

## Решение задач «Основное уравнение МКТ идеального газа».

**Задача 1.** Газ, создающий в баллоне давление  $p$ , действует на вентиль диаметром  $d$  силой давления  $F$ . Определите значение величины, обозначенной \*. Как изменится сила давления газа на вентиль: а) при увеличении концентрации газа в  $\alpha$  раз; б) при увеличении средней квадратичной скорости молекул газа в  $\beta$  раз?

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p$ , кПа	200	300	*	300	400	*	400	500	*	500	200	*
$F$ , Н	2,5	*	5,0	23,5	*	4,0	20	*	3,8	10	*	31,4
$d$ , мм	*	5,0	8,0	*	8,0	5,0	*	10	4,0	*	4,0	10
$\alpha$	1,5	2	2,5	2	2,5	3	2,5	3	1,5	3	1,5	2
$\beta$	2	2,5	2	2,5	3	2,5	3	1,5	3	1,5	2	1,5

**Задача 2.** Газ при средней квадратичной скорости движения молекул  $v_{\text{кв}}$  и концентрации  $n$  производит давление  $p$  на стенки баллона. Тип газа указан в таблице. Определите значение величины, обозначенной \*.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Газ	$N_2$	$O_2$	$CO_2$	Rn	$H_2$	Ne	Kr	$Cl_2$	$NH_3$	Ar	He	$CH_4$
$n$ , $10^{25} \text{ м}^{-3}$	2,8	*	2,4	4,8	*	3,0	3,4	*	2,0	3,8	*	2,6
$v_{\text{кв}}$ , м/с	*	500	400	*	200	600	*	320	660	*	1300	700
$p$ , кПа	120	150	*	200	120	*	150	200	*	200	100	*

**Задача 3.** Манометр, присоединенный к газовому баллону, показывает давление  $p$  при концентрации газа  $n$  и средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа  $\bar{E}$ . Определите значение величины, обозначенной \*. Как изменится давление газа в баллоне при увеличении средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа в  $\gamma$  раз?

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p$ , кПа	150	*	200	250	*	300	200	*	250	300	*	150
$n$ , $10^{10} \text{ см}^{-3}$	*	2,6	4,8	*	3,0	7,0	*	3,8	6,0	*	4,8	3,6
$\bar{E}$ , $10^{-21} \text{ Дж}$	6,5	6,0	*	7,0	6,5	*	5,5	4,5	*	4,5	5,5	*
$\gamma$	3	2,5	2	1,5	3	2,5	2	1,5	3	2,5	2	1,5

Решите задачу 1. Найдите массу молекулы воды.

**Формула для вычисления массы молекулы:  $m_0 = M / N_A$**

**Решение:**

$M_r = 2 + 16 = 18$  а.е.м. - относительная молекулярная масса воды ( $H_2O$ ) из таблицы Менделеева.

$M = 0,018$  кг/моль - молярная масса воды.

$N_A = 6 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> - число Авогадро.

$m_0 = M / N_A$  - масса молекулы

**Ответ:  $m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$  кг - масса молекулы воды**

Решите задачу 1а. Сколько молекул содержится в 1 см<sup>3</sup> воды?

**Формула для вычисления числа молекул:  $N = (m / M_0) \cdot N_A$**

**Дано:**

$$V = 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$N = ?$$

**Решение:**

$$\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$M_0 = 0,018 \text{ кг/моль}$$

$$m = V \cdot \rho_0$$

$$m = 0,001 \text{ кг}$$

$$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$N = (m / M_0) \cdot N_A$$

$$\text{Ответ: } N = 3,333 \cdot 10^{22}$$

Задача 1. Как изменится давление водорода, находящегося в закрытом сосуде, если каждая молекула распадется на отдельные атомы, а средние квадраты скоростей не изменятся?

**Решение задачи 1:**

Концентрация частиц увеличится в 2 раза, а масса каждой частицы уменьшится в 2 раза. Значит давление не изменится.

Задача 2. Имеются два одинаковых сосуда. В одном из них находится кислород, а в другом азот. Число молекул каждого газа и средние квадраты их скоростей одинаковы. Давление кислорода равно 32 кПа. Чему равно давление азота?

