

Тема: **Колебательное движение. Гармонические колебания. Амплитуда, период, частота, фаза колебаний. Уравнение гармонических колебаний. Колебательное движение. Гармонические колебания. Уравнения гармонических колебаний.**

Повторение: При движении материальной точки по окружности радиуса R с постоянной по модулю линейной скоростью v угол поворота φ ее радиус-вектор изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t$, где ω -угловая скорость. При этом движение характеризуется центростремительным ускорением и вычисляется по формуле $a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R}$. Положение системы, при котором равнодействующая всех сил равна нулю, называется положением равновесия. Равновесие механической системы устойчиво, если при малом отклонении от положения равновесия система под действием внутренних сил возвращается в исходное положение.

Колебательное движение - это всякий процесс, который обладает свойством повторяемости.

Колебания - это движения или состояния, повторяющиеся во времени.

Колебания являются очень распространенным видом движения. Это покачивания веток деревьев на ветру, вибрация струн музыкальных инструментов, движение поршня в цилиндре двигателя автомобиля, качание маятника в настенных часах и даже биение нашего сердца, пульсация излучения звезд, приливы и отливы на Земле, вызываемые движением Луны. Колебания свойственны практически всем явлениям природы.

Давайте рассмотрим колебания маятника на настенных часах. Демонстрация.

Обратите внимание, что маятник периодически повторяет свое движение.

Периодическое движение - это движение при котором физические величины через равные промежутки времени принимают одни и те же значения.

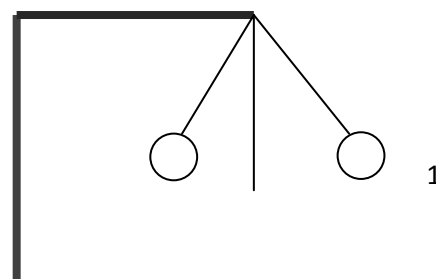
Периодическое движение называется колебательным, если тело, (мт) перемещается то в одну, то в другую сторону от положения равновесия. При этом через любую точку траектории, за исключением крайних, тело проходит как в прямом так и в обратном направлении. Следовательно, отличительным признаком колебательного движения является его **возвратность**.

Механические колебания

Одним из видов колебаний, особо выделяемых в физике, являются механические колебания.

Рассмотрим математический или нитяной маятник. Он представляет собой шарик, прикрепленный к легкой, тонкой нити.

Если этот шарик сместить в сторону от положения равновесия и отпустить, то он начнет



колебаться, т.е. совершать колебательные

движения, периодически проходя через положение равновесия. Положение, при котором, шарик отклоняется на наибольшее расстояние от положения равновесия называется амплитудой колебаний.

Амплитуда - это наибольшее отклонение колеблющегося тела от положения равновесия.

Амплитуда $[A]$ колебаний измеряется в единицах длины - метрах, сантиметрах и т.д.

Через определенное время, после начала колебательного процесса система вернется в первоначальное положение, это время называется периодом колебаний.

Период колебаний - это наименьший промежуток времени, через который система, совершающая колебания, снова возвращается в то же состояние, в котором она находилась в начальный момент времени, выбранный произвольно. или - это время за которое совершается одно полное колебание.

Период $[T]$ измеряется в единицах времени секунды, минуты и т.д.

Зная период можно определить частоту колебаний.

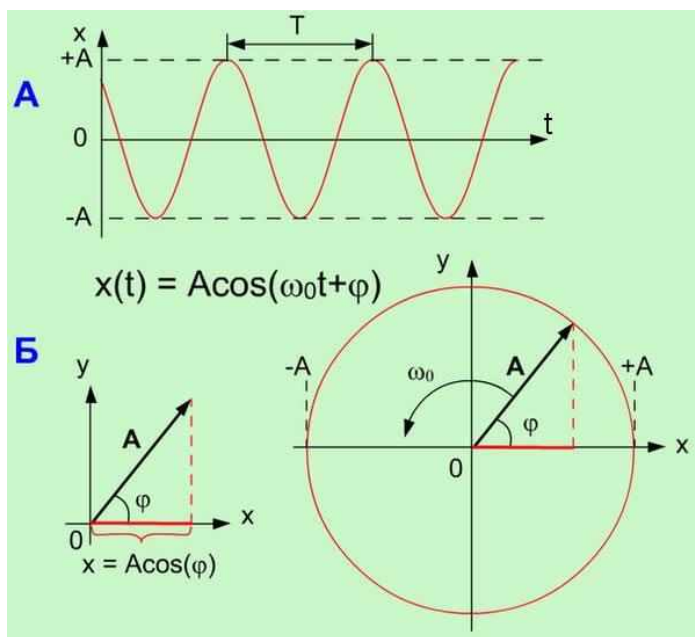
Частота колебаний - это число колебаний в единицу времени.

Частота колебаний за одну секунду определяется $\nu = \frac{1}{T}$ и измеряется в Герцах (Гц) в честь Генриха Герца.

