrieb

Der Antrieb ist ein elastisches System, das im Mikrogleitbereich eine Dehnung erfährt, wodurch Federkraft gespeichert wird. Das Absinken der inneren Widerstandskraft der Kontaktfläche bei Überschreitung des Punktes B führt zum Freisetzen der Federkraft und damit zur Aufhebung der Dehnung und zum kurzzeitigen Voreilen des Rads gegenüber der Fahrgeschwindigkeit (Beginn des Makrogleitens).

Durch das Freisetzen der Federkraft sinkt die Tangentialkraft wieder kurzzeitig unter die innere Widerstandskraft. Das Voreilen bzw. Makrogleiten hört auf. Der Rückfall in den Mikrogleitbereich bedeutet den erneuten Aufbau von Dehnung und Federkraft des Antriebssystems und der gesamte Prozess beginnt von neuem.

### Thermische Vorgänge in der Kontaktfläche

Der Wechselprozess zwischen kurzzeitigem Voreilen und kurzzeitiger Unterbrechnung wird noch durch thermische Vorgänge in der Kontaktfläche unterstützt. Die Reibarbeit des Mikrogleitens erhöht die Temperatur der Mikrohügelpaare, und das umso mehr, je größer die Tangentialkraft wird. Am Ende des Mikrogleitbereichs, d.h. wenn die Mikrogleitzone die gesamte Kontaktfläche eingenommen hat, wird die Erweichungstemperatur des Stahls von 600 °C erreicht und überschritten. Dadurch wird das Überlappungsvolumen der Mikrohügel fließbar, und die Verformungswiderstandskraft nimmt ab. Das Rad tritt in den Makrogleitbereich ein. Die Entspannung des Feder-Masse-Systems und die damit verbundene kurzzeitige Reduzierung der Tangentialkraft vermindert die innere Reibarbeit und lässt die Temperatur im Überlappungsvolumen der Mikrohügel wieder unter die Erweichungsgrenze sinken. Es stellt sich die Verformungswiderstandskraft des Mikrogleitbereichs wieder ein.

### Slip-stick-Bewegung

Die mit diesem Wechselspiel verbundene Reibschwingung, bei der das Rad ständig ein Stück voreilt und wieder zurückkehrt, bezeichnet man als Slip-stick-Bewegung (Bereich Punkt B bis Punkt C im Bild 4.5). Die Slip-stick-Bewegung tritt auch am bremsenden Rad in Erscheinung, jedoch eilt in diesem Fall das Rad nach.

### Makrogleitbereich

Zu Beginn des Makrogleitbereichs wird die Erweichungstemperatur nicht gleichzeitig in der gesamten Kontaktfläche erreicht, sondern zuerst nur in der Zone des maximalen Drucks. Erst bei einem entsprechend großen Wert der Reibarbeit wird in der gesamten Kontaktfläche die Erweichungstemperatur überschritten.

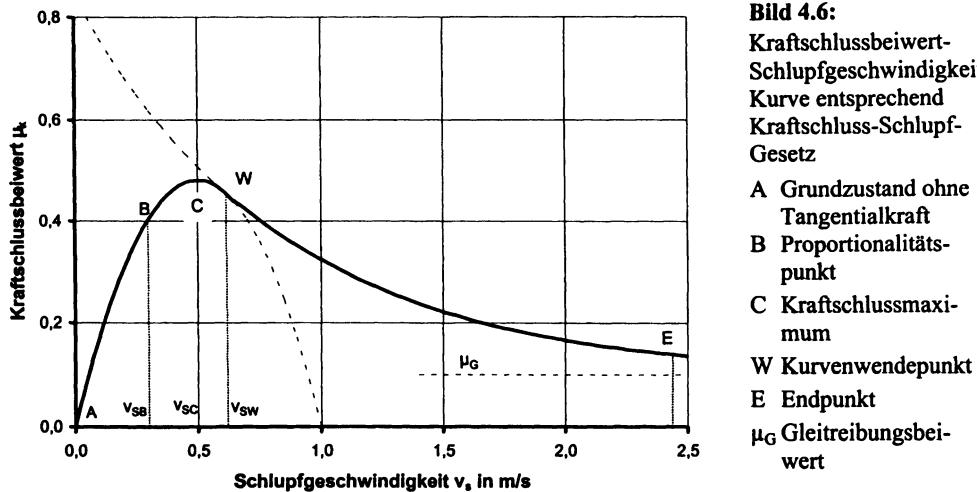
Im Punkt C der Kraftschluss-Schlupf-Kennlinie (Bild 4.5) erreicht der Kraftschlussbeiwert das Maximum. Jetzt überwiegen nicht mehr diejenigen Faktoren, die den Kraftschlussbeiwert zu Beginn des Makrogleitbereichs mit zunehmender Schlupfgeschwindigkeit noch ansteigen lassen. Die Tangentialkraft hat eine solche Größenordnung erreicht, die zum durchgängigen, ununterbrochenen Überschreiten der Erweichungstemperatur, und damit zum ständigen Absinken der Verformungswiderstandskraft, führt. Die Slip-stick-Bewegung geht ins Dauergleiten über.

Beim Dauergleiten tritt eine weitere Temperaturerhöhung im Überlappungsvolumen der Mikrohügel auf. Dadurch setzt ein rascher Verfall der Verformungswiderstandskraft ein. Das hat den im Bild 4.5 dargestellten steilen Abfall des Kraftschlussbeiwerts mit steigender Schlupfgeschwindigkeit bis auf den beträchtlich kleineren Gleitreibungsbeiwert zur Folge.

Im Fall der Fahrt mit 30 km/h wird der Punkt B der Kraftschluss-Schlupf-Kennlinie bei ca. 1 % Schlupf, der Punkt C bei ca. 5 % Schlupf und das Dauergleiten bei ca. 18 % Schlupf erreicht.

### Ausnutzung des Kraftschluss-Schlupf-Gesetzes

Spezielle, auf mikroelektronischer Basis arbeitende Lokomotivleitsysteme ermöglichen in Verbindung mit der Drehstrom-Antriebs-Technik (Abkürzung: DAT) die praktische Ausnutzung des Kraftschluss-Schlupf-Gesetzes zur Erzeugung maximaler Zug- und Bremskräfte.



Beim Treiben und Bremsen nach dem Kraftschluss-Schlupf-Gesetz ist zu beachten, dass die Slip-stick-Bewegung Schienenriffel erzeugt und zur ständigen dynamischen Belastung mit Richtungswechseln führt. Es ergeben sich neue Anforderungen an die Festigkeit gegen Dauerbrüche an Radspeichen und an Bauteilen der Leistungsübertragung. Die ständig vorhandene Makrogleitkomponente vergrößert den Laufflächen- und Schienenkopfverschleiß. Die vollständige Ausnutzung des Längskraftschlussbeiwerts  $\mu_x$  führt zum Seitenkraftschlussbeiwert  $\mu_y = 0$ , so dass die Fahrzeugführung im Gleis durch Spurkranzanlauf erfolgen muss. Spurkranzverschleiß der Räder und Anlaufflächenverschleiß der Schienenköpfe werden größer.

### Determinierung der Kraftschluss-Schlupfgeschwindigkeit-Abhängigkeit

Die mathematische Darstellung des Kraftschluss-Schlupfgeschwindigkeits-Verhalten ist erforderlich, wenn das dynamische Verhalten des Lokomotivtriebs bzw. die Zuganfahrt oder die Zugbremsung im Grenzbereich untersucht werden soll. Zur Aufstellung des entsprechenden Gleichungssystems wird von Versuchsergebnissen ausgegangen. Im Regelfall ist die Benutzung von 2 Gleichungen ausreichend. Wie Bild 4.6 zeigt, wird der erste Abschnitt von A bis zum Wendepunkt W durch die Parabelgleichung und der zweite Abschnitt nach W durch die Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus erfasst.

Für die Aufstellung der Parabelgleichung des Bereichs A bis W muss der Kraftschlussbeiwert im Punkt B  $\mu_B$  und muss die Stützstelle C ( $v_{sc}$ ;  $\mu_C$ ) aus Versuchsergebnissen gegeben sein. Überschläglich ist  $\mu_C = 1,2 \mu_B$ .

Bereich A bis W:

$$\mu_K = 2\mu_C \frac{v_s}{v_{sc}} \left(1 - \frac{v_s}{2v_{sc}}\right) \quad (4.7)$$

$$v_{sw} = v_{sc} \left(1 + \sqrt{1 - \alpha}\right)$$

Das Verhältnis der Kraftschlussbeiwerte im Punkt W  $\alpha = \mu_w/\mu_c$  ist überschlägig 0,95.

Bereich W bis E:

$$\mu_K = D e^{-\omega v_S} + \mu_G \quad (4.8)$$

$$\omega = -\frac{T}{\mu_W - \mu_G} \text{ mit } T = \frac{2\mu_C}{v_{SC}} \left(1 - \frac{v_{SW}}{v_{SC}}\right)$$

$$D = (\mu_W - \mu_G) e^{\omega v_{SW}}$$

Für den Gleitreibungsbeiwert des blockierten Rads gilt  $\mu_G = 0,10$ . Die Konstanten D und  $\omega$  werden für die Bedingung berechnet, dass die Tangenten T aus Gl.(4.7) und (4.8) gleich sind.

Der Endpunkt E ( $v_{SE}$ ;  $\mu_E$ ) dient als Kontrollpunkt. Er ist so zu wählen, dass der Betrag der e-Funktion bei  $v_{SE}$  auf 0,05 abgesunken ist. Aus Gl.(4.7) erhält man für diese Bedingung:

$$v_{SE} = \frac{3}{\omega} \text{ und } \mu_E = 0,05 D + \mu_G \quad (4.9)$$

Erfüllt das Gleichungssystem (4.7) und (4.8) die gegebene Kennlinie nicht zufriedenstellend, stimmt insbesondere der tatsächliche Endpunkt E nicht mit dem rechnerischen überein, dann ist die Anpassung durch Veränderung von  $\alpha$  zu verbessern. Bei  $\alpha < 0,95$  verkleinert sich die Geschwindigkeit  $v_{SE}$  und bei  $\alpha > 0,95$  wird  $v_{SE}$  größer.

### Berechnungsbeispiel 4.1

Einer gegebenen Kraftschlussbeiwert-Schlupfgeschwindigkeits-Kurve werden folgende Parameter entnommen: Punkt B ( $v_{SB} = 0,30$  m/s;  $\mu_B = 0,30$ ), Punkt C ( $v_{SC} = 0,50$  m/s;  $\mu_C = 0,48$ ), Punkt W ( $v_{SW} = 0,61$  m/s;  $\mu_W = 0,456$ ), Punkt E ( $v_{SE} = 2,46$  m/s;  $\mu_E = 0,14$ ) und  $\mu_G = 0,10$ . Die den Kennlinienverlauf beschreibenden Gleichungen sind aufzustellen und hinsichtlich der Anpassung zu kontrollieren.

Lösungsweg und Lösung:

Parabelgleichung (4.7),  $v_{SC} = 0,50$  m/s und  $\mu_C = 0,48$  gegeben,  $\alpha = 0,95$  gewählt.

Kontrolle des Punkts B mit  $v_{SB} = 0,30$  m/s:  $\mu_B = 2 \cdot 0,48 \cdot 0,30 / 0,50 \cdot (1 - 0,30 / (2 \cdot 0,50)) = 0,4032$

Kontrolle des Punkts W mit  $v_{SC} = 0,50$  und  $\alpha = 0,95$ :  $v_{SW} = 0,50 \cdot [1 + (1 - 0,95)^{0,5}] = 0,6118$  m/s

$\mu_W = 2 \cdot 0,48 \cdot 0,6118 / 0,50 \cdot (1 - 0,6118 / (2 \cdot 0,50)) = 0,4560$

Exponentialgleichung (4.8) mit  $v_{SW} = 0,6118$  m/s,  $\mu_W = 0,4560$ ,  $v_{SC} = 0,50$  m/s,  $\mu_C = 0,48$  und  $\mu_G = 0,10$

$T = 2 \cdot 0,48 / 0,50 \cdot (1 - 0,6118 / 0,50) = -0,4293$  und  $\omega = 0,4293 / (0,4560 - 0,10) = 1,2059$  s/m

$D = (0,4560 - 0,10) \cdot e^{1,2059 \cdot 0,6118} = 0,7445$

Kontrolle des Punkts E mit Gl. (4.9)

$v_{SE} = 3 / 1,2059 = 2,4878$  m/s und  $\mu_E = 0,05 \cdot 0,7445 + 0,10 = 0,1372$

Die Ergebnisse des Gleichungssystems passen sich sehr gut an die gegebene Kurve an.

#### 4.1.2.4 Variable des Kraftschlussbeiwerts

Technische Rad-Schiene-Parameter	Fahrges- schwindig- keit	Radschlupf (Schlupfge- schwindigkeit)	Seitenkraft- beanspruchung	Zwischen- medium	Spannungs- zustand
↓					

Kraftschlussbeiwert

Bild 4.7: Übersicht über die wichtigsten Variablen, die den Kraftschlussbeiwert beeinflussen

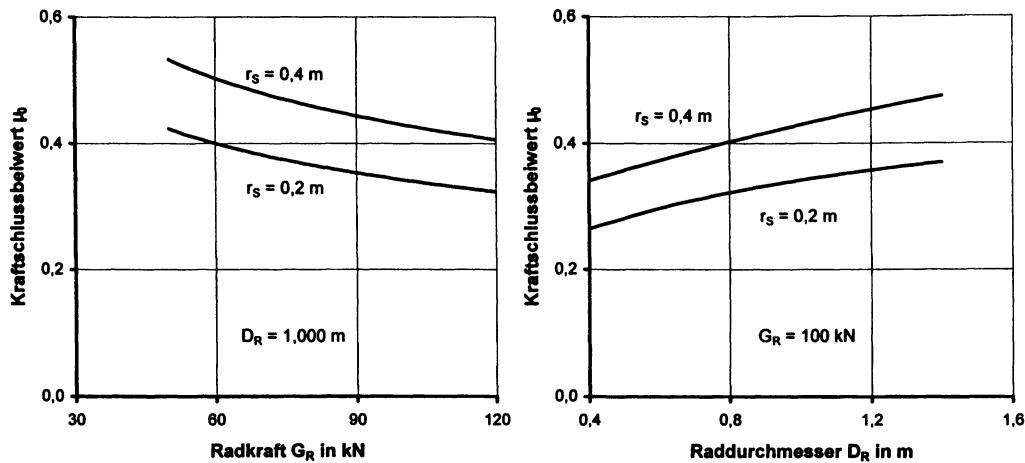


Bild 4.8

Abhängigkeit des Kraftschlussbeiwerts  $\mu_K$  bei  $v = 0$  von Radkraft  $G_R$  und Raddurchmesser  $D_R$  (Radius der Schienenkopfausrundung  $r_s$ )

### Technische Parameter von Rad und Schiene

Für die Darstellung des Einflusses der technischen Parameter von Rad und Schiene auf den Kraftschlussbeiwert wird von *Kraft* folgende Gleichung angegeben:

$$\mu_0 = \mu_{Ad} + \mu_{H0} \quad \text{mit} \quad \mu_{H0} = \frac{k_S k_R}{k_S + k_R} \cdot \frac{A}{G_R} \quad (4.10)$$

$\mu_0$  Kraftschlussbeiwert im Punkt B für  $v_F = 0$  ( $\mu_B = \mu_0$  für  $v_F = 0$ )

$\mu_{Ad}$  Adhäsionsbeiwert ( $\mu_{Ad}$  ist konstant,  $\mu_{Ad} = 0,03$ )

$\mu_{H0}$  Hysteresebeiwert im Punkt B für  $v_F = 0$

$k_S$  Scherfestigkeitskonstante der Schienenkopfoberfläche in kPa

$k_R$  Scherfestigkeitskonstante der Radlauffläche in kPa

( $k_S$  und  $k_R$  betragen ca.  $0,6 \cdot 10^6 \text{ kPa}$ )

A Kontaktfläche der Rad-Schiene-Paarung in  $\text{m}^2$ , zu berechnen mit Gl.(3.21)

( $A = 0,00010$  bis  $0,00018 \text{ m}^2$ )

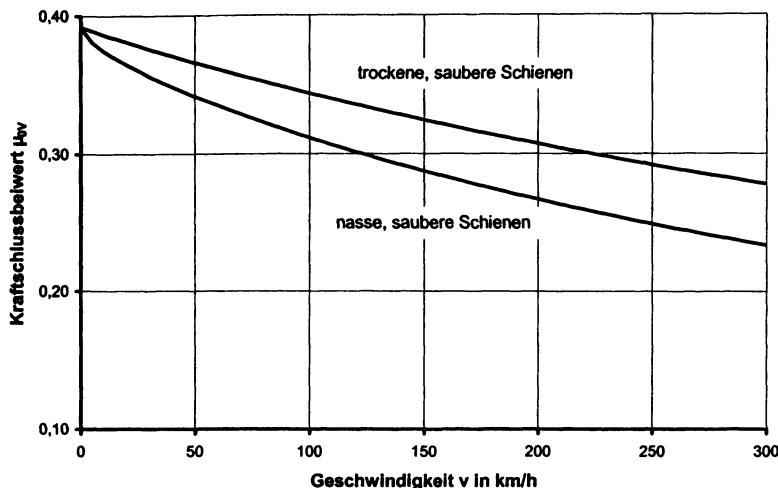
$G_R$  Radgewichtskraft in kN ( $G_R = 50$  bis  $100 \text{ kN}$ )

Bild 4.8 zeigt die sich aus Gl. (4.10) ergebende Abhängigkeit des Kraftschlussbeiwerts von den technischen Parametern Radkraft  $G_R$  und Raddurchmesser  $D_R$ .

### Fahrgeschwindigkeit

Mit steigender Fahrgeschwindigkeit erhöhen sich Reibarbeit und Temperatur in der Rad-Schiene-Kontaktfläche. Dadurch sinkt der Kraftschlussbeiwert mit steigender Fahrgeschwindigkeit. Aus den Untersuchungen von *Kraft* erhält man für  $\mu = f(v_F)$  folgende Gleichung:

$$\mu_{0v} = \mu_{Ad} + \mu_{H0} \frac{1 - H \sqrt{v_F / v_{00}}}{1 + B(v_F / v_{SH})} \quad \text{mit} \quad B = 0,8 \mu_{H0} \frac{G_R}{A E} \quad (4.11)$$



**Bild 4.9**  
Einfluss der Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  auf den momentanen Kraftschlussbeiwert  $\mu_{0v}$

$$G_R = 100 \text{ kN}$$

$$D_R = 1,0 \text{ m}$$

$$r_S = 0,3 \text{ m}$$

$$h = 10 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Symbole und Maßeinheiten zu Gl. (4.11):

- $\mu_{0v}$  Kraftschlussbeiwert im Punkt B für  $v_F > 0$
- $\mu_{Ad}$  Adhäsionsbeiwert (Gl. (4.10))
- $\mu_{H0}$  Hysteresebeiwert im Punkt B für  $v_F = 0$  (Gl. (4.10))
- B Kontaktflächenkonstante, Maßeinheit 1
- H Zwischenmediumskonstante nach Gl. (4.13), Maßeinheit 1  
( $H = 0$  für die trockene und saubere Schiene)
- $v_F$  Fahrgeschwindigkeit in km/h bzw. in m/s
- $v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 100 \text{ km/h}$  bzw.  $27,778 \text{ m/s}$
- $v_{SH}$  Halbwertsgleitgeschwindigkeit,  $v_{SH} = 0,72 \text{ km/h}$  bzw.  $0,2 \text{ m/s}$
- $G_R$  Radgewichtskraft in kN
- E Elastizitätsmodul in kPa ( $E = 2,2 \cdot 10^8 \text{ kPa}$  bzw.  $\text{kN/m}^2$ )
- A Kontaktfläche in  $\text{m}^2$ , zu berechnen mit Gl. (3.21)

Bild 4.9 zeigt den Kraftschlussbeiwert im Punkt B zu Fahrgeschwindigkeiten. Dynamische Einflüsse bewirken mit zunehmendem  $v$  einen weiteren Abfall. An einer SNCF-Lokomotive wurde bei 0 bis 5 km/h  $\mu_{0v} = 0,40$  bis 0,45 und bei 331 km/h nur noch 0,07 bis 0,08 gemessen.

### Radschlupf

Bild 4.10 zeigt das bei Versuchen der Niederländischen Eisenbahn ermittelte Kraftschluss-Schlupf-Verhalten bis zum Kraftschlussmaximum. Nach diesen Versuchen sind zum Erreichen des Kraftschlussmaximums folgende Schlupfwerte erforderlich: Trockene Schienen 0,5 bis 1,0 %, nasse Schienen ohne Sand 0,5 bis 3,5 % und nasse Schienen mit Sand 0,6 bis 1,2 %.

Tabelle 4.1 enthält Versuchsergebnisse der DR zum Radsatzschlupf  $\sigma$  der elektrischen Lokomotive der BR 143. Die Schlupfwerte, die Mittelwerte für Zugfahrten im Güterzugdienst sind und die sich auf den Wegvergleich über Grund und am Laufkreis beziehen, enthalten einen durch Zwangsgleiten hervorgerufenen Grundschlupf von 0,5 %. Aus den Versuchsergebnissen geht hervor, dass entsprechend der bei Anfahrten gegebenen Achskraftverteilung der führende Radsatz den größten Schlupf besitzt, gefolgt vom 3., 2. und 4. Radsatz.

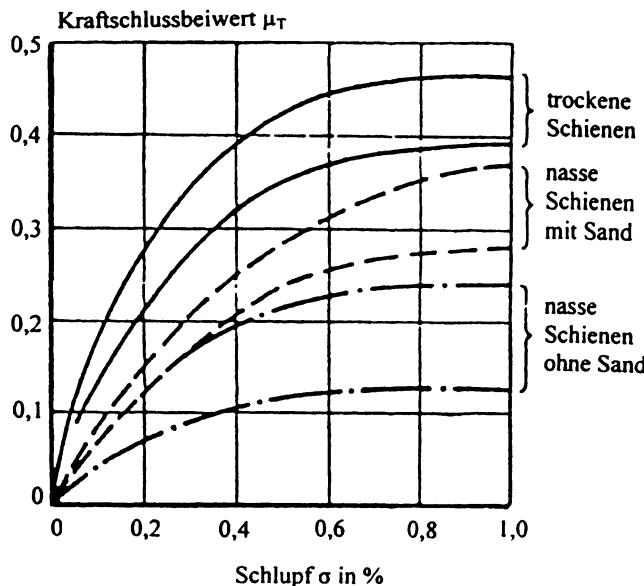


Bild 4.10

Abhängigkeit des Kraftschlussbeiwerts des treibenden Rads  $\mu_T$  vom Radschlupf  $\sigma$  einer Lokomotive mit Drehstromantrieb

Tabelle 4.1

Untersuchungsergebnisse zum Anfahrverhalten der elektrischen Lokomotive BR 143 der DB AG

<sup>1)</sup> Aufregeln von Hand mit Hilfssteuerung

Schienenzustand	Mittlere Zugkraft	Mittlerer Schlupf $\sigma$ in % für den Radsatz Nr. von vorn gesehen:				Schleudervorgänge
		1	2	3	4	
trocken	250	1,20	0,42	0,62	0,37	1,33
leicht feucht	185	3,09	0,55	1,44	0,37	6,25
nass	140	4,74	0,78	1,54	0,48	10,57
schmierig	125	9,64	0,40	1,22	0,34	13,60
nass <sup>1)</sup>	150	4,84	0,48	1,51	0,29	34,00

### Seitenkraftschlussbeanspruchung

In der Rad-Schiene-Kontaktfäche überlagern sich Längs- und Seitenkraftschlussbeanspruchung. Der zwischen Längs- und Seitenkraftschlussbeiwert  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  bestehende Zusammenhang kann überschlägig durch eine Ellipse – die **Kraftschlussellipse** – dargestellt und mit der Ellipsengleichung beschrieben werden. Bild 4.10 zeigt die Kraftschlussellipse. Die Ellipsengleichung lautet:

$$\left(\frac{\mu_x}{\mu_{x \max}}\right)^2 + \left(\frac{\mu_y}{\mu_{y \max}}\right)^2 = 1 \quad (4.12)$$

Für die Aufstellung der Ellipsengleichung kann  $\mu_{x \max} = 0,50$  und  $\mu_{y \max} = 0,30$  vorausgesetzt werden. Liegt die Seitenkraftschlussbelastung  $\mu_{yP}$  vor, so ist nur der Längskraftschlussbeiwert  $\mu_{xP}$  realisierbar.

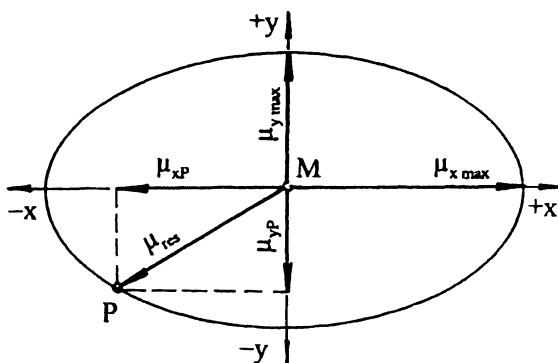


Bild 4.11  
Kraftschlussellipse

### Zwischenmedium

Schieneoberflächen können mit einem Zwischenmedium wie reines Wasser, schmierige Stoffe (Wasser-Staub-Gemisch, Laub, Öl usw.) oder feste Stoffe (Rost, Sand usw.) überzogen sein, das in die Rad-Schiene-Kontaktfläche gelangt und die Kraftschlussbildung beeinträchtigt.

Bei Wasser und schmierigen Stoffen bildet sich am Einlauf des Rads in die Kontaktfläche ein Flüssigkeitskeil aus, der vorangeschoben wird. In Abhängigkeit von Höhe des Zwischenmediums und Fahrgeschwindigkeit schiebt sich der Keil immer mehr in die Kontaktfläche. Die Fähigkeit des Rads, den Kontakt zwischen den Mikrohügeln aufrecht zu erhalten, hängt von der dynamischen Viskosität des Zwischenmediums, von der Höhe der Mikrohügel, von der Radkraft und von den Abmessungen der Kontaktfläche ab. Die Beeinflussung des Kraftschlussbeiwerts durch Wasser bzw. durch ein Zwischenmedium wird in Gl. (4.11) durch die Zwischenmediumskonstante H erfasst. Für H gilt:

$$H = \frac{2 A}{h} \sqrt{\frac{\eta v_{00}}{\pi b G_R}} \quad (4.13)$$

H Zwischenmediumskonstante, Maßeinheit 1

A Rad-Schiene-Kontaktfläche in  $\text{m}^2$ , Gl. (3.21)

h Mikrohügelhöhe in m (ca.  $10 \mu\text{m}$  bzw.  $10 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ )

$v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$

b Kontaktflächenhalbachse in m, Gl. (3.21)

$G_R$  Radgewichtskraft in N

$\eta$  Dynamische Viskosität des Zwischenmediums in  $\text{Pa s}$  bzw.  $\text{Ns/m}^2$

(für Wasser auf nassen, sauberen Schienen gilt:  $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$ )

Bild 4.9 zeigt den Einfluss, den nasse, aber saubere Schienen auf den Kraftschlussbeiwert  $\mu_{0v}$  ausüben. Aus Bild 4.12 ist die Abhängigkeit des Kraftschlussbeiwerts  $\mu_{0v}$  von der Höhe der Mikrohügel h und von der dynamischen Viskosität des Zwischenmediums  $\eta$  ersichtlich.

Das flüssige Zwischenmedium führt zur Vergrößerung des Radschlupfes, und zwar um einen solchen Betrag, bei dem die notwendige Wärmemenge für das Verdampfen des Zwischenmediums freigesetzt wird. Bei Wasser ohne Schmutzbeimengungen wird das Verdampfen bereits mit einem Schlupf von 3 % erreicht, d.h. der Kraftschlussbeiwert der nassen, sauberen Schiene ist zwar niedriger als der auf trockener, sauberer Schiene, jedoch ist der Abfall minimal.

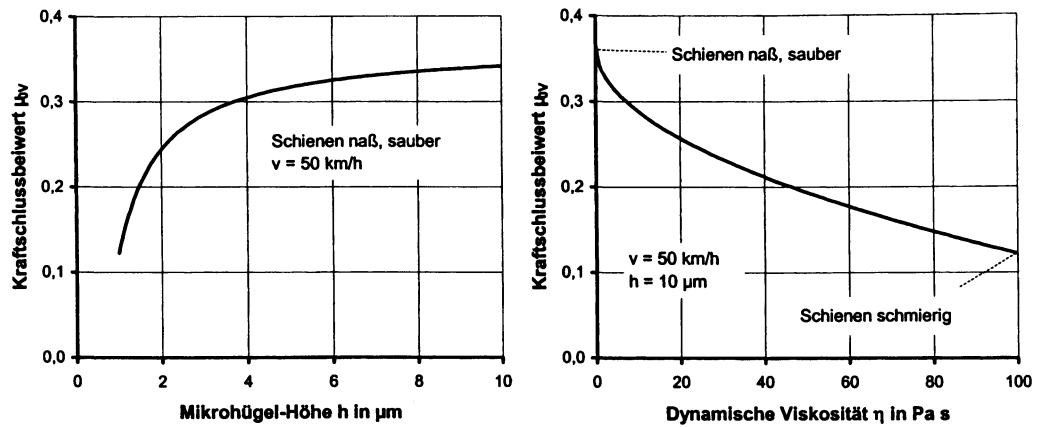


Bild 4.12

Einfluss der Mikrohügelhöhe  $h$  und der dynamischen Viskosität  $\eta$  des Zwischenmediums auf den Kraftschlussbeiwert  $\mu_0 v$  ( $G_R = 100 \text{ kN}$ ,  $D_R = 1,0 \text{ m}$  und  $r_S = 0,3 \text{ m}$ )

Zur Beseitigung des negativen Einflusses des flüssigen Zwischenmediums bestehen zwei Möglichkeiten: Das flüssige Zwischenmedium ist entweder vor der Kontaktfläche zu verdampfen, so dass der Verdampfungsprozess nicht in der Kontaktfläche durch Schlupfvergrößerung realisiert werden muss, oder sein Einfluss ist durch Aufbringen einer Schicht aus festem Material (z.B. Sand) zu neutralisieren. Die Zwischenschicht aus festem Material (u.a. Rost) vergrößert die Verformungswiderstandskraft und vermindert damit den Weg (Schlupf), auf dem die Tangentialkraft Arbeit leisten muss. Der Kraftschlussbeiwert steigt an.

Das gegenwärtig am häufigsten benutzte Neutralisierungsmittel ist Sand mittlerer Körnung, aus dem die Tonerde-Bestandteile herausgewaschen sind. Mit der Benutzung des Sandes sind bestimmte Aufwendungen und Nachteile verbunden. Untersuchungen im Hochgeschwindigkeitsverkehr ergaben, dass auch hier der Sandstreuovorrichtung gegenüber mechanischen, chemischen und auf Ionisation beruhenden Verfahren der Vorzug zu geben ist.

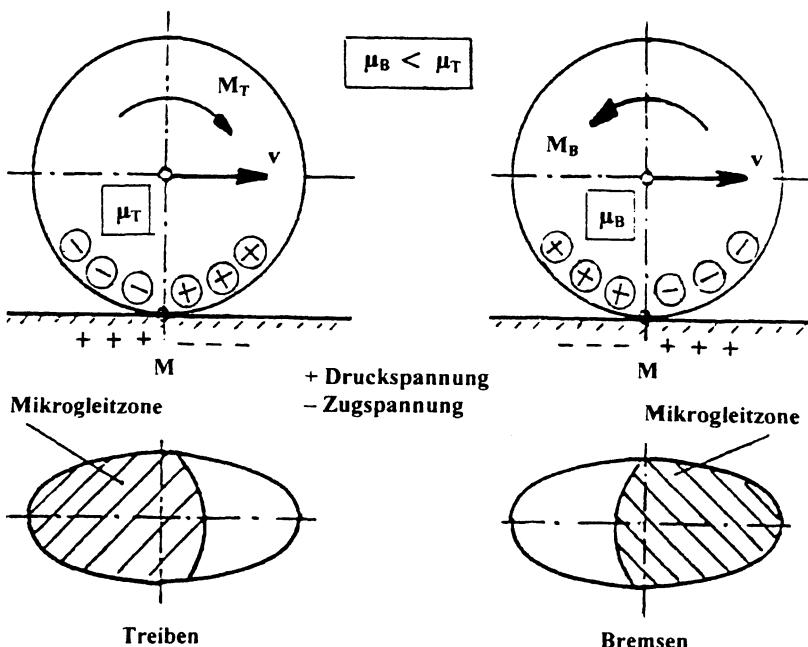
Tabelle 4.1 enthält den Radschlupf der Radsätze der Lokomotive BR 143. Die Putzwirkung des führenden Radsatzes führt zur Schlupfreduzierung der übrigen Radsätze. Die Schleuderneigung vergrößert sich mit Verschlechterung des Schienenzustands. Beim Aufregeln von Hand ist die Zunahme der Schleuderneigung sehr augenscheinlich.

### Spannungszustand

Die Tangentialkraft wird in der Kontaktfläche durch Schubspannungen übertragen. Beim Eintreten in die Kontaktfläche bestehen im treibenden Rad Druckspannungen und in der Schiene Zugspannungen. In der Kontaktfläche vollzieht sich der Abbau dieser Spannungen und nach dem Durchlaufen der Kontaktflächenmitte der erneute Aufbau, aber jetzt mit umgekehrtem Vorzeichen. Nach dem Austritt aus der Kontaktfläche bestehen im treibendem Rad Zugspannungen und in der Schiene Druckspannungen.

Beim gebremsten Rad haben diese Spannungen umgekehrte Vorzeichen. Daher trägt die Schlupfgeschwindigkeit beim Bremsen das negative Vorzeichen. Die Mikrogleitfläche verlagert sich von der Auslauf- zur Einlaufseite.

Bild 4.13 zeigt Spannungszustände und Lage der Mikrogleitflächen.



**Bild 4.12**  
Spannungszustände am Rad und in der Schiene beim Treiben und Bremsen

#### 4.1.3 Statistische Kraftschlusstheorie

In der statistischen Kraftschlusstheorie ist der Kraftschlussbeiwert  $\mu_T$  oder  $\mu_B$  eine **statistische Variable U** mit dem **Mittelwert  $\mu_M$**  und der **Standardabweichung  $\sigma$** . Der Mittelwert  $\mu_M$  und die Standardabweichung  $\sigma$  werden aus Messserien mit einer entsprechenden Anzahl von Einzelmessungen bestimmt. Aus einer diesbezüglichen Messreihe gingen beispielsweise für Treiben im Geschwindigkeitsbereich 0 bis 10 km/h folgende Kraftschlussbeiwerte hervor:

Trockene Schienen:  $\mu_M = 0,45$  und  $\sigma = \pm 0,0675$

Nasse Schienen mit Sand:  $\mu_M = 0,35$  und  $\sigma = \pm 0,0525$

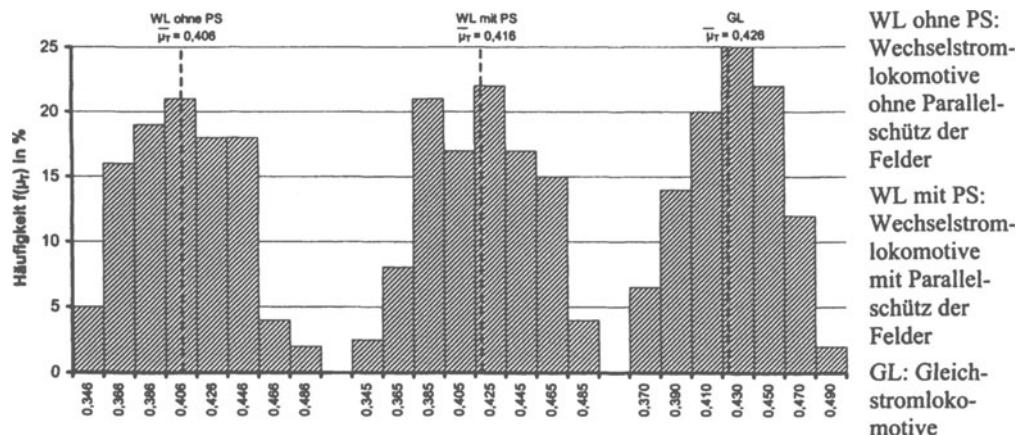
Nasse Schienen ohne Sand:  $\mu_M = 0,25$  und  $\sigma = \pm 0,0375$

#### Auswertung der Kraftschlussmessungen

Gemessene Kraftschlussbeiwerte werden in Klassen mit dem Klassen-Mittelwert  $\mu_M$  und der Klassenbreite  $\Delta\mu$  eingeordnet. Durch Division der Messwertanzahl einer Klasse mit der Gesamtzahl der Messwerte erhält man die relative Häufigkeit dieser Klasse, die – über dem Klassenmittelwert  $\mu_M$  und der dazugehörigen Bandbreite aufgetragen – das Häufigkeitsdiagramm  $f(\mu_T)$  ergibt. Bild 4.14 zeigt Häufigkeitsdiagramme gemessener Kraftschlussbeiwerte.

Die kumulative Addition der Häufigkeiten von Klasse zu Klasse und das Zuordnen zu den Klassenmittelwerten  $\mu_M$  ergibt die Verteilung des Kraftschlussbeiwerts  $F(\mu_T) = \sum f(\mu_T)$ . In der letzten Klasse erhält man  $F(\mu_T) = 1$  (alle Häufigkeiten sind summiert). Bild 4.15 zeigt das Verteilungsdiagramm zur Variante GL des Bildes 4.14.

Häufigkeits- und Verteilungsdiagramm ergeben, dass der statistischen Variablen U des Kraftschlussbeiwert  $\mu_T$  die Normalverteilung zugrunde liegt.

**Bild 4.14**

Häufigkeitsdiagramm  $f(\mu_T)$  von Kraftschlussbeiwerten bei  $v = 5 \text{ km/h}$  und trockenen und sauberen Schienen, gemessen an elektrischen Lokomotiven der SBB (nach Weber, H.)

Häufigkeits- und Verteilungsdiagramm können näherungsweise durch die entsprechenden Funktionen der mathematischen Statistik beschrieben werden, d.h. durch die Dichtefunktion  $f(x)$  und durch die Verteilungsfunktion  $F(x)$ . Bild 4.15 zeigt die aus der Dichtefunktion  $f(x)$  und die aus der Verteilungsfunktion  $F(x)$  hervorgehenden theoretischen Kennlinien. Es gilt  $F(x) = \text{Integral } f(x)dx$ .

Anstelle der absoluten unabhängigen Variablen Zufallsgröße  $\mu_T$  wird zur Funktionsbildung die normierte Zufallsgröße  $x$  benutzt:

$$x = \frac{\mu_i - \mu_M}{\sigma} \quad (4.14)$$

$\mu_M$  Mittelwert des Kraftschlusses aus der Messreihe

$\mu_i$  Kraftschlussbeiwert der  $i$ -ten Messung

$\sigma$  Standardabweichung der Messreihe

Die normierte Zufallsgröße  $x$  hat Werte zwischen minus und plus unendlich. Entsprechend sind auch die Integrationsgrenzen zur Bestimmung der Verteilungsfunktion  $F(x)$ . Im Fall  $x = 0$  liegt die Dichte  $f(x)$  bzw. relative Häufigkeit und die Verteilung  $F(x)$  des Mittelwerts  $\mu_M$  vor.

Aus der Verteilungsfunktion  $F(x)$  kann die Komplementfunktion  $\Phi(x)$  berechnet werden:

$$\Phi(x) = 1 - F(x) \quad (4.15)$$

### Deutung von Auswerteregebnissen

Bezogen auf den Kraftschlussbeiwert, besagt der Funktionswert  $F(x)$ , mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Triebfahrzeug bei Ausübung einer bestimmten Zugkraft, die einen Wert der normierten Zufallsgröße hat, zum Schleudern kommen muss. Da das Schleudern eine sofortige Zugkraftunterbrechung notwendig macht, liefert die Funktion  $F(x)$  die Ausfallwahrscheinlichkeit der Zugkraft. Deshalb bezeichnet man  $F(x)$  des Kraftschlusses auch als Schleuderwahrscheinlichkeit  $S(x)$  oder  $S(\mu_T)$ . Die Komplementfunktion  $\Phi(x)$  liefert die Realisierungswahrscheinlichkeit des Kraftschlusses.

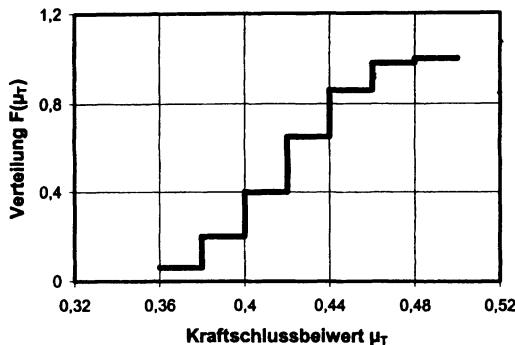
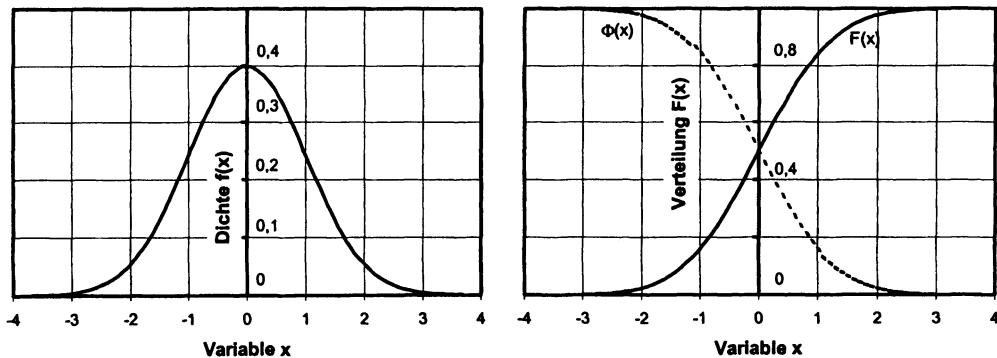
**Bild 4.15**

Diagramme zur statistischen Kraftschluss-theorie

- a) Verteilungsdiagramm  $F(\mu_T)$  der Kraftschlussbeiwerte zu Variante GL
- b) Dichtefunktion der normierten Normalverteilung ( $x = 0$  bei  $\mu_M$ )
- c) Verteilungs- bzw. Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion  $F(x)$  und Realisierungswahrscheinlichkeitsfunktion  $\Phi(x)$  der normierten Normalverteilung

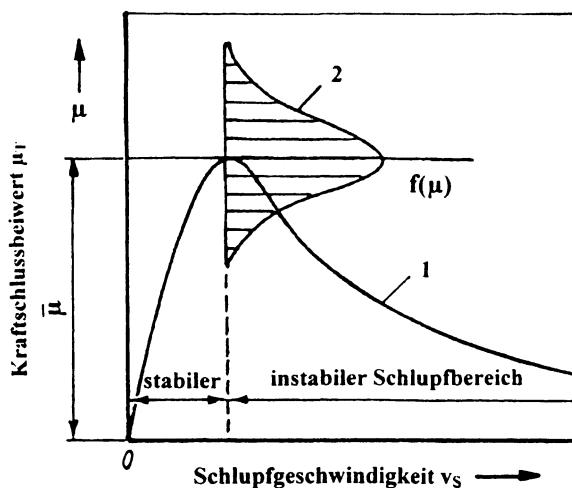


### Schleudern der Treibradsätze

Je größer bei der Anfahrt der Kraftschlussbeiwert mittels Zugkrafteinstellung gewählt wird, desto größer wird die Schleuder- bzw. Ausfallwahrscheinlichkeit und desto kleiner ist die Realisierungswahrscheinlichkeit. Bei der Auslegung der Lokomotivsteuerung wird die auf dem Kraftschlussbeiwert beruhende maximale Zugkraft so gewählt, dass Schleuder- und Ausfallwahrscheinlichkeit 5 % bzw. Realisierungswahrscheinlichkeit 95 % betragen. Das bedeutet, dass 19 von 20 Anfahrten störungsfrei verlaufen.

Für die zum Schleudern führende Änderung des Kraftschlussbeiwerts sind die schnelle und die langsame Variation möglich. Die schnelle Variation liegt vor, wenn die an nahezu gleicher Stelle des Gleiskörpers durchgeführten Messungen zu verschiedenen Ergebnissen führen. Bei der langsamen Variation erhält man für die an nahezu gleicher Stelle des Gleiskörpers durchgeführten Messungen gleiche Ergebnisse. Zur Änderung des Kraftschlussbeiwerts sind mindestens der Lokomotivlänge entsprechende Wegänderungen erforderlich.

Nach Versuchsergebnissen sind im Regelfall an gleicher Stelle des Gleises Sprünge des Kraftschlussbeiwerts von  $\pm 15\%$  zu verzeichnen. Tabelle 4.2 enthält für eine Messreihe die auf der entsprechenden Weglängenänderung konstant gebliebenen Kraftschlussbeiwerte.

**Bild 4.16**

Kraftschlussfunktion im Simulationsmodell des Antriebssystems einer elektrischen Drehstromlokomotive (Henning, U.)

1 – deterministische Funktion  
2 – stochastische Funktion

**Tabelle 4.2**

Notwendige Wegänderungen für die Änderung des Kraftschlussbeiwerts (Verteilung der Gesamtzahl der Messwerte)

Wegänderung in m	2,5	5,0	7,0	10,0
Anzahl der Messwerte	56	38	15	5

### Simulationsmodell des Lokomotivantriebssystems

Von Henning, U. wird vorgeschlagen, für die Entwicklung von Lokomotivleitsystemen die im Bild 4.16 dargestellte Kraftschluss-Schlupfgeschwindigkeits-Kennlinie zu benutzen. Der Grundverlauf  $\mu_T(v_s)$  ist durch die deterministische Kennlinie gegeben. Die Maximalwerte werden als normalverteilte Zufallsgröße vorgegeben. Die Verteilung  $F(x)$  wird von Simulations schritt zu Simulationsschritt (sehr kleine Zeitschritte) durch den Zufallszahlengenerator festgelegt. Vom Rechner werden praxisadäquate stochastische Kraftschlussbeiwert-Zeit-V erwäufe ausgegeben. Bild 4.17 zeigt den auf der Grundlage von Bild 4.16 gewonnenen zeitabhängigen Verlauf der Kraftschlussbeiwerte. Die Kennlinie  $\mu_{\max}(t)$  veranschaulicht die vom Zu fallsgenerator gelieferten stochastischen Maximalwerte und die Kennlinie  $\mu(t)$  die vom Rechner ausgegebenen mittleren Kraftschlussbeiwerte der Lokomotive unter Berücksichtigung der deterministischen Fassung des Kraftschluss-Schlupf-Gesetzes und der Dynamik des Antriebs.

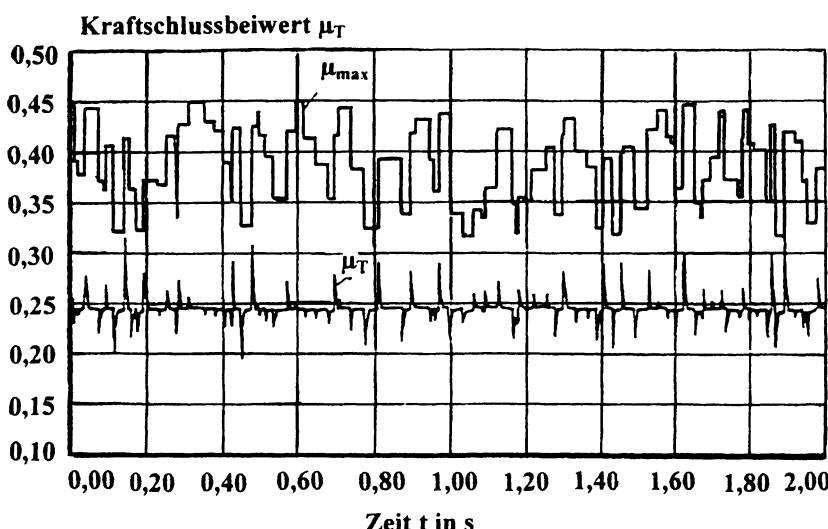
### Berechnungsbeispiel 4.3

Der Zugkraftregler einer Lokomotive soll so eingestellt werden, dass auf trockenen Schienen höchstens bei jeder 20. Anfahrt die Zugkraftunterbrechung durch Schleudern der Treibradsätze eintritt. Der zugrunde zu legende Kraftschlussbeiwert ist zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Schleudern bei jeder 20. Anfahrt bedeutet, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit  $F(x) = 0,05$  bzw. 5 % ( $1/20 = 0,05$ ) und die Realisierungswahrscheinlichkeit  $\Phi(x) = 0,95$  bzw. 95 % beträgt ( $19/20 = 0,95$ ). Für  $F(x) = 0,05$  bzw.  $\Phi(x) = 0,95$  wird der Wahrscheinlichkeitstabelle der Normalverteilung die normierte ZufallsgröÙe  $x = -1,64$  entnommen (siehe Taschenbücher der Mathematik). Die Entnormierung von Gl.(4.14) und die Wahl von  $\mu_M = 0,45$  (Seite 171) ergibt für den gesuchten Kraftschlussbeiwert  $\mu_T$ :

$$\mu_T = \mu_M + \sigma x = 0,45 - 0,0675 \cdot 1,64 = 0,3393$$



**Bild 4.17**  
Stochastische  
Kraftschluss-  
beiwert-Zeit-  
Verläufe beim  
Tatzlagerantrieb  
(Henning, U.)

#### 4.1.4 Kraftschlussgleichungen und Kraftschlussbeiwerte

In der Praxis werden für die Zugkraftberechnung im Regelfall Kraftschlussgleichungen benutzt, die ohne spezielle statistische Auswertung aus Versuchsergebnissen hervorgegangen sind. Als Basis der Gleichungsaufstellung wird eine im unteren Bereich des Feldes der Versuchswerte liegende Kurve gewählt. Durch die Bezugnahme auf den unteren Feldbereich wird die praktische Erfüllbarkeit der berechneten Kraftschlussbeiwerte garantiert.

Bild 4.18 zeigt Versuchsergebnisse von *Curtius* und *Kniffler*, die Grundlage der gleichnamigen Kraftschlussbeiwertegleichung ist. Ähnliche Gleichungen sind auch aus anderen Untersuchungen zum Kraftschlussbeiwert bekannt, beispielsweise die Gleichung von *Kother*.

**Tabelle 4.3**  
Konstanten zu Kraftschlussbeiwertegleichung (Gl. (4.16))

Gleichung von	$k_1$	$k_2$	$k_3$
<i>Curtius und Kniffler</i>	0,161	7,5 km/h 2,083 m/s	44 km/h 12,222 m/s
<i>Kother</i>	0,116	9,0 km/h 2,5 m/s	42 km/h 11,667 m/s
<i>Parodi und Tetrel</i> - bei $G_A = 150$ bis $200$ kN - bei $G_A = 350$ bis $400$ kN	0 0	30 km/h 40 km/h	100 km/h 100 km/h
<i>GUS-Eisenbahnen</i> - Gleichstrom- und diesel-elektrische Lokomotiven - Wechselstromlokomotiven • $0 \leq v \leq 40$ km/h • $40 < v \leq 150$ km/h	0,250 0,228 0,228	0,4 km/h 2,4 km/h 31,7 km/h	5 km/h 17,7 km/h 138 km/h

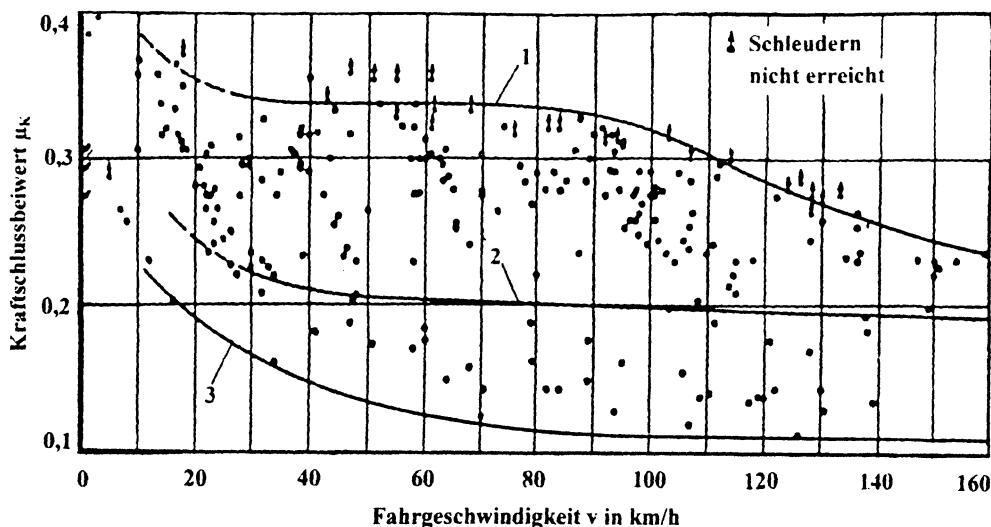


Bild 4.18

Gemessene Kraftschlussbeiwerte am Radsatz  $\mu_K$  für Treiben (nach Curtius und Kniffler)

- 1 Obere Begrenzungslinie für trockene Schienen
- 2 Untere Begrenzungslinie für trockene Schienen und obere Begrenzungslinie für nasse Schienen
- 3 Untere Begrenzungslinie für nasse Schienen

### Kraftschlussbeiwerte für Treiben

Die allgemeine Kraftschlussbeiwertgleichung für Treiben lautet:

$$\mu_T = k_1 + \frac{k_2}{k_3 + v} \quad (4.16)$$

Tabelle 4.3 enthält die für die Konstanten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  einzusetzenden Zahlenwerte. Die Maßeinheit der Fahrgeschwindigkeit  $v$  ist von der gewählten Konstanten-Maßeinheit abhängig.

Aus Gl. (4.16) geht  $\mu_T$  in der Maßeinheit 1 hervor. In der Praxis wird der Kraftschlussbeiwert auch in % angegeben, z.B.  $\mu = 0,200$  bzw.  $200\%$ .

Gleichung der SNCF zur Berechnung des Kraftschlussbeiwerts für Treiben:

$$\mu_T = \mu_0 \frac{k_1 + k_2 v}{k_1 + k_3 v} \quad (4.17)$$

$\mu_0$  Anfangs-Kraftschlussbeiwert (ohne Sand:  $\mu_0 = 0,330$ ; mit Sand:  $\mu_0 = 0,400$ )

$k_1, k_2, k_3$  Konstanten ( $k_1 = 8 \text{ km/h}$ ,  $k_2 = 0,1$  und  $k_3 = 0,2$ )

Durch den im Bogen vorhandenen Längs- und Seitenschlupf wird der Kraftschlussbeiwert beeinflusst. Bei den Eisenbahnen der GUS wird der im Bogen für Treiben vorhandenen Kraftschlussbeiwert mit einer Gleichung bestimmt:

$$\mu_{TB0} = \mu_T \frac{k_1 + k_2 R}{2k_1 + k_3 R} \quad (4.18)$$

**Tabelle 4.4**

Mittlere Kraftschlussbeiwerte der Triebfahrzeuge  $\mu_T$   
(Treiben) von Bereichen des Schienenverkehrs

Bereich	$\mu_T$
Lokomotivkonstruktion in der GUS	0,460
Straßenbahnen	
- grobe Fahrschalterstufung	0,167
- feine Fahrschalterstufung	0,250
Braunkohletagebau	
- Abraumbetrieb	0,240
- Grubenbetrieb	0,200

Symbole und Maßeinheiten zu Gl. (4.18)

$\mu_{TB0}$  Kraftschlussbeiwert im Bogen

$\mu_T$  Kraftschlussbeiwert auf der geraden Strecke

$k_1, k_2, k_3$  Konstanten ( $k_1 = 250 \text{ m}$ ,  $k_2 = 1,55$  und  $k_3 = 1,10$ )

R Bogenhalbmesser in m

Tabelle 4.4 enthält mittlere Kraftschlussbeiwerte für Treiben, mit denen bis zur Geschwindigkeit 40 km/h gerechnet werden kann.

### Kraftschlussbeiwerte beim Bremsen

Bild 4.19 enthält die von Metzkow im Fahrversuch mit Reisezugwagen für Bremsen ermittelten Kraftschlussbeiwerte. Danach kann der Kraftschlussbeiwert  $\mu_B$  bis 120 km/h als von der Geschwindigkeit unabhängig angesehen werden kann. Tabelle 4.5 enthält die Streuung von  $\mu_B$ .

Die von Metzkow zur Radblockierung gemessenen Gleitreibungsbeiwerte  $\mu_G$  können durch folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$\mu_G = \mu_{Gru} + \mu_0 e^{v/v_{00}} \quad (4.19)$$

Tabelle 4.5 enthält die Grundwerte  $\mu_{Gru}$  und die Werte für die Konstanten  $\mu_0$  und  $v_{00}$ .

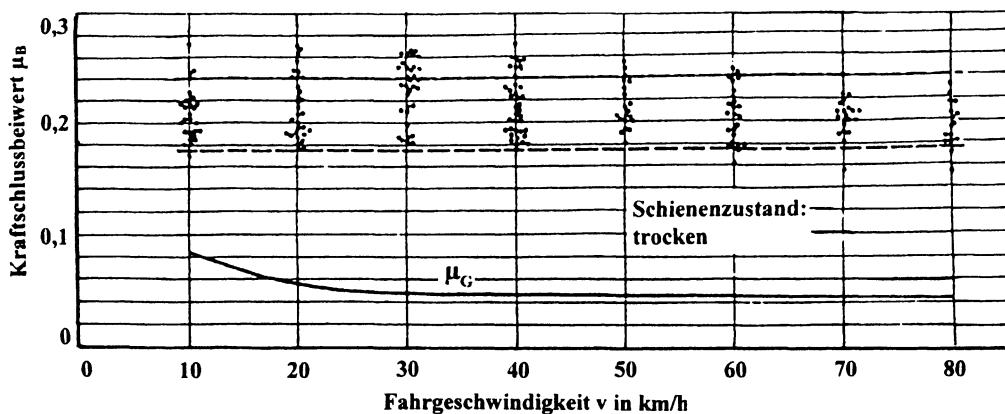
Auf der Grundlage der Versuchsergebnisse von Metzkow wird bei bremstechnischen Berechnungen der Eisenbahn für die Grauguss-Klotzbremse  $\mu_B = 0,15$  (bei 18 bis 20 km/h) und für die Scheibenbremse in den Bremsstellungen P und G  $\mu_B = 0,12$  und in R  $\mu_B = 0,15$  vorausgesetzt. Für die elektrische Bremse sowie für hydrodynamische Bremsretarder gilt  $\mu_B = 0,18$ .

Tabelle 4.6 enthält die beim Bremsen von Straßenbahnen möglichen Kraftschlussbeiwerte.

**Tabelle 4.5**

Kraftschluss- und Gleitreibungsbeiwerte für Bremsen nach Metzkow

Schienenzustand	$\mu_B$ für Rollen	$\mu_G$ für Gleiten	Beiwerte zu Gl. (4.19)		
			$\mu_{Gru}$	$\mu_0$	$v_{00}$ km/h
Trocken, sauber	0,18 bis 0,26	0,05 bis 0,06	0,040	0,0861	13,94
Nass, sauber gespült	0,18 bis 0,22	0,05 bis 0,06	0,035	0,0861	13,94
Schlüpfrig, leichte Benässung	0,10 bis 0,16	0,04 bis 0,05	0,030	0,0861	13,94
Trocken, gesandet	0,28 bis 0,46	0,06 bis 0,10	0,060	0,1816	24,14



**Bild 4.19**  
Auszug der gemessenen Rad-Schiene-Kraftschlussbeiwerte für Bremsen (nach Metzkow)

**Tabelle 4.6**  
Mittlere Kraftschlussbeiwerte der Straßenbahnenzüge beim Bremsen

Merkmal	$\mu_B$	Merkmal	$\mu_B$
Trockene, saubere Schienen	0,24 bis 0,27	Zu schnelles Kontaktschalten bei trockenen Schienen	0,14 bis 0,18
Spitzenwert mit Sand	0,47	bei feuchten Schienen	0,10 bis 0,14
Normativwert bei - grober Fahrschalterstufung	0,167	bei trockenen Schienen mit Sand	0,20 bis 0,25
- feiner Fahrschalterstufung	0,200	Durchreißen, Radblockierung	0,045

Die Kraftschlussbeiwerte für Bremsen sind kleiner als die für Treiben. Ursache ist die unterschiedliche Lage der Mikrogleitzone innerhalb der Kontaktfläche (Bild 4.13). Die hintere Lage beim Bremsen verschlechtert die Wärmeabfuhr und vermindert damit den Kraftschlussbeiwert.

#### 4.1.5 Ausnutzungsfaktor

Am Triebfahrzeug wirken zugkraftmindernde Faktoren, die das Erreichen des physikalischen Kraftschlussbeiwerts  $\mu_K$  durch alle Radsätze verhindern. Ihr Einfluss auf Zug- und Bremskraft wird im Ausnutzungsfaktor  $\alpha$  erfasst, der das Produkt von Teilausnutzungsfaktoren  $\alpha_1 \dots \alpha_n$  ist:

$$\mu_T = \alpha \mu_K \quad \text{und} \quad \mu_B = \alpha \mu_K \quad (4.20)$$

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n$$

Die wichtigsten zugkraftmindernden Einflüsse sind:

- Normalkraftänderung infolge der systemäußereren Zughakenzugkraft  $F_Z$  und infolge der Massenkraft  $F_M$  (Teilausnutzungsfaktor  $\alpha_1$ )
- Zugkraftsprünge beim Aufregeln (Teilausnutzungsfaktor  $\alpha_2$ ) und
- Zug- und Normalkraftänderung infolge dynamischer Vorgänge (Teilausnutzungsfaktor  $\alpha_3$ ).

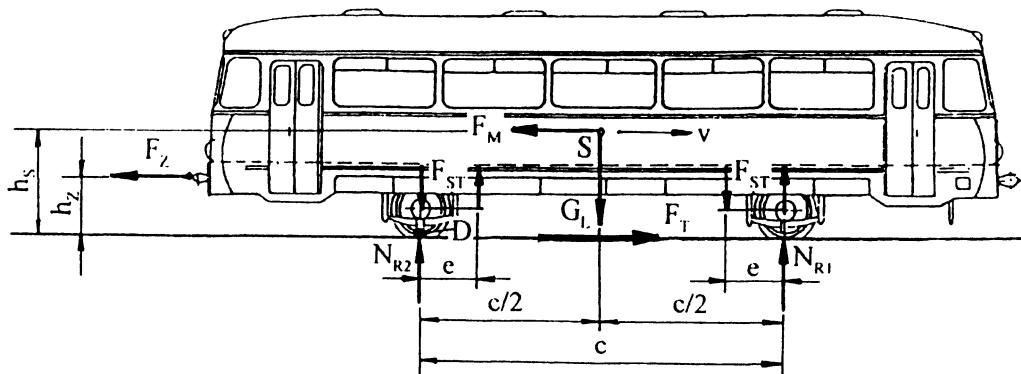


Bild 4.20

Elektrisches zweiachsiges Triebfahrzeug mit innen gelagerten Fahrmotoren in schematischer Darstellung, an dem die eine Achskraftverlagerung hervorrufenden Kräfte dargestellt sind

### Zugkrafteinfluss

Für die Ableitung der Gleichung des Ausnutzungsfaktors  $\alpha_1$  wird ein zweiachsiger elektrischer Triebwagen mit Anhänger gewählt, bei dem beide Radsätze einzeln angetrieben, aber gemeinsam geregelt werden. Die Fahrmotoren sind innenliegend angeordnet (Bild 4.20).

Die Summe aller Drehmomente bewirkt die Verlagerung von Achskraft vom vorderen auf den hinteren Radsatz. Bei zentraler Regelung des Antriebs entwickelt das Triebfahrzeug eine Zugkraft  $F_T$ , die doppelt so groß wie die Kraftschlusszugkraft des vorderen Radsatzes ist. Durch die zentrale synchrone Regelung der beiden Motoren kann der hintere Radsatz die durch die Achskraftverstärkung mögliche Kraftschlusszugkraft aber nicht realisieren.

Für die Ermittlung des Ausnutzungsfaktors  $\alpha_1$  wird der Drehpunkt D am hinteren Radsatz gewählt. Um den Drehpunkt D wirken:

- das Zugkraftdrehmoment  $M_{FT}$ ,
- das Gewichts- und Normalkraftdrehmoment  $M_{GNI}$  und
- das Stützkraftdrehmoment  $M_{St}$ .

Die Treibachszugkraft  $F_T$  ist entsprechend Bild 4.20

- in die Zughakenzugkraft  $F_Z$  ( $F_Z$ -Angriff am Zughaken) und
- in die Massenkraft des Triebfahrzeugs  $F_M$  (Angriff im Schwerpunkt) aufzuteilen:

$$F_T = F_Z + F_M$$

Die Aufteilung ist durch den Anteil von Wagenzug- bzw. Beiwagenmasse  $m_W$  am Zughaken Z und Lokomotiv- bzw. Triebwagenmasse  $m_L$  im Schwerpunkt S an der Zugmasse  $m_Z$  gegeben:

$$m_Z = m_L + m_W$$

Anstelle der Masse ist für die Aufteilung das Zugmasseverhältnis q Gl. (1.38) zu benutzen:

$$q = m_Z/m_L$$

Die Zughakenzugkraft  $F_Z$  hat den Hebelarm Zughakenhöhe  $h_Z$  und die Massenkraft  $F_M$  den Hebelarm Schwerpunkthöhe  $h_S$ . Das Zugkraftdrehmoment beträgt:

$$M_{FT} = F_Z h_Z + F_M h_S = \frac{m_w}{m_z} F_T h_Z + \frac{m_L}{m_z} F_T h_S = F_T \left( \frac{q-1}{q} h_Z + \frac{h_S}{q} \right)$$

Das Gewichts- und Normalkraftdrehmoment  $M_{GNI}$  wird durch die Triebwagen- bzw. Lokomotivgewichtskraft  $G_L$  mit dem Hebelarm halber Achsabstand  $c/2$  und die Normalkraft am vorderen Radsatz  $N_{R1}$  mit dem Hebelarm Achsabstand  $c$  hervorgerufen:

$$M_{GNI} = N_{R1} c - G_L \frac{c}{2}$$

Die Drehmomente von Haupt- und Hilfsantrieben bewirken je nach Anordnung Gegendrehmomente, die vom Fahrzeug- bzw. Drehgestellrahmen aufgenommen werden müssen. Kom pensieren sich die Gegendrehmomente nicht, tritt entweder eine Achskraftänderung oder eine seitliche Radkraftänderung ein.

Am Fahrzeug des Bildes 4.20 entstehen durch das Drehmoment der Fahrmotoren die Stütz kräfte  $F_{St}$ . Sie heben sich zwar in z-Richtung gegenseitig auf, aber das Gegendrehmoment bei der Radsätze summiert sich. Für das Gesamtdrehmoment  $M_{St}$  gilt bei Summierung:

$$M_{St} = F_T \frac{r_R}{i_A}$$

Unter Beachtung der Drehrichtung wird die Summe aller Drehmomente berechnet:

$$\begin{aligned} M_{FT} + M_{GNI} + M_{St} &= 0 \\ F_T \left( \frac{q-1}{q} h_Z + \frac{h_S}{q} \right) + N_{R1} c - G_L \frac{c}{2} + F_T \frac{r_R}{i_A} &= 0 \end{aligned}$$

Die maximale Zugkraft ist durch die Zugkraft des entlasteten vorderen Radsatzes gegeben (Normalkraft  $N_{R1}$ ):

$$F_T = 2 \mu_K N_{R1}$$

Einsetzen in die Gleichung des Drehmomentgleichgewichts und Auflösung nach  $N_{R1}$ :

$$N_{R1} = \frac{c}{2 \left[ c + 2 \mu_K \left( \frac{q-1}{q} h_Z + \frac{h_S}{q} + \frac{r_R}{i_A} \right) \right]} G_L$$

Das Einsetzen in die  $F_T$ -Gleichung und die Division mit dem Achsabstand  $c$  ergibt:

$$F_T = \alpha_1 \mu_K G_L \quad \text{und} \quad \mu_T = \alpha_1 \mu_K \quad (4.21)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 + 2 \varphi \mu_K} \quad \text{und} \quad \varphi = \frac{q-1}{q} \frac{h_Z}{c} + \frac{h_S}{qc} + \frac{r_R}{i_A c}$$

$\alpha_1$  Ausnutzungsfaktor des Kraftschlussbeiwerts

$\varphi$  Achsentlastungsbeiwert

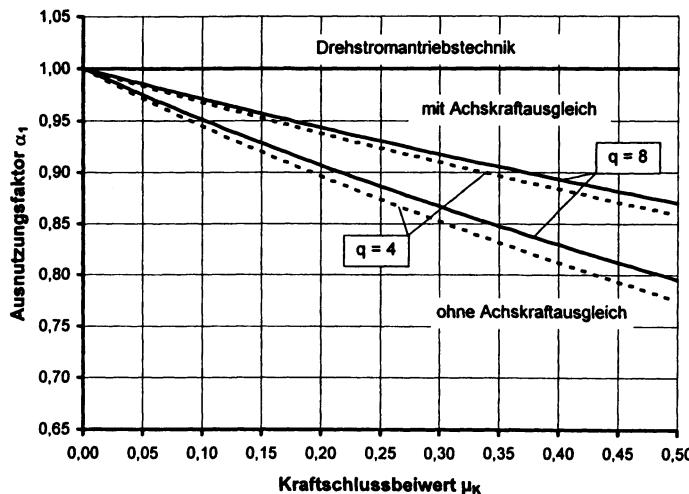


Bild 4.21

Abhängigkeiten des Ausnutzungsfaktors für eine vierachsige Lokomotive

Drehgestell-Achsabstand  
 $c = 3,5 \text{ m}$

Drehzapfenabstand  
 $d = 7,8 \text{ m}$

Schwerpunkthöhe  
 $h_s = 2,0 \text{ m}$

Zughakenhöhe  
 $h_z = 1,05 \text{ m}$

Beim Drehgestellfahrzeug ist der Achskraftunterschied innerhalb eines Drehgestells durch die Erzeugung von Gegendrehmomenten ausgleichbar. Der auf Gewichtskraftänderung am Drehzapfen beruhende Achskraftunterschied ist ohne Schwerpunktverlagerung nicht ausgleichbar. Bild 4.21 zeigt die Wirkung des Achskraftausgleichs. Bei Drehstromantriebstechnik entfällt das Problem der verminderten Zugkraftausnutzung.

Gegendrehmomente für den Achskraftausgleich werden erzeugt durch:

- Druckluftzylinder zwischen Lokomotivkasten und Drehgestellen bei Drucksteuerung durch den Motorstrom (Bauart Maffei-Schwartzkopf), auch kombiniert mit einer höhenverstellbaren Zugstange zwischen den Drehgestellen und
- Tiefanlenkung der Zugstange am Drehgestell und Hochanlenkung am Lokomotivkasten.

Beim Triebfahrzeug mit zweiachsigen Drehgestellen (Drehgestell-Achsabstand  $c$ , Drehzapfenabstand  $d$ ) ist in Gl. (4.21) folgender überschläglicher Achsentlastungsbeiwert  $\varphi$  einzusetzen:

Ohne Achskraftausgleich	Mit Achskraftausgleich	
$\varphi = \frac{q-1}{q} \cdot \frac{h_z}{c} + \frac{h_s}{q d}$	$\varphi = \frac{q-1}{q} \cdot \frac{h_z}{d} + \frac{h_s}{q d}$	(4.21a)

### Zugkraftsprünge beim Aufregeln

Bei älteren Triebfahrzeugen mit Fahrstufen wird auf die höhere Fahrstufe geschaltet, wenn die Kraftschlusszugkraft (obere Zugkraft  $F_o$ ) nicht überschritten wird. Die Verweilzeit in einer Fahrstufe ist entsprechend zu wählen. Die Zugkraft springt um  $\Delta F$  zwischen oberem Wert  $F_o$  und unterem Wert  $F_u$ . Bild 4.22 zeigt das Aufregeln. Für die Anfahrt ist die mittlere Zugkraft  $F_{mi}$  maßgebend. Der Ausnutzungsfaktor  $\alpha_2$  ist das Verhältnis von mittlerer zu oberer Zugkraft:

$$\alpha_2 = \frac{F_{mi}}{F_o} = 1 - \frac{\Delta F}{2 F_o} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{F_u}{F_o} \right) \quad (4.22)$$

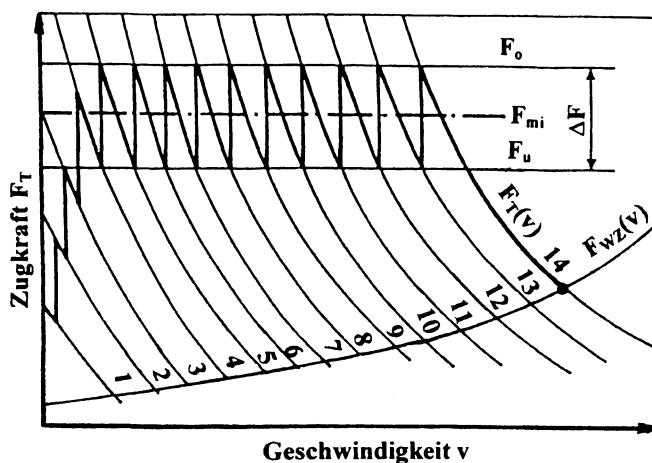


Bild 4.22

Zugkraftdiagramm einer elektrischen Lokomotive mit Fahrstufenkennlinien  $F_T(v)$ , Aufregelkennlinie und Zugwiderstandskennlinie  $F_{wz}(v)$

### Dynamische Vorgänge

Das Triebfahrzeug unterliegt Vertikalschwingungen, die zu dynamischen Achskraftänderungen führen. Im Zugverband treten Längsschwingungen auf, die eine dynamische Beeinflussung der Zugkraft ergeben. Das Antriebssystem ist drehelastisch. Damit ist auch das Drehmoment am Treibradsatz eine dynamische Größe. Bei Einphasen-Wechselstrom-Fahrmotoren ist durch Schwingungen mit der Frequenz  $16 \frac{2}{3}$  Hz ein dynamisches Drehmoment zu verzeichnen.

Die dynamischen Prozesse bewirken in der Summe eine Beeinträchtigung der Zugkraftentwicklung, die im Teilausnutzungsfaktor  $\alpha_3$  erfasst wird. Der Teilausnutzungsfaktor  $\alpha_3$  hat insbesondere bei großen Fahrgeschwindigkeiten Bedeutung, da die Schwingungsamplituden mit der Fahrgeschwindigkeit progressiv zunehmen.

### Gegenmaßnahmen

Durch geeignete Gegenmaßnahmen ist die Verbesserung des Ausnutzungsfaktors bis auf Werte  $\approx 1$  möglich. Hierzu gehört eine ausgeklügelte innere Mechanik der Lokomotive, die Schwingungsdämpfung, die stufenlose Motorregelung und die Benutzung der Drehstromantriebstechnik mit dezentraler Kraftschluss-Schlupf-Regelung der Radsätze.

### Berechnungsbeispiel 4.4

Der Triebwagen des Bildes 4.20 hat die Masse  $m_L = 29,5$  t und zieht einen Beiwagen mit der Masse  $m_W = 21,5$  t. Der Radhalbmaß  $r_R = 0,9$  m, die Achsgetriebeübersetzung  $i_A = 3,2$ , die Zughakenhöhe  $h_Z = 1,0$  m, die Schwerpunktshöhe  $h_S = 1,5$  m und der Achsabstand  $c = 6,0$  m. Der Ausnutzungsfaktor  $\alpha_1$  ist zum Kraftschlussbeiwert  $\mu_K = 0,25$  zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Zugmasse und Zugmasseverhältnis, Gl. (1.38)

$$m_Z = m_L + m_W = 29,5 + 21,5 = 51,0 \text{ t} \quad \text{und} \quad q = m_Z/m_L = 51,0/29,5 = 1,73$$

Achsentlastungsbeiwert, Gl. (4.21)

$$\varphi = (1,73 - 1)/1,73 \cdot 1,0/6,0 + 1,5/(1,73 \cdot 6,0) + 0,9/(3,2 \cdot 6,0) = 0,2617$$

Ausnutzungsfaktor, Gl. (4.21),  $\alpha_1 = 1/(1 + 2 \cdot 0,2617 \cdot 0,25) = 0,8843$  bzw. 88,4 %

Mittlerer Kraftschlussbeiwert, Gl. (4.20),  $\mu_T = \alpha_1 \mu_K = 0,8843 \cdot 0,25 = 0,22$

## 4.2 Zugkraft und Leistungsaufnahme der Dieseltriebfahrzeuge

### 4.2.1 Energiefluss zur Zugkrafterzeugung

Die für das Fahren erforderliche Zugkraft ist vom Antriebssystem des Triebfahrzeugs bereitzustellen. Die Zugkraft steht am Laufkreis der Treibräder zur Verfügung (Treibachszugkraft  $F_T$ ). Zur Zugkraftbereitstellung muss Energie aufgenommen werden, die beim Dieseltriebfahrzeug an den Energieträger Dieselkraftstoff gebunden ist.

Das Antriebssystem hat folgende Aufgaben zu erfüllen:

1. Die im Energieträger gebundene Energie ist in die mechanische Form zu überführen.
2. Die Treibachszugkraft ist in einer geeigneten Kennlinie  $F_T(v)$  zur Verfügung zu stellen.
3. Zugkraft und Geschwindigkeit sind entsprechend den Anforderungen der Zugfahrt bei nur geringen Verlusten zu regeln.
4. Der Energie- und Leistungsbedarf vorhandener Hilfseinrichtungen ist bereitzustellen (Hilfsgenerator, Lüfter, Kühlkreislauf, Ölpumpe, Kompressor usw.).

### Schnittstellen der Zugkrafterzeugung

Bild 4.23 zeigt für das Dieseltriebfahrzeug den Energiefluss mit folgenden Schnittstellen:

1. Systemeingang (Systemeingangsleistung  $P_E$ )
2. Motorausgang (Motorausgangsleistung  $P_M$ )
3. Getriebeeingang (Getriebeeingangsleistung  $P_G$ )
4. Triebfahrzeugausgang, Laufkreis der Treibräder (Leistung  $P_T$ , Zugkraft  $F_T$  an Treibachsen)
5. Zughaken (Zughakenleistung  $P_Z$ , Zughakenzugkraft  $F_Z$ )

### Systemeingang

$$P_E = b_t h_{K_r} \quad (4.23)$$

$P_E$	Systemeingangsleistung in kW		$h_{K_r}$	Kraftstoffheizwert in kJ/g
$b_t$	zeitbezogener Kraftstoffverbrauch in g/s			

Nach DIN 51757 sind Kraftstoffheizwert  $h_{K_r}$  und Kraftstoffdichte  $\rho_{K_r}$  (Normwert) auf die Temperatur 15 °C bezogen:

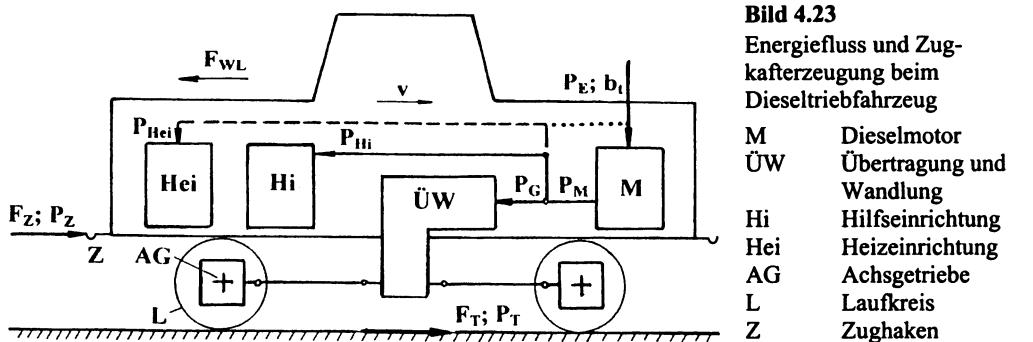
Benzin  $h_{K_r} = 43,6 \text{ kJ/g}$  und  $\rho_{K_r} = 0,730 \text{ kg/l}$

Dieselöl  $h_{K_r} = 42,7 \text{ kJ/g}$  und  $\rho_{K_r} = 0,840 \text{ kg/l}$

### Motorausgang

$$P_M = \eta_M P_E \quad (4.24)$$

Nach DIN 70020 ist der Motorwirkungsgrad  $\eta_M$  auf den betriebsbereiten Motor im Einbauzustand bezogen. Der Eigenbedarf des Motors ist in  $\eta_M$  berücksichtigt. Die Nennleistung des Motors wird für die Außentemperatur 20 °C und den Außenluftdruck 1013 mbar angegeben.



Abweichungen der Temperatur und des Drucks von den Normwerten bringen Leistungsänderungen mit sich. Für die Nennleistung gilt der thermische Beharrungszustand, d.h. sie muss zeitlich unbegrenzt abgegeben werden können. Der Motorwirkungsgrad beträgt  $\eta_M \approx 0,40$ .

### Getriebeeingang

Die Motorleistung  $P_M$  teilt sich in die Getriebe- bzw. Generatoreingangsleistung  $P_G$  und in die Leistung der Hilfseinrichtungen (Hilfsleistung)  $P_{Hi}$ , die auch durch den Hilfsleistungsfaktor  $\xi_{Hi}$  ausgedrückt wird (Anteil der Hilfsleistung an der Motorleistung,  $\xi_{Hi} = 0,05$  bis  $0,15$ ).

Im Reiszugdienst ist fallweise der Leistungsbedarf der Zugheizung  $P_{Heiz}$  zu berücksichtigen ( $P_{Heiz} \leq 40 \text{ kW/Wagen}$ ). Wird vom Dieselmotor ein Heizstromgenerator angetrieben oder wird der Heizstrom dem Hauptgenerator entnommen, ist  $P_{Heiz}$  in die Zugkraftberechnung einzubeziehen. In diesem Fall wird das Zugkraftdiagramm für die Fälle ohne und mit Zugheizung angegeben. Beim Betrieb eines Heizkessels einfällt der Einfluss auf die Zugkraft, aber der Einfluss auf den Kraftstoffverbrauch ist vorhanden (Andeutung dieser Variante in Bild 4.23).

Aufteilung der Motorleistung  $P_M$  und der Getriebe-/Generatoreingangsleistung  $P_G$ :

$$P_M = P_G + P_{Hi} + P_{Heiz} \quad (4.25)$$

$$P_G = (1 - \xi_{Hi}) P_M - P_{Heiz}$$

### Triebfahrzeugausgang

Der Laufkreis der Treibräder ist der Triebfahrzeugausgang. Die Verluste des Aggregats für Übertragung und Wandlung (einschließlich Achsgetriebe) werden im Übertragungs- und Wandlungswirkungsgrad  $\eta_{ÜW}$  erfasst. Am Triebfahrzeugausgang stehen Treibachsleistung  $P_T$  und Treibachszugkraft  $F_T$  zur Verfügung:

$$P_T = \eta_{ÜW} P_G \quad \text{und} \quad F_T = P_T v \quad (4.26)$$

Für Wandlung und Übertragung werden im wesentlichen benutzt:

- mechanische Wechselgetriebe ( $\eta_{ÜW} = 0,92$  bis  $0,94$ ),
- hydrodynamische Getriebe ( $\eta_{ÜW} = 0,75$  bis  $0,80$ ) und
- elektrische Leistungsübertragung ( $\eta_{ÜW} = 0,80$  bis  $0,85$ ).

### Anriebssystems

Der Arbeitsprozess der Zugkrafterzeugung ist mit dem Wirkungsgrad des Anriebssystems  $\eta_A$  zu bewerten, der das Verhältnis von Systemausgangsleistung (Treibachsleistung  $P_T$ ) zu Systemeingangsleistung für Traktion  $P_{ET}$  ist:

$$P_T = \eta_A P_{ET} \text{ mit } \eta_A = (1 - \xi_{Hi}) \eta_M \eta_{0W} \quad (4.27)$$

Der Wirkungsgrad des Anriebssystems von Dieseltriebfahrzeugen beträgt  $\eta_A = 28$  bis  $34\%$ .

Die Heizleistung  $P_{Heiz}$  wird in  $\eta_A$  nicht berücksichtigt. Zur Berechnung des Traktions-Kraftstoffverbrauchs  $b_{tTr}$  (g/s) wird  $P_{ET}$  in Gl.(4.23) eingesetzt. Die Addition mit dem Kraftstoffverbrauch für Heizen  $b_{tHeiz}$  (g/s) ergibt den Gesamtverbrauch  $b_{tges}$  (g/s):

$$b_{tges} = b_{tTr} + b_{tHeiz} \quad (4.28)$$

### Zughaken

Beim lokomotivbespannten Zug werden am Zughaken Zughakenzugkraft  $F_Z$  und Zughakenleistung  $P_Z$  auf den Wagenzug übertragen. Die Variablen  $F_Z$  und  $P_Z$  gelten für Beharrungsfahrt auf waagerechter und gerader Strecke. Treibachs- und Zughakenzugkraft unterscheiden sich um die Lokomotivwiderstandskraft  $F_{WL}$ :

$$F_Z = F_T - F_{WL} \text{ und } P_Z = F_Z v \quad (4.29)$$

Der fahrdynamische Wirkungsgrad  $\eta_{Fd}$  ist das Verhältnis von Zughaken- zu Treibachsleistung:

$$P_Z = \eta_{Fd} P_T \text{ und } F_Z = \eta_{Fd} F_T \quad (4.30)$$

### Triebfahrzeug

Der Gesamtwirkungsgrad des Triebfahrzeugs  $\eta_{Tfz}$  ist das Verhältnis von Zughaken- zu Systemeingangsleistung für Traktion. Für  $P_Z$  und  $\eta_{Tfz}$  gilt:

$$P_Z = \eta_{Tfz} P_{ET} \text{ und } \eta_{Tfz} = \eta_{Fd} \eta_A \quad (4.31)$$

Die Heizleistung  $P_{Heiz}$  ist in den Triebfahrzeugwirkungsgrad  $\eta_{Tfz}$  nicht einbezogen.

### Zugkraftdiagramm und Kraftstoffverbrauch

Das Zugkraftdiagramm der Dieseltriebfahrzeuge ist in Bild 1.3 (Kap. 1.2.1) dargestellt. Wird konstante Treibachsleistung vorausgesetzt, ist die überschlägliche Berechnung mit Gl. (4.27) möglich. Mit dem Zugkraftdiagramm können Fahrzeit und Zugkraftarbeit (Kap. 1.3.1), überschläglich auch der Kraftstoffverbrauch, berechnet werden:

$$B_{Tr} = \frac{W_{FT}}{\eta_A h_{Kr}} \quad (4.32)$$

$$B_{ges} = B_{Tr} + B_{leer} + B_{Heiz} \quad (4.33)$$

$B_{Tr}$	Traktionskraftstoffverbrauch in g
$W_{FT}$	Zugkraftarbeit der Zugfahrt in kJ
$h_{Kr}$	Kraftstoffheizwert in kJ/g

$B_{ges}$	Gesamtverbrauch in g
$B_{leer}$	Motorleeraufverbrauch in g
$B_{Heiz}$	Heizverbrauch in g

Die Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs erfordert die Modellbildung des Anriebssystems.

## 4.2.2 Dieselmotor

### Arbeitsgleichung

Für fahrdynamische Berechnungen müssen vom Dieselmotor Drehmoment, Leistung und Drehzahl bekannt sein. Zwischen diesen Variablen besteht folgende Abhängigkeit:

$$P_M = M_M \omega_M \text{ und } \omega_M = \frac{30}{\pi} n_M \quad (4.34)$$

$P_M$  Motorleistung in kW  
 $M_M$  Motordrehmoment in kNm

$\omega_M$  Drehgeschwindigkeit in rad/s  
 $n_M$  Motordrehzahl in 1/min

Für energetische Berechnungen muss der spezifische Kraftstoffverbrauch  $b_{spez}$  bzw. der Motorwirkungsgrad  $\eta_M$  bekannt sein:

$$b_{spez} = T_K \frac{b_t}{P_M}, \quad b_t = b_{spez} \frac{P_M}{T_K} \quad \text{und} \quad \eta_M = \frac{T_K}{b_{spez} h_{Kr}} \quad (4.35)$$

$b_{spez}$ spezifischer Kraftstoffverbrauch, g/kWh	$T_K$ Zeitkonstante, $T_K = 3600$ s/h
$b_t$ zeitbezogener Kraftstoffverbrauch in g/s	$h_{Kr}$ Kraftstoffheizwert in kJ/g
$P_M$ Motorleistung in kW	

### Drehmoment- und Leistungskennlinie

Bild 4.24 zeigt die Drehmoment- und Leistungskennlinie des Dieselmotors. Für fahrdynamische Berechnungen sind folgende Betriebspunkte von Bedeutung:

#### Kleinstdrehzahl $n_k$

Mit  $n_k$  kann ein Motor im Leerlauf oder unter kleiner Belastung in Betrieb gehalten werden.

#### Kleinste Vollastdrehzahl $n_A$

Mit  $n_A$  kann ein Motor unter voller Belastung gerade noch in stabilem Betrieb gehalten werden.

#### Vollastdrehzahl bei maximalem Drehmoment $n_B$

Bei  $n_B$  wird vom Motor bei Vollast das maximale Drehmoment abgegeben.

#### Vollastdrehzahl bei Höchstleistung $n_C$

Bei  $n_C$  gibt der Motor im Vollast-Dauerbetrieb die maximale Leistung ab.

#### Überlastdrehzahl $n_D$

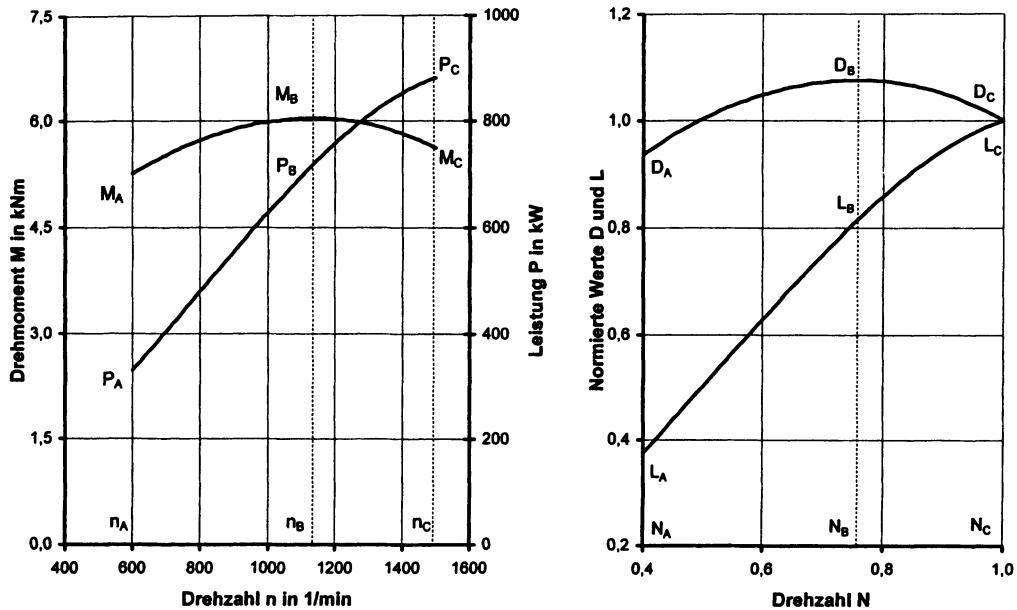
Bei  $n_D$  gibt der Motor in kurzzeitigem Betrieb eine nicht zu Schäden führende Leistung ab.

Die Motornennleistung ist auf den Punkt C bezogen. Der Motor wird zwischen den Punkten A und C und bis zur Vollast-Drehmomentkennlinie für die Traktion benutzt.

### Modellbildung für Drehmomentkennlinie

Für die Zugfahrtsimulation wird die Vollast-Drehmomentkennlinie  $M_M = f(n_M)$  im Regelfall als Stützstellendatei  $P$  ( $M_M; n_M$ ) in der Drehzahl-Schrittweite 50 bis 100 1/min in den Rechner eingegeben. Zwischen den Stützstellen wird linear oder quadratisch interpoliert.

Eine einfachere Möglichkeit bietet die Benutzung der quadratischen Polynomgleichung in normierter Form  $D = f(N)$  für den linken und rechten Bereich vom Drehmomentmaximum.



Betriebspunkt	$n_M$ 1/min	$M_M$ kNm	$P_M$ kW	$N$ 1	$D$ 1	$L$ 1
A	600	5,258	330	0,40	0,9366	0,3742
B	1140	6,041	721	0,76	1,076	0,8175
C	1500	5,614	882	1,00	1,00	1,00

**Bild 4.24**

Drehmoment- und Leistungskennlinie des Dieselmotors 12 KVD 21 A-3 der Diesellokomotive BR 202

Normierung von Drehzahl, Drehmoment und Leistung durch Bezugnahme auf Nennpunkt C:

$$\text{Normierte Drehzahl} \quad N = n_M/n_C \quad (4.36)$$

$$\text{Normiertes Drehmoment} \quad D = M_M/M_C$$

$$\text{Normierte Leistung} \quad L = P_M/P_C$$

In der Legende zu Bild 4.24 sind als Beispiel absolute und normierte Werte des Motors 12 KVD 21 A-3 angegeben. Das rechte Diagramm zu Bild 4.24 enthält die normierten Kennlinien. Zwischen den normierten Variablen besteht folgende Beziehung:

$$L = D N \quad (4.37)$$

Tabelle 4.7 enthält für die Bereiche links und rechts von der Maximum-Drehzahl  $n_B$  die Gleichung  $D = f(N)$  und die mit den Stützstellen  $P_A(n_A; M_A)$  und  $P_B(n_B; M_B)$  bzw.  $P_C(n_C; M_C)$  und  $P_B(n_B; M_B)$  zu bestimmenden Konstanten. Die erste und zweite Bedingung für die Konstantenberechnung ist die Erfüllung der beiden Stützstellen, die dritte Bedingung das Maximum im Punkt B.

**Tabelle 4.7**

Polynomgleichung der Drehmomentkennlinie und Gleichung der Polynomkonstanten

Variable	Links vom Punkt B	Rechts vom Punkt B
Polynomgleichung (4.38)	$D_{li} = D_{0li} + D_{1li}N + D_{2li}N^2$	$D_{re} = D_{0re} + D_{1re}N + D_{2re}N^2$
Polynomkonstante $D_2$	$D_{2li} = -\frac{D_B - D_A}{(N_B - N_A)^2}$	$D_{2re} = -\frac{D_B - 1}{(1 - N_B)^2}$
Polynomkonstante $D_1$	$D_{1li} = -2N_B D_{2li}$	$D_{1re} = -2N_B D_{2re}$
Polynomkonstante $D_0$	$D_{0li} = D_B - N_B D_{1li} - N_B^2 D_{2li}$	$D_{0re} = D_B - N_B D_{1re} - N_B^2 D_{2re}$

**Berechnungsbeispiel 4.5**

Zur Drehzahl  $n_{Mx} = 900 \text{ 1/min}$  des Dieselmotors 12 KVD 21 A-3 (Bild 4.24) ist das Drehmoment  $M_{Mx}$  bei Vollast zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Da  $n_{Mx} < n_B$  ist, wird die Variante „links“ der Gl. (4.37) benutzt. Die Konstanten betragen:

$$D_{2li} = -(1,076 - 0,9366)/(0,76 - 0,40)^2 = -1,0756$$

$$D_{1li} = 2 \cdot 0,76 \cdot 1,0756 = 1,6349$$

$$D_{0li} = 1,076 - 0,76 \cdot 1,6349 + 0,76^2 \cdot 1,0756 = 0,4547$$

Berechnung des Betriebspunktes, Gl. (4.36), (4.37) links und (4.38)

$$N_x = n_{Bx}/n_C = 900/1500 = 0,60$$

$$D_x = 0,4547 + 1,6349 \cdot 0,60 - 1,0756 \cdot 0,602 = 1,0484$$

$$M_{Dx} = D_x \cdot M_C = 1,0484 \cdot 5,614 = 5,886 \text{ kNm}$$

$$L_x = D_x \cdot N_x = 1,0484 \cdot 0,60 = 0,6290$$

$$P_{Mx} = L_x \cdot P_C = 0,6290 \cdot 882 = 555 \text{ kW}$$

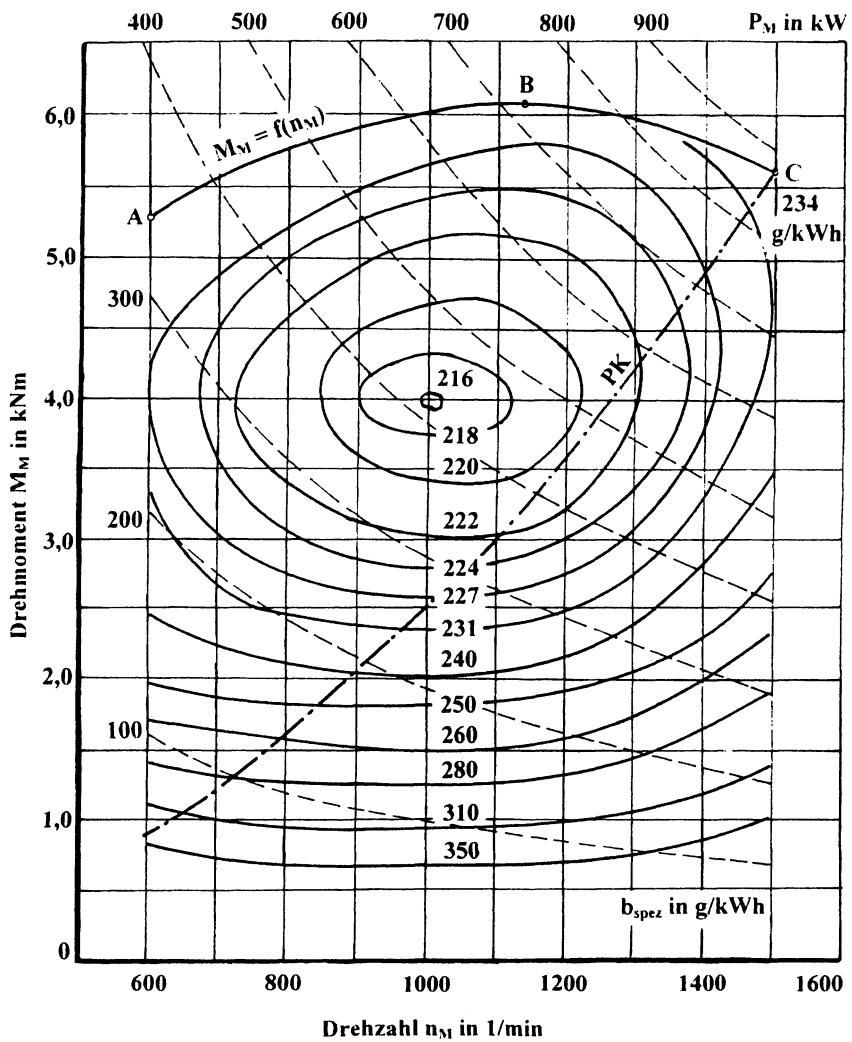
**Kennlinienfeld**

Die energetischen Eigenschaften des Dieselmotors sind dem Kennlinienfeld zu entnehmen. Unter der Drehmoment-Drehzahlkennlinie sind die Muschelkurven des spezifischen Kraftstoffverbrauchs  $b_{spez}$  (g/kWh) eingetragen. Im Zentrum liegt der Punkt des minimalen Verbrauchs. Außerdem sind die Leistungshyperbeln und die Propellerkurve enthalten.

