

Тема урока *Превращение энергии при гармонических колебаниях*

Повторение: Полная механическая энергия системы равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий. Кинетической энергией тело обладает вследствие своего движения, а потенциальная энергия определяется взаимодействием тела с другими телами или полями. Полная механическая энергия сохраняется.

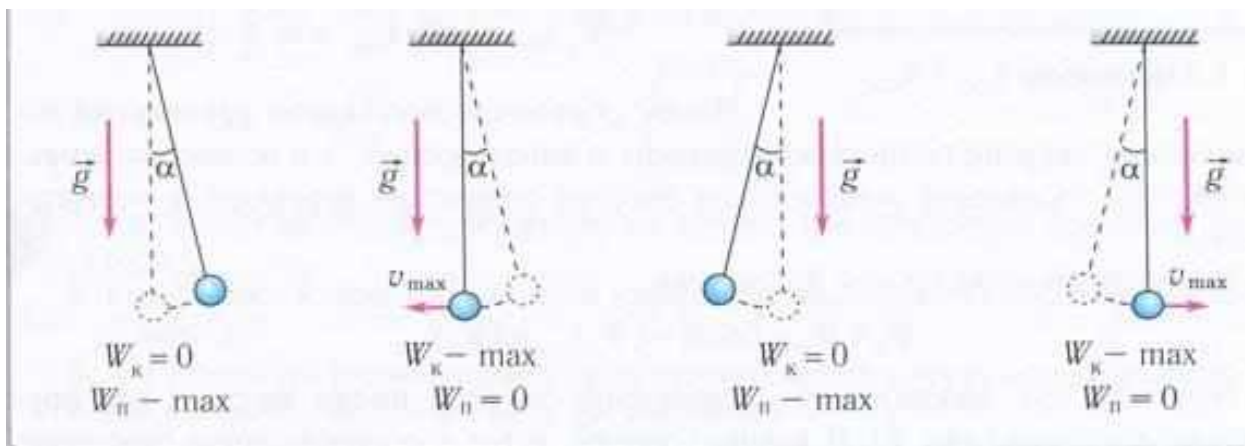


Рис. 7. Превращения энергии при колебаниях математического маятника

1. Рассмотрим превращение энергии при колебаниях математического маятника. Выберем систему отсчета таким образом, чтобы в положении равновесия его потенциальная энергия была равна нулю. При его отклонении на угол α , соответствующий максимальной амплитуде, потенциальная энергия максимальна, а кинетическая энергия равна нулю

$$W = E_n = mgh \quad E_k = 0$$

Поскольку в положении равновесия потенциальная энергия маятника равна нулю, то кинетическая энергия (а следовательно и скорость) будет максимальна:

$$W = E_k = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad E_n = 0$$

$$E = E_k + E_p :$$

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{mgx^2}{2l}.$$

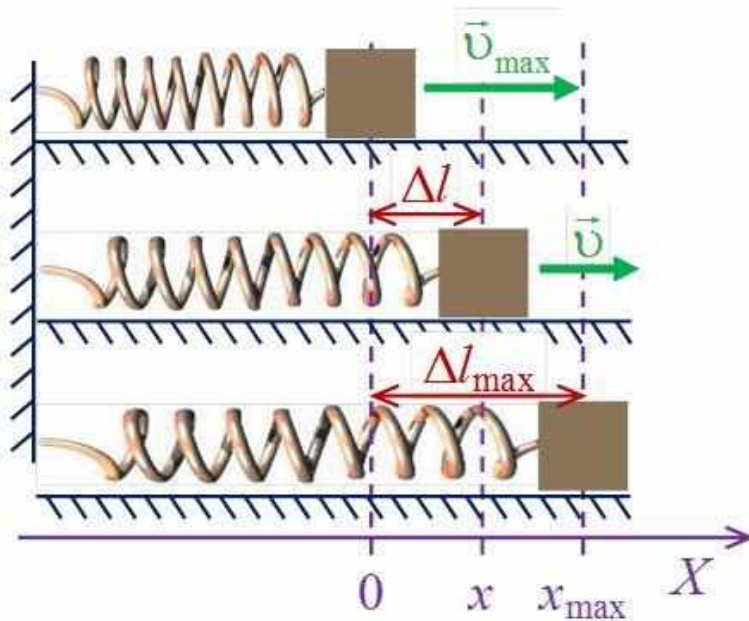
$$\text{Выражение для скорости } v_{\max} = A \sqrt{\frac{g}{l}}$$

2. рассмотрим закон сохранения энергии для пружинного маятника

В крайних точках, когда $x=\pm A$, скорость груза $\vartheta=0$, и кинетическая энергия груза полностью переходит в потенциальную энергию деформированной пружины:

$$E_{\text{п}} = \frac{kA^2}{2}$$

Т.о. полная энергия гармонического осциллятора прямо пропорциональна квадрату амплитуды колебаний



В положении равновесия, когда $x=0$, вся энергия осциллятора переходит в кинетическую энергию груза

$$E_{\text{к}} = \frac{m\vartheta_{\text{max}}^2}{2}$$

В промежуточных точках полная энергия определяется формулой

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2},$$

Выражение для скорости $\vartheta_{\text{max}} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$. $\vartheta = \pm\vartheta_{\text{max}}\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$

$$\vartheta = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}$$

Пример решения задач

№8 Груз массой 4 кг совершает горизонтальные колебания под действием пружины жесткостью 75 Н/м. При каком смещении груза от положения равновесия модуль его скорости равен 5 м/с, если в положении равновесия модуль его скорости равен 10 м/с?

Решение

$m=4\text{кг}$ Вспомним закон сохранения полной энергии

$k=75\text{Н/м}$ $W = K + \Pi$

$v=5\text{м/с}$ $W = \frac{mv_0^2}{2}$

$v_0 = 10\text{м/с}$ $K = \frac{mv^2}{2}$

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$$

$$kx^2 = mv_0^2 - mv^2$$

$$x^2 = \frac{m}{k}(v_0^2 - v^2)$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{m}{k}(v_0^2 - v^2)} = \pm 2\text{м}$$