

Давление света. Фотоны.

Пример 1. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии $\Phi_e = 0,6$ Вт. Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время $t = 5$ с

Решение Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = pS. \quad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p = E_e(\rho + 1)/c \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) давления света в формулу (1), получим

$$F = [(E_e S)/c] * (\rho + 1). \quad (3)$$

Так как произведение облученности E_e на площадь S поверхности равно потоку Φ энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде

$$F = (\Phi_e/c) * (\rho + 1).$$

После подстановки значений Φ_e и c с учетом, что $\rho = 1$ (поверхность зеркальная), получим

$$F = 4 \text{ нН.}$$

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

Число N фотонов, падающих за время Δt на поверхность, определяется по формуле

$$N = \Delta W / \varepsilon = \Phi_e \Delta t / \varepsilon,$$

где ΔW — энергия излучения, получаемая поверхностью за время Δt

Выразив в этой формуле энергию фотона через длину волны ($\varepsilon = hc/\lambda$), получим

$$N = \Phi_e \lambda \Delta t / (hc).$$

Подставив в этой формуле числовые значения величин, найдем

$$N = 1019 \text{ фотонов.}$$

Пример 2. Параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление $p = 10$ мкПа. Определить: 1) концентрацию n фотонов в пучке, 2) число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1 м^2 за время 1 с.

Решение. 1. Концентрация n фотонов в пучке может быть найдена, как частное от деления объемной плотности энергии w на энергию ε одного фотона:

$$n = w / \varepsilon \quad (1)$$

Из формулы $p = w(1 + \rho)$, определяющей давление света, где ρ — коэффициент отражения, найдем

$$w = p / (\rho + 1). \quad (2)$$

Подставив выражение для w из уравнения (2) в формулу (1), получим

$$n = \rho / [(\rho + 1) * \varepsilon]. \quad (3)$$

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

Энергия фотона зависит от частоты ν , а следовательно, и от длины световой волны λ :

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda \quad (4)$$

Подставив выражение для энергии фотона в формулу (3), определим искомую концентрацию фотонов:

$$n = (\rho\lambda)/[(\rho+1)*\varepsilon]. \quad (5)$$

Коэффициент отражения ρ для зачерненной поверхности принимаем равным нулю.

Подставив числовые значения в формулу (5), получим

$$n = 2,52 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

2. Число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1 м^2 за время 1 с , найдем из соотношения $n_1 = N/(St)$, где N — число фотонов, падающих за время t на поверхность площадью S . Но $N = ncSt$, следовательно,

$$n_1 = (ncSt)/(St) = nc$$

Подставив сюда значения n и c , получим

$$n_1 = 7,56 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Строение атомных ядер

Пример 1. Водород обогащен дейтерием. Определить массовые доли w_1 протия и w_2 дейтерия, если относительная атомная масса A_r такого водорода оказалась равной 1,122.

Решение. Массовые доли w_1 протия и w_2 дейтерия можно выразить соотношениями

$w_1 = m_1/(m_1+m_2)$; $w_2 = m_2/(m_1+m_2)$, где m_1 и m_2 — массы соответственно протия и дейтерия в смеси.

Выразим из этих равенств массы m_1 и m_2

$$m_1 = w_1(m_1+m_2); m_2 = w_2(m_1+m_2)$$

и подставим их в знаменатель формулы, определяющей молярную массу M смеси:

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

где M_1 и M_2 — молярные массы компонентов смеси. После такой подстановки и простых преобразований получим

Так как молярные массы протия и дейтерия пропорциональны их относительным атомным массам, то равенство (1) можно переписать в виде

где A_{r1} и A_{r2} — относительные атомные массы соответственно протия и дейтерия.

Заметим далее, что сумма массовых долей всех компонентов должна быть равна единице, т. е.

$$w_1 + w_2 = 1. (3)$$

Решив совместно равенства (2) и (3), найдем

В табл. 21 найдем: $A_{r1} = 1,00783$, $A_{r2} = 2,01410$.

Подставив числовые значения величин в (4) и (5), получим

$$w_1 = 0,796 \text{ и } w_2 = 0,204.$$

Пример 2. Определить отношение сечений s_1/s_2 ядер висмута $^{209}_{83}\text{Bi}$ и алюминия $^{27}_{13}\text{Al}$.

Решение. Будем рассматривать ядро как шар радиусом r . Тогда площадь его поперечного сечения (сечения ядра) может быть найдена по формуле

$$s = \pi r^2.$$

Радиус ядра зависит от числа нуклонов в ядре (массового числа A) и определяется соотношением

$$r = r_0 A^{1/3}$$

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

где r_0 — коэффициент пропорциональности, практически одинаковый для всех ядер. Тогда

Используя это выражение, найдем сечения s_1 и s_2 ядер висмута и алюминия с массовыми числами A_2 и A_1 .