Bild 4.25 zeigt als Beispiel das Kennlinienfeld des Dieselmotors 12 KVD 21 A-3.

Das Kennlinienfeld ist unverzichtbare Unterlage für die Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs und der energieoptimalen Fahrstrategie mittels Zugfahrtsimulation. Zu jedem Betriebspunkt  $P_x$  ( $n_{Mx}; M_{Mx}$ ) kann der spezifische Kraftstoffverbrauch  $b_{spez}$  entnommen und in den zeitbezogenen Verbrauch  $b_t$  umgerechnet werden (Gl.(4.35)). Durch Multiplikation mit der Dauer des Simulationsschritts  $\Delta t$  erhält man den absoluten Verbrauch  $\Delta B$  in g.

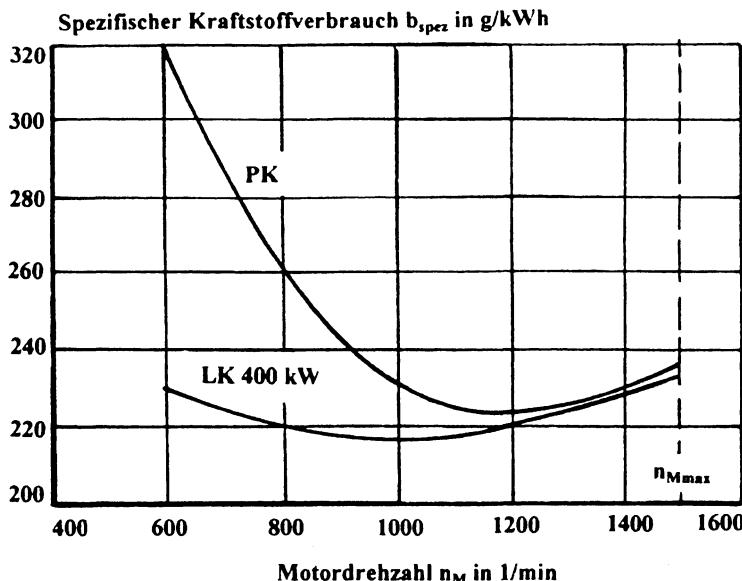
Für fahrenergetische Untersuchungen ist das Kennlinienfeld durch eine Matrix auszudrücken, in der für  $n_M$ - und  $M_M$ - Werte auf Abszisse und Ordinate die  $b_{spez}$ -Werte im Feld enthalten sind. Bild 4.25 enthält die Verbrauchsmatrix. Der Stützstellenabstand soll möglichst klein sein. Der zum aktuellen Betriebspunkt  $P_x$  gehörende  $b_{spez}$ -Wert wird mittels eines Interpolationsalgorithmus sowohl in der  $n_M$ - als auch in der  $M_M$ -Ebene aus der Matrix ermittelt.



### Muster für Verbrauchsmatrix $b_{\text{spez}}$ in g/kWh

**Bild 4.25**

Kennlinienfeld des Dieselmotors 12 KVD 21 A-3 der Diesellokomotive BR 202 mit den Linien für konstanten spezifischen Kraftstoffverbrauch  $b_{\text{spez}}$  (g/kWh) und konstante Motorleistung  $P_M$  (kW) sowie Propellerkurve (PK)

**Bild 4.26**

Spezifischer Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit von der Motordrehzahl für die Propellerkurve (PK) und für die Motorleistungskennlinie 400 kW zum Motor 12 KVD 21 A-3

Die Propellerkurve bestimmt die Leistungsaufnahme des Strömungsgtriebes (Bild 4.25). Bild 4.26 zeigt den an der Propellerkurve vorhandenen spezifischen Kraftstoffverbrauch. Der Betriebspunkt des minimalen Verbrauchs wird nicht genutzt. Die Leistungsaufnahme nach der Propellerkurve ist im Regelfall eine energetisch ungünstige Variante.

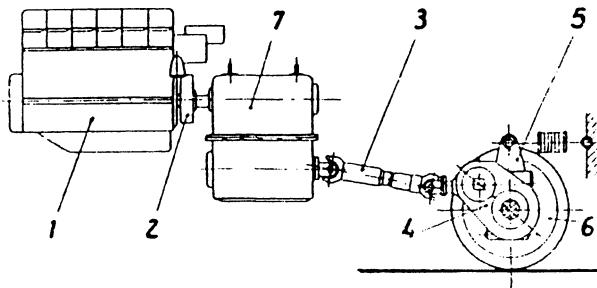
Die im Bild 4.25 eingetragenen Hyperbeln für konstante Motorleistung zeigen, dass der für eine bestimmte Leistung erforderliche spezifische Kraftstoffverbrauch recht unterschiedlich ist. Bild 4.26 enthält als Beispiel die Verbrauchskurve für  $P_M = 400 \text{ kW}$ . Zu jedem  $P_M$ -Wert existiert ein Betriebspunkt minimalen Verbrauchs. Nicht unerhebliche Mengen an Kraftstoff können eingespart werden, wenn die Leittechnik des Triebfahrzeugs die Möglichkeit bietet, den zu jedem  $P_M$ -Werte gehörenden  $M_M \cdot n_M$ -Betriebspunkt des minimalen spezifischen Verbrauchs zu ermitteln und für die Traktion einzustellen.

#### 4.2.3 Mechanisches Wechselgetriebe

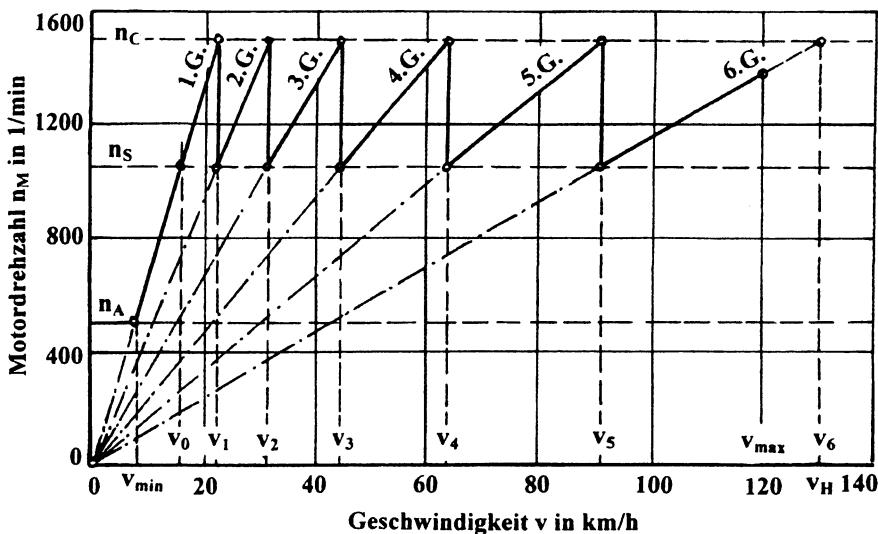
##### Traktionstechnische Eigenschaften des Dieselmotors

Aus Bild 4.25 sind folgende traktionstechnische Eigenschaften des Dieselmotors ableitbar:

- Der Dieselmotor kann nicht von selbst und nicht unter Belastung starten und nicht die Zugbewegung realisieren. Anlasser und Kupplung sind erforderlich.
- Im gesamten Drehzahlbereich liegt ein etwa konstantes Drehmoment, und damit ein starres Betriebsverhalten, vor. Dadurch kann der Motor auf Vergrößerung der Widerstandskräfte nicht elastisch durch äquivalente Zugkrafterhöhung reagieren.
- Der Motor kann den Zug nur in einem begrenzten Geschwindigkeitsbereich, der dem Drehzahlbereich zwischen den Betriebspunkten A und C der Motorkennlinie entspricht, bewegen. Ein Drehmomentwandler ist erforderlich.



**Bild 4.27**  
Schema der mechanischen  
Leistungsübertragung  
1 Dieselmotor  
2 Kupplung  
3 Gelenkwelle  
4 Achs- oder  
Achswendegetriebe  
5 Drehmomentstütze  
6 Treibrad

**Bild 4.28**

Getriebekenndiagramm des Dieseltriebwagens BR 628.2 der DB AG bei Annahme der mechanischen Leistungsübertragung ( $v_{max} = 120$  km/h,  $d_L = 920$  mm, Leermasse 39,5 t, Masse besetzt 44,5 t)

### Leistungsübertragung

Bild 4.27 zeigt die mechanische Leistungsübertragung. Auf der Eingangsseite liegen Getriebeeingangsleistung  $P_G$  (Gl.(4.25)), Getriebeeingangsrehmomen  $M_G$  und Motordrehgeschwindigkeit  $\omega_M$  vor. Auf der Ausgangsseite sind Treibachsleistung  $P_T$ , Treibachsdrehmoment  $M_T$  und Treibachsdrehgeschwindigkeit  $\omega_T$  zu messen:

$$M_G = (1 - \xi_{Hi}) M_M \quad \text{und} \quad M_T = \eta_{0W} i_{AG} i_{WG} M_G$$

$$\omega_T = \frac{\omega_M}{i_{AG} i_W} \quad \text{und} \quad \omega_M = \frac{\pi n_M}{30}$$

Durch Umstellung des Gleichungssystems erhält man die Zugkraft- und die Geschwindigkeitsgleichung des Triebfahrzeugs mit mechanischem Wechselgetriebe.

Zugkraft- und Geschwindigkeitsgleichung:

$$F_T = \frac{(1 - \xi_{Hi}) \eta_{OW} i_{AG} i_{WG}}{r_L} M_M \text{ und } v = \frac{\pi r_L}{30 i_{AG} i_{WG}} n_M \quad (4.38)$$

Empirische Gleichung des Wirkungsgrads für Übertragung und Wandlung  $\eta_{OW}$ :

$$\eta_{OW} = 1 - 0,01 \left( \frac{n_M}{c} + k_w \right) \quad (4.39)$$

$$k_w = 4 + \sqrt{2 i_{WG} - 1} + \sqrt{2 i_{AG} - 1}$$

Symbole und Maßeinheiten zu Gl. (4.38) und (4.39)

$F_T$	Treibachszugkraft in kN	$i_{AG}$	Achsgtriebeübersetzung
$v$	Geschwindigkeit in m/s	$i_{WG}$	Wechselgetriebeübersetzung
$M_M$	Motordrehmoment in kNm	$\xi_{Hi}$	Hilfsleistungsfaktor ( $\xi_{Hi} = 0,03$ bis $0,05$ )
$n_M$	Motordrehzahl in 1/min	$c$	Drehzahlkonstante, $c = 600001/\text{min}$
$r_L$	Laufkreishalbmesser in m	$k_w$	Wirkungsgradkonstante

Bei  $i_{WG}, i_{AG} < 1$  ist in Gl. (4.39) zur Berechnung der Wirkungsgradkonstanten  $k_w$  die Wechselgetriebe- bzw. Achsgtriebeübersetzung  $i_{WG}, i_{AG} = 1$  einzusetzen.

### Getriebekendiagramm

Bei der mechanischen Leistungsübertragung erfolgt die Anpassung des Dieselmotors an die Zugkraft- und Geschwindigkeitsbereiche der Zugfahrt durch Änderung der Wechselgetriebeübersetzung  $i_{WG}$ . Die Bedingungen der Wechselgetriebeauslegung sowie des Algorithmus der Wahl der Wechselgetriebeübersetzung  $i_{WG}$  gehen aus dem Getriebekendiagramm hervor.

Bild 4.28 zeigt das Getriebekendiagramm. Als Beispiel wurde der vierachsige Triebwagen BR 628.2 der DB AG bei Annahme der mechanischen Leistungsübertragung gewählt.

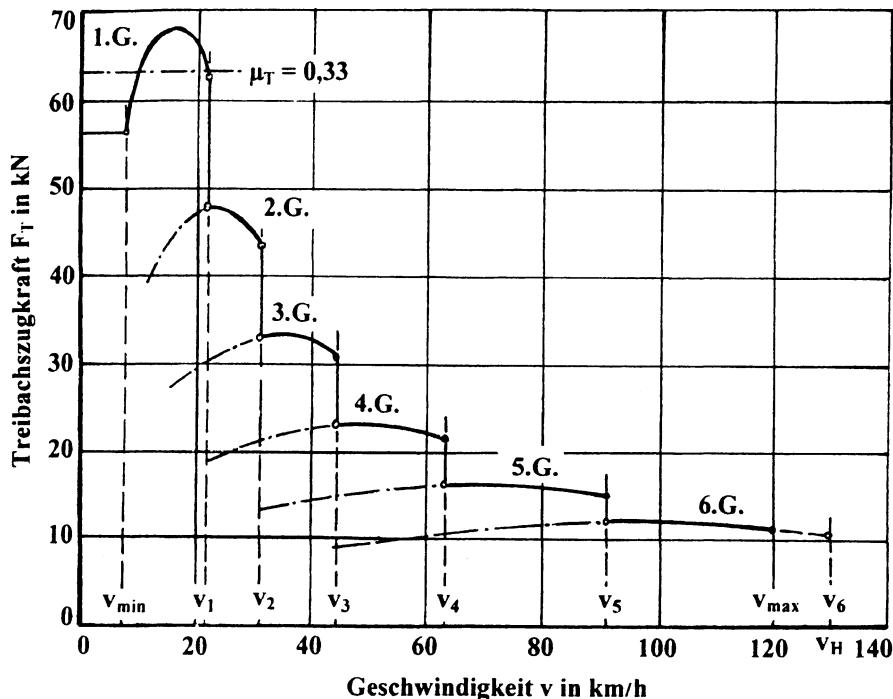
Zur Höchstgeschwindigkeit des Fahrzeugs  $v_{max}$  (120 km/h) werden 10 km/h zugeschlagen. Man erhält die konstruktive Höchstgeschwindigkeit  $v_H$  (130 km/h). Es wird das 6-Gang-Getriebe gewählt. Die Geschwindigkeit  $v_H$  muss im letzten Gang mit der maximalen Motordrehzahl  $n_C$  (1500 1/min) erreicht werden. Für den letzten Gang (6. Gang) wird im Regelfall die Wechselgetriebeübersetzung  $i_{WG} = 1,00$  gewählt. Das Einsetzen der Parameter dieses Betriebspunktes in Gl. (4.38) ergibt  $i_{AG}$  ( $i_{AG} = 2,00$  für  $r_L = 0,46$  m).

Die Verbindung des Nullpunkts mit dem  $n_C$ -Betriebspunkt in Bild 4.28 ergibt die Drehzahl-Geschwindigkeits-Gerade des entsprechenden Gangs. Jeder Gang kann zwischen Geschwindigkeiten benutzt werden, die der kleinsten Lastdrehzahl  $n_A$  und der Höchstdrehzahl  $n_C$  entsprechen. Die Schaltzahl  $n_S$  ist so festzulegen, dass nach dem Rückschalten von  $n_C$  die Drehzahl des maximalen Drehmoments  $n_B$  möglichst nicht unterschritten wird.

Mit den Drehzahlen  $n_S$  und  $n_C$  erhält man die Getriebekonstante  $c$ :

$$c = \frac{n_S}{n_C} \quad (4.40)$$

Die Getriebekonstante liegt allgemein im Bereich  $c = 0,70$  bis  $0,75$ . Für Bild 4.28 wurde  $c = 0,70$  gewählt. Man erhält aus Gl. (4.40)  $n_S = 1050$  1/min.

**Bild 4.29**

Zugkraftdiagramm des Dieseltriebwagens BR 628.2 bei angenommener Ausrüstung mit einem mechanischen 6-Gang-Wechselgetriebe

Zur Zugfahrtsimulation sind Auf- und Rückschaltdrehzahlen  $n_{SA}$ ,  $n_{SR}$  zu wählen, abgestimmt mit Getriebekenndiagramm (Realisierbarkeit) und Motorkennfeld (Wirtschaftlichkeit).

Bei bekannter Getriebekonstanten  $c$  und bekannten Werten von Wechselgetriebeübersetzung  $i_{WGz}$ , Zugkraft  $F_{Tz}$  und konstruktiver Höchstgeschwindigkeit  $v_H$  im letzten Gang eines Getriebes mit  $z$  Gängen erhält man für Wechselgetriebeübersetzungen  $i_{WGn}$ , Zugkraft  $F_{Tn}$  und Schaltgeschwindigkeit  $v_{Sn}$  eines Ganges mit der Ordnungszahl  $n$ :

$$i_{WGn} = \frac{i_{WGz}}{c^{z-n}} \quad (4.41)$$

$$F_{Tn} = \frac{F_{Tz}}{c^{z-n}} \quad \text{und} \quad v_{Sn} = c^{z-n} v_H$$

Für den 1. Gang besteht die Forderung, die kleinste Dauergeschwindigkeit  $v_{min} = 5$  km/h (Drehzahl  $n_A$ ) und das Erreichen der Kraftschlusszugkraft zu garantieren. Häufig wird deshalb von den aus Gl. (4.41) hervorgehenden Werten geringfügig abgewichen.

### Zugkraftberechnung

Die überschlägliche Berechnung beruht auf der Bestimmung von  $F_{Tz}$  mit Gl. (4.25/26) zu  $v_H$  und der Berechnung von  $F_{Tn}$  und  $v_{Sn}$  mit Gl. (4.41). Die Getriebekonstante  $c$  ist so zu wählen, dass  $F_{T1}$  der Kraftschlusszugkraft für  $\mu_T \geq 0,30$  entspricht (Variation von  $c$ ).

Bei genauer Berechnung ist anhand von Motorkennfeld und Getriebekenndiagramm die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie mit Gl. (4.38) punktweise in die Zugkraft-Geschwindigkeits-Kennlinie umzurechnen. Bild 4.29 zeigt das Zugkraftdiagramm des Dieseltriebwagen 628.2 der DB AG bei angenommener Ausrüstung mit der mechanischen Leistungsübertragung.

#### Berechnungsbeispiel 4.6

Für den Dieseltriebwagen BR 628.2 der DB AG sind bei angenommener mechanischer Leistungsübertragung zum Betriebspunkt des maximalen Drehmoments ( $n_B = 1140 \text{ 1/min}$  und  $M_C = 2,871 \text{ kNm}$ ) im 5. Gang ( $i_{AG} = 2,00$  und  $i_{WG5} = 1,429$ ) mit Gl. (4.38) und (4.39) Zugkraft und Geschwindigkeit zu berechnen. Der Laufkreishalbmesser beträgt  $r_L = 0,460 \text{ m}$  und der Hilfsleistungsfaktor  $\xi_{Hi} = 0,05$ .

Lösungsweg und Lösung mit Gl. (4.39) und (4.38):

$$k_w = 4 + (2 \cdot 1,429 - 1)^{0,5} + (2 \cdot 2,00 - 1)^{0,5} = 7,095$$

$$\eta_{0W} = 1 - 0,01 \cdot (1140/60000 + 7,095) = 0,929$$

$$v = 0,460 \cdot 3,14/(30 \cdot 2,00 \cdot 1,429) \cdot 1140 = 19,214 \text{ m/s bzw. } 69,17 \text{ km/h}$$

$$F_T = [(1 - 0,05) \cdot 0,929 \cdot 2,00 \cdot 1,429]/0,460 \cdot 2,871 = 15,7 \text{ kN}$$

#### 4.2.4 Hydrodynamisches Getriebe

##### Getriebevarianten und Wirkprinzip

Bild 4.30 zeigt das Schema der hydrodynamischen Leistungsübertragung. Man unterscheidet zwischen den beiden Bauarten **Wandler** und **Kupplung**. Im Getriebe befindet sich eine Pumpe, die einen geschlossenen Ölkreislauf antreibt. Das Getriebeeingangsdrehmoment  $M_G$  wird durch eine Zahnradpaarung in das kleinere Pumpendrehmoment  $M_{Pu}$  und die Motordrehzahl  $n_M$  in die größere Pumpendrehzahl  $n_{Pu}$  überführt. Der Öldruck ist dem Pumpendrehmoment  $M_{Pu}$  und die Strömungsgeschwindigkeit der Pumpendrehzahl  $n_{Pu}$  proportional.

Im Getriebe befindet sich eine Turbine, die vom Ölkreislauf angetrieben wird. Das Turbinendrehmoment  $M_{Tu}$  ist dem Öldruck und die Turbinendrehzahl  $n_{Tu}$  der Strömungsgeschwindigkeit proportional. Die Kupplung beruht auf der Pumpen-Turbinen-Koppelung. Das Drehmoment ändert sich nicht. Die Drehzahl reduziert sich durch den Kupplungsschlupf.

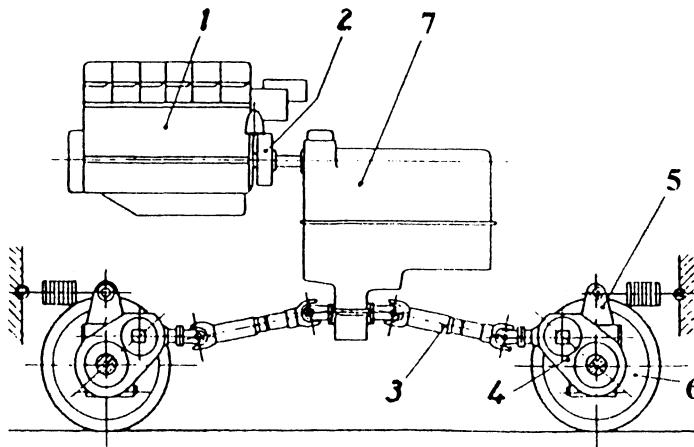


Bild 4.30  
Schema der hydrodynamischen Leistungsübertragung

- 1 Dieselmotor
- 2 Kupplung
- 3 Gelenkwellen
- 4 Achsgetriebe
- 5 Drehmomentstütze
- 6 Treibrad
- 7 Strömungsgeschwindigkeitsgetriebe mit Stufen- und Wendegängen

Beim Wandler ist in den Ölkreislauf der Leitapparat eingefügt. Er ermöglicht den Austausch zwischen Druck- und Geschwindigkeitsenergie. Damit ändert sich das Turbinendrehmoment  $M_{Tu}$  gegenüber dem Pumpendrehmoment  $M_{Pu}$ .

Mittels einer der Turbine nachgeschalteten Zahnradpaarung wird  $M_{Tu}$  in das größere Getriebeausgangsdrehmoment und  $n_{Tu}$  in die kleinere Getriebeausgangsdrehzahl überführt. Durch das Achsgetriebe erfolgt anschließend eine weitere Vergrößerung zum Raddrehmoment  $M_R$  und Verkleinerung zur Raddrehzahl  $n_R$ .

### Eingangsseite der Leistungsübertragung

Die Leistungsaufnahme der hydrodynamischen Leistungsübertragung ist durch die Propellerkurve vorgegeben (Bild 4.25). Für die Gleichung der Propellerkurve wird die normierte Form gewählt. Als Bezugspunkt der Normierung dient der Betriebspunkt C des Dieselmotors (maximale Drehzahl  $n_{MC}$ , Motordrehmoment  $M_{MC}$  und maximale Motorleistung  $P_{MC}$ , Gl.(4.36)):

$$D_G = k_p N_M^2 \quad \text{und} \quad L_G = k_p N_M^3 \quad (4.42)$$

$D_G$  Normiertes Getriebeeingangsdrehmoment ( $D_G = M_G/M_{MC}$ )

$L_G$  Normierte Getriebeeingangsleistung ( $L_G = P_G/P_{MC}$ , Gl. (4.37))

$N_M$  Normierte Motordrehzahl ( $N_M = n_M/n_{MC}$ )

$k_p$  Pumpenkonstante, Maßeinheit 1

Für die durch den Betriebspunkt C des Motors führende Propellerkurve ist  $k_p = 1$  (Bild 4.25). Die vom Motor aufzubringende Hilfsleistung würde in diesem Fall ein größeres Motordrehmoment als  $M_{MC}$  verlangen. Zum Drehmomentausgleich würde der Motor mit einer Drehzahlverkleinerung entlang der Kennlinie  $M_M = f(n_M)$  reagieren (Drehzahldrückung). Die Drehzahldrückung ist wegen des damit verbundenen großen Abfalls der Traktionsleistung unerwünscht. Zur Vermeidung der Drehzahldrückung muss  $k_p$  durch Reduzierung des Füllungsgrads des Ölkreislaufs soweit verkleinert werden ( $k_p < 1$ ), dass das Motordrehmoment  $M_{MC}$  durch Getriebeeingangs- und Hilfsleistungsdurehmoment nicht überschritten wird ( $M_G + M_{Hi} \leq M_{MC}$ ). Die Division von Gl. (4.25) mit  $P_{MC}$  ergibt für die Pumpenkonstante  $k_p$ :

$$k_p = 1 - \frac{P_{Hi} + P_{Heiz}}{P_{MC}} \quad (4.43)$$

Die vom Antriebssystem abzugebende Traktionsleistung wird entlang der Propellerkurve durch Einstellung der Motordrehzahl  $n_M$  geregelt (Drehzahlregelung). Den zum eingestellten Betriebspunkt gehörenden spezifischen Kraftstoffverbrauch erhält man aus dem Motorkennlinienfeld (Bild 4.25) bzw. aus der zur Propellerkurve gehörenden Verbrauchskenmlinie (Bild 4.26).

Beim Fahrstufenwechsel sind dynamische Vorgänge zu beachten, die den spezifischen Verbrauch kurzzeitig beeinflussen. Bei Drehzahlerhöhung arbeitet der Motor infolge der Massenträgheit der rotierenden Bauteile bis zum Erreichen der Solldrehzahl an der Kennlinie  $M_M(n_M)$ .

### Ausgangsseite der Leistungsübertragung für den Wandler

Die Ausgangsseite wird rechnerisch von der Turbinenwelle auf den Laufkreis der Treibräder verlegt. Die auf der Ausgangsseite vorhandene Treibachsleistung  $P_T(v)$  ist mit Gl. (4.26) aus der auf der Eingangsseite vorhandenen konstanten Getriebeeingangsleistung  $P_G$  zu berechnen.

Aus den physikalischen Grundlagen des Wandlers erhält man die Zugkraftkennlinie  $F_T(v)$  als Gerade und die Leistungskennlinie  $P_T(v)$  als gleichseitige Parabel (Bild 4.31).

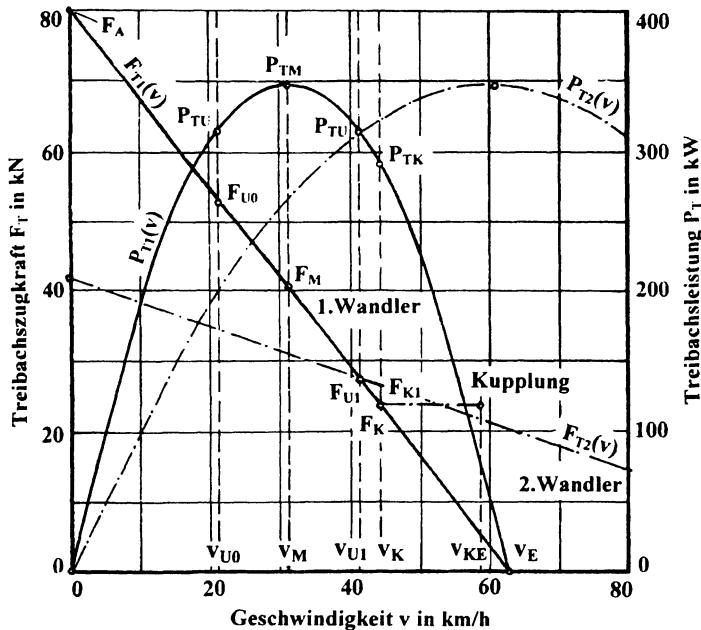


Bild 4.31

Zugkraft- und Leistungs-kennlinien des Trieb-wagens BR 628.2 im Anfangsbereich bei hy-drodynamischer Leis-tungsübertragung

Zugkraftgerade und Leistungsparabel:

$$F_T = F_A \left(1 - \frac{v}{v_E}\right) \quad \text{und} \quad P_T = F_A v \left(1 - \frac{v}{v_E}\right) \quad (4.44)$$

Von den unbekannten Variablen Anfangszugkraft  $F_A$  bei  $v = 0$  und Endgeschwindigkeit  $v_E$  bei  $F_T = 0$  ist 1 Variable vorzugeben (Bild 4.31). Im Regelfall ist  $F_A$  vorzugeben, wobei im 1. Wandler  $F_A$  etwa der Kraftschlusszugkraft, berechnet mit  $\mu_T = 0,40$ , entsprechen soll.

Die maßgeblichen Betriebspunkte der Wandlernennlinie sind Maximumpunkt M, Kupplungspunkt K und Umschaltpunkt U. Bild 4.31 zeigt die Lage der Betriebspunkte M, K und U.

### Maximumpunkt M

Zugkraft  $F_M$ , Leistung  $P_{TM}$  und Geschwindigkeit  $v_M$  des Maximumpunktes M erhält man durch Differenzieren und Nullsetzen von Gl. (4.44) ( $dP_T/dv_E = 0$ ) und Einsetzen von Gl. (4.26):

$$P_{TM} = \eta_{0WM} P_G \quad (4.45)$$

$$F_M = \frac{F_A}{2}, \quad v_M = \frac{v_E}{2} \quad \text{und} \quad P_{TM} = \frac{F_A v_E}{4}$$

Der Wirkungsgrad für Übertragung und Wandlung beträgt im Maximum der Leistungsparabel  $\eta_{0WM} = 0,82$  bis  $0,87$ , im Mittel  $0,85$ .

### Kupplungspunkt K

Im Kupplungspunkt K sind Turbinen- und Pumpendrehmoment gleich ( $M_{TuK} = M_{Pu}$ ). Die Berechnung erfolgt mittels Wandlungsfaktors  $W$  und Leistungsfaktors  $\alpha_K$ .

Der **Wandlungsfaktor W** ist das Verhältnis von Anfangsdrehmoment der Turbine  $M_{TuA}$  zu konstantem Pumpendrehmoment  $M_{Pu}$  ( $W = M_{TuA}/M_{Pu}$ ) bzw. von Anfangszugkraft  $F_A$  zu Kupplungspunktzugkraft  $F_K$ . Der **Leistungsfaktor im Kupplungspunkt  $\alpha_K$**  ist das Verhältnis der Treibachsleistung im Kupplungspunkt  $P_{TK}$  zu maximaler Treibachsleistung  $P_{TM}$ .

Aus Gl. (4.44) und (4.45) erhält man für die Variablen des Kupplungspunktes:

$$W = 4 \eta_{0WM}, \quad \alpha_K = \frac{4}{W} \left(1 - \frac{1}{W}\right) \quad \text{und} \quad W = \frac{2}{\alpha_K} \left(1 + \sqrt{1 - \alpha_K}\right) \quad (4.46)$$

$$F_K = \frac{F_A}{W}, \quad v_K = v_E \left(1 - \frac{1}{W}\right) \quad \text{und} \quad P_{TK} = \alpha_K P_{TM}$$

### Umschaltpunkt U

Mit einem einzigen Wandler ist nur ein Geschwindigkeitsabschnitt erfassbar. Der Wandler ist nur in einem begrenzten Bereich links und rechts vom Maximum wirtschaftlich zu betreiben. Der gesamte Geschwindigkeitsbereich muss mit mehreren hintereinander geschalteten Wandlern bedient werden. Der erfassbare Abschnitt endet mit Erreichen von  $\alpha_K$ . Der wirtschaftliche Bereich wird durch den **Leistungsfaktor des Umschaltpunktes  $\alpha_U$**  begrenzt (Umschalten auf benachbarten Wandler). Es gilt  $\alpha_U \geq \alpha_K$ . Für  $\alpha_U$  wird im Regelfall  $\alpha_U = 0,90$  bis  $0,95$  gewählt.

Aus Gl. (4.44) und (4.45) erhält man für den Leistungsfaktor im Umschaltpunkt  $\alpha_U$ :

$$\begin{aligned} P_{TU} &= \alpha_U P_{TM} \\ v_{U0} &= v_M \left(1 - \sqrt{1 - \alpha_U}\right) \quad \text{und} \quad v_{UI} = v_M \left(1 + \sqrt{1 - \alpha_U}\right) \\ F_{U0} &= F_M \left(1 + \sqrt{1 - \alpha_U}\right) \quad \text{und} \quad v_{UI} = F_M \left(1 - \sqrt{1 - \alpha_U}\right) \end{aligned} \quad (4.47)$$

### Berechnungsbeispiel 4.7

Für den Dieseltriebwagen BR 628.2 sind bei Annahme der hydrodynamischen Leistungsübertragung die Kennlinien des Anfahrwandlers und die maßgeblichen Betriebspunkte zu berechnen. Die Getriebeeingangsleistung beträgt  $P_G = P_{MC} = 410 \text{ kW}$  (Vernachlässigung der Hilfsleistung). Für die Anfangszugkraft wird  $F_A = 80 \text{ kN}$  (für  $\mu_T = 0,40$ ), für den maximalen Wirkungsgrad für Übertragung und Wandlung  $\eta_{0WM} = 0,85$  und für den Leistungsfaktor des Umschaltpunktes  $\alpha_U = 0,90$  gewählt.

Lösungsweg und Lösung:

Maximum- und Endpunkt, Gl. (4.45)

$$P_{TM} = \eta_{0WM} P_G = 0,85 \cdot 410 = 348,5 \text{ kW} \quad \text{und} \quad F_{TM} = 0,5 F_A = 0,5 \cdot 80 = 40 \text{ kN}$$

$$v_M = P_{TM}/F_{TM} = 348,5/40 = 8,713 \text{ m/s (31,4 km/h)} \quad \text{und} \quad v_E = 2 v_M = 2 \cdot 8,713 = 17,426 \text{ m/s (62,8 km/h)}$$

Kupplungs- und Umschaltpunkt, Gl. (4.46) und (4.47)

$$W = 4 \eta_{0WM} = 4 \cdot 0,85 = 3,40 \quad \text{und} \quad \alpha_K = 4/W \cdot (1 - 1/W) = 4/3,40 \cdot (1 - 1/3,40) = 0,830$$

$$F_K = F_A/W = 80/3,40 = 23,53 \text{ kN} \quad \text{und} \quad v_K = v_E (1 - 1/W) = 17,426 \cdot (1 - 1/3,40) = 12,30 \text{ m/s (44,28 km/h)}$$

$$v_{U0} = v_M [1 - (1 - \alpha_U)^{0,5}] = 8,713 \cdot [1 - (1 - 0,90)^{0,5}] = 5,958 \text{ m/s bzw. } 21,45 \text{ km/h}$$

$$v_{UI} = v_M [1 + (1 - \alpha_U)^{0,5}] = 8,713 \cdot [1 + (1 - 0,90)^{0,5}] = 11,468 \text{ m/s bzw. } 41,28 \text{ km/h}$$

$$F_{U0} = F_A (1 - v_{U0}/v_E) = 80 \cdot (1 - 5,958/17,426) = 52,648 \text{ kN}$$

$$F_{UI} = F_A (1 - v_{UI}/v_E) = 80 \cdot (1 - 11,468/17,426) = 27,352 \text{ kN}$$

Die Kennlinien  $F_T(v)$ ,  $P_T(v)$  werden punktweise mit Gl. (4.44) berechnet. Bild 4.31 zeigt das Ergebnis.

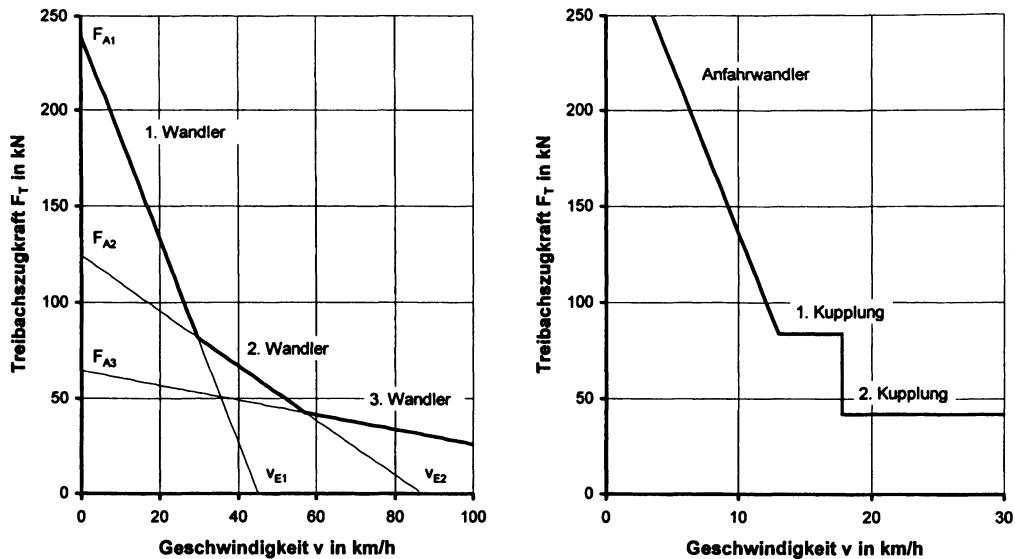


Bild 4.32

Zugkraftdiagramm der Diesellokomotive BR 202 mit 3-Wandler-Getriebe und der Diesellokomotive BR 346 mit Wandler-Kupplungs-Kupplungs-Getriebe im Rangiergang

### Zugkraftkennlinie für 3-Wandler-Getriebe

Die Regelausrüstung von dieselhydraulischen Lokomotiven ist das 3-Wandler-Getriebe. Die Abgrenzung der einzelnen Wandlerbereiche erfolgt mit Hilfe der Getriebekonstanten  $c$ . Die **Getriebekonstante  $c$**  ist das Verhältnis zweier gleicher Variablen benachbarter Wandler. Aus Gl. (4.44) bis (4.47) erhält man bei Benutzung des Leistungsfaktor im Umschaltpunkt  $\alpha_U$ :

$$\alpha_U = \frac{4c}{(1+c)^2} \quad \text{und} \quad c = \frac{1}{\alpha_U} [2(1 - \sqrt{1 - \alpha_U}) - \alpha_U] \quad (4.48)$$

Zwischen gleichen Variablen benachbarter Wandler besteht folgende Abhängigkeit:

$$F_{Tz} = c^{z-1} F_{T1} \quad \text{und} \quad v_1 = c^{z-1} v_E \quad (4.49)$$

$$v_{Uz} = \frac{v_E z}{1+c}, \quad F_{Uz} = F_{Az} \left(1 - \frac{1}{1+c}\right) \quad \text{und} \quad P_{TU} = F_{Uz} v_{Uz} = \text{kons tan t}$$

Im Fall des 3-Wandler-Getriebes sind die Ordnungszahlen  $z = 1$  bis  $z = 3$  einzusetzen.

Sind die Konstanten  $F_{A1}$  und  $v_{E1}$  der Gl. (4.44) des 1. Wandlers bekannt, können mit Gl. (4.49) die Konstanten aller Wandler des Getriebes berechnet werden und kann die Zugkraftgleichung (Gl. (4.44)) aller Wandler aufgestellt werden.

Zur Darstellung des Zugkraftdiagramms sind die Konstanten  $F_A$  und  $v_E$  aller Wandler auf Ordinate und Abszisse abzutragen und durch Geraden miteinander zu verbinden (Bild 4.32).

Mit Gl. (4.44) bis (4.49) sind die Konstanten des Zugkraftdiagramms der maximalen Fahrstufe zu berechnen. In Gl. (4.42) ist  $k_p = 1$ ,  $N_M = 1$ ,  $D_G = 1$  und  $L_G = 1$ .

### Berechnungsbeispiel 4.8

Für die Diesellokomotive BR 202 der DB AG mit 3-Wandler-Getriebe ist das Zugkraftdiagramm zu berechnen. Die Motorleistung des Betriebspunktes C beträgt  $P_C = 882 \text{ kW}$ , die maximale Geschwindigkeit  $v_{max} = 100 \text{ km/h}$  und die Lokomotivmasse  $m_L = 64 \text{ t}$ . Für den maximalen Wirkungsgrad für Übertragung und Wandlung ist  $\eta_{0WM} = 0,85$  und für den Leistungsfaktor im Umschaltpunkt  $\alpha_U = 0,90$  zu wählen.

**Lösungsweg und Lösung:**

Endgeschwindigkeit des 3. Wandlers (Umschaltgeschwindigkeit)

$$v_{U3} = v_H = v_{max} + 10 \text{ km/h} = 100 + 10 = 110 \text{ km/h bzw. } 30,556 \text{ m/s}$$

Getriebeeingangsleistung bei Vernachlässigung der Hilfsleistung Gl. (4.25):  $P_G = P_C = 882 \text{ kW}$

Maximale Treibachsleistung, Gl. (4.25):  $P_{TM} = \eta_{0WM} P_G = 0,85 \cdot 882 = 749,7 \text{ kW}$

Leistung und Zugkraft im Umschaltpunkt, Gl. (4.47) und (4.49)

$$P_{TU} = \alpha_U P_{TM} = 0,90 \cdot 749,7 = 674,7 \text{ kW und } F_{U3} = P_{TU}/v_{U3} = 674,7/30,556 = 22,08 \text{ kN}$$

$$\text{Getriebekonstante } c, \text{ Gl.(4.48): } c = 1/0,90 \cdot [2 \cdot (1 - (1 - 0,90)^{0,5}) - 0,90] = 0,5195$$

Endgeschwindigkeit und Anfangszugkraft des 3. Wandlers, Gl. (4.49)

$$v_{E3} = (1 + c) v_{U3} = (1 + 0,5195) \cdot 30,556 = 46,430 \text{ m/s bzw. } 167,1 \text{ km/h}$$

$$F_{A3} = F_{U3}/[1 - 1/(1 + c)] = 22,08/[1 - 1/(1 + 0,5195)] = 64,6 \text{ kN}$$

Anfangszugkraft und Endgeschwindigkeit von Wandler 1 und 2, Gl. (4.49)

$$F_{A2} = F_{A3}/c = 64,6/0,5195 = 124,3 \text{ kN und } F_{A1} = F_{A2}/c^2 = 64,6/0,5195^2 = 239,4 \text{ kN}$$

$$v_{E2} = c v_{E3} = 0,5195 \cdot 46,430 = 24,120 \text{ m/s bzw. } 86,8 \text{ km/h}$$

$$v_{E1} = c^2 v_{E3} = 0,5195^2 \cdot 46,430 = 12,531 \text{ m/s bzw. } 45,1 \text{ km/h}$$

Umschaltpunkte, Gl. (4.49)

$$v_{U1} = v_{E1}/(1 + c) = 12,531/(1 + 0,5195) = 8,247 \text{ m/s bzw. } 29,7 \text{ km/h}$$

$$F_{U1} = F_{A1} [1 - 1/(1 + c)] = 239,4 \cdot [1 - 1/(1 + 0,5195)] = 81,85 \text{ kN}$$

$$v_{U2} = v_{E2}/(1 + c) = 24,120/(1 + 0,5195) = 15,874 \text{ m/s } 57,2 \text{ km/h}$$

$$F_{U2} = F_{A2} [1 - 1/(1 + c)] = 124,3 \cdot [1 - 1/(1 + 0,5195)] = 42,50 \text{ kN}$$

Bild 4.32 enthält das Zugkraftdiagramm. Die  $F_A$ -Werte sind auf der Ordinaten und der  $v_E$ -Werte auf der Abszisse abzutragen und durch eine Gerade zu verbinden. Stützstellen sind mit Gl. (4.44) zu berechnen.

### Fahrstufen-Zugkraft

Die Zugkraft  $F_{Tx}$  zur Geschwindigkeit  $v_x$  der Fahrstufe  $z_{St}$  mit der Motordrehzahl  $n_{MS_t}$  ist mit Gl. (4.44) zu berechnen. In Gl. (4.44) sind die Fahrstufen-Konstanten  $F_{AzSt}$  und  $v_{EZSt}$  der Fahrstufe  $z_{St}$  einzusetzen, die aus den Konstanten der maximalen Fahrstufe  $F_{Az}$  und  $v_{EZ}$  und der normierten Getriebeeingangsleistung  $N_{GS_t}$  der Fahrstufe  $z_{St}$  (Gl. (4.42)) hervorgehen:

$$F_{AzSt} = \sqrt{L_{GS_t}} F_{Az} \quad \text{und} \quad v_{EZSt} = \sqrt{L_{GS_t}} v_{EZ} \quad (4.50)$$

$$F_{UzSt} = \sqrt{L_{GS_t}} F_{Uz} \quad \text{und} \quad v_{UzSt} = \sqrt{L_{GS_t}} v_{Uz}$$

Die zu einem gegebenen Betriebspunkt des Teillastbereichs  $P_x$  ( $F_{Tx}, v_x$ ) gehörende normierte Getriebeeingangsleistung  $L_{GS_t}$  erhält man mittels folgendem Lösungsansatz (Gl. (4.44)):

$$F_{Tx} = \sqrt{L_{GS_t}} F_{Az} \left( 1 - \frac{v_x}{\sqrt{L_{GS_t}} v_{EZ}} \right)$$

Die Auflösung nach  $L_{GST}$  und die Umstellung von Gl. (4.42) ergibt:

$$L_{GST} = \left( \frac{F_{Tx}}{F_{Az}} + \frac{v_x}{v_{Ez}} \right)^2 \quad \text{und} \quad N_{MSI} = \sqrt[3]{L_{GST}} \quad (4.51)$$

$$n_{MSI} = N_{MSI} n_{MC}, \quad M_{GST} = N_{MSI}^2 M_{MC} \quad \text{und} \quad P_{GST} = L_{GST} P_{MC}$$

In Gl. (4.51) sind  $F_{Az}$  und  $v_{Ez}$  der maximalen Fahrstufe desjenigen Wandlers z einzusetzen, bei dem  $L_{GST}$  minimal und  $L_{GST} \leq 1$  ist.

Kontrolle: Die Geschwindigkeit  $v_x$  muss innerhalb der  $v_{USI}$ -Werte des Wandlers z liegen.

#### Berechnungsbeispiel 4.9

Die Diesellokomotive BR 202 zieht einen Zug mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_x = 50 \text{ km/h}$  ( $13,889 \text{ m/s}$ ). Sie entwickelt dabei die Zugkraft  $F_{Tx} = 30 \text{ kN}$ . Die eingestellte Fahrstufen-Drehzahl des Motors  $n_{MSI}$  ist zu berechnen. Die Motordrehzahl der maximalen Fahrstufe beträgt  $n_{MC} = 1500 \text{ U/min}$ .

Lösungsweg und Lösung mit den Daten des Beispiels 4.8

Normierte Getriebeeingangsleistung, Gl. (4.51)

$$3. \text{ Wandler: } L_{GST} = (F_{Tx}/F_{Az} + v_x/v_{Ez})^2 = (30/64,6 + 13,889/46,430)^2 = 0,5830$$

Wandler 1 ( $L_{GST} = 1,5220$ ) und Wandler 2 ( $L_{GST} = 0,6678$ ) entfallen, da  $L_{GST}$  größer ist.

Variable des Fahrstufen-Betriebspunkts, Gl. (4.34) und (4.51)

$$\omega_{MC} = \pi n_{MC}/30 = \pi 1500/30 = 157,08 \text{ rad/s und } M_{GC} = P_{GC}/\omega_{MC} = 882/157,08 = 5,615 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$N_{MSI} = L_{GST}^{1/3} = 0,5830^{1/3} = 0,8354 \text{ und } n_{MSI} = N_{MSI} n_{MC} = 0,8354 \cdot 1500 = 1253 \text{ U/min}$$

$$M_{GST} = N_{MSI}^2 M_{GC} = 0,8354^2 \cdot 5,615 = 3,919 \text{ kN m und } P_{GST} = L_{GST} P_{GC} = 0,5830 \cdot 882 = 514,2 \text{ kW}$$

#### Zugkraftkennlinie für Wandler-Kupplungs-Kupplungs-Getriebe

Die Anfahrt erfolgt mit dem Wandler. Im Kupplungspunkt K wird auf Kupplungsbetrieb umgeschaltet ( $M_{Tu} = M_{Pu}$ ). Das Leitrad wird zum freien Mitlauf freigegeben. Die Zugkraft der 1. Kupplung, die bis zur Endgeschwindigkeit  $v_{EK1}$  konstant ist, ist die in K des Wandlers vorliegende Zugkraft:  $F_{K1} = F_k$  ( $23,53 \text{ kN}$  in Beispiel 4.7). Die Endgeschwindigkeit der 1. Kupplung  $v_{EK1}$  erhält man aus der des Wandlers  $v_{EW}$  mit dem Kupplungsschlupfes  $\sigma_K = 0,03$ :

$$v_{EK1} = (1 - \sigma_K) v_{EW} \quad (4.52)$$

Zu Beispiel 4.7 erhält man mit Gl. (4.52):  $v_{EK1} = (1 - 0,03) \cdot 62,8 = 61,0 \text{ km/h}$ .

Der Bereich der zweiten, nachgeordneten Kupplung reicht von  $v_{EK1}$  bis  $v_{EK2} = v_H$ . Beim Umschalten kommt es infolge der Änderung der mechanischen Übersetzung zur Drehzahlrückung. Das Antriebssystem arbeitet nach den Regeln des mechanischen Wechselgetriebes. Die Getriebekonstante  $c = v_{EK1}/v_{EK2}$  soll im Bereich  $c = 0,65$  bis  $0,70$  liegen.

Im Beispiel 4.7 erhält man mit diesen Bedingungen die Höchstgeschwindigkeit  $90 \text{ km/h}$ . Da beim Triebwagen BR 628.2 aber  $120 \text{ km/h}$  erreicht werden sollen, muss die Anfangszugkraft auf  $75\%$  bzw.  $60 \text{ kN}$  ( $90/120 = 0,75$ ) herabgesetzt werden.

Die Zugkraft der 2. Kupplung ist mit Gl. (4.25) und (4.26) für die maximale Motorleistung  $P_c$  zu berechnen. Der Wirkungsgrad für Übertragung und Wandlung beträgt  $\eta_{UW} = 0,93$ .

Bild 4.32 zeigt das Zugkraftdiagramm des Rangierganges der Lokomotive BR 346 der DB AG mit Wandler-Kupplungs-Kupplungs-Getriebe.

### 4.2.5 Elektrische Leistungsübertragung

#### Wirkprinzip

Bild 4.33 zeigt das Schema der elektrischen Leistungsübertragung der Diesellokomotiven. Im Verlauf der technischen Entwicklung wurden folgende Varianten benutzt:

- Gleichstrom-Nebenschlussgenerator und Gleichstrom-Reihenschlussfahrmotoren
- Drehstrom-Synchrongenerator, Gleichrichter und Gleichstrom-Reihenschlussfahrmotoren
- Drehstrom-Synchrongenerator, Gleichrichter, Gleichstromzwischenkreis, Wechselrichter und Drehstrom-Asynchronfahrmotoren (Drehstromantriebstechnik)

Aufgabe der Regeleinrichtung ist, am Dieselmotor entsprechend den Anforderungen der Traktion eine Fahrstufe mit konstanter Leistungseinspeisung einzustellen und die abgegebene konstante Leistung in die Zugkrafthyperbel  $F_T = f(v)$  zu überführen.

Die Drehstromantriebstechnik und die damit verbundene Entkoppelung von An- und Abtrieb ermöglichen sogar, im Motorkennlinienfeld zur Fahrstufe den energetisch optimalen Betriebspunkt zu wählen (Bild 4.25). Damit hat die Drehstromantriebstechnik nicht nur in der Höhe des Wirkungsgrads für Übertragung und Wandlung  $\eta_{0W}$  sondern auch im spezifischen Kraftstoffverbrauch des Motors einen Vorteil gegenüber den hydrodynamischen Getrieben, bei denen die Leistungsaufnahme an die Propellerkurve gebunden ist.

#### Zugkraftkennlinie

Für energetische Untersuchungen mittels Zugfahrtsimulation müssen Motorleistung und spezifischer Kraftstoffverbrauch aller Fahrstufen bekannt sein. Dann können die von der aktuellen Betriebslage abhängigen Motor- und Übertragungswirkungsgrade einbezogen werden.

Die Fahrstufen-Zugkraftkennlinie  $F_T(v)$  ist mit Gl. (4.25) und (4.26) zu berechnen. Der Wirkungsgrad für Übertragung und Wandlung  $\eta_{0W}$  geht aus einer statistischen Gleichung hervor.

Konventionelle elektrische Leistungsübertragung:

$$\eta_{0W} = 0,94(1 - e^{-7 \cdot V}) + 0,097 - 0,24V - 0,077[1 + 1,55(1 - V)](1 - L) \quad (4.53)$$

Leistungsübertragung mit Drehstromantriebstechnik

$$\eta_{0W} = 0,921(1 - e^{-12 \cdot V}) + 0,022 - 0,088V - 0,10(1 - L) \quad (4.54)$$

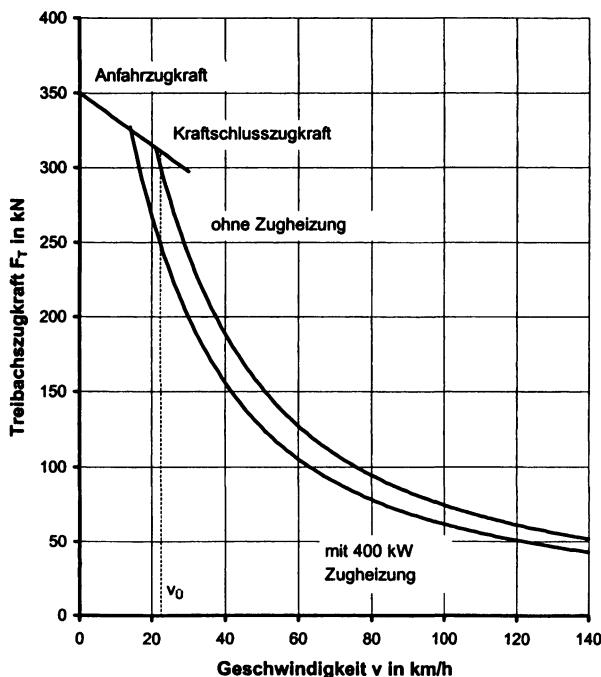
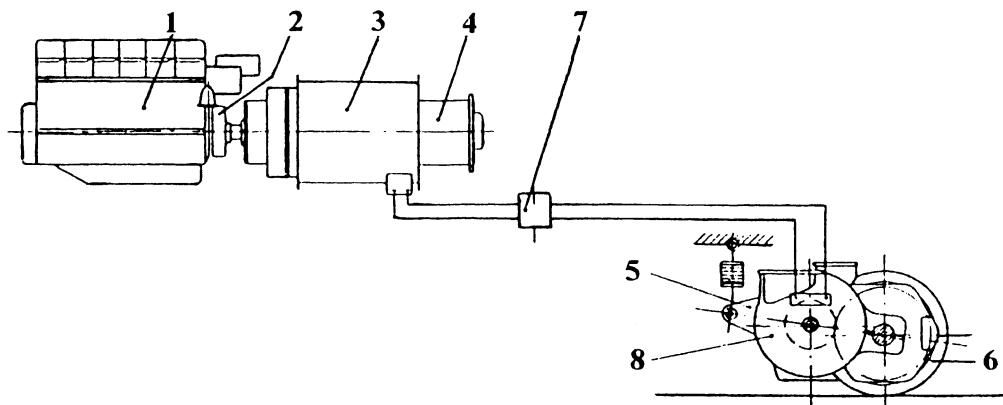
V Normierte Geschwindigkeit,  $V = v/v_{\max}$

L Normierte Getriebeeingangsleistung,  $L = P_G/P_{G\max}$

Bild 4.33 zeigt die Zugkraftkennlinie der Diesellokomotive BR Di 4 (Drehstromantriebstechnik).

#### Dauerbetriebspunkt

Im Anfangsbereich des Zugkraftdiagramms ist sowohl bei elektrischer als auch bei hydrodynamischer Leistungsübertragung eine wesentliche Verschlechterung des Wirkungsgrads  $\eta_{0W}$  zu verzeichnen. Die Verluste müssen von der Kühleinrichtung aufgenommen werden. Im Dauerbetriebspunkt besteht Gleichgewicht zwischen Verlust und Kühlung. Bei Unterschreitung sind die Verluste größer als die Kühlung, so dass die Temperatur ansteigt. Deshalb ist das Fahren mit Geschwindigkeiten kleiner als die Dauergeschwindigkeit nur kurzzeitig möglich.



- 1 Dieselmotor
- 2 Kupplung
- 3 Generator
- 4 Hilfsgenerator
- 5 Drehmomentenstütze
- 6 Treibrad
- 7 Steuer- und Schaltelemente, Gleichstromzwischenkreis
- 8 Fahrmotor

**Bild 4.33**  
Schema der elektrischen Leistungübertragung und Zugkraftdiagramm der Diesellokomotive Di 4 der NSB (elektrische Leistungsübertragung mit Drehstromantriebstechnik)

### Berechnungsbeispiel 4.10

Für die Diesellokomotive BR Di 4 der NSB mit Drehstromantriebstechnik ist das Zugkraftdiagramm zu berechnen. Die Lokomotivmasse beträgt  $m_L = 111$  t, die Höchstgeschwindigkeit  $v_{\max} = 140$  km/h, die Generatoreingangsleistung bei maximaler Motorleistung  $P_G = 2410$  kW und die Leistung für die Zugheizung  $400$  kW.

Lösungsweg und Lösung für Betrieb ohne Zugheizung:

Berechnung von  $\eta_{0W}$  mit Gl. (4.54) und von  $F_T$  mit Gl. (4.25 und (4.26)

$$V = v/140 \text{ und } L = 1, \quad \eta_{0W} = 0,921 \cdot (1 - e^{-12 \cdot V}) + 0,022 - 0,088 \cdot V$$

Lösungsweg und Lösung für Betrieb mit Zugheizung:

$$\text{Heizleistung am Motor } P_{\text{Heiz}} = P^1_{\text{Heiz}} / \eta_{\text{Gen}} = 400 / 0,95 = 421 \text{ kW}$$

Generatoreingangsleistung für Traktion

$$P_{\text{GT}} = P_G - P_{\text{Heiz}} = 2410 - 421 = 1989 \text{ kW}$$

$$L = P_{\text{GT}} / P_G = 1989 / 2410 = 0,8253$$

$$\eta_{0W} = 0,921 \cdot (1 - e^{-12 \cdot V}) + 0,0045 - 0,088 \cdot V$$

Tabelle 4.8 enthält die Berechnung. Bild 4.33 zeigt die berechneten Zugkraftkennlinien.

**Tabelle 4.8**

Wirkungsgrad für Übertragung und Wandlung  $\eta_{0W}$  und Treibachszugkraft  $F_T$  der Lokomotive Di 4 (2. Zeilengruppe ohne und 3. Zeilengruppe mit Zugheizung)

v km/h	20	40	60	80	100	120	140
$\eta_{0W}$	0,7646	0,8880	0,9000	0,8917	0,8800	0,8675	0,8550
$F_T \text{ kN}$	331,7	192,6	130,1	96,7	76,3	62,7	53,0
$\eta_{0W}$	0,7470	0,8705	0,8824	0,8742	0,8625	0,8500	0,8375
$F_T \text{ kN}$	267,4	155,8	105,3	78,3	61,8	50,7	42,8

## 4.3 Zugkraft und Leistungsaufnahme der elektrischen Triebfahrzeuge

### 4.3.1 Gleichstromtriebfahrzeuge

Elektrische Bahnen werden hauptsächlich im Nahverkehr und im Bergbau mit Gleichstrom betrieben. Die Fahrleitungsspannungen liegen zwischen 600 V und 3000 V. Die konventionelle Antriebstechnik beruht auf dem Gleichstrom-Reihenschlussmotor. Beim modernen Antrieb wird die Drehstromantriebstechnik benutzt.

#### Kennlinien des Reihenschlussmotors

Der Reihenschlussmotor hat ein elastisches Betriebsverhalten, das für die Benutzung des Motors zum Antrieb von Zügen Voraussetzung ist. Bei steigender Drehzahl fällt das Drehmoment und umgekehrt. Wird der Motor vom Drehmoment entlastet, steigt die Drehzahl auf einen sehr großen Wert. Von Nachteil für die Traktion ist die aus dem Drehmoment-Drehzahl-Verhalten hervorgehende Schleuderneigung auf schlüpfrigen Schienen.

Ausgangspunkt der fahrdynamischen Berechnungen sind die Motorkennlinien. Bild 4.34 zeigt als Beispiel die Motorkennlinien des Straßenbahntriebwagens T4D.

Die Motorkennlinien umfassen die Drehmoment-Strom-Kennlinie und die Drehzahl-Strom-Kennlinie für das ungeschwächte und für das geschwächte Feld. Zwischen Zugkraft und Drehmoment und zwischen Geschwindigkeit und Drehzahl besteht Proportionalität:

$$F_T = \eta_{AG} i_{AG} z_M \frac{M_M}{r_L} \quad \text{und} \quad v = \frac{\pi r_L}{30 i_{AG}} n_M \quad (4.55)$$

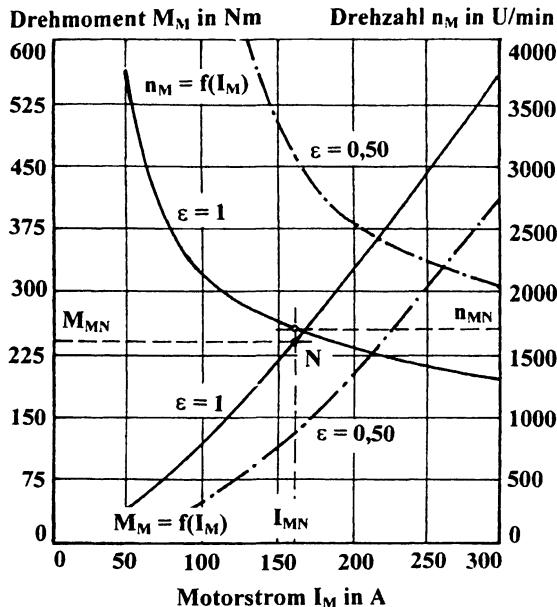


Bild 4.34

Motorkennlinien des Straßenbahnentriebwagens T4D

Nennbetriebspunkt N:

$$\begin{aligned} I_{MN} &= 160 \text{ A}, P_{MN} = 43 \text{ kW}, \\ n_{MN} &= 1700 \text{ U/min}, M_{NM} = 241,5 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Maximum:

$$I_{M\max} = 250 \text{ A}, n_{M\max} = 4000 \text{ U/min}$$

Kleinster Erregergrad:  $\epsilon_{\min} = 0,50$

Leistungsgleichung:

$$P_M = \frac{\pi}{30} M_M n_M \quad (4.56)$$

$$P_T = F_T v \quad \text{und} \quad P_T = \eta_{AG} z_M P_M$$

Symbole und Maßeinheiten zu Gl. (4.55) und (4.56)

$F_T$	Treibachszugkraft in kN
$M_M$	Motordrehmoment in kNm
$v$	Fahrgeschwindigkeit in m/s
$n_M$	Motordrehzahl in 1/min
$r_L$	Laufkreishalbmesser in m

$P_M$	Motorleistung in kW
$P_T$	Treibachsleistung Triebfahrzeug (kW)
$i_{AG}$	Achsgetriebeübersetzung
$z_M$	Anzahl der Fahrmotoren
$\eta_{AG}$	Wirkungsgrad des Achsgetriebes ( $\approx 0,97$ )

### Normierung der Motorkennlinien

Die Normierung erfolgt durch Bezugnahme auf die Variablen des Nennpunkts N (Index N).

Mechanische Variable normierte Zugkraft  $T$ , normierte Geschwindigkeit  $V$  und normierte mechanische Leistung  $L_M$ :

$$T = M_M / M_{MN} = F_T / F_{TN} \quad \text{und} \quad V = n_M / n_{MN} = v / v_N \quad (4.57)$$

$$L_M = P_M / P_{MN} = P_T / P_{TN} \quad \text{und} \quad L_M = T V$$

Elektrische Variable normierter Motorstrom  $i_M$ , normierte induzierte Spannung  $u_i$ , normierte Klemmspannung  $u_K$  und normierte elektrische Leistung  $L_E$

$$i_M = I_M / I_{MN}, u_i = U_i / U_{iN} \quad \text{und} \quad u_K = U_K / U_{KN} \quad (4.58)$$

$$L_E = (I_M U_K) / (I_{MN} U_{KN}) \quad \text{und} \quad L_E = i_M u_K$$

Motorwirkungsgrad  $\eta_{MN}$  bzw. der Wirkungsgrad des Antriebssystems im Nennpunkt  $\eta_{AN}$  bestimmen den Zusammenhang zwischen mechanischen und elektrischen normierten Variablen:

$$\eta_{MN} = \frac{M_{MN} \omega_{MN}}{U_{KN} I_{MN}} \quad \text{und} \quad \eta_{AN} = \frac{F_{TN} v_N}{U_{FN} I_{FN}} \quad \text{mit} \quad \omega_{MN} = \frac{\pi n_{MN}}{30} \quad (4.59)$$

$U_{KN}$	Motorklemmen-Nennspannung in kV	$M_{MN}$	Motor-Nenndrehmoment in kNm
$U_{FN}$	Fahrleitung-Nennspannung in kV	$n_{MN}$	Motor-Nenndrehzahl in U/min
$I_{MN}$	Nennstrom des Motors in A	$F_{TN}$	Treibachs-Nennzugkraft in kN
$I_{FN}$	Fahrzeug-Nennstromaufnahme in A	$v_N$	Nenngeschwindigkeit in m/s

### Gleichungen der Motorkennlinien

Die Kennlinien des ungeschwächten Feldes  $M_M = f(I_M)$  und  $n_M = f(I_M)$  werden in eine Stützstellentabelle überführt:  $P_M (I_M; M_M)$  und  $P_N (I_M; n_M)$ .

Die Stützstellentabelle wird entsprechend Gl. (4.57) normiert:  $P_T (i_M; T)$  und  $P_V (i_M; V)$ .

Mit den  $P_T$ - und  $P_V$ -Stützstellen werden unter Benutzung von Gl. (4.57) ( $L_M = T V$ )  $P_L$ -Stützstellen berechnet:  $P_L (i_M; L_M)$ .

Mit den  $P_T$ - und  $P_L$ -Stützstellen werden die Konstanten der Regressionsgleichung 2. Grads bestimmt (normierte induzierte Nennspannung  $u_i = 1$  setzen):

$$\begin{aligned} T &= T_0 + T_1 i_M + T_2 i_M^2 \\ L_M &= u_i (L_0 + L_1 i_M + L_2 i_M^2) \end{aligned} \quad (4.60)$$

Die Gl. (4.60) erfüllt die Bedingung, dass bei  $i_M = 1$  auch  $T = 1$  und  $L = 1$  ist, meistens nicht. Bei Abweichung ist die Anpassung vorzunehmen. Für den Betriebspunkt des minimalen Stromes  $P_A (i_{MA}; T_A; L_{MA})$  und des maximalen Stromes  $P_B (i_{MB}; T_B; L_{MB})$  sowie für den Nennbetriebspunkt  $P_N (i_{MN} = 1; T_N = 1; L_{MN} = 1)$ , berechnet mit den Regressionsgleichungen, werden die Konstanten mit dem Einsetzverfahren erneut bestimmt:

$$T_2 = \frac{(1 - T_A)(1 - i_{MB}) - (1 - T_B)(1 - i_{MA})}{(i_{MA} - i_{MB})(1 - i_{MA})(1 - i_{MB})} \quad (4.61)$$

$$T_1 = \frac{1 - T_A}{1 - i_{MA}} - T_2 (1 + i_{MA}) \quad \text{und} \quad T_0 = 1 - T_1 - T_2$$

$$L_2 = \frac{(1 - L_{MA})(1 - i_{MB}) - (1 - L_{MB})(1 - i_{MA})}{(i_{MA} - i_{MB})(1 - i_{MA})(1 - i_{MB})} \quad (4.62)$$

$$L_1 = \frac{1 - L_{MA}}{1 - i_{MA}} - L_2 (1 + i_{MA}) \quad \text{und} \quad L_0 = 1 - L_1 - L_2$$

Die Motorkennlinien des Straßenbahnentriebwagens T4D wurden entsprechend ausgewertet.

Regressionsrechnung:	$I_{MA} = 75 \text{ A}$ und $I_{MB} = 230 \text{ A}$ :
$T_0 = -0,1729$ , $T_1 = 1,0022$ und $T_2 = 0,1701$	$T_0 = -0,1746$ , $T_1 = 1,0070$ und $T_2 = 0,1676$
$L_0 = -0,0218$ , $L_1 = 1,1695$ und $L_2 = -0,1282$	$L_0 = 0,03473$ , $L_1 = 1,00964$ und $L_2 = -0,04437$

Eine weitere Bedingung ist, dass die mechanische Leistung der Punkte A und B kleiner als die elektrische ist. Andernfalls sind die Motorkennlinien fehlerhaft.

### Berechnungen für das ungeschwächte Feld

Die jeweils unbekannten Variablen sind mit Gl. (4.59), (4.57) und (4.58) zu berechnen.

*Der normierte Motorstrom  $i_{Mx}$  ist gegeben:*

Das Einsetzen von  $i_{Mx}$  in Gl. (4.59) ergibt  $T_x$  und  $L_{Mx}$ . Das Einsetzen von  $T_x$  und  $L_{Mx}$  in Gl. (4.57) liefert  $V_x$  ( $V_x = L_{Mx}/T_x$ ).

*Die normierte Zugkraft  $T_x$  ist gegeben:*

Die Gleichung  $T = f(i_M)$  wird nach  $i_M$  aufgelöst.

$$i_{Mx} = \sqrt{D_1^2 + D_2} - D_1 \quad (4.63)$$

$$D_1 = \frac{T_1}{2T_2} \text{ und } D_2 = \frac{T_x - T_0}{T_2}$$

Das Einsetzen von  $i_{Mx}$  in Gl. (4.60) ergibt  $L_{Mx}$  und von  $T_x$  und  $L_{Mx}$  in Gl. (4.57)  $V_x$ .

*Die normierte Leistung  $L_x$  ist gegeben:*

Die Gleichung  $L_M = f(i_M)$  wird nach  $i_M$  aufgelöst.

$$i_{Mx} = D_1 \pm \sqrt{D_1^2 + D_2} \quad (4.64)$$

$$D_1 = -\frac{L_1}{2L_2} \text{ und } D_2 = -\frac{L_0 - L_{Mx}}{L_2}$$

Das Einsetzen von  $i_{Mx}$  in Gl. (4.60) ergibt  $T_x$  und von  $L_{Mx}$  und  $T_x$  in Gl. (4.57)  $V_x$ .

*Die normierte Geschwindigkeit  $V_x$  ist gegeben:*

In die Gleichung  $L_M = T V$  wird Gl. (4.60) für  $T$  und  $L_M$  eingesetzt nach  $i_M$  aufgelöst.

$$i_{Mx} = D_1 + \sqrt{D_1^2 + D_2} \quad (4.65)$$

$$D_1 = \frac{V_x T_1 - u_i L_1}{2(u_i L_2 - V_x T_2)} \text{ und } D_2 = \frac{V_x T_0 - u_i L_0}{u_i L_2 - V_x T_2}$$

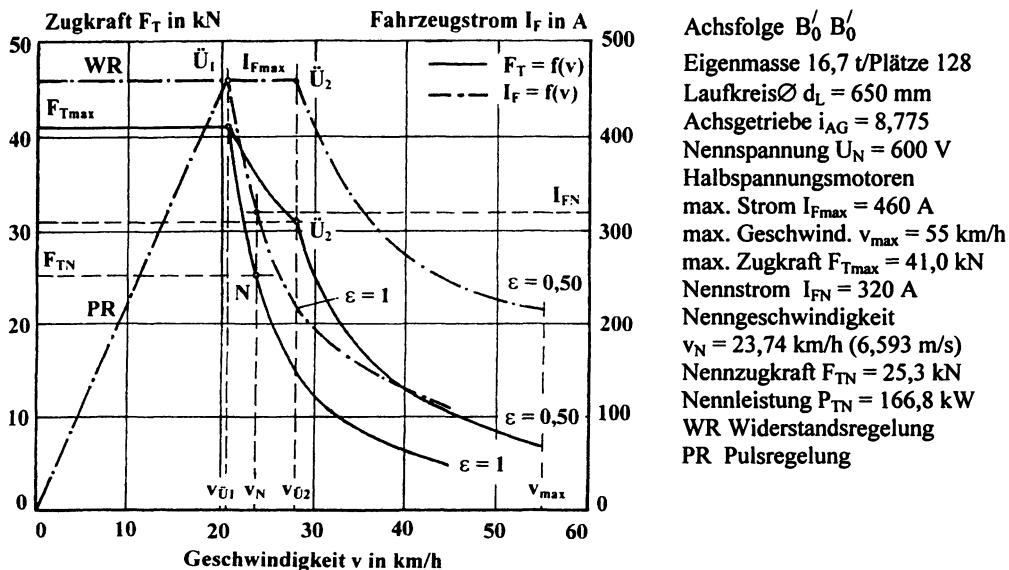
*Die Variablen  $T_x$  und  $V_x$  sind gegeben, die normierte Klemmenspannung  $u_K$  ist gesucht:*

Mit  $T_x$  und  $V_x$  wird durch Einsetzen in Gl. (4.57)  $L_{Mx}$  berechnet ( $L_{Mx} = T_x V_x$ ). Das Einsetzen von  $T_x$  in Gl. (4.63) ergibt  $i_{Mx}$ . Die Umstellung von Gl. (4.60) ergibt die normierte induzierte Spannung  $u_i$ . Die Variable  $u_i$  ist mit dem normierten Motorwiderstand  $r_M$  in die normierte Klemmenspannung  $u_K$  umzurechnen:

$$u_i = \frac{L_{Mx}}{L_0 + L_1 i_{Mx} + L_2 i_{Mx}^2} \quad (4.66)$$

$$u_i = k_{Korr} (u_K - r_M) \text{ und } u_K = \frac{u_i}{k_{Korr}} + r_M \text{ mit } k_{Korr} = 1 + \frac{r_M}{1 - r_M}$$

Der normierte Motorwiderstand beträgt im Regelfall  $r_M = 0,05$ . Im Nennpunkt ist  $u_i = u_K$ .

**Bild 4.35**

Zugkraft- und Stromaufnahmediagramm des Straßenbahntriebwagens T4D von Tatra Prag

### Berechnungen für das geschwächte Feld

Der Regelbereich wird durch Feldschwächung (Reduzierung des Erregergrads) bis auf den Minimalwert  $\epsilon_{\min}$  erweitert. Dadurch verringert sich bei gleichem Motorstrom die Zugkraft und vergrößert sich die Geschwindigkeit.

Soll zur gegebenen Drehzahl  $n_{Mx}$  Drehmoment und Strom bzw. zur Geschwindigkeit  $v_x$  Zugkraft und Strom bei Feldschwächung ermittelt werden, ist zuerst zu  $V_x$  mit Gl. (4.65)  $i_{Mx}$  und mit Gl. (4.60)  $T_x$  des ungeschwächten Feldes zu berechnen ( $u_i = 1$ ). Anschließend sind die zu  $V_x$  gehörenden Variablen des geschwächten Feldes zu bestimmen:

$$\begin{aligned} M_{Me} &= \frac{M_M}{\epsilon} \quad \text{und} \quad I_{Me} = \frac{M_{Me} \omega_M}{\eta_{MN} U_K} \quad \text{mit} \quad \omega_M = \frac{\pi}{30} V_x n_{MN} \\ F_{Te} &= \frac{F_T}{\epsilon} \quad \text{und} \quad I_{Fe} = \frac{F_{Te} V_x}{\eta_{AN} U_{FN}} \quad \text{mit} \quad V_x = V_x V_N \end{aligned} \quad (4.67)$$

### Nennbetriebspunkt

Betriebspunkte (Nennpunkte) der Normierung sind Stunden- oder Dauerbetriebspunkt. Im Nahverkehr wird im Regelfall der Stundenbetriebspunkt benutzt. Bei Stundenbetrieb wird die Erwärmungsgrenze nach 1 Stunde, bei Dauerbetrieb nach unendlich langer Zeit erreicht.

### Zugkraft- und Stromaufnahmediagramm

Das Zugkraft- und Stromaufnahmediagramm ist entweder durch Umrechnung der Motorkennlinien (Bild 4.34) für Motorströme  $I_{Mx}$  oder durch Berechnung mit Gl.(4.56), (4.65), (4.60) ( $T_x$ ) und (4.67) für Geschwindigkeiten  $v_x$  zu ermitteln. Bild 4.35 zeigt das Diagramm des T4D.

Zur Berechnung der **Übergangsgeschwindigkeit**  $v_{U1}$  (Ende des Spannungs-Aufregelns) ist der maximale normierte Strom  $i_{M\max}$  in Gl. (4.60) bei  $u_i = 1$  einzusetzen. Man erhält  $T_{U1}$  und  $L_{M\max}$ . Gl. (4.57) liefert  $V_{U1}$ . Zur Berechnung der **Übergangsgeschwindigkeit**  $v_{U2}$  (Ende des Feld-Aufregelns) ist der normierte Strom  $i_{M\max}$  zu der mit Gl. (4.67) berechneten Kennlinie des geschwächten Feldes durch Variation zu bestimmen. Bild 4.35 zeigt die Schnittstellen.

### Fahrzeugsteuerung

Am Gleichstromtriebfahrzeug sind 2 Betriebsbereiche zu unterscheiden: Der Bereich mit und der Bereich ohne Zugkraft-Geschwindigkeits-Regelung. Beide Bereiche sind durch die Übergangsgeschwindigkeit  $v_U$  getrennt (Bild 4.35).

Die Geschwindigkeit muss bis zur Übergangsgeschwindigkeit  $v_{U1}$  entweder mittels Widerständen im Stromkreis oder durch Pulsen der Spannung mittels Thyristoren geregelt werden. Die Zugkraft ist beim Regeln konstant. Bei der Widerstandsregelung (WR) ist die Stromaufnahme konstant. Bei der Pulsregelung (PR) ist die Stromaufnahme der Geschwindigkeit proportional. Die Stromwärmeverluste der Widerstandsregelung entfallen bei der Pulsregelung.

Zwischen  $v_{U1}$  und  $v_{U2}$  wird das Motorfeld so geregelt, dass die Stromaufnahme konstant ist. Bei  $v_{U2}$  ist das Regeln abgeschlossen.

Die Pulsregelung ermöglicht durch Anpassung der Motor-Klemmenspannung  $U_K$  auch das Einstellen von Zugkraft- und Geschwindigkeitswerten unterhalb der Kennlinien des Maximalbetriebs. Für die Zugkraft- und Geschwindigkeitsberechnung ist  $u_K$  entsprechend zu ändern.

### Leistungsaufnahme

Vom Zug wird am Systemeingang (Stromabnehmer) Leistung für die Traktion ( $P_{ET}$ ), für die Hilfseinrichtungen ( $P_{Hi}$ ) und für die Heizung ( $P_{Heiz}$ ) aufgenommen:

$$P_E = P_{ET} + P_{Hi} + P_{Heiz} \quad \text{mit} \quad P_{ET} = I_F U_F \quad (4.68)$$

$$\text{Pulsregelbereich} \quad P_{ET} = \frac{z_M I_M U_K}{\eta_{Th}}$$

Wirkungsgrad des Antriebssystems  $\eta_A$ :

$$\eta_A = \frac{P_T}{P_{ET}} \quad (4.69)$$

$U_F$  Fahrleitungsspannung

$I_F$  Stromaufnahme des Fahrzeugs für Traktion

$U_K$  aktuelle Klemmenspannung des Motors

$I_M$  Motorstrom

$P_T$  Treibachsleistung, Gl. (4.56)

$P_{ET}$  Traktions-Systemeingangsleistung

$z_M$  Anzahl der Fahrmotoren

$\eta_{Th}$  Thyristorwirkungsgrad ( $\eta_{Th} = 0,98$ )

### Berechnungsbeispiel 4.11

Für den Straßenbahnentriebwagen T4D ist zu berechnen:

- Welche Zugkraft  $F_{Tx}$  und Fahrzeug-Stromaufnahme  $I_{Fx}$  in der Fahrstufe  $\epsilon_{min} = 0,50$  bei der Geschwindigkeit  $v_x = 40 \text{ km/h}$  (11,111 m/s) vorliegen ( $u_i = u_K = 1$ ).
- Welche Klemmenspannung an den Motoren für das Fahren im Betriebspunkt  $v_x = 30 \text{ km/h}$  (8,334 m/s) und  $F_{Tx} = 8,0 \text{ kN}$  eingestellt werden muss.

Gegebene Werte nach Bild 4.35 sowie  $r_M = 0,05$ ,  $U_F = 0,6 \text{ kV}$  ( $U_M = 300 \text{ V}$ )

Lösungsweg und Lösung zu a)

$$\text{Gl. (4.57), (4.63)} V_x = v_x / v_N = 11,111 / 6,593 = 1,6853$$

$$NEN = -1,0 \cdot 0,04437 - 1,6853 \cdot 0,1676 = -0,3268$$

$$D_1 = (1,6853 \cdot 1,0070 - 1,0 \cdot 1,00964) / (-2 \cdot 0,3268) = -1,0518$$

$$D_2 = (-1,6853 \cdot 0,1746 - 1,0 \cdot 0,03473) / -0,3268 = 1,00668$$

$$i_{Mx} = -1,0518 + (1,0518^2 + 1,00668)^{0,5} = 0,4018$$

$$\text{Gl. (4.60)} T_x = -0,1746 + 1,0070 \cdot 0,4018 + 0,1676 \cdot 0,4018^2 = 0,2571$$

$$\text{Gl. (4.59)} \eta_{AN} = 25,3 \cdot 6,593 / (0,6 \cdot 320) = 0,8688$$

$$\text{Gl. (4.67)} F_{Te} = T_x F_{TN} / \epsilon = 0,2571 \cdot 25,3 / 0,50 = 13,009 \text{ kN}$$

$$I_{Fe} = 13,009 \cdot 11,111 / (0,8688 \cdot 0,6) = 277,3 \text{ A}$$

Lösungsweg und Lösung zu b)

$$\text{Gl. (4.57)} T_x = 8,0 / 25,3 = 0,3162, V_x = 8,334 / 6,593 = 1,2641$$

$$L_{Mx} = 0,3162 \cdot 1,2641 = 0,40$$

$$\text{Gl. (4.63)} D_1 = 1,0070 / (2 \cdot 0,1676) = 3,0042$$

$$D_2 = (0,3162 + 0,1746) / 0,1676 = 2,9284$$

$$i_{Mx} = (3,0042^2 + 2,9284)^{0,5} - 3,0042 = 0,4532$$

$$\text{Gl. (4.66)} u_i = 0,40 / (0,03473 + 1,00964 \cdot 0,4532 - 0,04437 \cdot 0,4532^2) = 0,8278$$

$$k_{Korr} = 1 + 0,05 / (1 - 0,05) = 1,0526$$

$$u_K = 0,8278 / 1,0526 + 0,05 = 0,8364$$

$$\text{Gl. (4.58)} U_K = u_K U_{MN} = 0,8364 \cdot 300 = 251 \text{ V}$$

### 4.3.2 Wechselstromtriebfahrzeuge

Die elektrischen Fernbahnen Mitteleuropas werden hauptsächlich mit einphasigem Wechselstrom betrieben. Die Fahrleitungsspannung beträgt 15 kV und die Netzfrequenz 16 2/3 Hz. Im Haupttransformator des Triebfahrzeugs wird die Fahrleitungsspannung auf die Traktionsspannung von ca. 600 V herabgesetzt. Als Fahrzeug wird der Wechselstrom-Reihenschlussmotor benutzt, der die für die Traktion benötigte elastische Kennlinie hat. Das Regelvorgang erfolgt durch Einstellen von Motorspannungsstufen (Fahrstufen) mittels Regeltransformator zwischen 0 und  $U_{max}$  bei Stufensprüngen von 15 bis 30 V. Bei neueren Triebfahrzeugen wird außerdem die Spannung zwischen den Fahrstufen mit Hilfe der Thyristor-Anschaltsteuerung geregelt, so dass ein stufenloses Fahren möglich ist.

Bild 4.36 zeigt als Beispiel die Motorkennlinien und das aus ihnen hervorgehende Zugkraftdiagramm der elektrischen Lokomotive BR 141. Die unabhängige Variable ist der Scheinstrom, der für die fahrdynamischen Berechnungen in den Wirkstrom zu überführen ist.

#### Motor- und Systemeingang

Am Motoreingang werden Scheinstrom  $I_{SM}$  und Klemmspannung  $U_K$  gemessen. Für die Energieverbrauchsermittlung wird die Wirkleistung benötigt, die unter Berücksichtigung des Transformatorwirkungsgrads  $\eta_{Tr}$  ( $\eta_{Tr} = 0,97$ ) und der Anzahl der Motoren  $z_M$  auf den Systemeingang (Stromabnehmer) zu beziehen ist:

$$P_{ET} = \frac{z_M I_{WM} U_K}{\eta_{Tr}} \quad (4.70)$$

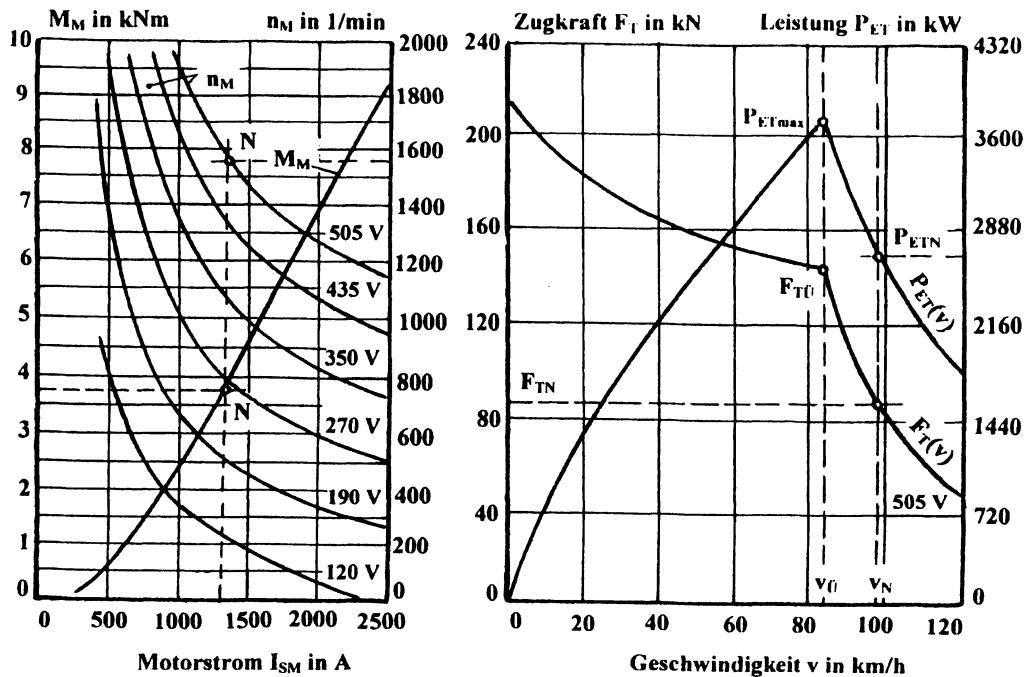


Bild 4.36

Motorkennlinien (Motorschleustrom  $I_{SM}$ , Drehmoment  $M_M$  und Drehzahl  $n_M$ ) und Zugkraft- und Leistungsauflnahmediagramm (Geschwindigkeit  $v$ , Treibachzugkraft  $F_T$  und Wirkleistungsaufnahme für Traktion am Systemeingang  $P_{ET}$ ) der elektrischen Lokomotive BR 141 der DB AG

Stundenbetriebspunkt des Motors  
Nennspannung  $U_{KN} = 505 \text{ V}$   
Scheinstrom  $I_{SMN} = 1340 \text{ A}$   
Motorwirkungsgrad  $\eta_{MN} = 0,92$   
Leistungsfaktor  $\cos \varphi_N = 0,965$   
Drehmoment  $M_{NN} = 3728 \text{ Nm}$   
Drehzahl  $n_{MN} = 1540 \text{ 1/min}$   
Fahrstufenanzahl  $z_{Fges} = 28$

Achsenfolge  $B_0' B_0'$   
Lokomotivmasse  $m_L = 66,4 \text{ t}$   
Höchstgeschwindigkeit  $v_{max} = 120 \text{ km/h}$   
Treibraddurchmesser neu/mittel  $1250/1216 \text{ mm}$   
Nenngeschwindigkeit  $v_N = 97,78 \text{ km/h}$   
Nennzugkraft  $F_{TN} = 87,12 \text{ kN}$   
Achsgtriebeübersetzung  $i_{AG} = 3,61$   
Achsgtriebewirkungsgrad  $\eta_{AG} = 0,985$

Vom Nennpunkt des Motors sind Scheinstromaufnahme  $I_{SMN}$  und Nenn-Leistungsfaktor  $\cos \varphi_N$  bekannt. Mit diesen Werten sind Wirkstrom  $I_{WMN}$  und Blindstrom  $I_{BMN}$  zu berechnen:

$$\varphi_N = \arccos(\cos \varphi_N) \quad (4.71)$$

$$I_{WMN} = I_{SMN} \cos \varphi_N \quad \text{und} \quad I_{BMN} = I_{SMN} \sin \varphi_N$$

Zum Beispiel sind vom Nennpunkt des Motor der Lokomotive BR 141 bekannt:  $I_{SMN} = 1340 \text{ A}$  und  $\cos \varphi_N = 0,965$ . Dafür erhält man  $\varphi_N = 0,2654$ ,  $I_{WMN} = 1293 \text{ A}$  und  $I_{BMN} = 351,5 \text{ A}$ .

Die Blindstromkomponente des Nennpunktes ist überschlägig konstant ( $I_{BMN} = \text{konstant}$ ). Auf dieser Basis ist die Umrechnung aller Scheinstrom- in Wirkstromwerte möglich.

Wirkstrom des Motors:

$$I_{WM} = \sqrt{I_{SM}^2 - I_{BMN}^2} \quad (4.72)$$

### Normierung

Die mechanischen Variablen sind nach Gl. (4.57) zu normieren. Die Normierung von Schein- und Wirkstrom  $I_{SM}$ ,  $I_{WM}$  erfolgt mit den Nennwerten  $I_{SMN}$  bzw.  $I_{WMN}$ :

$$i_{SM} = I_{SM} / I_{SMN} \text{ und } i_{WM} = I_{WM} / I_{WMN} \quad (4.73)$$

Der Blindstrom  $I_{BMN}$  ist je nach Zweckmäßigkeit mit  $I_{SMN}$  oder  $I_{WMN}$  zu normieren. Der normierte Blindstrom ist von der Strombelastung unabhängig (deshalb Konstante  $i_{BMN}$ ).

Der Leistungsfaktor ist mit den normierten Variablen zu berechnen.

Abhängigkeit vom Scheinstrom:

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \text{ mit } \sin \varphi = \frac{i_{BMN}}{i_{SM}} \text{ und } i_{BMN} = \frac{I_{BMN}}{I_{SMN}} \quad (4.74)$$

Abhängigkeit vom Wirkstrom:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \text{ mit } \tan \varphi = \frac{i_{BMN}}{i_{WM}} \text{ und } i_{BMN} = \frac{I_{BMN}}{I_{WMN}} \quad (4.75)$$

### Motorkennlinien

Der Wechselstrom-Reihenschlussmotor hat im wesentlichen das gleiche Betriebsverhalten wie der Gleichstrom-Reihenschlussmotor. Dehalb kann auch das gleiche Berechnungsmodell benutzt werden. Die Drehzahlkennlinien werden für den Parameter der Klemmenspannung dargestellt. Bild 4.36 zeigt die Motorkennlinien.

Die Motorkennlinien sind auf der Basis der Regressionsrechnung mit der Zugkraft- und der Leistungsgleichung der Gl. (4.59) zu erfassen. Die Gl. (4.60) und (4.61) sind zu beachten. Die Konstanten wurden für die als Beispiel gewählte Lokomotive BR 141 der DB AG ermittelt:

$$\text{Scheinstrom: } T = T_0 + T_1 i_{SM} + T_2 i_{SM}^2 \quad (4.76)$$

$$L_M = L_0 + L_1 i_{SM} + L_2 i_{SM}^2$$

Regressionsrechnung:

$$\begin{aligned} T_0 &= -0,3054, T_1 = 1,1690 \text{ und } T_2 = 0,1682 \\ L_0 &= -0,0028, L_1 = 1,1300 \text{ und } L_2 = -0,0813 \end{aligned}$$

Einsetzverfahren ( $i_{SMA} = 0,70$ ;  $i_{SMB} = 1,45$ ):

$$\begin{aligned} T_0 &= -0,0664, T_1 = 0,6627 \text{ und } T_2 = 0,4037 \\ L_0 &= 0,3426, L_1 = 0,3984 \text{ und } L_2 = 0,2590 \end{aligned}$$

$$\text{Wirkstrom: } T = T_0 + T_1 i_{WM} + T_2 i_{WM}^2 \quad (4.77)$$

$$L_M = L_0 + L_1 i_{WM} + L_2 i_{WM}^2$$

Regressionsrechnung:

$$\begin{aligned} T_0 &= -0,1093, T_1 = 0,9053 \text{ und } T_2 = 0,2322 \\ L_0 &= 0,0949, L_1 = 1,0056 \text{ und } L_2 = -0,0536 \end{aligned}$$

Einsetzverfahren ( $i_{WMA} = 0,60$ ;  $i_{WMB} = 1,40$ ):

$$\begin{aligned} T_0 &= 0,0384, T_1 = 0,5535 \text{ und } T_2 = 0,4081 \\ L_0 &= 0,2159, L_1 = 0,7534 \text{ und } L_2 = 0,0307 \end{aligned}$$

### Zugkraft und Geschwindigkeit

Die normierte Klemmenspannung des Motors  $u_K$  ist der Parameter der Fahrstufen-Kennlinien. Sie ist als Quotient der Fahrstufenspannung  $U_{FS}$  und der Nennspannung  $U_N$  (Spannung der höchsten Fahrstufe) zu berechnen. Überschlägig ist die Berechnung von  $u_K$  auch als Quotient von Fahrstufen-Ordnungszahl  $z_F$  und Gesamtzahl der Fahrstufen  $z_{Fges}$  möglich. Bei der Festlegung von  $z_{Fges}$  sind die beiden letzten Fahrstufen, die nur bei Abfall der Fahrleitungsspannung benutzt werden dürfen, zu vernachlässigen:

$$u_K = \frac{U_{FS}}{U_N} \text{ und } u_K = \frac{z_F}{z_{Fges}} \quad (4.78)$$

### Zugkraft- und Leistungsaufnahmediagramm

Das Zugkraft- und Leistungsaufnahmediagramm ist entsprechend den Ausführungen für das Gleichstrom-Triebfahrzeug aufzustellen. Als Leistungsvariable ist die Wirkleistungsaufnahme des Triebfahrzeugs zu wählen, da diese für die Verbrauchsermittlung mittels Zugfahrtsimulation benötigt wird. Bild 4.36 zeigt das Zugkraft- und Leistungsaufnahmediagramm der Wechselstrom-Lokomotive BR 141 der DB AG.

Im Zugkraft- und Leistungsaufnahmediagramm sind 2 Bereiche zu unterscheiden, die durch die Übergangsgeschwindigkeit  $v_0$  getrennt sind. Bis zum Erreichen von  $v_0$  müssen Zugkraft und Geschwindigkeit durch Aufschalten der Motorspannung geregelt werden. Bei  $v_0$  wird die Nennspannungskennlinie (maximale Fahrstufe) erreicht. Oberhalb  $v_0$  stellen sich Zugkraft und Geschwindigkeit auf der Fahrstufen-Kennlinie ein.

Im Bereich unterhalb  $v_0$  wirkt die Kraftschlusszugkraft (Gl. (4.6) und (4.16)):

$$F_T = G_L \left( k_1 + \frac{k_2}{k_3 + v} \right) \quad (4.79)$$

Die Konstanten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  sind Tabelle 4.3 zu entnehmen (Variante Kother oder Curtius und Kniffler). Die Variable  $G_L$  ist die Lokomotivgewichtskraft.

Die Variablen des Übergangspunktes  $\ddot{U}$  (Geschwindigkeit  $v_0$ , Zugkraft  $F_{T0}$  und Leistungsaufnahme für Traktion  $P_{ETU}$ ) sind mit Gl. (4.79) und mit Gl. (4.65)/(4.60) zu berechnen. Die geschlossene Lösung ist nicht möglich. Die Ermittlung der Variablen muss durch Variation der Geschwindigkeit  $v$  im Gleichungssystem erfolgen. Die Variation ist abzuschließen, wenn aus Gl. (4.79) einerseits und aus Gl. (4.65)/(4.60) andererseits die gleiche Zugkraft hervorgeht.

### Berechnungsbeispiel 4.12

Die elektrische Lokomotive BR 141 befördert einen Zug in gleichförmiger Bewegung mit der Geschwindigkeit  $v = 60 \text{ km/h}$  und der Zugkraft  $F_T = 50 \text{ kN}$  (Summe der Widerstandskräfte). Mit den technischen Daten der Legende zu Bild 4.36 ist die benutzte Fahrstufe  $z_F$  und die Traktionsleistungsaufnahme  $P_{ET}$  zu berechnen. Der Transformatorwirkungsgrad beträgt  $\eta_{Tr} = 0.97$ .

