

Уровень 3

Средняя квадратичная скорость молекул азота при температуре 296К равна 480м/с. Сколько молекул содержится в 10,0г этого газа? Определите давление газа, если известно, что масса одной молекулы равна $4,680 \cdot 10^{-26}$ кг, а концентрация молекул газа $0,8 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

Решение:

Число молекул содержащихся в массе газа m , определим по формуле

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Для нахождения молярной массы газа воспользуемся формулой средней квадратичной скорости молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \text{ откуда } M = \frac{3RT}{\langle v_{\text{кв}} \rangle^2}.$$

Подставив значение молярной массы в исходную формулу, получим

$$N = \frac{m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3RT} N_A = \frac{m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3kT}.$$

Численно: $N = 1,88 \cdot 10^{23}$.

Зная массу одной молекулы и концентрацию молекул газа, давление газа найдем по формуле $p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle$.

Численно: $p = 600 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$.

Ответ: $N = 1,88 \cdot 10^{23}$, $p = 600 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$.

Уровень 4

При давлении $p=100\text{кПа}$ плотность воздуха $\rho=1,29\text{кг/м}^3$. Вычислить среднюю квадратичную скорость поступательного движения молекул воздуха при данных условиях.

Решение:

По определению плотность $\rho = \frac{m}{V}$, где m -масса газа; V - его объем. Массу газа можно найти, зная массу m_0 и число N молекул: $m = m_0 N$, а число молекул можно выразить через концентрацию n молекул: $N = nV$. Следовательно,

$$\rho = \frac{m_0 n V}{V} = m_0 n.$$

Запишем основное уравнение МКТ в виде $p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle$. Отсюда $n = \frac{3p}{m_0 \langle v^2 \rangle}$, а плотность газа $\rho = m_0 \frac{3p}{m_0 \langle v^2 \rangle} = \frac{3p}{\langle v^2 \rangle}$. Следовательно, искомая средняя квадратичная скорость молекул воздуха

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}; \langle v_{\text{кв}} \rangle = 482 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 482 \text{ м/с}$.

Уровень 5

Смесь азота и гелия при температуре $t=27^{\circ}\text{C}$ находится под давлением $p=1,3 \cdot 10^2 \text{ Па}$. Масса азота составляет 70% общей массы смеси. Найти концентрацию молекул каждого из газов.

Решение:

Давление газа можно определить из основного уравнения МКТ:

$$p=nkT.$$

Отсюда концентрация газа:

$$n = \frac{p}{kT}.$$

По условию масса азота:

$$m_1 = \eta_1 m, \quad (1)$$

где m - масса всего газа; $\eta_1 = 0,7$.

Масса гелия $m_2 = \eta_2 m = (1 - 0,7)m$.

С другой стороны, масса азота $m_1 = m_0 N_1$, где $m_0 = \frac{M_1}{N_A}$ - масса молекулы азота; N_A - число Авогадро; $N_1 = n_1 V$ - число молекул азота; n_1 - концентрация молекул азота. Следовательно,

$$m_1 = \frac{M_1}{N_A} n_1 V \quad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), получаем:

$$\frac{M_1}{N_A} n_1 V = \eta_1 m.$$

Аналогично для гелия получаем:

$$\frac{M_2}{N_A} n_2 V = (1 - \eta_1) m.$$

Из этих уравнений следует, что

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\eta_1 M_2}{(1 - \eta_2) M_1}.$$

Отсюда,

$$n_1 = \frac{\eta_1 M_2}{(1 - \eta_1) M_1} n_2.$$

Т.к. $n_2 + n_1 = n$, то $\frac{\eta_1 M_2}{(1 - \eta_2) M_1} n_2 + n_2 = n$.

Т.о.,

$$n_2 = \frac{M_1 (1 - \eta_1)}{\eta_1 M_2 + (1 - \eta_1) M_1} n = \frac{M_1 (1 - \eta_1)}{\eta_1 M_2 + (1 - \eta_1) M_1} \frac{p}{kT};$$

$$n_1 = \frac{\eta_1 M_2}{M_1 (1 - \eta_1)} n_2.$$

Ответ: $n_1 = 0,8 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$; $n_2 = 2,4 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.