Отношение сечений найдем разделив s_1 на s_2 :

$$s_1/s_2 = (A_1/A_2)^{2/3}$$

Сделав подстановку числовых значений ($A_1 = 209$ и $A_2 = 27$), получим

$$s_1/s_2 = 3,91.$$

Пример 1. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0,155$ мкм; 2) γ -излучением с длиной волны $\lambda_2 = 2,47$ пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов определим из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + T_{\text{max}} (1)$$

Энергия фотона вычисляется по формуле $\varepsilon = hc/\lambda$, работа выхода A указана в табл. 20 для серебра $A = 4,7$ эВ.

Кинетическая энергия фотоэлектрона в зависимости от того, какая скорость ему сообщается, может быть выражена или по классической формуле

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (2)$$

или по релятивистской

$$T = (m - m_0)c^2 \quad (3)$$

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона ε много меньше энергии покоя электрона E_0 , то может быть применена формула (2); если же ε сравнима по размеру с E_0 , то вычисление по формуле (2) приводит к грубой ошибке, в этом случае кинетическую энергию фотоэлектрона необходимо выражать по формуле (3)

1. В формулу энергии фотона $\varepsilon = hc/\lambda$ подставим значения величин h , c и λ и, произведя вычисления, для ультрафиолетового излучения получим

$$\varepsilon_1 = 1,28 \text{ аДж} = 8 \text{ эВ.}$$

Это значение энергии фотона много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена

по классической формуле (2) $\varepsilon_1 = A + \frac{1}{2} m_0 v_{\max}^2$, откуда

Выпишем величины, входящие в формулу (4): $\varepsilon_1 = 1,28 \times 10^{-18}$ Дж (вычислено выше); $A = 4,7 \text{ эВ} = 4,7 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ Дж} = 0,75 \times 10^{-18} \text{ Дж}$; $m_0 = 9,11 \times 10^{-31} \text{ кг}$ (см. табл. 24).

Фотоэлектрический эффект.

Пример 1 Определить красную границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны $\lambda = 400 \text{ нм}$ максимальная скорость v_{\max} фотоэлектронов равна $0,65 \text{ Мм/с}$.

Решение. При облучении светом, длина волны λ_0 которого соответствует красной границе фотоэффекта, скорость, а следовательно, и кинетическая энергия фотоэлектронов равны нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта $\varepsilon = A + T$ в случае красной границы запишется в виде

$$\varepsilon = A, \text{ или } hc/\lambda_0 = A.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = hc/A. \quad (1)$$

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

Выпишем числовые значения величин, выразив их в СИ: $h=6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж*с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $\lambda=400$ нм= $4 \cdot 10^{-7}$ м; $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ кг; $v = 6,5 \cdot 10^5$ м/с.

Подставив эти значения величин в формулу (2) и вычислив, получим

$$A=3,05 \times 10^{-19} \text{ Дж} = 0,305 \text{ аДж}.$$

Для определения красной границы фотоэффекта подставим значения A , h и c в формулу (1) и вычислим:

$$\lambda_0=651 \text{ нм}.$$

Пример 2. При определении периода полураспада $T_{1/2}$ короткоживущего радиоактивного изотопа использован счетчик импульсов. За время $\Delta t = 1$ мин в начале наблюдения ($t=0$) было насчитано $\Delta n_1=250$ импульсов, а по истечении времени $t=1$ ч— $\Delta n_2=92$ импульса. Определить постоянную радиоактивного распада λ и период полураспада $T_{1/2}$ изотопа.

Решение. Число импульсов Δn , регистрируемых счетчиком за время Δt , пропорционально числу распавшихся атомов ΔN .

Таким образом, при первом измерении

$$\Delta n_1=k\Delta N_1=kN_1(1-e^{-\lambda\Delta t}), \quad (1)$$

где N_1 — количество радиоактивных атомов к моменту начала отсчета; k — коэффициент пропорциональности (постоянный для данного прибора и данного расположения прибора относительно радиоактивного изотопа).

При повторном измерении (предполагается, что расположение приборов осталось прежним)

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

$$\Delta n_2=k\Delta N_2=kN_2(1-e^{-\lambda\Delta t}), \quad (2)$$

где N_2 — количество радиоактивных атомов к моменту начала второго измерения.

Разделив соотношение (1) на выражение (2) и приняв во внимание, что по условию задачи Δt одинаково в обоих случаях, а также что N_1 и N_2 связаны между собой соотношением $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$, получим

$$\Delta n_1/\Delta n_2=e^{\lambda t} \quad (3)$$

где t — время, прошедшее от первого до второго измерения. Для вычисления λ выражение (3) следует прологарифмировать: $\ln(\Delta n_1/\Delta n_2)=\lambda t$, откуда

$$\lambda = (1/t) \times \ln(\Delta n_1/\Delta n_2).$$

Подставив числовые данные, получим постоянную радиоактивного распада, а затем и период полураспада:

$$\lambda = (1/1) \times \ln(250/92) \text{ ч}^{-1} = 1 \text{ ч}^{-1};$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / 1 = 0,693 \text{ ч} = 41,5 \text{ мин}.$$

Элементы дозиметрии ионизирующих излучений

Примеры решения задач

Пример 1. Вычислить толщину слоя половинного ослабления $x_{1/2}$ параллельного пучка γ -излучения для воды, если линейный коэффициент ослабления $m = 0,047$ см⁻¹.