Lösungsweg und Lösung:

Motorströme im Nennbetriebspunkt, Gl. (4.71)

$$\varphi_N = \arccos(\cos \varphi_N) = \arccos(\cos 0,965) = 0,2654$$

$$I_{WMN} = I_{SMN} \cos \varphi_N = 1340 \cdot 0,965 = 1293 \text{ A}$$

$$I_{BMN} = I_{SMN} \sin \varphi_N = 1340 \cdot \sin 0,2654 = 351,5 \text{ A}$$

Normierung, Gl. (4.73) und (4.57)

Benutzung des Wirkstromes als unabhängige Variable

$$i_{BMN} = I_{BMN}/I_{WMN} = 351,5/1293 = 0,2718, i_{BMN} = \text{konstant}$$

$$T_x = F_{Tx}/F_{TN} = 50/87,12 = 0,5739 \text{ und } V_x = v_x/v_N = 60/97,78 = 0,6136$$

$$L_{Mx} = T_x \cdot V_x = 0,5739 \cdot 0,6136 = 0,3521$$

Normierte Variable des Betriebspunktes, Gl. (4.63), und (4.66)

$$D_1 = 0,5535/(2 \cdot 0,4081) = 0,6781 \text{ und } D_2 = (0,5739 - 0,0384)/0,4081 = 1,3122$$

$$i_{WMx} = (0,6781^2 + 1,3122)^{0,5} - 0,6781 = 0,6531$$

$$I_{WMx} = i_{WMx} I_{WMN} = 0,6531 \cdot 1293 = 844,5 \text{ A}$$

$$u_i = 0,3521/(0,2159 + 0,7534 \cdot 0,6531 + 0,0307 \cdot 0,6531^2) = 0,3521/0,7210 = 0,4883$$

$$k_{Korr} = 1 + 0,05/(1 - 0,05) = 1,0526 \text{ und } u_K = 0,4833/1,0526 + 0,05 = 0,5091$$

Variable der Fahrstufe, Gl. (4.78), (4.58), (4.68), (4.69)

$$z_f = u_K z_{Fges} = 0,5091 \cdot 28 = 14,3 \rightarrow \text{Die Fahrstufe Nr. 15 ist zu benutzen.}$$

$$u_K' = z_f/z_{Fges} = 15/28 = 0,5357 \text{ und } U_{FSI} = u_K' U_{KN} = 0,5357 \cdot 505 = 271 \text{ V}$$

$$P_{ET} = z_M U_{FSI} I_{WMx} / \eta_{Tr} = 4 \cdot 271 \cdot 854,5/0,97 = 955 \text{ kW}$$

Leistungsfaktor und Scheinleistung, Gl. (4.73) und (4.69)

$$\tan \varphi = i_{BMN} / i_{WMx} = 0,2718/0,6531 = 0,4162$$

$$\cos \varphi = 1/(1 + \tan^2 \varphi)^{0,5} = 1/(1 + 0,4162^2)^{0,5} = 0,9232$$

$$P_{ETS} = P_{ET} / \cos \varphi = 955/0,9232 = 1034 \text{ kW}$$

### 4.3.3 Drehstromantriebstechnik

Die Drehstromantriebstechnik ist die modernste Variante des Antriebs von Schienenfahrzeugen, die sowohl bei elektrischen Vollbahnlokomotiven aller Bahnstromsysteme als auch bei elektrischen Nahverkehrsfahrzeugen und zur Leistungsübertragung der Dieseltriebfahrzeuge benutzt wird. Die fahrdynamischen Vorteile sind:

- Schleuderfreie Ausnutzung der Kraftschlusszugkraft bei der Anfahrt,
- Anfahrt mit der konstanten maximalen Leistung bis zur Höchstgeschwindigkeit,
- Einstellung beliebiger Betriebspunkte auf und unterhalb der Zugkraftkennlinie,
- elektrische Bremstechnik bis zum Halt und Nutz- bzw. Netzbremseung und
- maximaler Wirkungsgrad im gesamten Betriebsbereich.

#### Antriebsmotor

Antriebsmotor ist der Drehstromasynchronmotor. Bild 4.37 zeigt die Motorkennlinien. Sie teilen sich in einen stabilen und einen instabilen Arbeitsbereich. Beide Bereiche sind durch den Kippunkt getrennt. Der Dauerbetrieb ist nur im stabilen Arbeitsbereich möglich. Der instabile Arbeitsbereich ist beim Motoranlauf zu durchlaufen. Im Leerlauf entwickelt der Motor überschlägig die Synchrongeschwindigkeit  $n_s$ , die von Polpaarzahl  $p$  und Frequenz  $f$  abhängig ist:

$$n_s = \frac{60f}{p} \quad (4.80)$$

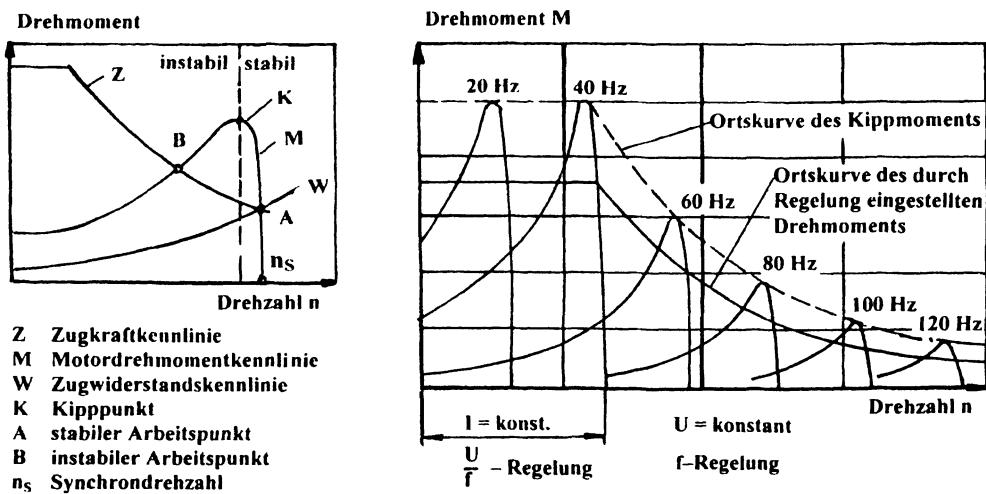


Bild 4.37

Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien des Drehstromasynchronmotors für feste und regelbare Frequenz  
(nach Feihl: Die Diesellokomotive)

Wird der Motor belastet, nimmt seine Drehzahl infolge des zunehmenden Schlupfes nur geringfügig ab. Bei fester Frequenz hat der Motor ein starres Betriebsverhalten, das für die Traktion ungeeignet ist. Die Eignung wird durch die Motorsteuerung hergestellt.

Am Systemausgang (Laufkreis der Räder) erhält man für Geschwindigkeit  $v$  und Zugkraft  $F_T$ :

$$v = c_1 \frac{60f}{p} (1-\sigma) \quad \text{und} \quad F_T = c_2 I_M \frac{U_K}{f} \quad (4.81)$$

Der Schlupf beträgt  $\sigma = 0$  bis  $6\%$ . Die Variablen  $c_1$  und  $c_2$  sind Konstanten. Die Variable  $I_M$  ist der Motorstrom und  $U_K$  die Klemmenspannung.

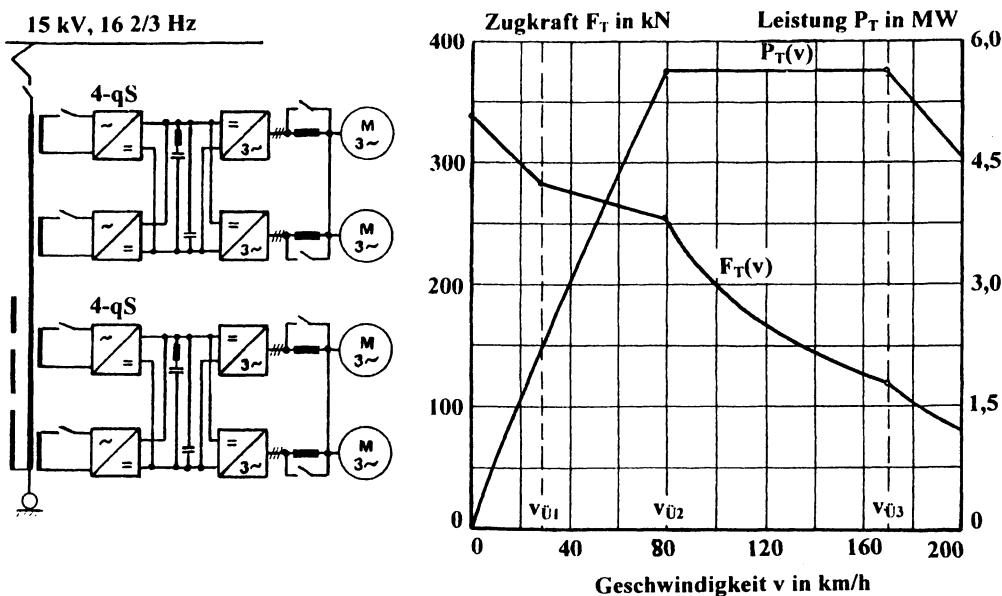
### Motorsteuerung

Durch die Motorsteuerung wird die für eine feste Frequenz gegebene Kennlinie des Motordrehmoments an die für die Traktion erforderliche Zugkraftkennlinie angepasst (Bild 4.37). Zur Regelung der Geschwindigkeit ist entsprechend Gl. (4.81) die Frequenz zu ändern. Bei Frequenzerhöhung steigt die Geschwindigkeit und fällt die Zugkraft.

Für Antrieb und Steuerung wird der von der Lokomotive aufgenommene einphasige Wechselstrom zuerst in Gleichstrom und anschließend in Drehstrom, dessen Frequenz und Spannung stufenlos regelbar sind, verwandelt. Bild 4.38 zeigt das Prinzip der Leistungsübertragung.

Bis zur Übergangsgeschwindigkeit  $v_{Ü1}$  des Bildes 4.38 wirkt der Achskraftausgleich. Die erhöhte Zugkraft ist aber wegen des Aufregelns praktisch nicht in Anspruch zu nehmen.

Man unterscheidet 3 Regelabschnitte (Bild 4.38). Im ersten Abschnitt (0 bis  $v_{Ü1}$ ) erhöht sich die Geschwindigkeit bei konstanter Zugkraft. Das wird durch proportionale Erhöhung der Klemmenspannung  $U_K$  erreicht, so dass das Verhältnis  $U_K/f$  konstant bleibt (Gl. (4.80)).

**Bild 4.38**

Zugkraft-Geschwindigkeits-Regelung und Zugkraft- sowie Treibachsleistungskennlinie der BR 120 (Achsenfolge  $B_0'/B_0'$ , Masse  $m_L = 84$  t, Nennleistung  $P_{TN} = 5600$  kW)  
(nach ABB Henschel: Systemtechnologie – Fahrzeugtechnik für alle Anwendungen)

Im zweiten Abschnitt ( $v_{Ü2}$  bis  $v_{Ü3}$ ) ist die Klemmenspannung nach Erreichen des Maximalwerts konstant, so dass auch die Treibachsleistung  $P_T$  konstant ist und die Zugkraft nach der Zugkrafthyperbel abnimmt. Im dritten Abschnitt liegt magnetische Sättigung vor. Dadurch nimmt der Motorstrom, und damit auch die Treibachsleistung, mit steigender Frequenz ab. Die Zugkraft ist der Frequenz im Quadrat umgekehrt proportional ( $F_T \sim 1/f^2$ ). Tritt die magnetische Sättigung nicht ein, kann bis  $v_{max}$  mit konstanter Leistung angefahren werden.

Bild 4.38 zeigt das von der Antriebssteuerung erzeugte Zugkraft- und Leistungsdiagramm. Jeder Betriebspunkt der umschlossenen Fläche ist stufenlos ansteuer- und dauernd realisierbar.

### Zugfahrtsimulation

Für die Zugfahrtsimulation ist das Zugkraftdiagramm als Tabelle oder Gleichung darzustellen. Zur Darstellung durch ein Gleichungssystem müssen Lokomotivgewichtskraft  $G_L$  (kN), Treibachsnnenleistung  $P_{TN}$  (kW) und fallweise Übergangsgeschwindigkeit  $v_{Ü3}$  (m/s) bekannt sein.

Der Energieverbrauch der Traktion ist entweder auf der Basis der Zugkraftarbeit (Kap.1.3.1) oder auf der Grundlage der Treibachsleistung (Kap. 4.2.1) zu ermitteln. Es wird mit dem konstanten mittleren Wirkungsgrad des Antriebssystems  $\eta_A = 0,88$  bis 0,90 gerechnet. Die Möglichkeit der Berücksichtigung eines betriebspunktabhängigen Wirkungsgrads erfordert die Modellbildung für das gesamte Antriebssystem.

Das Gleichungsmodell der Zugkraft- und Leistungskennlinien des elektrischen Triebfahrzeugs der Eisenbahn mit Drehstromantriebstechnik geht aus Gl.(4.79), (4.26) und (4.70) hervor.

Gleichungen für elektrische Triebfahrzeuge der Eisenbahn:

$$\text{Bereich 0 bis } v_{02}: \quad F_T = \xi_D G_L (k_1 + \frac{k_2}{k_3 + v}) \quad \text{und} \quad P_T = F_T v \quad (4.82)$$

$$\text{Bereich } v_{02} \text{ bis } v_{03}: \quad F_T = \frac{P_T}{v} \quad \text{und} \quad P_T = P_{TN} = \text{konstant}$$

$$\text{Bereich } v_{03} \text{ bis } v_{U\max}: \quad F_T = \frac{P_T}{v} \quad \text{und} \quad P_T = P_{TN} \frac{v_{03}}{v}$$

Die Konstanten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  sind Tabelle 4.3 zu entnehmen (Variante Curtius und Kiffler, Maßeinheit m/s). Der Drehstromantriebsfaktor  $\xi_D$  erfasst die Verbesserung des Kraftschlusses durch die Drehstromantriebstechnik. Er beträgt  $\xi_D = 1,30$  bis  $1,50$ .

Der Drehstromantrieb von Straßenbahnen wird so ausgelegt, dass bei mittlerer Besetzung mit der konstanten maximalen Zugkraft die Anfangsbeschleunigung 1,2 bis 1,4  $m/s^2$  entwickelt wird und dass ab Übergangsgeschwindigkeit die Zugkraft bei konstanter Leistung abnimmt. Die Übergangsgeschwindigkeit beträgt ca. 40 % der Höchstgeschwindigkeit. Ein Drehstromfahrmotor hat eine Leistung von ca. 100 kW.

#### 4.3.4 Transrapidtechnik

Der Antrieb des Transrapid-Hochgeschwindigkeitszugs beruht auf der Drehstromantriebstechnik. Zug- und Bremskraft werden von Linearmotoren erzeugt. Die Regelung von Spannung und Frequenz erfolgt aber stationär. Deshalb darf sich in einem Unterwerksabschnitt stets nur 1 Sektion befinden. Wegen der Ortsabhängigkeit von Zugkraft und Leistungsaufnahme ist die Ermittlung von Zeit, Weg und Geschwindigkeit sowie Energieverbrauch nur durch Einbeziehung des kompletten elektrischen Netzmodells in die Simulation möglich.

Der Antrieb der Magnetbahnen wird so bemessen und auch geregelt, dass bis zur Übergangsgeschwindigkeit  $v_U = 50$  bis  $60\%$   $v_{\max}$  mit konstanter Beschleunigung  $a_{0U}$  und ab  $v_U$  mit konstanter spezifischer Beschleunigungsleistung  $p_{aU}$  (Kap. 1.3.3) angefahren wird. Die konstante Beschleunigung  $a_{0U}$  wird in den Stufen  $0,6 \text{ m/s}^2$ ,  $0,8 \text{ m/s}^2$  und  $1,0 \text{ m/s}^2$  gewählt. Die kleineren Werte gelten für den Transrapid (Fernverkehr) und die größeren für den Metrorapid (Regionalverkehr). Bild 4.39 zeigt die Auslegung des Antriebs für den Transrapid. Für dieses Auslegungsprinzip ist eine einfache überschlägliche Anfahrberechnung möglich.

Nach Kap. 2.2.1 gilt für den Bereich 0 bis  $V_U$ :

$$v = a_{0U} t \quad \text{und} \quad s = 0,5 a_{0U} t^2 \quad \text{mit} \quad a_{0U} = \text{konstant} \quad (4.83)$$

$$t_{0U} = \frac{v_U}{a_{0U}} \quad \text{und} \quad s_{0U} = \frac{1}{2} a_{0U} t_{0U}^2$$

Nach Gl. (1.68) gilt für  $p_{aU}$  (kW/t) und  $a$  ( $m/s^2$ ) des Bereiches  $v_U$  bis  $v_{\max}$ :

$$p_{aU} = a_U v_U \quad \text{und} \quad a = \frac{p_{aU}}{v} \quad (4.84)$$

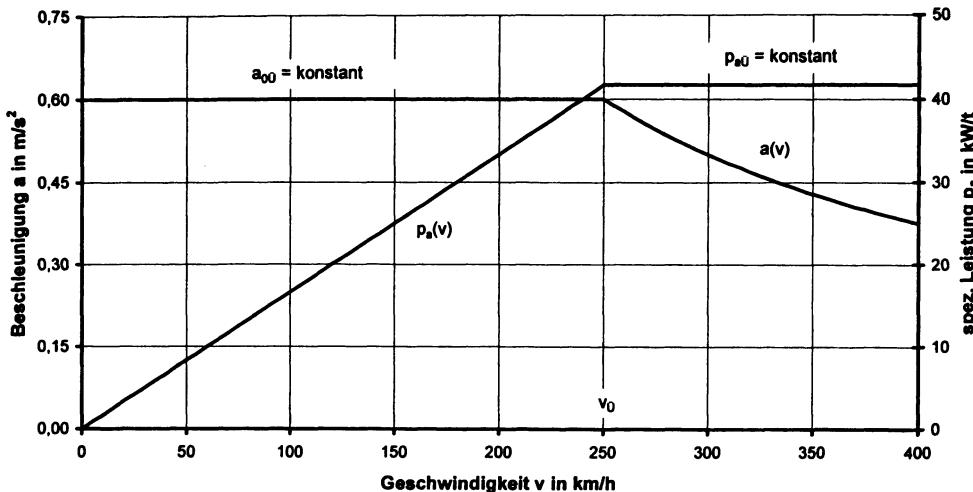


Bild 4.39

Beschleunigungskennlinie  $a(v)$  des Transrapid-Hochgeschwindigkeitszugs

Das Einsetzen von Gl. (4.84) in die Integrale der Fahrbewegung (Gl. (2.10)) und die Integration ergibt für Zeit und Weg von  $v_0$  bis zu einer Endgeschwindigkeit  $v_E$  im Bereich  $v_0$  bis  $v_{\max}$

$$t_{UE} = \frac{v_E^2 - v_0^2}{2 p_{a0}} \quad \text{und} \quad s_{UE} = \frac{v_E^3 - v_0^3}{3 p_{a0}} \quad (4.85)$$

$$v_E = \sqrt{v_0^2 + 2 p_{a0} t_{UE}} \quad \text{und} \quad v_E = \sqrt[3]{v_0^3 + 3 p_{a0} s_{UE}}$$

### Berechnungsbeispiel 4.13

Für den Transrapid-Hochgeschwindigkeitszug, dessen Anfahrt nach dem in Bild 4.39 gegebenen Beschleunigungsdiagramm gesteuert wird, ist die Zusanfahrt bis zur Geschwindigkeit  $v_E = 400$  km/h (111,111 m/s) zu berechnen. Die konstante Beschleunigung des Anfangsbereichs beträgt  $a_{00} = 0,6 \text{ m/s}^2$  und die Übergangsgeschwindigkeit  $v_0 = 250 \text{ km/h}$  (69,444 m/s).

Lösungsweg und Lösung:

Bereich 0 bis  $v_0$ , Gl. (4.83)

$$t_{00} = v_0/a_{00} = 69,444/0,6 = 115,74 \text{ s}$$

$$s_{00} = 0,5 a_{00} t_{00}^2 = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 115,74^2 = 4018,7 \text{ m}$$

Bereich  $v_0$  bis  $v_E$ , Gl. (4.74) und (4.75)

$$p_{a0} = a_{00} v_0 = 0,6 \cdot 69,444 = 41,666 \text{ kW/t}$$

$$t_{UE} = (v_E^2 - v_0^2)/(2 p_{a0}) = (111,111^2 - 69,444^2)/(2 \cdot 41,666) = 90,280 \text{ s}$$

$$s_{UE} = (v_E^3 - v_0^3)/(3 p_{a0}) = (111,111^3 - 69,444^3)/(3 \cdot 41,666) = 8294,9 \text{ m}$$

Gesamte Anfahrt von 0 bis  $v_E$

$$t_{OE} = t_{00} + t_{UE} = 115,74 + 90,28 = 206,0 \text{ s}$$

$$s_{OE} = s_{00} + s_{UE} = 4018,7 + 8294,9 = 12313 \text{ m}$$

### 4.3.5 Erwärmung und Grenztemperatur

Die bei der Zug- und fallweise auch Bremskrafterzeugung entstehenden Verluste führen zur Erwärmung der beteiligten Aggregate. Das betrifft sowohl die elektrischen als auch die Dieselmotoren. Die Aggregate des Antriebssystems sind für eine bestimmte Grenztemperatur ausgelegt, die z.B. für Fahrmotoren 140°C beträgt. Wird die Grenztemperatur überschritten, dann kommt es zum Ausfall bzw. zur Beschädigung des entsprechenden Aggregats.

Besonders augenscheinlich sind Verluste und Temperaturanstieg im kleinen Geschwindigkeitsbereich. Da hier ein Dauerbetrieb nicht möglich ist, wird für Triebfahrzeuge die kleinste Dauergeschwindigkeit ermittelt, unterhalb der nur kurzzeitig gefahren werden darf.

Sowohl bei der Entwicklung neuer Triebfahrzeuge als auch bei der Einsatzplanung vorhandener Triebfahrzeuge ist zu untersuchen, ob die Kühlseinrichtungen eine ausreichende Kapazität haben. Das ist mit der Zugfahrtssimulation sehr gut möglich. In das Zugfahrtssimulationsprogramm muss ein Modul der Erwärmungsrechnung der Aggregate eingefügt werden.

Bei der Programmierung des Moduls für die Temperaturkontrolle eines Aggregats ist von der Differentialgleichung des Wärmegleichgewichts an einem Körper auszugehen:

$$P_V dt = C dT + T_0 K dt \quad (4.86)$$

$P_V$  Verlustleistung des Aggregats in W  
 $dt$  Zeitdifferential in s  
 $dT$  Temperaturdifferential in °C  
 $C$  Wärmekapazität des Aggregats in J/°C

$T_0$  Temperatur des Aggregats über der Umgebungslufttemperatur in °C  
 $K$  Spezifische Verlustleistungsabgabe an die Kühlung und an die Umgebung in W/°C

Mit Gl. (4.86) wird zu jedem Simulationszeitabschnitt  $\Delta t$  die Temperaturänderung  $\Delta T$  und durch Summierung die Übertemperatur des Aggregats am Ende des Simulationsschritts  $T_0$  berechnet.

### $I^2$ -Methode

Für die überschlägliche Temperaturkontrolle der Fahrmotoren wird die  $I^2$ -Methode benutzt. Sie geht davon aus, dass die Verluste der Stromaufnahme im Quadrat proportional sind. Auf dieser Grundlage wird für die Zugfahrt der effektive Strom  $I_{eff}$  berechnet, der die gleichen Verluste hervorruft wie die Summe der Einzelströme  $I_x$  im Quadrat mal der Wirkdauer  $\Delta t_x$ :

$$I_{eff}^2 t_{ges} = \sum (I_x^2 \Delta t_x) \text{ und } I_{eff} = \sqrt{\frac{\sum (I_x^2 \Delta t_x)}{t_{ges}}} \quad (4.87)$$

Das Verhältnis der Quadrate von effektivem und Dauerstrom  $I_{eff}$ ,  $I_d$  ist gleich dem Verhältnis von mittlerer Temperatur der Zugfahrt  $T_m$  zu Grenztemperatur im Dauerbetrieb  $T_G$ . Aus diesem Lösungsansatz erhält man für die mittlere Temperatur der Zugfahrt  $T_m$ :

$$T_m = \left( \frac{I_{eff}}{I_d} \right)^2 T_G \quad (4.88)$$

Für die mit Gl. (4.88) berechnete mittlere Temperatur gilt:  $T_m \leq 75\%$  der Grenztemperatur  $T_G$ .

## 5 Bremskraft

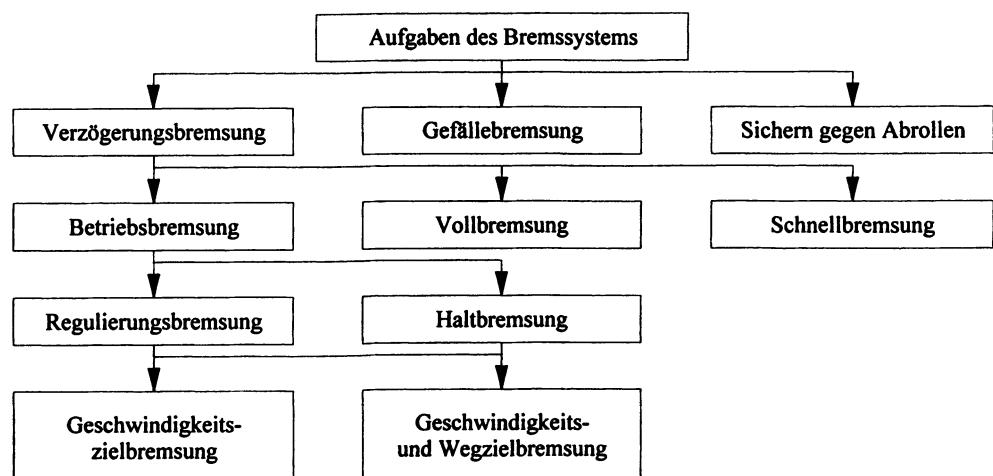
### 5.1 Bremssystem der Züge

#### Allgemeine Grundlagen

Die Eisenbahn benutzt den eigenen Bahnkörper. Die Straßenbahn verkehrt sowohl gemeinsam mit Kraftfahrzeugen in einer Spur als auch auf separatem Bahnkörper. Im Ausnahmefall wird der Bahnkörper der Eisenbahn mit benutzt (Variobahn). Für die Fahrbewegung der Eisenbahn, und damit auch für Bremskraft und Bremsen, gilt die **Eisenbahn-Bau- und Betriebsordnung (EBO)** einschließlich Dienstvorschriften. Für die Fahr- und Bremsbewegung der Straßenbahn sind Straßenverkehrs- und Straßenverkehrs-Zulassungsordnung (StVO, StVZO) und die **Bau- und Betriebsordnung für Straßenbahnen (BOStrab)** sowie innerbetriebliche Vorschriften zutreffend. Variobahnen müssen StVO, StVZO, BO Strab und EBO erfüllen.

Die Fahrzeuge und Züge der Eisenbahn verkehren im Blockabstand. Die Strecke ist mittels Hauptsignale in Blöcke unterteilt. In jedem Blockabstand darf sich stets nur 1 Zug befinden. Den Hauptsignalen sind Vorsignale beigeordnet. Der **Vorsignalabstand** beträgt 400 m, 700 m und 1000 m. Die zulässige Geschwindigkeit im Block muss das Anhalten durch Schnellbremseung auf einem dem Vorsignalabstand entsprechenden Weg garantieren. Die bremstechnischen Vorschriften basieren auf dem Vorsignalabstand. Die Sichtfahrregel besteht nicht, wohl aber die Verpflichtung zur ständigen Signal- und Fahrwegprüfung durch den Triebfahrzeugführer.

Für die in StVO/BO Strab geregelte Fahr- und Bremsbewegung der Straßenbahn hat die **Sichtfahrregel** Gültigkeit. Eine besondere Problematik besteht aber darin, dass Straßenbahnen im Fall der Gefahrenbremsung nur 1/3 der Bremsverzögerung der Kraftfahrzeuge erreichen.



**Bild 5.1:**  
Übersicht über die Aufgaben des Bremsystems

## Aufgaben des Bremsystems

Bild 5.1 vermittelt eine Übersicht über die Aufgaben des Bremsystems.

### Sichern gegen Abrollen

Die Bremskraft muss verhindern, dass sich abgestellte Fahrzeuge oder haltende Züge unter dem Einfluss von Neigungs- oder Windkraft in Bewegung setzen.

### Änderung des Bewegungszustands

Die Bremskraft muss die Geschwindigkeit des Zugs auf einen Zielwert, fallweise bis zum Halt, reduzieren (**Verzögerungsbremsung**). In Abhängigkeit von der Intensität unterscheidet man zwischen Betriebs- und Schnellbremsung. Bei der **Betriebsbremsung** wird die Bremskapazität nur anteilig in Anspruch genommen, bei der **Schnellbremsung** dagegen vollständig ausgeschöpft. Für die Schnellbremsung ist das Ziel der Zughalt auf dem kürzesten, physikalisch möglichen Weg. Die Betriebsbremsung erfolgt zur Regulierung der Geschwindigkeit (**Regulierungsbremsung**) und zum Anhalten des Zugs (**Haltbremsung**). Sie wird als **Geschwindigkeitszielbremsung** und als **Geschwindigkeits- und Wegzielbremsung** ausgeführt.

Die **Notbremsung** ist eine vom Fahrgast ausgelöste Schnellbremsung.

Bei der Straßenbahn wird die Schnellbremsung als **Gefahrenbremsung** bezeichnet.

Bei der Eisenbahn gibt es noch die **Vollbremsung**, die eine Betriebsbremsung mit maximaler Bremskraft ist (Absenkung des Hauptluftleitungsdrucks auf 3,5 bar). Im Fall der Schnellbremsung wird dagegen die Hauptluftleitung vollständig entleert.

### Erhaltung des Bewegungszustands

Im Gefälle ist der Bewegungszustand durch die **Gefällebremsung** zu erhalten. Die Bremskraft muss die Gefällekruste abzüglich Zugwiderstandskraft kompensieren.

## Einteilung nach den Aufgaben

Zur Erfüllung der genannten Aufgaben sind Schienenfahrzeuge und Züge mit einem Bremsystem ausgerüstet, das aus Betriebs-, Feststell- und fallweise auch Zusatzbremse besteht.

### Betriebsbremse

Der Betriebsbremse obliegt sowohl die Änderung des Bewegungszustands mit der gewünschten Intensität (Verzögerungsbremsung) als auch die Erhaltung für beliebige Gefällewerte (Gefällebremsung). Sie muss daher eine regelbare Bremse sein, für Dauerbelastung ausgelegt sein und möglichst verschleißfrei, mindestens aber verschleißarm arbeiten.

### Feststellbremse

Die Feststellbremse übernimmt das Sichern gegen Abrollen auf Dauer. Ihre Bremskraft darf nicht nachlassen und sich nicht erschöpfen. Beim Versagen der Betriebsbremse muss sie das Anhalten ermöglichen.

### Zusatzbremse

Die Zusatzbremse dient der Verstärkung der Bremskraft der Betriebsbremse bei einer Schnellbremsung sowie bei Ausfall der Betriebsbremse auch der Bremskraft der Feststellbremse. Sie kann auch als zweite Betriebsbremse für spezielle Anwendungsbedingungen installiert sein.

Die **Sicherheitsbremse** der Straßenbahn umfasst Feststell- und Zusatzbremse.

### Einteilung nach der Bremskraftübertragung

Die von der Bremse entwickelte Bremskraft muss auf das Gleis übertragen werden. Das erfolgt entweder über das Rad oder unabhängig vom Rad. Im ersten Fall spricht man von **radabhängigen Bremsen** und im zweiten Fall von **radunabhängigen Bremsen**. Bei den **radabhängigen Bremsen** ist zu beachten, dass ihre Bremskraft nicht nur durch das Leistungsvermögen der Bremseinrichtung begrenzt wird, sondern auch durch den Kraftschluss zwischen Rad und Schiene. Der Vorteil der **radunabhängigen Bremsen** beruht in ihrer Unabhängigkeit vom Kraftschluss zwischen Rad und Schiene. Dadurch kann das Fahrzeug eine über die Kraftschlussgrenze hinausreichende Verzögerung entwickeln.

### Einteilung nach dem Wirkprinzip

Bei der Konstruktion einer Bremse sind stets zwei Aufgaben zu lösen: die Energieversorgung für die Erzeugung der Bremskraft und die Übermittlung der Befehle für die Steuerung der Bremse. Das Lösungsprinzip beider Aufgaben ist an den Bremsentyp gebunden.

#### *Indirekt wirkende Druckluftbremse*

Die indirekt wirkende Druckluftbremse ist die Betriebsbremse aller Eisenbahnfahrzeuge. Sie wird als **Eisenbahndruckluftbremse** bezeichnet. Bild 5.2 zeigt das Wirkungsprinzip. Kompressor, Hauptluftbehälter und Führerbremsventil sind auf dem Triebfahrzeug untergebracht. Hilfsluftbehälter, Steuerventil und Bremszylinder sind die wichtigsten Bremseinrichtungen der Fahrzeuge. Alle Fahrzeuge sind an die durchgehende **Hauptluftleitung** angeschlossen.

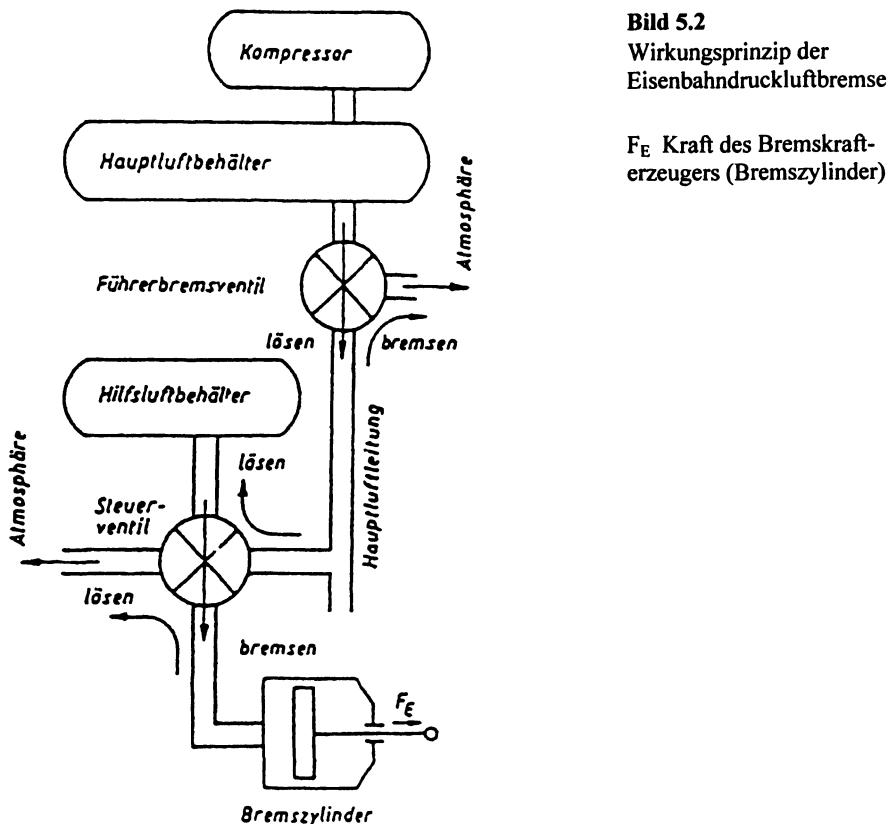
Die Hauptluftleitung dient der Druckluftversorgung und der Bremssteuerung. Die vom Triebfahrzeugführer mittels Führerbremsventil als Druckänderung gegebenen Befehle werden über die Hauptluftleitung an die Fahrzeugsbremsen weitergeleitet. Der Nenndruck beträgt 5 bar.

Zur Verkürzung der Auffüllzeit der Hilfsluftbehälter haben Züge teilweise die nur der Energieversorgung dienende **Hauptluftbehälterleitung**. Der Druck beträgt 10 bar.

Zur Verkürzung von Ansprech- und Schwellzeit wird teilweise die **elektropneumatische Bremse** eingebaut (Abkürzung: ep-Bremse). Der Befehl zum Bremsen wird zusätzlich über eine elektrische Leitung nahezu simultan an alle Fahrzeugsbremsen weitergeleitet.

Vor Beginn der Zugfahrt wird die Betriebsbereitschaft der Bremse durch Auffüllen der Hauptluftleitung und aller Hilfsluftbehälter auf einen Druck von 5 bar hergestellt. Bei Absenkung des Hauptluftleitungsdrucks bewegt der jetzt größere Hilfsluftbehälterdruck das Steuerventil in die Bremsstellung. Die Luft strömt vom Hilfsluftbehälter in den Bremszylinder über. Die Absenkung des Hauptluftleitungsdrucks auf 3,5 bar (Vollbremsung) und weniger (Schnellbremsung) führt zum Druckausgleich zwischen Hilfsluftbehälter und Bremszylinder und damit zu einer durch den Ausgleichsdruck begrenzten maximalen Verzögerung des Fahrzeugs.

Zum Lösen der Bremse ist der Druck der Hauptluftleitung bis über den Ausgleichsdruck zu erhöhen. Der jetzt höhere Hauptluftleitungsdruck bewegt das Steuerventil in die Lösestellung. Der Bremszylinder wird entlüftet und der Hilfsluftbehälter nachgespeist. Bei Auffüllung der Hauptluftleitung bis auf 5 bar wird die Zugbremse vollständig gelöst. Bei Gefahr wird das Führerbremsventil von der Abschluss- in die Schnellbremsstellung bewegt. Die Hauptluftleitung entleert sich vollständig. Die Steuerzeiten sind bei der Bremsberechnung zu beachten.

**Bild 5.2**

Wirkungsprinzip der Eisenbahndruckluftbremse

$F_E$  Kraft des Bremskraft-  
erzeugers (Bremszylinder)

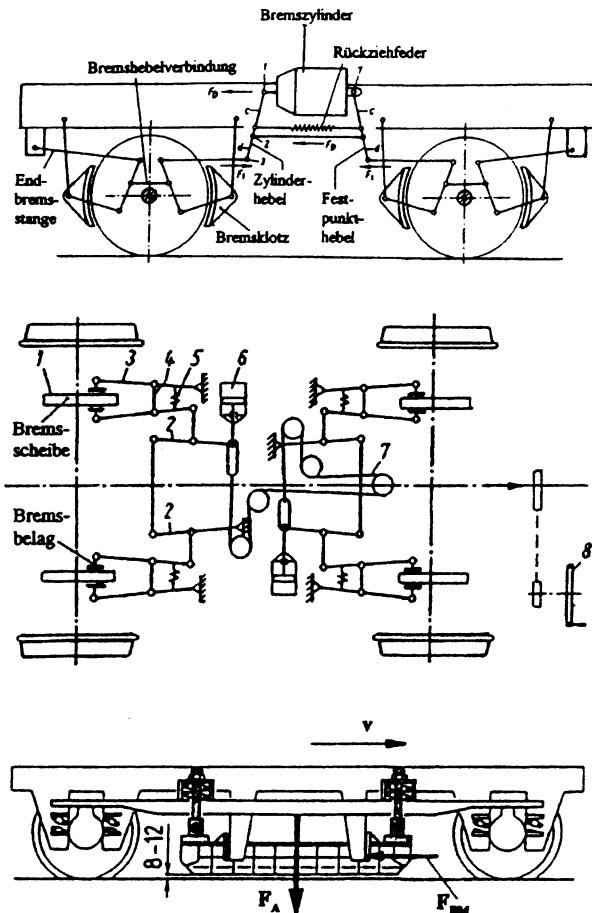
### Direkt wirkende Druckluftbremse

Zur Bremsausrüstung der Triebfahrzeuge gehört die **Zusatzbremse**, die mit dem Zusatzbremsventil zu bedienen ist. Die Zusatzbremse wird bei Solo-Fahrt des Triebfahrzeugs, im Rangierdienst und zur Verstärkung der Bremskraft des Triebfahrzeugs im Gefahrenfall benutzt. Durch Betätigung des Zusatzbremsventils wird die Luft direkt aus dem Hauptluftbehälter in den Bremszylinder eingelassen. Der größere Druck im Bremszylinder ermöglicht eine an der Rad-Schiene-Kraftschlussgrenze gelegene Bremskraft.

### Einteilung nach der Konstruktion

#### Mechanische Fahrzeugbremse

Die mechanische Fahrzeugbremse ist entweder eine Klotz- oder eine Scheibenbremse. Die mit Grauguss-Bremsklötzen bestückte **Klotzbremse** war bis Anfang der sechziger Jahre die ausschließliche Bremsbauart der Schienenfahrzeuge. Dann wurde sie an Straßenbahnwagen und zum großen Teil an Reisezug- und Triebwagen von der **Scheibenbremse** abgelöst. An klotzgebremsten Fahrzeugen kommen auch Kunststoff- und Sintermetallbremsklötze zum Einsatz. Bild 5.3 zeigt im oberen Teil die Klotzbremse eines zweiachsigen Wagens und im mittleren Teil die Scheibenbremse eines Drehgestells. Die Kraft wird in das Bremsgestänge eingeleitet.

**Bild 5.3****Bremsbauarten**

- Zweiachsiges Untergestell mit Klotzbremse
- Zweiachsiges Drehgestell mit Scheibenbremse
  - Brems scheibe,
  - Bremshebel,
  - Bremsbackenhalter mit Bremsbelag,
  - Bremsbrücke,
  - Gestängerrückzugsfeder,
  - Bremszylinder,
  - Seilzug zur Handbremse
  - Handrad für Handbremse
- Zweiachsiges Drehgestell mit Magnetschienenbremse
  - Ansaugkraft des Magnetschuhs
  - Bremskraft der Magnetschienenbremse

Die mechanischen Bremse dient auch als Hand- oder Feststellbremse (Bild 5.3 Mitte). Die Handbremse ist vom Fahrzeug aus, und damit auch bei Fahrt, die Feststellbremse dagegen von außerhalb des Fahrzeugs, und damit nur bei Halt, zu bedienen

**Federspeicherbremse**

Die Bremskrafterzeugung der mechanischen Bremse von Hand ist bei Straßenbahnen und Triebwagen durch einen Federspeicher ersetzt worden. Bei Fahrtbeginn wird der Federspeicher pneumatisch oder elektrisch gespannt und verriegelt (Bremse gelöst). Bei Halt oder bei Ausfall der Betriebsbremse wird entriegelt, so dass die Federkraft auf das Bremsgestänge wirkt.

**Magnetschienen- und lineare Wirbelstrombremse**

Die Magnetschienenbremse wird in schnellfahrende Wagen und Triebwagen der Eisenbahn zusätzlich sowie in Straßenbahnwagen grundsätzlich eingebaut. Mit ihr werden bei der Eisenbahn die für höhere Geschwindigkeiten vorgeschriebenen Mindestbremshundertstel erfüllt.

Bild 5.3 zeigt im unteren Teil ein mit Magnetschienenbremse ausgerüstetes Drehgestell. Die im Bremsschuh angeordneten Elektromagnete führen bei Einschaltung des Erregerstromes zum Ansaugen an die Schienenoberfläche und zum Reiben auf ihr. Das Zuschalten der Magnetschienenbremse der Eisenbahnfahrzeuge erfolgt, wenn der Hauptluftleitungsdruck unter 3,5 bar fällt (Schnellbremsung). Sobald 50 km/h unterschritten sind, wird zur Vermeidung eines allzu großen Bremskraftanstiegs das Wirken der Magnetschienenbremse wieder aufgehoben. An Straßenbahnen wird die Magnetschienenbremse in Tätigkeit gesetzt, wenn der Fahr-Brems-Hebel in die Gefahrenbremsstellung gebracht wird. Sie wirkt bis zum Halt.

Der Bremsschuh unterliegt durch die Schienenreibung großem Verschleiß. Im Hochgeschwindigkeitsverkehr wird die Magnetschienenbremse von der verschleißlos auf den Schienenkopf wirkenden **linearen Wirbelstrombremse** abgelöst. Sie dient dabei als zweite Betriebsbremse.

#### *Elektrische und hydrodynamische Bremse sowie rotierende Wirbelstrombremse*

Elektrische und dieselelektrische Triebfahrzeuge haben zusätzlich die **Widerstandsbremse**, bei elektrischen Triebfahrzeugen außerdem in der Version **Nutz- oder Netzbremse**. Die Fahrmotoren arbeiten als Generatoren, angetrieben von der Bremskraft. Bei der konventionellen Antriebstechnik befindet sich ein konstanter Widerstand im Bremsstromkreis. Die konstante Bremskraft wird durch Verstärkung des Feldes proportional zur Geschwindigkeitsabnahme erreicht. Ab Sättigungspunktes nimmt die Bremskraft ab. Die Druckluftbremse muss ergänzend zugeschaltet werden. Die Drehstromantriebstechnik ermöglicht durch die Frequenzanpassung an die Geschwindigkeit den Erhalt der Bremskraft bis zum Halt. Mit der elektrischen Bremse ist das im Hochgeschwindigkeitsverkehr aktuelle Problem der Bremswärmeabfuhr durch die Rückspeisung ins Netz lösbar (Netzbremsung).

Dieseltriebfahrzeuge mit hydrodynamischer Leistungsübertragung besitzen zusätzlich die hydrodynamische Bremse (**Bremsretarder**), die durch Änderung des Füllungsgrads des Getriebes auf konstante Leistung geregelt wird. Damit ist die Bremskraft geschwindigkeitsabhängig und muss durch die Druckluftbremse ergänzt werden. Ab 100 % Füllung tritt mit abnehmender Geschwindigkeit Bremskraftabnahme nach der Propellerkurve ein (Bild 4.25).

Elektrische und hydrodynamische Bremsen werden mit Führerbremsventil und Fahr-Brems-Schalter angesteuert und geregelt. Bei Ansteuerung über das Führerbremsventil wirken elektrische und hydrodynamische Bremsen in Kombination mit der mechanischen Bremse.

Die verschleißfrei arbeitende und thermisch sehr hoch belastbare **rotierende Wirbelstrombremse** ist für Eisenbahnwagen geplant, die entweder auf langen Gebirgsrampen fahren müssen oder die für den Hochgeschwindigkeitsverkehr vorgesehen sind. Sie soll hier die mechanische Reibungsbremse wegen ihrer technischen Grenzen ablösen. Die auf der Radsatzachse sitzende Bremsscheibe durchschneidet fortlaufend ein Magnetfeld.

#### *Elektrische Bremse der Straßenbahn*

Straßenbahnen werden elektrisch gebremst. Bei Fahrzeugen mit Gleichstrom-Reihenschlussmotoren wird die **Kurzschlussbremse** benutzt, bei der sich ein regelbarer Widerstand im Bremsstromkreis befindet. Mit abnehmender Geschwindigkeit wird der Widerstand reduziert, so dass die Bremskraft konstant bleibt. Die Kurzschlussbremse wirkt bis zum Halt. Bei Drehstrom-Asynchronmotoren kann die Bremskraft durch Frequenz- und Spannungsregelung ebenfalls bis zum Halt konstant gehalten werden.

Die Betätigungs Kraft der Scheibenbremse nicht angetriebener Radsätze wird in der älteren Ausführungsart von Bremsolenoiden (Zugmagnete) erzeugt, die in den Bremsstromkreis integriert sind. Bei modernen Konstruktionen wurde ein hydrostatisches System gewählt, das eine dem Bremsstrom proportionale Bremskraft entwickelt.

Für die Berechnung des Bremsvorganges ist die aus der technischen Auslegung hervorgehende Bremskraft aller Fahrzeuge des Zugs von Interesse.

### Einteilung nach der Bremsstellung

Unterschiedliche Intensität der Bremskraft und unterschiedliches Zeitverhalten der Eisenbahndruckluftbremse wird durch die Definition von Bremsstellungen berücksichtigt. Bei der Zugbildung ist an allen Fahrzeugen die gleiche Bremsstellung einzustellen. Folgende Grundvarianten der Bremsstellung sind möglich:

- G Güterzug (langsam wirkende Bremse)
- P Personenzug (schnell wirkende Bremse)
- $P_2$  Personenzug nur für Lokomotiven (schnell und mittelstark wirkende Bremse)
-  Rapid, R ohne SEV (schnell und stark wirkende Bremse)
- R Rapid, R mit SEV (sehr schnell und sehr stark wirkende Bremse)

Anmerkung: SEV = Schnellentleerungsventil

„P“ und „G“ haben den gleichen Bremszylinderdruck, aber verschiedene Steuerzeiten. In „R ohne SEV“ (Wagen, Triebwagen) und „ $P_2$ “ (Lokomotiven) liegt ein gegenüber „P“ erhöhter Bremszylinderdruck vor. In „R mit SEV“ wirkt außerdem das Schnellentleerungsventil der Hauptluftleitung und ein beschleunigtes Durchschlagen des Bremsbefehls.

Die Grundvarianten der Bremsstellung können durch Zusatzvarianten ergänzt werden, beispielsweise mit der Magnetschienenbremse (R+Mg), mit der Wirbelstrombremse (R+WB), mit der elektrischen Bremse (R+E) und mit der hydrodynamischen Bremse (R+H) sowie mit der elektropneumatischen Bremse (Zusatz: ep).

## 5.2 Bremskrafterzeugung

### 5.2.1 Klotz- und Belagskraft

Bei Berechnung der Fahrbewegung mit Bremskraft ist als erster Lösungsschritt die Kraft des Bremskrafterzeugers zu bestimmen. Dabei ist die Abhängigkeit sowohl von den einzustellenden Bremsstufen als auch von der Entwicklungszeit zu beachten. Bei der mechanischen Reibungsbremse gehen aus der Kraft des Bremskrafterzeugers die Klotz- bzw. Belagskraft hervor. Die Multiplikation mit dem Klotz- bzw. Belagsreibwert ergibt die Bremskraft.

#### Kolbenkraft des Bremszylinders

Für die maximale Kolbenkraft des Bremszylinders gilt:

$$F_{KZ \max} = A_{KZ} p_{Z \max} \quad \text{mit} \quad A_{KZ} = \pi \frac{d_Z^2}{4} \quad (5.1)$$

$F_{KZ}$  Kolbenkraft des Bremszylinders in kN

$A_{KZ}$  Kolbenfläche des Bremszylinders in  $m^2$

- $p_Z$  Bremszylinderdruck in kPa (1 bar = 100 kPa)  
 $d_Z$  Innendurchmesser des Bremszylinders in m

Der Bremszylinderdruck ist in den Bremsstellungen P und G auf  $p_Z = 3,6$  bar und in der Bremsstellung R auf  $p_Z = 3,8$  bar begrenzt. Bei Scheibenbremsen ist der erhöhte  $F_{KZ\ max}$ -Wert der Bremsstellung „R“ über das Verhältnis der Bremszylinderdrücke einfach zu erfassen. Bei der GG-Klotzbremse wird die Bremsstellung „R“ durch einen zweiten Bremszylinder realisiert, der beim Bremsen mit  $v \geq 70$  km/h gefüllt und bei Unterschreitung von 55 km/h während des Bremsens nach einer Zeitfunktion entlüftet wird.

Zur Berücksichtigung der Intensität der Bremsung im Simulationsprogramm ist der Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  und der Zeitfaktor  $f_t$  einzuführen. Die Faktoren  $f_{St}$  und  $f_t$  liegen im Bereich 0 bis 1:

$$F_{KZ} = f_t f_{St} F_{KZ\ max} \quad (5.2)$$

Der **Bremsstufenfaktor  $f_{St}$**  ist der Druckabsenkung in der Hauptluftleitung proportional. Bei  $\Delta p_{HL} = 0$  ( $p_{HL} = 5$  bar) ist  $f_{St} = 0$  und bei  $\Delta p_{HL} = 1,5$  bar ( $p_{HL} = 3,5$  bar)  $f_{St} = 1$ . Die Druckabsenkung ist in Schritten von 0,05 bar möglich, so dass sich  $z_{max} = 29$  Bremsstufen ergeben. In Abhängigkeit von der benutzten **Bremsstufe  $z_B$**  erhält man für den Bremsstufenfaktor:

$$f_{St} = \frac{z_B}{z_{B\ max}} \quad (5.3)$$

Für  $z_B$  ist ein zwischen 1 und 29 gelegener Wert ins Simulationsprogramm einzugeben. Bei Eingabe von  $z_B = 30$  wird in der Rechnung die Magnetschienenbremse zugeschaltet.

Der **Zeitfaktor  $f_t$**  entspricht dem Verhältnis der zeitabhängigen aktuelle Kolbenkraft des Bremszylinders  $F_{KZ}(t)$  zur maximale Kraft  $F_{KZ,max}$ . Die Berechnung erfolgt in Kap. 5.2.5.

### Klotz- und Belagskraft

Die Kolbenkraft des Bremszylinders wird mittels Gestänge und Hebelmechanismus auf die Bremsklötzer übertragen. Zur Berechnung der Klotzkraft  $F_{KI}$  ist vom Gleichgewicht der Kräfte an beiden Gestängeenden auszugehen:

$$z_{KI} F_{KI} = (F_{KZ} - F_R) i_G \eta_G - F_G z_{KI}$$

Umstellung nach der Klotzkraft und die Berücksichtigung von Bremsstufen- und Zeitfaktor:

$$F_{KI} = f_t f_{St} \left( i_G \eta_G \frac{F_{KZ\ max} - F_R}{z_{KI}} - F_G \right) \quad (5.4)$$

$F_{KI}$  Klotzkraft an 1 Radanpressstelle

$F_{KZ}$  Kolbenkraft des Bremszylinders

$F_R$  Feder- und Reibkraft im Bremszylinder

$F_G$  Gestänge-Gegenkraft für 1 Anpressstelle

$z_{KI}$  Klotzanpressstellen des Bremszylinders

$i_G$  Bremsgestängeübersetzung

$\eta_G$  Bremsgestängewirkungsgrad

Jeder Radsatz hat  $z_{KI} = 4$  Klotzanpressstellen. Doppelklötze sind 1 Anpressstelle. Die Kraftkonstanten betragen  $F_R = 1,6$  kN und  $F_G = 1$  kN. Für  $f_t = 1$  und  $f_{St} = 1$  erhält man  $F_{KI\ max}$ .

Für die Belagskraft  $F_{Bel}$  von 1 Scheibenanpressstelle gilt entsprechend Gl. (5.4):

$$F_{Bel} = f_t f_{St} i_G \eta_G \frac{F_{KZ\ max} - F_R}{z_{Bel}} \quad (5.5)$$

Die Variable  $z_{Bel}$  ist die Anzahl der Belagsanpressstellen des Bremszylinders. Jede Scheibe hat im Regelfall 2 Anpressstellen und jeder Radsatz 1 bis 4 Bremsscheiben. Die maximale Belagskraft  $F_{Bel\ max}$  erhält man für  $f_t = 1$  und  $f_{St} = 1$ .

Bei Bedienung der mechanischen Bremse von Hand ist in Gl.(5.4) und (5.5)  $F_{KZ\ max}$  durch die **maximale Handkraft  $F_{H\ max} = 0,500\ kN$**  und  $i_G$  durch die Handkraftübersetzung  $i_H$  zu ersetzen sowie  $F_R = 0$  zu setzen:

$$F_{KI} = f_t f_{St} i_H \eta_G \frac{F_{H\ max}}{z_{KI}} - F_G \quad \text{und} \quad F_{Bel} = f_t f_{St} i_H \eta_G \frac{F_{H\ max}}{z_{Bel}} \quad (5.6)$$

Der Zeitfaktor  $f_t$  ist wie zur Bremsstellung „G“ zu berücksichtigen. Für den Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  ist ein zwischen 0 und 1 gelegener Wert zu wählen, je nachdem wie  $F_{H\ max}$  ausgeschöpft wird. Die Variablen  $z_{KI}$  und  $z_{Bel}$  sind auf die Bedienungseinrichtung der Bremse bezogen.

Bei Dimensionierung der Bremse wird zwischen Anzahl und Größe der Bremszylinder sowie Gestängeübersetzung  $i_G$  variiert. Der Innendurchmesser der Bremszylinder beträgt 8 bis 16 Zoll (1 Zoll = 25,4 mm) und die Gestängeübersetzung  $i_G = 4$  bis 12. Die Handkraftübersetzung darf bei Güter- und Triebwagen  $i_H = 1400$  und bei Reisezugwagen und Triebfahrzeuge  $i_H = 2000$  nicht überschreiten.

### Einfluss des Verschleißes

Der Verschleiß an den mechanischen Bauteilen bewirkt eine Vergrößerung des Kolbenhubs. Wegen des Druckausgleichsprinzips mit dem Hilfsluftbehälter nimmt dadurch der Zylinderdruck  $p_z$  ab (Verminderung von  $F_{KI}$  und  $F_{Bel}$  nach Gl. (5.1) bis (5.6)). Zur Vermeidung der Druckabnahme erhalten die Fahrzeuge (selbsttätige) Nachstellvorrichtungen des Gestänges.

### Gestängewirkungsgrad

Der Gestängewirkungsgrad  $\eta_G$  ist eine von Gestängeübersetzung, Schmierzustand, und Laufzeit abhängige Variable. Tabelle 5.1 bis 5.3 zeigt die Abhängigkeiten. Die Messungen erfolgen im Regelfall im Standversuch, die in Werte des Fahrversuchs umzurechnen sind. Die Bremsstellung „G“ ist bei der Wirkungsgradberechnung wie „P“ zu behandeln.

Bei statistischer Auswertung der Versuchsergebnisse erhält man folgende Gleichung:

$$\eta_G = \xi_G \eta_0 - \frac{T}{T_K} \quad (5.7)$$

$\eta_G$  Gestängewirkungsgrad für Fahren

$\eta_0$  Anfangswert bei  $T = 0$  (Tabelle 5.4)

$T_K$  Laufzeitkonstante in Monate (Tabelle 5.4)

$T$  Laufzeit ohne Wartung in Monate

$\xi_G$  Gestängewirkungsgradumrechnungsfaktor

von Stand in Fahrt,  $\xi_G = \eta_{G\ Fahr} / \eta_{G\ Stand}$

$\xi_G = 9/8$

Mit Gl. (5.7) ist der Einfluss des Wartungszustands auf den Bremsweg zu erfassen.

**Tabelle 5.1**Gestängewirkungsgrad  $\eta_G$  bei Bewegung

Wagentyp	geschmiert	ungeschmiert
Reisezugwagen	0,84 bis 0,92	0,75 bis 0,76
Güterwagen, Bremsstellung „leer“	0,84 bis 0,92	0,75 bis 0,76
Güterwagen, Bremsstellung „beladen“	0,78 bis 0,85	0,73 bis 0,74

**Tabelle 5.2**Gestängewirkungsgrad  $\eta_G$  für die Bremskonstruktion

Druckluftbremse	Hand- und Feststellbremse		
Wagen allgemein	0,80 bis 0,90	Güterwagen, Triebwagen	0,25
Triebfahrzeug, vierteiliges Gestänge	0,85	Reisezugwagen, Lokomotiven	0,21
Triebfahrzeug, 1 Zylinder/Radsatz	0,90 bis 0,95	Straßenbahnwagen	0,70

**Tabelle 5.3**Gestängewirkungsgrad  $\eta_G$ , gemessen im Standversuch (Mittelwerte)

Laufzeit	4-achsiger Güterwagen		4-achsiger Reisezugwagen	
	„P“/ „leer“	„P“/ „beladen“	Stellung „P“	Stellung „R“
Gestänge neu, geschmiert	0,80 bis 0,82	0,80 bis 0,82	0,83	0,83
Gestänge aufgearbeitet, geschmiert	0,70 bis 0,79	0,70 bis 0,79	0,80	0,80
nach 12 Monaten	0,74	0,70	0,73	0,71
nach 24 Monaten	0,66	0,60	0,63	0,60
nach 36 Monaten	0,58	0,50	0,53	0,48

**Tabelle 5.4**

Beiwerte zur Gestängewirkungsgrad-Gleichung, Gl.(5.7)

Variante:	Anfangswert $\eta_0$	Laufzeitkonstante $T_K$
Güterwagen „P“ und „leer“	0,81	160 Monate
Güterwagen, „P“ und „beladen“	0,81	114 Monate
Reisezugwagen, „P“	0,83	120 Monate
Reisezugwagen, „R“	0,83	104 Monate

### Lastabremsung

Insbesondere bei Güterwagen bestehen große Masseunterschiede zwischen leerem und voll beladenem Fahrzeug. Beispiel vierachsiger Güterwagen: Leermasse 26 t und Masse voll beladen 80 t. Klotz- bzw. Belagskraft müssen zur Einhaltung vorgeschriebener Bremswege der Fahrzeuggesamtmasse angepasst werden. Die Kraftanpassung erfolgt in 2 Stufen durch Änderung der Gestängeübersetzung  $i_G$ . Die **Laststellung „leer“** ist bis zur angegebenen Umstellmasse und die **Laststellung „beladen“** ab der Umstellmasse zu benutzen.

Bei automatischer Lastabremsung (Abkürzung: ALB) erfolgt die Anpassung durch masseproportionale Änderung des Bremszylinderdrucks  $p_z$ . Wegen der Begrenzung von  $p_z$  auf 3,8 bar kann im Regelfall nicht der gesamte Massebereich erfasst werden.

### Berechnungsbeispiel 5.1

Ein 4-achsiger Reisezugwagen Bm 234 mit Scheibenbremse hat 1 12"-Bremszylinder pro Radsatz ( $d_z = 305 \text{ mm}$ ), 2 Bremsscheiben pro Radsatz und 2 Belagsanpressstellen pro Scheibe. Der Zylinderdruck beträgt in der Bremsstellung „R“  $p_z = 3,0 \text{ bar}$  ( $300 \text{ kPa}$ ) und die Gestängeübersetzung  $i_G = 3,41$ . Die Belagskraft ist für den Neuzustand und für die Laufzeit von 12 Monaten zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Kolbenkraft für  $d_z = 0,305 \text{ m}$  und  $p_{z \max} = 300 \text{ kPa}$ , Gl. (5.1)

$$A_{KZ} = \pi d_z^2 / 4 = 3,1416 \cdot 0,305^2 / 4 = 0,07306 \text{ m}^2$$

$$F_{KZ \max} = A_{KZ} p_{z \max} = 0,07306 \cdot 300 = 21,9 \text{ kN}$$

Gestängewirkungsgrad für  $\eta_0 = 0,83$ ,  $T_K = 104$  und  $\xi_G = 9/8$ , Gl. (5.7)

$$T = 0 \text{ Monate: } \eta_G = \xi_G \eta_0 = 9/8 \cdot 0,83 = 0,934$$

$$T = 12 \text{ Monate: } \eta_G = \xi_G \eta_0 - T/T_K = 9/8 \cdot 0,83 - 12/104 = 0,818$$

Belagskraft, Gl. (5.5)

$$F_{Bel} = i_G \eta_G (F_{KZ \max} - F_R) / z_{Bel}$$

Für die gegebene Bestückung erhält man die Belagsanzahl  $z_{Bel} = 4$  pro Bremszylinder.

$$0 \text{ Monate: } F_{Bel} = 3,41 \cdot 0,934 \cdot (21,9 - 1,6) / 4 = 16,16 \text{ kN}$$

$$12 \text{ Monate: } F_{Bel} = 3,41 \cdot 0,818 \cdot (21,9 - 1,6) / 4 = 14,16 \text{ kN}$$

### 5.2.2 Bremskraft von Klotz- und Scheibenbremse

Bild 5.4 zeigt für die Klotzbremse die Bremskrafterzeugung durch Reibung. Die Bremskraft eines klotzgebremsten Fahrzeugs  $F_B$  ist das Produkt von Klotreibwert  $\mu_{KI}$  und Gesamt-Klotzkraft  $F_{KI \text{ ges}}$

$$F_B = \mu_{KI} F_{KI \text{ ges}} \quad (5.8)$$

Bild 5.4 zeigt für die Scheibenbremse die Bremskrafterzeugung durch Reibung. Die Bremskraft eines scheibengebremsten Fahrzeugs  $F_B$  ist das Produkt von Belagsreibwert  $\mu_{Bel}$  und Gesamt-Belagskraft  $F_{Bel \text{ ges}}$ . Das Produkt ist vom Bremsreibradius der Scheibe  $r_{BR}$  auf den Laufkreisradius des Rads  $r_L$  zu transformieren:

$$F_B = \mu_{Bel} F_{Bel \text{ ges}} \frac{r_{BR}}{r_L} \quad (5.9)$$

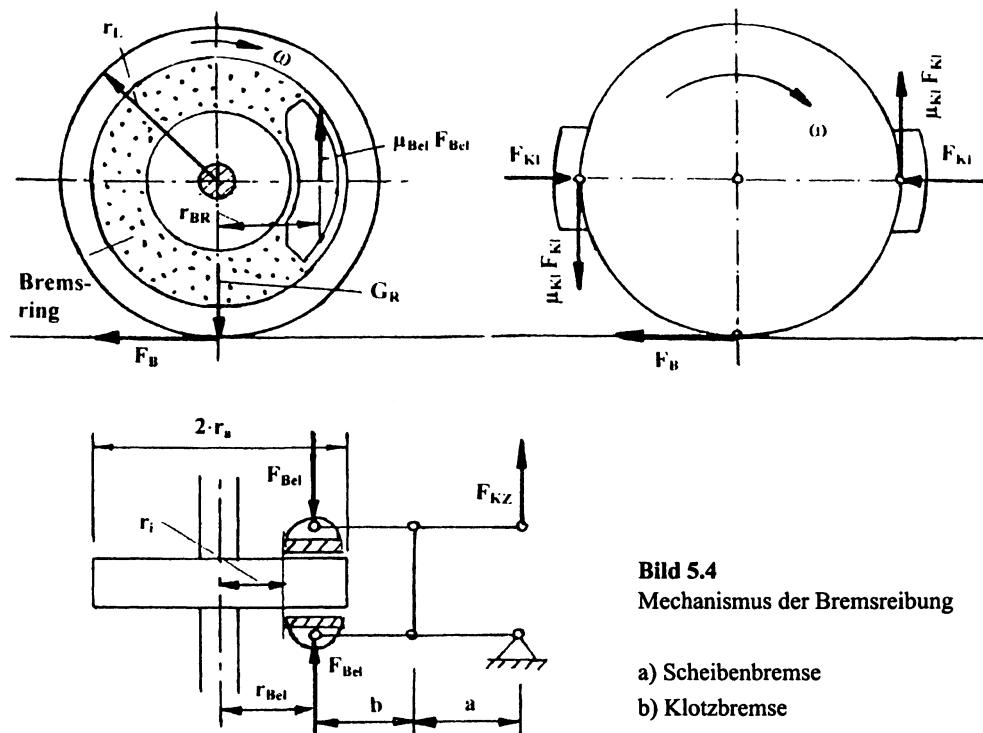
Der Bremsreibradius  $r_{BR}$  ist auf der Grundlage von Außen- und Innenradius der Belagsfläche  $r_a, r_i$  mit folgender Gleichung überschlägig zu berechnen:

$$r_{BR} = 0,97 \cdot \sqrt{\frac{r_a^2 + r_i^2}{2}} \quad (5.10)$$

Tabelle 5.5 enthält die für Scheibenbremsen geltenden Hauptabmessungen.

### Abbremsung

Die bremstechnische Bewertungsgröße Abbremsung  $\phi$  ist das Verhältnis von Gesamt-Klotzkraft  $F_{KI \text{ ges}}$  oder Gesamt-Belagskraft  $F_{Bel \text{ ges}}$  am Laufkreis zur Fahrzeuggewichtskraft  $G_F$ .



**Bild 5.4**  
Mechanismus der Bremsreibung

a) Scheibenbremse  
b) Klotzbremse

**Tabelle 5.5**  
Hauptabmessungen der Scheibenbremsen für Schienenfahrzeuge

Laufkreisdurchmes- ser neu, $d_L$ in mm	Scheibendurchmesser außen/innen $d_a/d_i$ mm	$F_{Bel}$ -Angriffsradius $r_{Bel}$ in mm	Bremsreibradius $r_{BR}$ in mm	Belagsfläche $A_{Bel}$ in $\text{cm}^2$
760	620/365	226	246	350
850	680/388	250	267	400
860	700/415	264	285	400
880	725/445	273	292	400
950	740/425	269	289	400
950	780/510	306	325	400
1010	820/505	320	332	400

**Tabelle 5.6**  
Überschlägliche Werte für die maximale Abbremsung  $\varphi_{\max}$  der Schienenfahrzeuge

Fahrzeugtyp	Hand	G/P	$P_2$	R
Güterwagen „leer“, GG-Klotzbremse	20 %	70 %	-	-
Güterwagen „beladen“, GG-Klotzbremse	-	90 %	-	-
Reisezugwagen, GG-Klotzbremse	30 %	80 %	-	160 %
Lokomotive, GG-Klotzbremse	$2 \cdot 15 \%$	85 %	135 %	200 %
Reisezugwagen, Scheibenbremse	-	30 %	-	35 %

Bei Benutzung der Maximalwerte der Kräfte und Bezugnahme auf die Gewichtskraft des leeren Fahrzeugs  $G_{F\text{ leer}}$  (oder auf die Gewichtskraft der Umstellmasse) erhält man die maximale Abbremsung  $\varphi_{\max}$ :

$$\text{Klotzbremse: } \varphi_{\max} = \frac{F_{Kl\text{ ges}}}{G_{F\text{ leer}}} \quad (5.11)$$

$$\text{Scheibenbremse: } \varphi_{\max} = \frac{F_{Bel\text{ ges}}}{G_{F\text{ leer}}} \cdot \frac{r_{BR}}{r_L} \quad (5.12)$$

Tabelle 5.6 enthält eine Übersicht über maximale Abbremsungen der Schienenfahrzeuge.

Das Einsetzen von Gl. (5.11) in Gl. (5.8) bzw. von Gl. (5.12) in Gl. (5.9) für  $F_{Kl\text{ ges}}$  bzw.  $F_{Bel\text{ ges}}$  und die Division mit der Fahrzeuggewichtskraft bzw. der Fahrzeugmasse ergibt die Bremskraftzahl  $f_B$  (Kap.1.2.4) sowie Bremskraftbeschleunigung  $a_{FB}$  (Kap.1.2.6) des leeren Fahrzeugs.

$$\text{Klotzbremse: } f_B = \mu_{Kl} \varphi \quad \text{und} \quad a_{FB} = g \mu_{Kl} \varphi \quad (5.13)$$

$$\text{Scheibenbremse: } f_B = \mu_{Bel} \varphi \quad \text{und} \quad a_{FB} = g \mu_{Bel} \varphi \quad (5.14)$$

### Berechnungsbeispiel 5.2

Ein 4-achsige Reisezugwagen hat die Eigenmasse  $m_{EW} = 37,0$  t ( $G_{F\text{ leer}} = 363$  kN), in der Bremsstellung „R“ die Belagskraft  $F_{Bel} = 16,16$  kN,  $z_{Bel} = 16$  Belagsanpressstellen ( $F_{Bel\text{ ges}} = 258,6$  kN), den Laufkreisradius  $r_L = 475$  mm und den Bremsreibradius  $r_{BR} = 247$  mm. Der Belagsreibwert beträgt  $\mu_{Bel} = 0,35$ . Maximale Abbremsung  $\varphi_{\max}$ , Bremskraftzahl  $f_B$  und Bremskraftbeschleunigung  $a_{FB}$  sind zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

**Maximale Abbremsung, Gl. (5.12)**

$$\varphi_{\max} = F_{Bel\text{ ges}} / G_{F\text{ leer}} \cdot r_{BR} / r_L = 258,6 / 363 \cdot 247 / 475 = 0,3704 \text{ bzw. } 37,4 \%$$

**Bremskraftzahl, Gl. (5.14)**

$$f_B = \mu_{Bel} \varphi = 0,35 \cdot 0,3704 = 0,1296$$

**Bremskraftbeschleunigung, Gl. (5.14)**

$$a_{FB} = g \mu_{Bel} \varphi = 9,81 \cdot 0,35 \cdot 0,3704 = 1,272 \text{ m/s}^2$$

### 5.2.3 Klotz- und Belagsreibwert

#### Reibwertvariable

Der Klotz- und Belagsreibwert unterliegt einerseits physikalischen Abhängigkeiten, ist aber andererseits eine stochastische Größe. Für die Simulation der Zugbremsung wird er im Regelfall in statistischen Gleichungen erfasst. Die Gleichungen sind für Grauguss-Bremsklötze, Verbundstoff- und Sintermetallbremsklötze und Verbundstoffbremsbeläge getrennt aufzustellen.

Folgende Abhängigkeiten von physikalischen Variablen liegen vor:

– *Momentane Fahrgeschwindigkeit*

Mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit nimmt der Reibwert ab.

– *Bremsanfangsgeschwindigkeit*

Mit zunehmender Bremsanfangsgeschwindigkeit nimmt der Reibwert ab.

- **Klotz- und Belagsdruck**

Mit steigendem Klotz- bzw. Belagsdruck in der Kontaktfläche nimmt der Reibwert ab.

- **Materialart**

Art und Zusammensetzung des Reibmaterials bestimmen den Reibwert wesentlich.

- **Reibarbeit**

Mit zunehmender Belastung der Reibflächen durch Reibarbeit fällt der Reibwert. Besonders augenscheinlich ist der Reibwertabfall von Verbundstoffen bei Eintritt des Bremsfadings (Materialverflüssigung beim Überschreiten der Grenztemperatur von 600 °C).

- **Reibgeometrie und Verschleiß**

Bei gestörter Anpassungsgeometrie durch Bearbeitungsfehler, Temperaturdehnung und Verschleiß tritt ungleiche Flächenpressung und damit ein Reibwertabfall auf.

- **Anfangsverbesserung**

Bei Bremsbeginn ist eine Anfangsverbesserung von überschlägig 20 % zu verzeichnen, die in kurzer Zeit auf den normalen Wert zurückgeht.

- **Umweltbedingungen**

Vom Normalfall (trocken und sauber) abweichende Umweltbedingungen, insbesondere Nässe, Schnee und Eis, beeinflussen den Reibwert negativ.

Für die Simulation der Zugbremsung besteht die Notwendigkeit, das Reibwertverhalten von Klotz- und Scheibenbremse durch statistische Gleichungen zu beschreiben. Die Gleichungen erfassen den Einfluss der wesentlichen Variablen. Sie sind aus Prüfstandsversuchen hervorgegangen. Bild 5.5 zeigt die bei Prüfstandsversuchen für den Klotzreibwert ermittelten und in der Reibwertgleichung erfassten Abhängigkeiten.

### **Reibwertgleichung von Karwatzki**

Für bremstechnische Berechnungen wird im Regelfall die von *Karwatzki* entwickelte Reibwertgleichung benutzt. Den Reibwert am bremsenden Rad  $\mu_{Br}$  (wahlweise Klotzreibwert  $\mu_{Kl}$  oder Belagsreibwert  $\mu_{Bel}$ ) erhält man als Produkt von Reibwertkonstante  $k_1$ , Klotz-/Belagskraftterm  $B$  und Geschwindigkeitsterm  $D$ :

$$\mu_{Br} = k_1 B D \quad (5.15)$$

$$B = \frac{F_{Kl} + k_2}{F_{Kl} + k_3} \quad \text{bzw.} \quad B = \frac{F_{Bel} + k_2}{F_{Bel} + k_3} \quad \text{und} \quad D = \frac{v + k_4}{v + k_5}$$

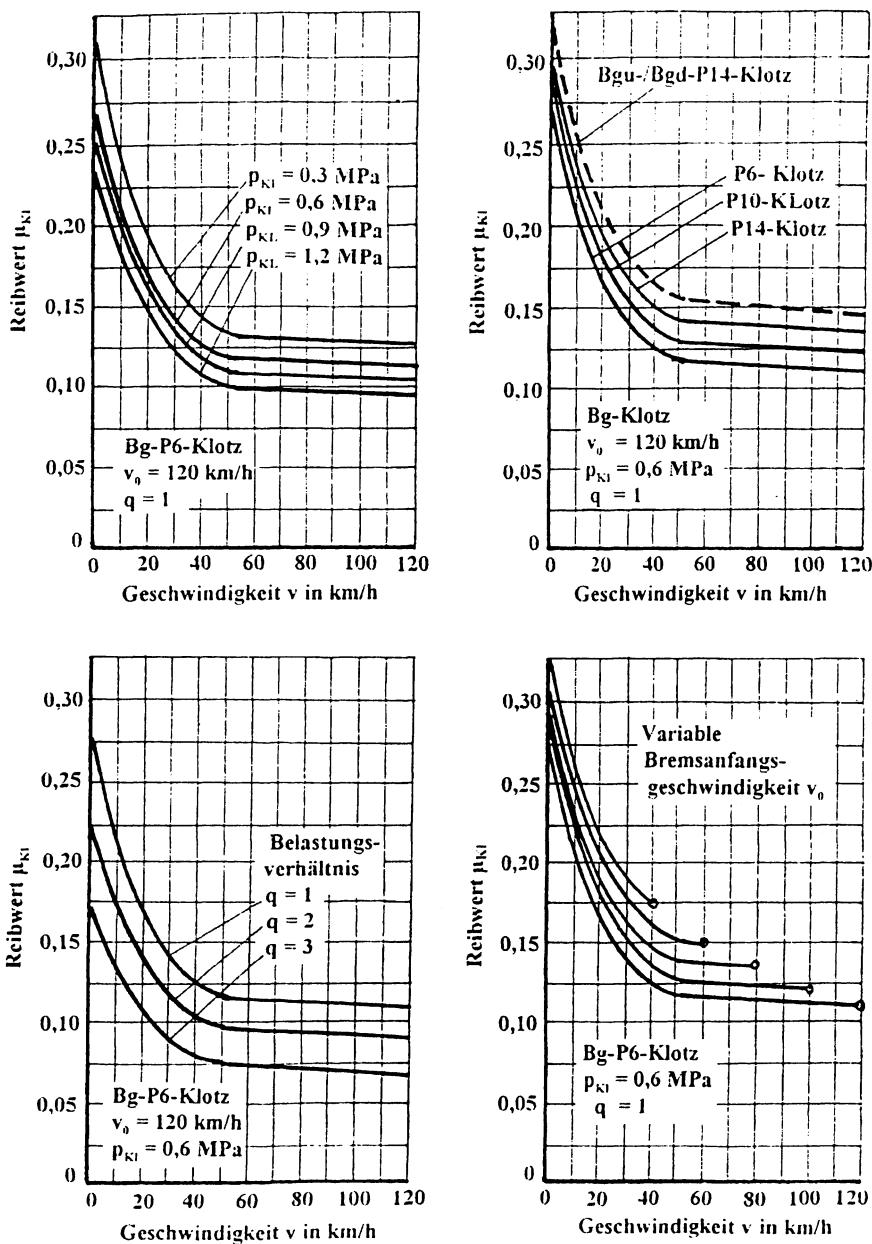
Tabelle 5.7 enthält die für die Konstanten  $k_1$  bis  $k_5$  einzusetzenden Zahlenwerte.

Die Gültigkeit von Gl. (5.15) ist begrenzt auf:

- für Grauguss-Bremsklötze auf  $F_{Kl\ max} = 40 \text{ kN}$  und  $v_{max} = 120 \text{ km/h}$ ,
- für Verbundstoff-Bremsklötze auf  $F_{Kl\ max} = 40 \text{ kN}$  und  $v_{max} = 160 \text{ km/h}$  und
- für Scheibenbremsbeläge auf  $F_{Bel\ max} = 15,2 \text{ kN}$  und  $v_{max} = 160 \text{ km/h}$

### **Erweiterte Reibwertgleichung für Grauguss-Bremsklötze**

Von *Gralla* wurde aus Versuchsergebnissen von *Metzkow*, *Hertzmann* und *Hendrichs* eine Reibwertgleichung entwickelt, die weitere, über Gl. (5.15) hinausgehende Variablen erfasst.

**Bild 5.5:**

Der Klotreibwert  $\mu_{KL}$  in Abhängigkeit von seinen, in Gl. (5.16) erfassten Variablen

Klotzbaufomren:

**Bg** Bremsklotz geteilt zwischen Sohle und Schuh

**Bgu** Bremsklotz geteilt und mit unterteilter  
Sohle (Dehnfuge)

**Bdg** Doppelbremsklotz geteilt

Bremsklotzsorten:

**P6** Klotz mit 0,6 % Phosphorgehalt

**P10** Klotz mit 1,0 % Phosphorgehalt

**P14** Klotz mit 1,4 % Phosphorgehalt

**Tabelle 5.7**Konstanten  $k_1$  bis  $k_5$  zur Reibwertgleichung (5.15)

Gleichung für:	$k_1$ , Einheit 1	$k_2$ in kN	$k_3$ in kN	$k_4$ in km/h	$k_5$ in km/h
Normal-GG-Klötzer	0,024	62,50	12,50	100	20
P10 bis P14-Klötzer	0,050	62,50	31,25	100	20
Verbundstoffklötzer 6 KB 10	0,055	200	50	150	75
Scheibenbremsbelag Typ 5-6-60	0,385	-24,5	-27,2	39,5	33
Magnetschienenbremse					
trockene Schienen	0,095	0	0	9,26	4,63
überzogene, benetzte Schienen	0,076	0	0	13,89	5,56

Diese Gleichung ist speziell für Simulationsprogramme der Zugbremsung geeignet. Bild 5.5 zeigt die einbezogenen Abhängigkeiten.

Nach *Gralla* erhält man den Klotreibwert  $\mu_{Kl}$  als Produkt von Bremsanfangsgeschwindigkeitsterm A, Klotzdruckterm B, Momentangeschwindigkeitsterm D und Rebarbeitsterm E:

$$\mu_{Kl} = A B D E \quad (5.16)$$

Die kurzzeitige Anfangsverbesserung wird wegen ihres unwesentlichen Einflusses auf den Bremsweg ver nachlässigt.

#### Bremsanfangsgeschwindigkeitsterm A

Die Beeinflussung durch die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$ , die im Geschwindigkeitsanfangsterm A erfasst wird, resultiert aus der Abhängigkeit des Klotreibwerts von der energetischen Belastung. Nach Versuchsergebnissen wird A im Bereich  $v_0 = 0$  bis 50 km/h von der momentanen Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  beeinflusst. Bei  $v_0 > 50$  km/h ist A dagegen konstant.

$$\text{Schnittpunkt } v_0 = 50 \text{ km/h: } A_{50} = A_0 e^{\lambda v_0 / v_{00}} \quad (5.17)$$

$$\text{Bereich } 0 \leq v_0 \leq 50 \text{ km/h: } A = 1 + (A_{50} - 1) \left( A_1 + A_2 \frac{v_F}{v_{00}} \right)$$

$$\text{Bereich } v_0 > 50 \text{ km/h: } A = A_{50} = \text{konstant}$$

Für die Konstanten ist einzusetzen:

$$A_0 = 1,59, A_1 = 0,35, A_2 = 1,3, \lambda = -0,35 \text{ und } v_{00} = 100 \text{ km/h}$$

Der  $A_{50}$ -Wert ist auf den Klotzdruck  $p_{Kl} \geq 0,05 \text{ MPa}$  und auf  $v_0 \geq 40 \text{ km/h}$  begrenzt. Bei ausserhalb liegenden Werten gelten die Begrenzungswerte für 0,05 MPa und 40 km/h.

#### Klotzdruckterm B

Der Klotzdruckterm B ist vom Klotzdruck  $p_{Kl}$  (in MPa) und Bauformfaktor  $k_{Kl}$  abhängig:

$$B = k_{Kl} B_0 \left( \frac{p_{Kl}}{p_{00}} \right)^\beta \quad (5.18)$$

$$p_{Kl} = \frac{F_{Kl}}{A_{Kl}} \quad \text{und} \quad A_{Kl} = l_{Soh} b_{Soh}$$

**Tabelle 5.8**

Bremstechnische Daten typischer Schienenfahrzeuge mit GG-Klotzbremse

Parameter	4-achsiger Güterwagen	4-achsiger Personenwagen	6-achsige Lokomotive
Eigen-/Umstellmasse	26,0 t / 53,0 t	39,7 t	123,0 t
Nutzmasse	54,0 t	14,5 t	-
Höchstgeschwindigkeit	90 km/h	140 km/h	125 km/h
Bremsklotz	Bg 350/P14	Bdg 250 (2x)/P14	Bgu 300 (2x)/P6
<i>Leer oder G/P</i>			
Einzelklotzkraft	10,01 kN	17,97 kN	20,98 kN
Klotzdruck	0,34 MPa	0,43 MPa	0,78 MPa
Abbremsung maximal	62,7 %	73,8 %	83,5 %
<i>Beladen oder R</i>			
Einzelklotzkraft	27,57 kN	37,81 kN	49,32 kN
Klotzkraft	0,94 MPa	0,90 MPa	1,83 MPa
Abbremsung	84,8 %	155,3 %	196,2 %

In Gl. (5.18) ist für die Konstanten einzusetzen:

$B_0 = 0,9048$ ,  $p_{00} = 1,0$  MPa,  $\beta = -0,1956$  und  $k_{KI} = 1,0$  für den Bg-Klotz sowie  $k_{KI} = 1,1$  für den Bgu-/Bdg-Klotz.

Die Klotzkraft  $F_{KI}$  ist in MN, die Klotzfläche  $A_{KI}$  in  $m^2$ , die Sohlenlänge  $l_{Soh}$  in m und die Sohlenbreite  $b_{Soh}$  in m einzusetzen.

Die Sohlenbreite  $b_{Soh}$  beträgt einheitlich 85 mm. Die Sohlenlänge (Bogenlänge)  $l_{Soh}$  ist in den Maßen 250, 300, 320 und 350 mm gestaffelt und wird der Bauformbezeichnung hinzugefügt (Beispiel: Bg 320).

Die Gl. (5.18) ist auf  $p_{KI} \geq 0,05$  MPa begrenzt. Für darunter liegende Klotzdrücke ist  $p_{KI} = 0,05$  MPa vorauszusetzen.

#### Momentangeschwindigkeitsterm D

Der Momentangeschwindigkeitsterm D ist von der momentanen Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  der Bremsung (in km/h oder m/s) abhängig:

$$D = D_0 \left( \frac{v_F}{v_{00}} \right)^\alpha \quad (5.19)$$

Bremsklotztyp P6:  $D_0 = 0,08571$  und  $\alpha = -0,3806$

Bremsklotztyp P10:  $D_0 = 0,09640$  und  $\alpha = -0,3487$

Bremsklotztyp P14:  $D_0 = 0,1073$  und  $\alpha = -0,3198$

Für die Geschwindigkeitskonstante  $v_{00}$  ist 100 km/h bzw. 27,778 m/s einzusetzen.

Gl. (5.19) gilt für  $v_F \geq 5$  km/h. Für kleinere Geschwindigkeiten ist mit  $v_F = 5$  km/h zu rechnen.

#### Reibarbeitsterm E

Die auf 1 Bremse entfallende Reibarbeit steigt mit zunehmendem Gefällewert i (positiv, Maßeinheit 1) und bei ungebremster Masse im Zug mit dem Bremsmasseverhältnis q an.

Bei Anstieg der Reibarbeit verringert sich der Klotzreibwert. Diese Verringerung wird im Reibarbeitsterm E erfasst:

$$E = E_0 - E_1 q (1 + \gamma i q) \quad (5.20)$$

Für die Konstanten ist einzusetzen:  $E_0 = 1,05$ ,  $E_1 = 0,05$  und  $\gamma = 10$

Das Bremsmasseverhältnis q ist das Verhältnis von Zugmasse  $m_Z$  und gebremster Leermasse (Umstellmasse) des Zugs  $m_{ZB}$ ,  $q = m_Z/m_{ZB}$ .

### Berechnungsbeispiel 5.3

Für den 4-achsigen Güterwagen der Tabelle 5.7 ist zum Fahrzustand 14 t Zuladung ( $m_{EW} = 40$  t,  $G_{EW} = 392,4$  kN, Bremsstellung „leer“), 5 % Gefälle auf der Bremsstrecke ( $i = 0,005$ ), Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 90$  km/h und Momentangeschwindigkeit  $v_F = 60$  km/h der Klotzreibwert  $\mu_{KI}$  und die Bremskraftbeschleunigung  $a_{FB}$  zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Anfangsgeschwindigkeitsterm, Gl. (5.17)

$$A_{50} = 1,59 \cdot \exp(-0,35 \cdot 90/100) = 1,1417 \text{ und } A = A_{50} = 1,1604$$

Klotzdruckterm B, Gl. (5.18)

$$A_{KI} = l_{Soh} b_{Soh} = 350 \cdot 85 = 29750 \text{ mm}^2 = 0,02975 \text{ m}^2 \text{ und } p_{KI} = F_{KI}/A_{KI} = 0,010/0,02975 = 0,336 \text{ MPa}$$

$$B = 1,0 \cdot 0,9048 \cdot (0,336/1,0)^{-0,1956} = 1,12$$

Momentangeschwindigkeitsterm D, Gl. (5.19)

$$D = 0,1073 \cdot (60/100)^{-0,3198} = 0,1263$$

Reibarbeitsterm E für  $m_Z = m_{EW} = 40$  t und  $m_{ZB} = m_{leer} = 26$  t, Gl. (5.20)

$$q = m_{EW}/m_{leer} = 40/26 = 1,54 \text{ und } E = 1,05 - 0,05 \cdot 1,54 \cdot (1 + 10 \cdot 0,005 \cdot 1,54) = 0,9671$$

Klotzreibwert, Gl. (5.16)

$$\mu_{KI} = A \cdot B \cdot D \cdot E = 1,1604 \cdot 1,12 \cdot 1,1263 \cdot 0,9671 = 0,1587$$

Abbremsung, Gl. (5.11)

$$\varphi = F_{KI\,ges}/G_{EW} = 16 \cdot 10/392,4 = 0,4077$$

Bremskraftbeschleunigung, Gl. (5.13)

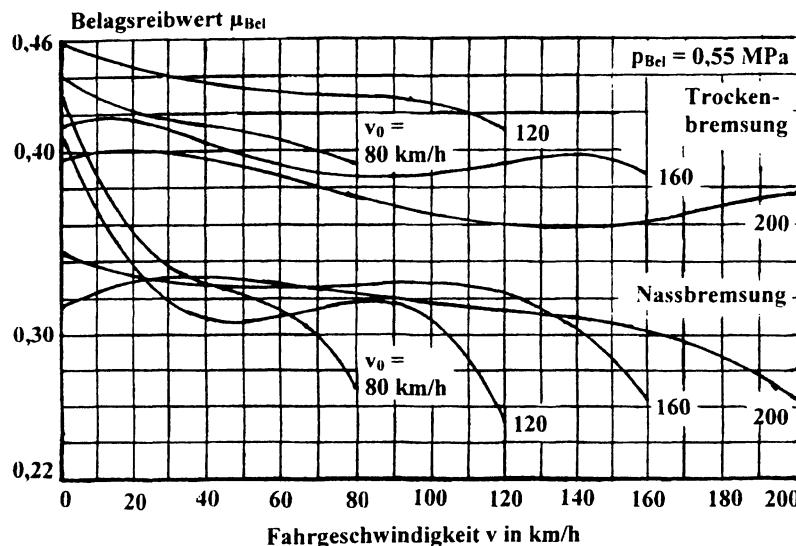
$$a_{FB} = g \mu_{KI} \varphi = 9,81 \cdot 0,1587 \cdot 0,4077 = 0,6347 \text{ m/s}^2$$

### Reibwert für Verbundstoff-Bremsklötzte und -Scheibenbremsbeläge

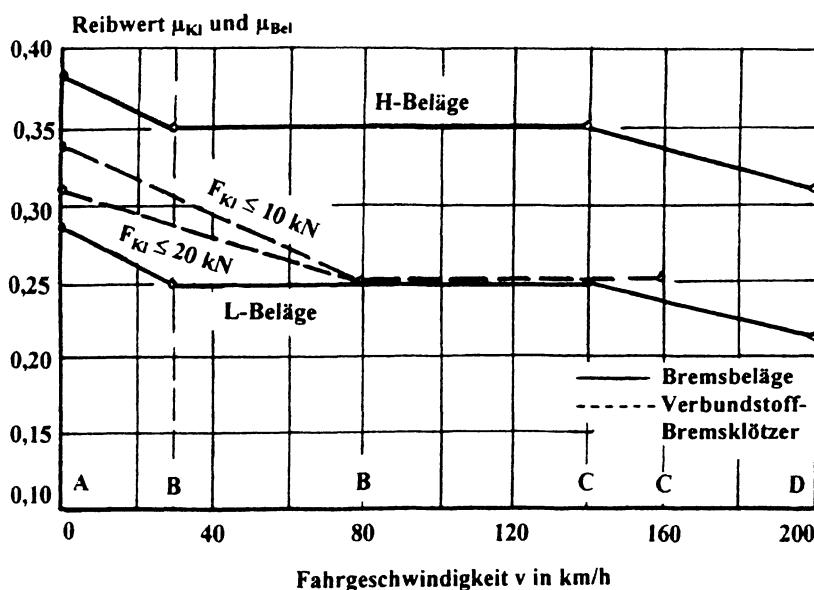
Wie Bild 5.6 zeigt, haben Verbundstoffe infolge der nahezu unbegrenzten Möglichkeit der Zusammensetzung ein sehr differenziertes Reibwertverhalten. Das macht die Entwicklung von Reibwertgleichungen für die Bremsfahrsimulation nahezu unmöglich. Um die Einhaltung der bremstechnischen Vorschriften zu garantieren, wurden in UIC-Merkblatt 541 Begrenzungskennlinien für gemessene Reibwertkennlinien entwickelt. Es besteht die Vorgabe, sich der Kennlinie des mittleren Reibwerts anzupassen und die Begrenzungskennlinien nicht zu überschreiten. Bild 5.7 zeigt die Kennlinie des mittleren Reibwerts.

Die Kurven zu Verbundstoff-Bremsklötzen werden zur Klotzkraft  $F_{KI} \leq 10$  kN und  $F_{KI} \leq 20$  kN angegeben. Bei Bremsbelägen wird zwischen Kurven für L-Beläge (niedriger Reibwert, Mittelwert 0,25) und H-Beläge (hoher Reibwert, Mittelwert 0,35) unterschieden.

Für Berechnungen sind die Reibwertkurven des Herstellers oder die Mittelwertkurven des UIC-Merkblatts 541 zu verwenden.



**Bild 5.6**  
Experimentell bestimzte Reibwertkurven von asbestfreiem Scheibenbremsbelag  
(nach Hendrichs)



**Bild 5.7**  
Musterkurven für den Reibwert von Verbundstoff-Bremsklötzen und -Scheibenbremsbelägen als Mittelwert der Begrenzungen nach UIC-Merkblatt 541

**Tabelle 5.9**  
Konstanten der Reibwerte nach Gl. (5.21) auf der Basis der Mittelwertkurven nach UIC-Merkblatt 541

Reibmaterial	$\mu_A$	$\mu_{BC}$	$\mu_D$	$v_B$	$v_C$	$v_D$	$\varphi_{AB}$	$\varphi_{CD}$	$\mu_0$
$\mu_{KI}$ für $F_{KI} \leq 10 \text{ kN}$	0,34	0,25	-	80	160	-	0,1125	-	-
$\mu_{KI}$ für $F_{KI} \leq 20 \text{ kN}$	0,31	0,25	-	80	160	-	0,0750	-	-
$\mu_{Bel}$ für L-Beläge	0,28	0,25	0,21	30	140	200	0,1000	0,0667	0,3434
$\mu_{Bel}$ für H-Beläge	0,385	0,35	0,31	30	140	200	0,1167	0,0667	0,4434

Die Kurven des Bildes 5.7 sind in 3 Abschnitte zu unterteilen: Gerade für den Anfang, Waagerechte für die Mitte und Gerade für das Ende. Der Kurvenverlauf in den 3 Abschnitten ist durch Gleichungen darstellbar:

$$\text{Bereich A bis B, } 0 \leq v_F \leq v_B \quad (5.21)$$

$$\mu_{KI}, \mu_{Bel} = \mu_A - \varphi_{AB} \frac{v_F}{v_{00}} \text{ mit } \varphi_{AB} = \frac{v_{00}}{v_B} (\mu_A - \mu_B)$$

$$\text{Bereich B bis C, } v_B \leq v_F \leq v_C: \mu_{KI}, \mu_{Bel} = \mu_{BC} = \text{konstant}$$

$$\text{Bereich C bis D, } v_C \leq v_F \leq v_D$$

$$\mu_{KI}, \mu_{Bel} = \mu_0 - \varphi_{CD} \frac{v_F}{v_{00}}$$

$$\varphi_{CD} = \frac{v_{00}}{v_D - v_C} (\mu_C - \mu_D) \text{ und } \mu_0 = \mu_C + \varphi_{CD} \frac{v_C}{v_{00}}$$

$v_{00}$  Geschwindigkeitskonstante,  $v_{00} = 100 \text{ km/h bzw. } 27,778 \text{ m/s}$

Tabelle 5.9 enthält die Konstanten für die Mittelwert-Musterkurven nach UIC-Merkblatt 541.

## 5.2.4 Bremskraft alternativer Bremsen

Die Bremskraft radreibungsunabhängiger Bremsen ist bauartbezogen und folgt unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten. Für Berechnungen erfolgt die Darstellung der Bremskraftkennlinien  $F_B = f(v, f_{St})$  als Matrix oder als Gleichung.

