Лабораторная работа №7

Измерение жесткости пружины на основе закономерностей колебаний пружинного маятника

Цель работы: на примере колебаний пружинного маятника изучить характеристики гармонического колебательного движения.

Оборудование: штатив со шкалой, пружина, набор грузов, секундомер.

Механическими колебаниями называются такие механические движения, которые отличаются повторяемостью от времени. Тела или устройства, способные совершать механические колебания, принято называть маятниками. Рассмотрим, например, колебания пружинного вертикального маятника (рис. 4.1).

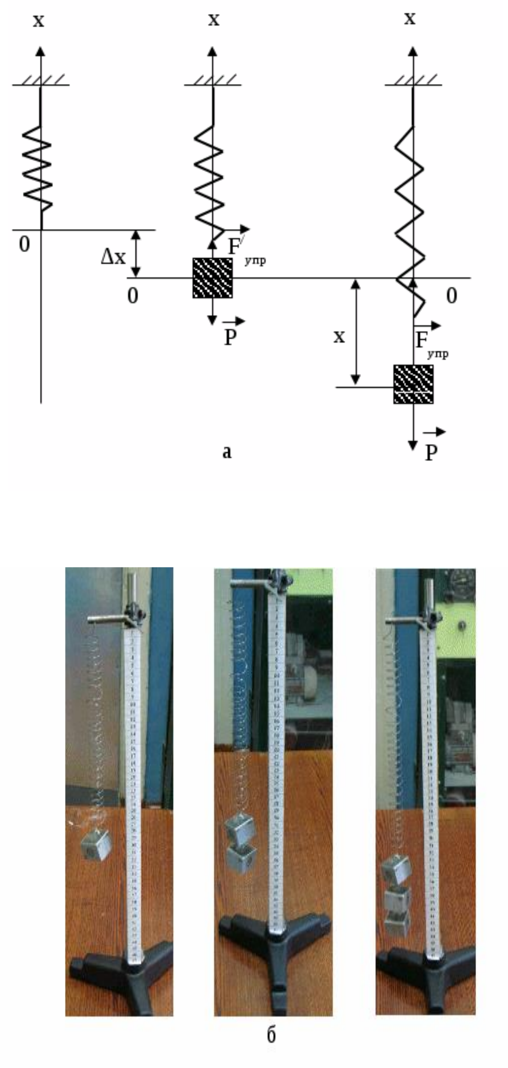

Рис. 4.1. Пружинный маятник: а – схема; б – общий вид

Колебания груза на пружине совершаются при одновременном действии на него силы тяжести

$$F_{тях} = mg \quad (4.1)$$

и силы упругости

$$F_{упр} = -kx, \quad (4.2)$$

где m - масса груза; g - ускорение свободного падения; k - коэффициент пропорциональности, называемый жесткостью тела (пружины).

Колебания, совершаемые грузом, являются гармоническим, поскольку зависимость смещения x от времени выражается гармонической функцией (то есть косинусом или синусом):

$$x = A\cos\varphi = A\cos(\omega+\varphi_0) \quad (4.3)$$

где x - смещение колеблющейся точки (или тела, принимаемого за материальную точку); A - амплитуда колебаний; φ_0- начальная фаза колебаний.

Под амплитудой колебания понимается наибольшее (по модулю) смещение тела от положения равновесия. Периодом колебаний называется промежуток времени, за который происходит одно полное колебание. В частности, для рассматриваемого пружинного маятника период колебаний определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4.4)$$

где m- масса тела, скрепленного с пружиной; k - жесткость пружины.

Частотой колебаний называют число колебаний в единицу времени (ν). За единицу частоты принимают частоту такого колебания, при котором за одну секунду совершается одно колебание, эту единицу называют герцем (Гц). Связь периода с частотой выражается формулой

$$T = 1/\nu\ .\ (4.5)$$

Если за время t произошло n колебаний, то

$$T = t\ /\ n;\ \nu = n\ /\ t\ .\ (4.6)$$

Наряду с представленной частотой колебаний ν , которую иногда называют обыкновенной или простой частотой, используется циклическая частота (ω), под которой понимается число полных колебаний, совершающихся за время, равное 2π секунд. Очевидно, что

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi\ /\ T.\ (4.7)$$

Измеряется циклическая частота в $с^{-1}$.

Подставив (4.5) в (4.1), получим

$$x = A\cos(2\pi\nu\, t + \varphi_0) = A\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \varphi_0\right)\ (4.8)$$

Найдем, что при $\varphi_0=0$:

$$\varphi = \omega t = 2\pi t\ /\ T,\ (4.9)$$

то есть фаза показывает, какая доля периода прошла от момента начала колебаний.

В данной лабораторной работе гармонические колебания исследуются на примере пружинного маятника (рис. 4.1).

Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение коэффициента жесткости пружины статическим методом

1. Подвесить к пружине, закрепленной в вертикальном положении на штативе, последовательно груз массой 0,1 кг; 0,2 кг; 0,3 кг. С помощью шкалы, укрепленной на штативе, находят соответствующие грузам удлинения пружины Δx. Результаты измерений и вычислений занести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Определение коэффициента жесткости пружины статическим методом

№п/п	m, кг	mg, Н	Δx, м	$k^{(1)}$, Н/м	$k_{ср}^{(1)}$, Н/м
1					
2					
3					

1.1. Коэффициент жесткости определяется из формулы

$$k^{(1)} = \frac{F_{\text{òÿæ}}}{\Delta x} = \frac{mg}{\Delta x},$$

где g — ускорение свободного падения.

1.2. Среднее значение коэффициента рассчитывается по выражению

$$\left\langle k_{ср}^{(1)} \right\rangle = \frac{k_{ср1}^{(1)} + k_{ср2}^{(1)} + k_{ср3}^{(1)}}{3},$$

где $k_{ср1}^{(1)}$, $k_{ср2}^{(1)}$, $k_{ср3}^{(1)}$ – значения коэффициента в каждом из опытов.

Задание 2. Определение зависимости периода собственных колебаний пружинного маятника от массы груза

1. Подвесить к пружине груз массой 0,1 кг и, слегка оттянув его от положения равновесия вниз на определенное расстояние (5…7 мм), отпустить, приведя тем самым в колебательное движение. С помощью секундомера определить время 10…15 полных колебаний.

2. Аналогичным образом провести опыты с грузами массой 0,2 кг и 0,3 кг.

3. Результаты измерений и вычислений занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Определение зависимости периода собственных колебаний пружинного маятника от массы груза

№ п/п	m, кг	x_0, м	n	t, c	T, c	T^2, c^2	$C_{ср}$.	$k_{ср}^{(2)}$	$\lvert k_{ср}^{(1)}-k_{ср}^{(2)}\rvert$
1									
2									
3									

3.1. Период колебаний T, c определяется по формуле

$$T = \frac{t}{n},$$

где t - время колебаний; n - количество колебаний.

3.2. По данным таблицы строят график зависимости T^2 от m (по оси абсцисс откладывают массу груза).

3.4. По тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс находят среднее значение C.

$$C = tg\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

3.5. Рассчитывается среднее значение коэффициента $k_{ср}^{(2)}$ по выражению

$$k_{ср}^{(2)} = \frac{4\pi^2}{C}.$$

3.6. Сравниваются значения коэффициента жесткости, полученные при выполнении задания 1 и 2.

Задание 3. Определение максимального значения возвращающей силы, действующей на колеблющийся груз.

При гармонических колебаниях груза на пружине изменяются со временем по законам тригонометрических функций не только его смещение x от положения равновесия, но и его скорость V_x, ускорение a_x, а, следовательно, и возвращающая сила F_x:

$$V_x = -A\omega\omega sint, \quad (4.10)$$

$$a_x = -A\omega^2 cos\omega t, \quad (4.11)$$

$$F_x = ma_x = -mA\omega^2\cos\omega t = -m\omega^2 x = -kx \quad (4.12)$$

Сила (f_x) достигает максимального значения в момент, когда максимально смещение, то есть когда x равно A, а поэтому

$$F_{xmax} = -m\omega^2 A = -m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \quad (4.13)$$

С другой стороны, из формулы (42) следует, что упругая сила F_x принимает максимальное значение при x = A, то есть

$$F_{xmax} = -kA \quad (4.14)$$

Таким образом, максимальное значение возвращающей силы можно определить двумя способами: по параметрам колебания - формула (4.13) и через коэффициент жесткости пружины — формула (4.14), определенной статическим методом.

Используя данные таблиц 4.1 и 4.2 по формулам (4.13) и (4.14) рассчитывают максимальные значения возвращающей силы F_x для грузов массой 0,1, 0,2 и 0,3 кг. Результаты вычислений заносят в таблицу 4.3.

Таблица 4.3

Результаты вычислений

№ п/п	m, кг	A=x_0, м	$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$, c^{-2}	$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot A$, Н	$к^{(1)}$, Н/м	$к^{(1)}\cdot A$, Н	$\left\lvert m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A - k^{(1)} \cdot A\right\rvert$
1							
2							
3							

Сравнивают значения возвращающей силы, рассчитанные указанными выше способами, находя модуль разности $\left\lvert m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A - k^{(1)} \cdot A\right\rvert$ для каждого из использованных в работе грузов.

Содержание отчета

1. Название и цель лабораторной работы.

2. Схема лабораторной установки.

3. Задание 1, 2 и 3 с заполненными таблицами.

4. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что называется механическим колебанием?

2. Какие колебания называются гармоническими?

3. Как определить период колебаний пружинного маятника?

4. Что называется частотой, периодом колебаний? Приведите формулы для их определения.

5. Что называется циклической частотой?

6. Что показывает начальная фаза колебаний?

7. Что такое коэффициент жесткости пружины? Какими двумя способами можно оценить этот коэффициент в данной работе?

8. Какими двумя способами можно оценить максимальное значение возвращающей силы, возникающей при отклонении груза от положения равновесия и стремящейся вернуть груз в первоначальное положение равновесия?