Решение. При прохождении γ -излучения через слой вещества происходит их поглощение за счет трех факторов: фотоэффекта, эффекта Комптона и образования

пар (электрон — позитрон). В результате действия этих трех факторов интенсивность γ -излучения экспоненциально убывает в зависимости от толщины слоя:

$$I = I_0 e^{-mx}. \quad (1)$$

Пройдя поглощающий слой толщиной, равной толщине слоя половинного ослабления $x_{1/2}$, пучок γ -излучения будет иметь интенсивность $I = I_0/2$. Подставив значения I и x в формулу (1), получим

$$I_0/2 = I_0 e^{-mx_{1/2}}, \text{ или после сокращения на } I_0$$

$$1/2 = e^{-mx_{1/2}}$$

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

Прологарифмировав последнее выражение, получим искомое значение толщины слоя половинного ослабления:

$$x_{1/2} = \ln 2 / m. \quad (2)$$

Подставив в формулу (2) значения m и $\ln 2$, найдем $x_{1/2}$

$$x_{1/2} = 14,7 \text{ см.}$$

Таким образом, слой воды толщиной в 14,7 см снижает интенсивность γ -излучения в два раза.

Пример 2. Точечный радиоактивный источник ^{60}Co находится в центре свинцового сферического контейнера с толщиной стенок $x = 1 \text{ см}$ и наружным радиусом $R = 20 \text{ см}$. Определить максимальную активность A_{\max} источника, который можно хранить в контейнере, если допустимая плотность потока $J_{\text{доп}}$ γ -фотонов выходе из контейнера равна $8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$. Принять, что при каждом акте распада ядра ^{60}Co испускается $p = 2$ γ -фотона, средняя энергия которых $(\epsilon) = 1,25 \text{ МэВ}$.

Решение. Активность радиоактивного источника связана с потоком излучения γ -фотонов соотношением $\Phi = A p$, где p — число γ -фотонов, испускаемых при одном акте распада, откуда

$$A = \Phi / p. \quad (1)$$

Поток Φ , входящий в эту формулу, выразим через плотность потока. Плотность потока на расстоянии R от точечного источника излучений

$$J_1 = \Phi / (4\pi R^2).$$

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

После прохождения излучений через свинцовую стенку контейнера плотность потока уменьшится и выразится соотношением $J_2 = J_1 e^{-mx}$. Выразив отсюда J_1 и подставив в формулу (2), найдем

$$J_2 e^{mx} = \Phi / (4\pi R^2),$$

откуда

$$\Phi = 4\pi R^2 J_2 e^{mx}.$$

Подставив выражение Φ в (1), получим

$$A = 4\pi R^2 J_2 e^{mx} / p.$$

Если в полученной формуле принять $J_2 = J_{\text{доп}}$, формула будет выражать искомую максимальную активность источника, который можно хранить в контейнере:

$$A_{\max} = 4\pi R^2 J_{\text{допемх}}/n. \quad (3)$$

По графику на рис. 42.1 находим, что линейный коэффициент ослабления m для γ -фотонов с энергией $\varepsilon = 1,25$ МэВ равен $0,64 \text{ см}^{-1}$.

Выразим величины, входящие в формулу (3), в единицах СИ и, выполнив вычисления, получим

$$A = 3,8 \text{ МБк}.$$

Пример 3. Космическое излучение на уровне моря на экваторе образует в воздухе объемом $V = 1 \text{ см}^3$ в среднем $N = 24$ пары ионов за время $t_1 = 10 \text{ с}$. Определить экспозиционную дозу X , получаемую человеком за время $t_2 = 1$ год.

Решение. Экспозиционную дозу, получаемую человеком, можно выразить по формуле

$$X = X t_2 \quad (1)$$

где X — мощность экспозиционной дозы излучения.

Лекции курсовые задачи чертежи лабораторные математика физика ТОЭ информатика

Мощность дозы $X = Q/(m t_1)$, где Q — заряд ионов одного знака, образуемых излучением за время t_1 в воздухе массой m . Масса воздуха может быть найдена как произведение плотности ρ воздуха на его объем V : $m = \rho V$. Заряд всех ионов одного знака найдем, помножив элементарный заряд на число ионов: $Q = |e|N$.

Формула (1) с учетом выражений X , m и Q примет вид

Выразим величины, входящие в формулу (2), в единицах СИ и, выполнив вычисления, получим

$$X = 9,41 \text{ мкКл/кг}.$$