### Konventionelle elektrische Widerstandsbremse

Bild 5.8 zeigt als Beispiel die Bremskraftkennlinien  $F_{BE} = f(v_F, f_{St})$  der elektrischen Lokomotive BR 139 mit konventioneller elektrischer Widerstandsbremse. Die Bremskraftkennlinien sind durch folgende Gleichung zu erfassen:

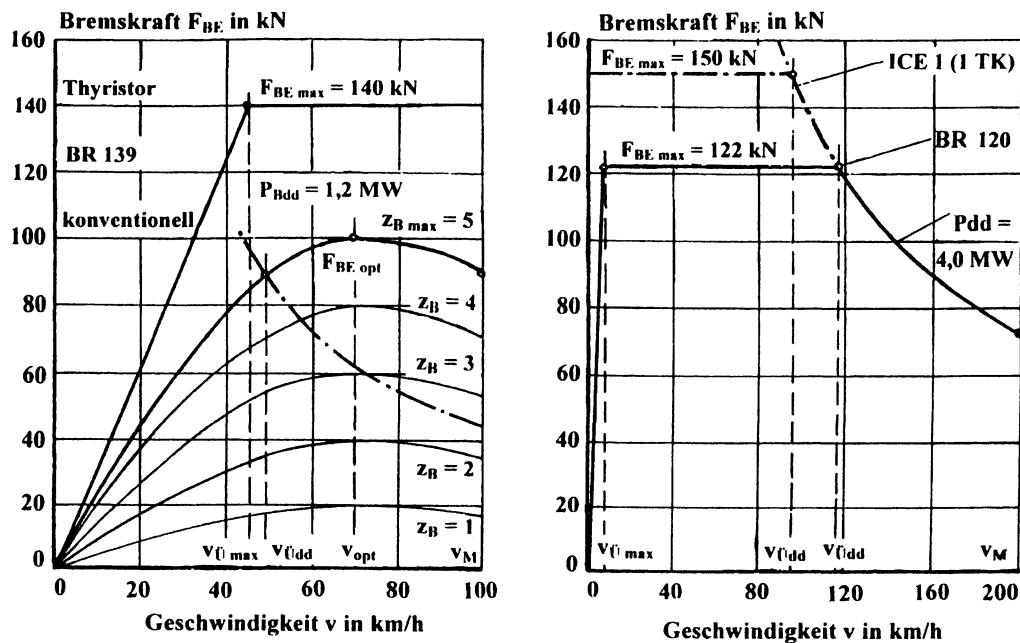
$$F_{BE} = f_t f_{St} F_{BE\ opt} T \text{ mit } T = T_1 x + T_2 x^2 + T_3 x^3 \quad (5.22)$$

$$T = \frac{F_{BE}}{F_{BE\ opt}} \text{ und } x = \frac{v_F}{v_{opt}}$$

Treibachs-Bremsleistung  $P_{BE}$  und elektrische Bremsleistung am Systemausgang  $P_{BA}$ :

$$P_{BE} = F_{BE} v_F \text{ und } P_{BA} = \eta_A P_{BE} \quad (5.23)$$

$F_{BE}$	Bremskraft elektrisch in kN	$T$	normierte Bremskraft, Maßeinheit 1
$F_{BE\ opt}$	maximale Bremskraft bei $v_{opt}$ in kN	$x$	normierte Geschwindigkeit, Maßeinheit 1
$P_{BE}$	Treibachs-Bremsleistung in kW	$\eta_A$	Wirkungsgrad des Antriebssystems (Kap. 4.2.1)
$P_{BA}$	Bremsleistung am Systemausgang in kW (Stromabnehmer, Nutz-/Netzbremseleistung)	$f_{St}$	Bremsstufenfaktor nach Gl. (5.3) $(0 \leq f_{St} \leq 1)$
$v_F$	Fahrgeschwindigkeit in km/h oder m/s (in Gl. (5.23) nur in m/s)	$f_t$	Zeitfaktor nach Kap. 5.3
$v_{opt}$	optimale Geschwindigkeit bei $F_{BE\ opt}$		

**Bild 5.8**

Bremskraftkennlinien der elektrischen Bremse verschiedener elektrischer Lokomotiven

- a) Baureihe 139 mit konventioneller Steuerung      b) Baureihe 139 mit Thyristorsteuerung  
 c) Baureihe 120 mit Drehstromantriebstechnik      c) 1 Triebkopf des ICE 1

Zur Ermittlung der Konstanten  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  sind der Kennlinie  $F_{BE} = f(v_F, z_B \text{ max})$  im optimalen Punkt die Variablen  $v_{opt}$  und  $F_{BE \text{ opt}}$  und im Punkt der maximalen Geschwindigkeit die Variablen  $v_M$  und  $F_{BEM}$  zu entnehmen. Bedingungen für die Berechnung der Konstanten sind

- Erfüllung von  $P(v_{opt}; F_{BE \text{ opt}})$  durch die Gleichung  $T(x)$ ,
- Erfüllung von  $P(v_M; F_{BEM})$  durch die Gleichung  $T(x)$  und
- Erfüllung des Optimums im Punkt  $P(v_{opt}; F_{BE \text{ opt}})$

Für diese Bedingungen erhält man folgende Gleichungen zur Berechnung der Konstanten:

$$T_3 = \frac{T_{xM} + x_M - 2}{(x_M - 1)^2 - 1} \quad (5.24)$$

$$T_2 = \frac{T_{xM} - 1}{x_M - 1} - (x_M + 1) T_3 \quad \text{und} \quad T_1 = 1 - T_2 - T_3$$

$$x_M = \frac{v_M}{v_{opt}}, \quad T_M = \frac{F_{BEM}}{F_{BE \text{ opt}}} \quad \text{und} \quad T_{xM} = \frac{T_M}{x_M}$$

Zum Schutz vor unzulässiger Erwärmung wird die Bremse auf die Dauerleistung abgeregelt, sobald die Grenztemperatur erreicht ist. Bild 5.8 zeigt die Dauer-Bremskraftkennlinie.

Die Dauer-Bremskraft  $F_{Bdd}$  (kN) erhält man mittels Leistungsgleichung aus konstanter Treibachs-Dauerleistung der Bremse  $P_{Bdd}$  (kW) und Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  (m/s):

$$F_{Bdd} = \frac{P_{Bdd}}{v_F} \quad (5.25)$$

Zur Ermittlung der Übergangsgeschwindigkeit  $v_{Udd}$  zwischen den Kennlinien  $F_{BE}(v_F)$  und  $F_{Bdd}(v_F)$  ist in Gl. (5.22)  $v_F$  solange zu variieren, bis in Gl. (5.24)  $P_{BE} = P_{Bdd}$  geworden ist.

### Berechnungsbeispiel 5.4

Der Bremskraftkennlinie zur Bremsstufe  $z_{Bmax} = 5$  der konventionellen Widerstandsbremse der elektrischen Lokomotive BR 139 (Bild 5.8) können folgende Daten entnommen werden:  $v_{opt} = 70$  km/h und  $F_{BEopt} = 100$  kN,  $v_M = 100$  km/h und  $F_{BEM} = 88$  kN und  $P_{Bdd} = 1200$  kW. Die Konstanten der Bremskraftgleichung, die Übergangsgeschwindigkeit  $v_{Udd}$  und die Bremsstufenkennlinien sind zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Normierte Variable, Gl. (5.24)

$$x_M = v_M/v_{opt} = 100/70 = 1,4286 \text{ und } T_M = F_{BEM}/F_{BEopt} = 88/100 = 0,88$$

$$T_{xM} = T_M/x_M = 0,88/1,4286 = 0,6160$$

Konstanten, Gl. (5.24)

$$T_3 = (0,6160 + 1,4286 - 2)/[(1,4286 - 1)^2 - 1] = -0,05464$$

$$T_2 = (0,6160 - 1)/(1,4286 - 1) + (1,4286 + 1) \cdot 0,05464 = -0,76324$$

$$T_1 = 1 + 0,76324 + 0,05464 = 1,8179$$

Übergangsgeschwindigkeit  $v_{Udd}$ , Gl. (5.22) und (5.24)

Durch Variation von  $v_F$  erhält man aus Gl. (5.22) und (5.24) zur Kennlinie  $z_B = z_{Bmax} = 5$  die Geschwindigkeit  $v_{Udd} = 49,1$  km/h und die Bremskraft  $F_{BEU} = 88,1$  kN bei  $P_{Bdd} = 1200$  kW.

Die Bremskraftkennlinien sind für  $f_{St} = 1/5, 2/5, 3/5, 4/5$  und  $5/5$  mit Gl. (5.22) zu berechnen. Die berechneten Kennlinien sind in Bild 5.8 dargestellt.

### Elektrische Bremse mit Thyristorsteuerung und für Drehstromantriebstechnik

Die Bremskraftkennlinie  $F_{BE}(v)$  ist in 3 Bereiche zu unterteilen, die aber nicht alle vorhanden sein müssen. Im 1. Bereich  $0 \leq v_F \leq v_{Umax}$  steigt die Bremskraft entsprechend Abregelkurve an, im 2. Bereich  $v_{Umax} \leq v_F \leq v_{Udd}$  bleibt sie konstant und im 3. Bereich nimmt sie entsprechend Dauerleistungskurve ab. Bild 5.8 zeigt die Kennlinien. Die Kennlinie der BR 139 erreicht die Dauerleistungskurve nicht (3. Bereich fehlt). Bei Drehstromantriebstechnik (BR 120, ICE 1 mit 1 Triebkopf) wird die Bremskraft nahezu bis zum Halt konstant gehalten (1. Bereich fehlt).

Gleichungen für den Bremskraftverlauf der 3 Teilbereiche:

$$\text{Bereich } 0 \leq v_F \leq v_{U St}: \quad F_{BE} = f_t F_{BESt} \frac{v_F}{v_{U St}} \quad (5.26)$$

$$F_{BE St} = f_{St} F_{BE max} \quad \text{und} \quad v_{U St} = f_{St} v_{U max}$$

$$\text{Bereich } v_{U St} \leq v_F \leq v_{U dd}: \quad F_{BE} = f_t f_{St} F_{BE max} = \text{konstant}$$

$$\text{Bereich } v_{U dd} \leq v_F \leq v_M: \quad F_{BE} = f_t \frac{P_{Bdd}}{v_F} \quad \text{und} \quad v_{Udd} = \frac{P_{Bdd}}{f_{St} F_{BE max}}$$

## Symbole und Maßeinheiten zu Gl. (5.26)

$F_{BE}$	Bremskraft elektrisch in kN	$v_{U_{max}}$	Übergangsgeschwindigkeit zu $z_{B_{max}}$
$F_{BE\ max}$	Bremskraft der Stufe $z_{B_{max}}$ in kN	$v_{U_{St}}$	Übergangsgeschwindigkeit zu $z_B$
$F_{BE\ St}$	Bremskraft der Stufe $z_B$ in kN	$v_{U_{dd}}$	Übergangsgeschwindigkeit zu $P_{Bdd}$
$P_{Bdd}$	Treibachsdauleristung der Bremse in kW	$f_{St}$	Bremsstufenfaktor nach Gl. (5.3)
$v_F$	Fahrgeschwindigkeit in m/s (in 1.Gl. auch in km/h)	$f_t$	$(0 \leq f_{St} \leq 1)$ Zeitfaktor nach Kap. 5.3

## Hydrodynamische Bremse

Beispiel Diesellokomotive BR 218 mit hydrodynamischer Leistungsübertragung

Bild 5.9 zeigt die Bremskraftkennlinie  $F_{BH} = f(v_F, f_{St})$ . Die Kennlinien-Gleichung lautet:

$$F_{BH} = f_t f_{St} F_{BHM} T \quad \text{mit} \quad T = T_1 x + T_2 x^2 + T_3 x^3 \quad (5.27)$$

$$T = \frac{F_{BH}}{F_{BHM}} \quad \text{und} \quad x = \frac{v_F}{v_M}$$

Sind nur 3 Stützstellen bekannt, sind die Konstanten  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  für die durch die Stützstellen führende Kurve zu berechnen, anderenfalls als Regressionskurve zu bestimmen.

Die hydrodynamische Bremse der BR 218 ist im Langsamgang zwischen 20 km/h und 90 km/h in Betrieb. Wie in Bild 5.9 dargestellt, werden die 3 Stützstellen A (Anfang), B (überschlägig Mitte) und M (Maximum für Bremskraft und Geschwindigkeit) gewählt. Die Variablen werden durch Bezugnahme auf die Werte der Stützstelle M normiert. Zur Bestimmung der Konstanten  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  wird außerdem  $T(x)$  durch Division mit  $x$  in  $T_x(x)$  überführt:

$$T_A = \frac{F_{BHA}}{F_{BHM}}, \quad x_A = \frac{v_A}{v_M} \quad \text{und} \quad T_{xA} = \frac{T_A}{x_A} \quad (5.28)$$

$$T_B = \frac{F_{BHB}}{F_{BHM}}, \quad x_B = \frac{v_B}{v_M} \quad \text{und} \quad T_{xB} = \frac{T_B}{x_B}$$

$$T_x = \frac{T}{x} = T_1 + T_2 x + T_3 x^2$$

Mit den Variablen der 3 Stützstellen A, B und M ( $x_M = 1$ ;  $T_M = 1$ ;  $T_{xM} = 1$ ) erhält man:

$$T_3 = \frac{1}{x_B - x_A} \left( \frac{1 - T_{xB}}{1 - x_B} - \frac{1 - T_{xA}}{1 - x_A} \right) \quad (5.29)$$

$$T_2 = \frac{1 - T_3(1 - x_A^2) - T_{xA}}{1 - x_A} \quad \text{oder} \quad T_2 = \frac{1 - T_3(1 - x_B^2) - T_{xB}}{1 - x_B}$$

$$T_1 = 1 - T_2 - T_3$$

Sind von der Kennlinie  $F_{BH} = f(v_F)$  wenigstens 10 Stützstellen bekannt, können die Konstanten  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  auch durch Eingabe von  $P(x; T_x)$  in ein Statistik-Rechenprogramm bestimmt werden. Bedingung ist aber die Erweiterung der Stützstellen bis  $v_F = 0$ .

Die Bremskraftkennlinie der Dauerbremsleistung ist mit Gl. (5.25) und die Übergangsgeschwindigkeit  $v_{U_{dd}}$  wie zur elektrischen Bremse zu ermitteln.

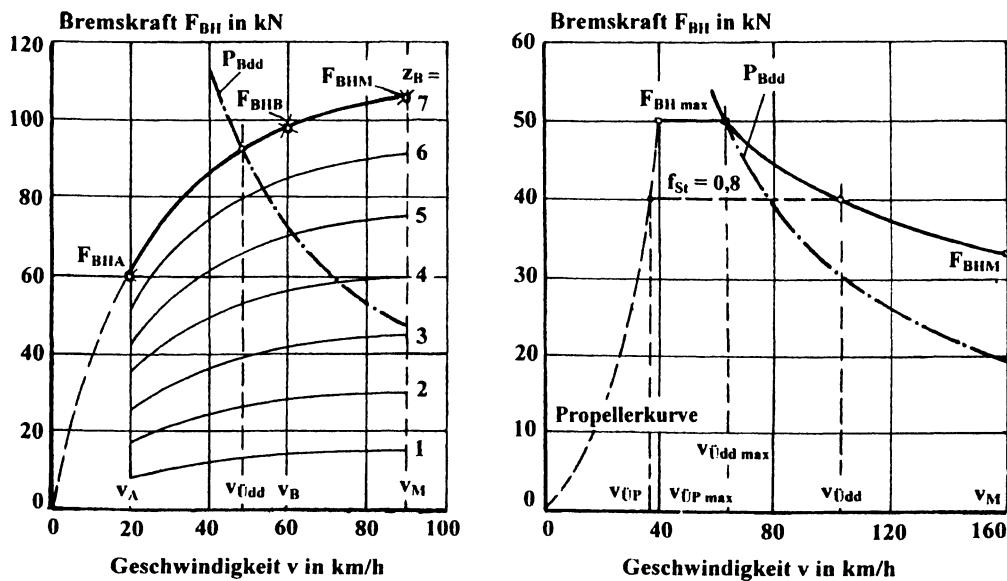


Bild 5.9

Bremskraftkennlinien der hydrodynamischen Bremse der Diesellokomotive BR 218 im Langsamgang und des Dieseltriebwagens VT 611

BR 218:  $P_{Bdd} = 1176 \text{ kW}$ ,  $z_{B\max} = 7$ , A (20 km/h; 60 kN), B (60 km/h; 98,4 kN), M (90 km/h; 106 kN),  $T_1 = 3,3952$ ,  $T_2 = -4,2220$  und  $T_3 = 1,8268$

#### Beispiel Dieseltriebwagen VT 611 mit hydrodynamischer Leistungsübertragung

Bild 5.9 zeigt die Bremskraftkennlinie  $F_{BH} = f(v_F, f_{st})$ . Sie ist in 2 Bereiche zu unterteilen. Im 1. Bereich liegt eine konstante Bremskraft und im 2. Bereich eine durch die Dauerbremsleistung  $P_{Bdd}$  begrenzte Bremskraft vor. Unterhalb der Propellerkurven-Übergangsgeschwindigkeit  $v_{UP}$  wird die hydrodynamische Bremse abgeschaltet ( $F_{BH} = 0$ ). Beide Bereiche werden durch die Dauerleistungs-Übergangsgeschwindigkeit  $v_{Udd}$  getrennt.

Wird im 2. Bereich die Dauerbremsleistung eingehalten, ist die Bremskraft mit der Leistungsgleichung (Gl. (5.25)) zu berechnen. Bei Nichteinhaltung ist entweder die e-Funktion (Kap. 2.2.3.2) oder die allgemeine Exponentialgleichung (Kap. 2.2.3.3) zu benutzen.

Für die Berechnung der Bremskraftkennlinie  $F_{BH} = f(v_F, f_{st})$  müssen konstante Bremskraft der maximalen Bremsstufe  $F_{BH\max}$ , Propellerkurven-Übergangsgeschwindigkeit für die maximale Bremsstufe  $v_{UP\max}$  und Dauerbremsleistung  $P_{Bdd}$  bekannt sein. Bei  $P_{Bdd} \neq \text{konstant}$  muss ausserdem die Stützstelle bei Höchstgeschwindigkeit  $P_M$  ( $v_M; F_{BHM}$ ) gegeben sein. Die Übergangsgeschwindigkeit zur Bremskraft bei Dauerleistung der maximalen Bremsstufe  $v_{Udd\max}$  ist mit der Leistungsgleichung (Gl. (5.25)) zu berechnen.

Bereich  $v_{UP} \leq v_F \leq v_{Udd}$ :

$$F_{BH} = f_{st} F_{BH\max} \quad \text{mit } F_{BH\max} = \text{konstant} \quad (5.30)$$

$$v_{UP} = \sqrt{f_{st}} v_{UP\max} \quad \text{und} \quad v_{Udd\max} = \frac{P_{Bdd}}{F_{BH\max}}$$

Bereich  $v_{\text{Üdd}} \leq v_F \leq v_M$  für  $P_{\text{Hdd}} = \text{konstant}$ :

$$F_{\text{BH}} = \frac{P_{\text{Bdd}}}{v_F} \quad \text{und} \quad v_{\text{Üdd}} = \frac{v_{\text{Üdd max}}}{f_{\text{St}}} \quad (5.31)$$

Bereich  $v_{\text{Üdd}} \leq v_F \leq v_M$  für  $P_{\text{Hdd}} \neq \text{konstant}$ , e-Funktion:

$$\begin{aligned} F_{\text{BH}} &= F_{\text{BH}0} e^{-v_F/v_{00}} \\ v_{00} &= \frac{v_M - v_{\text{Üdd max}}}{\ln(F_{\text{BH max}}/F_{\text{BHM}})} \quad \text{und} \quad F_{\text{BH}0} = F_{\text{BH max}} e^{v_{\text{Üdd max}}/v_{00}} \\ v_{\text{Üdd}} &= -v_{00} \ln\left(\frac{f_{\text{St}} F_{\text{BH max}}}{F_{\text{BH}0}}\right) \end{aligned} \quad (5.32)$$

Bereich  $v_{\text{Üdd}} \leq v_F \leq v_M$  für  $P_{\text{Hdd}} \neq \text{konstant}$ , allgemeine Exponentialgleichung:

$$\begin{aligned} F_{\text{BH}} &= F_{\text{BHM}} \left(\frac{v_F}{v_M}\right)^{\kappa} \\ \kappa &= \frac{\ln(F_{\text{BHM}}/F_{\text{BH max}})}{\ln(v_M/v_{\text{Üdd max}})} \quad \text{und} \quad v_{\text{Üdd}} = v_M \left(\frac{f_{\text{St}} F_{\text{BH max}}}{F_{\text{BHM}}}\right)^{1/\kappa} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Die in Gl. (5.24) bis (5.33) dargestellten Berechnungsmodelle sowie die Anwendung des Statistik-Rechenprogramms sind nicht an eine bestimmte Bremsbauart gebunden.

### Berechnungsbeispiel 5.5

Bild 5.9 zeigt die Bremskraftkennlinie der hydrodynamischen Bremse des Triebwagens VT 611. Der Kennlinie werden  $v_{0P \max} = 40 \text{ km/h}$ ,  $F_{\text{BH max}} = 50 \text{ kN}$ ,  $v_M = 160 \text{ km/h}$  und  $F_{\text{BHM}} = 33 \text{ kN}$  entnommen. Die Dauerbremsleistung beträgt  $P_{\text{Bdd}} = 876 \text{ kW}$ . Die Bremskennlinien sind auf der Basis der allgemeinen Exponentialgleichung und zu den Stufenfaktoren  $f_{\text{St}} = 1$  und  $0,8$  zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Übergangsgeschwindigkeit, Gl. (5.30)

$$v_{\text{Üdd max}} = P_{\text{Bdd}}/F_{\text{BH max}} = 876/50 = 17,52 \text{ m/s bzw. } 63,07 \text{ km/h}$$

Bereich  $v_{\text{Üdd}} \leq v_F \leq v_M$ , Gl. (5.33)

$$\kappa = [\ln(33/50)]/[\ln(160/63,07)] = -0,4463 \quad \text{und} \quad F_{\text{BH}} = 33 \cdot (v_F/160)^{-0,4463}$$

Stufenfaktor  $f_{\text{St}} = 0,8$ , Gl. (5.30) bis (5.33) und  $F_{\text{BH fst}} = 0,8 \cdot 50 = 40 \text{ kN}$

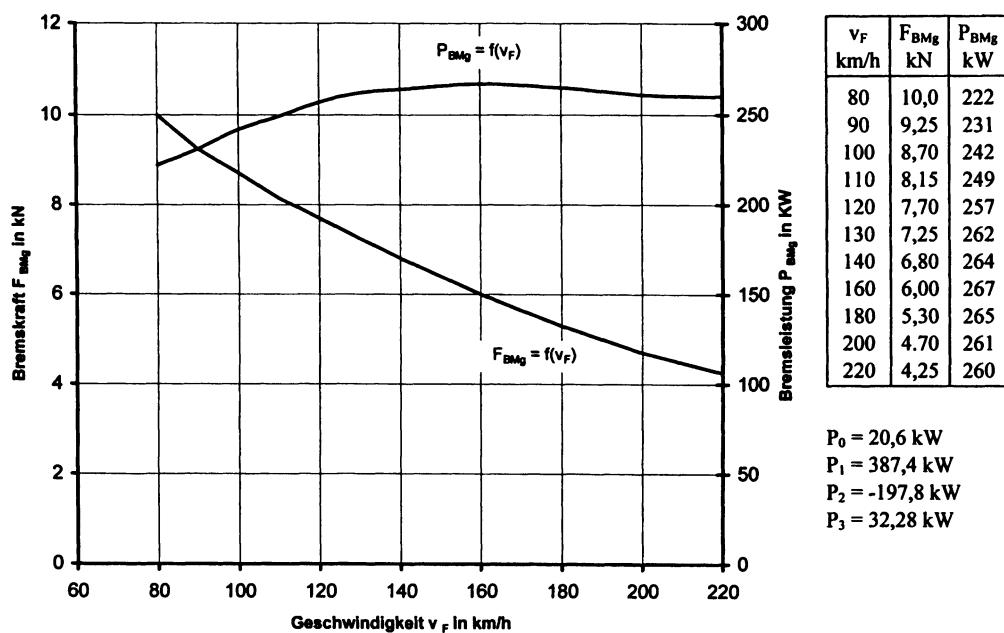
$$v_{0P} = 0,8^{0,5} \cdot 40 = 35,8 \text{ km/h und } v_{\text{Üdd}} = 160 \cdot (0,8 \cdot 50/33)^{-1/0,4463} = 104 \text{ km/h}$$

### Magnetschienenbremse

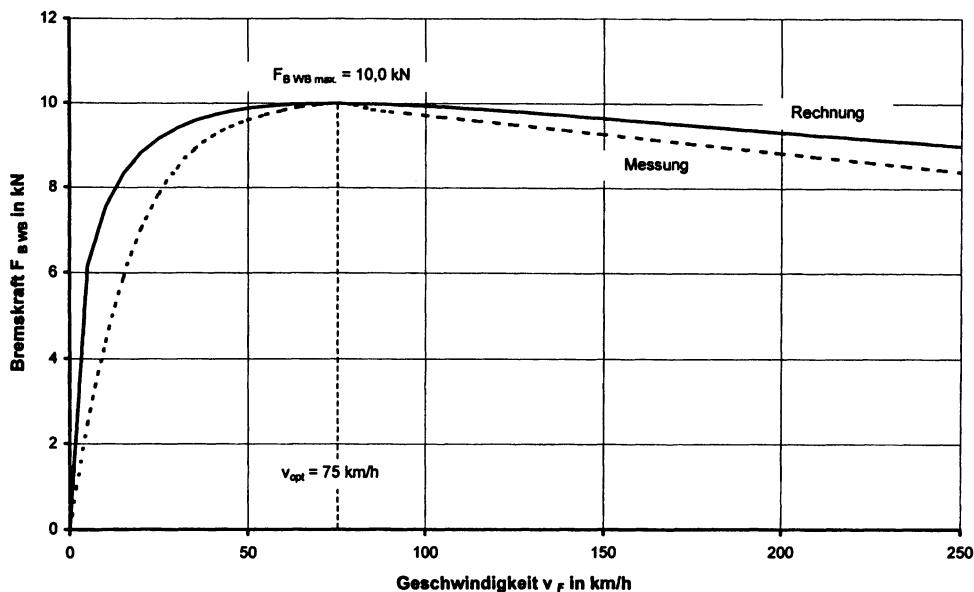
Bild 5.10 zeigt als Beispiel die Bremskraftkennlinie der Magnetschienenbremse  $F_{\text{BMg}} = f(v_F)$  schnellfahrender Reisezugwagen der DB AG. Die Bremskraft von 1 Bremsschuh ist das Produkt von Ansaugkraft an die Schienenoberfläche  $F_A$  und Gleitreibwert  $\mu_G$ :

$$F_{\text{BMg}} = \mu_G F_A \quad \text{mit} \quad \mu_G = k_1 \frac{v_F + k_4}{v_F + k_5} \quad (5.34)$$

Die Konstanten  $k_1$ ,  $k_4$  und  $k_5$  sind Tabelle 5.15 zu entnehmen.

**Bild 5.10**

Kennlinien der Bremskraft  $F_{B\text{MG}}$  und der Bremsleistung  $P_{B\text{MG}}$  von 1 Schuh der Magnetschienenbremse der schnellfahrenden Reisezugwagen der DB AG ( $F_{B\text{MG}}$ -Kennlinie nach *Hendrichs*)

**Bild 5.11**

Bremskraftkennlinie  $F_{B\text{WB}} = f(v_F)$  von 1 Schuh der Wirbelstrombremse der ICE-Hochgeschwindigkeitszüge der DB AG (nach *Bertling* und *Hendrichs*)

Die Ansaugkraft  $F_A$  ist hauptsächlich von Erregerstrom und Auflagebedingungen abhängig. Der Erregerstrom kann schwanken. Die Auflage kann durch Zwischenmedien wie z.B. Sand, Luftspalt infolge Durchbiegung und Verschleiß gestört sein. Deshalb sind Abweichungen zwischen berechneter und tatsächlicher Bremskraft möglich.

Die Mg-Bremskraft des Zugs  $F_{BZMg}$  ist das Produkt von Bremskraft eines Bremsschuhs  $F_{BMg}$ , Anzahl der Mg-Bremsschuhe im Zug  $z_{Mg}$  und Korrekturfaktor  $\alpha_K$ :

$$F_{BZMg} = \alpha_K z_{Mg} F_{BMg} \quad (5.35)$$

Der Korrekturfaktor  $\alpha_K$  ergibt sich durch Vergleich berechneter und gemessener Bremswege.

Die Stützstellen der gemessenen Bremskraftkennlinie  $F_{BMg} = f(v_F)$  werden durch Multiplikation mit der Geschwindigkeit  $v_F$  in die Bremsleistungskennlinie  $P_{BMg} = f(v_F)$  überführt ( $P = F v_F$ ,  $v_F$  in m/s). Die Geschwindigkeit  $v_F$  wird durch Bezugnahme auf  $v_{00}$  normiert. Die Kennlinie  $P_{BMg} = f(v_F/v_{00})$  wird durch die Polynomgleichung 3. Grads ausgedrückt:

$$F_{BMg} = \frac{P_{BMg}}{v_F} \quad (5.36)$$

$$P_{BMg} = P_0 + P_1 \frac{v_F}{v_{00}} + P_2 \left( \frac{v_F}{v_{00}} \right)^2 + P_3 \left( \frac{v_F}{v_{00}} \right)^3$$

$F_{BMg}$	Mg-Bremskraft von 1 Schuh in kN	$v_{00}$	Geschwindigkeitskonstante
$P_{BMg}$	Bremsleistung der Mg-Bremse in kW	$v_{00} = 27,778$ m/s (100 km/h)	
$P_0 \dots P_3$	Leistungskonstanten in kW	$v_F$	Fahrgeschwindigkeit in m/s

Bild 5.10 zeigt für das gewählte Beispiel die Kennlinie der Bremsleistung. Die Bildlegende enthält die Stützstellenwerte sowie die berechneten Konstanten.

### Lineare Wirbelstrombremse

Bild 5.11 zeigt die Bremskraftkennlinie von 1 Schuh der linearen Wirbelstrombremse  $F_{BWB} = f(v_F)$  der ICE-Hochgeschwindigkeitszüge der DB AG. Nach *Bertling* und *Hendrichs* kann die Kennlinie durch folgende statistische Gleichung ausgedrückt werden:

$$F_{BWB} = \frac{f_{St} F_{BWB\max}}{y_{opt}} y \quad (5.37)$$

$$y = \frac{\sqrt{W}}{(1 + \sqrt{W})^2 + W} \quad \text{mit } W = W_{opt} \frac{v_F}{v_{opt}}$$

Die Variablen des optimalen Betriebspunkts  $v_{opt}$ ;  $F_{BWB\max}$  sind der gegebenen Kennlinie zu entnehmen. Durch Differenzieren der Funktion  $y = f(W)$  und Nullsetzen von  $y'$  erhält man  $W_{opt} = 0,5$  und  $y_{opt} = 0,2071$ . Eventuell vorhandene Abweichungen der berechneten von der gegebenen Kennlinie sind durch geringfügige Verschiebungen von  $v_{opt}$  zu kompensieren.

Der Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  ist mit Gl. (5.3) zu berechnen. Bei der nicht regelbaren Wirbelstrombremse ist  $f_{St} = 1$ . Im Hochgeschwindigkeitsverkehr ist die lineare Wirbelstrombremse als regelbare Betriebsbremse vorgesehen. In diesem Fall ist  $0 \leq f_{St} \leq 1$ .

Die Bremskraft der Wirbelstrombremse des Zugs  $F_{BZ\ WB}$  ist mit Gl. (5.35) als Produkt der Bremskraft von 1 Schuh  $F_{B\ WB}$  und der Anzahl der Bremsschuhe im Zug  $z_{WB}$  zu berechnen.

### Transrapidtechnik

Das Abbremsen des Transrapid-Hochgeschwindigkeitszugs erfolgt mit den in Kap. 4.3.4 für das Anfahren behandelten Beschleunigungsdiagrammen. Die Berechnung der Gesamtwerte der Bremsung ist mit den Anfahrgleichungen bei Bewegungsumkehr vorzunehmen. Zwischenwerte erhält man durch Subtraktion der momentanen Anfahrwerte von den Gesamtwerten.

## 5.2.5 Zeitabhängigkeit

### Zeitabschnitte des Bremsens

Das **Bremsen** beginnt mit der Betätigung des Führerbremsventils und endet im Fall der Schnellbremsung mit dem Zughalt. Es umfasst 3 Zeitabschnitte:

- *Ansprechen, Schwellen und entwickeltes Bremsen.*

Im Fall der Druckluftbremse wird das Schwellen durch das Füllen der Bremszylinder und Entleeren der Hauptluftleitung bestimmt. Die **Schnittstelle** zwischen Ansprechen und Schwellen wird bei 5 % und zwischen Schwellen und entwickeltem Bremsen bei 95 % der maximalen Bremskraft bzw. Verzögerung festgelegt. Bei Berechnungen wird an den Schnittstellen 0 % bzw. 100 % Bremskraft oder Verzögerung vorausgesetzt.

Das **Anhalten** beginnt mit der **Reaktionsaufforderung** und umfasst zu den 3 Zeitabschnitten des Bremsens noch den vorangehenden **Reaktionsfahrabschnitt**.

Das **Abklingen** der Bremswirkung umfasst 2 Zeitabschnitte:

- *Ansprechen zum Lösen und Lösen selbst.*

Bei der Druckluftbremse wird das Lösen durch das Entlüften des Bremszylinders bestimmt. Der rechnerische Entlüftungsbeginn wird bei 95 % und das rechnerische Entlüftungsende bei 5 % der maximalen Bremskraft oder Verzögerung festgelegt.

### Reaktionsfahrabschnitt

Der Reaktionsfahrabschnitt, in dem der Triebfahrzeugführer reagieren und die Bremsbereitschaft herstellen muss, wird mit der **Reaktionszeit**  $t_R$  berechnet. Bei großer Erwartungshaltung und Blickzuwendung auf die Strecke gilt  $t_R = 1$  s. Diese Bedingungen können aber im Unterschied zum Straßenverkehr nicht zwingend vorausgesetzt werden (z.B. Zulassung der Einblicknahme in Fahrtdokumente). Deshalb wird mit  $t_R = 3$  s gerechnet.

### Ansprechen

Der Ansprechfahrabschnitt wird mit der **Ansprechzeit**  $t_A$  berechnet. Die Ansprechzeit des 1. Bremszylinders im Zug (Lokomotive) sowie der radreibungsunabhängigen Bremsen wird bei Berechnungen zu  $t_A = 1,5$  s gewählt. Bei der Druckluftbremse vergrößert sich die Ansprechzeit der nachfolgenden Bremsen durch den Einfluss der Zeitabhängigkeit der Hauptluftleitung.

### Füllen und Entlüften des Bremszylinders

Bild 5.12 zeigt die Füll- und Lösekennlinie eines Bremszylinders in normierter Darstellung.

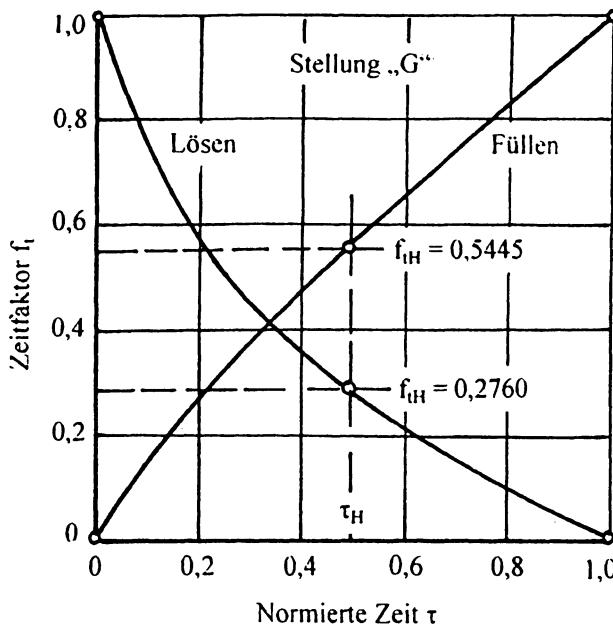


Bild 5.12

Füll- und Lösekennlinie eines Bremszylinders in normierter Darstellung

Variable:	Stellung G	Stellung P/R
Füllzeit $t_F$	-	5 s
-Lok direkt	24 s	4 s
-Zug indirekt	52 s	18 s
Lösezeit $t_L$		
Exponent $\sigma$		
-Füllen	0,877	0,556
-Lösen	0,466	0,356

Der Zeitfaktor  $f_t$  (zu Gl. (5.2)) bzw. die normierte Kraft ist über der normierten Zeit  $\tau$  aufgetragen. Die Berechnung von  $f_t = f(\tau)$  ist mit der allgemeinen Exponentialgleichung vorzunehmen. Der Exponent  $\sigma$  wurde von *Gralla* für den bei der Halbzeit  $\tau_H = 0,5$  gemessenen Zeitfaktor  $f_{tH}$  berechnet und als Mittelwert aus einer größeren Anzahl von Messungen bestimmt.

$$\text{Füllen: } f_t = \tau^\sigma \quad \text{und} \quad \sigma = -1,443 \cdot \ln f_{tH} \quad (5.38)$$

$$\text{Lösen: } f_t = 1 - \tau^\sigma \quad \text{und} \quad \sigma = -1,443 \cdot \ln (1 - f_{tH})$$

$$f_t = \frac{p_z}{p_{z\max}} = \frac{F_{KZ}}{F_{KZ\max}} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{t}{t_F} \quad \text{bzw.} \quad \tau = \frac{t}{t_L}$$

Die normierte Zeit  $\tau$  ergibt sich durch Bezugnahme der aktuellen Zeit  $t$  auf die Füllzeit  $t_F$  bzw. Lösezeit  $t_L$ . Der Zeitfaktor  $f_t$  zu Gl. (5.2) ist das Verhältnis des aktuellen Drucks  $p_z$  bzw. der aktuellen Kolbenkraft  $F_{KZ}$  zu den Maximalwerten des Bremszylinders  $p_{z\max}$  bzw.  $F_{KZ\max}$ .

In der Bremsstellung G ist bei Füllbeginn des Bremszylinders ein Ansprung des Drucks auf 10 % des Maximalwerts vorhanden. Der Anstieg von  $F_{KZ}(t)$  erfolgt vom Ansprungpunkt aus. In Bremsfahrtberechnungsmodellen (Gl. (5.38)) kann der Ansprung vernachlässigt werden.

Bei Bremsfahrsimulationen ist der Zeitfaktor  $f_t$  zu Gl. (5.2) mit Gl. (5.38) zu berechnen. Dafür sind die in der Legende zu Bild 5.12 angegebenen Zahlenwerte der Variablen zu benutzen.

### Zeitabhängigkeit der Hauptluftleitung

Wird am Führerbremsventil (Zugspitze) die Druckabsenkung der Hauptluftleitung eingeleitet, so erreicht der Bremsbefehl erst nach Ablauf der Durchschlagzeit  $t_{Du}$  die nachgeordneten Wagenbremsen. Die Durchschlagzeit  $t_{Dux}$  bis zur Wagenbremse x ist vom Abstand von der Zugspitze  $l_{zx}$  und von der Durchschlaggeschwindigkeit  $v_{Du}$  abhängig:  $t_{Dux} = l_{zx} / v_{Du}$ .

In Berechnungen wird zur Berücksichtigung des Durchschlags die Ansprechzeit um die halbe Durchschlagzeit bis Zugende verlängert und die Schwellzeit des Zugs mit der Schwellzeit des ersten Bremszylinders gleichgesetzt. Da die Bremskraftentwicklung der ersten Zugbremse bereits nach Ablauf der Ansprechzeit beginnt und erst mit dem Abschluss des Füllens des letzten Bremszylinders endet, ist dieser Lösungsansatz mit einem Fehler verbunden.

Zur Vermeidung dieses Fehlers wird die Ansprechzeit des Zugs mit der Ansprechzeit der Lokomotivbremse gleichgesetzt ( $t_{AZ} = t_A = 1,5$  s) und für die Schwellzeit des Zugs  $t_S$  die Zeitdifferenz zwischen Schwellbeginn der Lokomotivbremse und Schwellende der letzten Wagenbremse gewählt.

Bild 5.13 zeigt die sich nach diesem Lösungsansatz ergebende Schwellzeitkennlinie  $t_{S1} = f(l_z)$ , die durch folgende Gleichung ausgedrückt werden kann:

$$t_{S1} = t_F + k_{ep} \frac{l_z}{v_{Du}} \quad (5.39)$$

$t_{S1}$  Zug-Schwellzeit für Durchschlag in s  
 $t_F$  Füllzeit des 1. Bremszylinders in s  
 $l_z$  Zuglänge (mit Lokomotive) in m  
 $v_{Du}$  Durchschlaggeschwindigkeit in m/s

$k_{ep}$  Bremsfaktor  
 ohne ep-Bremse:  $k_{ep} = 1$   
 mit ep-Bremse:  $k_{ep} = 0$

Für  $v_{Du}$  gilt der auf die Leitungslänge (nicht Zuglänge) bezogene Wert:  $v_{Du} = 150$  m/s

Infolge des Druckausgleichsprinzips kann das Füllen eines Bremszylinders nur dann in der Zeit  $t_F$  erfolgen, wenn an seiner jeweiligen Position im Zug auch der Hauptluftleitungdruck in der Zeit  $t_F$  auf  $\leq 3,5$  bar abgesunken ist. Andernfalls wird die Dauer der Bremszylinderfüllung von der **Dauer des Druckabfalls** bestimmt.

In der nur an der Zugspitze mit dem Führerbremsventil geöffneten Hauptluftleitung verlängert sich die Dauer des Druckabfalls proportional zum Abstand. Für die aus der Dauer der Druckabsenkung am Ende des Zugs resultierende Schwellzeitkennlinie  $t_{S2} = f(l_z)$  gilt:

$$t_{S2} = k_{SEV} \frac{l_z}{v_{\Delta p}} \quad (5.40)$$

$t_{S2}$  Zug-Schwellzeit für Druckabsenkung in s  
 $v_{\Delta p}$  Geschwindigkeitskonstante für Druckabsenkung in m/s

$l_z$  Zuglänge (mit Lokomotive) in m  
 $k_{SEV}$  Bremsfaktor  
 ohne Schnellentlüftungsventil SEV:  $k_{SEV} = 1$   
 mit Schnellentlüftungsventil (R):  $k_{SEV} = 0$

Für  $v_{\Delta p}$  gilt der auf die Leitungslänge (nicht Zuglänge) bezogene Wert:  $v_{\Delta p} = 50$  m/s.

Bild 5.13 zeigt die sich nach Gl. (5.40) ergebende Schwellzeitkennlinie  $t_{S2} = f(l_z)$ . Bis zum Schnittpunkt beider Kennlinien beeinflusst das Durchschlagen die Schwellzeit, darüber die Druckabsenkung. In Berechnungsmodellen ist jeweils der größere Wert beider Kennlinien als Schwellzeit zu benutzen ( $t_S = t_{S1}$  bei  $t_{S1} > t_{S2}$  und  $t_S = t_{S2}$  bei  $t_{S2} > t_{S1}$ ).

Die Gl. (5.39) hat für die Bremsstellungen „G“, „P“ und „R ohne SEV“ Bedeutung, die Gl. (5.40) nur für „P“ und „R ohne SEV“. Der Schnittpunkt beider Kennlinien ergibt sich in „G“ bei der Zuglänge  $l_{ZS} = 1800$  m und in „P“/„R ohne SEV“ bei  $l_{ZS} = 300$  m. Die maximale Zuglänge beträgt bei der DB AG  $l_{Zmax} = 600$  m, im Ausnahmefall  $l_{Zmax} = 750$  m.

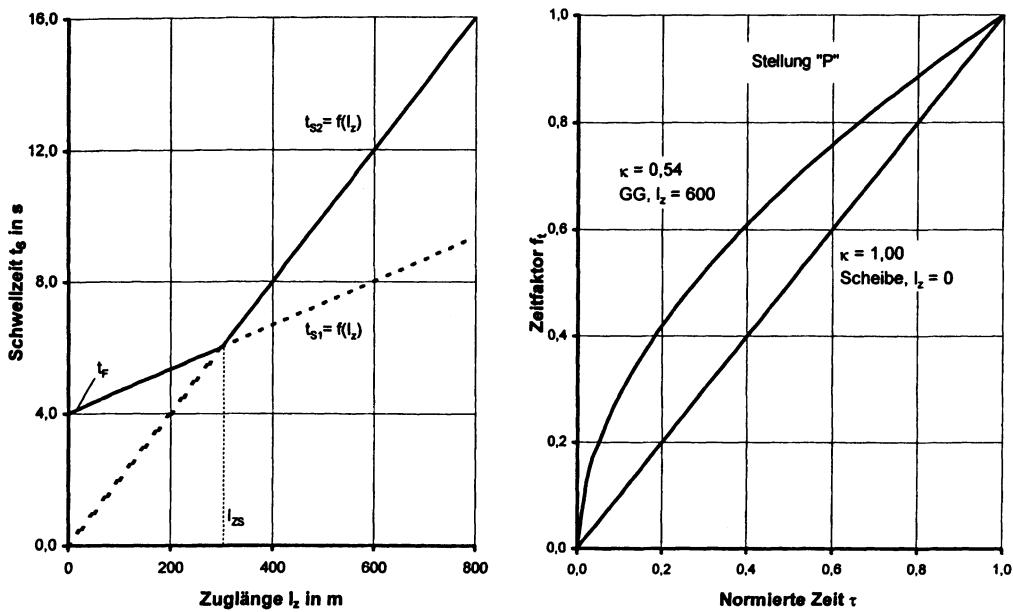


Bild 5.13

Kennlinien für Schwellzeit  $t_s(l_z)$  und Zeitfaktor des Schwellabschnitts  $\kappa(\tau)$  der Eisenbahndruckluftbremse

#### Zeitfaktor des Schwellabschnitts

Für Züge, die nur aus einem Triebfahrzeug bestehen, ist bei Benutzung der Druckluftbremse der Zeitfaktor  $f_t$  zu Gl.(5.2) mit Gl. (5.38) zu berechnen. Andernfalls ist der Zeitfaktor  $f_t$  mit folgender Funktion zu berechnen:

$$f_t = \left( \frac{t}{t_s} \right)^\kappa \quad \text{mit } \kappa = \kappa_0 + \kappa_1 \frac{l_z}{l_{00}} \quad (5.41)$$

Die statistische Auswertung von Bremsversuchen ergab den Kennlinienexponenten  $\kappa$ .

- ep-Bremse und/oder SEV vorhanden sowie Bremsstellung G:  $\kappa = \text{konstant}$ 
  - \* bei GG-Klotzbremse ist  $\kappa = 0,90$  und bei übrigen Reibmaterialien  $\kappa = 1$
- Bremsstellung P und R:  $\kappa = f(\text{Zugläng } l_z)$ 
  - \* für GG-Bremsklotzer ist Konstante  $\kappa_0 = 0,90$  und für übrige Reibmaterialien  $\kappa_0 = 1$
  - \* Konstante  $\kappa_1 = 0,6$

Die Längenkonstante beträgt  $l_{00} = 1000$  m. Bild 5.13 zeigt die Kennlinie des Zeitfaktors.

Zum Zeitverhalten der Druckluftbremse beim Lösen liegen keine auswertbaren Versuchsergebnisse vor. Wegen der großen Lösezeiten kann der Einfluss der Hauptluftleitung bei Berechnungen vernachlässigt werden. Die Abklingzeit ist der Lösezeit gleichzusetzen. Der Zeitfaktor des Lösens ist unabhängig von Bremsbauart und Zuglänge mit Gl. (5.38) zu berechnen.

Schwell- und Abklingzeiten der Betriebsbremsung erhält man durch Multiplikation der Werte für die Schnellbremsung mit dem Bremsstufenfaktor der Betriebsbremsung  $f_{st}$  nach Gl. (5.3).

### Alternative radabhängige Bremsen

Aus Versuchsergebnissen (*Hendrichs*) erhält man für die hydrodynamische Bremse der Diesellokomotive BR 218 die Ansprechzeit  $t_A = 4,5$  s und die Schwellzeit  $t_S = 3,5$  s.

Für die elektrische Lokomotive BR 111 ergibt sich die Ansprechzeit  $t_A = 1,5$  s, die Schwellzeit  $t_S = 5,4$  s und die Lösezeit  $t_L = 9,2$  s.

Für die elektrische Lokomotive BR 151 erhält man  $t_A = 1,5$  s,  $t_S = 3,1$  s beim Bremsstufenfaktor  $f_{St} = 0,20$  und  $t_S = 5,9$  s bei  $f_{St} = 1,00$ .

Für die elektrische Lokomotive mit Drehstromantriebstechnik BR 120 wurden  $t_A = 4,0$  s und  $t_S = 4,0$  s ermittelt. Die große Ansprechzeit wird durch den bereits im leistungslosen Betrieb (Auslauf/Abrollen) erfolgenden Bremskraftaufbau vermieden.

Die Benutzung der hydrodynamischen und der elektrischen Bremse ist sowohl allein als auch gemeinsam mit der Druckluftbremse möglich. Bei alleiniger Benutzung ist der Fahr-Brems-Schalter und bei gemeinsamer Benutzung das Führerbremsventil zu betätigen. Bei Ansteuerung über den Fahr-Brems-Schalter sind die individuellen Steuerzeiten ins Bremsfahrtsimulationsmodell einzugeben. Bei Benutzung des Führerbremsventils ist mit den Steuerzeiten der Druckluftbremse zu rechnen.

### 5.2.6 Bremsmanagement

Für die Entwicklung von Bremsfahrtsimulationsmodellen müssen Bremskraftkennlinien der beteiligten Bremsbauarten, Kennlinie (Gleichung) der Zugwiderstandskraft und Algorithmus der Bremssteuerung, das Bremsmanagement, bekannt sein. Außerdem ist das Streckenband mit den Längsneigungen und die Zuglänge (effektive Neigung, Kap. 3.1.2.) einzubeziehen.

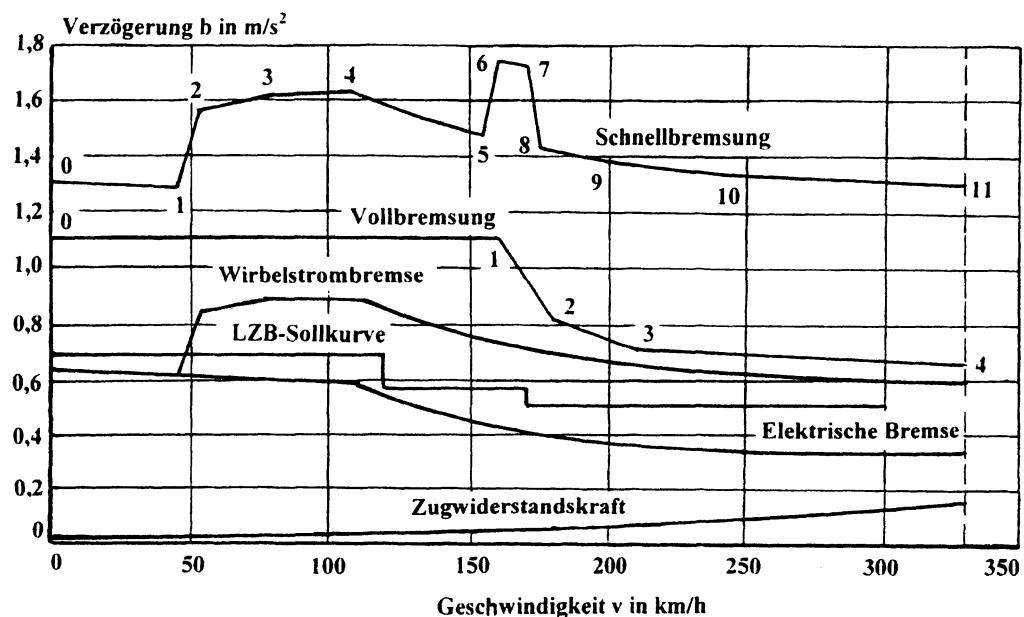
Besitzt der Zug nur die Druckluftbremse, ist die Bremskraft eines jeden Simulationsschritts in Abhängigkeit von Bremsbauart und Reibpartner verhältnismäßig einfach zu berechnen. Die Betriebsbremsung kann durch den Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  und das Zeitverhalten durch den Zeitfaktor  $f_t$  erfasst werden.

Sind mehrere Bremssysteme im Zug vorhanden, werden diese nach einem in den Bordrechner des Triebfahrzeugs einprogrammiertes Bremsmanagement eingesetzt. Die Magnetschienenbremse wird nur bei der Schnellbremsung zugeschaltet und ist nur in einem bestimmten Geschwindigkeitsbereich wirksam. Die elektrische Bremse oder hydrodynamische Bremse der Lokomotiven hat Vorrang vor der Druckluftbremse. Erst wenn deren Bremskraft nachlässt oder nicht den eingestellten Sollwert der Momentanverzögerung erbringt, wird die Druckluftbremse als Ergänzung zum Sollwert anteilig oder vollständig zugeschaltet.

### Hochgeschwindigkeitszüge

Am Hochgeschwindigkeitszug ICE 3 der DB AG wirken 3 Bremsbauarten: die Druckluft-Scheibenbremse, die elektrische Netz- und die Wirbelstrombremse. Die drei Bremsbauarten werden vom Bremsmanagement abgestimmt eingesetzt, so dass Verschleiß, Erwärmung und Durchbiegung der Träger der Wirbelstrombremse in den zulässigen Grenzen verbleiben.

Bild 5.14 zeigt die Verzögerungskennlinien von elektrischer und Wirbelstrombremse, der Voll- und der Schnellbremsung des ICE 3 und die LZB-Sollwertkennlinie der Betriebsbremsung.

**Bild 5.14**

Kennlinien der momentanen Bremsverzögerung des Hochgeschwindigkeitszugs ICE 3 der DB AG mit eingetragenen Stützstellen für die Bremswegberechnung in Beispiel 5.6 (nach Gräber/ Meier-Credner)

**Tabelle 5.10**

Stützstellenweise Berechnung von Bremszeit und Bremsweg der Voll- und Schnellbremsung des Hochgeschwindigkeitszugs ICE 3 mit den Kennlinien des Bildes 5.14 in Beispiel 5.6

Vollbremsung					Schnellbremsung									
Nr.	v km/h	b $\text{m/s}^2$	$\Delta t$ s	$\Delta s$ m	Nr.	v km/h	b $\text{m/s}^2$	$\Delta t$ s	$\Delta s$ m	Nr.	v km/h	b $\text{m/s}^2$	$\Delta t$ s	$\Delta s$ m
0	0	1,10	0	0	0	0	1,31	0	0	7	170	1,72	1,61	74
1	160	1,10	40,40	898	1	44	1,28	9,44	58	8	175	1,43	0,88	42
2	180	0,81	5,86	278	2	53	1,56	1,77	24	9	200	1,40	4,91	256
3	210	0,71	10,98	596	3	79	1,60	4,57	84	10	250	1,34	10,14	634
4	330	0,66	48,68	3661	4	107	1,64	4,80	124	11	330	1,30	16,84	1357
4	330	0	4	367	5	155	1,48	8,55	312	11	330	0	4	367
$\Sigma$	330	—	109,9	5800	6	160	1,74	0,86	38	$\Sigma$	330	—	68,4	3370
$b_m$	$\text{m/s}^2$	—	0,834	0,724	—	—	—	—	—	$b_m$	$\text{m/s}^2$	—	1,340	1,246

Bei der Schnellbremsung wird die Wirbelstrombremse unterhalb 50 km/h abgeschaltet. Die elektrische Bremse ist zwischen  $v = 0$  und Übergangsgeschwindigkeit  $v_0 = 109$  km/h auf die Verzögerung  $0,6 \text{ m/s}^2$  und zwischen  $v_0$  und Höchstgeschwindigkeit  $v_{\max} = 330 \text{ km/h}$  auf die konstante Bremsleistung  $8,2 \text{ MW}$  begrenzt. Die Scheibenbremsen der Laufradssätze werden bei  $v < 175 \text{ km/h}$  von niedriger auf hohe Anpresskraft umgeschaltet. Die Scheibenbremsen der Treibradsätze wirken nur bei  $v > 160 \text{ km/h}$  und mit niedriger Anpresskraft.

Bei der Betriebsbremsung wird in Abhängigkeit von der angeforderten Verzögerung bis zum Niveau der Vollbremsung zuerst die elektrische Bremse und dann die Wirbelstrombremse in Stufen zugeschaltet. Die LZB-Sollkurve der Betriebsbremsung wird von beiden Bremsbauarten zusammen problemlos erfüllt (Bild 5.14), so dass die Bremskraft der Scheibenbremse im Prinzip zur Betriebsbremsung nicht benötigt wird. Die Scheibenbremse wird nur bei  $v < 50 \text{ km/h}$  zugeschaltet (Abschalten der Wirbelstrombremse).

### Verschleißarmes Bremsen

Ein verschleißarmes Bremsmanagement ist für den mit der hydraulischen Bremse ausgerüsteten Triebwagen VT 611 vorgesehen. Die Betriebsbremsung wird bis zum Geschwindigkeitsabfall auf die Propellerkurve (ca. 35 km/h) allein mit dem Bremsretarder vorgenommen. Im Fall der Schnellbremsung wird die Druckluftbremse zugeschaltet.

### Bremsfahrtsimulation

Hat die Bremsfahrtsimulation allein die Zielstellung, nur den Bremsweg sowie den Bremsverlauf zu ermitteln, ist ausreichend, die sich nach dem Bremsmanagement ergebende Gesamtbremskraft einzugeben. Liegen weitere Zielstellungen vor, wie z. B. die Untersuchung der Energierückspeisung und der Wirtschaftlichkeit der Nutzbremsung sowie die Ermittlung verschleißminimaler Fahr- und Bremsstrategien und der Wirtschaftlichkeitsnachweis der alternativen radabhängigen Bremsen, muss das Bremsmanagement im Detail programmiert werden.

### Berechnungsbeispiel 5.6

Für die Voll- und für die Schnellbremsung eines Hochgeschwindigkeitszugs ICE 3 aus der Geschwindigkeit  $v_0 = 330 \text{ km/h}$  sind anhand der im Bild 5.14 gegebenen Verzögerungskennlinien Bremszeit, Bremsweg und mittlere Bremsverzögerung zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Die Knickpunkte der Verzögerungskennlinie werden als Schnitstellen der Berechnungsabschnitte gewählt (Bild 5.14). Abschnitte mit konstanter Verzögerung werden mit den Gleichungen des Kap. 2.2.1 und Abschnitte mit geschwindigkeitsabhängiger Verzögerung mit den Gleichungen des Kap. 2.2.3.1 berechnet. Die Berechnung erfolgt von  $v = 0$  aus rückwärts. Im ungebremsten Abschnitt wird konstante Geschwindigkeit und die ungebremste Zeit  $t_u = 4 \text{ s}$  vorausgesetzt. Tabelle 5.10 enthält das Ergebnis.

## 5.3 Bremsweg- und Bremsfahrtberechnung

### 5.3.1 Mindener Bremsweggleichung

Die Mindener Bremsweggleichung wurde im Jahr 1961 von *Sauthoff* entwickelt. Sie wird auch heute noch benutzt, allerdings mit der Einschränkung, dass sie für die nach 1961 entwickelten Bremsbauarten nicht zutreffend ist. Sie bietet den Vorteil, dass für die Berechnung des zur Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  (km/h) gehörenden Bremswegs  $s_B$  (m) lediglich die Bremsstellung, die im Zug verfügbaren Bremshundertstel  $\lambda_Z$  (%), Kap. 5.4.1), die Zuglänge (Achsenanzahl) und die mittlere Längsneigung  $i_m$  (%) des Bremsabschnitts bekannt sein müssen.

Die Aufstellung des Weg-Zeit-Geschwindigkeitsdiagramms ist nicht möglich. Die berechneten Bremswege sind etwa 10 % zu lang. Der Halt im Schwellabschnitt wird nicht erfasst.

$v_0$ km/h	Klotzbremse Stellung P		Klotzbremse Stellung R		Scheibenbremse Stellung P/R	Bremsstellung G
	E	D	E	D		
10	0,75	0,50	0,63	0,40	0,45	0,41
20	1,04	0,73	0,87	0,60	0,64	0,61
30	1,17	0,87	1,00	0,69	0,76	0,75
40	1,23	0,97	1,09	0,74	0,84	0,85
50	1,25	1,02	1,14	0,76	0,90	0,92
60	1,24	1,05	1,15	0,77	0,94	0,97
70	1,21	1,06	1,15	0,92	0,96	1,00
80	1,17	1,05	1,14	0,96	0,99	1,02
90	1,13	1,04	1,11	0,98	1,00	1,02
100	1,09	1,03	1,08	1,00	1,00	-
110	1,04	1,02	1,04	1,00	1,00	-
120	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-
130	0,96	0,98	0,96	0,99	0,99	-
140	-	-	0,92	0,98	0,98	-
150	-	-	-	0,96	0,97	-
160	-	-	-	0,93	0,96	-

**Tabelle 5.11**  
Beiwert  $\psi$  zur Mindener  
Bremsweggleichung  
E Einfachklotz,  
D Doppelklotz

Achsanzahl	Bremsstellung P und R		Bremsstellung G	
	Beiwert $c_1$	Achsanzahl	Beiwert $c_1$	Achsanzahl
0 bis 24	1,10	0 bis 40	1,12	
25 bis 48	1,05	41 bis 80	1,06	
49 bis 60	1,00	81 bis 100	1,00	
61 bis 80	0,97	101 bis 120	0,95	
81 bis 100	0,92	121 bis 150	0,90	

**Tabelle 5.12**  
Beiwert  $c_1$  zur Mindener Bremsweggleichung

$v_0$ km/h	Stellung P und R		Stellung G
	Beiwert $c_1$	Beiwert $c_2$	
10	0,60		0,60
20	0,66		0,62
30	0,72		0,64
40	0,77		0,66
50	0,81		0,68
60	0,84		0,70
70	0,87		0,72
80	0,89		0,74
90	0,90		0,75
100	0,90		-

Bremsweg zu den Bremsstellungen P und R:

$$s_B = \frac{3,85 v_0^2}{6,1 \psi (1 + \lambda_{\text{korr}}/10) + i_{\text{korr}}} \quad (5.42)$$

Bremsweg zur Bremsstellung G:

$$s_B = \frac{3,85 v_0^2}{5,1 \psi \sqrt{\lambda_{\text{korr}} - 5} + i_{\text{korr}}} \quad (5.43)$$

Für die korrigierten Bremshundertstel  $\lambda_{\text{korr}}$  und für die korrigierte Längsneigung  $i_{\text{korr}}$  gilt:

$$\lambda_{\text{korr}} = c_1 \lambda_Z \quad \text{und} \quad i_{\text{korr}} = c_2 i_m \quad (5.44)$$

Tabelle 5.11 enthält Beiwerthe  $\psi$ , Tabelle 5.12 Konstanten  $c_1$  und Tabelle 5.13 Konstanten  $c_2$ .

### Berechnungsbeispiel 5.7

Für einen Personenzug, Geschwindigkeit  $v_0 = 100 \text{ km/h}$ , bestehend aus einer Diesellokomotive (Masse  $m_L = 79 \text{ t}$ , Bremsgewicht  $B_{GL} = 70 \text{ t}$ , 4 Achsen) und 10 Wagen mit Scheibenbremse (Wagenmasse beladen  $m_{EW} = 41 \text{ t}$ , Bremsgewicht  $B_{GW} = 44 \text{ t}$ , 4 Achsen), Bremsstellung „P“, 1 Wagen ungebremst, ist der Bremsweg  $s_B$  im Gefälle  $i_m = -5 \text{ %}$  zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Das Summieren der Fahrzeugwerte ergibt die Zugmasse  $m_Z = 489 \text{ t}$ , das Bremsgewicht des Zugs  $B_{GZ} = 466 \text{ t}$  und die Achsanzahl 44.

Verfügbare Bremshundertstel des Zugs ( $P = 100 \text{ %}$ )

$$\lambda_Z = P B_{GZ} / m_Z = 100 \cdot 466/489 = 95,3 \text{ %}$$

Für  $v_0 = 100 \text{ km/h}$  erhält man aus Tabelle 5.14  $\psi = 1,00$  und aus Tabelle 5.15  $c_2 = 0,90$ . Für 44 Achsen erhält man aus Tabelle 5.16  $c_1 = 1,05$ .

Korrigierte Bremshundertstel und Längsneigung, Gl. (5.44)

$$\lambda_{\text{korr}} = c_1 \lambda_Z = 1,05 \cdot 95,3 = 100,1 \text{ %} \quad \text{und} \quad i_{\text{korr}} = c_2 i_m = 0,90 \cdot (-5) = -4,5 \text{ %}$$

Bremsweg zu „P“, Gl. (5.42)

$$s_B = 3,85 \cdot 100^2 / [6,1 \cdot 1,00 \cdot (1 + 100,1/10) - 4,5] = 614,4 \text{ m}$$

## 5.3.2 Berechnung mit Bremsablaufmodellen

### 5.3.2.1 Grundlagen

#### Allgemeiner Ablauf

Die Bremswegberechnung sowie die überschlägliche Bremsfahrtberechnung ist mit Bremsablaufmodellen möglich. Der tatsächliche Verlauf der momentanen Verzögerung  $b(t)$  wird mittels Vereinfachungen in einen theoretischen Verlauf überführt. Folgende Modelle werden benutzt:

- zweiteiliges Bremsablaufmodell mit Sprungfunktion der Verzögerung,
- dreiteiliges Ablaufmodell mit linearer Beschleunigungsänderung  $b(t)$  beim Schwellen und
- dreiteiliges Ablaufmodell mit nichtlinearer Beschleunigungsänderung  $b(t)$  beim Schwellen.

Für die Berechnung müssen Ansprechzeit  $t_A$ , Schwellzeit  $t_S$  und fallweise auch der Kennlinienexponent  $\kappa$  sowie die mittlere Verzögerung des entwickelten Abschnitts  $b_E$  bekannt sein. Die Variablen  $t_A$ ,  $t_S$  und  $\kappa$  sind Kap. 5.2.5 zu entnehmen.

#### Grund- und Bremskraftverzögerung

Die beim Bremsen vorhandene Gesamtverzögerung  $b$  wird in die durch Zugwiderstands- und Neigungskraft gegebene *Grundverzögerung*  $b_G$  und in die durch die Bremskraft des Zugs erzeugte *Bremskraftverzögerung*  $b_{BZ}$  unterteilt. Zur Ermittlung beider anteiliger Verzögerungen ist von der Beschleunigungsgleichung des Zugs auszugehen.

#### Beschleunigungsgleichung

Beim Bremsen wirken Zugbremskraft  $F_{BZ}$ , Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  und Längsneigungskraft  $F_N = -i \cdot G_Z$  (Produkt von Längsneigung  $i$  und Zuggewichtskraft  $G_Z$ ), die nach Gl. (1.9) in Kap. 1.2.3 die momentane Verzögerung  $b$  hervorrufen.

Momentane Bremsverzögerung  $b$ :

$$b = \frac{F_{BZ} + F_{WZ} + i_m G_Z}{\xi_Z m_Z} \quad (5.45)$$

Die Zugwiderstandskraft  $F_{WZ}$  ist nach Kap. 3.5 zu berechnen. Für die Längsneigung  $i_m$  ist die mittlere korrigierte Neigung  $i_k$  nach Kap. 3.1 einzusetzen. Die Bezugslänge ist der anfänglich zu schätzende Bremsweg. Der Massenfaktor  $\xi_Z$  ist nach Kap. 1.2.5 als Anteilfaktor der Zugmasse  $m_Z$  zu ermitteln. Für die überschlägliche Berechnung gilt  $\xi_Z = 1,06$ .

Nach Kapitel 1.2.6 werden die Kräfte der Gl. (5.45) in folgende Variablen überführt:

- Bremskraftbeschleunigung des Zugs  $a_{BZ}$ ,
- Zugwiderstandsbeschleunigung  $a_W$  und
- Neigungsbeschleunigung  $a_N$ .

$$a_{BZ} = \frac{F_{BZ}}{m_Z}, \quad a_W = \frac{F_{WZ}}{m_Z} \quad \text{und} \quad a_N = \frac{F_N}{m_Z} = i_m g \quad (5.46)$$

Die Zugwiderstandsbeschleunigung ist als Mittelwert  $a_{Wm}$  mit 2/3 der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  zu berechnen. Da der Anteil an der Gesamtbeschleunigung klein ist, kann bis  $v_0 = 120 \text{ km/h}$  überschlägich mit  $a_{Wm} = 0,05 \text{ m/s}^2$  gerechnet werden.

#### *Bremskraftbeschleunigung von Fahrzeug und Zugs*

Die Bremskraftbeschleunigung des Fahrzeugs  $a_{BF}$ , die dessen Bremsvermögen bewertet, ist durch Bezugnahme der Fahrzeugbremskraft  $F_{BF}$  auf die Leermasse des Fahrzeugs  $m_{F0}$  zu berechnen. Die Bremskraftbeschleunigung des Zugs  $a_{BZ}$  erhält man als gewichtetes Mittel der Bremskraftbeschleunigungen  $a_{BF}$  aller Fahrzeuge des Zugs:

$$a_{BF} = \frac{F_{BF}}{m_{F0}} \quad \text{und} \quad a_{BZ} = \frac{1}{m_Z} \sum_{n=1}^{n=z} (a_{BF(n)} m_{F0(n)}) \quad (5.47)$$

#### *Grund- und Bremskraftverzögerung*

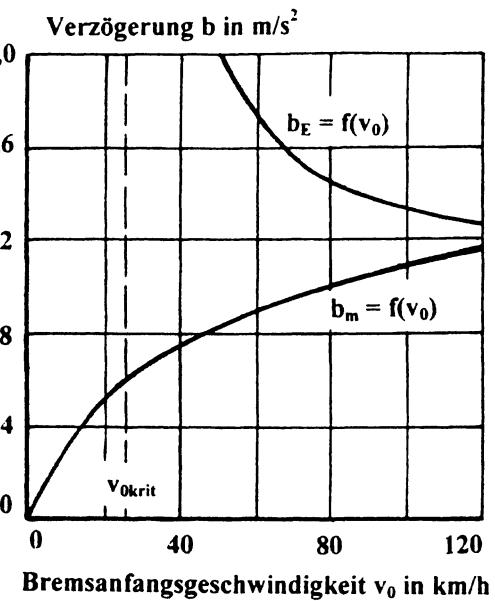
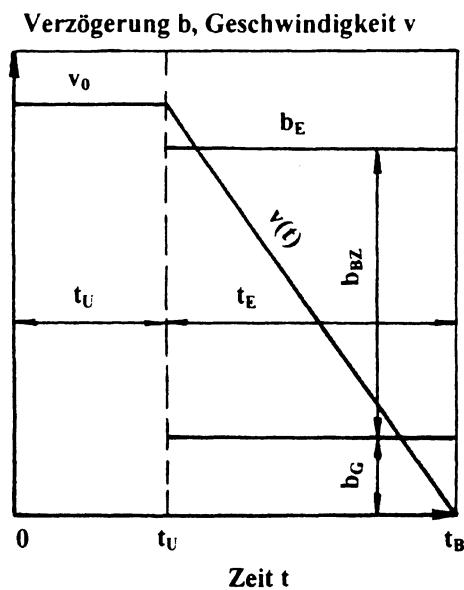
Werden die Variablen  $a_{Wm}$  und  $a_N$  als konstant vorausgesetzt, können sie zur Grundverzögerung  $b_G$  zusammengefasst werden. Das Einsetzen von Gl. (5.46) bzw. (5.47) in Gl. (5.45) ergibt für die Grundverzögerung  $b_G$  und für die Bremskraftverzögerung  $b_{BZ}$  des Zugs:

$$b_G = \frac{1}{\xi_Z} (a_{Wm} + i_m g) \quad \text{und} \quad b_{BZ} = \frac{a_{BZ}}{\xi_Z} \quad (5.48)$$

In Gl. (5.48) ist die Fallbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  und sind für die überschlägliche Berechnung mittlere korrigierte Neigung  $i_m$ , mittlere Zugwiderstandsbeschleunigung  $a_{Wm} = 0,05 \text{ m/s}^2$  und Massenfaktor des Zugs  $\xi_Z = 1,06$  einzusetzen. Da im Gefalle  $i_m$  negativ ist, kann sich auch ein negativer  $b_G$ -Wert ergeben (Beschleunigung des Zugs bei Bremsbeginn).

#### **5.3.2.2 Zweiteiliges Bremsablaufmodell mit Sprungfunktion**

Bild 5.15 zeigt den Verlauf von Verzögerung und Geschwindigkeit über der Zeit beim zweiteiligen Bremsablaufmodell mit Sprungfunktion für  $b$ .



$v_0$ km/h	Gefahrenbremsung $b_m$ m/s <sup>2</sup>	Ausfall einer Bremse $b_m$ in m	Ausfall einer Bremse $b_m$ in m/s <sup>2</sup>	Ausfall einer Bremse $s_B$ in m
20	0,71	9	0,77	20
30	2,04	17	0,87	40
40	2,29	27	0,95	65
50	2,47	39	1,03	94
60	2,57	54	1,06	131
70	2,73	69	1,07	177
80	-	-	1,07	230
90	-	-	1,08	290
100	-	-	1,09	355

Die ungebremsten Zeit  $t_U$  setzt sich aus Ansprech- und halber Schwellzeit zusammen. Die Geschwindigkeit ist während  $t_U$  konstant. Die Verzögerung des entwickelten Abschnitts  $b_E$  besteht aus Grundverzögerung  $b_G$  und Bremskraftverzögerung  $b_{BZ}$  und setzt bei  $t_U$  momentan ein.

Zeit und Weg der Schnellbremsung ( $t_B$ ,  $s_B$ ):

$$t_B = t_U + t_E \quad \text{und} \quad s_B = s_U + s_E \quad (5.49)$$

Für Zeit und Weg des ungebremsten Abschnitts ( $t_U$ ,  $s_U$ ) gilt:

$$t_U = t_A + \frac{1}{2} t_S \quad \text{und} \quad s_U = v_0 t_U \quad (5.50)$$

Für Verzögerung, Zeit und Weg des entwickelten Abschnitts ( $b_E$ ,  $t_E$ ,  $s_E$ ) gilt:

$$b_E = b_G + b_{BZ}, \quad t_E = \frac{v_0}{b_E} \quad \text{und} \quad s_E = \frac{v_0^2}{2 b_E} \quad (5.51)$$

**Bild 5.15**  
Zweiteiliges Bremsablaufmodell mit Sprungfunktion  $b(t)$

**Bild 5.16**  
Mittlere und entwickelte Verzögerung  $b_m$ ,  $b_E$  in Abhängigkeit von der Bremsanfangsgeschw.  $v_0$

**Tabelle 5.14**  
Bremstafel für Straßenbahnen  
(Anlage 2 zu § 36 der BOStrab)

Das Einsetzen der  $s_U$ - und  $s_E$ -Gleichung in die  $s_B$ -Gleichung und das anschließende Einsetzen in die  $b_m$ -Gleichung sowie das Bilden des Kehrwerts ergibt für die mittlere Verzögerung  $b_m$ :

$$b_m = \frac{v_0^2}{2s_B}, \quad b_m = \frac{v_0 b_E}{v_0 + 2 b_E t_U} \quad \text{und} \quad \frac{1}{b_m} = \frac{1}{b_E} + \frac{2 t_U}{v_0} \quad (5.52)$$

Die Umstellung von Gl. (5.52) ergibt für die entwickelte Verzögerung  $b_E$ :

$$\frac{1}{b_E} = \frac{1}{b_m} - \frac{2 t_U}{v_0} \quad \text{und} \quad b_E = \frac{b_m v_0}{v_0 - 2 t_U b_m} \quad (5.53)$$

Bild 5.16 zeigt die sich aus Gl. (5.52) und (5.53) ergebenden Kennlinien. Die mittlere Verzögerung  $b_m$  ist von der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  abhängig. Bei Rückwärtsrechnung von  $b_E$  zu einem konstanten  $b_m$ -Wert erhält man für  $b_E(v_0)$  eine Hyperbel mit der Unstetigkeitsstelle bei  $v_{0\text{kri}} = 2 t_U b_m$ . Damit ist die mittlere Verzögerung  $b_m$  eine wenig geeignete Variable für die Bewertung der Zugbremsung.

Bei konstanter entwickelter Verzögerung ist zur fahrdynamischen Bremsbewertung die zulässige ungebremste Zeit  $t_U$  und die entwickelte Mindestverzögerung  $b_E$  vorzugeben und der zulässige Bremsweg auf der Grundlage von Gl. (5.49) bis (5.51) zu berechnen:

$$s_B = v_0 t_U + \frac{v_0^2}{2 b_E} \quad (5.54)$$

Sind von einer Bremswegkurve  $s_B(v_0)$  mit zugrunde liegender konstanter entwickelter Verzögerung  $b_E$  2 Stützstellen  $P_1(v_{01}; b_{m1})$  und  $P_2(v_{02}; b_{m2})$  bekannt, erhält man die Verlustzeit  $t_U$  durch Gleichsetzen der für beide Stützstellen aufgestellten Gl. (5.53):

$$t_U = \frac{v_{01} v_{02} (b_{m2} - b_{m1})}{2 b_{m1} b_{m2} (v_{02} - v_{01})} \quad (5.55)$$

Die konstante entwickelte Verzögerung  $b_E$  ist mit Gl. (5.53) zu berechnen.

### Gefahrenbremsung der Straßenbahn

Als Beispiel für die praktische Anwendung des zweiteiligen Bremsablaufmodells mit Sprungfunktion wird die Gefahrenbremsung der Straßenbahn gewählt. Das von Straßenbahnen mindestens zu erfüllende Bremsvermögen ist in der Bau- und Betriebsordnung für Straßenbahnen (BOStrab) vorgeschrieben. Die Bremswerte in Anlage 2 zu § 36 der BOStrab müssen mit leeren Fahrzeugen auf geradem ebenen Gleis erreicht werden. Bremsanfang ist der Beginn der Bremsbetätigung. Tabelle 5.14 enthält die Bremswerte.

Werden in Gl. (5.55) und (5.53) die Stützstellen 30 km/h und 60 km/h (Gefahrenbremsung) bzw. 40 km/h und 80 km/h (Ausfall einer Bremse) eingesetzt, erhält man für

– *Gefahrenbremsung*  $t_U = 0,842 \text{ s}$  und  $b_{E0} = 3,471 \text{ m/s}^2$  und

– *Ausfall einer Bremse*  $t_U = 1,312 \text{ s}$  und  $b_{E0} = 1,225 \text{ m/s}^2$ .

Bei Unfalluntersuchungen ist die Umrechnung der entwickelten Verzögerung  $b_E$  von den Prüfbedingungen ( $b_{E0}$ ) auf die Unfallbedingungen ( $b_{EU}$ ) vorzunehmen:

$$b_{EU} = b_{E0} \frac{m_{Z\text{leer}}}{m_{ZU}} + i_m g_K \quad (5.56)$$

$b_{EU}$	Verzögerung für Unfallbedingungen
$b_{EO}$	Verzögerung für Prüfbedingungen
$g_k$	Beschleunigungskonstante, $g_k = 9 \text{ m/s}^2$
$m_{Z \text{ leer}}$	Masse des leeren Zugs

$m_{ZU}$	Masse des besetzten Zugs beim Unfall (mit 80 kg/Person rechnen)
$i_m$	mittlere Längsneigung am Unfallort, Maßeinheit 1, Steigung positiv, Gefälle negativ

Bei automatischer Lastabbremsung entfällt in Gl. (5.56) der Massequotient.

### 5.3.2.3 Dreiteiliges Bremsablaufmodell

Bild 5.17 zeigt den zeitabhängigen Verlauf von Verzögerung und Geschwindigkeit beim dreiteiligen Bremsablaufmodell in den Varianten lineare und nichtlineare Verzögerungsfunktion  $b(t)$ . Die Schnellbremsung setzt sich aus Ansprech-, Schwell- und entwickeltem Abschnitt zusammen. Im Ansprechabschnitt wirkt die Grundverzögerung  $b_G$ . Unter ihrem Einfluss ändert sich während der Ansprechzeit  $t_A$  die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  in die Endgeschwindigkeit des Ansprechens  $v_A$ . Bei negativem  $b_G$ -Wert besteht Geschwindigkeitszunahme.

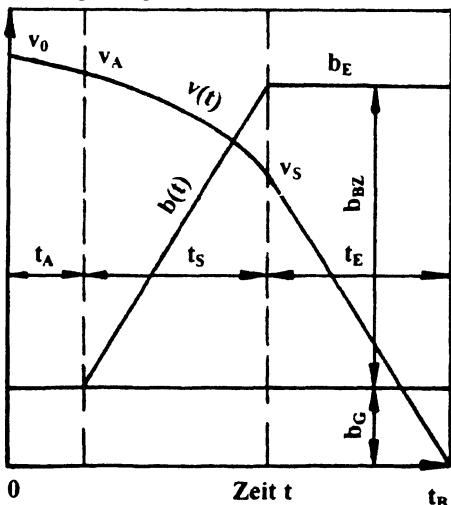
Im Schwellabschnitt wirken konstante Grundverzögerung  $b_G$  und zeitabhängige Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}(t)$ . Die Geschwindigkeit ändert sich während der Schwellzeit  $t_S$  von  $v_A$  in die Endgeschwindigkeit des Schwellens  $v_S$ . Bei negativem  $b_G$ -Wert tritt anfänglich noch eine Geschwindigkeitszunahme auf. Die Kurve  $v(t)$  hat dadurch in diesem Fall ein Maximum.

Kommt der Zug beim Schwellen zum Halt, ist  $v = 0$  bei  $t = t_H$  sowie  $v_S$  negativ bei  $t = t_S$ .

**Zeit und Weg der Schnellbremsung** beim Bremsen in 3 Abschnitten und bei vorzeitigem Halt im Schwellabschnitt:

$$\begin{aligned} t_B &= t_A + t_S + t_E && \text{und } s_B = s_A + s_S + s_E \\ t_B &= t_A + t_H && \text{und } s_B = s_A + s_H \end{aligned} \quad (5.57)$$

Verzögerung  $b$ , Geschwindigkeit  $v$



Verzögerung  $b$ , Geschwindigkeit  $v$

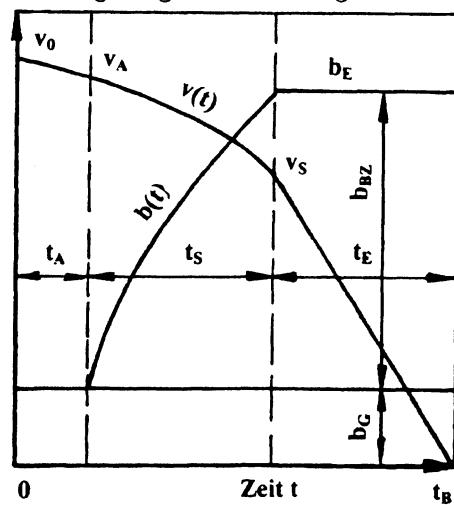


Bild 5.17

Dreiteiliges Bremsablaufmodell mit linearer und mit nichtlinearer Verzögerung  $b(t)$  beim Schwellen

**Geschwindigkeit und Weg des Ansprechabschnitts:**

$$v_A = v_0 - b_G t_A \quad \text{und} \quad s_A = v_0 t_A - \frac{1}{2} b_G t_A^2 \quad (5.58)$$

Linearer Verzögerungsverlauf $b(t)$	Nichtlinearer Verzögerungsverlauf $b(t)$
<b>Momentane Verzögerung <math>b(t)</math> im Schwellabschnitt:</b> (5.59)	
$b(t) = b_G + f_t b_{BZ}$ mit $f_t = \frac{t}{t_s}$	$b(t) = b_G + f_t b_{BZ}$ mit $f_t = \left(\frac{t}{t_s}\right)^{\kappa}$
<b>Verzögerung, Geschwindigkeit und Weg beim Schwellen:</b> (5.60)	
$b(t) = b_G + b_{BZ} \frac{t}{t_s}$ $v_s = v_A - \left(b_G + \frac{b_{BZ}}{2}\right) t_s$ $s_s = v_A t_s - \left(\frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{6}\right) t_s^2$	$b(t) = b_G + b_{BZ} \left(\frac{t}{t_s}\right)^{\kappa}$ $v_s = v_A - \left(b_G + \frac{b_{BZ}}{\kappa+1}\right) t_s$ $s_s = v_A t_s - \left(\frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{(\kappa+1)(\kappa+2)}\right) t_s^2$
<b>Zeit, Weg und Beschleunigung bei Halt im Schwellabschnitt:</b> (5.61)	
$t_H = t_s \left[ \sqrt{\left(\frac{b_G}{b_{BZ}}\right)^2 + \frac{2v_A}{b_{BZ} t_s}} - \frac{b_G}{b_{BZ}} \right]$ $s_H = v_A t_H - \left(\frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{6} \frac{t_H}{t_s}\right) t_H^2$ $b_{BZH} = b_{BZ} \frac{t_H}{t_s}$	$v_A - \left[b_G + \frac{b_{BZ}}{\kappa+1} \left(\frac{t_H}{t_s}\right)^{\kappa}\right] t_H = 0$ $s_H = v_A t_H - \left[\frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{(\kappa+1)(\kappa+2)} \left(\frac{t_H}{t_s}\right)^{\kappa}\right] t_H^2$ $b_{BZH} = b_{BZ} \left(\frac{t_H}{t_s}\right)^{\kappa} \quad \text{und} \quad b_H = b_G + b_{BZH}$
<b>Zeit, Geschwindigkeit und Weg im Maximum der <math>v(t)</math>-Kennlinie des Gefälles:</b> (5.62)	
$t_{opt} = -\frac{b_G}{b_{BZ}} t_s$ $v_{opt} = v_A - \left(b_G + \frac{b_{BZ}}{2} \frac{t_{opt}}{t_s}\right) t_{opt}$ $s_{opt} = v_A t_{opt} - \left(\frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{6} \frac{t_{opt}}{t_s}\right) t_{opt}^2$	$t_{opt} = t_s \left(-\frac{b_G}{b_{BZ}}\right)^{1/\kappa}$ $v_{opt} = v_A - \left[b_G + \frac{b_{BZ}}{\kappa+1} \left(\frac{t_{opt}}{t_s}\right)^{\kappa}\right] t_{opt}$ $s_{opt} = v_A t_{opt} - \left[\frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{(\kappa+1)(\kappa+2)} \left(\frac{t_{opt}}{t_s}\right)^{\kappa}\right] t_{opt}^2$

Bei nichtlinearer Abhängigkeit von  $b(t)$  im Schwellabschnitt ist  $t_H$  durch Variation der Zeit in Gl. (5.61) zu bestimmen.

### Verzögerung, Zeit und Weg im entwickelten Abschnitt:

$$b_E = b_G + b_{BZ}, \quad t_E = \frac{v_S}{b_E} \quad \text{und} \quad s_E = \frac{v_S^2}{2 b_E} \quad (5.63)$$

### Berechnung des Bremsablaufs

Für die Berechnung der Bremsablaufkennlinien ist die Zeit  $t$  als unabhängige Variable zu wählen. Man erhält Stützstellen  $b(t)$ ,  $v(t)$  und  $s(t)$ . Wird für die Kennliniendarstellung die Abhängigkeit  $b(s)$ ,  $v(s)$  und  $t(s)$  gewünscht, ist das durch Tausch der unabhängigen Variablen in der berechneten Tabelle ohne weiteres möglich.

Für die Berechnung der Kennlinien ist zu den 3 Abschnitten der Bremsung jeweils ein eigenes Weg-Zeit-Koordinatensystem mit den Anfangswerten  $t = 0$  und  $s = 0$  zu wählen. Die Endgeschwindigkeit des einen Abschnitts ist die Anfangsgeschwindigkeit des nächsten Abschnitts. Am Schluss sind die berechneten Werte in ein gemeinsames Koordinatensystem einzufügen.

Die Berechnung ist vorwärts oder rückwärts möglich. Bei Vorwärtsrechnung wird von den  $v$ ,  $t$ ,  $s$ -Koordinaten des Bremsbeginns ausgegangen, bei Rückwärtsrechnung von den Koordinaten des Zughalts. Vor der Rückwärtsrechnung sind die Schnittstellenwerte mit den Abschnittsgleichungen zu bestimmen. Die Rückwärtsuntersuchung wird vor allem bei der Untersuchung von Unfällen benutzt. Die Endposition der Zugspitze ist bekannt.

Linearer Verzögerungsverlauf $b(t)$	Nichtlinearer Verzögerungsverlauf $b(t)$
<b>Vorwärtsrechnung im Schwellabschnitt:</b> (5.64)	
$v = v_A - \left( b_G + \frac{b_{BZ}}{2} \frac{t}{t_S} \right) t$	$v = v_A - \left[ b_G + \frac{b_{BZ}}{\kappa+1} \left( \frac{t}{t_S} \right)^\kappa \right] t$
$s = v_A t - \left( \frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{6} \frac{t}{t_S} \right) t^2$	$s = v_A t - \left[ \frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{(\kappa+1)(\kappa+2)} \left( \frac{t}{t_S} \right)^\kappa \right] t^2$
<b>Rückwärtsrechnung im Schwellabschnitt:</b> (5.65)	
Umkehrzeit: $\tau = t_S - t$	
$v = v_A - \left( b_G + \frac{b_{BZ}}{2} \frac{\tau}{t_S} \right) \tau$	$v = v_A - \left[ b_G + \frac{b_{BZ}}{\kappa+1} \left( \frac{\tau}{t_S} \right)^\kappa \right] \tau$
$s = s_S - v_A \tau + \left( \frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{6} \frac{\tau}{t_S} \right) \tau^2$	$s = s_S - v_A \tau + \left[ \frac{b_G}{2} + \frac{b_{BZ}}{(\kappa+1)(\kappa+2)} \left( \frac{\tau}{t_S} \right)^\kappa \right] \tau^2$

Bei Halt im Schwellabschnitt ist in Gl. (5.65) die Umkehrzeit mit  $t_S = t_H$  zu berechnen und der Schwellweg durch  $s_S = s_H$  zu ersetzen.

**Vorwärtsrechnung im entwickelten Abschnitt**

$$v = v_s - b_E t \text{ und } s = v_s t - \frac{1}{2} b_E t^2 \quad (5.66)$$

**Rückwärtsrechnung im entwickelten Abschnitt**

$$\begin{aligned} v &= b_E t & \text{bzw. } t &= \frac{v}{b_E} \\ s &= \frac{1}{2} b_E t^2 & \text{bzw. } t &= \sqrt{\frac{2s}{b_E}} \\ s &= \frac{v^2}{2 b_E} & \text{bzw. } v &= \sqrt{2 b_E s} \end{aligned} \quad (5.67)$$

**Berechnungsbeispiel 5.8**

Für einen Güterzug, der die Bremskraftverzögerung  $b_{BZ} = 1,0 \text{ m/s}^2$ , die Grundverzögerung  $b_G = 0,05 \text{ m/s}^2$ , die Ansprechzeit  $t_A = 1,5 \text{ s}$  und die Schwellzeit  $t_S = 28 \text{ s}$  hat sowie in der Stellung „G“ gebremst wird, ist zur Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 50 \text{ km/h}$  (13,889 m/s) die Bremszeit  $t_B$  und der Bremsweg  $s_B$  zu berechnen.

Ansprechen, Gl. (5.58)

$$v_A = 13,889 - 0,05 \cdot 1,5 = 13,814 \text{ m/s und } s_A = 13,889 \cdot 1,5 - 0,5 \cdot 0,05 \cdot 1,52 = 20,8 \text{ m}$$

Schwellen, Gl. (5.60)

$$v_S = 13,814 - (0,05 + 0,5 \cdot 1,0) \cdot 28 = -1,586 \text{ m/s (Halt im Schwellabschnitt)}$$

Schwellen, Gl. (5.61)

$$t_H = 28 \cdot \{[(0,05/1,0)^2 + 2 \cdot 13,814/(1,0 \cdot 28)]^{0,5} - 0,05/1,0\} = 26,45 \text{ s}$$

$$s_H = 13,814 \cdot 26,45 - (0,05/2 + 1,0/6 \cdot 26,45/28) \cdot 26,45^2 = 237,7 \text{ m}$$

Bremszeit und Bremsweg, Gl. (5.57)

$$t_B = t_A + t_H = 1,5 + 26,45 = 28,0 \text{ s und } s_B = s_A + s_H = 20,8 + 237,7 = 259 \text{ m}$$

**Berechnungsbeispiel 5.9**

Für den Güterzug des Beispiels 5.8 sind bei Änderung der Grundverzögerung in  $b_G = -0,10 \text{ m/s}^2$  (Gefälle) Bremszeit  $t_B$  und Bremsweg  $s_B$  zu berechnen.

Ansprechen, Gl. (5.58)

$$v_A = 13,889 + 0,10 \cdot 1,5 = 14,039 \text{ m/s und } s_A = 13,889 \cdot 1,5 + 0,5 \cdot 0,10 \cdot 1,5^2 = 21,0 \text{ m}$$

Schwellen, Gl. (5.60)

$$v_S = 14,039 - (-0,10 + 1,0/2) \cdot 28 = 2,839 \text{ m/s und } 14,039 \cdot 28 - (-0,10/2 + 1,0/6) \cdot 28^2 = 301,6 \text{ m}$$

Optimum, Gl. (5.62)

$$t_{opt} = 0,10/1,0 \cdot 28,0 = 2,8 \text{ s und } v_{opt} = 14,039 - (-0,10 + 1,0/2 \cdot 2,8/28) \cdot 2,8 = 14,305 \text{ m/s (51,5 km/h)}$$

$$s_{opt} = 14,039 \cdot 2,8 - (-0,10/2 + 1,0/6 \cdot 2,8/28) \cdot 2,8^2 = 39,6 \text{ m}$$

Entwickelter Abschnitt, Gl. (5.63)

$$b_E = -0,10 + 1,0 = 0,90 \text{ m/s}^2, t_E = 2,839/0,90 = 3,15 \text{ s und } s_E = 2,839^2/(2 \cdot 0,90) = 4,5 \text{ m}$$

Bremszeit und Bremsweg, Gl. (5.57)

$$t_B = t_A + t_S + t_E = 1,5 + 28 + 3,15 = 32,7 \text{ s und } s_B = s_A + s_S + s_E = 21,0 + 301,6 + 4,5 = 327 \text{ m}$$

## Voraussetzung

Zum Rechnen mit Bremsablaufmodellen muss die Bremskraftbeschleunigung der Fahrzeuge  $a_{BF}$  vorliegen (Umrechnung in  $b_{BZ}$  nach Kap. 5.3.2.1). Kap. 5.3.3 enthält die  $a_{BF}$ -Berechnung.

### 5.3.2.4 Schrittintegration

Die in Kap. 5.3.2.3 dargestellte Bremswegermittlung beruht auf dem Mittelwert der Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}$ , der auf die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  bezogenen ist. Damit ist ein Fehler verbunden, der durch die Schrittintegration der momentanen Verzögerung  $b(v)$  vermieden werden kann (Kap. 2.3.3.).

Grundlage der Schrittintegration ist die Gleichung der Momentanverzögerung  $b(v)$ :

$$b = f_t b_Z(v) + b_G \quad (5.68)$$

Der Zeitfaktor  $f_t$  ist entsprechend den Bedingungen der Abschnitte des dreiteiligen Bremsablaufmodells festzulegen: Ansprechabschnitt mit  $f_t = 0$ , Schwellabschnitt mit  $0 < f_t < 1$  und entwickelter Abschnitt mit  $f_t = 1$ . Kap. 5.2.5 enthält die Bestimmung des Zeitfaktors  $f_t$ .

Die momentane Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_Z(v)$  ist – wie in Kap. 5.3.2.1 zur mittleren Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}$  dargestellt – aus der momentanen Bremskraftbeschleunigung  $a_F(v)$  aller Fahrzeuge des Zugs zu berechnen. Dabei sind zuerst die Beschleunigungs- werte  $a_F(v)$  aus den einzelnen Gleichungen zu ermitteln und anschließend mit Gl. (5.47) und (5.48) die Berechnung von  $b_Z(v)$  vorzunehmen.

Kap. 5.3.3 enthält die Aufstellung der Gleichungen für die momentane Bremskraftbeschleunigung der Fahrzeuge und Fahrzeuggruppen  $a_F(v)$ .

Die Integration von Momentanverzögerungen  $b(v)$  zu Weg-, Zeit- und Geschwindigkeitswerten mittels Mikroschrittverfahren ist in Kap. 2.3.3 dargestellt. Da neben der Geschwindigkeits- abhängigkeit  $b(v)$  auch noch die Zeitabhängigkeit  $b(t)$  vorliegt, ist die Benutzung des Mikro- zeitschrittverfahrens die günstigste Variante.

## 5.3.3 Bremskraftbeschleunigung der Fahrzeuge

### Schnellbremsung mit der Zusatzbremse

Mit der Zusatzbremse werden solo fahrende Lokomotiven und Rangierabteilungen, bei denen die Eisenbahndruckluftbremse entlüftet ist, gebremst. Für die auszuführende Schnellbremsung kann die Bremskraft der Lokomotive bis an den Rad-Schiene-Kraftschluss gesteigert werden. Die an der Kraftschlussgrenze mögliche Bremskraftbeschleunigung der Lokomotive ist in Tabelle 5.15 gegeben (hervorgegangen aus Tabelle 4.5).

**Tabelle 5.15**

#### Bremskraftbeschleunigungen der Lokomotive $a_{BL}$

Normale Schienenverhältnisse	$2,0 \text{ m/s}^2$
Normale Schienenverhältnisse mit Sand	$2,5 \text{ m/s}^2$
Schlüpfrige Schienen	$1,2 \text{ m/s}^2$
Schlüpfrige Schienen mit Sand	$2,0 \text{ m/s}^2$
Blockierte Räder	$0,5 \text{ m/s}^2$

Die Bremskraftbeschleunigung der Rangierabteilung  $a_{BZ}$  ist auf der Grundlage von Lokomotivmasse  $m_L$  und Wagenzugmasse  $m_{WZ}$  sowie Zugmasseverhältnis  $q$  (Gl. (1.38,40)) zu berechnen:

$$a_{BZ} = \frac{a_{BL}}{q} \quad \text{mit} \quad q = \frac{m_L + m_{WZ}}{m_L} \quad (5.69)$$

### Mittlere Bremskraftbeschleunigung von Musterfahrzeugen

Die mittlere Bremskraftbeschleunigung eines Fahrzeugs  $a_{BF}$  ist von der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  abhängig. Die Abhängigkeit  $a_{BF}(v_0)$  ist für Musterfahrzeuge Index M) mittels statistischer Auswertung der Ergebnisse von Bremsversuchen zu bestimmen. Die Abhängigkeit  $a_{BFM}(v_0)$  ist entweder durch die Geradengleichung oder durch die e-Funktion auszudrücken:

$$a_{BFM} = a_0 - a_1 \frac{v_0}{v_{00}} \quad (5.70)$$

$$a_{BFM} = d_0 e^{-v_0 / v_H} \quad (5.71)$$

$a_{BFM}$	Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs in $\text{m/s}^2$
$a_0, a_1, d_0$	Beschleunigungskonstanten in $\text{m/s}^2$
$v_0$	Bremsanfangsgeschwindigkeit in $\text{km/h}$ bzw. in $\text{m/s}$
$v_{00}$	Geschwindigkeitskonstante, $v_{00} = 100 \text{ km/h}$ bzw. $27,778 \text{ m/s}$
$v_H$	Geschwindigkeitskonstante der Hochabbremsung in $\text{km/h}$ bzw. in $\text{m/s}$

Gl.(5.71) gilt für Fahrzeuge mit Grauguss-Bremsklötzern in der Stellung „R“. Die Gl. (5.70) ist für die übrigen Varianten zutreffend. Bild 5.16 zeigt die Kennlinien nach Gl. (5.70) (GG-Klotzbremse in „P“) und nach Gl. (5.71) (GG-Klotzbremse in „R“).