В теории колебаний пользуются также понятием циклической или круговой частоты ω . Она связана с обычной частотой ν и периодом колебаний T соотношениями $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

Циклическая частота - это число колебаний, совершаемых за 2π секунды.

Гармонические колебания



Рассмотрим движение мт по окружности, это простейшая модель колебательного движения. если в начальный момент тело находилось в точке $+A$, а через время t - в точке A , то его проекция сместилась от точки x к центру окружности на расстояние x . Радиус - вектор за это время повернулся на угол φ , называемый фазовым углом или фазой.

Фаза - это угол на который сместилось тело за время t

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Фаза измеряется в радианах (рад)

Гармонические колебания - это периодическое колебание, при котором координата, скорость, ускорение, характеризующие движение, изменяются по закону синуса или косинуса.

Графиком гармонического колебания является синусоида (или косинусоида). По графику колебаний можно определить все характеристики колебательного движения.



Уравнение гармонического колебания устанавливает зависимость координаты тела от времени

x – координата колеблющегося тела

A (x_0) – амплитуда колебания

ω – циклическая частота

t – время

φ_0 – начальная фаза

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$[x] = 1\text{м} \quad [A] = 1\text{м} \quad [\omega] = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$[t] = 1\text{с} \quad [\varphi] = 1\text{рад}$$

График косинуса в начальный момент имеет максимальное значение, а график синуса имеет в начальный момент нулевое значение. Если колебание начинаем исследовать из положения равновесия, то колебание будет повторять синусоиду. Если колебание начинаем рассматривать из положения максимального отклонения, то колебание опишет косинус. Или такое колебание можно описать формулой синуса с начальной фазой $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Таким образом, колебания при которых зависимость координаты тела от времени описывается формулами

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

называются гармоническими.

Зависимость $x(t)$ называют **кинематическим законом движения**

Систему (тело), которая совершает гармонические колебания, называют гармоническим осциллятором.

При гармоническом движении проекция ускорения точки прямо пропорциональна ее смещению от положения равновесия и противоположна ему по знаку.

Данное соотношение, записанное в виде

$$a(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

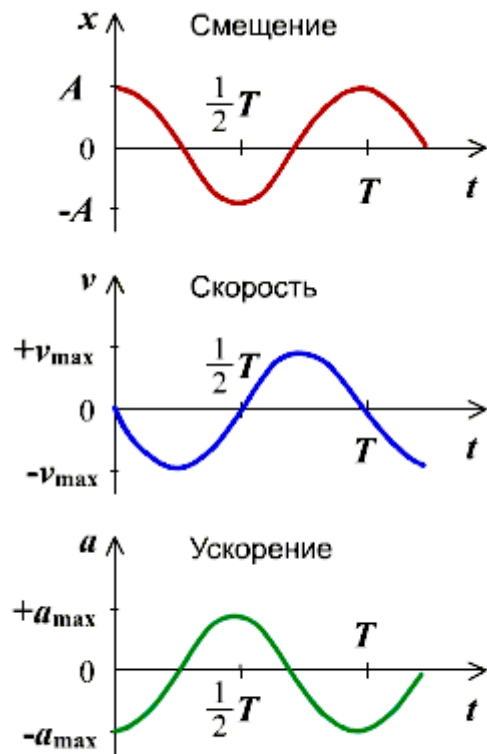
представляет собой уравнение гармонических колебаний (гармонического осциллятора)

Изменение скорости и ускорения при гармоническом колебании

Не только координата тела изменяется со временем по закону синуса или косинуса. Но и такие величины, как **сила**, **скорость** и **ускорение**, тоже изменяются аналогично. Сила и

ускорение максимальные, когда колеблющееся тело находится в крайних положениях, где смещение максимально, и равны нулю, когда тело проходит через положение равновесия. Скорость, наоборот, в крайних положениях равна нулю, а при прохождении телом положения равновесия - достигает максимального значения.

Если колебание описывать по закону косинуса



Графики смещения, скорости, ускорения
при гармонических колебаниях

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\begin{aligned} v &= -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = \\ &= A\omega \cos\left[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = \\ &= A\omega^2 \cos\left[(\omega t + \varphi_0) + \pi\right] \end{aligned}$$

Если колебание описывать по закону синуса



Графики смещения, скорости, ускорения
при гармонических колебаниях

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = \\ = A\omega \sin\left[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = \\ = A\omega^2 \sin\left[(\omega t + \varphi_0) + \pi\right]$$

Максимальные значения скорости и ускорения

Проанализировав уравнения зависимости $v(t)$ и $a(t)$, можно догадаться, что максимальные значения скорости и ускорения принимают в том случае, когда тригонометрический множитель равен 1 или -1. Определяются по формуле

$$v_{\max} = A\omega$$

\vec{v} – мгновенная скорость колеблющегося тела

\vec{a} – ускорение тела

A – амплитуда колебаний

ω – циклическая частота колебаний

$$a_{\max} = A\omega^2$$

$$[v] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad [a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad [A] = 1 \text{ м} \quad [\omega] = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$