### Momentane Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs

Die Kennlinie der mittleren Bremskraftbeschleunigung  $a_{BFM}(v_0)$  ist nach Kap. 2.5.2, Gl. (2.63, 2.66) für die Gerade und Gl. (2.67, 69) für die e-Funktion, in die Kennlinie der momentanen Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs  $a_{FM}(v_0)$  umzurechnen.

$$\text{Gerade: } a_{FM} = \frac{a_{BFM}^2}{d_0 + 0,5 d_1 v / v_{00}} \quad (5.72)$$

$$\text{e-Funktion: } a_{FM} = \frac{a_{BFM}}{1 + 0,5 v / v_H} \quad (5.73)$$

Die Variable  $v$  ist die momentane Geschwindigkeit beim Bremsen. Zur Berechnung von  $a_{FM}(v)$  ist zuerst mit Gl. (5.70) bzw. (5.71)  $a_{BFM}$  für  $v = v_0$  zu bestimmen und dann in Gl. (5.70) bzw. (5.71) einzusetzen. Bild 5.16 zeigt die mit Gl. (5.72) und (5.73) umgerechneten Kennlinien.

### Gleichungskonstanten

Die Tabellen 5.16 bis 5.19 enthalten die in Gl. (5.70) bis (5.73) einzusetzenden Konstanten. Sie gelten für die den ausgewerteten Bremsversuchen zugrunde gelegenen Muster- bzw. Referenzfahrzeuge. Die Übertragung auf andere Fahrzeuge ist durch Anpassung der Bremskapazität (Bremshundertstel) vorzunehmen. Deshalb wurden in den Tabellen die Bremshundertstel der Musterfahrzeuge  $\lambda_M$  mit angegeben.

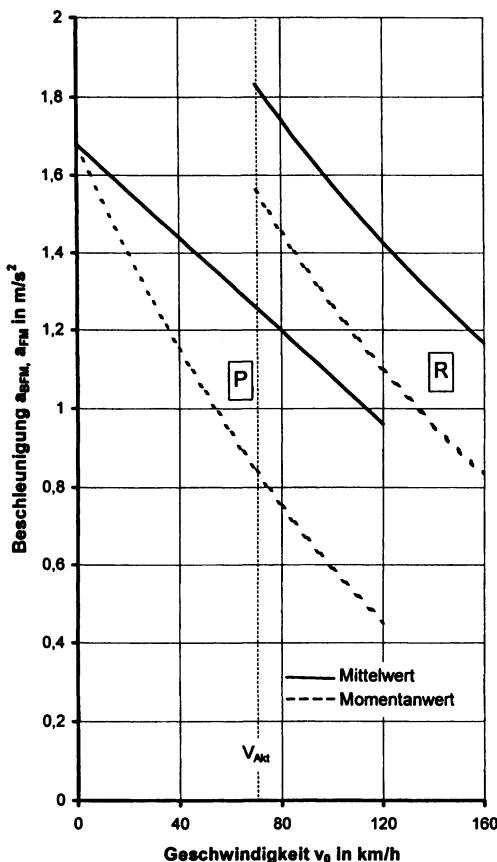


Bild 5.18

Kennlinien der mittleren und momentanen Bremskraftbeschleunigung des entwickelten Abschnitts als Gerade (P) und als e-Funktion (R) für GG-Bremsklötzer

Bremsstellung	Konstanten	Brems-hundertstel $\lambda_M$
G	$a_0 = 1,30 \text{ m/s}^2$ $a_1 = 0,60 \text{ m/s}^2$	75 %
P	$a_0 = 1,50 \text{ m/s}^2$ $a_1 = 0,60 \text{ m/s}^2$	87 %
$P_2$ $v_0 < 70 \text{ km/h}$	$a_0 = 1,80 \text{ m/s}^2$ $a_1 = 0,65 \text{ m/s}^2$ es gilt P	112 %
R $v_0 < 70 \text{ km/h}$	$d_0 = 2,00 \text{ m/s}^2$ $v_H = 200 \text{ km/h}$ es gilt P	129 %
R + H $v_0 < 70 \text{ km/h}$	$a_U = 1,176 \text{ m/s}^2$ $v_U = 15 \text{ m/s}$ $a_H = 1,30 \text{ m/s}^2$ es gilt P	167 %
P + E $v_0 < 70 \text{ km/h}$	$a_U = 1,176 \text{ m/s}^2$ $v_U = 15 \text{ m/s}$ $a_H = 1,30 \text{ m/s}^2$ es gilt P	161 %
R + E $v_0 < 70 \text{ km/h}$ $v_{max} < 160 \text{ km/h}$ $v_{max} \geq 160 \text{ km/h}$	$a_U = 1,176 \text{ m/s}^2$ $v_U = 15 \text{ m/s}$ $a_H = 1,70 \text{ m/s}^2$ es gilt P	175 % 202 %

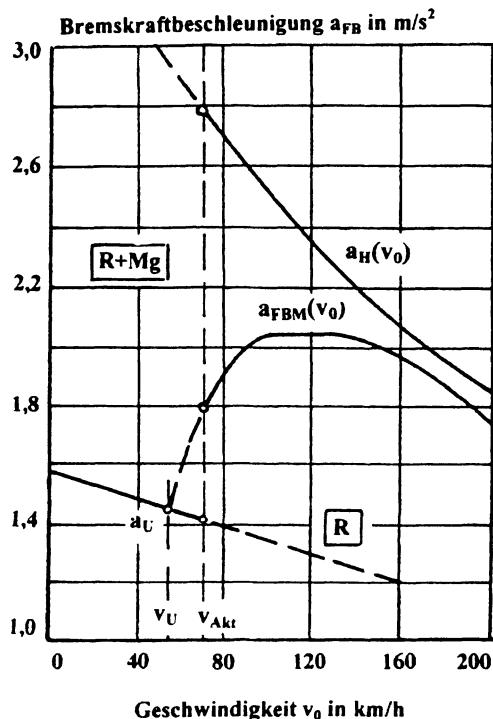
Tabelle 5.16

Konstanten zur Berechnung der mittleren Bremskraftbeschleunigung mit Gl.(5.70) und (5.71) der Lokomotiven (nur GG-Klötzer)

Die Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs  $a_{BFM}$  nach Gl. (5.70) und (5.71) sowie Tabelle 5.16 bis 5.19 bezieht sich stets auf das leere Fahrzeug. In Tabelle 5.18 ist der Leerbeladen-Lastwechsel berücksichtigt. In der Stellung „beladen“ bezieht sich  $a_{BFM}$  auf die Umstellmasse. Bei automatischer Lastabbremsung (ALB) bezieht sich  $a_{BFM}$  solange auf die tatsächliche Fahrzeugmasse, bis die Anpassungsgrenze erreicht ist. Dann ist der Anpassungsgrenzwert zu verwenden. Der Tabelle 5.19 liegen Fahrzeuge mit Scheibenbremse zugrunde.

### Zweistufige Abbremsung

Die zweistufige Abbremsung ist bei der Berechnung von  $a_{BFM}$  zu beachten, sobald die Aktivierungsgeschwindigkeit  $v_{Akt}$  überschritten ist (Ausnahme: GG-Klotzbremse der Reisezugwagen in „R“). Umschaltgeschwindigkeit  $v_U$  (Rückschalten) und die bei  $v_U$  gegebene Bremskraftbeschleunigung der Niedrigabbremsung  $a_U$  und Hochabbremsung  $a_H$  müssen bekannt sein.



Bremsstellung	Konstante	GG-Klotz-bremse	K-Klotz-Scheib.-bremse
G	$a_0 \text{ m/s}^2$ $a_1 \text{ m/s}^2$ $\lambda_M \%$	1,52 0,60 92,4	1,20 0,20 90,8
P	$a_0 \text{ m/s}^2$ $a_1 \text{ m/s}^2$ $\lambda_M \%$	1,68 0,60 113,0	1,20 0,20 119,2
R	$a_0 \text{ m/s}^2$ $a_1 \text{ m/s}^2$ $d_0 \text{ m/s}^2$ $v_H \text{ km/h}$ $\lambda_M \%$	- - 2,60 200 157	1,56 0,22 -
R ohne SEV	$\lambda_M \%$	168	157,9
R mit SEV	$\lambda_M \%$	171,2	
$v_0 < 70 \text{ km/h}$	gilt P	-	
R + Mg	$a_U \text{ m/s}^2$ $v_U \text{ m/s}$ $d_0 \text{ m/s}^2$ $v_H \text{ km/h}$ $\lambda_M \%$	- - - - -	1,44 15 3,40 300 255
$v_0 < 70 \text{ km/h}$	es gilt R		

Bild 5.19

Kennlinie der Bremskraftbeschleunigung  $a_{FBM}(v_0)$  bei zweistufiger Abbremsung R+Mg und der Hoch- u. R-Abbremsung  $a_H(v_0)$  mit dem Umschaltpunkt  $v_U$ ;  $a_U$

Tabelle 5.17

Konstanten zur Berechnung der mittleren Bremskraftbeschleunigung mit Gl.(5.70) und (5.71) der Reisezugwagen

Der mit der Bremskraftbeschleunigung  $a_{FBM}$  zurückgelegte Gesamtweg besteht bei Zweistufigkeit aus den Weganteilen ohne ( $a_U$ ) und mit Hochabbremsung ( $a_H$ ):

$$\frac{v_0^2}{2 a_{FBM}} = \frac{v_U^2}{2 a_U} + \frac{v_0^2 - v_U^2}{2 a_H}$$

Die Umstellung nach  $a_{FBM}$  ergibt die Gleichung zur Berechnung der mittleren Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs im entwickelten Abschnitt:

$$a_{FBM} = \frac{a_U a_H v_0^2}{a_U v_0^2 + (a_H - a_U) v_U^2} \quad \text{oder} \quad a_{FBM} = \frac{a_H}{1 + (\alpha_U - 1) \varphi_U} \quad (5.74)$$

$a_{FBM}$  Mittlere Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs im Bereich 0 bis  $v_0$

$a_U$  Mittlere Bremskraftbeschleunigung in P bzw. R bei  $v_U$

$a_H$  Mittlere Bremskraftbeschleunigung der Hochabbremsung des Bereichs  $v_U$  bis  $v_0$

$v_0$  Bremsanfangsgeschwindigkeit in  $\text{km/h}$  bzw.  $\text{m/s}$

$v_U$  Umschaltgeschwindigkeit,  $v_U = 54 \text{ km/h}$  bzw.  $15 \text{ m/s}$

$\alpha_U$  Umschalt-Beschleunigungsverhältnis,  $\alpha_U = a_H/a_U$

$\varphi_U$  Umschalt-Geschwindigkeitsverhältnis,  $\varphi_U = v_U/v_0$

**Tabelle 5.18:** Konstanten für Güterwagen

Bremsstellung	Konstante	GG-Klotzbremse	K-Klotz-Scheibenbremse
P leer	$a_0 \text{ m/s}^2$	1,80	1,35
	$a_1 \text{ m/s}^2$	0,68	0,20
	$\lambda_M \%$	110	117,5
P beladen	$a_0 \text{ m/s}^2$	2,00	1,45
	$a_1 \text{ m/s}^2$	0,75	0,20
	$\lambda_M \%$	120	127,6
G leer	$a_0 \text{ m/s}^2$	1,80	1,35
	$a_1 \text{ m/s}^2$	0,68	0,20
	$\lambda_M \%$	106,3	101,5
G beladen	$a_0 \text{ m/s}^2$	2,00	1,45
	$a_1 \text{ m/s}^2$	0,75	0,20
	$\lambda_M \%$	115	108,6

**Tabelle 5.19:** Konstanten für Triebwagen

Bremsstellung	Konstante	$\lambda_M \%$
P/R für $\lambda_{leer} = 120$ bis 130 %	$a_0 = 1,20 \text{ m/s}^2$ $a_1 = 0,20 \text{ m/s}^2$	127 %
P/R für $\lambda_{leer} = 160$ bis 175 %	$a_0 = 1,56 \text{ m/s}^2$ $a_1 = 0,22 \text{ m/s}^2$	171 %
P/R+Mg einstufig	$d_0 = 2,20 \text{ m/s}^2$ $v_H = 300 \text{ km/h}$	176 %
P/R+Mg zweistufig $\lambda_{leer} = 160$ bis 175 %	$a_U = 1,09 \text{ m/s}^2$ $v_U = 15 \text{ m/s}$ $d_0 = 2,20 \text{ m/s}^2$ $v_H = 300 \text{ km/h}$	168 %
P/R+Mg zweistufig $\lambda_{leer} = 160$ bis 175 %	$a_U = 1,44 \text{ m/s}^2$ $v_U = 15 \text{ m/s}$ $d_0 = 3,00 \text{ m/s}^2$ $v_H = 300 \text{ km/h}$	210 %

Während für R+H, P+E und R+E der Lokomotiven  $a_H = \text{konstant}$  ist (Tabelle 5.16), liegt für R+Mg der Reisezugwagen (Tabelle 5.17) und der Triebwagen (Tabelle 5.19) Geschwindigkeitsabhängigkeit  $a_H = f(v_0)$  vor, die durch die e-Funktion ausgedrückt werden kann:

$$a_H = d_0 e^{-v_0 / v_H} \quad (5.75)$$

Für Triebwagen mit einstufiger Abbremsung in R+Mg ist in Gl. (5.75)  $a_H$  durch  $a_{BFM}$  zu ersetzen.

Bild 5.18 zeigt zur zweistufigen Abbremsung R+Mg die Kennlinie der Bremskraftbeschleunigung  $a_{BFM}(v_0)$ , die aus der Kennlinie der Hochabbremsung  $a_H(v_0)$  und der auf der R-Kennlinie gelegenen Umschalt-Stützstelle  $v_U; a_U$  hervorgeht.

### Bremskraftbeschleunigung von realen Fahrzeugen

Vom realen Fahrzeug oder von der realen Fahrzeuggruppe sind Fahrzeugsbremsgewicht  $B_{GF}$  bzw.  $\Sigma B_{GF}$  (in t) und die Leermasse  $m_{F0}$  bzw.  $\Sigma m_{F0}$  (in t) bekannt. Für die Bremshundertstel (Quotient von Bremsgewicht und Fahrzeugmasse) des realen leeren Fahrzeugs bzw. der realen leeren Fahrzeuggruppe  $\lambda_F$  (%) gilt:

$$\lambda_F = P \frac{B_{GF}}{m_{F0}} \quad \text{bzw. } \lambda_F = P \frac{\Sigma B_{GF}}{\Sigma m_{F0}} \quad (5.76)$$

Konstante  $P = 100 \%$

Die Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs  $a_{BFM}$  ist mit dem Bremshundertstel-Verhältnis  $\psi$  in  $a_{BF}$  des realen Fahrzeugs bzw. der realen Fahrzeuggruppe umzurechnen:

$$a_{BF} = \psi \cdot a_{BFM} \quad \text{mit } \psi = \frac{\lambda_F}{\lambda_M} \quad (5.77)$$

**Tabelle 5.20**Bremsgewichte  $B_G$  von Lokomotiven

Variable	Diesellokomotive 215	Elektrische Lok. 103
Masse $m_L$	79 t	116 t
Länge $l_L$	16 m	20 m
$B_G$ zu G	53 t	85 t
$B_G$ zu P	70 t	100 t
$B_G$ zu $P_2$	89 t	—
$B_G$ zu R	95 t	150 t
$B_G$ zu R+H	130 t	—
$B_G$ zu P+E	—	190 t
$B_G$ zu R+E	—	235 t
$B_G$ zu R+E <sub>160</sub>	—	250 t

**Tabelle 5.22**Bremsgewichte  $B_G$  eines vierachsigen Güterwagens

Variable	GG-Klotzbremse	K-Klotzbremse
Leermasse $m_{F0}$	26 t	26 t
max. beladen $m_{bel}$	80 t	80 t
Umstellmasse $m_U$	46 t	46 t
Länge $l_w$	15 m	15 m
$B_G$ leer zu G	27 t	26 t
$B_G$ leer zu P	28 t	30 t
$B_G$ beladen zu G	53 t	50 t
$B_G$ beladen zu P	55 t	58 t

Die Musterfahrzeug-Bremshundertstel  $\lambda_M$  sind Tabelle 5.16 bis 5.19 zu entnehmen. Die Tabellen 5.20 bis 5.23 enthalten für verschiedene Schienenfahrzeuge die zur Berechnung der Zugbremsung erforderlichen Daten.

### Berechnungsbeispiel 5.10

Für die Schnellbremsung eines Güterzugs ist die Bremskraftverzögerung  $b_{BZ}$  und die Bremsverzögerung des entwickelten Abschnitts  $b_E$  zu den Bremsanfangsgeschwindigkeiten  $v_0 = 45 \text{ km/h}$  und  $70 \text{ km/h}$  zu berechnen sowie die Schwellzeit  $t_S$  und der Kennlinienexponent  $\kappa$  zu bestimmen. Der Zug besteht aus der Lokomotive BR 215 (Tabelle 5.20) und 40 vierachsigen Güterwagen (Tabelle 5.22), hat Grauguss-Bremsklötze und fährt in der Bremsstellung G.

Lösungsweg und Lösung:

Anhand der brems technischen Merkmale des Zugs erfolgt die Einteilung in 4 Fahrzeuggruppen.

Gruppe 1: Lokomotive BR 215

Gruppe 2: Wagen mit Zuladung  $m_{Zu} = 10 \text{ t}$ . Die Wagenmasse  $m_{EW} = 36 \text{ t}$  ist kleiner als die Umstellmasse  $m_U = 46 \text{ t}$ , es gilt  $B_{GF} = B_G$  leer und  $m_{F0} = m_{leer}$ .

Gruppe 3: Wagen mit Zuladung  $m_{Zu} = 30 \text{ t}$ . Die Wagenmasse  $m_{EW} = 56 \text{ t}$  ist größer als die Umstellmasse  $m_U = 46 \text{ t}$ , es gilt  $B_{GF} = B_G$  beladen und  $m_{F0} = m_U$ .

Gruppe 4: ungebremste Wagen

**Tabelle 5.21**Bremsgewichte  $B_G$  von Reisezugwagen

Variable	Wagen B 4üm GG-Klotzbr.	Wagen Bm 234 Scheibenbr.
Leermasse $m_{F0}$	37 t	38 t
Länge $l_w$	25 m	25 m
$B_G$ zu G	33 t	32 t
$B_G$ zu P	43 t	44 t
$B_G$ zu R ohne SEV	59 t	58 t
$B_G$ zu R mit SEV	63 t	64 t
$B_G$ zu R+Mg	—	100 t

**Tabelle 5.23**Bremsgewichte  $B_G$  von Trieb- und Steuerwagen

Variable	Triebwagen 601	Steuerwagen 901
Leermasse $m_{F0}$	46 t	23 t
$v_{max}$	160 km/h	160 km/h
$B_G$ zu P	81 t	37 t
$B_G$ zu P+Mg	106 t	60 t

**Tabelle 5.24**  
Gruppendaten des Güterzugs

Variable:	Fahrzeuggruppe Nr.:			
	1	2	3	4
Fzg. Anz.	1	15	15	10
Fzg. länge	16 m	225 m	225 m	150 m
Fzg. m <sub>leer</sub>	79 t	26 t	26 t	26 t
Fzg. m <sub>U</sub>	-	-	46 t	-
m <sub>F0</sub>	79 t	390 t	690 t	-
m <sub>Zu</sub>	-	150 t	450 t	-
m <sub>Gruppe</sub>	79 t	540 t	840 t	260 t
B <sub>G</sub> Fzg	53 t	27 t	53 t	-
B <sub>G</sub> Gruppe	53 t	405 t	795 t	-

**Tabelle 5.25**  
Bremskraftbeschleunigung der Gruppen

Variable, Gleichung:	Fahrzeuggruppe Nr.:		
	1	2	3
a <sub>0</sub> in m/s <sup>2</sup>	1,30	1,80	2,00
a <sub>1</sub> in m/s <sup>2</sup>	0,60	0,68	0,75
λ <sub>M</sub> in %	75	106,3	115
λ <sub>F</sub> in %, (5.76)	67,1	103,8	115,2
ψ, Gl. (5.77)	0,8947	0,9765	1,00
v <sub>0</sub> = 45 km/h			
a <sub>BFM</sub> m/s <sup>2</sup> , (5.70)	1,0300	1,4940	1,6625
a <sub>BF</sub> m/s <sup>2</sup> , (5.77)	0,9215	1,4589	1,6625
v <sub>0</sub> = 70 km/h			
a <sub>BFM</sub> m/s <sup>2</sup> , (5.70)	0,8800	1,3240	1,4750
a <sub>BF</sub> m/s <sup>2</sup> , (5.77)	0,7813	1,2929	1,4750

Tabelle 5.24 enthält die Gruppendaten. Für den Zug erhält man durch Summieren die Masse m<sub>Z</sub> = 1719 t, das Bremsgewicht B<sub>GZ</sub> = 1253 t und mit Gl.(5.76) die Bremshundertstel λ<sub>Z</sub> = 100 %. 1253/1719 = 73 %.

Tabelle 5.25 enthält die Berechnung der Bremskraftbeschleunigung a<sub>BF</sub> der Fahrzeuggruppen.

Zugwiderstandsbeschleunigung a<sub>Wm</sub> = 0,05 m/s<sup>2</sup>, Neigung i<sub>m</sub> = 0 ‰ und Massenfaktor ξ<sub>Z</sub> = 1,06

Zuglänge l<sub>Z</sub> = 616 m (Summierung der Fahrzeug-/Gruppenlängen in Tabelle 5.27)

Bremskraftbeschleunigung und Bremskraftverzögerung des Zugs, Gl. (5.47) und (5.48), 45 und 70 km/h

$$a_{BZ} = (0,9215 \cdot 79 + 1,4589 \cdot 390 + 1,6625 \cdot 690)/1719 = 1,0407 \text{ m/s}^2 \text{ und } b_{BZ} = 1,0407/1,06 = 0,9818 \text{ m/s}^2$$

$$a_{BZ} = (0,7813 \cdot 79 + 1,2929 \cdot 390 + 1,4750 \cdot 690)/1719 = 0,9216 \text{ m/s}^2 \text{ und } b_{BZ} = 0,9216/1,06 = 0,8694 \text{ m/s}^2$$

Grundverzögerung und entwickelte Verzögerung des Zugs, Gl. (5.48) und (5.51)

$$b_G = (a_{Wm} + i_m)/\xi_Z = (0,05 + 0)/1,06 = 0,0472 \text{ m/s}^2$$

$$45 \text{ km/h: } b_E = 0,9818 + 0,0472 = 1,0289 \text{ m/s}^2$$

$$70 \text{ km/h: } b_E = b_{BZ} + b_G = 0,8694 + 0,0472 = 0,9166 \text{ m/s}^2$$

Schwellzeit für „G“, Gl. (5.39) und Kennlinienexponent κ, Gl. (5.41)

$$t_S = t_{S1} + l_Z/v_{Du} = 24 + 616/150 = 28,1 \text{ s und } \kappa = 0,90 \text{ für „G“ und GG-Klotzbremse}$$

Nach diesen Vorbereitungen ist die Bremsung mit dem nichtlinearen Modell zu berechnen.

### Berechnungsbeispiel 5.11

Für die Schnellbremsung des Triebwagens VT 601 mit v<sub>0</sub> = 120 km/h ist zur zweistufigen Bremsstellung P+Mg die mittlere Bremskraftverzögerung b<sub>BZ</sub> und die entwickelte Verzögerung b<sub>E</sub> zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Zugwiderstandsbeschleunigung a<sub>Wm</sub> = 0,05 m/s<sup>2</sup>, Neigung i<sub>m</sub> = 0 ‰ und Massenfaktor ξ<sub>Z</sub> = 1,06

Tabelle 5.23: m<sub>F0</sub> = 46 t und B<sub>GF</sub> = 106 t

Tabelle 5.19: v<sub>U</sub> = 54 km/h bzw. 15 m/s, a<sub>U</sub> = 1,44 m/s<sup>2</sup>, d<sub>0</sub> = 3,00 m/s<sup>2</sup>, v<sub>H</sub> = 300 km/h und λ<sub>M</sub> = 210 %

Fahrzeugbremshundertstel, Gl. (5.76): λ<sub>F</sub> = P · B<sub>GF</sub>/m<sub>F0</sub> = 100 % · 106/46 = 230,4 %

Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs in der Hochabbremsung, Gl. (5.75)

$$a_H = d_0 \cdot \text{Exp}(-v_0/v_H) = 3,00 \cdot \text{Exp}(-120/300) = 2,0110 \text{ m/s}^2$$

Bremskraftbeschleunigung des Musterfahrzeugs im Gesamtbereich, Gl. (5.74)

$$\alpha_U = a_F/a_U = 2,0110/1,44 = 1,3965 \text{ m/s}^2 \text{ und } \varphi_U = v_U/v_0 = 54/120 = 0,45$$

$$a_{BFM} = 2,0110 / [1 + (1,3965 - 1) \cdot 0,45^2] = 1,8615 \text{ m/s}^2$$

Bremskraftbeschleunigung des realen Fahrzeugs im Gesamtbereich, Gl. (5.77)

$$\psi = \lambda_F/\lambda_M = 230,4/210 = 1,097 \text{ und } a_{BF} = \psi \cdot a_{BFM} = 1,097 \cdot 1,8615 = 2,0421 \text{ m/s}^2$$

Bremskraftbeschleunigung und Bremskraftverzögerung des Zugs, Gl. (5.48)

$$\text{Solo-Triebwagen, } a_{BZ} = a_{BF} = 2,0421 \text{ m/s}^2 \text{ und } b_{BZ} = a_{BZ}/\xi_Z = 2,0421/1,06 = 1,9265 \text{ m/s}^2$$

Grundverzögerung und entwickelte Verzögerung des Zugs, Gl. (5.48) und (5.51)

$$b_G = (a_{Wm} + i_m)/\xi_Z = (0,05 + 0)/1,06 = 0,0472 \text{ m/s}^2 \text{ und } b_E = b_{BZ} + b_G = 1,9265 + 0,0472 = 1,9737 \text{ m/s}^2$$

Schwellzeit für R+Mg, Gl. (5.39) oder (5.40) und Kennlinienexponent  $\kappa$ , Gl. (5.41)

Solo-Triebwagen,  $t_S = t_F = 4,0 \text{ s}$  und  $\kappa = 1$

Nach diesen Vorbereitungen ist die Bremsung mit dem linearen Modell oder näherungsweise mit dem Sprungfunktions-Modell zu berechnen.

### 5.3.4 Betriebsbremsung im konventionellen Verkehr

#### Definitionen

Im Unterschied zur Schnellbremsung ist die Betriebsbremsung eine vorausschauend und planmäßig ausgeführte Bremsung. Das zur Verfügung stehende Bremsvermögen wird nur anteilig ausgeschöpft. Die Bremskapazitätsreserve ermöglicht den operativen Ausgleich unvorherzusehender Abweichungen. Bei den Betriebsbremsungen ist zwischen Wegzielbremsung, Geschwindigkeitszielbremsung und Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung zu unterscheiden.

Die Wegzielbremsung dient dazu, den Zug an einem Zielwegpunkt  $s_{Ziel}$  anzuhalten. Mit der Geschwindigkeitszielbremsung wird die Fahrgeschwindigkeit auf die Zielgeschwindigkeit  $v_Z$  reduziert. Bei der Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung soll der Zug  $v_Z$  bei  $s_{Ziel}$  erreichen. Beim Erreichen von  $v_Z$  muss die Bremse wieder gelöst sein.

Bremszeit  $t_B$  und Bremsweg  $s_B$  der Betriebsbremsung sind vom individuellen Bremsmanagement des Triebfahrzeugführers abhängig. Deshalb wird bei Zugfahrtrechnungen im Regelfall mit den einfachen, auf der mittleren Bremsverzögerung  $b_m$  beruhenden Gleichungen gerechnet.

Man rechnet mit mittleren Betriebsbremsverzögerungen, die 2/3 bis 3/4 der mittleren Schnellbremsverzögerung entsprechen. Für  $b_m$  werden Erfahrungswerte nach Tabelle 5.26 benutzt.

#### Einfache Bremsung

Einfache Wegzielbremsung (Haltbremsung):

$$t_B = \frac{v_0}{b_m}, \quad s_B = \frac{v_0^2}{2b_m} \quad \text{und} \quad t_B = \frac{2s_B}{v_0} \quad (5.78)$$

Einfache Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung (Regulierungsbremsung):

$$t_B = \frac{v_0 - v_Z}{b_m}, \quad s_B = \frac{v_0^2 - v_Z^2}{2b_m} \quad \text{und} \quad t_B = \frac{2s_B}{v_0 + v_Z} \quad (5.79)$$

Das Rechnen mit den Gleichungen der einfachen Bremsung beinhaltet Zeit- und Wegfehler.

**Tabelle 5.26**Mittlere Betriebsbremsverzögerungen  $b_m$ 

Güterzüge	0,25 bis 0,30 m/s <sup>2</sup>
Personenzüge	0,50 m/s <sup>2</sup>
Schnell- und ICE-Züge	0,40 bis 0,50 m/s <sup>2</sup>
Transrapid-Hochgeschwindigkeitszüge	0,60 bis 1,00 m/s <sup>2</sup>
Nahverkehrszüge	0,60 m/s <sup>2</sup>
Straßenbahnen, S- und U-Bahnen	0,80 bis 1,00 m/s <sup>2</sup>

### Modellbildung und Elemente

Für die Berechnung der Betriebsbremsung ist das vierteilige Bremsablaufmodell zu benutzen, das sich durch Erweiterung des dreiteiligen Bremsablaufmodells der Schnellbremsung um den Abschnitt des wieder Lösens der Bremse ergibt. Bild 5.20 zeigt den Bremsablauf der Wegzielbremsung und Bild 5.21 den der Geschwindigkeitszielbremsung. Für die Berechnung müssen Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$ , Zielgeschwindigkeit  $v_z$ , Grundverzögerung  $b_G$ , Bremskraftverzögerung der Schnellbremsung  $b_{BZS}$ , Ansprechzeit  $t_A$ , Schwellzeit  $t_{SS}$  und Lösezeit  $t_{LB}$  der Schnellbremsung und Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  bekannt sein. Für den Ansprechabschnitt wird zur Vereinfachung die gleichförmige Bewegung gewählt.

Für Bremszeit  $t_B$ , Bremsweg  $s_B$ , Schwellzeit  $t_{SB}$ , Lösezeit  $t_{LB}$  und Bremskraftverzögerung der Betriebsbremsung  $b_{BZB}$  gilt:

$$\begin{aligned} t_B &= t_A + t_{SB} + t_E + t_{LB} \quad (5.80) \\ s_B &= v_0 t_A + s_{SB} + s_E + s_{LB} \\ b_{BZB} &= f_{St} b_{BZS}, \quad t_{SB} = f_{St} t_{SS} \quad \text{und} \quad t_{LB} = f_{St} t_{LS} \end{aligned}$$

Das Schwellen beginnt mit der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  und endet mit der Schwellendgeschwindigkeit der Betriebsbremsung  $v_{SB}$ . Der entwickelte Abschnitt beginnt mit  $v_{SB}$  und schließt mit der Löseanfangsgeschwindigkeit der Betriebsbremsung  $v_{LB}$  ab. Der Löseabschnitt beginnt mit  $v_{LB}$  und endet mit Erreichen der Zielgeschwindigkeit  $v_z$ . Die Geschwindigkeitsänderung des Schwellabschnitts ist  $\Delta v_{SB}$ , des entwickelten Abschnitts  $\Delta v_E$  und des Löseabschnitts  $\Delta v_{LB}$ . Der Bremsstufenfaktor der Betriebsbremsung  $0 < f_{St} < 1$  ist durch Gl. (5.3) gegeben.

Die Gleichungen für die Abschnitte der Betriebsbremsung gehen aus Gl. (5.64) bis (5.66) des dreiteiligen linearen Bremsablaufmodells hervor.

Schwellen:

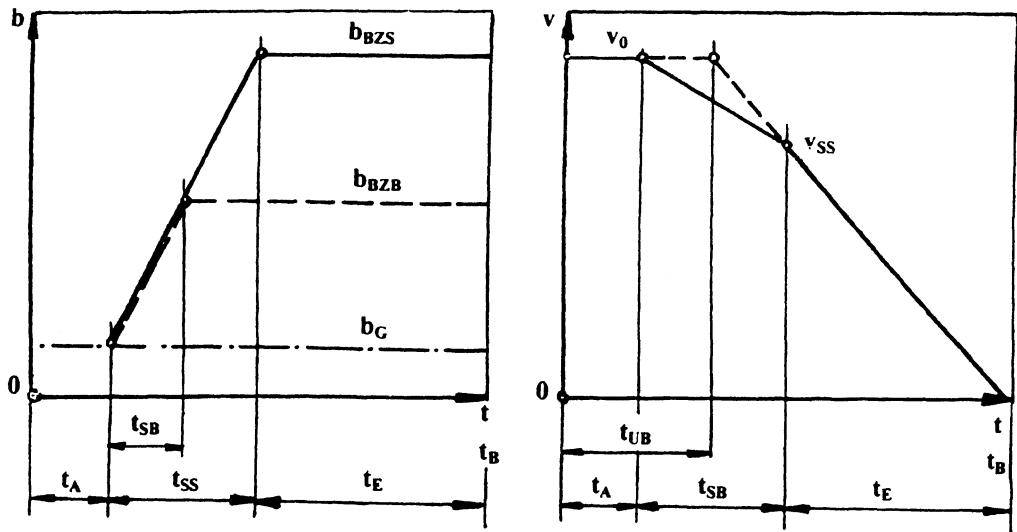
$$v_{SB} = v_0 - \Delta v_{SB} \quad \text{mit} \quad \Delta v_{SB} = (b_G + \frac{1}{2} f_{St} b_{BZS}) f_{St} t_{SS} \quad (5.81)$$

$$s_{SB} = v_0 f_{St} t_{SS} - (\frac{1}{2} b_G + \frac{1}{6} f_{St} b_{BZS}) f_{St}^2 t_{SS}^2$$

Entwickeltes Bremsen:

$$v_{LB} = v_{SB} - \Delta v_E \quad \text{mit} \quad \Delta v_E = (b_G + f_{St} b_{BZS}) t_E \quad (5.82)$$

$$s_E = v_{SB} t_E - \frac{1}{2} (b_G + f_{St} b_{BZS}) t_E^2 \quad \text{oder} \quad s_E = \frac{v_{SB}^2 - v_{LB}^2}{2(b_G + f_{St} b_{BZS})}$$

**Bild 5.20**

Bremsverzögerungskennlinie der Schnellbremsung (ausgezogene Linie) und der Betriebsbremsung (gestrichelte Linie) sowie Geschwindigkeitskennlinie des dreiteiligen (ausgezogene Linie) und des zweiteiligen (gestrichelte Linie) Bremsablaufmodells

Lösen:

$$v_Z = v_{LB} - \Delta v_{LB} \quad \text{mit} \quad \Delta v_{LB} = \left( b_G + \frac{1}{2} f_{St} b_{BZS} \right) f_{St} t_{LS} \quad (5.83)$$

$$s_{LB} = v_Z f_{St} t_{LS} + \left( \frac{1}{2} b_G + \frac{1}{6} f_{St} b_{BZS} \right) f_{St}^2 t_{LS}^2$$

### Wegzielbremsung

Bild 5.20 zeigt den Bremsablauf bei der Wegzielbremsung. Die Berechnung ist sowohl mit dem zweiteiligen als auch mit dem dreiteiligen Bremsablaufmodell möglich. Das einfache zweiteilige Modell kann für die Bremsstellung „R“ mit SEV“ und bei Zuglängen bis 300 m auch für „P“ benutzt werden. Die Bremsstellung „G“ und bei Zuglängen über 300 m auch „P“ ist wegen des anderenfalls auftretenden Modellfehlers mit dem dreiteiligen Modell zu berechnen.

### Zweiteiliges Bremsablaufmodell

In Gl. (5.82) ist  $v_{SB} = v_0$  und  $v_{LB} = 0$  zu setzen, ungebremster Abschnitt nach Gl. (5.50). Bremszeit und Bremsweg sind gesucht:

$$t_B = t_A + \frac{1}{2} f_{St} t_{SS} + \frac{v_0}{b_G + f_{St} b_{BZS}} \quad (5.84)$$

$$s_B = v_0 \left( t_A + \frac{1}{2} f_{St} t_{SS} \right) + \frac{v_0^2}{2(b_G + f_{St} b_{BZS})}$$

Der Bremsstufenfaktor ist gesucht:

$$f_{St} = L \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{F}{L^2}} \right) \text{ mit } L = \frac{s_B}{v_0 t_{SS}} - \frac{t_A}{t_{SS}} - \frac{1}{2} \frac{b_G}{b_{BZS}} \text{ und} \quad (5.85)$$

$$F = \frac{v_0}{b_{BZS} t_{SS}} - 2 \frac{b_G}{b_{BZS}} \left( \frac{s_B}{v_0 t_{SS}} - \frac{t_A}{t_{SS}} \right)$$

### Berechnungsbeispiel 5.12

Ein D-Zug hat die Bremsstellung „R“ und soll auf dem Bremsweg  $s_B = 700$  m aus der Geschwindigkeit  $v_0 = 120$  km/h (33,333 m/s) mit einer Betriebsbremsung angehalten werden. Die Ansprechzeit beträgt  $t_A = 1,5$  s, die Schwellzeit der Schnellbremsung  $t_{SS} = 4,0$  s, die Grundverzögerung  $b_G = 0,05$  m/s<sup>2</sup> und die Bremskraftverzögerung des Zugs bei Schnellbremsung  $b_{BZS} = 1,20$  m/s<sup>2</sup>. Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  und Bremszeit  $t_B$  sind zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Bremsstufenfaktor  $f_{St}$ , Gl. (5.85)

$$L = 700/33,333/4,0 - 1,5/4,0 - 0,05/2/1,20 = 4,8542$$

$$F = 33,333/1,20/4,0 - 2 \cdot 0,05/1,20 \cdot (700/33,333/4,0 - 1,5/4,0) = 6,5381$$

$$f_{St} = 4,8542 \cdot [1 - (1 - 6,5381/4,8542^2)^{0,5}] = 0,7280$$

Die Bremsung erfolgt mit 73 % der maximalen Kolbenkraft des Bremszylinders

Bremszeit  $t_B$ , Gl. (5.84)

$$t_B = 1,5 + 0,7280 \cdot 4,0/2 + 33,333/(0,05 + 0,7280 \cdot 1,20) = 39,05 \text{ s}$$

### Dreiteiliges lineares Bremsablaufmodell

Bremszeit und Bremsweg sind gesucht:

$$t_B = t_A + f_{St} t_{SS} + \frac{v_{SB}}{b_G + f_{St} b_{BZS}} \quad (5.86)$$

$$s_B = v_0 (t_A + f_{St} t_{SS}) - (3 b_G + f_{St} b_{BZS}) f_{St}^2 \frac{t_{SS}^2}{6} + \frac{v_{SB}^2}{2(b_G + f_{St} b_{BZS})}$$

$$v_{SB} = v_0 - (b_G + \frac{1}{2} f_{St} b_{BZS}) f_{St} t_{SS}$$

Der Bremsstufenfaktor ist gesucht: Die Gl. (5.86) ist nicht nach  $f_{St}$  umstellbar. Deshalb ist  $f_{St}$  in Gl. (5.86) solange zu variieren, bis der Ziel-Bremsweg  $s_B$  erfüllt ist.

Kommt der Zug bereits im Schwellabschnitt zum Stehen (Merkmal: Geschwindigkeit am Schwellende der Betriebsbremsung  $v_{SB}$  wird in Gl. (5.86) null oder negativ), ist derjenige Stufenfaktor  $f_{St}$  zu berechnen, mit dem das Anhalten im Schwellabschnitt erreicht wird:

$$f_{St} = \sqrt{\left( \frac{b_G}{b_{BZS}} \right)^2 + \frac{2 v_0}{b_{BZS} t_{SS}}} - \frac{b_G}{b_{BZS}} \quad (5.87)$$

### Berechnungsbeispiel 5.13

Die Betriebsbremsung des Beispiels 5.12 ist mit dem dreiteiligen Bremsablaufmodell zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Geschwindigkeits- und Bremsweggleichung, Gl. (5.86)

$$v_{SB} = 33,333 - (0,05 + 0,5 \cdot f_{St} \cdot 1,20) \cdot f_{St} \cdot 4,0 = 33,333 - 0,2 \cdot f_{St} - 2,4 \cdot f_{St}^2$$

$$700 = 33,333 \cdot (1,5 + f_{St} \cdot 4,0) - (3 \cdot 0,05 + f_{St} \cdot 1,20) \cdot f_{St}^2 \cdot 4,0^2 / 6 + v_{SB}^2 / [2 \cdot (0,05 + f_{St} \cdot 1,20)]$$

$$133,332 \cdot f_{St} - 0,4 \cdot f_{St}^2 - 3,2 \cdot f_{St}^3 + v_{SB}^2 / (0,1 + 2,4 \cdot f_{St}) - 650 = 0$$

Die  $v_{SB}$ - und die  $f_{St}$ -Gleichung werden in einen Rechner eingegeben. Durch Variation von  $f_{St}$  erhält man  $f_{St} = 0,724$  (Weggleichung wird null).

Geschwindigkeit  $v_{SB}$  und Bremszeit  $t_B$ , Gl. (5.86)

$$v_{SB} = 33,333 - 0,2 \cdot 0,724 - 2,4 \cdot 0,724^2 = 31,930 \text{ m/s}$$

$$t_B = 1,5 + 0,724 \cdot 4,0 + 31,930 / (0,05 + 0,724 \cdot 1,2) = 39,15 \text{ s}$$

### Geschwindigkeitszielbremsung

Bild 5.21 zeigt den Bremsablauf der Geschwindigkeitszielbremsung. Wegen der großen Lösezeiten in allen Bremsstellungen ist die Berechnung nur mit dem vierteiligen Bremsablaufmodell möglich. Für die Berechnung mit Gl. (5.80) bis (5.83) müssen Zeit des entwickelten Abschnitts  $t_E$  und Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  gegeben sein. Die Variable  $f_{St}$  ist frei wählbar. Die Variable  $t_E$  erhält man aus der Bedingung, dass die Summe der Abschnitts-Geschwindigkeitsänderungen die Differenz zwischen Anfangs- und Zielgeschwindigkeit ergeben muss:

$$v_Z = v_0 - \Delta v_{SB} - \Delta v_E - \Delta v_{LB} \quad (5.88)$$

$$t_E = \frac{v_0 - v_Z - f_{St} (t_{SS} + t_{LS}) (b_G + 0,5 f_{St} b_{BZS})}{b_G + f_{St} b_{BZS}}$$

Der Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  kann im Bereich  $0 < f_{St} < 1$ , bei  $f_{St \max} < 1$  nur im Bereich  $0 < f_{St} < f_{St \max}$  variiert werden. Die  $f_{St \max}$ -Begrenzung liegt dann vor, wenn die Bremsung nur aus Schwellen und Lösen besteht und  $\Delta v_E = 0$  oder negativ ist.

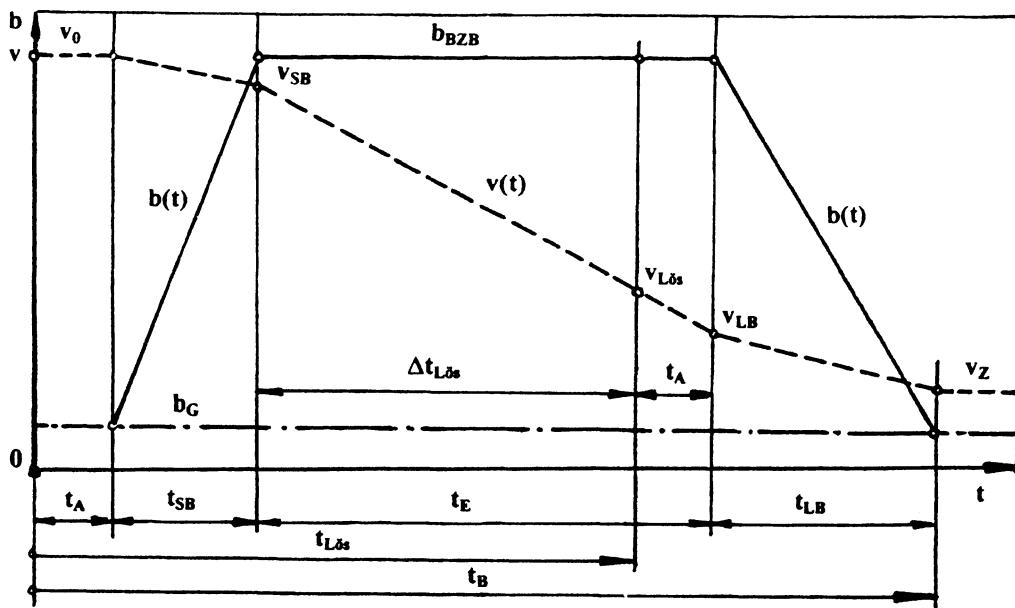
Die Variable  $f_{St \max}$  erhält man aus der Bedingung, dass die Abschnitts-Geschwindigkeitsänderungen für Schwellen und Lösen die Differenz zwischen  $v_0$  und  $v_Z$  ergeben muss:

$$v_Z = v_0 - \Delta v_{SB} - \Delta v_{LB} \quad (5.89)$$

$$f_{St \max} = \sqrt{\left( \frac{b_G}{b_{BZS}} \right)^2 + \frac{2(v_0 - v_Z)}{b_{BZS}(t_{SS} + t_{LS})} - \frac{b_G}{b_{BZS}}}$$

### Lösepunktkoordinaten

Für die Steuerung der Betriebsbremsung sind die Zeit-, Weg- und Geschwindigkeitskoordinaten der Abgabe des Lösebefehls  $t_{L0}$ ,  $s_{L0}$  und  $v_{L0}$  erforderlich. Der Lösezeitpunkt  $t_{L0}$  liegt um die Ansprechzeit des Lösens  $t_{AL}$  vor dem Anfangszeitpunkt des Lösens (Ende des entwickelten Abschnitts, bei dessen Fehlen Ende des Schwellabschnitts). Bei vorhandenem entwickelten Bremsen ist die mit  $t_{AL}$  auf  $t_E$  verkürzte entwickelte Zeit in Gl. (5.82) einzusetzen. Fehlt das entwickelte Bremsen, ist die Schwellzeit  $t_{SB}$  (Gl. (5.80)) mit  $t_{AL}$  auf  $t_{SB}$  zu verkürzen, der korrigierte Bremsstufenfaktor  $f_{St}^k = t_{SB} / t_{SS}$  zu berechnen und  $f_{St}^k$  in Gl. (5.81) einzusetzen. Bei  $t_E < t_{AL}$  ist  $t_{SB}$  mit der Restzeit ( $t_E - t_{AL}$ ) zu berechnen.



**Bild 5.21**  
Ablauf der Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung (Bremskraftverzögerung und Geschwindigkeit)

### Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung

Wird neben der Zielgeschwindigkeit  $v_Z$  auch noch der Zielbremsweg  $s_{BZ}$  vorgegeben, ist der Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  nicht mehr wählbar, sondern ergibt sich aus den Variablen  $v_Z$  und  $s_{BZ}$ . Die Bestimmung von  $f_{St}$  mittels einer geschlossenen Gleichung ist nicht möglich. Der Bremsstufenfaktor  $f_{St}$  ist in dem aus Gl. (5.80) bis (5.83) und (5.88) bestehende Gleichungssystem der Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung solange zu variieren, bis  $v_Z$  und  $s_{BZ}$  erfüllt sind. Fehlt der entwickelte Abschnitt, entfallen Gl. (5.82) und (5.88).

Zuerst ist die Realisierbarkeit der bremstechnischen Aufgabenstellung zu überprüfen. Mit Gl. (5.89) wird  $f_{St\ max}$  berechnet. Bei  $f_{St\ max} > 1$  wird mit  $f_{St} = 1$  für Ansprechen, Schwellen, entwickeltes Bremsen und Lösen der Mindestbremsweg  $s_{B\ mind}$  berechnet. Im Fall  $f_{St\ max} < 1$  erfolgt die Berechnung von  $s_{B\ mind}$  mit  $f_{St} = f_{St\ max}$  nur für Ansprechen, Schwellen und Lösen. Die Zielbremsung ist bei  $s_{BZ} \geq s_{B\ mind}$  realisierbar. Andernfalls sind die Zielvorgaben  $v_Z$  und  $s_{BZ}$  nicht einzuhalten (Verbremser mit Fahrzeitverlust).

### Berechnungsbeispiel 5.14

Ein Güterzug in der Bremsstellung „G“ soll durch eine Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung auf dem Zielbremsweg  $s_{BZ} = 650$  m eine Geschwindigkeitsreduzierung von  $v_0 = 70$  km/h (19,444 m/s) auf  $v_Z = 30$  km/h (8,334 m/s) erfahren. Die Ansprechzeit für Bremsen und Lösen beträgt  $t_A = t_{AL} = 1,5$  s, die Schwellzeit der Schnellbremsung  $t_{SS} = 28$  s, die Lösezeit der Schnellbremsung  $t_{LS} = 50$  s, die Grundverzögerung  $b_G = 0,05$  m/s<sup>2</sup> und die Bremskraftverzögerung des Zugs bei Schnellbremsung  $b_{BZS} = 1,0$  m/s<sup>2</sup>. Der zu benutzende Bremsstufenfaktor, die Lösepunktkoordinaten und die mittlere Verzögerung sind zu berechnen.

**Lösungsweg und Lösung:**

**Überprüfung der Realisierbarkeit anhand von  $f_{St\ max}$  und  $s_{B\ mind}$**

$$Gl. (5.89) \quad f_{St\ max} = [(0,05/1,0)^2 + 2 \cdot (19,444 - 8,334)/1,0/(28 + 50)] - 0,05/1,0 = 0,4861$$

$$Gl. (5.81) \quad \Delta v_{SB} = (0,05 + 0,4861 \cdot 1,0/2) \cdot 0,4861 \cdot 28 = 3,989 \text{ m/s}$$

$$v_{SB} = 19,444 - 3,989 = 15,455 \text{ m/s}$$

$$s_{SB} = 19,444 \cdot 0,4861 \cdot 28 - (0,05/2 + 0,4861 \cdot 1,0/6) \cdot 0,4861^2 \cdot 28^2 = 245,0 \text{ m}$$

$$Gl. (5.83) \quad \Delta v_{LB} = (0,05 + 0,4861 \cdot 1,0/2) \cdot 0,4861 \cdot 50 = 7,121 \text{ m/s und } v_{LB} = v_{SB} = 15,455 \text{ m/s}$$

$$s_{LB} = 8,333 \cdot 0,4861 \cdot 50 + (0,05/2 + 0,4861 \cdot 1,0/6) \cdot 0,4861^2 \cdot 50^2 = 265,2 \text{ m}$$

$$Gl. (5.80) \quad s_{B\ mind} = v_0 t_A + s_{SB} + s_{LB} = 19,444 \cdot 1,5 + 245,0 + 265,2 = 539 \text{ m}$$

Die Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung ist realisierbar ( $s_{BZ} > s_{B\ mind}$ )

Ermittlung des Bremsstufenfaktors  $f_{St}$

Die Gl. (5.80) bis (5.83) und (5.88) werden nach Einsetzen der bekannten Zahlenwerte in einen Rechner eingegeben. Durch Variation von  $f_{St}$  wird ermittelt, dass zum Zielbremsweg  $s_{BZ} = 650 \text{ m}$  der Bremsstufenfaktor  $f_{St} = 0,246$  gehört.

Berechnung der Betriebsbremsung

Ansprechen:

$$s_A = v_0 t_A = 19,444 \cdot 1,5 = 29,2 \text{ m}$$

$$\text{Schwellen, Gl. (5.80) und (5.81): } t_{SB} = 0,246 \cdot 28 = 6,9 \text{ s}$$

$$\Delta v_{SB} = (0,05 + 0,246 \cdot 1,0/2) \cdot 0,246 \cdot 28 = 1,192 \text{ m/s}$$

$$v_{SB} = 19,444 - 1,192 = 18,252 \text{ m/s (65,7 km/h)}$$

$$s_{SB} = 19,444 \cdot 0,246 \cdot 28 - (0,05/2 + 0,246 \cdot 1,0/6) \cdot (0,246 \cdot 28)^2 = 130,8 \text{ m}$$

Entwickeltes Bremsen, Gl. (5.82) und (5.88)

$$t_E = [19,444 - 8,333 - 0,246 \cdot (28 + 50) \cdot (0,05 + 0,246 \cdot 1,0/2)] / (0,05 + 0,246 \cdot 1,0/2) = 26,3 \text{ s}$$

$$\Delta v_E = (0,05 + 0,246 \cdot 1,0) \cdot 26,3 = 7,785 \text{ m/s und } v_{LB} = 18,252 - 7,785 = 10,467 \text{ m/s (37,7 km/h)}$$

$$s_E = (18,252^2 - 10,467^2)/2 / (0,05 + 0,246 \cdot 1,0) = 377,7 \text{ m}$$

Lösen, Gl. (5.80) und (5.83)

$$t_{LB} = 0,246 \cdot 50 = 12,3 \text{ s}$$

$$\Delta v_{LB} = (0,05 + 0,246 \cdot 1,0/2) \cdot 0,246 \cdot 50 = 2,128 \text{ m/s}$$

$$v_{BE} = v_{LB} - \Delta v_{LB} = 10,467 - 2,128 = 8,339 \text{ m/s (30 km/h)}$$

$$s_{LB} = 8,333 \cdot 0,246 \cdot 50 + (0,05/2 + 0,246 \cdot 1,0/6) \cdot (0,246 \cdot 50)^2 = 112,5 \text{ m}$$

Bremsen, Gl. (5.80) und Kontrolle

$$t_B = 1,5 + 6,9 + 26,3 + 12,3 = 47,0 \text{ s und } s_B = 29,2 + 130,8 + 377,7 + 112,5 = 650,2 \text{ m}$$

$$v_{BE} (30 \text{ km/h}) = v_Z (30 \text{ km/h}) \text{ und } s_B (650,2 \text{ m}) = s_{BZ} (650 \text{ m})$$

Lösebefehl-Koordinaten

$$\Delta t_{Los} = t_E - t_A = 26,3 - 1,5 = 24,8 \text{ s}$$

$$t_{Los} = t_A + t_{SB} + \Delta t_{Los} = 1,5 + 6,9 + 24,8 = 33,2 \text{ s}$$

$$v_{Los} = v_{SB} - (b_G + f_{St} b_{BZS}) \Delta t_{Los} = 18,252 - (0,05 + 0,246 \cdot 1,0) \cdot 24,8 = 10,911 \text{ m/s (39,3 km/h)}$$

$$\Delta s_{Los} = (v_{SB}^2 - v_{Los}^2) / 2 / (b_G + f_{St} b_{BZS}) = (18,252^2 - 10,911^2) / 2 / (0,05 + 0,246 \cdot 1,0) = 361,6 \text{ m}$$

$$s_{Los} = s_A + s_{SB} + \Delta s_{Los} = 29,2 + 130,8 + 361,6 = 521,6 \text{ m}$$

Bei Eingabe der Gleichungen in ein Rechenprogramm kann die Berechnungsdauer wesentlich verkürzt und die Berechnung selbst entsprechend vereinfacht werden.

### 5.3.5 Betriebsbremsung im Hochgeschwindigkeitsverkehr

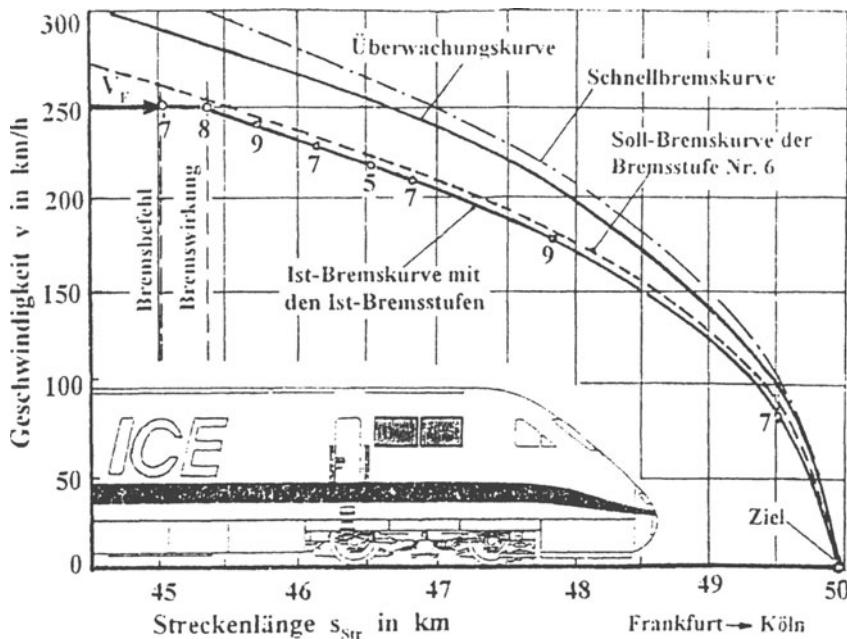
#### Grundlagen

Die bei einer Betriebsbremsung zu lösenden Aufgaben umfassen Planung und Überwachung. Der Triebfahrzeugführer muss mit seiner bremstechnischen Erfahrung den Streckenpunkt des Bremsbeginns und die zu benutzende Bremsstufe vorausschauend planen. Dabei sind Streckenlängsneigung, Bremskapazität des Zugs und Fahrgeschwindigkeit zu beachten. Nach Auslösung der Bremsung muss er die Geschwindigkeitsabnahme über dem Bremsweg überwachen. Ist sie zu gering oder zu stark, muss er die Bremsstufe entsprechend ändern.

Im Hochgeschwindigkeitsverkehr ist der Triebfahrzeugführer mit der Planung und Überwachung der Betriebsbremsung überfordert. Deshalb wurde eine Bremshilfe entwickelt, die Bestandteil des Zugsteuerungssystems von automatischer Fahr- und Bremssteuerung des Triebfahrzeugs (AFB) und Linien- oder Funkzugbeeinflussung des Zugs (LZB, FZB) ist.

#### Bremshilfe

Die Bremshilfe gibt 1000 m vor Beginn der Bremsnotwendigkeit ein akustisches Warnsignal ab und zeigt die Sollwertbremskurve  $v = f(s)$  an. Mit der gewählten Ist-Bremsstufe darf die Sollwertbremskurve nicht überschritten werden. Kommt es zur Überschreitung, ist die Bremsstufe zu erhöhen, bei wesentlicher Unterschreitung zu reduzieren. Die auf den sehr langen Bremswegen möglichen Neigungswechsel sind mittels Bremsstufenwechsel zu kompensieren.



**Bild 5.22**

Bremskurven der Bremshilfe im Hochgeschwindigkeitsverkehr, dargestellt am Beispiel der Betriebsbremsung mit 5000 m Bremsweg am Wegzielpunkt 50 km der Strecke Frankfurt-Köln. An der Ist-Bremskurve sind die in Abhängigkeit von der Steckennägungsneigung zu wählenden Bremsstufen angetragen.

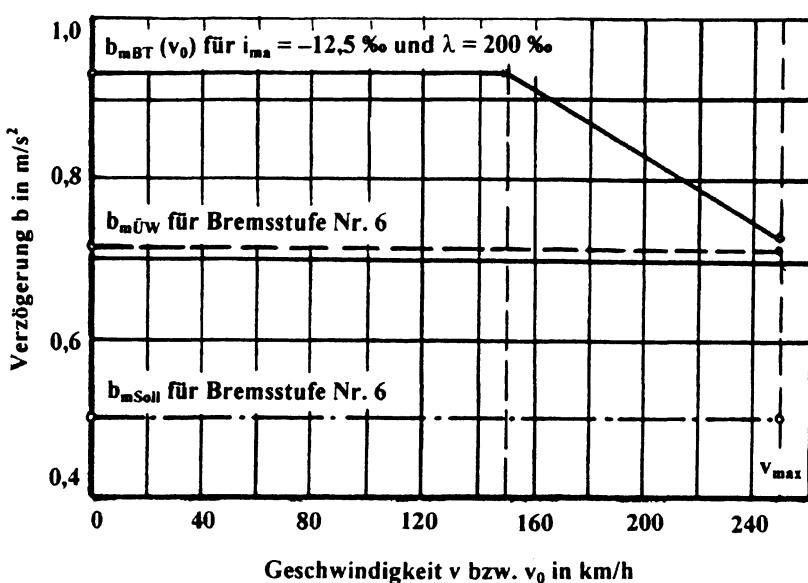


Bild 5.23

Festlegung der mittleren Verzögerungen der Überwachungs- und Sollwertkurve  $b_{mÜW}$  und  $b_{msoll}$  anhand der Bremsstafelkurve  $b_{mBT}(v_0)$

Die Überwachungskurve garantiert, dass die Geschwindigkeits- und Wegwerte der Bremstafel des Hochgeschwindigkeitsverkehrs nicht überschritten werden. Die Bremstafelwerte schließen eine Bremswesicherheit von mindestens 10 % ein.

Tangiert während der Bremsung die Ist-Bremskurve die Überwachungskurve, erfolgt Schnellbremsung. Der Zug kommt dann noch vor dem Zielwegpunkt zwangsweise zum Stehen.

Die Bremshilfe ist unterhalb 50 km/h abgeschaltet. Die Bremskurven liegen hier so dicht beieinander, dass unnötige Schnellbremsungen eintreten könnten.

Bild 5.22 zeigt für ein Beispiel die Kurven der überwachten Betriebsbremsung.

### Verzögerungs- und Bremshilfekurven

Bei der DB AG sind die vom Bundesverkehrsministerium genehmigten Bremstafeln die Grundlage für die Ableitung der mittleren Verzögerungen der Überwachungs- und Sollwertkurven  $b_{mÜW}$  und  $b_{msoll}$ . Hochgeschwindigkeits-Bremstafeln existieren für 0 %, 5 % und 12,5 % maßgebendes Gefälle. Bild 5.23 zeigt als Beispiel die in der Bremstafel für 12,5 % enthaltene Bremskurve für  $\lambda = 200\%$ .

Den an der AFB einstellbaren 12 Überwachungskurven liegen konstante mittlere Verzögerungen  $b_{mÜW}$  zugrunde. Tabelle 5.27 enthält die mittleren Verzögerungen der Überwachungskurven  $b_{mÜW}$ . Anhand der für die Strecke vorgeschriebenen Bremstafel und der vorhandenen Bremskapazität ist diejenige Bremsstufe zu wählen, deren mittlere Verzögerung  $b_{mÜW}$  die Bremstafelkurve  $b_{mBT}(v_0)$  nicht überschreitet. Bild 5.23 zeigt die Auswahl.

Tabelle 5.27: Konstante mittlere Verzögerungen der Bremsüberwachung  $b_{mÜW}$  und  $b_{msoll}$  in  $m/s^2$ 

Nr.	A	B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$b_{mÜW}$	0,115	0,20	0,29	0,375	0,46	0,545	0,63	0,715	0,80	0,90	1,00	1,10
$b_{msoll}$	0,080	0,14	0,20	0,260	0,32	0,380	0,44	0,500	0,56	0,63	0,70	0,77

**Tabelle 5.28**

Maximale Bremsstufe des ICE, die in Abhängigkeit vom maßgebenden Gefälle, den Bremshundertsteln und der zulässigen Geschwindigkeit an der AFB eingestellt werden kann, ohne dass es zur Auslösung einer Schnellbremsung kommt (ermittelt mit Bremsfahrtsimulationsprogramm)

v <sub>Zul</sub> in km/h	i <sub>ma</sub> in %	Bremshundertstel $\lambda$ in %:						
		101	120	145	163	184	206	228
$\leq 160$	5	4	5	6	7	8	9	10
	12,5	3	4	5	6	7	8	9
$\leq 200$	5	3	4	5	6	7	8	9
	12,5	2	3	4	5	6	7	8
$\leq 250$	5	-	-	4	5	6	7	8
	12,5	-	-	3	4	5	6	7
$\leq 300$	5	-	-	3	4	5	6	7
	12,5	-	-	2	3	4	5	6

Die konstante mittlere Verzögerung der Sollwertkurve  $b_{mSoll}$  erhält man auf der Grundlage der Festlegung, dass  $b_{mSoll}$  70 % von  $b_{mÜW}$  zu betragen hat:

$$b_{mSoll} = 0,7 b_{mÜW} \quad (5.90)$$

Tabelle 5.27 enthält die mittleren Bremsstufen-Bremsverzögerungen  $b_{mSoll}$  der Sollwertkurven.

Tabelle 5.28 enthält diejenigen Bremsstufen, die in den entsprechenden Geschwindigkeitsbereichen in Abhängigkeit vom maßgebenden Gefälle und den vorhandenen Bremshundertsteln höchstens benutzt werden können. Für Strecken mit  $i_m = 0\%$  gilt die 5 %-Bremstafel.

### Weiterentwicklung

Die Bremshilfe ist bis zur Geschwindigkeit 250 km/h und auf Strecken mit keinen oder mäßigen Längsneigungen benutzbar. Bild 5.23 zeigt die ungenügende Ausnutzung des tatsächlichen Bremsvermögens. Die Ableitung der momentanen Verzögerungen der Soll- und Überwachungskurve aus den mittleren Verzögerungen der Bremstafel ist falsch. Da die sehr langen Bremswege mehrere Neigungsabschnitte überdecken können, ist die Benutzung der auf höchstens 2000 m bezogenen maßgebenden Neigung für die Festlegung der erforderlichen Bremskapazität falsch (Kap. 3.1.1). Die maßgebende Neigung ist nur auf einem kleinen Abschnitt der Gesamtstrecke vorhanden. Deshalb wird die vorhandene Bremskapazität auch streckenmäßig ungenügend ausgenutzt. Beim Bremsen über mehrere Neigungswechsel hinweg muss die Bremsstufe zur Einhaltung der Sollwertkurve mehrfach korrigiert werden (Bild 5.22).

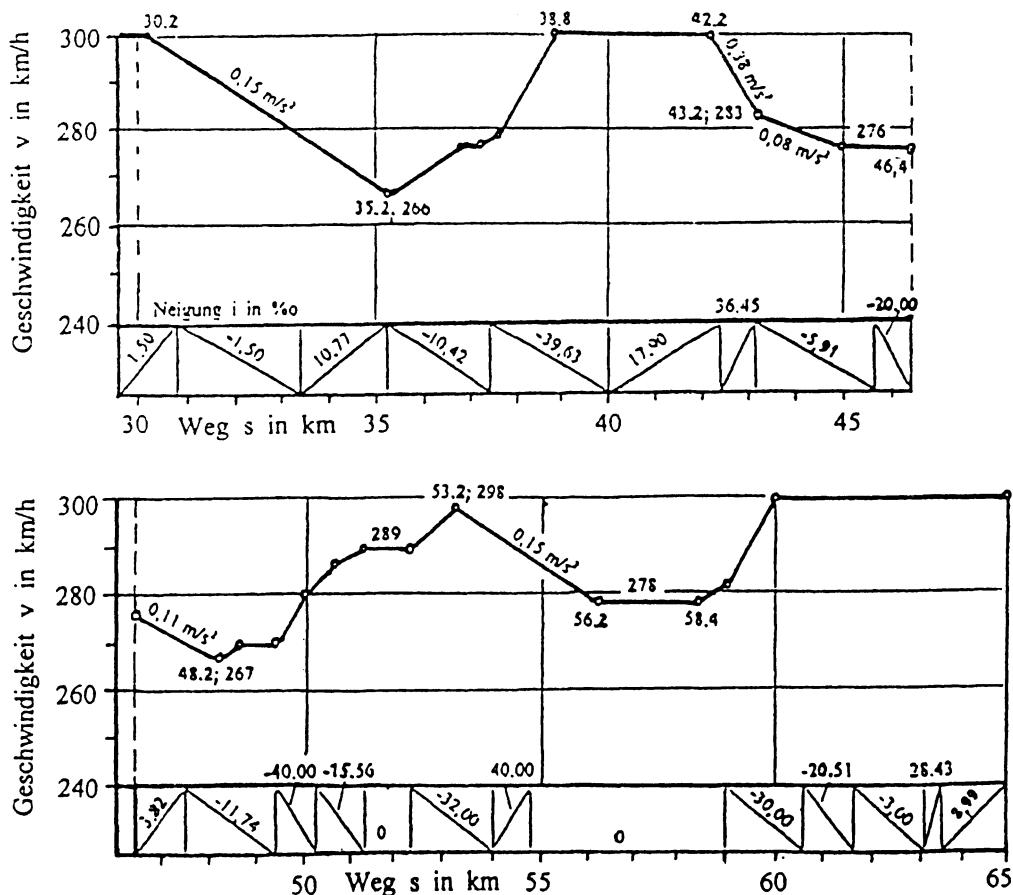
Bei Geschwindigkeiten über 250 km/h muss auch das Abgleichen von Ist- und Sollwertkurve der AFB übertragen werden. Soll- und Istwertkurve müssen auf momentanen Verzögerungen beruhen. Die Bremskraft ist von der Bremssteuerung ständig so zu korrigieren, dass die gemessene Verzögerung plus Sicherheitszuschlag die momentane Verzögerung der Sollwertkurve nicht überschreitet bzw. auch nicht wesentlich unterschreitet.

Die momentanen Verzögerungen der Sollwertkurven der Bremsstufen müssen aus Bremsversuchen zur Vollbremsung abgeleitet und für die Berechnung der v(s)-Kurve während der Bremseung durch einfache integrierbare Gleichungen ausgedrückt werden (Kap. 2.2.3).

Ansprech-, Schwell- und Lösezeit sind so zu verringern, dass die simultane Berechnung mit dem zweiteiligen Bremsablaufmodell möglich ist.

Da vor Beginn der Zugfahrt Streckenprofil, Bremskapazität und einzuhaltender Bremsweg bekannt sind, kann die Berechnung des bremstechnisch zulässigen Geschwindigkeitsprofils vorgenommen und in der AFB abgespeichert werden. Die Benutzung des bremstechnischen Geschwindigkeitsprofils für die Geschwindigkeitsregelung ermöglicht eine optimale Fahrzeit.

Bild 5.24 zeigt als Beispiel das bremstechnisch zulässige Geschwindigkeitsprofil für die Vollbremsung auf einem Abschnitt der Hochgeschwindigkeitsstrecke Frankfurt – Köln, ermittelt mit einem Bremsfahrtsimulationsprogramm. Der einzuhaltende Bremsweg beträgt 6500 m. Die Geschwindigkeit ist bereits weit vor einem größeren Gefälle zu reduzieren, kann aber im Gefälle selbst schon wieder erhöht werden. Die Geschwindigkeitsreduzierungen erfordern Verzögerungen, die verschleißlos im Auslauf oder mit der elektrischen Bremse realisierbar sind.



**Bild 5.24**

Bremstechnisch zulässiges Geschwindigkeitsprofil auf einem Abschnitt der Hochgeschwindigkeitsstrecke Frankfurt – Köln für die Vollbremsung eines ICE (zulässiger Bremsweg 6500 m)

## 5.4 Bremsbewertung

### 5.4.1 Bremsversuche

#### Versuchsbedingungen

Die Bewertung der Bremskapazität von Schienenfahrzeugen bzw. die Ermittlung des Bremsgewichts beruht im Regelfall auf Versuchsergebnissen, die entweder mit dem Einzelfahrzeug oder mit dem Einheitsbremszug durchgeführt werden. Der **Einheitsbremszug** besteht aus 15 unbesetzten vierachsigen Reisezugwagen (60 Achsen) bzw. aus 60 zweiachsigen oder 30 vierachsigen Güterwagen (120 Achsen), die leer oder bis zur Umstellmasse beladen sind. Er wird mit einer ungebremsten Lokomotive bespannt. Ein Wagen darf durch den gebremsten Messwagen ersetzt werden. Die Bremsversuche erfolgen mit der am Führerbremsventil eingeleiteten Schnellbremsung. Bremsbeginn ist der Augenblick der Betätigung des Führerbremsventils.

Die Versuche zur Ermittlung des Bremsgewichts werden auf waagerechtem und geradem Gleis und bei Einschaltung aller Wagenbremsen durchgeführt. Für die Überprüfung der Einhaltung der Bremstafeln erfolgen die Versuche auch auf Strecken mit Längsneigung und bei Abschaltung von Wagenbremsen (Reduzierung der Bremshundertstel).

Die Bremsversuche werden zum gesamten Geschwindigkeitsbereich des Fahrzeugs oder der Bremsstellung durchgeführt. Die Untergrenze wird so gewählt, dass bei der Bremsung möglichst der entwickelte Abschnitt erreicht wird.

#### Versuchsergebnis

Als Ergebnis der Bremsversuche erhält man die Bremsanfangsgeschwindigkeits-Bremsweg-Stützstellentabelle ( $v_0$ ;  $s_B$ -Tabelle), die der Auswertung zu unterziehen ist.

#### Erste Auswertestufe

Mit den Daten der  $v_0$ ;  $s_B$ -Stützstellentabelle wird die Regressionskurve  $s_B = f(v_0)$  2. Grads entwickelt. Die Regression  $y = f(x)$  erfolgt in der Variablenform in  $x = v_0/v_{00}$  und  $y = s_B/v_0$ . Dadurch beginnt die Kurve  $s_B(v_0)$  im Koordinatenursprung  $v_0 = 0$ ;  $s_B = 0$  und ist über den Messbereich hinaus begrenzt extrapoliierbar. Die Konstanten  $D_0$ ,  $D_1$  und  $D_2$  der Regressionsgleichung  $y = f(x)$  werden für die x-y-Stützstellentabelle ermittelt:

$$\frac{s_B}{v_0} = D_0 + D_1 \frac{v_0}{v_{00}} + D_2 \left( \frac{v_0}{v_{00}} \right)^2 \quad (5.91)$$

$$s_B = v_0 \left[ D_0 + D_1 \frac{v_0}{v_{00}} + D_2 \left( \frac{v_0}{v_{00}} \right)^2 \right]$$

Der Bremsweg  $s_B$  trägt die Maßeinheit m und die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  km/h. Für die Geschwindigkeitskonstante ist  $v_{00} = 100$  km/h einzusetzen. Die Konstanten  $D_0$ ,  $D_1$  und  $D_2$  haben bei  $s_B$  in m und  $v$  in km/h die Maßeinheit  $10^3$  h.

Bild 5.25 zeigt als Beispiel aus der Versuchsauswertung hervorgegangene Bremskennlinien.

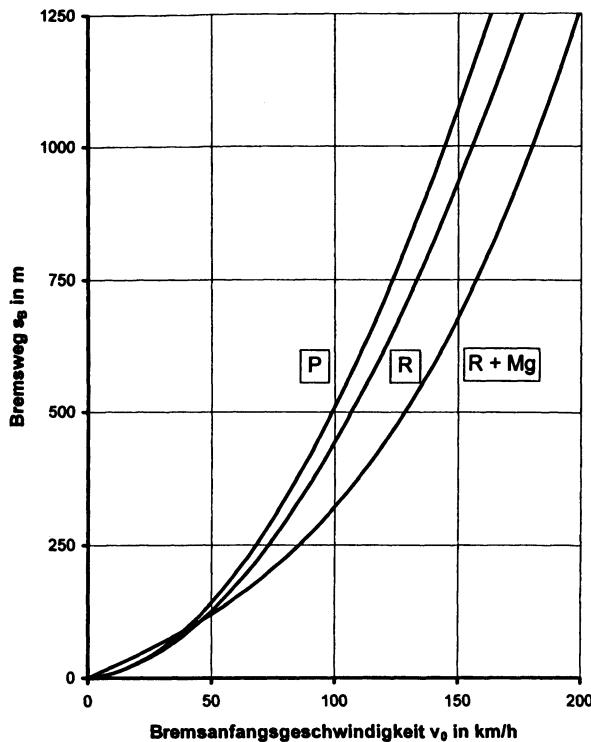


Bild 5.25

Gemessene und ausgewertete Bremskennlinien eines Versuchszugs aus 15 vierachsigen Reisezugwagen Aüm<sup>203</sup> und der ungebremsten Lokomotive BR 103

Konstanten bei  $v_0$  in km/h:

	$D_0$	$D_1$	$D_2$
P	0,3551	5,1605	-0,4245
R	0,4787	4,1998	-0,2484
R+Mg	2,077	0,1502	+0,9869

Konstanten bei  $v_0$  in m/s:

	$T_0$	$T_1$	$T_2$
P	1,2784	18,5778	-1,5282
R	1,7233	15,1193	-0,8942
R+Mg	7,4772	0,5407	+3,5528

### Zweite Auswertestufe

Die zweite Auswertestufe umfasst die Elimination der Zeitabhängigkeit aus den die Bremsung bewertenden Variablen. Bremsweg und Bremsverzögerung des entwickelten Abschnitts  $s_E(v_0)$  und  $b_E(v_0)$  sind aus  $s_B(v_0)$  zu berechnen. Das ist mit den Bremsablaufmodellen des Kap. 5.3.2 möglich. Die Geschwindigkeit ist auf die Maßeinheit m/s zu beziehen.

Bei Bezugnahme der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  auf die Maßeinheit m/s erhält man:

$$s_B = v_0 \left[ T_0 + T_1 \frac{v_0}{v_{00}} + T_2 \left( \frac{v_0}{v_{00}} \right)^2 \right] \quad (5.92)$$

$$T_0 = 3,6 D_0, \quad T_1 = 3,6 D_1 \quad \text{und} \quad T_2 = 3,6 D_2$$

Für die Geschwindigkeitskonstante ist  $v_{00} = 27,778$  m/s einzusetzen. Die Konstanten  $T_0$ ,  $T_1$  und  $T_2$  haben die Maßeinheit s.

Die Konstanten  $T_0$ ,  $T_1$  und  $T_2$  sind sowohl mittels Regressionsrechnung auf der Grundlage der auf m/s umgestellten  $v_0, s_B$ -Stützstellentabelle zu bestimmen als auch aus den Konstanten  $D_0$ ,  $D_1$  und  $D_2$  zu berechnen.

Die mittlere Bremsverzögerung  $b_m$  ist mit Gl.(5.52) zu berechnen.

### Zweiteiliges Bremsablaufmodell mit Sprungfunktion (Kap. 5.3.2.2)

Die Verzögerung des entwickelten Abschnitts  $b_E$  geht aus Gl. (5.53) und die Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}$  aus Gl. (5.51) hervor ( $b_{BZ} = b_E - b_G$ ). Die ungebremste Zeit  $t_U$  ist mit Gl. (5.50) und die Grundverzögerung  $b_G$  mit Gl. (5.48) zu berechnen.

### Dreiteiliges Bremsablaufmodell (Kap. 5.3.2.3)

Die Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}$  erhält man aus Gl. (5.57) bis (5.62). Die Verzögerung des entwickelten Abschnitts ist mit Gl. (5.63) aus  $b_{BZ}$  und  $b_G$  zu berechnen ( $b_E = b_{BZ} + b_G$ ).

Für die lineare  $b(t)$ -Funktion gilt:

$$\begin{aligned} b_{BZ} &= \sqrt{\left(\frac{k_1}{2k_2}\right)^2 + \frac{k_0}{k_2}} - \frac{k_1}{2k_2} \quad (5.93) \\ k_0 &= v_A^2 - 2b_G(s_B - s_A) \\ k_1 &= 2(s_B - s_A) - v_A t_S + \frac{b_G}{3} t_S^2 \\ k_2 &= \frac{t_S^2}{12}, \quad v_A = v_0 - b_G t_A \quad \text{und} \quad s_A = v_0 t_A - \frac{1}{2} b_G t_A^2 \end{aligned}$$

Bei nichtlinearer  $b(t)$ -Funktion gilt für die sich ändernden Konstanten  $k_1$  und  $k_2$ :

$$\begin{aligned} k_1 &= 2 \frac{(s_B - s_A)(\kappa+1) - \kappa v_A t_S}{\kappa+1} + \frac{\kappa b_G t_S^2}{\kappa+2} \quad (5.94) \\ k_2 &= \frac{\kappa t_S^2}{(\kappa+1)^2(\kappa+2)} \end{aligned}$$

Ansprechzeit  $t_A$ , Schwellzeit  $t_S$  und Kennlinienexponent  $\kappa$  sind nach Kap. 5.2.5 zu ermitteln. Sind Standard-Bremsversuche auszuwerten, können normative Werte für das geprüfte Einzelfahrzeug oder den geprüften Einheitsbremszug benutzt werden.

### Zweistufige Abbremsung

Die Wirkung der Magnetschienenbremse wird in der Bremsstellung R+Mg bei der Umschaltungsgeschwindigkeit  $v_U$  aufgehoben (Kap. 5.1). Es wird auf „R“ mit der entwickelten Verzögerung  $b_U$  bei  $v_U$  zurückgeschaltet. Das beeinflusst den Kennlinienverlauf  $b_E$  ( $v_0$ ). Für die Bewertung von R+Mg wird die entwickelte Verzögerung der Hochabremsung  $b_H$  ohne Rückschalten bei  $v_U$  benötigt. Der Einfluss des Rückschaltens ist zu eliminieren.

Bei Rückwärtsrechnung (Beginn mit  $v = 0$ ) unterteilt sich der entwickelte Weg  $s_E$  mit  $b_E$  (Ende bei  $v_S$ ) in den Weg bis zum Umschalten  $s_{0U}$  mit  $b_U$  (in „R“) und in den Weg vom Umschalten bis zum entwickelten Bremsbeginn  $s_{UE}$  mit der entwickelten Verzögerung der Hochabremsung  $b_H$  bei  $v_S$  (in „R+Mg“):

$$s_E = s_{0U} + s_{UE} \quad \text{bzw.} \quad \frac{v_S^2}{2b_E} = \frac{v_U^2}{2b_U} + \frac{v_S^2 - v_U^2}{2b_H}$$

Die Gleichung ist nach der entwickelten Verzögerung der Hochabremsung  $b_H$  aufzulösen.

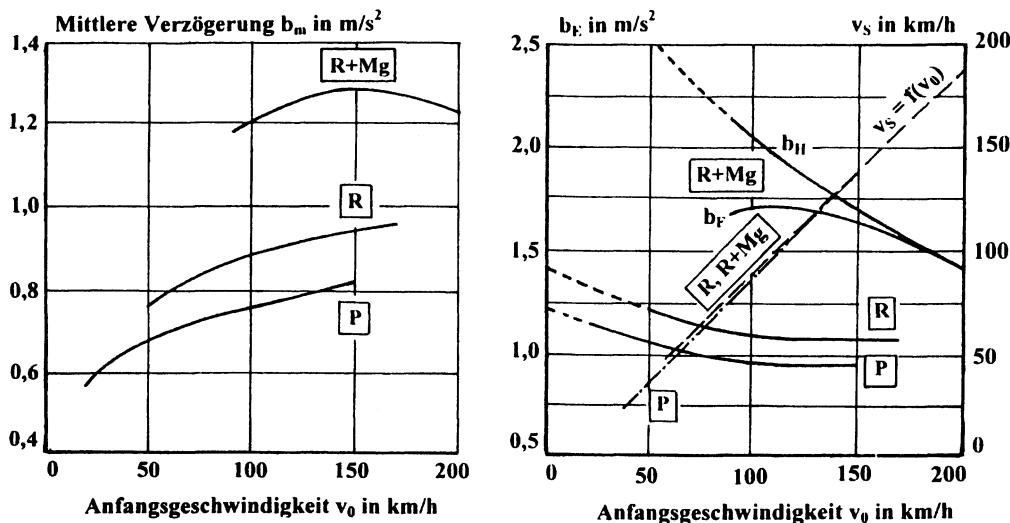


Bild 5.26

Kennlinien der mittleren Bremsverzögerung  $b_m$ , der entwickelten Verzögerung  $b_E$ , der entwickelten Verzögerung der Hochabremse  $b_H$  und der Schwellengeschwindigkeit  $v_s$  in Abhängigkeit von der Anfangsgeschwindigkeit des Bremsens  $v_0$  zu den Kennlinien des Bildes 5.23

Die Auflösung nach  $b_H$  ergibt:

$$b_H = b_E \frac{1 - \varphi_U^2}{1 - \beta_U \varphi_U^2} \quad (5.95)$$

$b_H$  entwickelte Verzögerung der Hochabremse (R+Mg) ohne Umschalten

$b_E$  entwickelte Verzögerung mit Umschalten bei  $v_U$  (R)

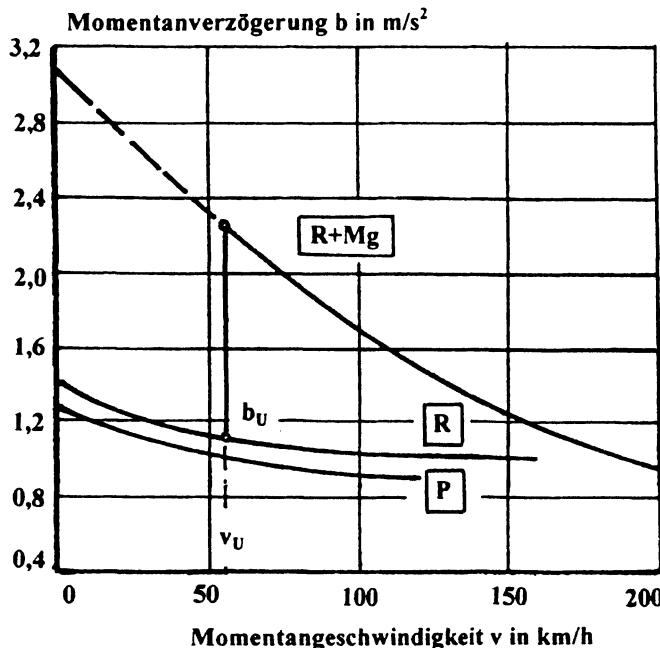
$v_s$  Geschwindigkeit bei Schwellende  
 $v_U$  Umschaltgeschwindigkeit  
 $b_U$  entwickelte Verzögerung bei  $v_U$  in „R“  
 $\varphi_U$  Geschwindigkeitsverhältnis,  $\varphi_U = v_U/v_S$   
 $\beta_U$  Verzögerungsverhältnis,  $\beta_U = b_E/b_U$

Bei Inkaufnahme des kleinen Modellbildungsfehlers der zweiteiligen Bremsablaufvariante kann in Gl. (5.95)  $v_s$  durch die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  ersetzt werden.

#### Auswerteziel

Das Ziel der zweiten Auswertestufe ist die Ermittlung der entwickelten Verzögerung  $b_E$  oder der Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}$  in der tabellarischen Zuordnung  $b_E$ ,  $b_{BZ} = f(v_0)$ . Ist in einer dritten Auswertestufe die Überführung der mittleren Verzögerungen  $b_E$  oder  $b_{BZ}$  in die momentane Verzögerung  $b(v)$  vorgesehen, muss in die tabellarische Zuordnung zusätzlich die Geschwindigkeit am Ende des Schwellabschnitts  $v_s$  aufgenommen werden, die mit Gl. (5.58) und (5.60) zu berechnen ist. Liegt das zweistufige Bremsablaufmodell zugrunde, ist  $v_s = v_0$ .

Bild 5.26 enthält die zu den Bremskurven des Bildes 5.25 berechneten mittleren und entwickelten Verzögerungen  $b_m$  und  $b_E$ . Die Berechnung von  $b_E$  erfolgte mit Gl. (5.93) und (5.63) auf der Basis des linearen dreistufigen Bremsablaufmodells.

**Bild 5.27**

Kennlinien der Momentanverzögerung  $b(v)$  zu den Bremsstellungen  $P$ ,  $R$  und  $R+Mg$ , ermittelt aus den Kennlinien der Bilder 5.25 und 5.26

Die Kurven des Bildes 5.26 sind mit  $b_G = 0,05 \text{ m/s}^2$ ,  $t_A = 1,5 \text{ s}$  und  $t_S = 4,0 \text{ s}$ , für „P“  $t_S = 6,0 \text{ s}$ , berechnet. Die Berechnung von  $b_H$  erfolgte mit  $v_U = 54 \text{ km/h}$  (15  $\text{m/s}$ ) und  $b_U = 1,15 \text{ m/s}^2$ .

Die Aufstellung der Regressionsgleichung erfolgte zu „P“ mit Gl. (2.67) ( $d_0 = 1,2131 \text{ m/s}^2$  und  $v_{00} = 138,35 \text{ m/s}$ ), zu „R“ mit Gl. (2.69) ( $d_0 = 1,4121 \text{ m/s}^2$ ,  $c = 1 \text{ m/s}$  und  $\kappa = -0,07682$ ) und zu  $R+Mg$  ( $b_H$ ) mit Gl. (2.67) ( $d_0 = 3,1073 \text{ m/s}^2$  und  $v_{00} = 67,13 \text{ m/s}$ ).

### Dritte Auswertestufe

Die durch Regressionsgleichungen gegebenen Kennlinien  $b_E = f(v_S)$  bzw.  $b_H = f(v_S)$  sind entsprechend Kap. 2.5.2 in Kennlinien der Momentanverzögerung  $b(v)$  zu überführen. Liegt der entwickelten Verzögerung die Geraden- oder Polynomgleichung zugrunde, gilt Gl. (2.66). Bei der Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus gilt Gl. (2.68) und bei der allgemeinen Exponentialgleichung Gl. (2.70). Bild 5.27 zeigt das Ergebnis zu Bremsversuchen.

### Bremsenprüfstandsversuche

Der Bremsenprüfstand ist ein Simulator zur Nachbildung der bei Dauer- und Haltbremsung an der Bremseinrichtung eines Radsatzes ablaufenden physikalischen Vorgänge. Für das Prüfen werden Original-Bremssohlen und Original-Bremsbeläge verwendet. Das Anpressen an die Lauffläche oder an die Bremsscheibe erfolgt mit Original-Klotz- und Belagskräften. Das Zeitverhalten der Anpresskraft entspricht ebenfalls dem Original. Für Laufkreis- und Reibradius sowie Radienverhältnis werden Originalwerte benutzt. Für die Versuche wird eine der Original-Achsfahrmasse proportionale Drehmasse aufgelegt. Die Drehgeschwindigkeit entspricht der am Laufkreis der Räder vorhandenen Umfangs- bzw. Fahrgeschwindigkeit. Bei Haltbremsungen werden Massenfaktor und Zugwiderstands- sowie Neigungskraft nicht berücksichtigt.

**Tabelle 5.29**

Messwertprotokoll zur Prüfung des Bremsbelags 975 FN bei Haltbremsungen auf dem Bremsenprüfstand (Trockenbremsung bei  $r_L = 0,460$  m Radhalbmesser,  $r_{BR} = 0,250$  m Bremsreibradius,  $m_A = 6,9$  t Achsfahrmasse und  $t_S = 1,0$  s Schwellzeit)

Die Spalten 10 bis 13 enthalten mit Protokollwerten berechnete Variable

1 N	2 $v_1$ km/h	3 $v_2$ km/h	4 $s_1$ m	5 $s_2$ m	6 $t_1$ s	7 $b_m$ $m/s^2$	8 $F_{Bel}$ kN	9 $\mu_m$	10 $a_{FBt}$ $m/s^2$	11 $a_{FBs}$ $m/s^2$	12 $a_{FBmom}$ $m/s^2$	13 $\mu_{mom}$
1	30	28,0	44,5	33,8	9,2	0,87	28,42	0,414	0,8802	0,8810	0,8606	0,3905
2	50	48,1	120,2	102,9	15,5	0,88	28,17	0,402	0,8847	0,8615	0,7874	0,3573
3	80	78,2	325,7	298,0	26,6	0,82	27,82	0,367	0,8371	0,7963	0,6824	0,3096
4	100	97,9	543,7	509,8	35,6	0,77	27,74	0,337	0,7815	0,7316	0,6170	0,2800
5	120	118,1	852,9	807,5	48,7	0,68	27,74	0,311	0,6865	0,6721	0,5525	0,2507

Die in Messwertprotokollen erfassten Versuchsergebnisse sind für die Bremsbewertung neuer Fahrzeuge bereits im konstruktiven Stadium oder für die Ermittlung der Auswirkung geänderter Reibmaterialien auf den Fahrzeugbremswert zu verwenden. Tabelle 5.32 zeigt das Messwertprotokoll von Haltbremsungen für die Erläuterung der fahrdynamische Auswertung.

Die Variablen mit dem Index 1 beziehen sich auf die gesamte Bremsung und mit dem Index 2 auf die entwickelte Bremsung. Die mittlere Bremsverzögerung  $b_m$  wird mit  $v_1$  und  $s_1$  berechnet.

Da keine ungebremsten Massen, kein Massenfaktor und keine Grundverzögerung in den Messwerten enthalten sind, erhält man durch die Auswertung anstelle der entwickelten Verzögerung  $b_E$  die Bremskraftbeschleunigung des Fahrzeugs  $a_{FB}$  (Spalte 10 und 11), die sowohl mit der Zeit ( $a_{FBt}$ , Spalte 10) als auch mit dem Weg ( $a_{FBs}$ , Spalte 11) berechnet werden kann. Für das Berechnen ist die Schwellendgeschwindigkeit  $v_2$ , die entwickelte Zeit  $t_2$  ( $t_2 = t_1 - t_2/2$ ) und der entwickelte Weg  $s_2$  zu benutzen. Außerdem ist die Korrektur auf die mittlere Belagskraft der Messserie  $F_{Bel,m} = 27,98$  kN):

$$a_{FBt} = \frac{F_{Bel,m}}{F_{Bel}} \frac{v_2}{t_2} \quad \text{und} \quad a_{FBs} = \frac{F_{Bel,m}}{F_{Bel}} \frac{v_2^2}{2s_2} \quad (5.96)$$

Die Ermittlung der momentanen Bremskraftbeschleunigungen  $a_{FB mom}$  erfolgt nach Kap. 2.5.2. Als Musterfunktion wird die Polynomgleichung 1. Grads (Geradengleichung) gewählt. Die Regressionsrechnung mit den Werten von Spalte 2, 10, und 11 ergibt:

$$a_{FBt} = c_0 + c_1 \varphi \quad \text{und} \quad a_{FBs} = d_0 + d_1 \varphi \quad \text{mit} \quad \varphi = v_2/v_{00} \quad \text{und} \quad v_{00} = 100 \text{ km/h} \quad (5.97)$$

Ergebnis:

$$c_0 = 0,9696 \text{ m/s}^2 \quad \text{und} \quad c_1 = -0,2101 \text{ m/s}^2 \quad \text{sowie} \quad d_0 = 0,9640 \text{ m/s}^2 \quad \text{und} \quad d_1 = -0,2369 \text{ m/s}^2$$

Bei linearer Abhängigkeit gilt nach Gl. (2.65) und (2.66) des Kapitels 2.5.2 für die momentane Bremskraftbeschleunigung des Fahrzeugs  $a_{FB mom}$ :

$$a_{BFmom,t} = \frac{a_{FBt}^2}{c_0} \quad \text{und} \quad a_{BFmom,s} = \frac{a_{FBs}^2}{d_0 + 0,5 d_1 \varphi} \quad (5.98)$$

$$a_{BFmom} = (a_{BFmom,t} + a_{BFmom,s})/2$$

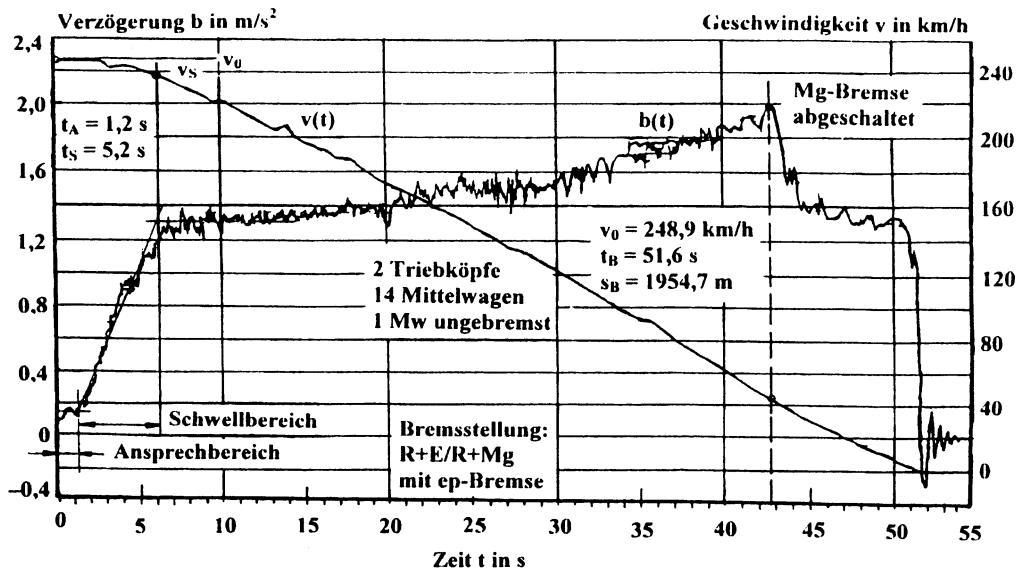


Bild 5.28

Verzögerungs-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Messschrieb von der Schnellbremsung eines ICE 1

Die über die Zeit und die über den Weg berechneten  $a_{BF\ mom}$ -Werte weichen geringfügig von einander ab. Deshalb ist der Mittelwert zu bilden. Spalte 12 enthält die Mittelwerte.

Die Rückrechnung des momentanen Belagsreibwertes  $\mu_{Bel\ mom}$  aus der momentanen Bremskraftbeschleunigung des Fahrzeugs  $a_{BF\ mom}$  ist mit Gl. (5.12) und (5.14) vorzunehmen:

$$\mu_{Bel\ mom} = a_{BF\ mom} \frac{m_A}{F_{Bel\ mom}} \frac{r_L}{r_{Br}} \quad (5.99)$$

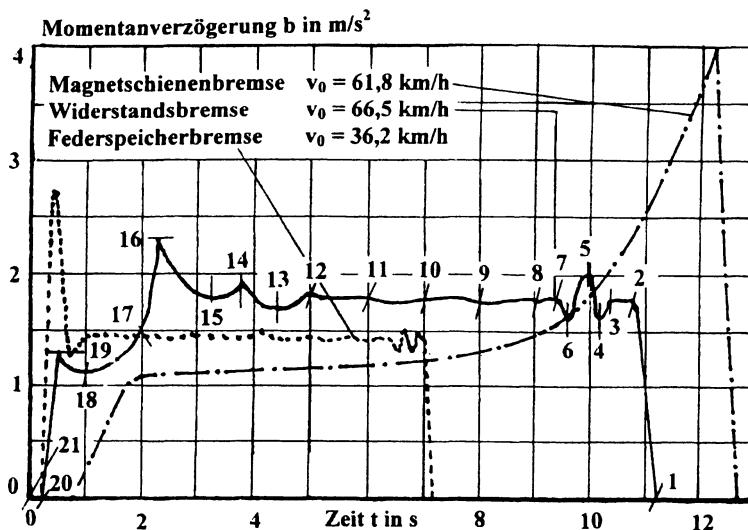
Spalte 13 der Tabelle 5.29 enthält das Ergebnis.

### Bremsmessschriebe

Bei Bremsversuchen werden die in Bild 5.28 dargestellten Kennlinien der Momentanverzögerung  $b(t)$  und Momentangeschwindigkeit  $v(t)$  aufgenommen, teilweise auch digital ausgegeben.

Die Kennlinie  $b(t)$  kann mit den in Kap. 2.3.2 behandelten Makroschrittverfahren in die Kennlinien  $v(t)$ ,  $s(t)$ ,  $b(v)$ ,  $t(v)$  und  $s(v)$  überführt werden. Bei Benutzung des Makrozeitschrittverfahrens ist die gemessene Kennlinie  $b(t)$  rückwärts bei  $v = 0$  beginnend in eine  $b$ - $t$ -Stützstellentabelle zu überführen. Als Stützstellen sind Knickstellen, Maxima und Minima sowie beliebige  $t$ -Punkte zu wählen. Die  $b$ - $t$ -Tabelle ist um die stützstellenweise berechneten  $v$ - und  $s$ -Werte zu ergänzen. Die  $b(v)$ -Zuordnung kann der Tabelle entnommen werden.

Die Kennlinie  $b(v)$  ist auch mit dem Differenzenquotientenverfahren des Kap. 2.5.3 (ohne Rechentechnik anwendbar) und mit dem Verfahren der Polynomgleittechnik des Kap. 2.5.4 (mit Rechentechnik anwendbar) zu ermitteln. Bei  $v = 0$  beginnend muss die gemessene  $v(t)$ -Kennlinie rückwärts in kleinem Abstand (ca. 5 km/h) in eine  $v$ - $t$ -Tabelle überführt werden.

**Bild 5.29**

Gemessene Bremskennlinien  $b(t)$  des Straßenbahn-Kurzgelenktriebwagens KT4D von ČKD Prag

Nr.	t s	b $\text{m/s}^2$	v km/h	s m	Nr.	t s	b $\text{m/s}^2$	v km/h	s m	Nr.	t s	b $\text{m/s}^2$	v km/h	s m
1	0	0	0	0	8	2,2	1,75	12,88	3,60	15	8,0	1,80	50,10	53,99
2	0,4	1,80	1,30	0,05	9	3,2	1,70	19,09	8,05	16	9,0	2,35	57,57	68,90
3	0,9	1,80	4,53	0,45	10	4,2	1,80	25,39	14,22	17	9,2	1,50	58,96	72,14
4	1,0	1,65	5,16	0,59	11	5,2	1,80	31,87	22,17	18	10,2	1,15	63,73	89,21
5	1,2	2,00	6,47	0,91	12	6,2	1,80	38,35	31,93	18	10,7	1,35	65,98	98,21
6	1,6	1,65	9,10	1,78	13	6,8	1,70	42,13	38,64	20	10,9	0	66,47	101,90
7	1,9	1,80	10,96	2,61	14	7,5	1,95	46,73	47,26	21	11,4	0	66,47	111,13

Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 66,5 \text{ km/h}$ , Bremszeit  $t_B = 11,4 \text{ s}$  und Bremsweg  $s_B = 111 \text{ m}$

### Berechnungsbeispiel 5.14

Für den Messschrieb der Gefahrenbremsung mit der Widerstandsbremse des Straßenbahntriebwagens KT4D in Bild 5.29 sind Geschwindigkeit und Weg zu berechnen.

Die  $b$ - $t$ -Kennlinie wird in die  $b$ - $t$ -Stützstellentabelle überführt. Bild 5.29 zeigt Stützstellenwahl und Tabelle. Für die Berechnung wird das in Kap. 2.3.2 behandelte Makrozeitschrittverfahren gewählt und ein Rechenprogramm benutzt. Die Berechnung ist auch ohne Programm möglich, dann aber sehr aufwändig. Die Tabelle wird um die berechneten  $v$ - und  $s$ -Werte erweitert (Bild 5.29).

## 5.4.2 Bremsgewicht und Bremsbewertungsblatt

### Bremsgewicht

Die Bremskapazität von Schienenfahrzeugen wird mit dem Bremsgewicht bewertet. Das Bremsgewicht ist ein im Jahr 1928 definiertes virtuelles Gewicht, abgeleitet aus der Gleichung der Abbremsung eines klotzgebremsten Fahrzeugs (Gl. (5.11)). Die Gleichung für das Bremsgewicht erhält man durch Umstellung von Gl. (5.11) und durch Bezugnahme auf den Einheitsbremswagen sowie Einführung des Bremsbewertungsfaktors  $k_{Br}$  zur Ermöglichung der Übertragbarkeit auch auf andere Fahrzeuge.

Ableitung des Bremsgewichts:

$$\varphi_{\max} = \frac{F_{Kl\,ges}}{G_{Fleer}} \rightarrow G_{Fleer} = \frac{F_{Kl\,ges}}{\varphi_{\max}}$$

$$B_{GF} = \frac{1}{\varphi_E} k_{Br} F_{Kl\,ges} \quad (5.100)$$

$B_{GF}$  Fahrzeuggewicht in t

$F_{Kl\,ges}$  Gesamtklotzkraft in t

$G_{Fleer}$  Gewicht des leeren Fahrzeugs in t

$k_{Br}$  Bremsbewertungsfaktor, Maßeinheit 1

$\varphi_E$  Abbremsung des Einheitsbremswagens,

Maßeinheit 1

Für die Einheitsbremswagen ist  $k_{Br} = 1$ , für den Einheitsbremswagen der Bremsart I  $\varphi_E = 0,8$  und für den Einheitsbremswagen der Bremsart II  $\varphi_E = 0,7$ .

### Bremsart I und II

Zur Bremsart I gehören die Bremsstellungen P und R sowie P/R+E, P/R+H, P/R+Mg und P/R+WB mit und ohne ep-Bremse. Zur Bremsart II gehört die Bremsstellung G mit und ohne ep-Bremse sowie die Handbremse.

### Technisches Maßeinheitensystem

Nach Gl. (5.100) ist das Fahrzeuggewicht  $B_{GF}$  eine Kraft, im Technischen Maßeinheitensystem, das der Entwicklung der bremsen technischen Vorschriften zugrunde lag, in der Maßeinheit t. Die Umstellung von Gl. (5.100) in das gesetzlich vorgeschriebene internationale physikalische Maßeinheitensystem SI ist nicht möglich. Deshalb wurde in Gl. (5.100) das Technische Maßeinheitensystem benutzt.

Das Umstellungsproblem wurde bei der Eisenbahn unzulässigerweise folgendermaßen gelöst:

$$B_{GF} = \left( \frac{1}{8} \text{ bzw. } \frac{1}{7} \right) \cdot k_{Br} F_{Kl\,ges} \quad (5.101)$$

$B_{GF}$  Fahrzeuggewicht in t

$F_{Kl\,ges}$  Gesamtklotzkraft in kN

Durch das Umschreiben wurde aus der Größengleichung eine Zahlenwertgleichung. Zwischen den Maßeinheiten besteht keine Kohärenz. Aus der Kraft „Bremsgewicht“ wurde die Masse „Bremsgewicht“. Damit verstößt Gl. (5.101) sowohl gegen die Regeln des SI-Maßeinheitensystems als auch gegen die bremsen technischen Vorschriften selbst.

### Einheitsbremswagen und Einheitsbremszüge

Der Einheitsbremswagen der Bremsart I ist ein vierachsiger D-Zugwagen der SNCF aus dem Jahr 1928 mit folgenden Parametern: Fahrzeuggewicht 50 t (Masse 50 t), einlösiges schnellwirkendes Steuerventil der Bauart Knorr, Bremszyylinderfüllzeit 5 s, einteilige GG-Bremsklötzer (P6, Sehnenlänge 400 mm), Gesamtklotzkraft 80 % des Fahrzeuggewichts (80 % Abbremsung) und Einzelklotzkraft 2500 kg (24,53 kN).

Der Einheitsbremswagen der Bremsart II ist ein zweiachsiger Güterwagen der DR aus dem Jahr 1928 mit folgenden Parametern: Fahrzeuggewicht 19,3 t (Masse 19,3 t), Bremszyylinderfüllzeit 28 s, Ansprung 20 %, einteilige GG-Bremsklötzer P6, Gesamtklotzkraft 70 % des Fahrzeuggewichts (70 % Abbremsung) und Einzelklotzkraft 1690 kg (16,59 kN).

Die Einheitsbremswagen stehen heute nicht mehr zur Verfügung.

Der Einheitsbremszug der Bremsart I besteht aus 15 vierachsigen Wagen. Er hat damit 60 Achsen und eine Länge von ca. 400 m. Der Einheitsbremszug der Bremsart II besteht aus 60 zweiachsigen Wagen. Er hat damit 120 Achsen und eine Länge von ca. 600 m.

### Weitere Bedingungen

Die Ermittlung des Bremsgewichts ist für die Schnellbremsung und für die waagerechte und gerade Strecke vorzunehmen. Die Prüfgeschwindigkeit der Bremsart I beträgt im Regelfall 120 km/h und im Ausnahmefall 100 km/h. Zur Bremsart II ist keine Prüfgeschwindigkeit angegeben. Nach Tabelle 5.11 zur Mindener Bremsweggleichung muss sie aber 70 km/h betragen (Beiwert  $\psi = 1$ ). Das Prüfen erfolgt mit dem Einheitsbremszug und mit dem Einzelfahrzeug.

### Bremsbewertungsblatt

Mit den Versuchsergebnissen der aus Einheitsbremswagen bestehenden Einheitsbremszüge wurden bei Variation der Bremskapazität durch Abschalten von Wagenbremsen Kennlinien  $s_B = f(v_0)$  erstellt. Der Einheitsbremszug der Bremsart I hat bei Zusammenstellung aus Einheitsbremswagen das Gewicht (die Masse) 750 t und erreicht zur Bewertungsgeschwindigkeit  $v_0 = 120$  km/h den Bremsweg  $s_B = 814$  m bzw. die mittlere Bremsverzögerung  $b_{mEZ} = 0,6825 \text{ m/s}^2$ . Für diese Bedingungen wurde das Zuggewicht  $G_Z(t)$  zum Bremsgewicht  $B_{GZ}(t)$  erklärt.

Im Zug verfügbare Bremshundertstel  $\lambda_Z$  (Quotient von Brems- und Zuggewicht):

$$\lambda_Z = P \frac{B_{GZ}}{G_Z} \quad \text{mit } P = 100\% \quad (5.102)$$

Für den aus Einheitsbremswagen bestehenden Einheitsbremszug ( $G_Z = 750$  t) erhält man beim Abbremsen aus 120 km/h  $B_{GZ} = 750$  t und  $\lambda_Z = 100\%$ . Beträgt das Bremsgewicht durch Abschalten von 5 Wagenbremsen nur 500 t, reduzieren sich die verfügbaren Bremshundertstel auf  $\lambda_Z = 100\% \cdot 500/750 = 67\%$ . Der Bremsweg verlängert sich entsprechend.

Auf der Grundlage der Abhängigkeit der Beschleunigung von der Masse besteht für überschlägliche Berechnungen die Möglichkeit,  $\lambda_Z$  auch als Quotienten von  $b_m$  und mittlerer Verzögerung des Einheitsbremszugs  $b_{mEZ}$  auszudrücken:  $b_m = \lambda_Z \cdot P \cdot b_{mEZ}$ .

Im Bremsbewertungsblatt ist für den Einheitsbremszugs aus Einheitsbremswagen die Abhängigkeit des gemessenen Bremswegs  $\lg s_B$  von den verfügbaren Bremshundertsteln  $\lg \lambda_Z$  dargestellt. Die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  ist der Parameter. Bild 5.30 zeigt einen Ausschnitt des logarithmischen Bremsbewertungsblatts.

Das Bremsbewertungsblatt wurde zum Urmaß der Bremsbewertung erklärt. Das Bremsbewertungsblatt liegt im Großformat DIN A2 vor. Der  $v_0$ -Parameterabstand beträgt 5 km/h.

Die Bremsweggleichung (Gl. (5.52)) wird auf km/h bezogen und nach Einführung von  $\lambda_Z$  logarithmiert:

$$s_B = \frac{v_0^2}{2b_m} \rightarrow s_B = \frac{v_0^2 \cdot 100}{2\lambda_Z b_{mEZ}} \rightarrow s_B = \frac{v_0^2 \cdot 100}{3,6^2 \cdot 2 \cdot \lambda_Z \cdot 0,6825}$$

$$\lg s_B = 2 \cdot \lg v_0 + \lg 5,6528 - \lg \lambda_Z$$

**Tabelle 5.30**

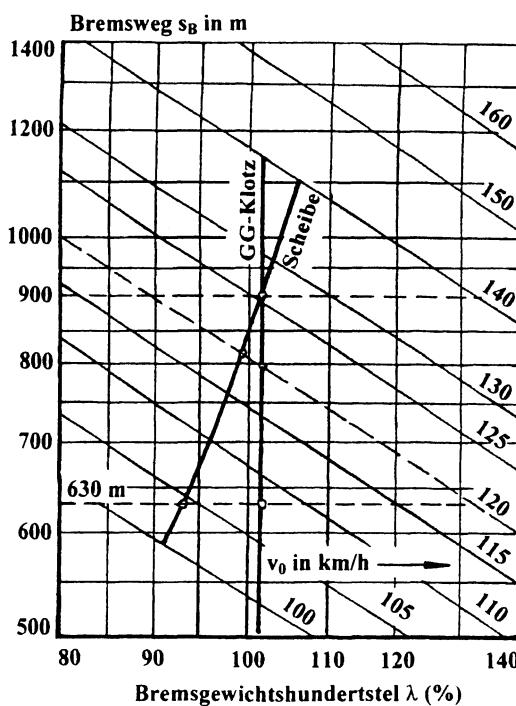
Konstanten A und C zur Darstellung des DB-Bremsbewertungsblatts der Bremsart I mit Gl. (5.103)

$v_0$ km/h	A	C	$v_0$ km/h	A	C	$v_0$ km/h	A	C
40	3,486642	-0,875070	95	4,551027	-0,934027	150	5,011720	-0,936270
45	3,612759	-0,875070	100	4,614170	-0,940863	155	5,046756	-0,936613
50	3,733335	-0,875070	105	4,636245	-0,929047	160	5,076277	-0,936956
55	3,869322	-0,889481	110	4,663766	-0,917231	165	5,111182	-0,937727
60	3,969361	-0,889481	115	4,684151	-0,905415	170	5,139719	-0,938497
65	4,059820	-0,889481	120	4,727800	-0,908500	175	5,166708	-0,939268
70	4,157044	-0,897487	125	4,760143	-0,900551	180	5,194167	-0,940039
75	4,231339	-0,897487	130	4,812831	-0,907504	185	5,221935	-0,940809
80	4,359377	-0,928604	135	4,866735	-0,914456	190	5,249062	-0,941580
85	4,435894	-0,934027	140	4,914380	-0,921408	195	5,275954	-0,942350
90	4,496266	-0,934027	145	4,965721	-0,928839	200	5,301480	-0,943121

**Tabelle 5.31**

Konstanten A und C zur Darstellung des ERRI-Bremsbewertungsblatts der Bremsart I mit Gl. (5.103)

$v_0$ km/h	A	C	$v_0$ km/h	A	C	$v_0$ km/h	A	C
120	4,727800	-0,908500	155	5,057318	-0,957501	190	5,372302	-1,012317
125	4,742597	-0,898520	160	5,120570	-0,972240	195	5,388819	-1,008258
130	4,784252	-0,903441	165	5,175245	-0,984289	200	5,405334	-1,004198
135	4,825908	-0,908362	170	5,229920	-0,996338	205	5,436439	-1,007546
140	4,867563	-0,913283	175	5,284594	-1,008387	210	5,467544	-1,010894
145	4,930815	-0,928022	180	5,339269	-1,020436	215	5,498648	-1,014242
150	4,994067	-0,942762	185	5,355785	-1,016377	220	5,5298	-1,0176

**Bild 5.30**Ausschnitt aus dem DB-Bremsbewertungsblatt mit eingetragenen gemessenen Kennlinien  $s_B = f(v_0)$  für einen Zug mit Grauguss-Klotz-Bremse und mit Scheibenbremse

Aus dieser Ableitung erhält man die Regressionsgleichung der Kennlinien des Bremsbewertungsblatts (Geradengleichung  $\lg s_B = f(\lg v_0)$ ):

$$\lg s_B = A + C \cdot \lg \lambda_Z \quad (5.103)$$

Aus der logarithmierten  $s_B(v_0)$ -Gleichung gehen zu  $v_0 = 120$  km/h die Konstanten  $A = 4,9106$  und  $C = -1$  hervor. Die statistische Auswertung der 120 km/h-Urmaß-Kennlinie ergibt  $A = 4,7278$  und  $C = -0,9085$ . Die Abweichung beruht auf überschläglichen Ansatz für  $b_m$ .

Tabelle 5.30 enthält die Konstanten A und C zum Bremsbewertungsblatt der Bremsart I der DB und Tabelle 5.31 des Forschungsinstituts des Internationalen Eisenbahnverbands ERRI. Für 40 bis 120 km/h des ERRI-Blatts gelten die Werte des DB-Blatts (Tabelle 5.30).

Bild 5.31 zeigt das Bremsbewertungsblatt zur Bremsart II (Bremsstellung G). Im Blatt sind die aus Versuchsergebnissen mit dem Einheitsbremszug und dem Einheitsbremswagen hervorgegangenen Kennlinien  $\lambda_Z = f(v_0)$  zum Parameter des Bremswegs  $s_B$  dargestellt. Die Kennlinien können durch folgende statistische Gleichung ausgedrückt werden:

$$\lambda_Z = v_0 [L_0 + L_1 \frac{v_0}{v_{00}} + L_2 \left( \frac{v_0}{v_{00}} \right)^2 + L_3 \left( \frac{v_0}{v_{00}} \right)^3] \quad (5.104)$$

Die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  ist in km/h einzusetzen. Die Bremshundertstel des Zugs  $\lambda_Z$  erhält man in %. Die Geschwindigkeitskonstante beträgt  $v_{00} = 100$  km/h. Tabelle 5.32 enthält die aus der Regressionsrechnung hervorgegangenen Konstanten  $L_0$  bis  $L_3$ . Die Gl. (5.104) ist auf den unteren Wert  $\lambda_{Zu} = 10\%$  und auf den oberen Wert  $\lambda_{Zo} = 60\%$  (100 m und 200 m) bzw. 120 % (300 m bis 1200 m) begrenzt.

### Bremsgewichtsermittlung

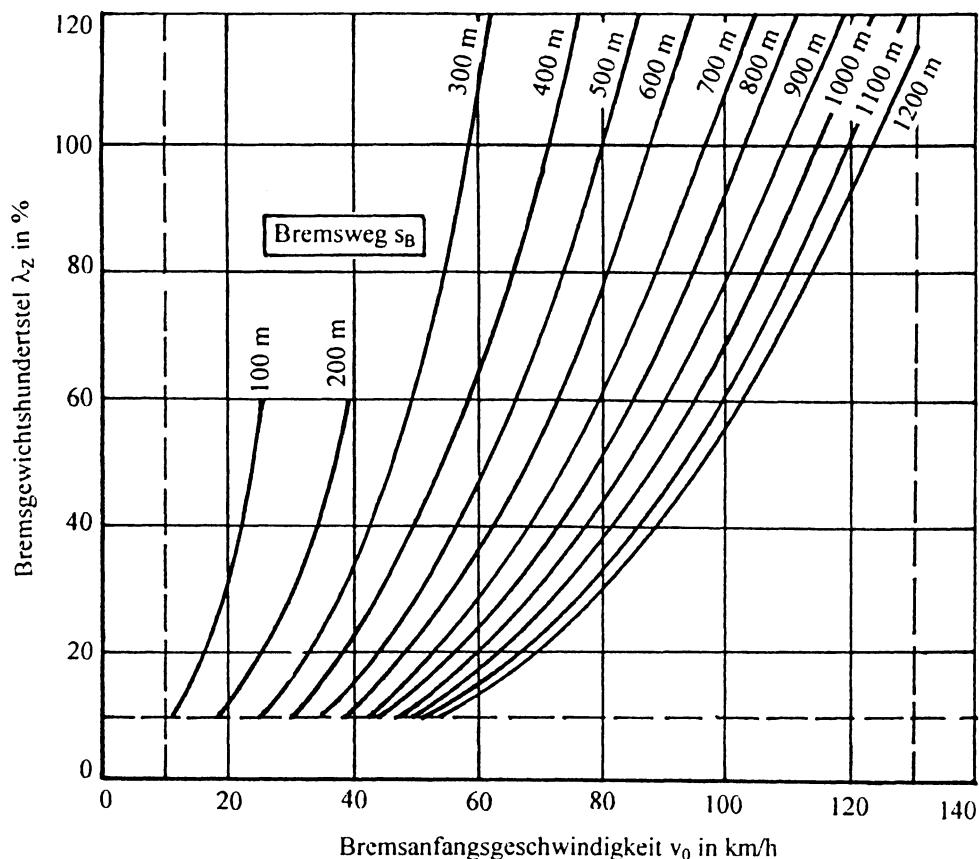
Zur Ermittlung des Bremsgewichts eines Fahrzeugs wird die gemessene oder berechnete Bremswegkennlinie  $s_B = f(v_0)$  in das Bremsbewertungsblatt (Bild 5.30 oder 5.31) eingetragen. Dann wird der Schnittpunkt mit einer der zulässigen Bewertungslinien gesucht. Die zum Schnittpunkt gehörenden Bremshundertstel werden auf der Abszisse (Bild 5.30) oder Ordinate (Bild 5.31) abgelesen. Bild 5.30 zeigt die eingetragene Kennlinie  $s_B(v_0)$ , die Schnittpunktsuche mit der 900 m-Bewertungslinie und das Ablesen von  $\lambda_Z$ .

Mit dem abgelesenen  $\lambda_Z$ -Wert wird zuerst das Bremsgewicht des Zugs berechnet und dann die masseproportionale Aufteilung auf die am Bremsen beteiligten Fahrzeuge vorgenommen:

$$B_{GZ} = \frac{\lambda_Z}{P} (m_Z + m_{DL}) \quad \text{und} \quad B_{GF} = \frac{m_F}{m_{ZB}} (B_{GZ} - B_{GM}) \quad (5.105)$$

$B_{GZ}$	Bremsgewicht des Zugs in t	$m_F$	Masse des Prüf-Fahrzeugs in t
$B_{GF}$	Bremsgewicht des Prüf-Fahrzeugs in t	$m_{ZB}$	gebremste Zugmasse ohne Lokomotive und Messwagen in t
$B_{GM}$	Bremsgewicht des Messwagens in t	$\lambda_Z$	Bremshundertstel des Zugs in %
$m_Z$	Zugmasse in t (mit Lok und Messwagen)	P	Konstante, P = 100 %
$m_{DL}$	Drehmasse der Lok in t (Kap. 1.2.5)		

Sind alle am Bremsen beteiligten Fahrzeuge von gleichem Typ (gleiche Bremseinstellung, gleiche Masse), kann der Quotient  $m_F/m_{ZB}$  durch den Quotienten  $1/n_{FB}$  ersetzt werden ( $n_{FB}$  = Anzahl der bremsenden Fahrzeuge).



**Bild 5.31** Kennlinienverlauf im DB-Bremsbewertungsblatt der Bremsart II (Bremsstellung G)

**Tabelle 5.32:** Konstanten  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  des DB-Bremsbewertungsblatts der Bremsart II mit Gl. (5.104)

$s_B$ m	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
100	-1,482	38,91	-224,2	508,4
200	-1,7044	22,52	-75,414	98,154
300	-0,3568	4,3373	-8,041	11,22
400	-0,0779	0,8063	1,8105	0
500	-0,2758	1,3655	0,6405	0
600	-0,0670	0,4992	0,9893	0

$s_B$ m	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
700	-0,2563	1,0474	0,2819	0
800	-0,1514	0,7031	0,3483	0
900	-0,1612	0,6628	0,2713	0
1000	-0,0746	0,3823	0,3716	0
1100	0,0051	0,1299	0,4708	0
1200	0,0437	0,01339	0,4904	0

### Bewertungslinien

Nach den bremstechnischen Vorschriften des Internationalen Eisenbahnverbands ist die Bewertung der Bremsart I mit der 120 km/h-Linie vorzunehmen. Im Ausnahmefall kann die 100 km/h-Linie benutzt werden. Diese Festlegung genügt dem Hochgeschwindigkeitsverkehr nicht mehr. Deshalb wird die Bewertung auch mit den Linien 140 km/h, 150 km/h, 180 km/h, 200 km/h und 220 km/h vorgenommen (Tabelle 5.30 und 5.31, Unterschied zwischen DB und ERRI beachten). Das Brumsgewicht zur Bremsstellung R+E<sub>160</sub> besagt, dass der Bewertung die 160 km/h-Linie zugrunde liegt.

Bei der DB AG wird mit den Linien 630 m und 900 m bewertet. Die Bewertungswege entsprechen den Vorsignalabständen 700 m und 1000 m minus 10 % Bremswegreserve.

Lokomotiven werden mit den für den Einheitsbremszug aufgestellten Linien bewertet. Für die Einzelfahrzeuggbewertung der Wagen in der Bremsart I gelten spezielle Linien:

$v_0 = 100 \text{ km/h}$  mit  $A = 4,3442$  und  $C = -0,8352$  sowie

$v_0 = 120 \text{ km/h}$  mit  $A = 4,5712$  und  $C = -0,8582$ .

Im Bremsbewertungsblatt ist die Kennlinie  $s_B = f(v_0)$  bei Grauguss-Bremsklötzern eine Senkrechte (Bild 5.30). Das Bremsgewicht ist von der Bewertungslinie unabhängig. Für Züge mit anderen Bremsen (z.B. Scheibenbremse) erhält man durch die Schräglage der Kurve  $s_B = f(v_0)$  eine nicht unwesentliche Abhängigkeit des Bremsgewichts von der benutzten Bewertungslinie. Die benutzte Bewertungslinie wird leider nicht vermerkt.

Bei der Benutzung des Bremsgewichts für fahrdynamische Berechnungen ist die Abhängigkeit des Bremsgewichts von der benutzten Bewertungslinie und die Uneinheitlichkeit der Bewertung (DB, ERRI) zu beachten. Der Nachteil der Einpunktbewertung wird offenkundig. Der Übergang auf die Zweipunktbewertung mit einheitlichen Linien ist dringend geboten.

### Rechentechnik

Die verhältnismäßig aufwändige grafische Bestimmung des Bremsgewichts kann mit Hilfe der Rechentechnik durch eine einfache analytische Lösung ersetzt werden. Dazu sind Gl. (5.91), (5.103), (5.104) und (5.105) sowie die Tabellen 5.30/31 und 5.32 in ein Rechenprogramm zu integrieren. Der Schnittpunkt mit der Bewertungslinie wird durch Interpolation zwischen den Blattlinien bestimmt. Nach Eingabe der Daten des Versuchszugs, der Bremsart, der Konstanten zu Gl. (5.91) und der Bewertungslinie werden  $\lambda_Z$  und  $B_{GF}$  ausgegeben.

### Berechnung

Im UIC-Merkblatt 544-1 ist ein Berechnungsverfahren des Bremsgewichts für die Grauguss-Klotzbremse enthalten, das auf Gl. (5.100) bzw. (5.101) und umfangreichen Tabellen mit dem Bremsbewertungsfaktor  $k_{Br}$  beruht. Das Verfahren kann nach *Gralla* auf der Grundlage folgender statistischer Gleichung vereinfacht werden:

$$B_{GA} = \frac{F_{Kl\max}}{A} e^{-F_{Kl\max}/K} \quad (5.106)$$

$B_{GA}$  Bremsgewicht von 1 Fahrzeugachse in t

$F_{Kl\max}$  maximale Klotzkraft am Einzel- oder Doppelklotz in kN

$A$  Beschleunigungskonstante in  $\text{m/s}^2$

$K$  Klotzkraftkonstante in kN

Tabelle 5.33 enthält die in Gl. (5.106) einzusetzenden Konstanten A und K. Sie gelten für das KE-Steuerventil (Knorr-Einheitsventil) und sind für „P“ auf die 120 km/h-Bewertungslinie und für „G“ auf die 630 m-Bewertungslinie bezogen. Zu „G“ liegen keine Versuchsergebnisse mit P14-Bremsklötzern vor. Man erhält  $B_{GF}$  für P14 durch Multiplikation von  $B_{GA}$  für P6 mit dem Faktor 1,075.

Für die weiteren Bremsstellungen liegen keine Berechnungsgrundlagen des Bremsgewichts vor. Die rechnerische Ermittlung von  $B_{GF}$  ist nur durch Berechnung der Kennlinie  $s_B = f(v_0)$  und Eintragung ins Bremsbewertungsblatt möglich.

**Tabelle 5.33**

Konstanten zu Gl. (5.106)

Bremse	A in m/s <sup>2</sup>	K in kN
Triebfahrzeug „G“	1,6611	122
Triebfahrzeug „P“	1,3753	82
Wagen „G“		
Einzelklotz P6	1,3688	71
Doppelklotz P6	1,2858	68,4
Wagen „P“		
Einzelklotz P6	1,5502	88,5
Doppelklotz P6	1,1700	56,8
Einzelklotz P14	1,1905	53,6
Doppelklotz P14	0,9704	44,4

**Berechnungsbeispiel 5.16**

Mit den zu den Bremskennlinien  $s_B = f(v_0)$  des Bildes 5.25 ermittelten Konstanten  $D_0$ ,  $D_1$  und  $D_2$  sind für das Prüffahrzeug (4-achsiger Reisezugwagen Aüm<sup>203</sup>) die Bremsgewichte der einzelnen Bremsstellungen zu ermitteln. Der Versuchszug besteht aus der ungebremsten Lokomotive BR 103 ( $m_L = 114$  t) und 15 Wagen Aüm<sup>203</sup> ( $m_F = 37,5$  t). Die Zugmasse beträgt  $m_Z = 676,5$  t und die gebremste Masse  $m_{ZB} = 562,5$  t. Die Drehmasse der Lokomotive ist zu vernachlässigen. Der Zug hatte keinen Messwagen.

Mit Gl. (5.103) wird das Bremsbewertungsblatt der Bremsart I gezeichnet (Bild 5.30). Die Kennlinien  $s_B = f(v_0)$  des Bildes 5.25 werden in das Bremsbewertungsblatt der Bremsart I des Bildes 5.30 eingezeichnet. Der Schnittpunkt mit den Bewertungslinien wird ermittelt, und auf der Abszisse wird der  $\lambda_Z$ -Wert abgelesen. Die Bremshundertstel des Zugs  $\lambda_Z$  werden mit Gl. (5.105) in das Gesamt-Bremsgewicht des Zugs  $B_{GZ}$  und in das Fahrzeug-Bremsgewicht  $B_{GF}$  umgerechnet.

Lösungsweg und Lösung:

Die Bremshundertstel des Zugs  $\lambda_Z$  und die Bremsgewichte des Fahrzeugs  $B_{GF}$  sind einfacher zu ermitteln, wenn ein Rechenprogramm benutzt wird, das die Schnittpunktsuche von Gl. (5.91) und (5.103) und die Berechnung von  $B_{GF}$  mit Gl. (5.105) beinhaltet.

Tabelle 5.34 enthält das Ergebnis für das DB- und für das ERRI-Bewertungsblatt.

Aus Tabelle 5.34 geht für das DB-Bewertungsblatt die ungünstige Abhängigkeit des Bremsgewichts von der Bewertungslinie hervor. Für das neu entwickelten ERRI-Bewertungsblatt ist eine nahezu vollkommene Unabhängigkeit des Bremsgewichts von der Bewertungslinie zu erkennen.

**Tabelle 5.34**Bremshundertstel des Zugs  $\lambda_Z$  und Bremsgewichte des Wagens Aüm<sup>203</sup> (Beispiel 5.16)

Stellung	DB-Bewertungsblatt			ERRI-Bewertungsblatt		
	120 km/h	630 m	900 m	120 km/h	630 m	900 m
P $B_{GF}$ t	116	114	126	116	114	118
	52,3	51,2	57,0	52,3	51,2	53,0
R $B_{GF}$ t	135	137	151	135	136	139
	61,0	61,6	68,0	61,0	61,2	62,9
R+Mg $B_{GF}$ t	196	213	218	196	197	196
	88,5	96,3	98,2	88,5	88,8	88,6

### 5.4.3 Mindestbremshundertstel und Bremstafel

#### Mindestbremshundertstel

Mindestbremshundertstel  $\lambda_{\text{Mind}}$  sind die mindestens erforderliche Bremskapazität, um einen Zug auf einer Strecke mit dem maßgebenden Gefälle  $i_{\text{ma}}$  (Kap. 3.1.1) aus der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  mit einer Schnellbremsung innerhalb des Vorsignalabstands bis zum Halt abzubremsen. Die Ermittlung der Mindestbremshundertstel erfolgte ursprünglich mit dem Vorsignalabstand als Anhalteweg (Besser, 1928), später als Bremsweg (Kap. 5.2.5).

Die Mindestbremshundertstel wurden aus Bremskennlinien  $s_B = f(v_0)$  mit bekanntem  $\lambda$  (%) und  $i$  (%) - Wert ermittelt. Die Kennlinien  $s_B = f(v_0)$  mit Parameter  $\lambda$  und  $i$  sind aus Bremsversuchen mit dem Einheitsbremszug hervorgegangen. Die zulässige Geschwindigkeit  $v_0$  wurde den Kennlinien für den gegebenen Bewertungsweg entnommen.

#### Bremstafeln des konventionellen Zugverkehrs

Die Mindestbremshundertstel der Versuchsauswertung wurden in Bremstafeln zusammengefasst. Die Bremstafeln enthalten für zulässige Geschwindigkeiten  $v_0$  und maßgebende Gefälle  $i_{\text{ma}}$  die Mindestbremshundertstel  $\lambda_{\text{Mind}}$  der Bremsarten I (R/P) und II (G). Bremstafeln existieren für Vorsignalabstände 400 m, 700 m und 1000 m. Zur Gewährleistung von 10 % Bremswesicherheit beruhen die  $v_0$ -Werte auf den Bewertungswegen 360 m, 700 m und 900 m.

Die Bremstafeln sind Bestandteil der Fahrdienstvorschriften der Eisenbahn. Sie sind u.a. im „Handbuch bremstechnische Begriffe und Werte“ der Knorr-Bremse AG München zu finden. Tabelle 5.35 zeigt den Ausschnitt einer Bremstafel.

#### Nachweis der bremstechnischen Sicherheit

Der Nachweis der bremstechnischen Sicherheit wird durch den Vergleich der im Zug verfügbaren Bremshundertstel  $\lambda_Z$  mit den in den Bremstafeln vorgeschriebenen Mindestbremshundertsteln  $\lambda_{\text{Mind}}$  geführt. Folgende Bedingung muss eingehalten werden:

$$\lambda_Z \geq \lambda_{\text{Mind}} \quad (5.107)$$

Wird die Bedingung nicht eingehalten, muss die zulässige Geschwindigkeit so weit reduziert werden, dass Gl. (5.107) erfüllt ist.

Für die im Zug verfügbaren Bremshundertstel  $\lambda_Z$  gilt Gl. (5.102). Das Zuggewicht  $G_Z$  bzw. die Zugmasse  $m_Z$  ist mit den aktuellen Massen  $m_F$  aller Fahrzeuge zu berechnen. Bei der Summierung der Fahrzeugbremsgewichte  $B_{GF}$  zum Zugbremsgewicht  $B_{GZ}$  dürfen nur Fahrzeuge mit eingeschalteter Bremse berücksichtigt werden. Überschreitet die Anzahl der Wagenachsen die Werte des Einheitsbremszugs, ist das in Gl. (5.107) einzusetzende Bremsgewicht wegen Verschlechterung des Zeitverhaltens um 10 % zu reduzieren.

Der Nachweis der bremstechnischen Sicherheit mit Gl. (5.107) ist nur dann signifikant, wenn Kompatibilität zwischen den Variablen verfügbare und Mindestbremshundertstel besteht. Wegen der fehlenden fahrdynamischen Basis der Bremsbewertung ist das nicht immer der Fall. Deshalb werden neue Fahrzeugentwicklungen durch umfangreiche Versuche einer Überprüfung auf Einhaltung der Bremstafeln unterzogen.

**Tabelle 5.35**

Ausschnitt aus der Bremstafel der DB AG für 400 m Vorsignalabstand (Mindestbremshundertstel)

i Brems-% art	$v_0$ in km/h:													
		15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
0 R/P G	6 10	6 10	6 10	8 12	11 17	15 24	21 33	28 43	36 57	46 73	56 92	67 -	80 -	93 -
1 R/P G	6 10	6 10	6 10	9 13	12 19	16 25	23 34	29 45	37 59	47 75	57 94	68 -	82 -	96 -
2 R/P G	6 10	6 10	7 11	10 15	13 20	17 27	24 36	30 47	39 60	49 77	59 96	70 -	83 -	98 -
3 R/P G	6 10	6 10	8 12	11 16	14 21	19 28	25 38	32 49	40 62	50 79	61 97	72 -	85 -	100 -
4 R/P G	6 10	7 10	9 13	12 17	15 23	20 30	26 39	33 50	42 64	52 81	62 100	74 -	87 -	102 -

Wird bei den Versuchen eine punktuelle Nichteinhaltung der Bremstafeln festgestellt, muss das Bremsgewicht des zu prüfenden Fahrzeugs verringert werden. Diese Versuche können durch Anwendung der Bremsfahrtsimulation reduziert werden, wenn aus den Versuchen auf der 0 %-Strecke die Kennlinie der momentanen Bremskraftbeschleunigung eliminiert wird.

### Bremstafeln des Hochgeschwindigkeitsverkehrs

Die Bremstafeln des Hochgeschwindigkeitsverkehrs beinhalten die Überwachungskurven der automatischen Fahr- und Bremssteuerung (AFB). Sie beruhen auf den im Bremsversuch ermittelten  $s_B(v_0)$ -Kurven der Vollbremsung (Kap. 5.3.5).

In den Bremstafeln sind die einzuhaltenden Bremswege in Abhängigkeit von den verfügbaren Bremshundertsteln dargestellt. Der Darstellungsbereich liegt zwischen 80 und 300 km/h und 100 und 240 % jeweils in Zehnerschritten. Die Bremstafeln wurden für die Waagerechten und die maßgebenden Gefälle (Kap. 3.1.1)  $i_{ma} = 5 \%$  und  $12,5 \%$  aufgestellt. Sie sind im „Handbuch bremstechnischer Begriffe und Werte“ der Knorr-Bremse AG München enthalten. Tabelle 5.36 zeigt einen Ausschnitt.

Zur Ermittlung der den Bremstafeln zugrunde liegenden Berechnung wurden die Bremswege in mittlere Verzögerungen umgerechnet, die über der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  dargestellt wurden. Bild 5.32 zeigt das Ergebnis für die 0 %-Bremstafel.

Die Kurven des Bildes 5.32 können durch folgende statistische Gleichung ausgedrückt werden:

$$b_{m0} = a_0 + a_1 \frac{\lambda_{Mind}}{P} - a_2 \frac{v_0}{v_{00}} \quad (5.108)$$

$b_{m0}$  mittlere Bremsverzögerung der Waagerechten in  $m/s^2$

$a_0, a_1, a_2$  Beschleunigungskonstanten  
 $a_0 = 0,4620 \text{ m/s}^2, a_1 = 0,4450 \text{ m/s}^2$   
 und  $a_2 = 0,1985 \text{ m/s}^2$

$v_0$	Bremsanfangsgeschwindigkeit, km/h
$v_{00}$	Geschwindigkeitskonstante
$v_{00} = 100 \text{ km/h}$	
$\lambda_{Mind}$	Mindestbremshundertstel in %
P	Konstante, P = 100 %

Die 0 %-Bremstafel ist in Bremstafeln beliebiger maßgebender Gefälle  $i_{ma}$  umzurechnen.

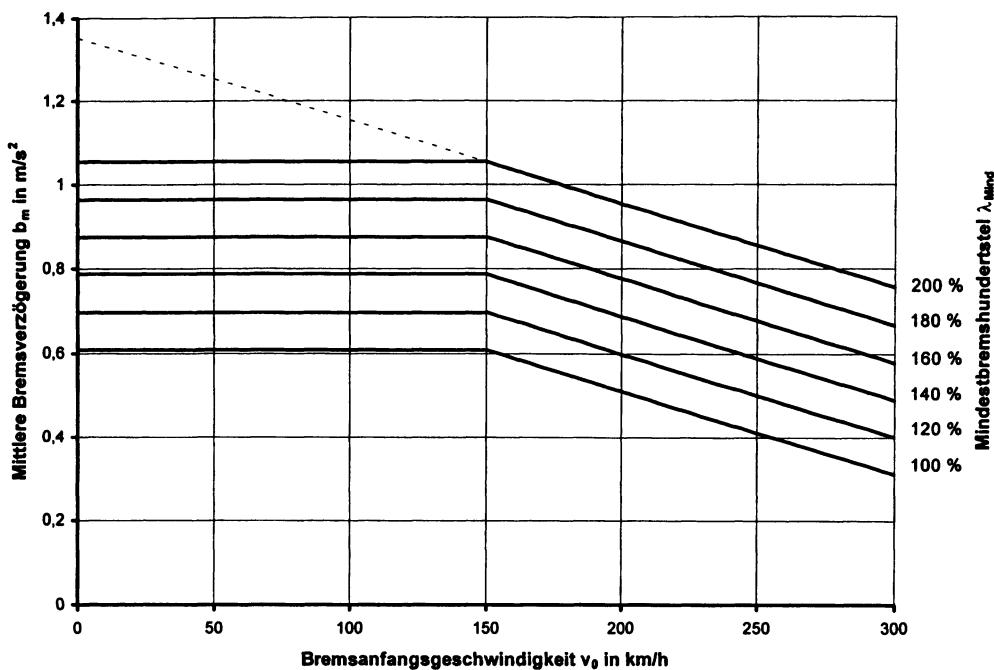


Bild 5.32

Kennlinien der mittleren Bremsverzögerung der 0 %-Bremstafel des Hochgeschwindigkeitsverkehrs

Tabelle 5.36

Ausschnitt aus der DB-Bremstafel des Hochgeschwindigkeitsverkehrs für  $i_{ma} = 0 \%$   
(einhaltende Bremswege in m)

$v_{Zul}$ km/h	Mindestens vorhandene Bremshundertstel $\lambda_{Mind} (\%)$ :														
	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
80	410	380	360	340	320	300	290	270	260	250	240	230	220	210	200
90	520	480	450	420	400	380	360	340	330	310	300	290	280	270	260
100	640	590	560	520	490	470	440	420	400	380	370	350	340	330	320
110	770	720	670	630	600	560	540	510	490	460	450	430	410	400	380
120	920	850	800	750	710	670	640	610	580	550	530	510	490	470	450

Zur Umrechnung ist von der mittleren Verzögerung  $b_{Int0}$  der  $\Delta v$ -Zehnerintervalle auszugehen. Mit Geschwindigkeit (in m/s), Bremsweg und mittlerer Verzögerung des Anfangspunktes A ( $v_{0A}$ ,  $s_{BA}$  und  $b_{mA}$ ) und des Endpunktes E ( $v_{0E}$ ,  $s_{BE}$  und  $b_{mE}$ ) des Intervalls erhält man  $b_{Int0}$ :

$$b_{Int0} = \frac{v_{0E}^2 - v_{0A}^2}{2s_{BE} - 2s_{BA}} \quad \text{mit} \quad 2s_{BA} = \frac{v_{0A}^2}{b_{mA}} \quad \text{und} \quad 2s_{BE} = \frac{v_{0E}^2}{b_{mE}} \quad (5.109)$$

$$b_{Int0} = \frac{b_{mA} b_{mE} (v_{0E}^2 - v_{0A}^2)}{b_{mA} v_{0E}^2 - b_{mE} v_{0A}^2}$$

Die Geschwindigkeit ist in m/s einzusetzen.

Die Intervallverzögerungen der Waagerechten  $b_{Int\ i}$  sind auf das Gefälles ( $b_{Inti}$ ) umzurechnen:

$$b_{Int\ i} = b_{Int\ 0} - g_K \cdot i_{ma} \quad (5.110)$$

Das maßgebende Gefälle  $i_{ma}$  ist positiv und in der Maßeinheit 1 einzusetzen. Die Beschleunigungskonstante wurde zu  $g_K = 10 \text{ m/s}^2$  gewählt.

Den zur Geschwindigkeit  $v_{0E}$  gehörenden Bremsweg  $s_B$  erhält man durch Schrittintegration:

$$s_{AE} = \frac{v_{0E}^2 - v_{0A}^2}{2 b_{Inti}} \quad \text{und} \quad s_B(v_{0E}) = \sum s_{AE} \quad (5.111)$$

Das erste Intervall reicht von  $v_{0A} = 0$  bis  $v_{0E} = 41,667 \text{ m/s}$  (150 km/h), das zweite Intervall von  $v_{0A} = 41,667 \text{ m/s}$  (150 km/h) bis  $v_{0E} = 44,444 \text{ m/s}$  (160 km/h) usw.

Nach Kap. 5.3.2.2 (Bild 5.16 und Gl. (5.53)) ist die Festlegung einer konstanten mittleren Verzögerung  $b_m$  zwischen 0 und 150 km/h nicht möglich. In diesem Fall ergibt sich mit abnehmendem  $v_0$ -Wert ein Anstieg der erforderlichen entwickelten Verzögerung bis ins Unendliche, der von der Bremseinrichtung nicht realisiert werden kann.

#### 5.4.4 Fahrdynamischer Bremswert und Bremshundertstel

Das auf Bremsgewicht und Bremsgewichtshundertstel beruhende Bewertungssystem war im Zeitalter der Grauguss-Klotzbremse und des Technischen Maßeinheitensystems eine für die universelle Bremsbewertung vorzüglich geeignete Konstruktion. Die Überprüfung der brems-technischen Sicherheit der Züge war einfach und somit problemlos in der täglichen Praxis. Da bei seiner Entwicklung im Jahr 1928 nur an den momentanen technischen Stand gedacht worden ist, besteht keine Möglichkeit der physikalisch sauberen Übertragung auf die innovativen Bremsen und der Überführung in das gesetzlich vorgeschriebene physikalische Internationale Maßeinheitensystem (SI).

Von *Hendrichs* wurde 1989 die physikalische Bremsbewertung vorgeschlagen (Über die Bewertung von Eisenbahnbremsen nach mathematisch-physikalischen Gesichtspunkten. Habilitationsschrift an der Universität Hannover 1989). Die gewählte Variante ist aber unvollständig. Im komplexen fahrdynamischen Bewertungssystems wurde auf *Hendrichs* Bezug genommen.

#### Fahrdynamischer Bremswert

Der fahrdynamische Bremswert eines Fahrzeugs BW ist die mittlere Bremskraft im entwickelten Abschnitt der Bremsung, ermittelt mit dem *linearen* dreiteiligen Bremsablaufmodell für Normativwerte von Grundverzögerung  $b_G$ , Massenfaktor  $\xi_Z$ , Ansprech- und Schwellzeit  $t_A$ ,  $t_S$ .

Einheitlich ist die Grundverzögerung  $b_G = 0,05 \text{ m/s}^2$ , der Massenfaktor  $\xi_Z = 1,06$  und die Ansprechzeit  $t_A = 1,5 \text{ s}$  zu wählen. Für die Schwellzeit gilt:

- Einzelfahrzeug in „P/R“  $t_S = 4 \text{ s}$  und in „G“  $t_S = 24 \text{ s}$
- Einheitsbremszug (Reisezug) in „P“ und „R (ohne ep/SEV)“  $t_S = 6 \text{ s}$  und in „G“  $t_S = 26 \text{ s}$
- Einheitsbremszug (Reisezug) in „R“  $t_S = 4 \text{ s}$
- Einheitsbremszug (Güterzug, zweiachsrig) in „P“  $t_S = 12 \text{ s}$  und in „G“  $t_S = 28 \text{ s}$
- Einheitsbremszug (Güterzug, vier- und mehrachsrig) in „P“  $t_S = 9 \text{ s}$  und in „G“  $t_S = 27 \text{ s}$

Ausgangspunkt der Bremswertermittlung ist die erste Auswertestufe der gegebenen Bremskurven-Stützstellen  $v_0; s_B$  (Kap. 5.4.1, Gl. (5.91) oder (5.92) und Bild 5.25).

Mit Gl. (5.91) wird der zur Bewertungsgeschwindigkeit  $v_0$  gehörende Bremsweg  $s_B$  berechnet. Zum Bewertungspunkt  $v_0; s_B$  wird mit Gl. (5.93) die Bremskraftverzögerung des Zugs  $b_{BZ}$  berechnet. Bei zweistufiger Abbremsung ist mit Gl. (5.95) die Bremskraftverzögerung der Hochabremsung  $b_H$  zu berechnen ( $b_E = b_{BZ}$  setzen). Für die Umschaltgeschwindigkeit  $v_U$  gilt ein einheitlicher Wert, z.B.  $v_U = 15 \text{ m/s}$ .

Die Verzögerung  $b_{BZ}$  bzw.  $b_H$  ist mit Gl. (5.48) und (5.47) über die Bremskraftbeschleunigung des Zugs  $a_{BZ}$  in den Fahrzeugbremswert BW umzurechnen:

$$BW = \psi_B \xi_Z q_B m_{F0} b_{BZ} \quad \text{mit} \quad q_B = \frac{m_Z + m_{DZ}}{m_{ZB} + m_{DZB}} \quad (5.112)$$

$$BW = q_B m_{F0} b_{BZ}$$

$BW$  Fahrzeugbremswert in kN

$m_{F0}$  Leermasse des Prüffahrzeugs in t

$m_Z$  Zugmasse in t

$m_{ZB}$  gebremste Zugmasse in t

$m_{DZ}$  Drehmasse des Zugs in t (Kap. 1.2.5)

$m_{DZB}$  Drehmasse der gebremsten Fahrzeuge in t

$q_B$  Bremsmasseverhältnis

$\xi_Z$  Massenfaktor des Zugs

$\psi_B$  Bremswertsicherheitsfaktor

Der Bremswertsicherheitsfaktor dient der Berücksichtigung der verschleißbedingten Verminde rung der Bremskapazität. Er ist zu  $\psi_B \leq 0,95$  zu wählen. Mit  $\psi_B = 0,94$  und  $\xi_Z = 1,06$  erhält man  $\psi_B \cdot \xi_Z = 1$ , so dass Gl. (5.112) vereinfacht werden kann (zweite Zeile von Gl. (5.112)).

Der nach diesem Algorithmus bestimmte BW-Wert bezieht sich auf das Einzelfahrzeug. Der Einfluss der durch die Hauptluftleitung gegebenen Zeitabhängigkeit ist eliminiert.

### Zweipunktbewertung (Bremswert A und B)

Bei der gewählten Zweipunktbewertung ist die Abhängigkeit  $BW = f(v_0)$  durch 2 Bewertungspunkte und eine Musterfunktion  $BW = f(v_0)$ , die von den 2 Bewertungspunkten erfüllt wird, gegeben. Bremsbewertungsblätter und Bremstafeln können entfallen.

Für den unteren Bremswert A ist  $v_0$  so zu wählen, dass der entwickelte Abschnitt im Bremsablauf ausreichend enthalten ist und dass im Fall der zweistufigen Abbremsung die Aktivierungs geschwindigkeit ausreichend überschritten ist. Beim Bremswert B darf  $v_0$  90 % der maximalen Geschwindigkeit der Bremsstellung oder des Fahrzeugs möglichst nicht unterschreiten.

Tabelle 5.37

Berechnung der Fahrzeugbremswerte zum Versuchszug des Bildes 5.23 und Beispiels 5.15

(Zugmasse  $m_Z = 676,5 \text{ t}$ , gebremste Zugmasse  $m_{ZB} = 562,5 \text{ t}$ , Prüffahrzeugmasse  $m_{F0} = 37,5 \text{ t}$ , Drehmasse des Zugs  $m_{DZ} = 54 \text{ t}$ , Drehmasse des gebremsten Zugteils  $m_{DZB} = 36 \text{ t}$ )

Bremsstellung:	P		R		R+Mg	
$v_0$ in km/h gewählt:	60	120	60	160	100	200
$s_B$ in m nach Gl. (5.91)	198	712	175	1050	321	1265
$b_{BZ}$ in $\text{m/s}^2$ nach Gl. (5.93)	1,0316	0,9213	1,1097	1,0443	1,6388	1,3808
Bremswert	$BW_{60}$	$BW_{120}$	$BW_{60}$	$BW_{160}$	$BW_{100}$	$BW_{200}$
BW in kN nach Gl. (5.112)	47,2	42,2	50,8	47,8	75,0	63,2

Die Bezugsgeschwindigkeit ist als Index zu vermerken. Die Bezugsgeschwindigkeiten sind einheitlich in einer Schrittweite von 20 km/h gewählt werden.

Beispiel Reisezugwagen mit Scheibenbremse, 38 t, bei Bremsstellung R  $v_{max} = 160$  km/h:

Bremswert A  $BW_{60} = 60$  kN und Bremswert B  $BW_{140} = 55$  kN.

Tabelle 5.37 enthält die Ermittlung der Fahrzeugbremswerte zu dem in Bild 5.25 und Beispiel 5.16 gegebenen Versuchszug. Das Bremsmasseverhältnis beträgt nach Gl. (5.112)  $q_B = 1,2206$ .

### Verfügbarer Bremswert

Der Nachweis der bremstechnischen Sicherheit und die Bremswegberechnung erfolgen mit dem bei der zulässigen Geschwindigkeit  $v_{zul}$  verfügbare Bremswert des Zugs  $BW_Z$ .  $BW_Z$  ist die Summe aller Fahrzeugbremswerte  $BW_F$  der Fahrzeuge mit eingeschalteter Bremse:

$$BW_Z = \sum BW_F \quad (5.113)$$

Der Fahrzeugbremswert  $BW_F$  bei  $v_{zul}$  ist mit der für das Fahrzeug zutreffenden Musterfunktion  $BW = f(v_0)$  aus den Bremswerten A und B zu berechnen. Als Musterfunktion kommt entweder die Geradengleichung oder die Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus in Frage.

Die Geradengleichung lautet:

$$BW_F = B_0 - B_1 \frac{v_{zul}}{v_{00}} \quad (5.114)$$

$$B_1 = \frac{BW_A - BW_B}{v_B - v_A} v_{00} \quad \text{und} \quad B_0 = BW_A + B_1 \frac{v_A}{v_{00}}$$

Für die Geschwindigkeitskonstante ist  $v_{00} = 100$  km/h zu verwenden.

Die Exponentialgleichung des natürlichen Logarithmus lautet:

$$BW_F = B_0 e^{-v_{zul} / v_{Bez}} \quad (5.115)$$

$$v_{Bez} = \frac{v_B - v_A}{\ln(BW_A / BW_B)}, \quad \ln B_0 = \ln BW_A + \frac{v_A}{v_{Bez}} \quad \text{und} \quad B_0 = e^{\ln B_0}$$

Die Variablen  $v_A$ ;  $BW_A$  beziehen sich auf den Bremswert A und die Variablen  $v_B$ ;  $BW_B$  auf den Bremswert B.

Liegt die zweistufige Abbremsung vor, ist der mit Gl. (5.114) oder (5.115) berechnete Bremswert  $BW_H = BW_F$  zu setzen und der Fahrzeugbremswert nach Gl. (5.74) mit folgender Gleichung zu berechnen:

$$BW_F = \frac{BW_H}{1 + (\alpha_U - 1) \varphi_U^2} \quad \text{mit} \quad \alpha_U = \frac{BW_H}{BW_U} \quad \text{und} \quad \varphi_U = \frac{v_U}{v_{zul}} \quad (5.116)$$

Der Bremswert des Umschaltpunktes  $BW_U$  ist mit der einheitlichen Umschaltgeschwindigkeit  $v_U$ , z. B.  $v_U = 54$  km/h bzw. 15 m/s, aus der für die Niedrigabremsung aufgestellten Gleichung  $BW_F = f(v_0)$  zu bestimmen.

Bild 5.33 zeigt die Bremswertkennlinien (Geradengleichung und e-Funktion) der Bremsstellungen des in Tabelle 5.37 gegebenen Zugs. Die Abweichungen sind nur geringfügig. Mit Ausnahme der Bremsstellung R+Mg kann die Geradengleichung festgelegt werden.

### Verfügbare Bremshundertstel

Die Bewertung der Bremskapazität eines Fahrzeugs oder Zugs mit verfügbaren Bremshundertsteln wird in der fahrdynamischen Bremsbewertung beibehalten. Für die bei der zulässigen Geschwindigkeit  $v_{zul}$  verfügbaren Bremshundertstel eines Fahrzeugs  $\lambda_F$  oder Zugs  $\lambda_Z$  gilt:

$$\lambda_F = \frac{P}{a_{BN}} \frac{BW_F}{m_{F0}} \quad \text{und} \quad \lambda_Z = \frac{P}{a_{BN}} \frac{BW_Z}{m_Z} \quad (5.117)$$

$\lambda_F, \lambda_Z$  verfügbare Bremshundertstel von  
Fahrzeug/Zug in %  
 $m_{F0}$  Leermasse des Fahrzeugs in t  
 $m_Z$  Zugmasse in t

$BW_F, BW_Z$ Bremswert von Fahrzeug/Zug in kN
$a_{BN}$ Normativwert der Bremskraftbeschleunigung
$a_{BN} = 1 \text{ m/s}^2$
$P$ Konstante, $P = 100\%$

Die fahrdynamischen Bremshundertstel haben eine physikalische Basis. Beispielsweise besagen  $\lambda_Z = 120\%$ , dass der Zug die Bremskraftbeschleunigung  $a_{BZ} = 120 \text{ cm/s}^2$  hat. Auf waagerechter Strecke entspricht sie überschlägig der entwickelten Bremsverzögerung  $b_E$ .

### Mindestbremshundertstel

Die Bewertung des für die Zugfahrt erforderlichen Bremsvermögens mit Mindestbremshundertsteln wird beibehalten. Die Mindestbremshundertstel sind für die aktuellen Bedingungen der Zugfahrt mit dem *linearen* dreiteiligen Bremsablaufmodell zu berechnen.

Mit Gl. (5.93) wird die Bremskraftverzögerung des Zugs bestimmt. Für die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  ist die zulässige Geschwindigkeit der Zugfahrt  $v_{zul}$  und für den verfügbaren Bremsweg  $s_B$  sind 90 % des Vorsignalabstands einzusetzen (Beibehaltung der 10 % Bremswegsicherheitsreserve). Die Schwellzeit  $t_S$  ist auf der Grundlage der aktuellen Zugparameter nach Kap. 5.2.5 zu ermitteln. Damit wird der negative Einfluss des Zeitverhaltens des Hauptluftleitungsdrucks in den Mindestbremshundertsteln erfasst.

Die einzusetzende aktuelle Grundverzögerung wird auf der Basis von Gl. (5.48) berechnet:

$$b_G = b_{G0} - \psi_N g_K i_{ma} \quad (5.118)$$

$b_G$ aktuelle Grundverzögerung in $\text{m/s}^2$	$i_{ma}$ maßgebendes Gefälle, positiv,
$b_{G0}$ $b_G$ bei $i = 0\%$ , $b_{G0} = 0,05 \text{ m/s}^2$	Maßeinheit 1, Kap. 3.1.1
$g_K$ Beschleunigungskonstante, $g_K = 10 \text{ m/s}^2$	$\psi_N$ Neigungssicherheitsfaktor, $\psi_N = 1,1$ bis 1,2

### Nachweis der bremstechnischen Sicherheit

Die bremstechnische Sicherheit der Zugfahrt ist wie bisher mit Gl. (5.107) nachzuweisen. Wird Gl. (5.107) nicht erfüllt, ist die zulässige Geschwindigkeit  $v_{zul}$  bis zur Erfüllung zu reduzieren.

### Bremsweg- und Bremsablaufberechnung

Der Quotient Bremswert des Zugs  $BW_Z/\text{Zugmasse } m_Z$  ergibt die Bremskraftbeschleunigung des Zugs  $a_{BZ}$ . Die Berechnung ist jetzt mit den Bremsablaufmodellen möglich.

### Praxisanwendung

Zur einfachen Handhabung des fahrdynamischen Bremsbewertungssystems in der täglichen Betriebspraxis sind die Gleichungen in einen Taschenrechner fest einzuprogrammieren.

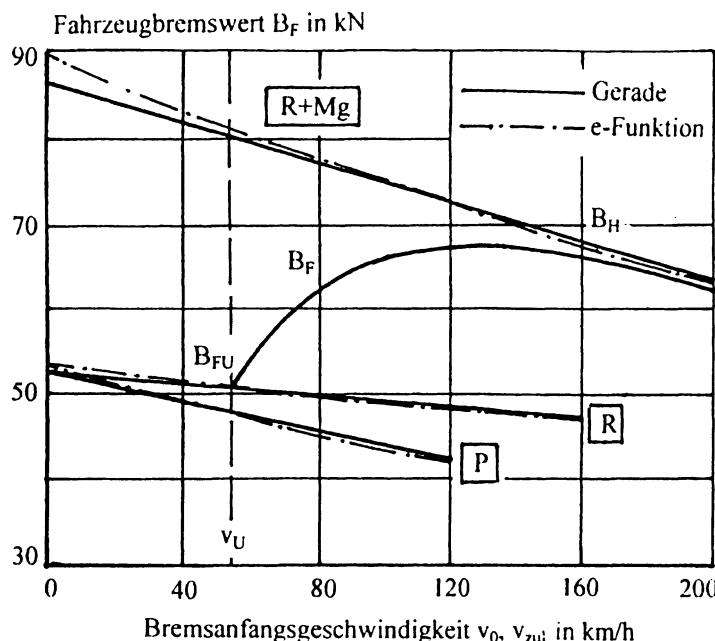


Bild 5.33

Bremswertkennlinien des Prüffahrzeugs zu Bild 5.25/  
Tabelle 5.37

#### Gerade:

	$B_0$ in $\text{m/s}^2$	$B_1$ in $\text{m/s}^2$
P	52,2	8,3333
R	52,6	3,0
R+Mg	86,8	11,8

#### e-Funktion:

	$B_0$ in $\text{m/s}^2$	$B_1$ in $\text{m/s}^2$
P	52,8	535,8
R	52,7	1642,8
R+Mg	89,0	584,2

Tabelle 5.38: Ergebnisse zu Beispiel 5.17

Variable	Gerade			e-Funktion		
	P	R	R+Mg	P	R	R+Mg
$v_{zul}$ in km/h	90	120	160	90	120	160
$B_H / B_U$ in kN	-	51,0 <sup>1)</sup>	67,9	-	51,0 <sup>1)</sup>	67,7
$B_F$ in kN	44,7	49,0	65,4	44,6	49,0	65,3
$\lambda_F$ in %	119	131	174	119	131	174

<sup>1)</sup>  $B_U$  zu  $v_U = 54$  km/h

#### Berechnungsbeispiel 5.17

Für die Bremsstellungen das Prüffahrzeug von Bild 5.25/Tabelle 5.37 sind zu gewählten zulässigen Geschwindigkeiten die Fahrzeuggremshundertstel zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Mit den Bremswerten A und B werden die Konstanten  $B_0$ ,  $B_1$  sowie  $v_{Bez}$  bestimmt (Gl.(5.114), (5.115), Bild 5.33). Für  $v_{zul}$  wird  $B_F$  berechnet. Bei R+Mg wird  $B_H = B_F$  gesetzt und anschließend  $B_F$  mit Gl. (5.116) berechnet. Die  $\lambda_F$ -Berechnung erfolgt mit Gl. (5.117). Tabelle 5.38 enthält das Ergebnis. „Gerade“ und „e-Funktion“ führen zu nahezu gleichem Ergebnis.

# 6 Zugfahrtberechnung

## 6.1 Grundlagen und Zielstellung

### Bewegungsfälle der Zugfahrt

Die Zugfahrt setzt sich aus einer Folge von Abschnitten mit folgenden Bewegungsfällen zusammen (Kap. 1.2.2):

- Zugfahrt mit Zugkraft,
- Zugfahrt mit Bremskraft und
- Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft.

In Abhängigkeit vom Vorzeichen der Momentanbeschleunigung, berechnet mit Gl. (1.8) bis (1.10), sind zu jedem Bewegungsfall folgende Bewegungsarten möglich (Kap. 2.1):

- gleichförmige Bewegung (Beschleunigung  $a = 0$  und Geschwindigkeit  $v = \text{konstant}$ ),
- ungleichförmige Bewegung mit Geschwindigkeitszunahme (Beschleunigung  $a > 0$ ) und
- ungleichförmige Bewegung mit Geschwindigkeitsabnahme (Beschleunigung  $a < 0$ ).

### Fahrtschaubild

Im Fahrtschaubild ist die Geschwindigkeit der Zugfahrt über der Zeit oder über dem Weg dargestellt. Das Fahrtschaubild kann auch um weitere Kennlinien momentaner Variablen, z. B. um die Kennlinie Weg  $s = f(\text{Zeit } t)$  oder Zeit  $t = f(\text{Weg } s)$ , ergänzt sein. Die Fahrtschaubilder werden in zwei Grundtypen unterteilt:

- Nahverkehrsfahrtschaubild und
- Fernverkehrsfahrtschaubild.

Das Fahrtschaubild wird in der Horizontalen durch den Anfangs- und Endwegpunkt der Zugfahrt und in der Vertikalen durch die zulässige Geschwindigkeit begrenzt. In der Horizontalen ist zusätzlich die Begrenzung durch die Fahrzeit möglich.

Das Fahrtschaubild setzt sich aus Abschnitten der möglichen Bewegungsfälle und Bewegungsarten zusammen. Die Abschnittsfolge ist teilweise feststehend (z. B. die Anfahrt am Beginn und die Bremsung am Ende) und teilweise frei wählbar (z. B. der Auslauf/das Abrollen und die Beharrungsfahrt mit  $v < v_{\text{zul}}$ ).

### Steuergrößen der Zugfahrt

Der Triebfahrzeugführer steuert die Zugfahrt durch Regeln von Zug- und Bremskraft und beeinflusst damit das Fahrtschaubild entsprechend. Wird für die Zugfahrt die Fahrzeit vorgegeben, schränken sich die Steuerungsmöglichkeiten durch den Triebfahrzeugführer ein. Bei Vorgabe der kürzesten Fahrzeit hat er keine Möglichkeit der Gestaltung der Zugfahrt mehr. Sie muss mit maximaler Fahrstufe, zulässiger Geschwindigkeit (kein Auslauf/Abrollen) und maximaler Betriebsbremsstufe erfolgen.

### Fahrtschaubildberechnung

Die Fahrschaubilder sind entweder mit den Integrationslösungen der Beschleunigungsgleichungen (Kap. 2.2) oder den Mikroschrittverfahren (Kap. 2.3.3) abschnittsweise zu berechnen.

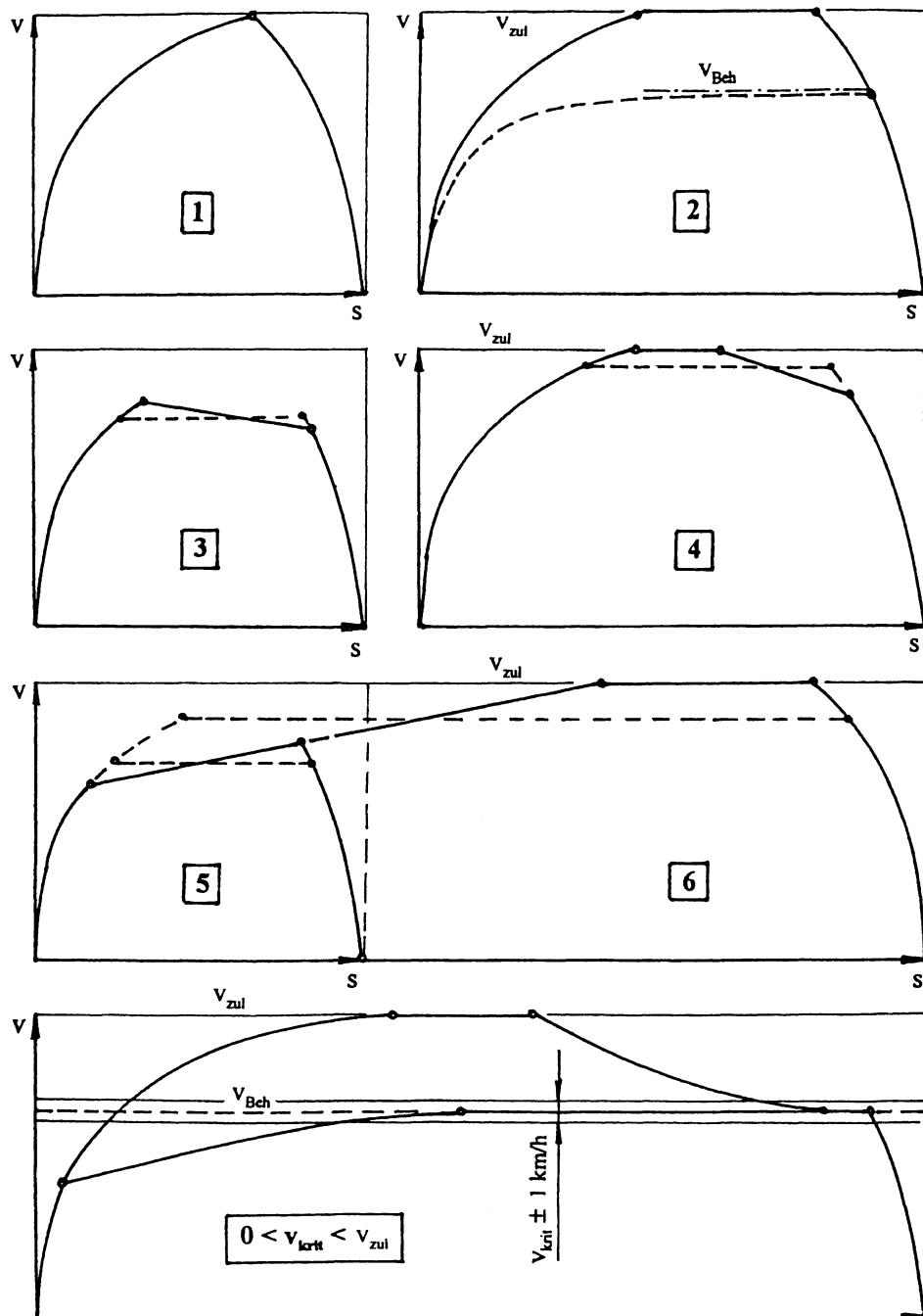
Der Bewegungsanfangszustand des Abschnitts oder des Schritts ist bekannt (Anfangszeit  $t_A$ , Anfangsweg  $s_A$  und Anfangsgeschwindigkeit  $v_A$ ). Der Bewegungsendzustand (Endzeit  $t_E$ , Endweg  $s_E$  und Endgeschwindigkeit  $v_E$ ) ist gesucht. Zur Ausführung des Rechenschritts muss eine der sich ändernden Variablen und beim Mikroschrittverfahren außerdem die Beschleunigung im Schritt bekannt sein.

Zur Bestimmung der im Schritt vorliegenden Beschleunigung mit Gl. (1.8) bis (1.10) müssen das Zugkraftdiagramm (Kap. 4), die Zugwiderstandsgleichung (Kap. 3.3.7) und das Streckenband (Kap. 3.1.1) vorliegen. Außerdem muss der wegabhängige Verlauf der zulässigen Geschwindigkeit (Geschwindigkeitsband) gegeben sein.

### Zielstellung

Der Umfang der Fahrschaubildberechnung ist von der gewählten Zielstellung abhängig. Folgende Zielstellungen sind möglich:

- *Aufstellung des Fahrplanes*  
(Ermittlung der Endzeit sowie von Zwischenzeiten an Betriebsstellen),
- *Aufstellung eines Fahrinformators*  
(zusätzlich Ermittlung von Zeit, Weg und Geschwindigkeit zu Punkten des Fahrverlaufs, an denen Änderungen der Fahrstrategie für ein energiesparendes Fahren oder verschleißarmes Bremsen vorgenommen werden müssen),
- *Bestimmung der Kosten einer Zugfahrt*  
(Ermittlung von Zugkraftarbeit und Energieverbrauch sowie Verschleiß der Reibmaterialien der Bremsen, die in die Zugfahrtkostenrechnung eingehen),
- *Überlastungskontrolle von Antrieb und Bremsen*  
(Ermittlung der Temperaturkennlinie von Antrieb und Bremsen und Vergleich mit der zulässigen Temperatur, um mögliche überlastungsbedingte Ausfälle vorher zu erkennen),
- *fahrdynamischer Triebfahrzeugtest im Konstruktionsstadium*  
(Simulation von Zugfahrten für die geplanten Einsatzbereiche des neuen Triebfahrzeugs, um vorab die Einhaltung des Pflichtenheftes überprüfen zu können) und
- *Wirtschaftlichkeitsuntersuchung des Übergangs zu verschleißlos arbeitenden Bremsen*  
(Simulation der gleichen Zugfahrt mit Benutzung der Reibungsbremsen und der verschleißlosen Bremsen, um die mögliche Reibmaterialeinsparung zu erhalten).

**Bild 6.1**

Varianten 1 bis 6 der Nahverkehrsfahrtschaubilder sowie Subvariante zu Fahrtschaubild Nr. 5/6

## 6.2 Nahverkehrsfahrtschaubild

### 6.2.1 Fahrschaubildvarianten

Für Nahverkehrsfahrtschaubilder gilt die Vereinfachung, dass

- die Längsneigung zwischen Start und Ziel konstant ist,
- die zulässige Geschwindigkeit zwischen Start und Ziel konstant ist und
- die Fahrbewegung ungestört abläuft.

Bestehen wesentliche Abweichungen von diesen Vereinfachungen, ist das Fernverkehrsfahrtschaubild den Berechnungen zugrunde zu legen.

Die Nahverkehrsfahrtschaubilder sind in Abhängigkeit von Haltestellenabstand, zulässiger Geschwindigkeit und Längsneigung in 6 Varianten zu unterteilen. Bild 6.1 zeigt die 6 Varianten.

#### Fahrschaubildvariante Nr. 1

Die Zugbewegung besteht aus den Fahrabschnitten Anfahren und Bremsen. Die Schnittstelle ergibt sich aus der Bedingung, dass der Zug mit der zugrunde gelegten Betriebsbremsverzögerung im Zielwegpunkt anhalten muss. Bedingung für die Realisierbarkeit der Variante 1 ist, dass die zulässige Geschwindigkeit nicht überschritten wird.

#### Fahrschaubildvariante Nr. 2

Die Zugbewegung besteht aus den Fahrabschnitten Anfahren, Beharrungsfahrt mit der zulässigen Geschwindigkeit und Bremsen. Die Schnittstelle zwischen Beharrungsfahrt und Bremsen ergibt sich aus der Bedingung, dass der Zug mit der zugrunde gelegten Betriebsbremsverzögerung im Zielwegpunkt anhalten muss. Bedingung für die Realisierbarkeit der Variante 2 ist, dass auch bei der zulässigen Geschwindigkeit die Summe von Zug-, Neigungs- und Widerstandskraft größer als null ist. Andernfalls stellt sich entweder Fahrschaubildvariante Nr. 1 ein oder es erfolgt Beharrungsfahrt mit der Geschwindigkeit des Kräftegleichgewichts.

Die Fahrschaubildvarianten Nr. 1 und 2 ergeben die kürzeste Fahrzeit, den maximalen Energieverbrauch und den maximalen Bremsbelagsverschleiß.

#### Fahrschaubildvariante Nr. 3

Die Zugbewegung besteht aus den Fahrabschnitten Anfahren, Auslaufen und Bremsen. Der Fahrantrieb wird schon vor bzw. bei Erreichen der zulässigen Geschwindigkeit abgeschaltet. Im Auslaufabschnitt nimmt die Geschwindigkeit unter dem Einfluss von Zugwiderstands- und Neigungskraft (Steigung) ab. Die Schnittstelle zwischen Auslaufen und Bremsen ergibt sich aus der Bedingung, dass der Zug mit der zugrunde gelegten Betriebsbremsverzögerung im Zielwegpunkt anhalten muss.

#### Fahrschaubildvariante Nr. 4

Die Zugbewegung besteht aus den Fahrabschnitten Anfahren, Beharrungsfahrt mit der zulässigen Geschwindigkeit, Auslaufen und Bremsen. Beim Erreichen der zulässigen Geschwindigkeit wird die Zugkraft so weit gedrosselt, bis Gleichgewicht zwischen Zugkraft und Zugwiderstands- und Neigungskraft (Steigung) besteht. Das Abschalten des Fahrantriebs erfolgt weg-

abhängig im Abschnitt der Beharrungsfahrt. Im Auslaufabschnitt nimmt die Geschwindigkeit unter dem Einfluss von Zugwiderstands- und Neigungskraft (Steigung) ab. Die Schnittstelle zwischen Auslauf und Bremsen ergibt sich aus der Bedingung, dass der Zug mit der zugrunde gelegten Betriebsbremsverzögerung im Zielwegpunkt anhalten muss.

Die Fahrschaubildvarianten Nr. 3 und 4 sind nur dann realisierbar, wenn die Summe von Zugwiderstands- und Neigungskraft (Steigung) positiv ist.

### Energieoptimale Fahrstrategie

Die Fahrschaubildvarianten Nr. 3 und 4 führen zur Verlängerung der Fahrzeit, aber zur Einsparung an Zugkrafterarbeit und Bremsbelagsverschleiß. Die Koordinaten desjenigen Abschaltungspunktes, mit denen die geplante Fahrzeit eingehalten wird, ergeben das Minimum an Zugkrafterarbeit und Bremsbelagsverschleiß. Dieser Punkt liefert bei Vernachlässigung der Abhängigkeit des Triebfahrzeugwirkungsgrads von der Arbeitslage die energieoptimale Fahrstrategie.

Wenn die Fahrzeit des Fahrplanes größer als die kürzeste ist, kann anstelle der Fahrschaubildvarianten Nr. 3 und 4 auch die Fahrschaubildvariante Nr. 2 benutzt werden. Die Beharrungsfahrt erfolgt mit einer kleineren als die zulässige Geschwindigkeit. Diese Fahrstrategie liefert bei gleicher Fahrzeit zwar kleinere Werte für Zugkrafterarbeit und Bremsbelagsverschleiß als für die kürzeste Fahrzeit, aber nicht das Minimum.

### Fahrschaubildvariante Nr. 5

Wenn die Summe von Zugwiderstands- und Neigungskraft (Gefälle) negativ ist, geht Fahrschaubildvariante Nr. 3 in Nr. 5 über. Die Zugbewegung besteht aus den Fahrabschnitten Anfahren, Abrollen und Bremsen. Der Fahrantrieb wird vor Erreichen der zulässigen Geschwindigkeit abgeschaltet. Im Abrollabschnitt nimmt die Geschwindigkeit unter dem Einfluss von Zugwiderstands- und Neigungskraft (Gefälle) zu. Die Schnittstelle zwischen Abrollen und Bremsen ergibt sich aus der Bedingung, dass der Zug mit der zugrunde gelegten Betriebsbremsverzögerung im Zielwegpunkt anhalten muss.

### Fahrschaubildvariante Nr. 6

Wird bei Fahrschaubildvariante Nr. 5 im Abrollen die zulässige Geschwindigkeit erreicht, erfolgt der Übergang in die Fahrschaubildvariante Nr. 6. Die Zugbewegung besteht aus den Fahrabschnitten Anfahren, Abrollen bis zur zulässigen Geschwindigkeit, Beharrungsfahrt mit der zulässigen Geschwindigkeit und Haltbremsung aus der zulässigen Geschwindigkeit. Im Abschnitt Beharrungsfahrt wird die Geschwindigkeit durch die Bremskraft konstant gehalten. Die ausgeübte Bremskraft entspricht der Summe (Differenz) von Zugwiderstands- und Neigungskraft des Gefälles (**Gefällebremsung**). Die Schnittstelle zwischen Abrollen und Bremsen ergibt sich aus der Bedingung, dass der Zug mit der zugrunde gelegten Betriebsbremsverzögerung im Zielwegpunkt anhalten muss.

### Subvarianten zu Nr. 5 und 6

Da die Zugwiderstandskraft von der Geschwindigkeit abhängig ist, tritt im Gefälle bei der kritischen Geschwindigkeit ein Vorzeichenwechsel der Summe von Zugwiderstands- und Neigungskraft ein. Die Zugbewegung mit der kritischen Geschwindigkeit ist bei abgeschaltetem Fahrantrieb nur in Beharrungsfahrt möglich, da Zugwiderstands- und Neigungskraft des Gefälles gleich sind.

Die Fahrschaubildvarianten Nr. 5 und 6 sind nur dann zu realisieren, wenn die kritische Geschwindigkeit größer als die zulässige ist. Liegt die kritische Geschwindigkeit unterhalb der zulässigen, sind folgende Fahrschaubildvarianten möglich:

- Die Abschaltgeschwindigkeit des Fahrantriebs ist **kleiner** als die kritische Geschwindigkeit.  
Die Zugbewegung folgt den Fahrschaubildvarianten Nr. 5 oder 6, jedoch bei Begrenzung des Abrollens durch die kritische Geschwindigkeit.
- Die Abschaltgeschwindigkeit des Fahrantriebs ist **der** kritischen Geschwindigkeit **gleich**.  
Die Zugbewegung folgt der Fahrschaubildvariante Nr. 2.
- Die Abschaltgeschwindigkeit des Fahrantriebs ist **größer** als die kritische Geschwindigkeit.  
Die Zugbewegung folgt den Fahrschaubildvarianten Nr. 3 oder 4 (Umkehr des Abrollens in Auslaufen), jedoch bei Begrenzung des Auslaufs durch die kritische Geschwindigkeit.

Die Beschleunigung wird bei der kritischen Geschwindigkeit null. Damit ist sie theoretisch nicht erreichbar. Deshalb ist für die Berechnung ein 2 bis 5 km/h breiter Streifen um die kritische Geschwindigkeit zu wählen, innerhalb dem mit gleichförmiger Bewegung gerechnet wird.

### **Energieoptimale Fahrstrategie**

Die Fahrschaubildvarianten Nr. 5 und 6 führen zur Verlängerung der Fahrzeit, aber zur Einsparung an Zugkraftarbeit und Bremsbelagsverschleiß. Der für die Fahrzeiteinhaltung ermittelte Abschaltpunkt des Fahrantriebs ergibt aber nicht die energie- und verschleißoptimale Fahrstrategie. Das Minimum ist mit Fahrschaubildvariante Nr. 2 zu erreichen.

### **Berechnungsverfahren**

In Abhängigkeit davon, welche Variablen vom zu untersuchenden Zug bekannt sind, können folgende Verfahren für die Fahrschaubildberechnung gewählt werden:

- Näherungsverfahren auf der Basis konstanter Beschleunigungen,
- geschlossene Integration der Zugbeschleunigungsgleichung für Bewegungsabschnitte und
- Integration der Zugbeschleunigungsgleichung mit den Mikroschrittverfahren (Simulation).

## **6.2.2 Fahrschaubildberechnung mit konstanter Beschleunigung**

### **6.2.2.1 Vorbereitung der Berechnungen**

Für die zu berechnende Zugfahrt ist in Abhängigkeit von Haltestellenabstand  $L_H$ , mittlerer Längsneigung zwischen den Haltestellen  $i_m$  und zulässiger Geschwindigkeit  $v_{zul}$  die zutreffende Fahrschaubildvariante zu wählen (Bild 6.1). Die Zeit-, Weg- und Geschwindigkeitswerte aller Schnittstellen und der Gesamtbewegung sind zu ermitteln. Bei Bedarf sind Zugkraftarbeit, Energie- bzw. Kraftstoffverbrauch, aber auch der Bremsbelagsverschleiß zu berechnen.

Für die Berechnung müssen die mittleren zeitbezogenen und mittleren wegbezogenen Beschleunigungen  $a_t$  und  $a_s$  der Anfahrt sowie mittlere Auslauf- bzw. Abrollbeschleunigung  $a_{roll}$  und mittlere Betriebsbremsverzögerung  $b_{Br}$  bekannt sein.

Die Beschleunigungen  $a_t$  und  $a_s$  sind mit Gl. (2.60) bis (2.64) (Kap. 2.4) zu berechnen. Die Variablen Motorleistung  $P_M$ , Zugmasse  $m_Z$ , angetriebene Zugmasse  $m_T$ , Endgeschwindigkeit der Anfahrt  $v_E$ , Zugwiderstandszahl bei  $v_E$   $f_{WZE}$  und mittlere Längsneigung  $i_m$  müssen bekannt

sein. Die berechneten  $a_t$ - und  $a_s$ -Werte gelten nur für  $v_E$ . Die Variable  $i_m$  ist bei der  $a_t$ - und  $a_s$ -Berechnung nur für die Steigung, im Regelfall nicht für das Gefälle zu berücksichtigen.

Die mittlere Auslauf- bzw. Abrollbeschleunigung  $a_{\text{Roll}}$  ist als arithmetisches Mittel der bei Beginn und Ende vorhandenen Momentanwerte zu bestimmen. Die momentanen Anfangs- und Endbeschleunigungen sind mit Gl. (2.39) (Kap. 2.2.3.4) zu berechnen, nachdem die Gleichungskonstanten  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  mit Gl. (3.60) bis (3.63) (Kap. 3.3.7) ermittelt worden sind. Die Längsneigung ist zu berücksichtigen. Sie beeinflusst die zu wählende Fahrschaubildvariante (Auslauf oder Abrollen, Bild 6.1).

Da für die Berechnung von  $a_t$  und  $a_s$  die Endgeschwindigkeit und für die Berechnung von  $a_{\text{Roll}}$  Anfangs- und Endgeschwindigkeit des Abschnitts bekannt sein müssen, anfänglich aber nicht vorliegen, sind die Geschwindigkeiten zu schätzen. Bei Abweichungen  $\Delta v > 1 \text{ km/h}$  zwischen Schätz- und Rechenwerten ist die Berechnung mit korrigierten Schätzwerten zu wiederholen.

Die mittlere Betriebsbremsverzögerung  $b_{Br}$  ist Tabelle 2.6 (Kap. 2.4) zu entnehmen und von der Längsneigung unabhängig zu benutzen.

### Berechnungsbeispiel 6.1

Zur Vorbereitung der Fahrschaubildberechnung sind für den 100 % besetzten Dieseltriebwagen BR 611 die mittleren Beschleunigungen  $a_t$  und  $a_s$  zur Endgeschwindigkeit  $v_E = 100 \text{ km/h}$  (27,778 m/s) zu berechnen und ist die Gleichung der Auslaufbeschleunigung  $a_{\text{Roll}}(v)$  der waagerechten Strecke aufzustellen.

Gegebene Werte:

Zugmasse (betriebsbereit/leer)	$m_{Z0} = 92,9 \text{ t}$	Motorleistung	$P_M = 1100 \text{ kW}$
Zugmasse (100 % besetzt)	$m_Z = 115,7 \text{ t}$	Höchstgeschwindigkeit	$v_{\max} = 160 \text{ km/h}$
Zugmasse (angetrieben)	$m_T = 56,2 \text{ t}$	Windzuschlag	$\Delta v = 15 \text{ km/h}$
Drehmasse des Zugs	$m_{DZ} = 6,3 \text{ t}$	Konstanten der Zugwiderstandsgleichung Gl. (3.60)	
Treibachs zugkraft bei $v_E$	$F_T = 26,0 \text{ kN}$	$f_{WZ0} = 1,4 \text{ \%}$ , $F_{WZ1} = 1,03 \text{ kN}$ und $F_{WZ2} = 2,9 \text{ kN}$	

Lösungsweg und Lösung:

$$\text{Gl. (1.12)} G_Z = m_Z g = 115,7 \cdot 9,81 = 1135 \text{ kN}$$

$$\text{Gl. (1.66) bei Näherung } P_G = P_M: p_{MT} = P_G / m_Z = 1100 / 115,7 = 9,507 \text{ kW/t}$$

$$\text{Gl. (1.26)} \xi_Z = 1 + m_{DZ}/m_Z = 1 + 6,3/115,7 = 1,054$$

$$\text{Gl. (1.29)} g_K = g/\xi_Z = 9,81/1,054 = 9,307 \text{ m/s}^2$$

Zugwiderstandsgleichung Gl. (3.60)

$$F_{WZ} = F_{WZ0} + F_{WZ1} (v/v_{00}) + F_{WZ2} (v/v_{00})^2$$

$$F_{WZ0} = f_{WZ0} G_Z / P = 1,4 \cdot 1135 / 1000 = 1,589 \text{ kN}, v_{00} = 100 \text{ km/h} \text{ bzw. } 27,778 \text{ m/s}$$

Zugwiderstandszahl  $f_{WZE}$  bei  $v_E = 100 \text{ km/h}$

$$F_{WZE} = 1,589 + 1,03 \cdot (100/100) + 2,9 \cdot [(100 + 15)/100]^2 = 6,454 \text{ kN}$$

$$f_{WZE} = P F_{WZE} / G_Z = 1000 \cdot 6,454 / 1135 = 5,686 \text{ \%}$$

Zugwiderstandsgleichung Gl. (3.60)

$$f_{WZ} = f_{WZ0} + f_{WZ1} (v/v_{00}) + f_{WZ2} (v/v_{00})^2$$

$$f_{WZ1} = P F_{WZ1} / G_Z = 1000 \cdot 1,03 / 1135 = 0,907 \text{ \%}$$

$$f_{WZ2} = P F_{WZ2} / G_Z = 1000 \cdot 2,9 / 1135 = 2,555 \text{ \%}$$

Zugwiderstandsgleichung Gl. (3.61, 62)

$$f'_{WZ} = f'_{WZ0} + f'_{WZ1} (v/v_{00}) + f'_{WZ2} (v/v_{00})^2$$

$$f'_{WZ0} = f_{WZ0} + f_{WZ2} (\Delta v / v_{00})^2 = 1,4 + 2,555 \cdot (15/100)^2 = 1,457 \text{ \%}$$

$$f'_{WZ1} = f_{WZ1} + 2 f_{WZ2} \Delta v/v_{00} = 0,907 + 2 \cdot 2,555 \cdot 15/100 = 1,674 \%$$

Zugbeschleunigungsgleichung des Auslaufs Gl. (2.39) und Konstanten Gl. (3.63)

$$a = a_0 + a_1(v/v_{00}) + a_2(v/v_{00})^2$$

$$a_0 = -g_k (f'_{WZ0} + i_m)/P = -9,307 \cdot (1,457 + 0)/1000 = -0,01356 \text{ m/s}^2,$$

$$a_1 = -g_k f'_{WZ1}/P = -9,307 \cdot 1,674/1000 = -0,01558 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = -g_k f_{WZ2}/P = -9,307 \cdot 2,555/1000 = -0,02378 \text{ m/s}^2.$$

Mittlere Beschleunigungen  $a_t$  und  $a_s$ , Gl. (2.62) und (2.61)

$$p_{am} = 2/3 \cdot 9,507 - 1/2 \cdot 9,25 \cdot 27,778 \cdot (2/3 \cdot 5,686/1000 + 0) = 5,851 \text{ kW/t}$$

$$a_E = 5,851/27,778 = 0,2106 \text{ m/s}^2, a_t = 2 \cdot 0,2106 = 0,4212 \text{ m/s}^2 \text{ und } a_s = 3/2 \cdot 0,2106 = 0,3159 \text{ m/s}^2$$

Kontrolle mit Gl. (1.8), Berechnung der Restbeschleunigung  $a_{Rest}$  bei  $v_E = 100 \text{ km/h}$

$$a_{Rest} = (F_{T120} - F_{WZ} - i_m G_Z)/(m_Z + m_{DZ}) = (26,0 - 6,454 - 0)/(115,7 + 6,3) = 0,1602 \text{ m/s}^2$$

$a_{Rest} \geq 0,03 \text{ m/s}^2$ , die Berechnung mit  $a_t$  und  $a_s$  ist zulässig.

### Einteilung der Fahrschaubilder

Für die Berechnung wird folgende Einteilung der Fahrschaubildvarianten gewählt:

- Fahrschaubilder ohne Auslauf und Abrollen (Varianten Nr. 1 und 2, Bild 6.2)
- Fahrschaubilder mit Auslauf (Varianten Nr. 3 und 4, Bild 6.3) und
- Fahrschaubilder mit Abrollen (Varianten Nr. 5 und 6, Bild 6.4).

### Schnittstellen und Abschnitte der Fahrschaubildvarianten

Die Schnittstellen der Abschnitte sind von 1 bis 4 in Bewegungsrichtung gesehen einheitlich nummeriert. Die Zugfahrt beginnt im Punkt 0 ( $t_0 = 0, s_0 = 0$  und  $v_0 = 0$ ) und endet im Punkt 4 ( $t_4 = t_H, s_4 = L_H$  und  $v_4 = 0$ ).

#### Zugfahrt in der Waagerechten und in der Steigung

Anfahrt: Punkt 0 bis 1 mit Zeit  $t_{01}$ , Weg  $s_{01}$  und Endgeschwindigkeit  $v_1$

Beharrung: Punkt 1 bis 2 mit Zeit  $t_{12}$ , Weg  $s_{12}$ , Anfangs- und Endgeschwindigkeit  $v_1 = v_2 = v_{zul}$

Auslauf: Punkt 2 bis 3 mit Zeit  $t_{23}$ , Weg  $s_{23}$ , Anfangs- und Endgeschwindigkeit  $v_2$  und  $v_3$

Bremsen: Punkt 3 bis 4 mit Zeit  $t_{34}$ , Weg  $s_{34}$  und Anfangsgeschwindigkeit  $v_3$

#### Zugfahrt im Gefälle

Anfahrt: Punkt 0 bis 1 mit Zeit  $t_{01}$ , Weg  $s_{01}$  und Endgeschwindigkeit  $v_1$

Abrollen: Punkt 1 bis 2 mit Zeit  $t_{12}$ , Weg  $s_{12}$ , Anfangs- und Endgeschwindigkeit  $v_1$  und  $v_2$

Beharrung: Punkt 2 bis 3 mit Zeit  $t_{23}$ , Weg  $s_{23}$ , Anfangs- und Endgeschwindigkeit  $v_2 = v_3 = v_{zul}$

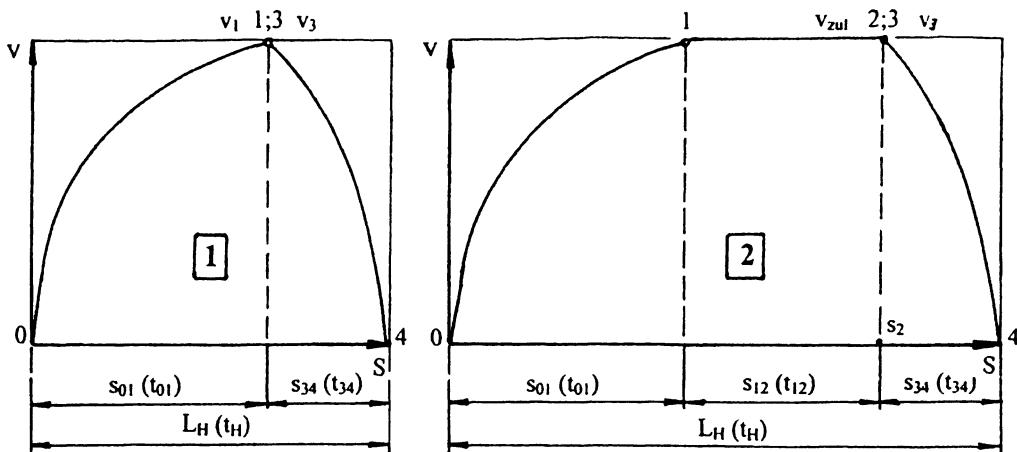
Bremsen: Punkt 3 bis 4 mit Zeit  $t_{34}$ , Weg  $s_{34}$  und Anfangsgeschwindigkeit  $v_3$

Fehlen Fahrabschnitte, so rücken die Stützstellen zusammen.

#### 6.2.2.2 Fahrschaubilder ohne Auslauf und Abrollen

##### Fahrschaubildvariante Nr. 1

Der Haltestellenabstand  $L_H$  besteht aus den Wegen für Anfahren  $s_{01}$  und Bremsen  $s_{34}$  und die Haltestellenfahrzeit  $t_H$  aus den Zeiten für Anfahren  $t_{01}$  und Bremsen  $t_{34}$  (Bild 6.2).



**Bild 6.2:** Schnittstellen und Abschnitte der Fahrschaubildvarianten Nr. 1 und 2 (Zugfahrt ohne Auslauf)  
Gleichungen zu Fahrschaubildvariante Nr. 1:

$$t_H = t_{01} + t_{34} \quad \text{und} \quad L_H = s_{01} + s_{34} \quad (6.1)$$

$$t_{01} = \frac{v_1}{a_t} \quad \text{und} \quad s_{01} = \frac{v_1^2}{2a_s}$$

$$t_{34} = \frac{v_1}{b_{Br}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_1^2}{2b_{Br}}$$

Aus Gl. (6.1) erhält man:

$$L_H = \frac{v_1^2}{2a_s} + \frac{v_1^2}{2b_{Br}} = \frac{v_1^2}{2} \left( \frac{1}{a_s} + \frac{1}{b_{Br}} \right)$$

Die Umstellung nach  $v_1$  und die Einführung der Ersatzbeschleunigung  $a_E$  ergibt:

$$v_1 = \sqrt{2a_E L_H} \quad \text{mit} \quad a_E = \frac{a_s b_{Br}}{a_s + b_{Br}} \quad (6.2)$$

### Berechnungsbeispiel 6.2

Der Dieseltriebwagen VT 611 befährt nach Fahrschaubildvariante Nr 1 einen Streckenabschnitt mit dem Haltestellenabstand  $L_H = 1770$  m. Die Beschleunigungen betragen  $a_t = 0,4212 \text{ m/s}^2$  und  $a_s = 0,3159 \text{ m/s}^2$  (bei  $v_1 = 27,778 \text{ m/s}$  geschätzt) sowie  $b_{Br} = 0,7 \text{ m/s}^2$ . Das Fahrschaubild ist zu berechnen.

Berechnung der Abschalt- und Bremsanfangsgeschwindigkeit, Gl. (6.2)

$$a_E = 0,3159 \cdot 0,7 / (0,3159 + 0,7) = 0,2177 \text{ m/s}^2 \quad \text{und} \quad v_1 = (2 \cdot 0,2177 \cdot 1770)^{0,5} = 27,761 \text{ m/s bzw. } 99,9 \text{ km/h}$$

Es besteht Übereinstimmung zwischen dem  $v_1/v_3$ -Schätz- und dem  $v_1/v_3$ -Rechenwert. Bei Abweichung von mehr als  $\pm 1 \text{ km/h}$  ist die  $v_1/v_3$ -Berechnung zu wiederholen.

Fahrschaubildberechnung, Gl. (6.1)

$$t_{01} = 27,761 / 0,4212 = 65,909 \text{ s}, \quad t_{34} = 27,761 / 0,7 = 39,659 \text{ s} \quad \text{und} \quad t_H = 65,909 + 39,659 = 105,6 \text{ s}$$

$$s_{01} = 27,761^2 / (2 \cdot 0,3159) = 1219,8 \text{ m} \quad \text{und} \quad s_{34} = 27,761^2 / (2 \cdot 0,7) = 550,5 \text{ m}$$

$$\text{Kontrolle: } L_H = 1219,8 + 550,5 = 1770,3 \text{ m (Übereinstimmung)}$$

### Fahrtschaubildvariante Nr. 2

Der Haltestellenabstand  $L_H$  besteht aus den Wegen für Anfahren  $s_{01}$ , Beharrungsfahrt mit  $v_{zul}$   $s_{12}$  und Bremsen  $s_{34}$  und die Haltestellenfahrzeit  $t_H$  aus den Zeiten für Anfahren  $t_{01}$ , Beharrungsfahrt  $t_{12}$  und Bremsen  $t_{34}$  (Bild 6.2):

$$\begin{aligned} t_H &= t_{01} + t_{12} + t_{34} \quad \text{und} \quad L_H = s_{01} + s_{12} + s_{34} & (6.3) \\ t_{01} &= \frac{v_{zul}}{a_t} \quad \text{und} \quad s_{01} = \frac{v_{zul}^2}{2a_s} \\ t_{34} &= \frac{v_{zul}}{b_{Br}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_{zul}^2}{2b_{Br}} \\ s_{12} &= L_H - s_{01} - s_{34} \quad \text{und} \quad t_{12} = \frac{s_{12}}{v_{zul}} \end{aligned}$$

### Berechnungsbeispiel 6.3

Der Dieseltriebwagen VT 611 befährt einen Streckenabschnitt, der den Haltestellenabstand  $L_H = 3000$  m hat, nach Fahrtschaubildvariante Nr 2. Die zulässige Geschwindigkeit beträgt  $v_{zul} = 100$  km/h (27,778 m/s). Die Beschleunigungen betragen  $a_t = 0,4212$  m/s<sup>2</sup> und  $a_s = 0,3159$  m/s<sup>2</sup> (bei  $v_E = 27,778$  m/s gegeben) sowie  $b_{Br} = 0,7$  m/s<sup>2</sup>. Das Fahrtschaubild ist zu berechnen.

Fahrtschaubildberechnung, Gl. (6.3)

$$t_{01} = 27,228/0,4212 = 65,950 \text{ s und } s_{01} = 27,778^2/(2 \cdot 0,3159) = 1221,3 \text{ m}$$

$$t_{34} = 27,778/0,7 = 39,683 \text{ s und } s_{34} = 27,778^2/(2 \cdot 0,7) = 551,2 \text{ m}$$

$$s_{12} = 3000 - 1221,3 - 551,2 = 1227,5 \text{ m, } t_{12} = 1227,5/27,778 = 44,190 \text{ s}$$

$$t_H = 65,950 + 44,190 + 39,683 = 149,8 \text{ s}$$

Kontrolle:  $L_H = 1221,3 + 1227,5 + 551,2 = 3000$  m (Übereinstimmung)

#### 6.2.2.3 Fahrtschaubilder mit Auslauf

### Fahrtschaubildvariante Nr. 3

Der Haltestellenabstand  $L_H$  besteht aus den Wegen für Anfahren  $s_{01}$ , Auslaufen  $s_{23}$  und Bremsen  $s_{34}$  und die Haltestellenfahrzeit  $t_H$  aus den Zeiten für Anfahren  $t_{01}$ , Auslaufen  $t_{23}$  und Bremsen  $t_{34}$  (Bild 6.3). Die Abschaltgeschwindigkeit des Antriebs  $v_1$  muss bekannt sein ( $v_1 \leq v_{zul}$ ). Die Rollbeschleunigung  $a_{Roll}$  (negativ) ist in die Rollverzögerung  $b_{Roll}$  (positiv) zu überführen.

Für Haltestellenfahrzeit  $t_H$  und Haltestellenabstand  $L_H$  gilt:

$$\begin{aligned} t_H &= t_{01} + t_{23} + t_{34} \quad \text{und} \quad L_H = s_{01} + s_{23} + s_{34} & (6.4) \\ t_{01} &= \frac{v_1}{a_t} \quad \text{und} \quad s_{01} = \frac{v_1^2}{2a_s} \\ t_{23} &= \frac{v_1 - v_3}{b_{Roll}} \quad \text{und} \quad s_{23} = \frac{v_1^2 - v_3^2}{2b_{Roll}} \\ t_{34} &= \frac{v_3}{b_{Br}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_3^2}{2b_{Br}} \end{aligned}$$

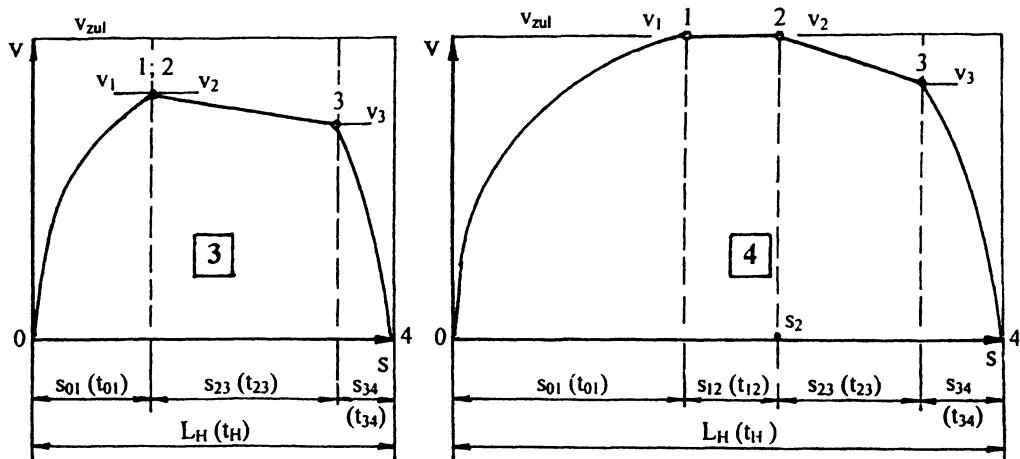


Bild 6.3: Schnittstellen und Abschnitte der Fahrtschaubildvarianten Nr. 3 und 4 (Zugfahrt mit Auslauf)

Für die Fahrtschaubildberechnung mit Gl. (6.4) muss die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$  bekannt sein. Da  $v_3$  von  $v_1$  abhängig ist, erhält man  $v_3$  durch Umstellung von Gl. (6.4):

$$\begin{aligned} L_H &= \frac{v_1^2}{2a_s} + \frac{v_1^2 - v_3^2}{2b_{\text{Roll}}} + \frac{v_3^2}{2b_{\text{Br}}} \\ L_H - \frac{v_1^2}{2a_s} - \frac{v_1^2}{2b_{\text{Roll}}} &= -\frac{v_3^2}{2b_{\text{Roll}}} + \frac{v_3^2}{2b_{\text{Br}}} \\ L_H - \frac{v_1^2}{2} \left( \frac{1}{a_s} + \frac{1}{b_{\text{Roll}}} \right) &= -\frac{v_3^2}{2} \left( \frac{1}{b_{\text{Roll}}} - \frac{1}{b_{\text{Br}}} \right) \end{aligned}$$

Die Umstellung nach  $v_3$  ergibt:

$$v_3 = \sqrt{\frac{b_{\text{E2}}}{b_{\text{E1}}} v_1^2 - 2b_{\text{E2}} L_H} \quad (6.5)$$

$$b_{\text{E1}} = \frac{a_s b_{\text{Roll}}}{a_s + b_{\text{Roll}}} \quad \text{und} \quad b_{\text{E2}} = \frac{b_{\text{Br}} b_{\text{Roll}}}{b_{\text{Br}} - b_{\text{Roll}}}$$

Die Variablen  $b_{\text{E1}}$  und  $b_{\text{E2}}$  sind Ersatzverzögerungen.

#### Berechnungsbeispiel 6.4

Der Dieseltriebwagen VT 611 befährt einen Streckenabschnitt, der den Haltestellenabstand  $L_H = 3000 \text{ m}$  hat und bewegt sich entsprechend Fahrtschaubildvariante Nr 3. Die Abschaltgeschwindigkeit des Fahrantriebs beträgt  $v_{\text{zul}} = 100 \text{ km/h}$  ( $27,778 \text{ m/s}$ ). Die Beschleunigungen betragen  $a_t = 0,4212 \text{ m/s}^2$ ,  $a_s = 0,3159 \text{ m/s}^2$  (für  $v_{\text{zul}} = 27,778 \text{ m/s}$ ) und  $b_{\text{Br}} = 0,7 \text{ m/s}^2$ . Das Fahrtschaubild ist zu berechnen.

**Lösungsweg und Lösung:**

Rollverzögerung, Gl. (2.39), (3.63), Konstanten in Beispiel 6.1,  $a = a_0 + a_1(v/v_{00}) + a_2(v/v_{00})^2$

Die Auslaufend- bzw. Bremsanfangsgeschwindigkeit wird auf  $v_3 = 91 \text{ km/h}$  geschätzt.

$$a_{100} = -0,01356 - 0,01558 \cdot (100/100) - 0,02378 \cdot (100/100)^2 = -0,05292 \text{ m/s}^2$$

$$a_{91} = -0,01356 - 0,01558 \cdot (91/100) - 0,02378 \cdot (91/100)^2 = -0,04743 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{Roll}} = (a_{100} + a_{91})/2 = -(0,05292 + 0,04743)/2 = -0,05018 \text{ m/s}^2, \text{ bei Umkehr gilt: } b_{\text{Roll}} = 0,05018 \text{ m/s}^2$$

Auslaufend- bzw. Bremsanfangsgeschwindigkeit, Gl. (6.5)

$$b_{E1} = 0,3159 \cdot 0,05018 / (0,3159 + 0,05018) = 0,0433 \text{ m/s}^2$$

$$b_{E2} = 0,7 \cdot 0,05018 / (0,7 - 0,05018) = 0,05405 \text{ m/s}^2$$

$$v_3 = (0,05405 / 0,0433 \cdot 27,778^2 - 2 \cdot 0,05405 \cdot 3000)^{0,5}; v_3 = 25,276 \text{ m/s bzw. } 91,0 \text{ km/h}$$

Es besteht Übereinstimmung zwischen dem  $v_3$ -Schätz- und dem  $v_3$ -Rechenwert. Bei Abweichung von mehr als  $\pm 1$  km/h ist die  $v_3$ -Berechnung zu wiederholen.

Fahrtschaubildberechnung, Gl. (6.4)

$$t_{01} = 27,778 / 0,4212 = 65,950 \text{ s und } s_{01} = 27,778^2 / (2 \cdot 0,3159) = 1221,3 \text{ m}$$

$$t_{23} = (27,778 - 25,276) / 0,05018 = 49,861 \text{ s und } s_{23} = (27,778^2 - 25,276^2) / (2 \cdot 0,05018) = 1322,6 \text{ m}$$

$$t_{34} = 25,276 / 0,7 = 36,109 \text{ s und } s_{34} = 25,276^2 / (2 \cdot 0,7) = 456,3 \text{ m}$$

$$t_H = 65,950 + 49,861 + 36,109 = 151,9 \text{ s}$$

$$\text{Kontrolle: } L_H = 1221,3 + 1322,6 + 456,3 = 3000,2 \text{ m (Übereinstimmung)}$$

#### Fahrtschaubildvariante Nr. 4

Der Haltestellenabstand  $L_H$  besteht aus den Wegen für Anfahren  $s_{01}$ , Beharrungsfahrt  $s_{12}$ , Auslaufen  $s_{23}$  und Bremsen  $s_{34}$  und die Haltestellenfahrzeit  $t_H$  aus den Zeiten für Anfahren  $t_{01}$ , Beharrungsfahrt  $t_{12}$ , Auslaufen  $t_{23}$  und Bremsen  $t_{34}$ . Die Anfahrt erfolgt bis  $v_1 = v_{zul}$  (Bild 6.3). Die Rollbeschleunigung  $a_{\text{Roll}}$  (negativ) ist in die Rollverzögerung  $b_{\text{Roll}}$  (positiv) zu überführen. Für die Fahrtschaubildberechnung muss der Abschaltwegpunkt  $s_2$  (Fahrstrecke  $s_{02}$ ) bekannt sein.

Für Haltestellenfahrzeit  $t_H$  und Haltestellenabstand  $L_H$  gilt:

$$t_H = t_{01} + t_{12} + t_{23} + t_{34} \quad \text{und} \quad L_H = s_{01} + s_{12} + s_{23} + s_{34} \quad (6.6)$$

$$t_{01} = \frac{v_{zul}}{a_t} \quad \text{und} \quad s_{01} = \frac{v_{zul}^2}{2 a_s}$$

$$t_{12} = \frac{s_{12}}{v_{zul}} \quad \text{und} \quad s_{12} = s_{02} - s_{01}$$

$$t_{23} = \frac{v_{zul} - v_3}{b_{\text{Roll}}} \quad \text{und} \quad s_{23} = \frac{v_{zul}^2 - v_3^2}{2 b_{\text{Roll}}}$$

$$t_{34} = \frac{v_3}{b_{\text{Br}}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_3^2}{b_{\text{Br}}}$$

Berechnung der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$  zum gegebenen Abschaltwegpunkt  $s_2$ :

$$L_H - s_{02} = s_{23} + s_{34}$$

$$L_H - s_{02} = \frac{v_{zul}^2 - v_3^2}{2 b_{\text{Roll}}} + \frac{v_3^2}{2 b_{\text{Br}}} = \frac{v_{zul}^2}{2 b_{\text{Roll}}} - \frac{v_3^2}{2 b_{\text{Roll}}} + \frac{v_3^2}{2 b_{\text{Br}}}$$

$$L_H - s_{02} - \frac{v_{zul}^2}{2 b_{\text{Roll}}} = -\frac{v_3^2}{2} \left( \frac{1}{b_{\text{Roll}}} - \frac{1}{b_{\text{Br}}} \right)$$

Die Umstellung nach  $v_3$  und die Einführung der Ersatzverzögerung  $b_E$  ergibt:

$$v_3 = \sqrt{\frac{b_E}{b_{\text{Roll}}} v_{\text{zul}}^2 - 2 b_E (L_H - s_{02})} \quad (6.7)$$

$$b_E = \frac{b_{\text{Br}} b_{\text{Roll}}}{b_{\text{Br}} - b_{\text{Roll}}}$$

### Berechnungsbeispiel 6.5

Der Dieseltriebwagen VT 611 befährt einen Streckenabschnitt, der den Haltestellenabstand  $L_H = 3000$  m hat und bewegt sich entsprechend Fahrschaubildvariante Nr 4. Die zulässige Geschwindigkeit beträgt  $v_{\text{zul}} = 100$  km/h (27,778 m/s). Das Abschalten des Fahrantriebs erfolgt im Beharrungsabschnitt am Wegpunkt  $s_2 = 1800$  m (Wegstrecke  $s_{02}$ ). Die Beschleunigungen betragen  $a_t = 0,4212$  m/s<sup>2</sup>,  $a_s = 0,3159$  m/s<sup>2</sup> (für  $v_{\text{zul}} = 27,778$  m/s) und  $b_{\text{Br}} = 0,7$  m/s<sup>2</sup>. Das Fahrschaubild ist zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Rollverzögerung, Gl. (2.39), (3.63), Konstanten in Beispiel 6.1:  $a = a_0 + a_1(v/v_{00}) + a_2(v/v_{00})^2$

Die Auslaufend- bzw. Bremsanfangsgeschwindigkeit wird zu  $v_3 = 95$  km/h geschätzt.

$$a_{100} = -0,01356 - 0,01558 \cdot (100/100) - 0,02378 \cdot (100/100)^2 = -0,05292 \text{ m/s}^2$$

$$a_{95} = -0,01356 - 0,01558 \cdot (95/100) - 0,02378 \cdot (95/100)^2 = -0,04982 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{Roll}} = (a_{100} + a_{95})/2 = -(0,05292 + 0,04982)/2 = -0,05137 \text{ m/s}^2, \text{ bei Umkehr } b_{\text{Roll}} = 0,05137 \text{ m/s}^2$$

Auslaufend- bzw. Bremsanfangsgeschwindigkeit, Gl. (6.7)

$$b_E = 0,7 \cdot 0,05137 / (0,7 - 0,05137) = 0,05544 \text{ m/s}^2$$

$$v_3 = [0,05544 / 0,05137 \cdot 27,778^2 - 2 \cdot 0,05544 \cdot (3000 - 1800)]^{0,5}, v_3 = 26,452 \text{ m/s bzw. } 95,2 \text{ km/h}$$

Es besteht Übereinstimmung zwischen dem  $v_3$ -Schätz- und dem  $v_3$ -Rechenwert. Bei Abweichung von mehr als  $\pm 1$  km/h ist die  $v_3$ -Berechnung zu wiederholen.

Fahrschaubildberechnung, Gl. (6.6)

$$t_{01} = 27,778 / 0,4212 = 65,950 \text{ s und } s_{01} = 27,778^2 / (2 \cdot 0,3159) = 1221,3 \text{ m}$$

$$s_{12} = s_{02} - s_{01} = 1800 - 1221,3 = 578,7 \text{ m und } t_{12} = s_{12} / v_{\text{zul}} = 578,7 / 27,778 = 20,833 \text{ s}$$

$$t_{23} = (27,778 - 26,452) / 0,05137 = 25,813 \text{ s und } s_{23} = (27,778^2 - 26,452^2) / (2 \cdot 0,05137) = 699,9 \text{ m}$$

$$t_{34} = 26,452 / 0,7 = 37,789 \text{ s und } s_{34} = 26,452^2 / (2 \cdot 0,7) = 499,8 \text{ m}$$

$$t_H = 65,950 + 20,833 + 25,813 + 37,789 = 150,4 \text{ s}$$

$$\text{Kontrolle: } L_H = 1221,3 + 578,7 + 699,9 + 499,8 = 2999,7 \text{ m (Übereinstimmung)}$$

#### 6.2.2.4 Fahrschaubilder mit Abrollen

##### Fahrschaubildvariante Nr. 5

Der Haltestellenabstand  $L_H$  besteht aus den Wegen für Anfahren  $s_{01}$ , Abrollen  $s_{12}$  und Bremsen  $s_{34}$  und die Haltestellenfahrzeit  $t_H$  aus den Zeiten für Anfahren  $t_{01}$ , Abrollen  $t_{12}$  und Bremsen  $t_{34}$ . Die Anfahrt erfolgt bis  $v_1 \leq v_{\text{zul}}$  (Bild 6.4). Die Rollbeschleunigung  $a_{\text{Roll}}$  ist positiv.

Für Haltestellenfahrzeit  $t_H$  und Haltestellenabstand  $L_H$  gilt:

$$t_H = t_{01} + t_{12} + t_{34} \quad \text{und} \quad L_H = s_{01} + s_{12} + s_{34} \quad (6.8)$$

$$t_{01} = \frac{v_1}{a_t} \quad \text{und} \quad s_{01} = \frac{v_1^2}{2 a_s}$$

$$t_{12} = \frac{v_3 - v_1}{a_{\text{Roll}}} \quad \text{und} \quad s_{12} = \frac{v_3^2 - v_1^2}{2 a_{\text{Roll}}}$$

$$t_{34} = \frac{v_3}{b_{\text{Br}}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_3^2}{2 b_{\text{Br}}}$$

Für die Fahrschaubildberechnung mit Gl. (6.8) muss die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$  bekannt sein. Da  $v_3$  von  $v_1$  abhängig ist, erhält man  $v_3$  durch Umstellung von Gl. (6.8):

$$\begin{aligned} L_H &= \frac{v_1^2}{2 a_s} + \frac{v_3^2 - v_1^2}{2 a_{\text{Roll}}} + \frac{v_3^2}{2 b_{\text{Br}}} \\ L_H &= -\frac{v_1^2}{2} \left( \frac{1}{a_{\text{Roll}}} - \frac{1}{a_s} \right) + \frac{v_3^2}{2} \left( \frac{1}{a_{\text{Roll}}} + \frac{1}{b_{\text{Br}}} \right) \end{aligned}$$

Die Umstellung nach der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$  ergibt:

$$v_3 = \sqrt{\frac{a_{E2}}{a_{E1}} v_1^2 + 2 a_{E2} L_H} \quad (6.9)$$

$$a_{E1} = \frac{a_s a_{\text{Roll}}}{a_s - a_{\text{Roll}}} \quad \text{und} \quad a_{E2} = \frac{b_{\text{Br}} a_{\text{Roll}}}{b_{\text{Br}} + a_{\text{Roll}}}$$

Die Variablen  $a_{E1}$  und  $a_{E2}$  sind Ersatzbeschleunigungen.

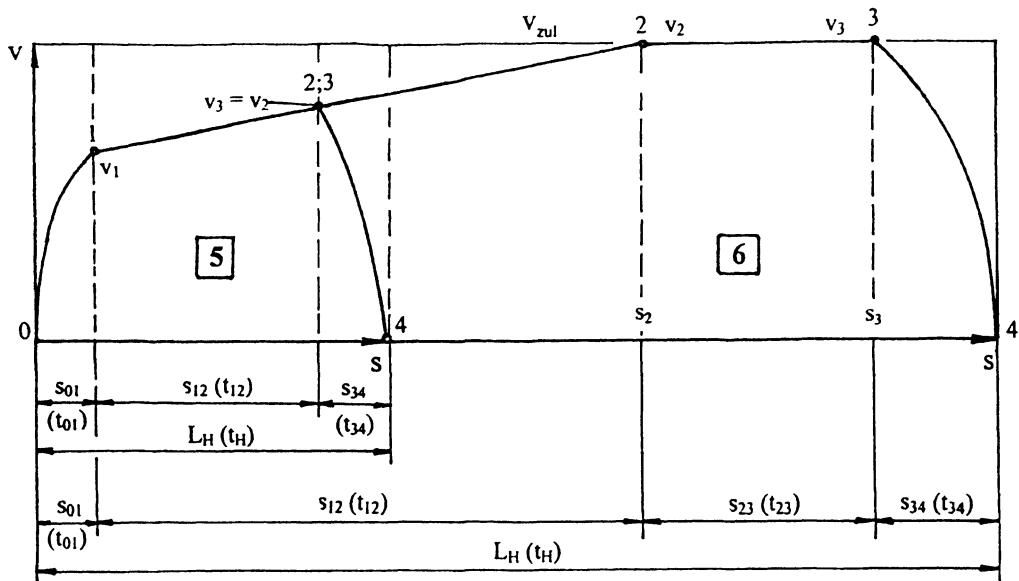


Bild 6.4

Schnittstellen und Abschnitte der Fahrschaubildvarianten Nr. 5 und 6 (Zugfahrt mit Abrollen)

### Fahrschaubildvariante Nr. 6

Der Haltestellenabstand  $L_H$  besteht aus den Wegen für Anfahren  $s_{01}$ , Abrollen  $s_{12}$ , Beharrungsfahrt  $s_{23}$  und Bremsen  $s_{34}$  und die Haltestellenfahrzeit  $t_H$  aus den Zeiten für Anfahren  $t_{01}$ , Abrollen  $t_{12}$ , Beharrungsfahrt  $t_{23}$  und Bremsen  $t_{34}$ . Die Anfahrt erfolgt bis  $v_{1Gr} < v_1 \leq v_{zul}$ , das Abrollen endet bei  $v_2 = v_{zul}$  und das Bremsen beginnt mit  $v_{zul}$  (Bild 6.4). Die Variable  $a_{Roll}$  ist positiv.

Die Abschalt-Grenzgeschwindigkeit des Fahrantriebs  $v_{1Gr}$ , bei der im Abrollen  $v_{zul}$  erreicht und sofort in das Bremsen übergegangen wird (keine Beharrungsfahrt,  $s_{23} = 0$  und  $t_{23} = 0$ ), trennt die Fahrschaubildvarianten Nr. 5 und 6. Bei  $v_1 \leq v_{1Gr}$  bewegt sich der Zug nach Fahrschaubildvariante Nr. 5 und bei  $v_1 > v_{1Gr}$  nach Fahrschaubildvariante Nr 6.

Für Haltestellenfahrzeit  $t_H$  und Haltestellenabstand  $L_H$  gilt:

$$t_H = t_{01} + t_{12} + t_{23} + t_{34} \quad \text{und} \quad L_H = s_{01} + s_{12} + s_{23} + s_{34} \quad (6.10)$$

$$t_{01} = \frac{v_1}{a_t} \quad \text{und} \quad s_{01} = \frac{v_1^2}{2a_s}$$

$$t_{12} = \frac{v_{zul} - v_1}{a_{Roll}} \quad \text{und} \quad s_{12} = \frac{v_{zul}^2 - v_1^2}{2a_{Roll}}$$

$$t_{23} = \frac{s_{23}}{v_{zul}} \quad \text{und} \quad s_{23} = L_H - s_{01} - s_{12} - s_{34}$$

$$t_{34} = \frac{v_{zul}}{b_{Br}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_{zul}^2}{2b_{Br}}$$

Zur Berechnung der Abschalt-Grenzgeschwindigkeit  $v_{1G}$  ist in Gl. (6.10)  $s_{23} = 0$  zusetzen:

$$\begin{aligned} L_H &= s_{01} + s_{12} + s_{34} = \frac{v_{1Gr}^2}{2a_s} + \frac{v_{zul}^2 - v_{1Gr}^2}{2a_{Roll}} + \frac{v_{zul}^2}{2b_{Br}} \\ L_H &= -\frac{v_{1Gr}^2}{2} \left( \frac{1}{a_{Roll}} - \frac{1}{a_s} \right) + \frac{v_{zul}^2}{2} \left( \frac{1}{a_{Roll}} + \frac{1}{b_{Br}} \right) \end{aligned}$$

Die Umstellung nach  $v_{1Gr}$  ergibt:

$$v_{1Gr} = \sqrt{\frac{a_{E1}}{a_{E2}}} v_{zul}^2 - 2a_{E1}L_H \quad (6.11)$$

$$a_{E1} = \frac{a_s a_{Roll}}{a_s - a_{Roll}} \quad \text{und} \quad a_{E2} = \frac{b_{Br} a_{Roll}}{b_{Br} + a_{Roll}}$$

Die Variablen  $a_{E1}$  und  $a_{E2}$  sind Ersatzbeschleunigungen.

### Berechnungsbeispiel 6.6

Der Dieselloktriebwagen VT 611 befährt einen Streckenabschnitt, der den Haltestellenabstand  $L_H = 3000$  m und die mittlere Längsneigung (Gefälle)  $i_m = -10\%$  hat. Die zulässige Geschwindigkeit beträgt  $v_{zul} = 90$  km/h (25 m/s) und die Betriebsbremsverzögerung  $b_{Br} = 0,7$  m/s<sup>2</sup>. Die Längsneigung ist bei der Berechnung der Beschleunigungen  $a_t$  und  $a_s$  der Anfahrt zu vernachlässigen.

Das Fahrschaubild ist zu den Abschaltgeschwindigkeiten  $v_1 = 60 \text{ km/h}$  ( $16,667 \text{ m/s}$ ) und  $v_1 = 80 \text{ km/h}$  ( $22,222 \text{ m/s}$ ) zu berechnen. Für die Entscheidung zwischen Fahrschaubildvariante Nr. 5 und 6 ist die Abschalt-Grenzgeschwindigkeit  $v_{1Gr}$  zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

a) Berechnung der Abschalt-Grenzgeschwindigkeit

Die Abschalt-Grenzgeschwindigkeit wird zu  $v_{1Gr} = 73 \text{ km/h}$  ( $20,278 \text{ m/s}$ ) geschätzt. Dafür erhält man nach Beispiel 6.1 die wegbezogene mittlere Beschleunigung der Anfahrt  $a_s = 0,4502 \text{ m/s}^2$ .

Die Abrollbeschleunigungen werden nach Beispiel 6.1 berechnet. Die Konstante  $a_0$  ändert sich:

$$a_0 = -g_k (\ell_{wZ0} + i_m)/P = -9,307 \cdot (1,457 - 10)/1000 = +0,07951 \text{ m/s}^2$$

Man erhält:  $a_{73} = 0,05546 \text{ m/s}^2$ ,  $a_{90} = 0,04623 \text{ m/s}^2$  und  $a_{Roll} = 0,05085 \text{ m/s}^2$

Abschaltgeschwindigkeit, Gl. (6.11)

$$a_{E1} = 0,4502 \cdot 0,05085 / (0,4502 - 0,05085) = 0,05732 \text{ m/s}^2$$

$$a_{E2} = 0,7 \cdot 0,05085 / (0,7 + 0,05085) = 0,04740 \text{ m/s}^2$$

$$v_{1Gr} = (0,05732 / 0,04740 \cdot 25^2 - 2 \cdot 0,05732 \cdot 3000)^{0,5} = 20,294 \text{ m/s bzw. } 73,1 \text{ km/h}$$

Zum Schätzwert besteht Übereinstimmung. Bei Abweichung um mehr als  $\pm 1 \text{ km/h}$  ist die Berechnung mit angepasstem Schätzwert zu wiederholen.

b) Berechnung zur Abschaltgeschwindigkeit  $v_1 = 60 \text{ km/h}$  ( $16,667 \text{ m/s}$ )

Da  $v_1$  ( $60 \text{ km/h}$ ) <  $v_{1Gr}$  ( $73 \text{ km/h}$ ), gilt Fahrschaubildvariante Nr. 5

Nach Beispiel 6.1 erhält man zu  $v_1 = 60 \text{ km/h}$   $p_{am} = 6,164 \text{ kW/t}$ ,  $a_t = 0,7396 \text{ m/s}^2$ ,  $a_s = 0,5547 \text{ m/s}^2$  und  $a_{60} = 0,06159 \text{ m/s}^2$  (Abrollen). Für die geschätzte Abrollend- und Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3 = 84 \text{ km/h}$  erhält man nach Beispiel 6.1  $a_{84} = 0,04964 \text{ m/s}^2$  und  $a_{Roll} = 0,05562 \text{ m/s}^2$ .

Berechnung der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$ , Gl. (6.9)

$$a_{E1} = 0,5547 \cdot 0,05562 / (0,5547 - 0,05564) = 0,06182 \text{ m/s}^2$$

$$a_{E2} = 0,7 \cdot 0,05562 / (0,7 + 0,05562) = 0,05153 \text{ m/s}^2$$

$$v_3 = (0,05153 / 0,06182 \cdot 16,667^2 + 2 \cdot 0,05153 \cdot 3000)^{0,5} = 23,25 \text{ m/s bzw. } 83,7 \text{ km/h}$$

Berechnung der Fahrschaubildabschnitte, Gl. (6.8)

$$t_{01} = 16,667 / 0,7396 = 22,535 \text{ s und } s_{01} = 16,667^2 / (2 \cdot 0,5547) = 250,4 \text{ m}$$

$$t_{12} = (23,25 - 16,667) / 0,05562 = 118,357 \text{ s und } s_{12} = (23,25^2 - 16,667^2) / (2 \cdot 0,05562) = 2362,2 \text{ m}$$

$$t_{34} = 23,25 / 0,7 = 33,214 \text{ s und } s_{34} = 23,25^2 / (2 \cdot 0,7) = 386,1 \text{ m}$$

Zugfahrt insgesamt, Gl.(6.8)

$$t_H = t_{01} + t_{12} + t_{34} = 22,535 + 118,357 + 33,214 = 174,1 \text{ s}$$

Kontrolle:  $L_H = s_{01} + s_{12} + s_{23} = 250,4 + 2362,2 + 386,1 = 2998,7 \text{ m}$  (Übereinstimmung)

c) Berechnung zur Abschaltgeschwindigkeit  $v_1 = 80 \text{ km/h}$  ( $22,222 \text{ m/s}$ )

Da  $v_1$  ( $80 \text{ km/h}$ ) >  $v_{1Gr}$  ( $70 \text{ km/h}$ ), gilt Fahrschaubildvariante Nr. 6

Nach Beispiel 6.1 erhält man zu  $v_1 = 80 \text{ km/h}$   $p_{am} = 6,034 \text{ kW/t}$ ,  $a_t = 0,5430 \text{ m/s}^2$ ,  $a_s = 0,4073 \text{ m/s}^2$  und  $a_{80} = 0,05182 \text{ m/s}^2$  (Abrollen). Für die Abrollend- und Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3 = v_{zul} = 90 \text{ km/h}$  erhält man  $a_{90} = 0,04622 \text{ m/s}^2$  und  $a_{Roll} = 0,04902 \text{ m/s}^2$ .

Berechnung der Fahrschaubildabschnitte, Gl. (6.10)

$$t_{01} = 22,222 / 0,5430 = 40,924 \text{ s und } s_{01} = 22,222^2 / (2 \cdot 0,4073) = 606,2 \text{ m}$$

$$t_{12} = (25 - 22,222) / 0,04902 = 56,671 \text{ s und } s_{12} = (25^2 - 22,222^2) / (2 \cdot 0,04902) = 1338,1 \text{ m}$$

$$t_{34} = 25 / 0,7 = 35,714 \text{ s und } s_{34} = 25^2 / (2 \cdot 0,7) = 446,4 \text{ m}$$

$$s_{23} = 3000 - 606,2 - 1338,1 - 446,4 = 609,3 \text{ m und } t_{23} = s_{23} / v_{zul} = 609,3 / 25 = 24,372 \text{ s}$$

$$t_H = 40,924 + 56,671 + 24,372 + 35,714 = 157,7 \text{ s}$$

### Bewertung

Das überschlägliche Berechnungsverfahren ist für die Fahrzeitermittlung geeignet, aber nicht für die Bestimmung der Fahrstrategie (Abschaltgeschwindigkeit, Abschaltwegpunkt) und des Energieverbrauchs. Die von der Abschaltgeschwindigkeit abhängigen Beschleunigungen  $a_s$  und  $a_a$ , und die geschwindigkeitsabhängige Rollverzögerung/Rollbeschleunigung  $b_{roll}$ ,  $a_{roll}$  können auch durch überschlägliche konstante Werte ersetzt werden.

### 6.2.3 Fahrschaubildberechnung mit geschwindigkeitsabhängiger Beschleunigung

#### 6.2.3.1 Fahrschaubildberechnung mit Gleichungen für Anfahrt und Auslauf

##### Lösungsansatz

Grundlage der Berechnungen ist der bereits bei konstanter Beschleunigung benutzte Lösungsansatz der 6 Fahrschaubildvarianten:

$$t_H = \sum \Delta t_X \quad \text{und} \quad L_H = \sum \Delta s_X \quad (6.12)$$

Die Abschnitte der Fahrbewegung werden durch Gleichungen  $\Delta t = f(v)$  bzw.  $\Delta s = f(v)$  erfasst. Die Berechnung von Zeit und Weg der Abschnitte ist unproblematisch, wenn Anfangs- und Endgeschwindigkeit von vorn herein bekannt sind. Das ist bei den Fahrschaubildvarianten Nr. 2 und 6 der Fall. Zu den übrigen Fahrschaubildvarianten ist die fehlende Geschwindigkeit (entweder Endgeschwindigkeit der Anfahrt  $v_1$  oder Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$ ) durch Auflösung von Gl. (6.12) (Weggleichung) nach der unbekannten Variablen zu ermitteln.

$$\text{Fahrschaubildvariante Nr. 1 } (v_1 \text{ unbekannt}): \quad s_{01} + s_{34} = L_H \quad (6.13)$$

$$\text{Fahrschaubildvariante Nr. 3 } (v_3 \text{ unbekannt}): \quad s_{23} + s_{34} = L_H - s_{01}$$

$$\text{Fahrschaubildvariante Nr. 4 } (v_3 \text{ unbekannt}): \quad s_{23} + s_{34} = L_H - s_{02}$$

$$\text{Fahrschaubildvariante Nr. 5 } (v_3 \text{ unbekannt}): \quad s_{12} + s_{34} = L_H - s_{01}$$

Auf der linken Gleichungsseite sind die jeweiligen Weggleichungen  $\Delta s = f(v)$  einzusetzen.

##### Beharrungsfahrt und Bremsen

Zeit und Weg der Beharrungsfahrt und des Bremsen werden wie bei der Fahrschaubildberechnung für konstante Beschleunigung ermittelt.

##### Zuganfahrt

Die Berechnung von  $t_{01}$ ,  $s_{01}$  und  $v_1$  des Anfahrabschnitts erfolgt wahlweise mit

- der Geradengleichung  $a(v)$  (Kap. 2.2.3.1),
- der e-Funktion  $a(v)$  (Kap. 2.2.3.2),
- der allgemeinen Exponentialgleichung  $a(v)$  (Kap. 2.2.3.3) oder
- der Exponentialgleichung normierter Variable  $v(t)$  (Kap. 2.2.4).

Die jeweils genaueste Gleichungsvariante ist zu benutzen.

Für die Erläuterung des Berechnungsalgoritmus wird als Beispiel die Exponentialgleichung normierter Variable  $v(t)$  nach Kap. 2.2.4 gewählt. Von einer Anfahrt, die bis zur Endgeschwindigkeit  $v_E \geq v_{zul}$  erfolgt, sind neben  $v_E$  auch Anfahrzeit  $t_{0E}$  und Anfahrweg  $s_{0E}$  bekannt.

Für die zur Anfahrendgeschwindigkeit des Fahrschaubild  $v_1$  gehörenden Zeit- und Wegwerte  $t_{01}$  und  $s_{01}$  sowie für den Kennlinienexponenten  $k$  gilt nach Gl.(2.46) und (2.49):

$$t_{01} = t_{0E} \left( v_1 / v_E \right)^{1/k} \quad \text{und} \quad s_{01} = s_{0E} \left( v_1 / v_E \right)^{(l+k)/k} \quad (6.14)$$

$$k = \frac{v_E t_{0E}}{s_{0E}} - 1$$

### Auslaufen und Abrollen

Zeit, Weg und Geschwindigkeit der Abschnitte Auslaufen ( $t_{23}$ ,  $s_{23}$  und  $v_2$  bis  $v_3$ ) und Abrollen ( $t_{12}$ ,  $s_{12}$  und  $v_1$  bis  $v_2$ ) sind mit den Gleichungen des Kap. 2.2.3.4 (Parabelgleichung für  $a(v)$ ) zu berechnen.

#### Auslaufen

Momentanbeschleunigung am Anfang ( $a_A$  bei  $v_1$ ) und am Ende ( $a_E$  bei  $v_3$ ) nach Gl. (2.39):

$$a_A = a_0 + a_1 (v_1 / v_{00}) + a_2 (v_1 / v_{00})^2 \quad (6.15)$$

$$a_E = a_0 + a_1 (v_3 / v_{00}) + a_2 (v_3 / v_{00})^2$$

Die Konstanten  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  sind mit Gl. (3.63) zu berechnen.

Zeit und Weg des Auslaufs  $t_{23}$  und  $s_{23}$  nach Gl. (2.44) und (2.45)

$$t_{23} = T_0 \arctan X \quad \text{und} \quad s_{23} = S_0 \operatorname{abs} \left( \ln \frac{a_E}{a_A} - \frac{a_1}{v_{00}} t_{23} \right) \quad (6.16)$$

$$X = \frac{V_0(v_1 - v_3)}{V_0^2 - (v_3 + \Delta v)(v_1 + \Delta v)}$$

#### Abrollen

Momentanbeschleunigung am Anfang ( $a_A$  bei  $v_1$ ) und am Ende ( $a_E$  bei  $v_2$ ) nach Gl. (2.39):

$$a_A = a_0 + a_1 (v_1 / v_{00}) + a_2 (v_1 / v_{00})^2 \quad (6.17)$$

$$a_E = a_0 + a_1 (v_2 / v_{00}) + a_2 (v_2 / v_{00})^2$$

Die Konstanten  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  sind mit Gl. (3.63) zu berechnen.

Zeit und Weg des Auslaufs  $t_{12}$  und  $s_{12}$  nach Gl. (2.44) und (2.45)

$$t_{12} = T_0 \arctan \operatorname{hyp} X \quad \text{und} \quad s_{12} = S_0 \operatorname{abs} \left( \frac{a_E}{a_A} - \frac{a_1}{v_{00}} t_{12} \right) \quad (6.18)$$

$$X = \operatorname{abs} \frac{V_0(v_2 - v_1)}{V_0^2 - (v_2 + \Delta v)(v_1 + \Delta v)}$$

#### Konstanten nach Gl. (2.43)

$$\Delta v = v_{00} \frac{a_1}{2 a_2} \quad \text{und} \quad V_0 = v_{00} \sqrt{\operatorname{abs} \left[ \frac{a_0}{a_2} - \left( \frac{\Delta v}{v_{00}} \right)^2 \right]} \quad (6.19)$$

$$T_0 = -\frac{v_{00}}{V_0} \frac{v_{00}}{a_2} \quad \text{und} \quad S_0 = -\frac{v_{00}^2}{2a_2}$$

Die Geschwindigkeitskonstante  $v_{00}$  beträgt  $v_{00} = 27,778 \text{ m/s}$  (100 km/h).

### Berechnungsbeispiel 6.7

Der Dieseltriebwagen VT 611 befährt einen Streckenabschnitt, der den Haltestellenabstand  $L_H = 1770 \text{ m}$  und die Längsneigung  $i_m = 0 \%$  hat und bewegt sich entsprechend Fahrschaubildvariante Nr. 1. Von der Anfahrt sind die Variablen  $v_E = 120 \text{ km/h}$  (33,333 m/s),  $t_{0E} = 125,7 \text{ s}$  und  $s_{0E} = 2812 \text{ m}$  bekannt (ermittelt durch Berechnung, Simulation oder im Versuch). Die mittlere Betriebsbremsverzögerung beträgt  $b_{Br} = 0,7 \text{ m/s}^2$ . Das Fahrschaubild ist zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Exponent der normierten Kennlinie, Gl. (6.14)

$$k = v_E t_{0E}/s_{0E} - 1 = 33,333 \cdot 125,7/2812 - 1 = 0,4900$$

Abschaltgeschwindigkeit des Antriebs, Gl. (6.13), Einsetzen von Gl. (6.14) und (6.1)

$$s_{0E} (v_1/v_E)^{(1+k)/k} + v_1^2/(2 \cdot b_{Br}) = L_H$$

$$2812 \cdot (v_1/33,333)^{(1+0,4900)/0,4900} + v_1^2/(2 \cdot 0,7) = 1770 \text{ bzw. } 0,092122 \cdot v_1^{3,04082} + v_1^2 = 2478$$

Die Gleichung wird in einen Rechner eingegeben. Durch Variation von  $v_1$  erhält man die Lösung  $v_1 = 25,822 \text{ m/s}$  (93,0 km/h).

Fahrschaubildberechnung, Gl. (6.14) und (6.1)

$$t_{01} = 125,7 \cdot (25,822/33,333)^{1/0,4900} = 74,652 \text{ s}$$

$$s_{01} = 2812 \cdot (25,822/33,333)^{(1+0,4900)/0,4900} = 1293,7 \text{ m}$$

$$t_{34} = 25,822/0,7 = 36,889 \text{ s und } s_{34} = 25,822^2/(2 \cdot 0,7) = 476,3 \text{ m}$$

$$t_H = 74,652 + 36,889 = 111,5 \text{ s}$$

Kontrolle:  $L_H = 1293,7 + 476,3 = 1770 \text{ m}$  (Übereinstimmung)

### Berechnungsbeispiel 6.8

Der Dieseltriebwagen VT 611 befährt einen Streckenabschnitt, der den Haltestellenabstand  $L_H = 3000 \text{ m}$  und die Längsneigung  $i_m = 0 \%$  hat und bewegt sich entsprechend Fahrschaubildvariante Nr. 3. Die Abschaltgeschwindigkeit des Fahrantriebs beträgt  $v_1 = 100 \text{ km/h}$  (27,778 m/s) und die Betriebsbremsverzögerung  $b_{Br} = 0,7 \text{ m/s}^2$ . Die Konstanten der Gleichung der Zuganfahrt betragen  $v_E = 33,333 \text{ m/s}$ ,  $t_{0E} = 125,7 \text{ s}$ ,  $s_{0E} = 2812 \text{ m}$  und  $k = 0,4900$ . In die Gleichung des Zugauslaufs sind nach Beispiel 6.1 die Konstanten  $a_0 = -0,01356 \text{ m/s}^2$ ,  $a_1 = -0,01558 \text{ m/s}^2$  und  $a_2 = -0,02378 \text{ m/s}^2$  einzusetzen. Das Fahrschaubild ist zu berechnen.

Lösungsweg und Lösung:

Zuganfahrt bis  $v_1$ , Gl. (6.14)

$$t_{01} = 125,7 \cdot (27,778/33,333)^{1/0,49} = 86,648 \text{ s}$$

$$s_{01} = 2812 \cdot (27,778/33,333)^{(1+0,49)/0,49} = 1615,0 \text{ m}$$

Auslaufgleichungen, Gl. (6.15), (6.16) und (6.19)

$$a_A = -0,01356 - 0,01558 \cdot (27,778/27,778) - 0,02378 \cdot (27,778/27,778)^2 = -0,05292 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta v = 27,778 \cdot 0,01558/(2 \cdot 0,02378) = 9,100 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 27,778 \cdot [0,01356/0,02378 - (9,1/27,778)^2]^{0,5} = 19,000 \text{ m/s}$$

$$T_0 = 27,778/19,0 \cdot 27,778/0,02378 = 1717 \text{ s und } S_0 = 27,778^2/(2 \cdot 0,02378) = 16224 \text{ m}$$

$$X = \frac{19,0 \cdot (27,778 - v_3)}{19,0^2 + (v_3 + 9,1) \cdot (27,778 + 9,1)}$$

Ermittlung der Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_3$  mit Gl. (6.13)

$$s_{23} + s_{34} = L_H - s_{01} = 3000 - 1615 = 1385 \text{ m}$$

$$16224 \cdot \text{abs} [\ln (-a_E / 0,05292) + 0,01558 / 27,778 \cdot t_{23}] + v_3^2 / (2 \cdot 0,7) = 1385$$

$$t_{23} = 1717 \cdot \arctan X$$

$$a_E = -0,01356 - 0,01558 \cdot (v_3 / 27,778) - 0,02378 \cdot (v_3 / 27,778)^2$$

Das Gleichungssystem wird in einen Rechner eingegeben. Durch Variation von  $v_3$  erhält man die Lösung  $v_3 = 26,073 \text{ m/s}$  (93,9 km/h).

Fahrerschaubildberechnung mit Gl. (6.4) und (6.16)

$$X = 19,0 \cdot (27,778 - 26,073) / [19,0^2 + (26,073 + 9,1) \cdot (27,778 + 9,1)] = 0,019537$$

$$t_{23} = 1717 \cdot \arctan 0,019537 = 33,541 \text{ s}$$

$$a_E = -0,01356 - 0,01558 \cdot (26,073 / 27,778) - 0,02378 \cdot (26,073 / 27,778)^2 = -0,049134 \text{ m/s}^2$$

$$s_{23} = 16624 \cdot \text{abs} [\ln (0,049134 / 0,05292) + 0,01558 / 27,778 \cdot 33,541] = 921,3 \text{ m}$$

$$t_{34} = 26,073 / 0,7 = 37,247 \text{ s} \text{ und } s_{34} = 26,073^2 / (2 \cdot 0,7) = 485,6 \text{ m}$$

$$t_H = 86,648 + 33,541 + 37,247 = 157,4 \text{ s}$$

Kontrolle:  $L_H = 1615,0 + 921,3 + 485,6 = 3022 \text{ m}$  (Übereinstimmung)

Die kleine Abweichung von 22 m ist durch Rundungsfehler bei der Auslaufberechnung bedingt.

### 6.2.3.2 Fahrerschaubildberechnung durch Simulation

Fahrerschaubilder können auch durch Simulation der Bewegungsabschnitte berechnet werden. Die Simulation liefert Ergebnisse mit minimalem methodischen Fehler. Der Aufbau des Rechenprogramms ist davon abhängig, ob Abschaltgeschwindigkeit  $v_1$  bzw. Abschaltwegpunkt des Fahrantriebs  $s_2$  oder Sollfahrzeit  $t_F \text{ soll}$  als Steuergröße der Zugfahrt gewählt werden.

#### Eingabedateien

Die Zugdaten sind in der Zugdatei und die Streckendaten in der Streckendatei abzulegen. Die Zugdatei enthält das Zugkraftdiagramm in  $F_T$ -v-Stützstellen (Bild 1.3 und 1.12 sowie Kap. 4.2 und 4.3), die Konstanten der Zugwiderstandsgleichung (Adaptationsgleichung der Rechentechnik benutzen, Kap. 3.3.7), die Zugmasse  $m_Z$  und die Drehmasse des Zugs  $m_{DZ}$ .

Die Streckendatei enthält die Haltestellenabstände  $L_H$  der gesamten Strecke, die mittleren Längsneigungen  $i_m$  und die zulässigen Geschwindigkeiten  $v_{Zul}$  zu den Haltestellenabständen. Soll nur ein einzelnes Fahrerschaubild berechnet werden, ist auf die Streckendatei zu verzichten.

#### Simulation von Anfahrt und Auslauf

Sind Abschaltgeschwindigkeit  $v_1$  bzw. Abschaltwegpunkt  $s_2$  vorgegeben, erhält man Zeit und Weg durch Integration der Beschleunigungskurve der Anfahrt und des Auslaufs mit dem Mikrozeitschrittverfahren (Gl. (1.8) bis (1.10) und Kap. 2.3.3). Die Schnittstellen  $v_1$  bzw.  $v_{Zul}$  und  $s_2$  der Bewegungsabschnitte sind bekannt. Der Bremsabschnitt wird mit den Bremsgleichungen bei Verwendung der mittleren Bremsverzögerung  $b_B$  berechnet. Im Auslauf-/Abrollabschnitt ist nach jedem Simulationsschritt zu prüfen, ob mit der Bremsung der  $L_H$ -Wert erreicht wird.

#### Simulation der Anfahrt und Berechnung von Auslauf/Abrollen mit Gleichung

Bei Benutzung der Sollfahrzeit  $t_{F \text{ soll}}$  als Steuergröße ist die Simulation von Auslauf/Abrollen und Bremsen nach jedem  $v_1$ - bzw.  $s_2$ -Schritt mit großer Zeit verbunden. Deshalb ist nur die Anfahrt zu simulieren, Auslauf/Abrollen aber nach Kap. 2.2.3.4 zu berechnen.

Zu Beginn der Fahrschaubilduntersuchung ist die maximale und die minimale Fahrzeit zu ermitteln. Die maximale Fahrzeit  $t_{F\max}$  erhält man zu einer Abschaltgeschwindigkeit  $v_1$ , bei der sich der Zug im freien Auslauf bis ins Ziel bewegt. Das Fahrschaubild Anfahren – Bremsen oder Anfahren – Beharrungsfahrt mit  $v_{zul}$  – Bremsen ergibt die minimale Fahrzeit  $t_{F\min}$ . Die zu wählende Sollfahrzeit  $t_{F\text{Soll}}$  muss zwischen den beiden Grenzwerten liegen.

Die Simulation zu  $t_{F\text{Soll}}$  beginnt mit dem zu  $t_{F\max}$  gehörenden  $v_1$ -Wert und endet, sobald die Fahrzeit  $t_F$  den Wert  $t_{F\text{Soll}}$  angenommen oder überschritten hat. Dabei werden verschiedene Fahrschaubildvarianten durchlaufen.

### Waagerechte und Steigung

Liegt die Waagerechte oder die Steigung vor, wird zuerst das Fahrschaubild Anfahren – Auslaufen – Bremsen (Nr. 3) durchlaufen. Nachdem  $v_{zul}$  erreicht, aber  $t_{F\text{Soll}}$  noch nicht unterschritten ist, erfolgt der Übergang in das Fahrschaubild Anfahren – Beharrungsfahrt mit  $v_{zul}$  – Auslaufen – Bremsen

Das Prüfen auf  $t_{F\text{Soll}}$ -Unterschreitung erfolgt in Schritten  $\Delta v_1 = 10 \text{ km/h}$ . Bei Überschreitung wird der letzte  $\Delta v_1$ -Abschnitt mit Schrittweiten 1 km/h, danach 0,1 und 0,01 km/h wiederholt.

Der Bremseinsatzpunkt wird durch Erhöhung von  $v_3$  in 1 km/h-Schritten im Gleichungssystem für Auslaufen und Bremsen ermittelt. Sobald  $L_H$  überschritten wird, erfolgt die Wiederholung in 0,1 und 0,01 km/h-Schritten.

Beim Erreichen von  $v_{zul}$  ist das Prüfen auf  $t_{F\text{Soll}}$ -Unterschreitung aller 1000 m, 100 m, 10 m und 1 m vorzunehmen.

### Gefälle

Im Gefälle ist die  $v_3$ -Ermittlung nur zur Fahrschaubildvariante Nr. 5 erforderlich. Nach dem Übergang in die Fahrschaubildvariante Nr. 6 (Anfahren – Abrollen – Beharrungsfahrt mit  $v_{zul}$  – Bremsen) ist die geschlossene Berechnung möglich.

Die Fahrschaubildvarianten Nr. 5 und 6 haben eine kritische Abschaltgeschwindigkeit  $v_{1\text{krit}}$ , bei der die Abrollbeschleunigung  $a_{\text{Roll}} = 0$  ist. Unterhalb von  $v_{1\text{krit}}$  ist  $a_{\text{Roll}}$  positiv (Abrollen) und oberhalb negativ (Auslaufen). Bild 6.1 zeigt die Unstetigkeitsstelle mit der kritischen Situation, die nicht zu berechnen ist. In einer Bandbreite von  $\pm 5 \text{ km/h}$  zu  $v_{1\text{krit}}$  ist Abrollen/Auslaufen durch die Beharrungsfahrt zu ersetzen.

Die kritische Abschaltgeschwindigkeit  $v_{1\text{krit}}$  erhält man aus der Gleichung der Abrollbeschleunigung (Gl. (2.39)), die null gesetzt wird:

$$a_{\text{Roll}} = a_0 + a_1 (v / v_{00}) + a_2 (v / v_{00})^2 = 0$$

Die Auflösung nach  $v$  ergibt:

$$v_{1\text{krit}} = v_{00} \left( \sqrt{\left( \frac{a_1}{2a_2} \right)^2 - \frac{a_0}{a_2}} - \frac{a_1}{2a_2} \right) \quad (6.20)$$

### 6.2.3.3 Zugkraftarbeit und Energieverbrauch

#### Zugkraftarbeit

Die Arbeit der Treibachszugkraft (Kap. 1.3.1) wird durch Berechnung des Produkts Kraft mal Weg nach jedem Simulationsschritt und bei fortlaufender Summierung erfasst. Im Anfahrschnitt ist die Zugkraft des Zugkraftdiagramms zu verwenden. Im Abschnitt der Beharrungsfahrt ist die Zugkraft durch die Zugwiderstandskraft bei  $v_{zul}$  und durch die Neigungskraft gegeben. Bei negativer Zugkraft der Beharrung im Gefälle gilt  $F_{Tmx} \Delta s_x = 0$ :

Gesamte Fahrt:

$$W_{FT} = \sum_1^z (F_{Tmx} \Delta s_x) \quad (6.21)$$

Beharrungsfahrt:

$$F_{Tmx} \Delta s_x = \frac{G_z}{P} (f_{WZ,zul} + i_m) s_{12}$$

$W_{FT}$	Zugkraftarbeit des Fahrschaubilds in kJ	$P$	Konstante, $P = 1000 \%$
$F_{Tmx}$	mittlere Zugkraft eines Intervalls in kN	$\Delta s_x$	Intervallweg in m
$f_{WZ,zul}$	Zugwiderstandszahl bei $v_{zul}$ in %	$s_{12}$	Weg der Beharrungsfahrt in m (bei Fahrschaubild Nr. 6 s <sub>23</sub> )
$i_m$	mittlere Längsneigung in %		

#### Überschlägliche Berechnung der Zugkraftarbeit

Die Zugkraftarbeit ist mit dem Arbeitssatz zu berechnen (Gl. (1.41), (1.42)). Die mittlere Zugkraft wird durch die mittlere Gesamtwiderstandskraft ersetzt, die aus Einzelkräften besteht.

#### Fahrschaubild Nr. 1 bis 4

Die mittlere Gesamtwiderstandskraft des Haltestellenabstands  $L_H$  setzt sich aus den mittleren Werten von Neigungskraft, Zugwiderstandskraft und Verzögerungskraft der Haltbremsung zusammen. Anstelle der Kräfte werden die Kraftkoeffizienten in der Maßeinheit 1 benutzt:

Energetisch wirksame mittlere Längsneigung  $i_{mE}$  bei Berechnung von  $i_m$  mit Gl. (3.2), (3.3):

$$i_{mE} = i_m \left( 1 - \frac{s_{34}}{L_H} \right) \quad (6.22)$$

Energetisch wirksame mittlere Zugwiderstandszahl  $f_{WZ,mE}$  bei Berechnung von  $f_{WZ,m}$  für  $v_m$ :

$$v_m = \frac{L_H - s_{34}}{t_H - t_{34}} \quad \text{mit} \quad t_{34} = \frac{v_3}{b_{Br}} \quad \text{und} \quad s_{34} = \frac{v_3^2}{2 b_{Br}} \quad (6.23)$$

$$f_{WZ,mE} = f_{WZ,m} \left( 1 - \frac{s_{34}}{L_H} \right)$$

Im Abschnitt der Haltbremsung sind  $i_m$  und  $f_{WZ,m}$  in die Bremsverzögerung integriert. Deshalb ist die Zugkraftarbeit mit den reduzierten Werten  $i_{mE}$  und  $f_{WZ,mE}$  zu berechnen.

Mittlere Verzögerungskraftzahl der Haltbremsung  $f_{VmH}$  des  $L_H$ -Abschnitts:

$$f_{VmH} = \xi_Z \frac{b_{Br}}{g} \frac{s_{34}}{L_H} \quad (6.24)$$

Die Zugkraftarbeit des  $L_H$ -Abschnitts:

$$W_{FT} = m_Z g (i_{mE} + f_{WZmE} + f_{VmH}) L_H \quad (6.25)$$

Fahrschaubild Nr. 5 und 6:

Die Zugkraftarbeit ist die Summe der kinetischen Energie der Anfahrt und der Arbeit der Neigungs- und der Zugwiderstandskraft auf dem Anfahrweg:

$$W_{FT} = m_Z \left[ \frac{1}{2} \xi_Z v_1^2 + g (f_{WZm} + i_m) s_{01} \right] \quad (6.26)$$

$$\text{Berechnung von } f_{WZm} \text{ mit Zugwiderstandsgleichung für } v_m, v_m = \frac{2}{3} v_1$$

$W_{FT}$	Zugkraftarbeit des Fahrschaubilds in kJ	$\xi_Z$	Massenfaktor des Zugs (Kap. 1.2.5)
$L_H$	Haltestellenabstand in m	$v_m$	mittlere Geschwindigkeit in m/s
$m_Z$	Zugmasse in t	$v_1$	Endgeschwindigkeit der Anfahrt in m/s
$g$	Fallbeschleunigung in m/s <sup>2</sup>	$v_3$	Bremsanfangsgeschwindigkeit in m/s
$f_{WZm}$	mittlere Zugwiderstandszahl (1)	$b_{Br}$	mittlere Betriebsbremsverzögerung in m/s <sup>2</sup>
$f_{VmH}$	mittlere Verzögerungskraftzahl der Haltbremsung, Maßeinheit 1	$s_{01}$	Anfahrweg in m
$i_m$	mittlere Längsneigung in %	$s_{34}$	Bremsweg in m
		$t_{34}$	Bremszeit in s

### Kraftstoffverbrauch

Der Kraftstoffverbrauch des Fahrschaubilds setzt sich aus dem Traktionsverbrauch der Anfahrt und der Beharrungsfahrt und dem Leerlauf- und dem Heizverbrauch zusammen (Kap. 4.2.1).

$$B_{ges} = \frac{W_{FT}}{\eta_A h_{Kr}} + b_{t\text{leer}} t_{\text{leer}} + b_{t\text{Heiz}} (t_H + t_0) \quad (6.27)$$

$$B_{ges} = b_{tA} t_{01} + \frac{(f_{WZzul} + i_m) G_Z s_{12}}{P \eta_A h_{Kr}} + b_{t\text{leer}} t_{\text{leer}} + b_{t\text{Heiz}} (t_H + t_0)$$

$$\text{Fahrschaubild Nr. 1 bis 4:} \quad t_{\text{leer}} = t_{23} + t_{34} + t_0$$

$$\text{Fahrschaubild Nr. 5 und 6:} \quad t_{\text{leer}} = t_{12} + t_{23} + t_{34} + t_0$$

$B_{ges}$	Gesamtverbrauch des Fahrschaubilds in g	$t_H$	Haltestellenfahrzeit in s
$W_{FT}$	Zugkraftarbeit in kJ	$t_{01}$	Anfahrzeit in s
$b_{tA}$	spezifischer Anfahrverbrauch für Traktion in g/s (Kap. 4.2.1 und 4.2.2.)	$t_0$	Haltezeit in s Städtischer Nahverkehr: $t_0 = 15$ bis 20 s Regionalverkehr: $t_0 = 30$ s
$b_{t\text{leer}}$	spezifischer Leerlaufverbrauch in g/s	$t_{\text{leer}}$	Leerlaufzeit in s
$b_{t\text{Heiz}}$	spezifischer Heizverbrauch in g/s	$\eta_A$	Wirkungsgrad des Antriebssystems (Kap. 4.2.1, Gl.(4.27))
$s_{12}$	Wegabschnitt der Beharrungsfahrt in m		
$f_{WZzul}$	Zugwiderstandszahl für $v_{zul}$ in %		

### Elektroenergieverbrauch

Der Elektroenergieverbrauch, gemessen am Systemeingang (Stromabnehmer), setzt sich aus dem Traktions-, Hilfsleistungs- und Heizleistungsverbrauch zusammen. Bei vorhandener Nutz-

bremsung ist die Nutzbremsenergie zu subtrahieren. Der Anteil der elektrisch erzeugten Bremskraft an der Gesamtbremskraft des Zugs, der für Halt- und Gefällebremsung unterschiedlich sein kann, ist zu beachten.

Gesamtverbrauch am Stromabnehmer  $W_{ges}$  und Nutzbremsenregie der Haltbremsung  $W_{NutzH}$  und der Gefällebremsung  $W_{NutzG}$  betragen:

$$W_{ges} = \frac{1}{k_E} \left[ \frac{W_{FT}}{\eta_A} + (P_{Hi} + P_{Heiz})(t_H + t_0) \right] - W_{NutzH} - W_{NutzG} \quad (6.28)$$

$$W_{NutzH} = \frac{\eta_A}{k_E} m_Z s_{34} [\xi_Z k_{eBH} b_{Br} - g(f_{wZm} + i_m)] \text{ mit } s_{34} = \frac{v_3^2}{2 b_{Br}} \quad (6.29)$$

$$W_{NutzG} = \frac{\eta_A}{k_E} m_Z g k_{eBG} s_{23} (f_{wZul} + i_m) \quad (6.30)$$

$W_{ges}$	Gesamtverbrauch in kWh	$f_{wZm}$	Zugwiderstandszahl (1) für $v_m = 2/3 \cdot v_3$
$W_{FT}$	Zugkraftarbeit in kJ	$f_{wZzul}$	Zugwiderstandszahl (1) für $v_{zul}$
$W_{Nutz}$	Nutzbremsenergie in kWh	$i_m$	mittlere Längsneigung, Maßeinheit 1 (Steigung positiv, Gefälle negativ)
$P_{Hi}$	Leistung der Hilfseinrichtungen in kW	$b_{Br}$	Betriebsbremsverzögerung in $m/s^2$
$P_{Heiz}$	Leistung der Zugheizung in kW	$v_3$	Bremsanfangsgeschwindigkeit in m/s
$m_Z$	Zugmasse in t	$t_H$	Haltestellenfahrzeit in s
$k_E$	Energieumrechnungskonstante (Kap. 1.3.1) $k_E = 3600 \text{ kJ/kWh}$	$t_0$	Haltezeit in s
$\xi_Z$	Massenfaktor des Zugs (Kap. 1.2.5)	$s_{23}$	Weg der Beharrungsfahrt in m
$k_{eBH}$	elektrischer Bremskraftanteil der Haltbremsung, Maßeinheit 1	$s_{34}$	Bremsweg in m
$k_{eBG}$	elektrischer Bremskraftanteil der Gefällebremsung, Maßeinheit 1	$\eta_A$	Wirkungsgrad des Antriebssystems (Kap. 4.2.1, Gl. (4.27))
$g$	Fallbeschleunigung, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$		Dieseltraktion: $\eta_A = 0,32 \text{ bis } 0,36$ Elektrische Traktion: $\eta_A = 0,85 \text{ bis } 0,90$

Erhält man aus Gl. (6.30) einen negativen Verbrauchswert, so wurde bei der Gefällefahrt mehr Energie in das Netz zurückgespeist als ihm bei der Anfahrt entnommen wurde.

### Berechnungsbeispiel 6.9

Beispiel 6.5 enthält die kinematischen Variablen der Fahrt des Dieseltriebwagens VT 611 nach Fahrzeugschaubildvariante Nr. 4. In Ergänzung ist der Kraftstoffverbrauch zu ermitteln.

Den Berechnungsbeispielen 6.1 und 6.5 sind folgende Daten zu entnehmen:

$m_Z = 115,7 \text{ t}$ ,  $\xi_Z = 1,054$ ,  $f'_{wZ0} = 1,457 \text{ \%}$ ,  $f'_{wZ1} = 1,674 \text{ \%}$ ;  $f_{wZ2} = 2,555 \text{ \%}$ ,  $i_m = 0 \text{ \%}$ ,  $b_{Br} = 0,7 \text{ m/s}^2$ ,  $L_H = 3000 \text{ m}$ ,  $s_{34} = 500 \text{ m}$ ,  $t_{23} = 25,8 \text{ s}$ ,  $t_{34} = 37,8 \text{ s}$ ,  $t_H = 150,4 \text{ s}$ ,  $v_3 = 26,452 \text{ m/s}$  und  $v_{zul} = 27,778 \text{ m/s}$

Gewählte Daten:  $\eta_A = 0,32$ ,  $h_{Kr} = 42,7 \text{ kJ/g}$ ,  $b_{leer} = 7 \text{ g/s}$  und „keine Zugheizung“.

Lösungsweg und Lösung:

Zugkraftarbeit, Gl. (6.22) bis (6.25),  $i_m = 0$

$$v_m = (L_H - s_{34})/(t_H - t_{34}) = (3000 - 500)/(150,4 - 37,8) = 22,202 \text{ m/s}$$

$$f_{wZm} = f'_{wZ0} + f'_{wZ1} (v_m/v_{00}) + f_{wZ2} (v_m/v_{00})^2$$

$$f_{wZm} = 1,457 + 1,674 \cdot (22,202/27,778) + 2,555 \cdot (22,202/27,778)^2 = 4,401 \text{ \%}$$

$$f_{wZmE} = 4,401 \cdot (1 - 500/3000) = 3,668 \text{ \% bzw. } 0,003668$$

$$f_{VmH} = 1,054 \cdot 0,7 / 9,81 \cdot 500 / 3000 = 0,012535$$

$$W_{FT} = 115,7 \cdot 9,81 \cdot (0 + 0,003668 + 0,012535) \cdot 3000 = 55172 \text{ kJ}$$

Kraftstoffverbrauch, Gl. (6.27)

$$t_{leer} = t_{23} + t_{34} + t_0 = 25,8 + 37,8 + 30 = 93,6 \text{ s}$$

$$B_{ges} = 55172 / (0,32 \cdot 42,7) + 7 \cdot 93,6 = 4693 \text{ g}$$

### Berechnungsbeispiel 6.10

Der dem Beispiel 6.9 zugrunde liegende Triebwagen soll den elektrischen Antrieb haben. Der Energieverbrauch am Systemeingang (Stromabnehmer) ist für die beiden Fälle Traktion ohne und mit Nutzbremsung zu berechnen.

Ergänzende Daten:  $\eta_A = 0,88$ ,  $k_{eBH} = 0,5$  und  $P_{Hi} = 50 \text{ kW}$

Lösungsweg und Lösung:

Gesamtverbrauch ohne Nutzbremsung, Gl. (6.28)

$$W_{ges} = 1 / 3600 \cdot [55172 / 0,88 + (50 + 0) \cdot (150,4 + 30)] = 19,920 \text{ kWh}$$

Nutzbremsenergie der Haltbremsung, Gl. (6.29)

$$v_m = 2/3 \cdot v3 = 2/3 \cdot 26,452 = 17,635 \text{ m/s}$$

$$f_{WZm} = 1,457 + 1,674 \cdot (17,635 / 27,778) + 2,255 \cdot (17,635 / 27,778)^2 = 3,429 \% \text{ bzw. } 0,003429$$

$$W_{NutzH} = 0,88 / 3600 \cdot 115,7 \cdot 500 \cdot [1,054 \cdot 0,5 \cdot 0,7 - 9,81 \cdot (0,003429 + 0)] = 4,741 \text{ kWh}$$

Gesamtverbrauch mit Nutzbremsung, Gl. (6.28)

$$W_{ges} = 19,920 - 4,741 = 15,179 \text{ kWh}$$

## 6.3 Fernverkehrsfahrtschaubild

### 6.3.1 Zugfahrtberechnungsprogramm

Für überschlägliche Berechnungen der Fernzugfahrten werden die Fahrschaubildvarianten Nr. 2, 4 und 6 des Nahverkehrs benutzt (Bild 6.1), die entsprechend der Haltestellenfolge aneinander gereiht werden. Dabei treten wegen der Vereinfachungen aber nicht unerhebliche Fehler auf. Die genaue Berechnung ist mit Rechenprogrammen vorzunehmen, die auf die differenzierteren Bedingungen der Zugfahrt zugeschnitten sind. Folgende Unterlagen sind vorzubereiten:

#### Streckendatei

Die Streckendatei enthält die zulässigen Längsneigungen, die zulässigen Geschwindigkeiten und die Haltepunkte der Strecke zwischen Start- und Zielbahnhof. In der Datei muss jeder Wegpunkt vermerkt sein, an dem sich Längsneigung oder zulässige Geschwindigkeit ändern bzw. der Zug zu halten hat (Streckenband in Kap. 3.1.1).

#### Triebfahrzeugdatei

Die Triebfahrzeugdatei enthält die Zugkrafttabelle des Triebfahrzeugs für die maximale Fahrstufe (Zugkraftdiagramm, Kap. 1.2.1, 4.2 und 4.3). Die Zugkrafttabelle ist auf die Treibachs-Zugkraft zu beziehen. Die Fahrstufenanzahl ist aufzunehmen (Kap. 1.4). Bei nur kleiner Fahrstufenanzahl ist die Zugkrafttabelle auf alle Fahrstufen zu erweitern. Bei größerer Fahrstufenanzahl ist das stufenlose Regeln der Zugkraft vorauszusetzen.

Außerdem sind Masse, Drehmasse, Länge und zulässige Geschwindigkeit der Lokomotive (Kap. 1.2.5), mittlerer Wirkungsgrad des Antriebssystems, Leistungs- bzw. Kraftstoffbedarf der Hilfseinrichtungen sowie des Leerlaufs und die Aufregelzeit aufzunehmen. Das Aufregeln kann linear zeitabhängig vorausgesetzt werden (Kap. 1.4).

Für die Ermittlung der Erwärmungskennlinie von Fahrmotor und Transformator des elektrischen Triebfahrzeugs sind zusätzlich die Konstanten der Erwärmungsgleichung aufzunehmen.

### **Energetische Datei**

Die genaue Energieverbrauchsermittlung ist auf der Basis der Wirkungsgradkennfelder der am Energiefluss beteiligten Aggregate des Antriebssystems möglich. Deshalb sind die Kennfelder in eine Matrix zu überführen und in die energetische Datei aufzunehmen. Die energetische Datei muss ermöglichen, zu jedem Betriebspunkt den momentanen Wirkungsgrad bzw. die Leistungsaufnahme zu ermitteln.

### **Wagenzugdatei**

Die Zugdatei enthält alle für die fahrdynamischen Berechnungen erforderlichen Daten des Wagenzugs. Dazu gehören Masse, Drehmasse, Länge und zulässige Geschwindigkeit des Wagenzugs, Konstanten der Zugwiderstandsgleichung, Verzögerung der Betriebs- und der Vollbremung bzw. der zu benutzenden Bremsstufe, Ansprech-, Schwell- und Lösezeit der Bremse (Kap. 5), bei vorhandener Nutzbremsung der Anteilfaktor der elektrisch erzeugten Bremskraft für Verzögerungs- und Gefällebremsung und der Leistungsbedarf der Zugheizung.

Die Konstanten der Zugwiderstandsgleichung sind auf die Adaptationsgleichung zu beziehen (Kap. 3.3.7, Gl. (3.64)), die extern aus jeder beliebigen Widerstandsgleichung aufstellbar ist (Rechenprogramm benutzen).

### **Bremskraftdatei**

Bei Benutzung der Zugfahrtsimulation zur Ermittlung des Verschleißes der Reibmaterialien und der Erwärmung der mechanischen Bremse sind die Bremskraftkennlinien der benutzten Bremsbauarten und die Konstanten der Verschleiß- und Erwärmungsgleichung in einer speziellen Bremskraftdatei zu erfassen (Kap. 5).

### **Algorithmus des Rechenprogramms**

Die Variablen der Fernverkehrsfahrerschaubilder sind nur mittels Rechentechnik zu bestimmen. Die Rechenprogramme beruhen auf der Integration der Zugbeschleunigungsgleichung für die Fahrzustände „Zugfahrt mit Zugkraft“, „Zugfahrt mit Bremskraft“ und „Zugfahrt ohne Zug- und Bremskraft“ (Kap. 1.2.3, Gl. (1.8) bis (1.10)). Die Integration erfolgt mit den in Kap. 2.3.3 behandelten Mikroschrittverfahren. Die Rechenprogramme enthalten spezielle Steueralgorithmen, um an Schnittstellen den weiteren Ablauf der Berechnung selbsttätig zu bestimmen.

Die Rechenprogramme sind um Programmteile zu erweitern, mit denen bei Bedarf nach jedem Mikroschritt die aktuellen Werte von Zugkraftarbeit, Energieverbrauch, Temperatur und Verschleiß bestimmbar sind.

Zur Verkleinerung des Modell-Realitätsfehlers ist möglichst das Auf- und Abregeln der Zugkraft (Kap. 1.4) und das Berechnen der effektiven Längsneigung auf der Grundlage des homogenen Massenbands (Kap. 3.1.2) einzubeziehen.

Im Unterschied zum Nahverkehrsfahrtschaubild wird die Zugbewegung fortlaufend den aktuellen Werten der Streckendatei angepasst. Dadurch treten weitere **Bewegungsabschnitte** in Erscheinung:

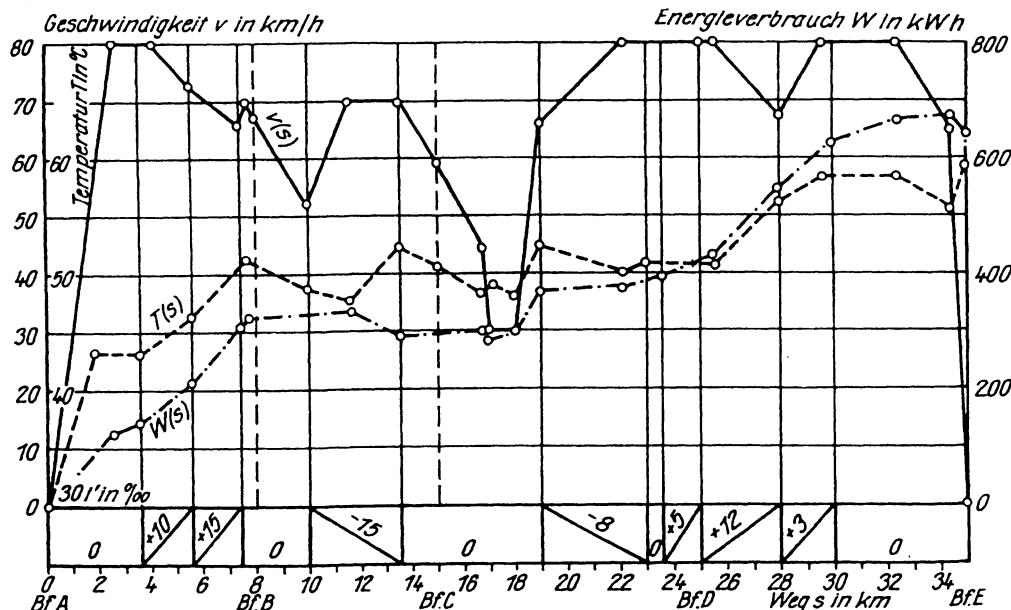
- der Geschwindigkeitsabfall in der Steigung,
- die Geschwindigkeitszunahme nach dem Verlassen der Steigung,
- Zwischenabschnitte des Auslaufs bzw. Abrollens und
- Abschnitte der Weg- und Geschwindigkeitszielbremsung zur Anpassung an einen sich ändernden  $v_{zul}$ -Wert (Kap. 5.3.4).

Es ist auch möglich, die Tätigkeit der automatischen Fahr- und Bremssteuerung (AFB) der Züge des Hochgeschwindigkeitsverkehrs einzubeziehen (Kap. 5.3.5).

### Dialogfreie Programme

Die Zugfahrt des Fernverkehrs ist dialogfrei zu berechnen, wenn auf den Auslauf bzw. das Abrollen verzichtet wird. Man erhält die **kürzeste Fahrzeit**, den **maximalen Energieverbrauch** und den maximalen Verschleiß der mechanischen Bremsen.

Die kürzeste Fahrzeit ist Grundlage der Festlegung der **Fahrplan-Fahrzeiten**. Zur kürzesten Fahrzeit werden **Zeitzuschläge** gewährt. Sie umfassen einen Grundzuschlag von 3 % bei den Reisezügen und von 5 % bei den Güterzügen sowie die Zeitzuschläge für Langsam-Fahrstellen (La-Zuschläge). Außerdem werden der Ermittlung der kürzesten Fahrzeit nur 90 % der Zugkraftwerte des Zugkraftdiagramms zugrunde gelegt. Die **Fahrzeitreserve** dient dem Ausgleich des Zeitbedarfs für nicht planbare Unregelmäßigkeiten.



**Bild 6.5**

Fernverkehrsfahrtschaubild eines Güterzugs mit elektrischer Lokomotive  
(Kennlinien der Geschwindigkeit  $v(s)$ , des Energieverbrauchs  $W(s)$  und der Motortemperatur  $T(s)$ )

Das dialogfreie Berechnen der Zugfahrt des Fernverkehrs mit Berücksichtigung des Auslaufs bzw. Abrollens ist möglich, wenn dafür ersatzweise das Nahverkehrsfahrtschaubild benutzt wird. Die Streckendatei ist so zu verändern, dass sie zu jedem Haltestellenabschnitt den Abstand  $L_H$ , die mittlere Längsneigung  $i_m$ , die zulässige Geschwindigkeit, den zur kürzesten Fahrzeit gewährten Fahrzeitzuschlag  $\Delta t_{zu}$  und die Gesamtzahl der zu berechnenden Haltestellenabschnitte enthält. Man erhält überschlägliche Ergebnisse.

### Programme mit Rechner-Bediener-Dialog

Die Einbeziehung des Auslaufs bzw. Abrollens oder das Reduzieren der Fahrstufen der Zugkraft auf Abschnitten, für die der Rechner selbsttätig die maximale Fahrstufe wählen würde, ist nur im Rechner-Bediener-Dialog möglich. Vor dem Start bzw. bei jeder Unterbrechung ist der nächste Wegpunkt einzugeben, an dem der Dialog gewünscht wird. Nach erfolgter Unterbrechung ist die für den nächsten Abschnitt zu benutzende Fahrstufe bzw. Auslauf/Abrollen einzugeben.

Bild 6.5 zeigt das im Rechner-Bediener-Dialog erstellte Fernverkehrsfahrtschaubild. Die nicht-linearen Kurven wurden zur Vereinfachung der Darstellung durch Geraden ersetzt.

### 6.3.2 Zugkraftarbeit, Kraftstoff- und Energieverbrauch

Zugkraftarbeit, Kraftstoff- und Energieverbrauch des Fernverkehrs sind überschläglich zu berechnen, wenn die kinematischen Variablen des Fahrschaubilds bekannt sind.

#### Zugkraftarbeit

Die gesamte Zugfahrt ist in Fahrabschnitte von Zughalt zu Zughalt zu unterteilen. Die Zugkraftarbeit ist für jeden Haltestellenabstand  $L_H$  zu berechnen und zum Gesamtwert der Zugfahrt zu summieren. Im Unterschied zum Nahverkehrsfahrtschaubild sind bei der Berechnung der Zugkraftarbeit des Fernverkehrsfahrtschaubild die Abschnitte „**Gefällebremsung**“ und „**Regulierungsbremsung**“ (Bremsung zur Regulierung der Fahrgeschwindigkeit) zusätzlich zu berücksichtigen.

Nach Gl. (6.25) beträgt die Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  eines  $L_H$ -Abschnitts:

$$W_{FT} = m_Z g (i_{mE} + f_{WZmE} + f_{VmE} + f_{BGLH} + f_{BR LH}) L_H \quad (6.31)$$

#### Bremskraftzahl der Gefällebremsung

Die Bremskraftzahl der Gefällebremsung des Einzelabschnitts  $f_{BG}$  (Maßeinheit 1) ist die Summe von mittlerer Neigung des Gefälles  $i_{mG}$  (Zahlenwert negativ) und Zugwiderstandszahl  $f_{WZG}$  für die Gefällegeschwindigkeit  $v_G$ . Die Bremskraftzahl des  $L_H$ -Abschnitts  $f_{BGLH}$  ist durch Summieren der Produkte ( $f_{BG} s_{BG}$ ) aller Gefällebremsungen und Bezugnahme auf  $L_H$  zu ermitteln ( $s_{BG}$  = Bremsweg der Gefällebremsung). Gefällebremskraftzahl des Einzelabschnitts  $f_{BG}$  und des  $L_H$ -Abschnitts  $f_{BGLH}$  betragen:

$$f_{BG} = -(i_{mG} + f_{WZG}) \quad (6.32)$$

$$f_{BGLH} = \frac{1}{L_H} \sum_1^z (f_{BGx} s_{BGx})_x$$

### Bremskraftzahl der Regulierungsbremse

Die Bremskraftzahl der Regulierungsbremse eines Abschnitts  $f_{BR}$  ergibt sich aus der Bremsverzögerung  $b_{Br}$  nach Abzug der mittleren Zugwiderstandszahl der Regulierungsbremse  $f_{WZR}$  und der mittleren Neigung  $i_{mR}$  des Regulierungsbremswegs  $s_{BR}$  (Steigung positiv, Gefälle negativ). Die Variable  $f_{WZR}$  ist mit der mittleren Geschwindigkeit des Regulierungsbremseabschnitts zu berechnen (arithmetisches Mittel aus Anfangs- und Endwert). Die Bremskraftzahl des  $L_H$ -Abschnitts  $f_{BR LH}$  ist durch Summieren der Produkte ( $f_{BR} s_{BR}$ ) aller Regulierungsbremse und Bezugnahme auf  $L_H$  zu ermitteln ( $s_{BR}$  = Bremsweg der Regulierungsbremse).

Regulierungsbremskraftzahl des Einzelabschnitts  $f_{BR}$  und des  $L_H$ -Abschnitts  $f_{BR LH}$ :

$$f_{BR} = \xi_Z \frac{b_{Br}}{g} - (f_{WZR} + i_{mR}) \quad (6.33)$$

$$f_{BR LH} = \frac{1}{L_H} \sum_1^z (f_{BGx} s_{BRx})_x \text{ mit } s_{BR} = \frac{v_A^2 - v_E^2}{2 b_{Br}}$$

$v_A, v_E$  Anfangs- und Endgeschwindigkeit der Regulierungsbremse in m/s

### Kraftstoffverbrauch

Der Kraftstoffverbrauch  $B_{ges}$  ist mit Gl. (6.27) aus der Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  zu berechnen. Die Leerlaufzeit des Motors  $t_{leer}$  des  $L_H$ -Abschnitts geht aus den Daten des Fahrtschaubilds hervor.

### Elektroenergieverbrauch

Der Elektroenergieverbrauch  $W_{ges}$  ist mit Gl. (6.28) aus der Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  zu berechnen. Die Nutzbremsarbeit der Gefällebremse  $W_{NutzG}$  geht aus Gl. (6.30) hervor. Alle Gefällestrecken des  $L_H$ -Abschnitts mit Nutzbremsung sind einzubeziehen. Die Nutzbremsarbeit der Haltbremse  $W_{NutzH}$  ist mit Gl. (6.29) zu berechnen. Außerdem ist noch die Nutzbremsarbeit aller Regulierungsbremse  $W_{NutzR}$  vorhanden, die mit Gl. (6.29) zu ermitteln ist. Die Variable  $s_{34}$  ist durch den Bremsweg der Regulierungsbremse  $s_{BR}$  (Gl. (6.33)) zu ersetzen.

### Verkehrsarbeit

Die Leistung des Transportträgers Eisenbahn wird mit der Verkehrsarbeit im Zeitabschnitt bewertet. Die Verkehrsarbeit  $A_V$  dient auch als Bezugsgröße für die Berechnung des spezifischen Energie- und Kraftstoffverbrauchs. Sie ist das Produkt von Beförderungsmasse und Beförderungsstrecke bzw. von beförderten Plätzen/Personen und Beförderungsstrecke. Die Verkehrsarbeit ist trotz ihrer Abhängigkeit von physikalischen Variablen keine physikalische Größe, sondern eine verkehrsstatistische Größe.

In Abhängigkeit von der benutzten Massevariante gilt für die Berechnung der Verkehrsarbeit:

Verkehrsarbeit des Zugs:  $A_{VZ} = m_Z L$  Ztkm (Zugtonnenkilometer) (6.34)

Brutto-Verkehrsarbeit:	$A_{VB} = m_W L$	Btkm (Bruttotonnenkilometer)
	$A_{VB} = z_{Pl} L$	Plkm (Platzkilometer)

Netto-Verkehrsarbeit:	$A_{VN} = m_{Lad} L$	Ntkm (Nettotonnenkilometer)
	$A_{VN} = z_P L$	Pkm (Personenkilometer)

Die Verkehrsarbeit wird auch in der Dimension  $10^3$  und  $10^6$  angegeben.

**Tabelle 6.1:**

Überschlägliche spezifische Energie- und Kraftstoffverbrauchswerte

Elektroenergieverbrauch am Stromabnehmer:

Reisezüge	30 bis 40 Wh/Btkm (Wechselstrom)
Güterzüge	20 bis 30 Wh/Btkm (Wechselstrom)
Stadtbahn	50 bis 60 Wh/tkm
Straßenbahn	80 bis 100 Wh/tkm
Zusätzlich für Zugheizung	8 bis 10 Wh/Btkm
Einsparung durch Nutzbremsung	5 bis 7 Wh/Btkm

Dieselkraftstoffverbrauch:

Reisezüge	8 bis 12 g/Btkm
Güterzüge	5 bis 10 g/Btkm
Zusätzlich für Zugheizung	2 bis 4 g/Btkm

Symbole und Maßeinheiten zu Gl. (6.34)

$m_Z$	Zugmasse in t	$z_{Pl}$	Anzahl der Plätze im Zug
$m_W$	Wagenzugmasse in t	$z_P$	Anzahl der Personen im Zug
$m_{Lad}$	Ladegutmasse des Zugs in t	L	Beförderungsstrecke in km

### Spezifischer Energie- und Kraftstoffverbrauch

Der spezifische Energie- und Kraftstoffverbrauch  $w_{spez}$  bzw.  $b_{spez}$  wird durch Bezugnahme des absoluten Verbrauchs  $W_{ges}$  bzw.  $B_{ges}$  auf die Verkehrarbeit berechnet:

$$w_{spez} = \frac{W_{ges}}{A_V} \quad \text{und} \quad b_{spez} = \frac{B_{ges}}{A_V} \quad (6.36)$$

Die Bezugnahme ist auf alle Varianten der Verkehrarbeit möglich. Im Regelfall wird die Brutto-Verkehrarbeit  $A_{VB}$  benutzt. Bei Triebwagenzügen ist  $A_{VB} = A_{VZ}$ , bei lokomotivbespannten Zügen  $A_{VZ} > A_{VB}$ . Die Verkehrarbeit des Zugs  $A_{VZ}$  wird für die Dimensionierung der Energieversorgungsanlagen als Bezugsgröße benutzt.

Die Maßeinheit des spezifischen Verbrauchs ist Wh/Btkm bzw. g/Btkm, aber auch kWh/10<sup>3</sup> Btkm bzw. kg/10<sup>3</sup> Btkm oder MWh/10<sup>6</sup> Btkm bzw. t/10<sup>6</sup> Btkm. Die Zahlenwerte sind gleich.

Die energetische Planung und Abrechnung erfolgt bei Schienenverkehrsunternehmen im Regelfall auf der Basis von spezifischen Energieverbräuchen, die mit der Bruttoverkehrarbeit  $A_{VB}$  (Btkm, außer Eisenbahn auch tkm) oder (Plkm) berechnet worden sind. Der spezifische Verbrauch berücksichtigt in diesem Fall alle fahrdynamischen Variablen (Gl. (6.31)) und bei lokomotivbespannten Zügen außerdem die Auslastung des Zugs.

Für den energetischen Vergleich von Verkehrssystemen sind spezifische Verbrauchswerte zu benutzen, die mit der Nettoverkehrarbeit  $A_{VN}$  (Ntkm) oder (Pkm) berechnet worden sind. In diesem Fall wird der Einfluss des Leichtbaugrads und der Auslastung der Fahrzeuge auf den Verbrauch einbezogen.

Tabelle 6.1 enthält überschlägliche spezifische Verbrauchswerte. Der Elektroenergieverbrauch ist auf den Stromabnehmer bezogen.

### Berechnungsbeispiel 6.11

Für die Fahrt eines Schnellzugs ist der spezifische Energieverbrauch (elektrische Lokomotive) und der spezifisch Kraftstoffverbrauch (Diesellokomotive) zu berechnen.

Gegebene Werte:

Lokomotivmasse  $m_L = 80 \text{ t}$ , Wagenzugmasse  $m_W = 400 \text{ t}$  und Zugmasse  $m_Z = 480 \text{ t}$

Fahrstrecke  $L_H = 50 \text{ km}$ , mittlere Geschwindigkeit  $v_m = 80 \text{ km/h}$ , Fahrzeit  $t_H = 2250 \text{ s}$

Elektrische Lokomotive: Antriebssystem-Wirkungsgrad  $\eta_A = 0,88$ , Hilfsleistung  $P_{Hi} = 200 \text{ kW}$

Diesellokomotive:  $\eta_A = 0,30$ , Kraftstoffheizwert  $h_K = 42,7 \text{ kJ/g}$ , Leerlauf  $b_{leer} = 5 \text{ g/s}$ ,  $t_{leer} = 60 \text{ s}$

Energetisch wirksame Längsneigung, Gl. (6.22),  $i_{mE} = 2 \text{ ‰}$

Energetisch wirksame Zugwiderstandszahl, Gl. (6.23)  $f_{WZmE} = 5 \text{ ‰}$

Energetisch wirksame Verzögerungszahl der Haltbremsung, Gl. (6.24),  $f_{VmE} = 1,0 \text{ ‰}$

Keine Heizung, keine Nutzbremsung und keine Regulierungsbremse.

Lösungsweg und Lösung:

Zugkraftarbeit, Gl. (6.31)

$$W_{FT} = 480 \cdot 9,81 \cdot (0,002 + 0,005 + 0,001 + 0 + 0) \cdot 50000 = 1,884 \cdot 10^6 \text{ kJ}$$

Gesamtverbrauch von Elektroenergie am Stromabnehmer, Gl. (6.28)

$$W_{ges} = 1/3600 \cdot [1,884 \cdot 106 / 0,88 + (200 + 0) \cdot (2250 + 0)] - 0 - 0 = 720 \text{ kWh}$$

Bruttoverkehrsarbeit, Gl. (6.34)

$$A_{VB} = m_W L_H = 400 \cdot 50 = 20000 \text{ Btkm}$$

Spezifischer Energieverbrauch, Gl. (6.35)

$$w_{spez} = W_{ges} / A_{VB} = 720000 / 20000 = 36 \text{ Wh/tkm}$$

Gesamtverbrauch an Kraftstoff, Gl. (6.27)

$$B_{ges} = 1,884 \cdot 106 / (0,30 \cdot 42,7) + 5,0 \cdot 60 + 0 = 147373 \text{ g}$$

Spezifischer Kraftstoffverbrauch, Gl. (6.35)

$$b_{spez} = B_{ges} / A_{VB} = 147373 / 20000 = 7,4 \text{ g/Btkm}$$

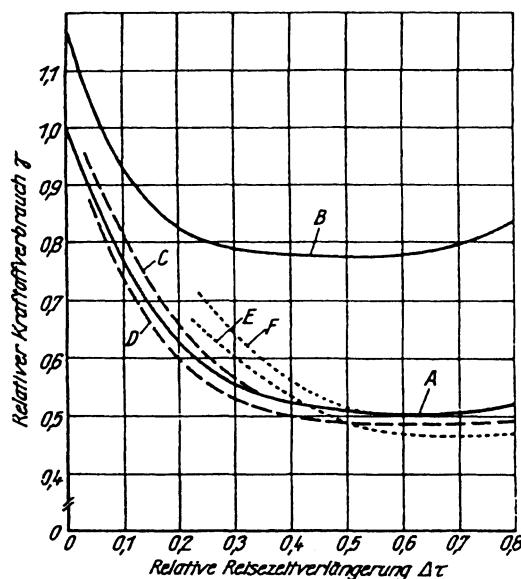
### 6.3.3 Energieoptimale Fahrstrategie

Der Energieverbrauch einer Zugfahrt ist von gegebener Fahrzeit und benutzter Fahrstrategie abhängig (Bild 6.6). Für die Wirtschaftlichkeit der Zugförderung ist das Problem, eine Zugfahrt so zu planen und durchzuführen, dass der Energieverbrauch minimal ist, bedeutungsvoll.

#### Einflussgrößen

Bild 6.6 zeigt den Einfluss der Variablen Soll-Fahrzeit und Fahrstufe auf den Energieverbrauch einer Zugfahrt. Die wichtigste, den Verbrauch beeinflussende Variable ist die Soll-Fahrzeit, die im Diagramm als unabhängige Variable gewählt wurde.

Der maximale Verbrauch ist bei der minimalen Fahrzeit vorhanden (Fahren ohne Auslauf/Abrollen). Wird die Sollfahrzeit verlängert, sinkt der Verbrauch. Die Verbrauchs-Zeit-Kurve hat ein Minimum. Bei weiterer Vergrößerung der Soll-Fahrzeit steigt der Verbrauch wieder an. Der Wiederanstieg ist durch den Verbrauch der Hilfseinrichtungen und der Zugheizung begründet, der mit der Fahrzeit proportional zunimmt.

**Bild 6.6**

Relativer Kraftstoffverbrauch  $\gamma$  in Abhängigkeit von der Verlängerung der relativen Reisezeit  $\Delta\tau$  für die Fahrt eines Personenzugs über eine Strecke  $L_H = 4000$  m nach Fahrschaubildvariante Nr. 3

$$\gamma = B_{\text{ges}} / B_{\text{ges min}} \text{ und } \Delta\tau = (t_R - t_{R \text{ min}}) / t_{R \text{ min}}$$

A maximale Fahrstufe

B maximale Fahrstufe und Zugheizung

C 86 % Nennleistung bei gleichem  $\eta_A$

D 86 % Nennleistung bei 10 % Wirkungsgradverbesserung

E 43 % Nennleistung bei gleichem  $\eta_A$

F 43 % Nennleistung bei 10 % Wirkungsgradverschlechterung

Im Regelfall liefert das Benutzen der maximalen Fahrstufe einen kleineren Verbrauch. Verbessert sich der Wirkungsgrad des Antriebssystems  $\eta_A$  in Teillast-Fahrstufen, kann gegenüber dem Fahren mit der maximalen Fahrstufe eine Reduzierung des Verbrauchs eintreten.

Dem Bild 6.6 liegt die Fahrschaubildvariante Nr. 3 zugrunde (Anfahren – Auslaufen – Bremsen). Die Fahrschaubildvariante Nr. 2 (Anfahren – Beharrungsfahrt mit reduziertem  $v_{zul}$ -Wert – Bremsen) liefert im Regelfall einen höheren Energieverbrauch zur gleichen Fahrzeit. Wenn die für die Beharrungsfahrt benutzte Fahrstufe eine besseren Wirkungsgrad des Antriebssystems als die maximale Fahrstufe hat, ist auch der umgekehrte Fall möglich.

### Optimale Zugkraftarbeit des einzelnen Fahrschaubilds

Bild 6.7 zeigt für Fahrschaubild Nr. 3 und Bild 6.8 für Fahrschaubild Nr. 4 den Einfluss der Wahl der Abschaltgeschwindigkeit  $v_1$  (Nr. 3) bzw. des Abschaltwegpunkts  $s_2$  (Nr. 4) auf die Zugkraftarbeit. Die Zugkraftarbeit nimmt über der Fahrzeit ab. Die Wahl des optimalen Abschaltzeitpunkts des Antriebs, bei dem die Soll-Fahrzeit eingehalten wird bzw. der Zug nicht schon vor Plan ankommt, hat einen beachtlichen Einfluss auf den Energieverbrauch.

Da bereits 1 Sekunde Abweichung vom richtigen Abschaltzeitpunkt über die Höhe des Verbrauchs entscheidet, ist der Triebfahrzeugführer überfordert. Deshalb ist das Ermitteln und Ausführen des richtigen Abschaltens dem Bordrechner zu übertragen.

### Optimale Zugkraftarbeit der gesamten Zugfahrt

Die optimale Zugkraftarbeit der gesamten Zugfahrt ist nicht die Addition optimaler Zugkraftarbeiten unabhängiger Haltestellenabstände oder Fahrabschnitte. Die einzelnen Haltestellenabstände und Fahrabschnitte sind durch den Fahrplan in der Zeit miteinander verknüpft. Die an einer Schnittstelle festgestellte Verspätung muss über die sich anschließenden Schnittstellen hinweg abgebaut werden. Ebenfalls muss das Fahren vor Plan ausgeglichen werden.

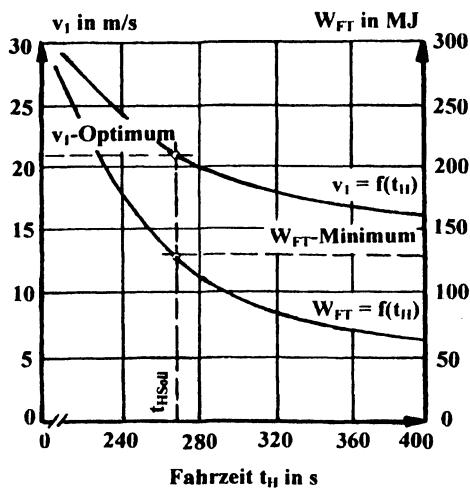


Bild 6.7

Abschaltgeschwindigkeit  $v_1$  und Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  in Abhängigkeit von der Fahrzeit  $t_H$  für Fahrtschaubildvariante Nr. 3

(Fahrt eines Personenzugs, Abstand der Haltestellen  $L_H = 4000$  m)

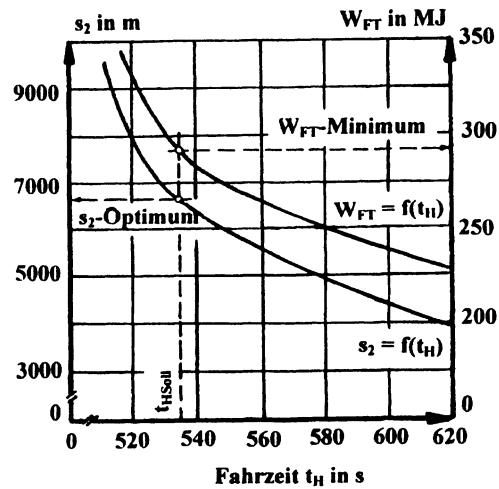


Bild 6.8

Abschaltwegpunkt  $s_2$  und Zugkraftarbeit  $W_{FT}$  in Abhängigkeit von der Fahrzeit  $t_H$  für Fahrtschaubildvariante Nr. 4

(Fahrt eines Personenzugs, Abstand der Haltestellen  $L_H = 10000$  m,  $v_{zul} = 80$  km/h)

Die optimale Zugkraftarbeit der gesamten Zugfahrt ist unter Beachtung der zeitlichen Wechselwirkung zu ermitteln.

Die Gesamtzeit der Zugfahrt ohne den Haltezeiten  $t_{F\text{ ges}}$  (reine Fahrzeit) setzt sich aus den reinen Teilstreckenzeiten der  $n$  Haltestellenabschnitte  $t_{H1} \dots t_{Hn}$  zusammen.

$$t_{F\text{ ges}} = t_{H1} + t_{H2} + t_{H3} + \dots + t_{Hn} \quad (6.36)$$

Die gegebene Gesamtzeit  $t_{F\text{ ges}}$  ist so auf die  $n$  Haltestellenabstände oder Fahrabschnitte aufzuteilen, dass die Zugkraftarbeit der gesamten Zugfahrt optimal wird. Für die Lösung dieser Aufgabe wird von Vollenwyder ein Verfahren empfohlen, das auf der Aufstellung der Arbeits-Zeit-Kurven aller Haltestellenabstände bzw. Fahrabschnitte beruht. Die Kurven sind Hyperbeln. Bild 6.9 zeigt die Arbeits-Zeit-Kurven  $W_{FT} = f(t_H)$ .

Auf der Grundlage des leistungsbezogenen Arbeitsintegrals (Kap. 1.3.3) ist aus der Funktion  $W_{FT} = f(t_H)$  die Leistung der Gesamtwiderstandskraft des Abschnitts  $P_{FW}$  zu berechnen:

$$P_{FW} = \frac{dW_{FT}}{dt_H} = \tan \alpha \quad (6.37)$$

Die Leistung der Gesamtwiderstandskraft  $P_{FW}$  ist der Anstieg der Tangente der Kurve  $W_{FT}(t_H)$  bei der Fahrzeit  $t_H$ . Je größer  $P_{FW}$  bzw. je steiler die Tangente ist, desto größer ist die Effektivität der Energieeinsparung durch Fahrzeitverlängerung. Die Gesamtzeit  $t_{F\text{ ges}}$  ist so aufzuteilen, dass die Leistung der Gesamtwiderstandskraft aller Abschnitte  $P_{FWn} = \text{konstant}$  ist.

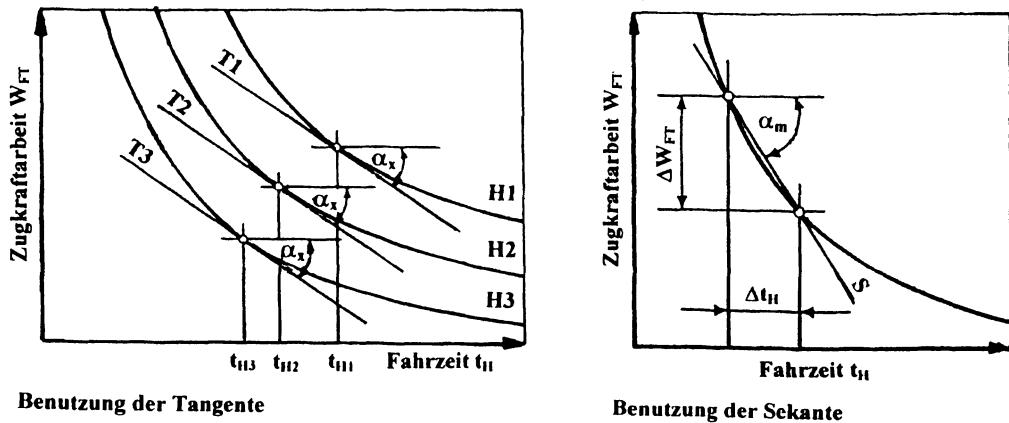


Bild 6.9

Energetisch optimale Aufteilung der Sollfahrzeit  $t_{F\text{ ges}}$  auf einzelne Haltestellenabstände mittels gleicher Tangenten und näherungsweise Benutzung gleicher Sekanten

$H_1, H_2$  und  $H_3$ : Kennlinien  $W_{FT} = f(t_H)$  der Haltestellenabstände 1, 2 und 3

$T_1, T_2$  und  $T_3$ : Tangenten gleicher Neigung der Kurven  $H_1, H_2$  und  $H_3$

$t_{H1}, t_{H2}$  und  $t_{H3}$ : energetisch optimale Fahrzeiten der Haltestellenabstände 1, 2 und 3

S Sekante mit dem mittleren Neigungswinkel  $\alpha_m$

Bedingung der energieoptimalen Fahrzeitaufteilung:

$$P_{FW} = P_{FW1} = P_{FW2} = P_{FW3} = \dots = P_{FWn} = \text{kons tan } t \quad (6.38)$$

Diese Gesetzmäßigkeit kann sowohl für die Aufstellung energieoptimaler Fahrpläne als auch zur operativen energetischen Optimierung des Zuglaufs benutzt werden.

Für die praktische Anwendung ist der Differentialquotient durch den Differenzenquotienten zu ersetzen und die Zeitdifferenz  $\Delta t_H = 1$  s zu wählen:

$$P_{FW} = \frac{\Delta W_{FT}}{\Delta t_H} \quad (6.39)$$

Die aufzuteilende Reservefahrzeit  $\Delta t_{F\text{ ges}}$  ist die Differenz zwischen der Fahrzeit des Fahrplans und der kürzesten Fahrzeit der Gesamtstrecke. Beginnend mit  $t_{H\text{ min}}$  werden in 1-Sekunden-Schritten zu allen  $W_{FT}(t_H)$ -Kurven die  $P_{FW}$ -Werte berechnet und der Größe nach sortiert. Vom größten  $P_{FW}$ -Wert an werden der sortierten Menge der Reihe nach so viele  $P_{FW}$ -Werte entnommen, bis die Reservefahrzeit  $\Delta t_{F\text{ ges}}$  erfüllt ist. Es erfolgt die anteilmäßige energieoptimale Zuweisung der Reservefahrzeit an die einzelnen Haltestellenabstände bzw. Bewegungsabschnitte.

### Praktische Anwendung

Die praktische Anwendung der Theorie der energieoptimalen Zugförderung begann bei der DR ab 1980 mit der Aufstellung von Fahrinformatoren für den Triebfahrzeugführer und mit der energetischen Überarbeitung der Fahrpläne. Sie wurde mit der Installation von Bordrechnern als Auswahl- und Anzeigegeräte fortgesetzt. Heute ist die Einbindung in die Triebfahrzeug- und Zugleittechnik möglich.

## 6.4 Zugfahrtschreiberdiagramme

Die Triebfahrzeuge der Eisenbahn sind mit Zugfahrtschreibern ausgerüstet, mit denen die wichtigsten Daten der Zugfahrt erfasst werden. Bild 5.10 zeigt das vom Auswertegerät ausgegebene Diagramm der kinematischen Variablen der Fahrt eines ICE-Hochgeschwindigkeitszugs. Die Datenausgabe erfolgt auch digital. Tabelle 6.1 enthält die zur Betriebsbremsung am Ende der Zugfahrt ausgegebenen Daten (nur jeder zweite Datensatz wurde berücksichtigt).

Bei 449,835 km wird der Fahrantrieb abgeschaltet, bei 452,035 km der entwickelte Bremsabschnitt erreicht, bei 457,48 km endet die Betriebsbremsung mit der Automatischen Fahr- und Bremssteuerung (AFB), danach wird bis 458,28 km beschleunigt und zuletzt von Hand bis zum Zughalt gebremst.

Moderne Straßenbahnen haben Kurzwegschreiber, mit denen die Fahrdaten und die unfallrelevanten Bedienungsdaten aufgezeichnet und für die letzten 2000 m Wegstrecke gespeichert werden. Bild 6.10 zeigt das vom Auswertegerät ausgegebene Fahrschaubild sowie die Signalstreifen verschiedener Bedienungshandlungen. Daraus ist ablesbar, an welchem Wegpunkt der Fahrantrieb abgeschaltet, die Betriebsbremsung eingeleitet und in diesem Fall in die Gefahrenbremsung übergegangen wurde.

Die Daten der Zugfahrtschreiber ermöglichen nicht nur die Rekonstruktion von Unfällen, sondern auch fahrdynamische Analysen von Zugfahrten in vielfältiger Art. Simulierte optimale Fahrschaubilder (Energieverbrauch, Bremsenverschleiß) können mit den tatsächlichen Fahrschaubildern verglichen werden. Die theoretischen Grundlagen und Methoden der fahrdynamischen Analysen sind in Kapitel 2 behandelt.

**Tabelle 6.1**

Daten des Zugfahrtschreibers von der Betriebsbremsung des ICE 1 am Schluss der Zugfahrt

Weg km	Uhrzeit	v km/h	Weg km	Uhrzeit	v km/h	Weg km	Uhrzeit	v km/h
449,835	22: 24: 17	195	455,345	22: 26: 18	117	457,990	22: 28: 39	56
452,035	22: 24: 59	185	455,595	22: 26: 26	111	458,130	22: 28: 48	58
452,335	22: 25: 05	177	455,795	22: 26: 33	104	458,280	22: 28: 57	62
452,535	22: 25: 09	174	455,945	22: 26: 38	97	458,580	22: 29: 15	61
452,735	22: 25: 13	170	456,095	22: 26: 44	90	458,915	22: 29: 41	56
453,035	22: 25: 20	163	456,245	22: 26: 50	82	459,255	22: 30: 03	53
453,335	22: 25: 26	156	456,345	22: 26: 55	75	459,315	22: 30: 08	46
453,635	22: 25: 34	148	456,495	22: 27: 02	68	459,395	22: 30: 15	40
453,935	22: 25: 41	140	456,795	22: 27: 19	62	459,485	22: 30: 23	34
454,235	22: 25: 49	133	456,940	22: 27: 28	58	459,555	22: 30: 32	27
454,435	22: 25: 55	129	457,170	22: 27: 42	52	459,585	22: 30: 37	18
454,835	22: 26: 03	126	457,480	22: 28: 04	50	459,600	22: 30: 41	9
455,035	22: 26: 09	121	457,850	22: 28: 30	54	459,610	22: 30: 49	0

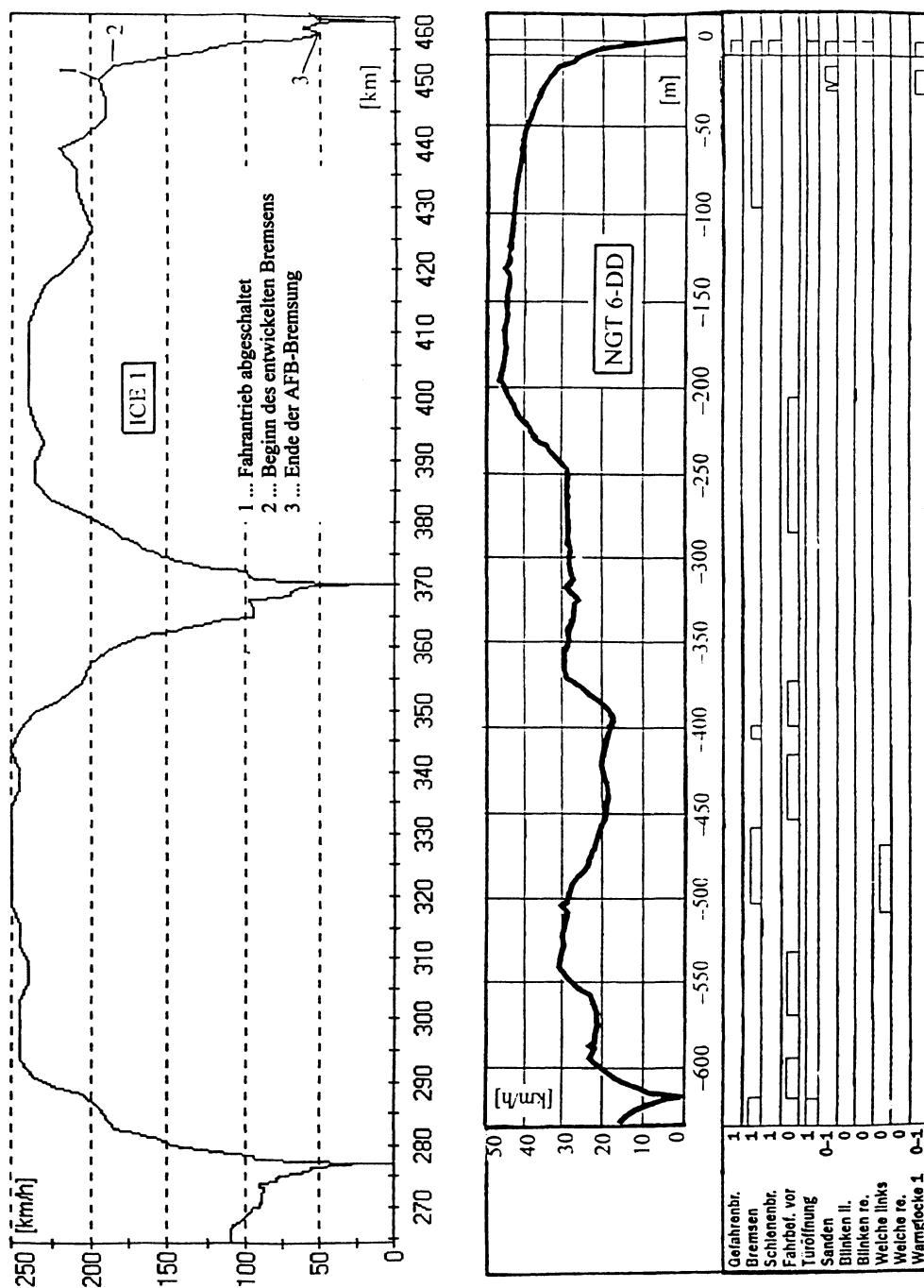


Bild 6.10: Zugfahrtschreiberdiagramme vom Hochgeschwindigkeitszug ICE 1 (Eisenbahnbundesamt) und vom Straßenbahn-Gelenktriebwagen NGT 6-DD (Verkehrsbetriebe Dresden, DNN vom 04.04.03)

## 6.5 Fahrdynamische Unfallanalyse

### Aufgabenstellung

Im Schienenverkehr ereignen sich Kollisionsunfälle zwischen Zügen und Kraftfahrzeugen oder Fußgängern, weil sie sich entweder im Gleisbereich befinden oder weil sich die Bewegungsbahnen kreuzen. Für die Klärung der Schuldfrage des Triebfahrzeugführers werden Geschwindigkeit des Zugs und Weg-Zeit-Koordinaten der Reaktionsaufforderung und der tatsächlichen Reaktion benötigt. Bei Abweichungen vom vorgeschriebenen Verhalten (Reaktionszeit, Geschwindigkeit, Bremsbedienung) ist zu untersuchen, welchen Einfluss die Abweichungen auf das Unfallgeschehen hatten (Vermeidbarkeitsbetrachtung).

Die Unfallanalyse erfolgt mit Methoden und physikalischen Beziehungen der Fahrdynamik.

### Voraussetzungen

Nach dem Kollisionsunfall eines Zugs ist im Regelfall der Kollisionspunkt auf dem Gleiskörper  $K_{G1}$  und am Zug  $K_{Zg}$  sowie die Endposition des Bugs des Zugs auf dem Gleis  $E_{Bg}$  bekannt. Ist der Kollisionspartner ein Fahrzeug oder Lastzug, wird dessen Länge und die Lage des Kollisionspunktes  $K_{Kfz}$  auf der Längsseite ermittelt. Diese Daten werden in eine maßstäbliche Unfallskizze eingetragen (Maßstab im Regelfall 1 : 200).

Wichtige, der Unfallskizze für die fahrdynamische Unfallanalyse zu entnehmende Maße sind der Abstand der Punkte  $K_{G1}$  und  $E_{Bg}$  im Gleis, der Abstand des Punktes  $K_{Zg}$  von der linken (Unfallpartner kam von rechts) oder rechten Längslinie des Zugs (Unfallpartner kam von rechts) auf der Oberfläche und der Abstand des Punktes  $K_{Kfz}$  vom Heck des Kraftfahrzeugs (Bild 6.12). Außerdem muss die Geschwindigkeit des Kollisionspartners gegeben sein.

Die fahrdynamischen Berechnungen sind auf den Bug des Zugs zu beziehen.

### Bewegungskennlinien

Die Bewegungskennlinien des Zugs  $s = f(t)$  und  $v = f(t)$  sind rückwärts mit dem Anfangspunkt des Zughalts ( $t = 0$ ;  $s = 0$ ;  $v = 0$ ) und dem Endpunkt der Reaktion zu ermitteln. Das ist mit den Daten des Zugfahrtsschreibers und durch Berechnung möglich. Wegen der Verbindung beider Unfallpartner durch die Zeit ist die Zeit als unabhängige Variable zu wählen.

Bild 6.10 und Tabelle 6.1 zeigt die Auswerteergebnisse der Aufzeichnungen des Zugfahrtsschreibers. Sie sind für den Anhalteabschnitt in Abhängigkeiten bzw. Kennlinien  $s = f(t)$  und  $v(t)$  zu überführen. Die  $s;v;t$ -Stützstellen sind mit Gl. (2.11) des Kap. 2.2.1 abschnittsweise in  $s;v;t$ -Stützstellen zu erweitern. Dabei ist die Genauigkeit 1/100 s anzustreben.

Mit den vom Zugfahrtsschreiber ausgegebenen  $s_B;v_0$ -Variablen des Bremsbeginns wird mit Gl. (5.52) und (5.53) des Kap. 5.3.2.2 (zweiteiliges Bremsablaufmodell) oder Gl. (5.93) und (5.94) des Kap. 5.4.1 (dreiteiliges Bremsablaufmodell) die entwickelte Verzögerung  $b_E$  berechnet. Für Ansprechen und Schwellen sind die normativen Zeiten des Kap. 5.2.5 zu verwenden.

Liegen keine Daten des Zugfahrtsschreibers vor, ist die Kennlinienberechnung  $s = f(t)$  und  $v = f(t)$  nach Kapitel 5.3.2 vorzunehmen. Für Straßenbahnen und Bremsart I über 50 km/h ist das zweiteilige, anderenfalls das dreiteilige Bremsablaufmodell zu benutzen. Bei Halt im Schwellabschnitt sind Parametervariation und Vergleich mit bekannten Variablen anzuwenden.

Geht die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0$  nicht aus Aufzeichnungen hervor, muss sie mit Hilfe des Abstands zwischen Beginn der Schleifspur der Bremsschuhe der Magnetschienen-

bremse sowie der Streuspur der Sandstreuvorrichtung und der Endlage der Buglinie des Zugs berechnet werden. Aus diesen Abständen ist der entwickelte Bremsweg  $s_E$  unter Beachtung der Längendifferenz zwischen erster und letzter Einrichtung im Zug und zum Bug abzuleiten. Entwickelter Bremsweg  $s_E$  und entwickelte Verzögerung  $b_E$  werden in die nach  $v_0$  umgestellte Gl. (5.51) des Kap. 5.3.2.2 eingesetzt.

Die Bewegungskennlinien  $s = f(t)$  und  $v = f(t)$  sind auch für den Unfallpartner, das Kraftfahrzeug oder den Fußgänger, aufzustellen.

### **Weg-Zeit-Diagramm**

Mit den Bewegungslinien  $s = f(t)$  und  $v = f(t)$  beider Unfallpartner ist das Weg-Zeit-Diagramm des Unfallablaufs aufzustellen. Als Koordinatenursprung ist der Kollisionspunkt mit  $t = 0$  und  $s = 0$  zu wählen. Die Abszisse links vom Koordinatenursprung wird mit dem Weg des Zugs und die Abszisse rechts mit dem Weg des zweiten Unfallpartners, aber auch des Zugs nach der Kollision, belegt. Der Wegmaßstab beider Unfallpartner kann unterschiedlich sein. Er ist nach den Geschwindigkeiten zu wählen. Die Ordinate wird mit der Zeit belegt. Die Ordinate unter dem Kollisionspunkt wird mit der Zeit vor der Kollision und die Ordinate über dem Kollisionspunkt mit der Zeit nach der Kollision belegt.

Bild 6.11 zeigt das Weg-Zeit-Diagramm. Die Kennlinien  $s = f(t)$  beider Kollisionspartner werden in das Weg-Zeit-Diagramm übertragen. Die Bewegung des zweiten Kollisionspartners endet im Regelfall am Unfallort. Den Nullpunkt für Weg und Zeit des Zugs erhält man mit dem Abstand  $s_{KE}$  der Punkte  $K_{GI}$  und  $K_{BG}$  und mit der zum Abstand gehörenden Zeit  $t_{KE}$  (Bild 6.12).

### **Auswertung**

Anhand des Weg-Zeit-Diagramms ist über die gleiche Zeit ermittelbar, welche Position der eine Partner bei einer bestimmten Position des anderen Partners einnahm. Ist die Entfernung der vom zweiten Partner gesetzten Reaktionsaufforderung vom Kollisionsort bekannt, kann dazu der Abstand des Zugs abgelesen und mit der Lage des Reaktionspunktes des Triebfahrzeugführers verglichen werden. Umgekehrt besteht auch die Möglichkeit, der Reaktion des Triebfahrzeugführers die Position des zweiten Unfallpartners zuzuordnen. Die Kennlinie  $v = f(t)$  liefert in Ergänzung die Geschwindigkeit in der jeweiligen Position.

### **Absolute Vermeidbarkeit**

Die Untersuchung der absoluten Vermeidbarkeit beinhaltet die Ermittlung folgender Variablen:  
Die Geschwindigkeit, die der Zug hätte höchstens fahren dürfen, um am Hindernis oder an der Bewegungslinie des Unfallpartners anzuhalten und fallweise

die Reaktionszeit des Triebfahrzeugführers, bei der der Zug am Hindernis oder an der Bewegungslinie des Unfallpartners zum Stehen kommt.

Die Zeit  $t_{KE}$  zwischen den Punkten  $K_{GI}$  und  $E_{Zg}$  ist die notwendige Reaktionszeitverkürzung. Die Geschwindigkeit  $v_{0\ abs}$  ist mit der Gleichung des Anhaltewegs zu bestimmen. Der Anhalteweg  $s_{Anh}$  ist um den Abstand  $s_{KE}$  zwischen den Punkten  $K_{GI}$  und  $E_{Bg}$  zu verkürzen (Bild 6.12). Beim zweiteiligen Bremsablaufmodell ist die Umstellung der  $s_{Anh}$ -Gleichung nach  $v_{0\ abs}$  möglich. Beim dreiteiligen Bremsablaufmodell ist  $v_{0\ abs}$  durch Variation der Geschwindigkeit zu ermitteln.

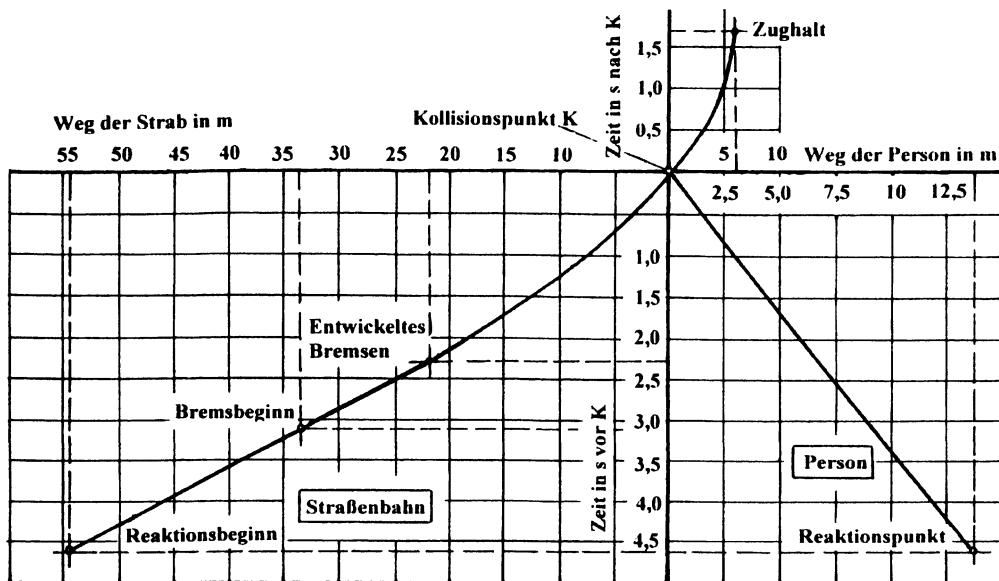


Bild 6.11: Weg-Zeit-Diagramm des Kollisionsunfalls zwischen einer Straßenbahn und einer Person, untersucht in Berechnungsbeispiel 6.11

### Relative Vermeidbarkeit

Die Bremsanfangsgeschwindigkeit der relativen Vermeidbarkeit beruht auf der Zeit, die der Zug hätte später am Unfallort sein müssen, damit der Kollisionspartner den Gleisbereich wieder verlassen konnte.

Der erforderliche Zeitverzug des Zugs  $t_{Verz}$  ist der Quotient von Seitenabstand  $l_{Seit}$  des Kollisionspunktes  $K_{Zg}$  nach links oder rechts je nach Bewegungsrichtung und der Querungsgeschwindigkeit  $v_Q$  der Person/des Kraftfahrzeugs (Bild 6.12). Beim Kollisionspartner Kraftfahrzeug ist der Weg um den Abstand  $K_{Kfz}$  bis Heck zu erweitern. Liegt  $K_{Zg}$  an der Längsseite, ist auch der Abstand bis zum Bug des Zugs zu berücksichtigen.

Die Anhaltezeit  $t_{Anh}$  ist um  $t_{Verz}$  zu verkürzen. Beim zweiteiligen Bremsablaufmodell ist die Umstellung der  $t_{Anh}$ -Gleichung nach  $v_0 \text{ rel}$  möglich. Beim dreiteiligen Bremsablaufmodell ist  $v_0 \text{ rel}$  durch Variation der Geschwindigkeit zu ermitteln.

Absolute und relative Bremsanfangsgeschwindigkeit des zweiteiligen Bremsablaufmodells:

$$v_{0abs} = \sqrt{[b_E(t_U + t_R)]^2 + 2b_E(s_{Anh} - s_{KE})} - b_E(t_U + t_R) \quad (6.40)$$

$$v_{0rel} = b_E(t_{Anh} - t_R - t_U - t_{Verz}) \quad (6.41)$$

### Berechnungsbeispiel 6.12

Ein Straßenbahnnzug nähert sich einem kreuzenden Weg. Hinter einer Sichtverdeckung kommt plötzlich eine Person von rechts hervorgerannt, um die Gleise zu queren. Trotz Gefahrenbremsung kommt es zur Kollision. Der Kollisionspunkt  $K_{Zg}$  liegt rechts an der Stirnfläche des Zugs. Gleisbezogener Kollisionspunkt  $K_{GI}$  und Endstellung des Bugs des Zugs  $E_{Bg}$  sind bekannt. Bild 6.12 zeigt die Situation.

Der Abstand der Punkte  $K_{Gl}$  und  $E_{Bg}$  beträgt  $s_{KE} = 5,2$  m, der Abstand des Punktes  $K_{Zg}$  von der linken Zugbegrenzungslinie (Zugbreite)  $I_{Seit}$  = 2,3 m und der Abstand zwischen dem Punkt der Reaktionsaufforderung R und dem Punkt  $K_{Gl}$  (Laufweg der Person)  $I_p = 13,8$  m.

Aus der Auswertung der Aufzeichnungen des Zugfahrtschreibers geht die Bremsanfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 50$  km/h (13,889 m/s) und der entwickelte Bremsweg  $s_E = 27,6$  m hervor. Für die ungebremste Zeit wird der BOStrab-Wert  $t_U = 0,842$  s (Kap. 5.3.2.2, Gl. (5.55)), für die Reaktionszeit entsprechend Unfallbedingungen  $t_R = 1,5$  s und für die Laufgeschwindigkeit der Person  $v_P = 3,0$  m/s gewählt ( $t_R$  und  $v_P$  nach Burg/Rau: Handbuch der Verkehrsunfallrekonstruktion, Verlag Ambs, Kippenheim 1981).

Die Vermeidbarkeit des Unfalls ist zu untersuchen.

Lösungsweg und Lösung mit dem zweiteiligen Bremsablaufmodell:

Entwickelte Bremsung, Gl. (5.51)

$$b_E = v_0^2 / (2 s_E) = 13,889^2 / (2 \cdot 27,6) = 3,495 \text{ m/s}^2 \text{ und } t_E = v_0 / b_E = 3,974 \text{ s}$$

Brems- und Anhaltevorgang, Gl. (5.49), (5.50)

$$t_B = t_E + t_U = 3,974 + 0,842 = 4,816 \text{ s und } t_{Anh} = t_R + t_B = 1,5 + 4,816 = 6,316 \text{ s}$$

$$s_B = v_0 t_U + s_E = 13,889 \cdot 0,842 + 27,6 = 39,3 \text{ m und } s_{Anh} = v_0 t_R + s_B = 13,889 \cdot 1,5 + 39,3 = 60,1 \text{ m}$$

Zeit nach Kollision, Kollisionsgeschwindigkeit, Gl. (5.66)

$$t_{KE} = (2 s_{KE} / b_E)^{0,5} = (2 \cdot 5,2 / 3,494) = 1,725 \text{ s, } v_K = (2 b_E s_{KE})^{0,5} = (2 \cdot 3,494 \cdot 5,2)^{0,5} = 6,028 \text{ m/s (21,7 km/h)}$$

Beginnend im Kollisionspunkt K ( $t = 0; s = 0$ ) wird das Weg-Zeit-Diagramm gezeichnet. Dazu wird im entwickelten Abschnitt die Gleichung der gleichmäßig beschleunigten Bewegung  $s = 0,5 \cdot b_E \cdot t^2$  und für die übrigen Bewegungen die Gleichung der gleichförmigen Bewegung  $s = v \cdot t$  benutzt. Bild 6.11 zeigt das Weg-Zeit-Diagramm. Daraus geht hervor, dass kein Reaktionsverzug vorgelegen hat.

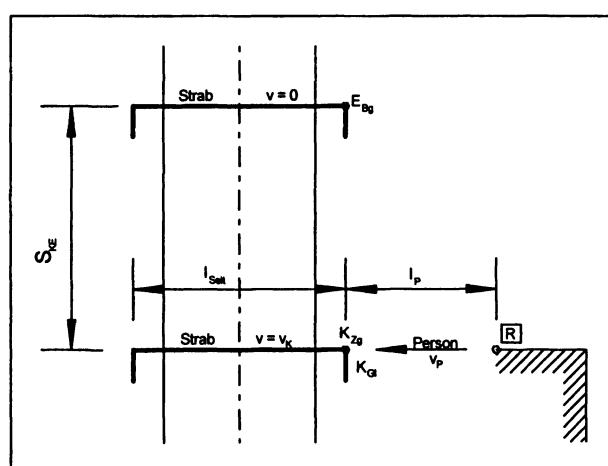
Absolute und relative Vermeidbarkeit, Gl. (6.40) und (6.41)

$$v_{0abs} = [3,495^2 \cdot (0,842 + 1,5)^2 + 2 \cdot 3,495 \cdot (60,1 - 5,2)]^{0,5} - 3,495 \cdot (0,842 + 1,5) = 13,046 \text{ m/s (47,0 km/h)}$$

$$t_{Verz} = I_{Seit} / v_P = 2,3 / 3,0 = 0,767 \text{ s}$$

$$v_{0rel} = 3,495 \cdot (6,316 - 1,5 - 0,842 - 0,767) = 11,208 \text{ m/s (40,4 km/h)}$$

Die Variablen  $v_{0abs}$  und  $v_{0rel}$  sind mit der zulässigen Geschwindigkeit zu vergleichen.



**Bild 6.12**  
Unfallsituation zu Beispiel 6.11

- R Reaktionsaufforderung
- $K_{Zg}$  Kollisionspunkt am Zug
- $K_{Gl}$  Kollisionspunkt am Gleiskörper
- $E_{Bg}$  Endposition des Bugs des Zugs (hier auch des Kollisionspunktes)

# Literaturverzeichnis

## Kapitel 1: Statik und Dynamik der Fahrbewegung

## Kapitel 2: Kinematik der Fahrbewegung

- [1] *Frank, M.*: Technische Mechanik für Ingenieurschulen. Band I (Statik, Kinematik, Kinetik). – Fachbuchverlag, Leipzig 1974
- [2] *Göldner, H.; Holzweißig, F.*: Leitfaden der Technischen Mechanik (9. Auflage). – Fachbuchverlag, Leipzig 1986
- [3] *Hochmuth, A.; Wende, D.*: Fahrdynamik der Landfahrzeuge. – transpress, Berlin 1968
- [4] *Horvath, K.*: A gyorsulas es az erő időbeli valtozasanak („Ruck“) jelentösege a gepeszetben (Bedeutung der Beschleunigungsänderung und des Rucks für Schienenfahrzeuge. – In: Jarmuvek Mezőgazdasági Gepek, Budapest 21 (1974) 4, S. 127–133
- [5] *Jansa, F.*: Trakční mechanika a energetika kolejové dopravy (Fahrdynamik und Energetik des Schienenverkehrs). – Verlag Dopravní nakladatelství, Praha 1959
- [6] *Jansa, F.*: Elektrická trakcia I (Elektrische Zugförderung I). – Verlag Vydavatelství technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava 1976
- [7] *Jentsch, E.*: Fahrzeitermittlung mit neuen Elementen der Zugfahrtsimulation. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 127 (2003) 2, S. 66–71
- [8] *Müller, P.*: Elektrische Fahrzeugantriebe. – Verlag R. Oldenbourg, München 1960
- [9] *Müller, W.*: Fahrdynamik der Verkehrsmittel. – Springer-Verlag, Berlin 1940
- [10] *Müller, W.*: Eisenbahnanlagen und Fahrdynamik, Bd. I u. II. – Springer-Verlag, Berlin/ Göttlingen/ Heidelberg 1950 und 1953
- [11] *Pothoff, G.*: Einführung in die Fahrdynamik. – Verlag Technik, Berlin 1953
- [12] *Pothoff, G.*: Verkehrsströmungslehre. I (Die Zugfolge auf Strecken und in Bahnhöfen); II (Betriebstechnik des Rangierens); III (Die Verkehrsströme im Netz). – transpress, Berlin 1965
- [13] *Pothoff, G.*: Aufgaben der Fahrdynamik. – In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen (WZ der HfV), Dresden 12 (1965) 3, S. 425–427
- [14] *Pothoff, G.*: Die auf die beförderte Masse bezogene Leistung. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, Berlin 11 (1963) 8, S. 366
- [15] Pravila tjagowych rasčetov dlja poezdnoj raboty (Vorschrift für fahrdynamische Berechnungen der Zugarbeit)/ Ministerium für Verkehrswesen der UdSSR. – Verlag Transport, Moskva 1985
- [16] *Preysing, E.*: Bemerkungen zur kinematischen Größe „Ruck“. – In: WZ der HfV, Dresden 23 (1976) 1, S. 133–143
- [17] *Reinfeld, H.*: Einfluß des Rucks auf den Anfahr- und Bremsweg. – In: Verkehr und Technik, Bielefeld 21 (1988) 15, S. 330–334
- [18] *Remmele, G.*: Die Antriebsleistung von elektrischen Nahverkehrsfahrzeugen als Funktion von Geschwindigkeit, Beschleunigung und Haltestellenabstand. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 85 (1961) 5, S. 163–172
- [19] *Remmele, G.*: Leistungsermittlung elektrischer Triebfahrzeugantriebe für beliebige Fahrprogramme. – In: Elektrische Bahnen, München 40 (1969) 8, S. 172–177 und 9, S. 202–209
- [20] *Vogel, E.*: Fahrdynamische Bewertung ungleichförmig geradliniger Fahrzeugbewegungen. – In: WZ der HfV, Dresden 18 (1971) 1, S. 103–120
- [21] *Vogel, E.*: Ruck ebener Fahrzeugbewegungen. – In: WZ der HfV. – Dresden 26 (1979), Sonderbeilage „Beiträge zur Fahrdynamik“
- [22] *Wende, D.*: Fahrdynamik (Reihe Schienenfahrzeugtechnik). – transpress, Berlin 1983 (1. Auflage) und 1990 (2. Auflage)

- [23] Wende, D.: Der Massenfaktor und seine Bestimmung. – In: VESK-Informationen, Dresden 5 (1971) 11, S. 21–29
- [24] Wende, D.: Bewertung des Beschleunigungsvermögens von Schienentriebfahrzeugen. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, Berlin 16 (1968) 5, S. 222–225
- [25] Wende, D.: Auswertung gemessener Kennlinien der Anfahr- und Auslaufvorgänge für die Verkehrsunfallrekonstruktion. – In: Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 37 (1999) 3, S. 62–70
- [26] Wende, D.: Berechnung von Abschnitten der Fahrbewegung mit mathematischen Funktionen. – In: Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, Kippenheim 37 (1999) 4, S. 105–112

## Kapitel 2.6: Fahrbewegung im Gleisbogen

- [27] Alexandrov, K. K.; Erškov, O. P.; Mestserskij, M. N.: Festlegung der zulässigen Geschwindigkeiten beim Befahren von Bogenwechseln im Aufriß. – In: OSShD-Zeitschr. 19 (1976) 2, S. 5–8
- [28] Hegenbarth, F.: Dieseltriebwagenzug Baureihe 624/924 für Bezirks- und Nahverkehr mit gleisbogenabhängiger Luftfedersteuerung. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 93 (1969) 1, S. 22–26
- [29] Höhne, D.: Zum Problem der optimalen Überhöhung bei der DR. Ein Vorschlag zur Lösung. – In: Die Eisenbahntechnik. – Berlin 27 (1979) 4, S. 149–151
- [30] Hoppe, H.: Kommentar zu den Obv der DR. – transpress, Berlin 1980
- [31] Oriol y Lopez, L. M.: Der Talgo Pendular. – In: Elektrische Bahnen, 83 (1985) 5, S. 156–162
- [32] Sabev, M.: Betrachtungen über die Wahl der zweckmäßigen Überhöhung für Gleise mit gemischtem Verkehr. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 27 (1979) 7, S. 273–275
- [33] Schmücker, B.; Kirchlechner, H.: Beitrag zur Steigerung der spezifischen Höchstgeschwindigkeit im Gleisbogen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 89 (1965) 7, S. 271–278
- [34] Spöhrer, W.: Die gleisbogenabhängige Wagenkastensteuerung als Entwicklungsprojekt. – In: Eisenbahntechnische Rundschau. – Darmstadt 21 (1972) 3, S. 98–104
- [35] Weber, H.: Schnelleres Befahren von engen Gleisbögen durch lokomotivbespannte Züge bei den Schweizerischen Bundesbahnen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 100 (1976) 9, S. 277–284

## Kapitel 3: Neigungs- und Widerstandskraft

- [36] Astachov, P. N.: Soprotivlenie dviženiju železnodorožnogo podvižnogo sostava (Fahrwiderstand von Eisenbahnzügen). – In: Trudy CNII MPS, Ausgabe 311, Verlag Transport, Moskva 1966
- [37] Bartoš, E. T.; Kravčenko, E. A.: Charakteristiki processa trojanija s mesta gruzovych poezdov (Charakteristiken des Anfahrprozesses aus dem Stand von Güterzügen). – In: Vestnik VNIZT, Moskva 35 (1976) 4, S. 22–26
- [38] Bendel, H.: Untersuchungen zur Verringerung des aerodynamischen Widerstands von Güterzügen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 114 (1990) 4, S. 124–132
- [39] Beth, M.: Laufwiderstand von Güterzügen. – Diplomarbeit (1992) an der TH Darmstadt
- [40] Boden, N.: Zur Ermittlung des Luftwiderstands von Schienenfahrzeugen. – In: Archiv für Eisenbahntechnik, Darmstadt 27 (1970) Folge 25, S. 40–71
- [41] Bundesbahn-Zentralamt München: Korrektur des ICE-Laufwiderstands (freie Strecke) vom 14.04.92 im Lastenheft des ICE
- [42] Ciesielski, R.: Zugkraftmessungen und Messungen der Fahrzeugwiderstände an einigen in Braunkohletagebauen eingesetzten Lokomotiven und Wagen. – In: Freiberger Forschungshefte (Ausgabe 167), Akademie-Verlag, Berlin 1960
- [43] Gackenholz, L.: Ergebnisse neuerer Untersuchungen zum Luftwiderstand von Fahrzeugen im Zugverband. – In: Elektrische Bahnen, München 42 (1971) 12, S. 226–231
- [44] Gackenholz, L.: Der Luftwiderstand der Züge im Tunnel. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 98 (1974) 3, S. 79–84

- [45] George, W.; Krebs, J.: Berechnung der örtlichen Windverhältnisse bei fahrdynamischen Untersuchungen im Rangierdienst. – In: Eisenbahnpraxis, Berlin 24 (1980) 3, S. 128–130
- [46] Glück, H.: Aerodynamik und Schnellfahren bei hohen Geschwindigkeiten. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 104 (1980) 8/9, S. 241–252
- [47] Glück, H.: Aerodynamik schnellfahrender Züge – Überblick über den Stand der Erkenntnisse. – In: Archiv für Eisenbahntechnik Nr. 38/1983, S. 23–40
- [48] Jentsch, E.: Rationelle Energieanwendung im Zugfahrdienst. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 29 (1981) 9, S. 370–373
- [49] König, H.; Pfander, J.-P.: Drehgestellwagen, residualer Bogenwiderstand und Laufzielbremnung. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 104 (1980) 5, S. 138–140
- [50] König, H.: Messungen des residualen Bogenwiderstandes. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 105 (1981) 4, S. 120–125
- [51] König, H.; Hinden, S.: Die Laufeigenschaftsmessungen der Schweizerischen Bundesbahn an Einzelabläufen im Rangierbahnhof Zürich-Limmattal. – In: Archiv für Eisenbahntechnik 38 (1983), S. 10–20
- [52] Der Luftwiderstand in U-Bahn-Tunneln. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, 7 (1959) 2, S. 90–91
- [53] Massute, E.: Die Bestimmung des Luftwiderstands im Ablaufbetrieb. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, Berlin 3 (1955) 11, S. 433 – 444
- [54] Neppert, H.: Böenbeeinflussung schnellfahrender Züge. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 105 (1981) 2, S. 43–59
- [55] Peters, J.-L.: Bestimmung des aerodynamischen Widerstandes des ICE/V im Tunnel und auf freier Strecke durch Auslaufversuche. – In: Eisenbahntechnische Rundschau, Darmstadt 39 (1990) 9, S. 559–564
- [56] Pienitz, Chr.: Untersuchungen zur Zugwiderstandskraft unter dem Gesichtspunkt der Zugfahrtsimulation für die realen Bedingungen des Eisenbahnbetriebs. – Diplomarbeit (1991) an der Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ Dresden
- [57] Potthoff, G.: Wahrscheinliche Rollwiderstände. – In: Die Eisenbahntechnik 24 (1976) 9, S. 408–411
- [58] Preysing, E.-J.: Berücksichtigung der Zuglänge bei der Fahrt mit Eisenbahnzügen. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 28 (1984) 2, S. 101–102
- [59] Preysing, E.-J.: Widerstandsformeln für Güterzüge, bespannt mit Dieseltriebfahrzeugen BR 120 bzw. 130, 131, 132. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 29 (1985) 1, S. 47–48
- [60] Rappenglück, W.: Die Antriebskonzeption von Triebfahrzeugen für den Schnellverkehr. – In: Elektrische Bahnen, München 49 (1978) 12, S. 306–320
- [61] Šabikjan, W.: Bestimmung des Wagenwiderstands beim Anziehen. – In: Železnodoroznyi transport, Moskva 34 (1953) 2, S. 73–79 und Deutsche Eisenbahntechnik, 1 (1953) 8, S. 343–348
- [62] Sachs, D.: Die transzendenten Gleichungen des klassischen Fahrzeugauslaufs – Ihre Lösung und Anwendung zur Präzisierung der Fahrwiderstandskoeffizienten. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 115 (1991) 11/12. – S. 343–351
- [63] Schaefer, H.-H.: Vergleich der Zugwiderstandsformeln europäischer und außereuropäischer Eisenbahnen. – In: Elektrische Bahnen, München 86 (1988) 2, S. 55–63
- [64] Schramm, G.: Der Bogenwiderstand. – In: Eisenbahntechnische Rundschau, Darmstadt 11 (1962) 5. S. 215–219
- [65] Schramm, G.: Bogenwiderstand und Spurkranzreibung. – In: Eisenbahntechnische Rundschau, Darmstadt 12 (1963) 8, S. 390–392
- [66] Sjuzumova, E. M.; Romanenko, G. A.: Osnovoje soprotivlenie dviženiju vosokoskorostnych poezdov choroš obtekaemoi formy (Fahrzeugwiderstand von Hochgeschwindigkeitszügen mit guter Stromlinienform). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 35 (1976) 5, S. 16–19
- [67] Smith, H. R.; Blair, J. R.: Die Technik der effektiven Längsneigung bei der Berechnung des Fahrverhaltens der Züge. – In: Schienen der Welt, Brüssel 12 (1981) 5, S. 217–228
- [68] Stromskij, P. P.: Osnovoje soprotivlenie dviženiju v osmioch i cetyrechosnyh cistern (Fahrwiderstand acht- und vierachsiger Kesselwagen). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 34(1975)3, S. 8–11

- [69] Stromskij, P. P.: Obobščennaja formula soprotivlenija dviženiju podvižnogo sostava (Verallgemeinerte Formel des Bewegungswiderstandes von Zügen). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 36 (1977) 4, S. 19–22
- [70] Suske, A.: Nové poznatky o jizdnim odporu kolejovych vozidel při vysokych rychlostech (Neue Erkenntnisse über den Fahrwiderstand der Schienenfahrzeuge bei hohen Geschwindigkeiten). – In: Železniční technika, Praha 18 (1988) 3, S. 109–115
- [71] Suske, A.: Porovnání vzoru ČSD pro jizdni odporu vlaku se vzorci zahraničních železnic (Vergleich der Zugwiderstandsgleichungen der ČSD mit den Gleichungen ausländischer Bahnen). – In: Železniční technika, Praha 20 (1990) 4, S. 172–176
- [72] Volkov, V. P.: Osnovoje soprotivlenie dviženiju vagonov na sortirovočnyx gorkach (Fahrwiderstände der Wagen auf Ablaufbergen). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 33 (1974) 3, S. 55–58
- [73] Volkov, V. P.: Soprotivlenie dviženiju vagonov na sortirovočnyx gorkach (Der Bewegungswiderstand von Wagen auf Ablaufbergen). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 36 (1977) 2, S. 46–49
- [74] Vollmer, G.: Luftwiderstand von Güterwagen. – Dr.-Ing. Diss. (1989) an der TH Darmstadt
- [75] Voß, G.; Gackenholz, L.; Wiebels, R.: Eine neue Formel (Hannoversche Formel) zur Bestimmung des Luftwiderstands spurgebundener Fahrzeuge: – Glas. Annalen 96 (1972) 6, S. 166–171
- [76] Wende, D.: Bewegung des Eisenbahnzugs als Massenband. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 31 (1983) 2, S. 74–75

## Kapitel 4.1: Kraftschlusszug- und Bremskraft

- [77] Bogott, H.: Ausnutzung des Reibungsgewichtes bei elektrischen Vollbahnlokomotiven. – In: Deutsche Eisenbahntechnik. – Berlin 3 (1955) 8. – S. 320–327
- [78] Borgeaud, G.: Achslaständerung infolge Zugkraft an Lokomotiven mit zwei Triebdrehgestellen und Möglichkeiten, sie durch Lastausgleich zu verbessern. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 89 (1965) 3, S. 93–98; 4, S. 130–139; 5, S. 177–184 und 7, S. 390–398
- [79] Čáp, J.: Adhezni charakteristiky ve styku kola s kolejnicí (Kraftschlusscharakteristiken beim Rad-Schiene-Kontakt). – Habilitation (1988), VŠDS (Hochschule für Verkehrswesen Žilina)
- [80] Curtius E. W.; Kniffler, A.: Neue Erkenntnisse über die Haftung zwischen Treibrad und Schiene. – In: Elektrische Bahnen, München 21 (1950) 9, S. 201–210
- [81] Frederich, F.: Schlupfmessung als Teilproblem zur automatischen Zug- und Bremskraftregelung von Schienenfahrzeugen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 94 (1970) 2/3, S. 86–94
- [82] Henning, U.: Moderne Lokomotivantriebe und stochastische Haftwertregelung. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 32 (1988) 3, S. 13–138
- [83] Hochmuth, A.: Der Haftgrenzwert und sein Einfluß auf die Mechanik der Zugförderung. – In: WZ der HfV, Dresden 8 (1960/1961) 2, S. 268–283
- [84] Isaev, I. P.: Slučainye faktory i koeficient sceplenija (Zufallsfaktoren und Kraftschlussbeiwert). – Verlag Transport, Moskva 1970
- [85] Ivanov, V. N.; Beljaev, A. I.; Oganjan, E. S.: Povyšenie koeficiente ispolzovanija scepnova vesa (Erhöhung des Ausnutzungsfaktors der Reibungsmasse einer Diesellokomotive). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 38 (1979) 7. – S. 13–16
- [86] Johnsson, S.: Das Haftwertproblem in der Zugförderung in statistischer Betrachtungsweise. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 85 (1961) 5, S. 173–182
- [87] Kalker, J. J.: On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction (Über den Rollkontakt von zwei elastischen Körpern bei Trockenreibung). – Dissertation (1967), Delft
- [88] Kniffler, A.: Fragen der Grenzgeschwindigkeit im Rad-Schiene- System der Eisenbahnen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 95 (1971) 10, S. 317–321
- [89] Kother, H.: Verlauf und Ausnutzung des Haftwerts zwischen Rad und Schiene bei elektrischen Triebfahrzeugen. – In: Elektrische Bahnen, München 16 (1940) 12, S. 219–222
- [90] Kraft, K.: Die Haftreibung. – In: Elektrische Bahnen, München 39 (1968) 6, S. 142–150; 7, S. 161–170; 8, S. 190–198 und 9, S. 214–219

- [91] *Krettek, O.*: Wo stehen wir in der Erforschung des Kraftschlusses ? – In: Glasers Annalen Bielefeld 97 ( 1973) 1, S. 19–27
- [92] *Lipsius, M.*: Untersuchungen über die Kraftschluss-Schlupf-Verhältnisse zwischen Rad und Schiene. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 87 (1963) 2, S. 53–62
- [93] *Metzkow, B.*: Untersuchung der Haftungsverhältnisse zwischen Rad und Schiene beim Bremsvorgang. – In: Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, Wiesb. 89 (1934) 13, S. 247–254
- [94] *Ohno, K.*: Influence of rail head corrosion products on adhesion (Einfluss der Schienenkopf-Korrosionsprodukte auf den Kraftschlussbeiwert). – In: Quart. Rep. Rly. techn. Res. Inst. JNR, Tokyo 21 (1980) 3, S. 151–152
- [95] *Potapov, A. S.; Liscyn, A. L.; Rebnik, S. V.*: Koefficient sceplenija gruzovych elektrovozov (Reibungskoeffizient von Güterzug-Elektrolokomotiven). – In: Trudy ZNII MPS, Ausgabe 478, S. 14–21, Moskva 1972
- [96] *Saburov, F. F.; Bacholdin, V. I.; Ebner, M.*: Untersuchung der Bewegungsformen von Radsätzen im Gruppenantrieb der Diesellokomotive. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 27 (1979), S. 21–23
- [97] *Sekikawa, Y.*: Adhesion characteristica lokomotives (Adhäsionscharakteristiken von Lokomotiven). – In: Japanese Railway Engineering, Tokyo 2 (1961) 1, S. 7–10
- [98] *Steiner, B.*: An der Grenze der Adhäsion. – In: Elektrische Bahnen, 39 (1968) 12, S. 272–279
- [99] *Tross, A.*: Der Mechanismus der Reibung. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 86 (1962) 5, S. 133–149; 11, S. 447–456; 12, S. 487–499 und 87 (1963) 6/7, S. 365–371
- [100] *Tross, A.*: Der Kraftschluss zwischen Rad und Schiene. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 93 (1969) 10, S. 310–319
- [101] *Wächter, A.*: Rad- und Achslaständerung bei Schienentriebfahrzeugen durch die ausgeübte Zugkraft. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, Berlin 8 (1960) 1, S. 3–13
- [102] *Weber, H.*: Untersuchungen und Erkenntnisse über das Adhäsionsverhalten elektrischer Lokomotiven. – In: Elektrische Bahnen, München 37 (1966) 8, S. 3–13
- [103] *Zeevenhooven, N.*: Haftwertmessungen an einem mit Drehstrom angetriebenen Radsatz und die Interpretation der Ergebnisse. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 104 (1980) 8/9, S. 309–321

## Kapitel 4.2: Zugkraft und Leistungsaufnahme der Dieseltriebfahrzeuge

## Kapitel 4.3: Zugkraft und Leistungsaufnahme elektrischer Triebfahrzeuge

- [104] *Bauermeister, K.*: Triebfahrzeug-Leistungsbetrachtungen, Schnellverfahren. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 103 (1979) 2/3, S. 43–48
- [105] *Bauermeister, K.*: Neue Leistungsbewertung von Triebfahrzeugen und Drehstrom-Antriebstechnik. – In: Elektrische Bahnen, München 78 (1980) 2, S. 38–45
- [106] *Bendel u.a.*: Elektrische Triebfahrzeuge. –transpress, Berlin 1981
- [107] *Feiertag, F.*: U-Bahn-Wagen der zweiten Generation vom Typ B für die Verkehrsbetriebe München – Die elektrische Ausrüstung mit Drehstrom-Antriebstechnik. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 106 (1982) 5, S. 193–201
- [108] *Feihl, J.*: Die Diesellokomotive. – transpress, Stuttgart 1997
- [109] *Greifenberg, G.*: Die Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs der Dieseltriebfahrzeuge. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 27 (1983) 4, S. 185–187
- [110] *Harprecht, W.*: Die Baureihe 120 – Die neue Generation einer Lokomotive für die Deutsche Bundesbahn. – In: Elektrische Bahnen, München 83 (1985) 2, S. 52–58
- [111] *Hochmuth, A.*: Rechnerische Ermittlung der fahrenergetischen Kennfelder für Dieseltriebfahrzeuge in der Eisenbahnzugförderung. – In: WZ der HfV, Dresden 7 (1959/1960) 2, S. 299–318
- [112] *Jansa, F.*: Moderne elektronische Steuerung für Nahverkehrsfahrzeuge. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 28 (1980) 9, S. 357–362
- [113] *Maier, F.*: Die Berechnung der Betriebskennlinien von Wechselstromfahrzeugen mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine. – In: Elektrische Bahnen, München 37 (1966) 9, S. 202–209

- [114] *Nejepsa, R.*: Orientační vztahy pro hydrodynamické měničové převodovky pro kolejová vozidla (Orientierungsrelationen der hydrodynamischen Wandlergetriebe für Schienenfahrzeuge). – In: Sborník prací VŠD a VUD Heft 6, Praha 1967
- [115] *Seyfarth, H.*: Neue LEW-Serienlokomotive Baureihe 243 für die Deutsche Reichsbahn. – In: LEW-Nachrichten, Hennigsdorf 16 (1985) 36. – S. 9–12
- [116] *Suhr, K.*: Die Berechnung von Kennlinien für Gleichstrom-Reihenschluß-Bahnmotoren mit digitalen Rechenmaschinen. – In: Elektrische Bahnen, 37 (1966) 4, S. 91–93 und 5, S. 119–121
- [117] Systemtechnologie – Fahrzeugtechnik für alle Anwendungen. – ABB Henschel, Mannheim 1993
- [118] *Wende, D.*: Optimale Stufung von Wandler-Strömungsgetrieben dieselhydraulischer Lokomotiven. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, Berlin 12 (1964) 6, S 265–266
- [119] *Wende, D.*: Berechnung der Zugkraftcharakteristik einer Diesellokomotive mit einem Wandler-Strömungsgetriebe. – In: Deutsche Eisenbahntechnik, Berlin 11 (1963) 7, S. 305–306

## Kapitel 5: Bremskraft

- [120] *Bertling, T.*: Wirbelstrombremse für Triebfahrzeuge. – In: Glas. Annalen, 91 (1967) 8, S. 27–30
- [121] *Besser, P.*: Über die Aufstellung von Bremstafeln. – In: Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, Wiesbaden 84 (1929) 11, S. 181–189
- [122] *Cavell, B.*: Zu erwartende Bremsverzögerungen bei Einzelversuchen mit Fahrzeugen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 105 (1981) 9, S. 284–287
- [123] *Denzin, P.*: Leitfaden der Bremstechnik. – transpress, Berlin 1969
- [124] *Feulner, A.*: Die hydrodynamische Abbremsung von Diesellokomotiven. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 91 (1967) 6, S. 164–170
- [125] *Fokin, M. D.*: Koeficienty trenija basmaka magnetorelsovogo tormoza (Reibungskoeffizient des Bremsschuhs der Magnetschienenbremse). – In: Vestnik VNIIŽT, Moskva 36 (1977) 1, S. 20–25
- [126] *Garitz, K.-P.; Alisch, J.*: Bremswegberechnung für Schienenfahrzeuge mit EC 1040. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 24 (1980) S. 303–305
- [127] *Gräber, J.; Meier-Credner, W.-D.*: Die lineare Wirbelstrombremse im ICE 3 – Betriebskonzept und erste Erfahrungen. – In: Tagungsband Schienenfahrzeugtechnik, Graz 2002, S.136–142
- [128] *Gralla, D.*: Beitrag zu den Untersuchungsmethoden der Bewegung von Güterzügen in der Brems- und Lösephase. – Dr.-Ing. Diss. (1991) an der Hochschule für Verkehrswesen Dresden
- [129] *Gralla, D.*: Eisenbahnbremstechnik. – Werner Verlag, Düsseldorf 1999
- [130] *Györitz, A.; Vajda, J.; Zobory, I.*: Berechnung von Bremskenngrößen unter Anwendung von Prüfstandsmessungen. – In: Eisenbahntechn. Rundschau, Darmstadt 28 (1979) 12, S. 903–908
- [131] Handbuch der bremstechnischen Begriffe und Werte. – Knorr-Bremse AG, München 1990
- [132] *Heller, G.; Vajda, J.*: Über die Wirksamkeit der Gußeisen-Klotzbremse. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 105 (1981) 10, S. 303–310
- [133] *Hendrichs, W.*: Über die Bewertung von Eisenbahnbremsen nach mathematisch-physikalischen Gesichtspunkten. – Habilitation (1989) an der Universität Hannover
- [134] *Hendrichs, W.*: Versuche mit der linearen Wirbelstrombremse – elektrischer Teil. – In: Elektrische Bahnen, München 83 (1985) 10, S. 344–353
- [135] *Herzmann, A.*: Verbesserung der Gebrauchswerteigenschaften von Bremssohlen aus Gußeisen mit Lamellengraphit. – Dr.-Ing.-Dissertation (1976) an der Bergakademie Freiberg
- [136] *Jaenichen, D.; Keske, K.*: Die Bewertung der Bremstechnik der Güterzüge durch Simulation auf einem Personalcomputer. – In: WZ der HfV, Dresden 35 (1988) 5, S. 929–941
- [137] *Jante, A.*: Mittlere Bremsverzögerung und Geschwindigkeit. – In: Kraftfahrzeugtechnik, Berlin 11 (1961) 3, S. 95–99
- [138] *Kipp, C.*: Bremssysteme für schienengebundene Nahverkehrsfahrzeuge. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 119 (1995) 11/12, S. 518 – 524

- [139] *Kother, H.*: Verlauf und Ausnutzung des Reibwerts zwischen Rad und Bremsklotz. – In: Elektrische Bahnen, München 17 (1941) 2, S. 21–25
- [140] *Kröger, U.*: Prinzip, Entwicklung und Konstruktion der linearen Wirbelstrombremsen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 109 (1985) 9, S. 368–374
- [141] *Metzkow, B.*: Ergebnisse der Versuche für die Ermittlung des Reibwerts zwischen Rad und Bremsklotz. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 50 (1926) 2, S. 149–159, 51 (1927) 4, S. 137–141
- [142] *Müller, H.*: Strömungsbremse bei dieselhydraulischen Streckenlokomotiven. – In: Eisenbahntechnische Rundschau, Darmstadt 20 (1971) 5, S. 203–207
- [143] *Piec, P.*: Untersuchung der Reibungseigenschaften von Bremsklötzen aus Sintermetall. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 106 (1982) 11, S. 390–392
- [143] *Polzin, G.*: Reibungs- und Verschleißuntersuchungen an Werkstoffen für Klotzbremsen von Schienenfahrzeugen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 87 (1963) 4, S. 211–219, 231; 6/7, S. 372–378 und 8, S. 426–438
- [144] *Saumweber, E.*: Leistungsgrenzen kombinierter Bremssysteme. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 98 (1974) 7/8, S. 259–265
- [145] *Sauthoff, F.*: Über die Möglichkeiten zur Berechnung der Bremswege von Eisenbahnzügen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 85 (1961) 2, S. 48–61
- [146] *Schulze, R.*: Entwicklung der Elektrotechnik bei Transportmitteln am Beispiel der Wirbelstrombremse. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 22 (1974) 5, S. 211–212
- [147] *Seiferth, E.*: Bestimmung der Bremsleistung von Güterwagen. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 24 (1980) 3, S. 149–151
- [148] *Sonder, E.*: Leistungssteigerung der Klotzbremsen durch konstruktive und metallurgische Verbesserung der gußeisernen Bremsklotzsohle. – In: Glas. Annalen, Bielefeld 109 (1985) 9, S. 361–367
- [149] *Stötzer, K. S.*: Elektrische Bremsen moderner Wechselstrom-Triebfahrzeuge. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 95 (1971) 12, S. 384–393 und 96 (1972) 1, S. 23–28
- [150] *Töpfer, K. u.a.*: Grundausstattungen (Reihe Schienenfahrzeugtechnik). – transpress, Berlin 1983
- [151] UIC-Merkblätter/ Herausgegeben vom Internationalen Eisenbahnverband. – Nr. 540, 541-3, 541-4, 544-1 und 547-5
- [152] *Vogel, E.*: Beiträge zu den Grundlagen und Methoden für die Untersuchung der Bewegung druckluftgebremster Eisenbahngüterzüge. – Dr.-Ing.-Dissertation (1963) an der Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ Dresden
- [153] *Wanzke, E.*: Die rechnerische Ermittlung von Ausgangsgeschwindigkeit, Bremsweg und mittlerer Verzögerung aus Verzögerungs-Zeit-Schrieben bei der Abbremsung von Straßenbahn-Triebwagen. – In: WZ der HfV, Dresden 20 (1973) 3, S. 639–659
- [154] *Weiß, U.; Klein, W.*: BSI-Gliedermagnetschienenbremse. – In: Glasers Annalen. – Bielefeld 104 (1980) 5, S. 123–137
- [155] *Wende, D.*: Grundlagen der Bewertung innovativer Bremstechnik. – In: Eisenbahntechnische Rundschau, Darmstadt, 50 (2001) 11, S. 685–691 und 12, S. 753–758
- [156] *Wende, D.*: Das Bremsvermögen der Eisenbahnzüge. – In: Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik. – Kuppenheim 39 (2001) 11, S. 311–319 und 40 (2002) 2, S. 41–46
- [157] *Wiedemann, K.*: Über die Kraftwirkungen am gebremsten Rad. – In: Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, Wiesbaden 77 (1928) 23, S. 494 – 497

## Kapitel 6: Zugfahrtberechnung

- [158] *Binnewies, H.; Mittmann, H. D.*: Einsatz von Datenverarbeitungsanlagen für Fahrzeit- und Verbrauchswertewertung. – In: Eisenbahntechn. Rundschau, Darmstadt 20 (1971) 9, S. 378–387
- [159] *Glück, R.; Gruber, G.*: Die Berechnung der Fahrzeit und der Verbrauchswerte von Schienentriebfahrzeugen bei Zugfahrten auf der Großrechenanlage. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 90 (1966) 12, S. 440–446

- [160] Hochbruck, H.: Genauigkeitsfragen und Anforderungen bei Fahrzeit- und Verbrauchswerteermittlungsverfahren in der Praxis. – In: Archiv für Eisenbahntechnik, 22 (1965) Folge 20, S. 46–80
- [161] Hochbruck, H.: Die energiewirtschaftliche Bedeutung des Auslaufs insbesondere für den Nahverkehr. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 107 (1983) 12, S. 417–420
- [162] Horn, P.: Experimentelle Simulationsstudien zur energieoptimalen Zugsteuerung. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 21 (1973) 11, S. 517–519
- [163] Horn, P.: Über die Anwendung des Maximumprinzips von Pontrjagin zur Ermittlung von Algorithmen für eine energieoptimale Zugsteuerung. – In: WZ der HfV, Dresden. 18(1971)4,S. 919–943
- [164] Horn, P.: Theoretische Grundlagen der energieoptimalen Zugsteuerung und Zuglaufmodifikation unter Berücksichtigung der Dieseltraktion. – In: ZFIV-Report Berlin 11 (1984) 27, S. 160–181
- [165] Horn, P.; Winkler, A.: Zur energieoptimalen Zugsteuerung und Fahrplanmodifikation. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 26 (1978) 8, S. 324–328
- [166] Ichikawa, K.: Application of optimization for bounded state problems to the operation of trains (Anwendung der Optimierung der Grenzzustandsvariablen auf die Fahrstrategie von Zügen). – In: Bulletin of JSME, Nagoya University Tokyo 11 (1968) 47, S. 857–865
- [167] Jentsch, E.: Energiesparende Fahrweise bei der Zugförderung – Gesichtspunkte für ihre Berücksichtigung im Fahrplan. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 30 (1982) 6, S. 236–240
- [168] Jentsch, E.: Fahrstrategie und rationelle Energieanwendung im Zugdienst. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 30 (1982) 7, S. 388–390
- [169] Jentsch, E.: Energiebedarf für die Traktion. – In: Schienenfahrzeuge, 28 (1983) 5, S. 255–257
- [170] Jentsch, E.; Gröpler, O.: Innovation der methodischen Basis für Fahrzeitermittlungen und ihre Anwendung bei der Zugfahrtssimulation. – In: Schriftenreihe des Instituts für Verkehrssystemtheorie und Bahnverkehr, Bd. 1 (1995), S. 14 – 36, Technische Universität Dresden
- [171] Kilb, E.: Zentrale Regelung von Zugfolge und Fahrzeit im Nahschnellverkehr über Linienleiter – Fahrdynamische Grundlagen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 92 (1968) 7/8, S. 252–259
- [172] Kother, H.: Fahrzeitermittlung und Bestimmung der Beanspruchung der Fahrmotoren und des Transformators elektrischer Triebfahrzeuge. – In: Elektrische Bahnen, 13 (1937) 12, S. 297–313
- [173] Kraus, H.-I.; Rockenfeld, G.: Einsparung von Traktionsenergie und energiesparende Fahrweise bei S-Bahnen. – In: Elektrische Bahnen, München 82 (1984) 6, S. 172–178
- [174] Kraus, H.-I.: Energiesparende Fahrweise bei der Deutschen Bundesbahn. – In: Die Bundesbahn, Darmstadt 60 (1984) 1, S. 29–32
- [175] Lehmann, S.: Ermittlung von Fahrzeiten und Energiekennwerten mit digitalen Rechenanlagen. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 89 (1965) 4, S. 117–129
- [176] Lehmann, S.: Energiewirtschaftliches Fahren bei Stadtschnellbahnen. – In: Elektrische Bahnen. – München 39 (1968) 1, S. 18–22 und 2, S. 41–43
- [177] Preysing, E.: Zum spezifischen Energieverbrauch von Zugfahrten. – In: Die Eisenbahntechnik. – Berlin 30 (1982) 1, S. 25–28
- [178] Preysing, E.: Ermittlung der energiesparenden Fahrweisen bei der Dieselzugförderung mittels Zugfahrtssimulation. – In: Schienenfahrzeuge, Berlin 26 (1982) 6, S. 268–270
- [179] Schmidt, G.; Torres-Pereza, M.: Energieoptimale Fahrprogramme für Schienenfahrzeuge. Eine Behandlung des Problems mit Hilfe der modernen Optimierungstheorie. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 93 (1969) 9, S. 265–270
- [180] Siegfarth, W.; Kraus, G.: Fahrzeitenrechnung und Verbrauchswerteermittlung für Zugfahrten mit EDV bei der Deutschen Bundesbahn. – In: Elektrische Bahnen, München 49 (1978) 5, S. 122–129
- [181] Strobel, H.; Glöckner, B.: Zum Einsatz der Mikrorechentechnik im städtischen Nahverkehr. – In: Die Eisenbahntechnik, Berlin 28 (1980) 9, S. 363–365
- [182] Tchinda, A.: Energieoptimales automatisches Nahverkehrssystem mit Mikroprozessor auf dem Triebfahrzeug. – Dr.-Ing.-Dissertation (1980), – Technische Universität Braunschweig
- [183] Walter, Z.: Die Simulation von Fahrvorgängen mit mathematischen Modellen für dieselektrische Lokomotiven. – In: Glasers Annalen, Bielefeld 104 (1980) 11, S. 383–389
- [184] Vollenwyder, K.: Automatisierung von Vorort- und Untergrundbahnen durch Bordrechner. – In: Elektrische Bahnen, München 43 (1972) 6, S. 133–139

# Stichwortverzeichnis

## A

Abbremsung 229, 230, 231, 235, 264  
abgeleitete Größen 33  
Abklingen 246, 249  
Abregeln 27, 60  
Abregelzeit 27  
Abrollen 51  
Abrollbeschleunigung 309  
Abrollversuch 23  
Abschaltkoordinaten 322  
absolute Vermeidbarkeit 340  
Achsentlastung 179  
Achsgenerator 11  
Achsgeneratorwiderstandskraft 143  
Achsgetriebeübersetzung 11, 192, 203  
Adhäsionsbeiwert 160, 166  
aerodynamische Luftkraft 141  
Änderung der Bewegungszustandsänderung 35  
Anfahrbeschleunigung 70  
Anfahrgrenzmasse 118  
Anfahrt 41, 47, 49, 55  
Anfahrkennlinie 46, 48, 55  
Anfahrwiderstandskraft 116  
Anfahrwiderstandszahl 117, 118  
Anhalten 246  
Ansprechen 246, 258  
Ansprung 247  
Anströmgeschwindigkeit 121  
Anströmwinkel 121  
Antriebssystemwiderstandskraft 109, 143  
Arbeit  
– der Beschleunigungskraft 19  
– der Bremskraft 21  
– der Zugkraft 17, 18, 185, 304, 324  
– der Gewichtskraft 19  
Arbeitsintegral 17, 25  
Aufregeln 28, 39, 41, 60, 61, 181  
Aufregelwert 29  
Aufregelzeit 27  
Auslaufen 51, 53  
Auslaufbeschleunigung 309

## Auslaufversuch 23

Ausnutzungsfaktor 158, 178  
automatische Fahr- und Bremssteuerung (AFB) 278  
automatische Lastabremsung (ALB) 228

## B

Belagsfläche 230  
Belagskraft 225, 226, 227  
Belagsreibwert 225, 229, 231, 236  
Beschleunigung 34  
Beschleunigung der Kraft 14  
Beschleunigungsgleichung 7, 16, 26, 70, 216, 254, 262  
Beschleunigungskennlinie 58, 217  
Beschleunigungskonstante 12  
Beschleunigungskraft 4, 6  
Beschleunigungskraftzahl 8, 12  
Beschleunigungstabelle 29  
Besselkoeffizienten 133  
Betriebsbremse 220  
Betriebsbremsung 219, 252, 269, 276  
Beugungskraft 103  
Bewegungsart 33, 303  
Bewegungsfälle 5, 33, 303  
Bewegungsform 33  
Bewegungsintervall 35  
Bewegungslage 34  
Bewegungsrichtung 1, 33  
Bewegungszustand 34  
Bewegungszustandsänderung 34  
Bewertungsgröße mittlere Beschleunigung 68  
Bewertungskennlinien 339  
Blindstrom 210  
Bogenwiderstandsgleichungen 107  
Bogenwiderstandskraft 4, 98  
Bogenwiderstandszahl 8, 105, 108  
Bohrschlupf 160  
Bremsablaufberechnung 260  
Bremsablaufmodell 254, 256, 258, 270, 282  
Bremsbelag 236, 237

- H-Belag 236, 237
- L-Belag 236, 237
- Bremsanfangsgeschwindigkeit 323
- Bremsbelagsverschleiß 307, 308
- Bremsbewertung 280, 298
- Bremsbewertungsblatt 289, 290, 292
- Bremsbewertungslinien 292
- Bremsen 246
- Bremsenprüfstandsversuch 284
- Bremsfading 232
- Bremsgestängeübersetzung 226, 227
- Bremsgestängewirkungsgrad 226, 227, 228
- Bremsgewicht 254, 266, 267, 287, 291
- Bremshilfe 276
- Bremshundertstel 252, 263, 266, 295, 298, 301
- Bremskennlinie 51, 55, 276, 281
- Bremskraft 3, 229
- Bremskraftarbeit 21
- Bremskraftbeschleunigung 14, 231, 262, 264, 265, 266, 268
- Bremskraftdatei 328
- Bremskraftgleichung 229, 238, 240, 241, 242, 243, 245
- Bremskraftkennlinie 239, 242, 244
- Bremskraftverzögerung 254, 255, 268, 272
- Bremskraftzahl 8, 231
- Bremsklotzsorte 233
- Bremsleistungsgleichung 238, 240, 241, 242, 243, 245
- Bremsmanagement 250, 269
- Bremsmasseverhältnis 236, 299
- Bremsmessschrieb 286, 287
- Bremsreibradius 229, 230
- Bremsretarder 224
- Bremsscheibe 227
- Bremsschlupf 159
- Bremsschuh 224
- Bremsstellung 225
- Bremsstufe 226
- Bremsstufenfaktor 226, 249, 272, 274
- bremstechnisch zulässiges Geschwindigkeitsprofil 279
- bremstechnische Sicherheit 295, 300
- Bremsung 42
- Bremssystem 219, 220
- Bremstafel 277, 296, 297
- Bremsüberwachung 277
- Bremsversuch 280
- Bremsverzögerung 255
- Bremsweggleichung 252, 257, 289
- Bremswegtabelle 280
- Bremswert 298, 299, 300
- Bremswertermittlung 299
- Bremswertsicherheitsfaktor 299
- Bremszylinderdruck 226
- C**
- Coulombsches Reibungsgesetz 157
- D**
- Dauerbetriebspunkt 201, 207
- Dauerbremskraft 240
- deterministische Polynomgleittechnik 83
- Differentialgleichung der Fahrbewegung 44
- Differentialquotienten der Fahrbewegung 34
- Differentialquotientenverfahren 75
- Differenzenquotientenverfahren 78
- direkt wirkende Druckluftbremse 222
- Drehbeschleunigung 6, 11
- Drehgeschwindigkeit 10, 11
- Drehgleitarbeit 100
- Drehgleiten 98
- Drehgleitwiderstandskraft 100
- Drehmasse 6, 10, 11, 16
- Drehmomentkennlinie 187
- Drehstromantriebstechnik (DAT) 163, 201, 213, 216, 224
- Drehstromtriebfahrzeug 213
- Drehwinkel 84, 100
- Drehzahldrückung 195
- Drehzahlregelung 195
- Durchschlagzeit 247
- dynamische Vorgänge 182
- dynamische Widerstandskraft 114
- dynamische Widerstandszahl 114
- E**
- effektiver Strom 218
- Eigenmasse 7
- eingeprägte Kräfte 4
- Einheitsbremswagen 287, 288

- Einheitsbremszug 280, 288  
Einzelrad-Doppelfahrwerkstechnik (EDF) 106  
Einzelradtechnik 106  
Eisenbahndruckluftbremse 221, 222  
elektrische Bremse (E-Bremse) 224, 240  
Elektroenergieverbrauch 325, 331  
elektropneumatische Bremse (ep-Bremse) 221  
energetische Datei 328  
energetisch wirksame mittlere Neigung 324  
energetisch wirksame mittlere Zugwiderstandszahl 324  
Energiefluss 183, 184  
Energiegleichgewicht 21  
Energiehöhe 22  
energieoptimale Fahrstrategie 307, 308, 333, 334  
Energieverbrauch 19, 304, 308, 324, 329  
– spezifischer 332  
entwickeltes Bremsen 246, 256, 260, 261, 270  
entwickelte Verzögerung 256, 260, 268  
Ersatzbeschleunigung 311, 315, 316, 317  
Erwärmung 218  
Erwärmungsgleichung 218
- F**
- Fahrabschnitt 310  
Fahr-Brems-Schalter 250  
fahrdynamische Grenzen 158  
Fahrgeschwindigkeit 120  
Fahrinformator 304  
Fahrplan 304  
Fahrabschnitt 303  
Fahrabschnittsberechnung 304, 308  
Fahrabschnittsvariante 306, 310  
Fahrstufe 27  
Fahrstufenzugkraft 27  
Fahrwiderstandskraft des Lineargenerators 149  
Fahrzeitreserve 329  
Fahrzeuglängsbeiwert 128  
Fahrzeugwiderstandsgleichungen 151  
Fahrzeugwiderstandskraft 109, 144  
Fahrzeugwiderstandszahl 9  
Fahrzeugsteuerung 208  
Fahrstufen-Zugkraft 199, 212  
Federspeicherbremse 223  
Feldschwächung 207
- Fernverkehrsfahrsschaubild 303, 327  
Feststellbremse 220, 223  
Formwiderstandskraft 121, 129  
Formzahl 122  
Führerbremsventil 224, 250  
Füllkennlinie 247  
Füllzeit 247  
Funkzugbeeinflussung (FZB) 276
- G**
- Gefahrenbremsung 220  
Gefälle 93  
Gefällebremsung 219, 220, 330  
Geschwindigkeit 34  
Geschwindigkeitsgleichung 192, 203, 214  
Geschwindigkeitskennlinie 58  
Geschwindigkeitsvektor am Fahrzeug 119  
Geschwindigkeitszielbremsung 42, 219, 269, 273  
Geschwindigkeits- und Wegzielbremsung 219, 269, 274  
Getriebeeingangsleistung 69, 184  
Getriebekenndiagramm 191, 192  
Getriebekonstante 192, 198  
Gewichtskraft 7  
gleichförmige Bewegung 33  
Gleichgewicht der Kräfte  
– dynamisch 6, 9  
– scheinbar 6, 9  
– statisch 5, 9  
gleichmäßig beschleunigte Bewegung 33  
Gleichstromtriebfahrzeug 203  
Gleitbewegung 160  
Gleitgeschwindigkeit 105  
Gleitreibungsbeiwert 163  
Gleitwiderstandskraft 112  
Gleitwiderstandszahl 113  
Grenztemperatur 218  
Grundgrößen 33  
Grundwiderstandskraft 109, 110  
Grundwiderstandszahl 110, 114, 115  
Grundverzögerung 254, 255
- H**
- Halbwertszeit 28, 41

Haltbremsung 219

Haltestellenabstand 310

Haltezeit 325

Handbremse 223

Handkraft 227

Hauptluftbehälter 222

Hauptluftbehälterleitung 221

Hauptluftleitung 221, 247

Hauptsignal 219

Heizleistung 184

Hilfsleistungsfaktor 184, 192

Hilfsluftbehälter 222

Hochgeschwindigkeitszug 250, 152, 276

hydrodynamische Bremse (H-Bremse) 224, 241

Hysteresebewert 160, 161, 166

## I

$I^2$ -Methode 218

indirekt wirkende Druckluftbremse 221

Integrale der Fahrbewegung 37

Intervallverzögerung 297

i-v-Diagramm 32

## K

Kennlinienfeld 188

Kennlinientransformation 73

kinetische Energie 19

kleinste Dauergeschwindigkeit 218

Klotzbauför 233, 235

Klotzbremse 222, 223

Klotzkraft 225, 226

Klotzreibwert 225, 229, 231, 233

Kolbenkraft 225, 226, 229

konstruktive Höchstgeschwindigkeit 192

Koordinatensystem 2

Kraft 2

Kraftkoeffizient 8, 9

Kraftschlussbeiwert 8, 15, 157, 175

– für Treiben 157, 176

– für Bremsen 157, 177

Kraftschlussellipse 168

Kraftschlussgleichung 175

Kraftschluss-Schlupf-Gesetz 161, 164

Kraftschlusstheorie 158

– physikalische 158, 159

– statistische 158, 171

Kraftschlusszugkraft 3, 212

Kraftstoffdichte 183

Kraftstoffheizwert 183, 186

Kraftstoffverbrauch, 308, 325, 331

– absoluter 185

– spezifischer 186, 188, 190, 332

– zeitbezogener 183, 185, 186

kritische Geschwindigkeit 308, 323

Krümmung 84

Kupplungspunkt 196

kürzeste Fahrzeit 329

Kurzschlussbremse 224

## L

Lage- und Höhenplan 92

Lagerwiderstandskraft 113

Lagerwiderstandszahl 113

Längsgleitarbeit 100

Längsgleiten 98

Längsgleitreibungsbeiwert 100, 105

Längsgleitwiderstandskraft 99

Längskraftschluss 168

Längsneigung 8, 91, 252

– effektive 96

– energetisch wirksame mittlere 324

– maßgebende 94, 295

– mittlere 93

– mittlere korrigierte 94

– zulässig, fahrtechnisch möglich 93

Lastabbremsung 228

Laststellung 228

Laufachsmasse 7

Laufkreisabstand 100

Laufkreishalbmesser 6, 11, 229, 230

Leistungsaufnahme 183, 208, 209

Leistungsdiagramm 25, 26, 187, 196, 210, 212,

215

Leistungsfaktor 197, 211

Leistungsgleichung 25, 186, 204, 205, 211

Leistungsübertagung

– Drehstrom

– elektrische 201, 202

– hydrodynamische 194

– Kupplung 194, 200  
– mechanische 191  
– Wandler 191, 195  
Linienzugbeeinflussung (LZB) 250, 276  
Lokomotivmasse 7  
Lokomotivwiderstandskraft 109  
Lokomotivwiderstandszahl 9, 109  
Lösen 246, 271  
Lösekennlinie 247  
Lösepunktkoordinaten 273, 274  
Lösezeit 247  
Losräder 106  
Luftdichte 123  
Luftimpulswiderstandskraft 142  
Luftreibungskraft 138  
– des Transrapid 150  
Luftwiderstandsbeiwert 123  
– der Gruppe 134  
– der Längsrichtung 125  
– der Seitenrichtung 125  
– des Fahrzeugs 132, 136, 137  
– des Tunnels 140  
– des Zugs 136  
Luftwiderstandskraft 109  
– äußere 109, 119, 123  
– der Fahrzeuggruppe 127  
– der Bremscheiben 141  
– des Einzelfahrzeugs 124  
– des Einzelfahrzeugs 124  
– des Zugs 135  
– im Tunnel 138, 139  
– innere 109, 141

## M

Magnetschienenbremse (Mg-Bremse) 223, 243  
Makrogeschwindigkeitsschrittverfahren 63  
Makrogleiten 159, 163  
Makroschlupf 159  
Makroschrittverfahren 57  
Maßeinheiten der Energie 17  
Massenband 96  
– homogenes 96  
– inhomogenes 96  
Massenfaktor 12, 13, 23, 255  
Massenkraft 4, 6  
Massenkraftzahl 8, 12

Massenpunkt 96  
Massenträgheitsmoment 6, 10  
maximale Beschleunigung 16  
maximale Fahrzeit 323, 329  
maximale Steigung 15  
Maximumpunkt 196  
mechanische Bremse 222  
Mikrogleiten 112, 159, 162  
Mikrogeschwindigkeitsschrittverfahren 65  
Mikrohügel 161  
Mikroschlupf 159  
Mikroschrittverfahren 57, 64, 262  
Mikrowegschrittverfahren 65  
Mikrozeitschrittverfahren 62, 65  
Mindestbremshundertstel 223, 295, 296  
minimaler Bogenhalbmesser 104  
minimale Fahrzeit 323  
Mittelwertbildung 35  
mittlere Beschleunigung 36, 37, 67, 68, 308  
– der Dieseltraktion 69, 72  
– der elektrischen Traktion 70, 72  
mittlere Bremsverzögerung 71, 257, 269, 270, 309  
mittlere wegbezogene Beschleunigung 67  
mittlere zeitbezogene Beschleunigung 67  
mittlere zeit- und wegbezogene Beschleunigung 67  
mittlere Geschwindigkeit 35, 37, 66  
mittlere Leistung 25  
mittlere Verzögerung 37  
mittlere Verzögerungskraftzahl 324  
mittlerer Ruck 36, 38  
Momentanbeschleunigung 7, 12, 14  
– aus allgemeiner Exponentialgleichung 49, 77  
– aus Exponentialgleichung des natürlichen  
Logarithmus 45, 76  
– aus Polynomgleichung 75  
momentane Leistung 25  
Motorbetriebspunkte 186, 187  
Motordrehmoment 186  
Motordrehzahl 186  
Motorkennlinien 187, 203, 204, 205, 214  
Motorleistung 69, 183, 186  
Motorsteuerung 214

## N

Nachstellvorrichtung 227  
Nahverkehrsfahrschaubild 303, 305, 306

**N**  
**Neigetechnik** 88  
**Neigung** → **Längsneigung**  
**Neigungsbeschleunigung** 14  
**Neigungskraft** 4, 92, 94  
**Neigungskraftzahl** 8, 95  
**Nennleistung** 183, 186  
**Nennbetriebspunkt** 204, 207, 210  
**Netzbremse** 224  
**Normfläche** 125  
**normierte Gleichung** 54, 187, 238  
**normierte Variable** 187, 204, 211, 384  
– hydrodynamische Übertragung 195, 198  
**Notbremsung** 220  
**Nutzbremse** 224  
**Nutzbremsenergie** 326

**P**

**Personenmasse** 7  
**Polynomgleichung der mittleren Beschleunigung** 73  
**Polynomgleittechnik** 80  
**potentielle Energie** 19  
**Propellerkurve** 188, 189, 195, 224, 242

**R**

**radabhängige Bremse** 221, 250  
**Radaufstandskraft** 103  
**Radialbeschleunigung** 85  
**Radsatzabstand** 101  
**Rad-Schiene-Kraftschluss** 157  
**Radschlupf** 159  
**radunabhängige Bremse** 221, 238  
**Reaktionsfahrabschnitt** 246  
**reduzierte Masse** 11  
**Regulierungsbremseung** 219, 330  
**Reibungswiderstands Zahl** 123  
**Reibwertgleichung** 232, 234  
**Reibwertkennlinien** 233, 237  
**Reisebeschleunigung** 67  
**Reisegeschwindigkeit** 66  
**Relativgeschwindigkeit** 120  
**relative Vermeidbarkeit** 341  
**residuale Bogenwiderstandskraft** 99  
**residuale Bogenwiderstands Zahl** 106

**Restbeschleunigung** 69, 71  
**Richtarm** 100  
**Richtungssinn** 5  
**Rollbeschleunigung** 312  
**Rollwiderstandskraft** 110  
**Rollwiderstands Zahl** 111  
**Rotation** 33  
**Rotationsenergie** 19  
**Ruck** 35  
**Ruckverträglichkeitswerte** 71, 86  
**Runge-Kutta-Schrittverfahren** 60, 61

**S**

**Sanden** 170  
**Schallwiderstandskraft** 114  
**Schallwiderstands Zahl** 114  
**Schaltdrehzahl** 193  
**Schaltgeschwindigkeit** 193  
**Scheibenbremse** 222, 223  
**Scheinstrom** 209, 210  
**Schienenrichtkraft** 98, 103  
**Schleppmassetafel** 30  
**Schleudern** 172, 173  
**Schlupf** 159, 167, 194  
**Schlupfgeschwindigkeit** 159  
**Schnellbremsung** 50, 55, 60, 219, 251, 256, 258  
**Schnellentleerungsventil (SEV)** 225  
**Schräglauflinkel** 112  
**Schrittweitensteuerung** 66  
**Schwellen** 246, 248, 258, 270  
**Schwellzeitkennlinie** 249  
**Schwingung** 33  
**Seitenführungs kraft** 112  
**Seitenkraft** 125  
**Seitenkraftschluss** 168  
**Seitenkraftzahl der Pufferkompression** 102  
**Seitenwindgeschwindigkeit** 125  
**Sicherheitsbremse** 221  
**Sichern gegen Abrollen** 219  
**Simpsonsche Regel** 57, 60  
**Slip-stick-Bewegung** 162  
**Sollfahrzeit** 322  
**Spantquerfläche** 122, 123, 124  
**spezifische Arbeit**  
– der **Beschleunigungskraft** 20

– der Gewichtskraft 20  
spezifische kinetische Energie 20  
spezifische potentielle Energie 20  
spezifische Beschleunigungsleistung 26, 69, 217  
spezifische Kraft 8  
spezifische Treibachsleistung 26  
spezifische Zugkrafterarbeit 17  
Spurkranzgleiten 98  
Spurkranzeigungswinkel 101  
Spurkranzreibungsbeiwert 101, 105  
Spurkranzreibungswiderstandskraft 101  
Spurkranzschmierung 107  
Spurkranzzwängen 98  
statistischer Kraftschlussbeiwert 171  
Stehplatzfläche 7  
Steigung 93  
Steigungs-Geschwindigkeits-Diagramm 31  
Steuergröße 303  
Stirn- und Heckflächenbeiwert 128  
stochastische Polynomgleittechnik 84  
Straßenbahnbremse 257, 287  
Streckenband 92, 94  
Streckendatei 94, 322, 327  
Streckenkraft 4  
Streckentafel 94  
Strömungsgeschwindigkeit 123  
Strömungstechnik 121  
Stundenbetriebspunkt 207, 210

## T

Tangentialbeschleunigung 84  
Tangentialbewegung 85  
Tangentialgeschwindigkeit 84  
technische Geschwindigkeit 66  
Traktionseigenschaften 190  
Translation 33  
Translationsenergie 19  
Transrapidtechnik 216, 246  
Treibachsleistung 25, 184  
Treibachsmasse 7  
Treibachszugkraft 3, 183, 184, 185  
Treibrutschlupf 159  
Triebwerkswiderstandskraft 144  
Triebfahrzeugdatei 327  
Triebfahrzeugtest 304

## U

Übergangsgeschwindigkeit 3, 47, 202, 208, 212, 240, 242  
Überhöhung 86, 102  
Überlastungskontrolle 304  
Umlaufgeschwindigkeit 66  
Umlenkkraft 103  
Umschaltpunkt 197  
Umstellmasse 228  
Unfallanalyse 339  
ungebremster Abschnitt 256  
ungleichförmige Bewegung 33  
ungleichmäßig beschleunigte Bewegung 33  
Verbrauchsmatrix 189  
Verdampfen 170  
vergrößerte Zugmasse 12  
Verkehrsarbeit 331  
Versperrungskoeffizient 139  
Verzögerung 35, 255, 256  
Verzögerungsbremse 219  
Verzögerungskennlinie 251, 271, 283, 284, 286, 287, 297  
Vollbremsung 219, 251, 256, 258  
Vorerregungswiderstandskraft 144  
Vorsignal 219  
Vorsignalabstand 219  
Vorzeichenkennung 5

## W

Wagenzugdatei 328  
Wagenzugmasse 7  
Wagenzugwiderstandskraft 109  
Wagenzugwiderstandszahl 9, 109  
Walkwiderstandskraft 114  
Walkwiderstandszahl 114  
Wandlungsfaktor 197  
Wechselgetriebübersetzung 192  
Wechselstromtriebfahrzeug 209  
Weg 1  
Weg-Zeit-Diagramm 340  
Wegzielbremse 269, 271  
Weichenwiderstandskraft 99  
Weichenwiderstandszahl 99  
Weichenwiderstandshöhe 99

- Widerstandsbremse 224  
 Widerstandskennlinien des Transrapid 149  
 Windangriffswinkel 120  
 Windgeschwindigkeit 120  
 Wirbelstrombremse (WB-Bremse) 223  
 – lineare 224, 245  
 – rotierende 224  
 Wirbelstromwiderstandskraft 150  
 Wirkstrom 210  
 Wirkungsgrad  
 – Antriebssystem 185, 205, 325, 326  
 – Motor 183, 205, 210  
 – Triebfahrzeug 186  
 – Übertragung und Wandlung 184, 186, 201  
 Wirkungsgradgleichung 192, 201  
 Wirtschaftlichkeitsuntersuchung 304
- Z**
- Zeit 1  
 Zeitfaktor 226, 249  
 Zeitzuschlag 329  
 Zugbeugung 99  
 Zugdatei 322  
 Zugfahrtberechnung 308, 319, 324, 327, 330  
 Zugfahrtkosten 304  
 Zugfahrtschreiber 337  
 Zugfahrtsimulation 322  
 Zughakenleistung 25  
 Zughakenzugkraft 3, 185  
 Zugkraft 2  
 Zugkraftarbeit 17, 18, 185, 304, 324  
 Zugkraftbeschleunigung 14  
 Zugkraftdiagramm 3, 27, 185, 196, 198, 210, 212, 215, 217  
 – Diesellokomotive 4  
 – Drehstromleistungsübertragung 202  
 – Drehstromtriebfahrzeug 215  
 – elektrische Leistungsübertragung 202  
 – elektrische Lokomotive 26  
 – Gleichstromtriebfahrzeug 207  
 – Kupplung 198  
 – mechanische Leistungsübertragung 193  
 – Transrapid 217  
 – Wandler 196, 198  
 – Wechselstromtriebfahrzeug 210  
 Zugkraftgleichung 192, 196, 203, 205, 211, 214, 216  
 Zugkraftregelung 2  
 Zugkraftsprünge 181  
 Zugkraftstufe 28  
 Zugkraftumlenkung 99  
 Zugkraftzahl 8  
 Zuglänge 96, 248, 252  
 Zugmasse 7  
 Zugmasseverhältnis 15  
 Zugtrennung 117  
 Zug- und Stoßvorrichtung 104  
 Zugwiderstandsbeschleunigung 14  
 Zugwiderstandsgleichungen 145, 148, 151  
 Zugwiderstandskraft 3, 109, 144  
 – des Transrapid 148  
 Zugwiderstandszahl 8, 9, 109  
 zulässige Bogengeschwindigkeit 85, 89  
 zulässige Radialbeschleunigung 85  
 zulässiger Radialruck 86  
 Zusatzbremse 220, 222, 262  
 zweidimensionale Bewegung 85  
 Zwischenmedium 169  
 Zwischenraumbeiwert 128