**Решение задачи 2:**

Концентрация молекул в обоих сосудах одинакова. Давления различны только из-за разной массы молекул азота и кислорода. Чем больше масса молекулы, тем больше давление. Значит давление азота меньше давления кислорода во столько же раз, во сколько раз масса молекулы азота меньше массы молекулы кислорода, т.е. давление азота равно  $32 \cdot 28/32 \text{ кПа} = 28 \text{ кПа}$ .

Задача 3. В результате нагревания газа в закрытом сосуде средняя квадратичная скорость молекул увеличилась в 2 раза. Как изменилось давление?

**Решение задачи 3:**

Средний квадрат скорости молекул увеличился 4 раза, значит давление увеличилось в 4 раза.

Задача 4. В сосуд, содержащий некоторое количество атомов гелия, добавляют такое же число молекул водорода, имеющих среднюю кинетическую энергию теплового движения, равную средней кинетической энергии теплового движения атомов гелия. Во сколько раз изменится давление в сосуде?

Решение задачи 4:

Число, а значит и концентрация частиц возрастает в 2 раза, а средняя кинетическая энергия не меняется. Значит давление возрастет в 2 раза.

Задача 5. Рассчитайте силу удара молекулы газа о стенку сосуда, если она движется перпендикулярно стенке со скоростью  $u$ , масса молекулы  $m_0$ , а время ее соударения со стенкой  $dt$ .

Решение задачи 5:

Пусть сила удара молекулы  $F$ , тогда импульс силы равен  $F \cdot dt$ . Импульс силы равен изменению импульса молекулы:  $F \cdot dt = m_0 \cdot \Delta v$ .  
 $\Delta v = u - (-u) = 2u$ .  
Значит  $F = 2u \cdot m_0 / dt$ .

Задача 6. Сколько ударов  $Z$  молекул о стенку площадью  $S=1 \text{ м}^2$  происходит за 1 с?

**Решение задачи 6:**

Воспользуемся решением предыдущей задачи и основным уравнением молекулярно-кинетической теории.  $Z$  молекул за одну секунду передадут стенке импульс  $Z \cdot m_0 \cdot 2v$ . Но согласно второму закону Ньютона изменение импульса любого тела за единицу времени равно действующей на него силе. Давление газа равно  $p = n \cdot m_0 \cdot v^2 / 3 = Z \cdot 2v \cdot m_0 / S$ . Значит  $Z = n \cdot v / 6$ .

Задача 7 (проблемная). Спутник объемом  $V = 1000 \text{ м}^3$  заполнен гелием. Метеорит пробил в стенке спутника отверстие площадью  $S = 1 \text{ см}^2$ . Оценить время, за которое давление упадет на 1%. Температуру внутри спутника считать неизменной. Средняя квадратичная скорость атомов гелия  $v = 500 \text{ м/с}$ .

Решение: Как показано при решении предыдущей задачи, на квадратный метр поверхности стенки сосуда за 1 с падает  $Z = nv/6$  атомов. Значит в отверстие в стенке за 1 с вылетит  $Snv/6$  атомов. Чтобы давление уменьшилось на 1%, из станции должна вылететь 0,01 всех атомов, значит их концентрация тоже уменьшится на 0,01.  $tSnv/6 = 0,01nV$ . Откуда  $t = 0,06V/(Sv) = 1200 \text{ с}$ . (Из-за малого изменения концентрации атомов можно пренебречь изменением числа вылетающих из станции атомов в единицу времени).

Решите задачу 2а. Каково давление азота, если средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с, а его плотность 1,36 кг/м<sup>3</sup> ?

**Решение:**

**Дано:**

$$\bar{v} = 500 \text{ м/с}$$

$$\rho_0 = 1.36 \text{ кг/м}^3$$

$$P = ?$$

$$P = (1 / 3) \cdot \rho_0 \cdot \bar{v}^2$$

$$\text{Ответ: } P = 113333.3 \text{ Па} = 0.11 \text{ МПа}$$

Решите задачу 3. Найти среднюю квадратичную скорость молекулы водорода при температуре 27оС.

**Решение:**

**Дано:**

$$M = 0.002 \text{ кг/моль}$$

$$T = 27 + 273 \text{ К} = 300 \text{ К}$$

$$R = 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

$$\bar{V} = ?$$

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\text{Ответ: } \bar{V} = 1930,3 \text{ м/с}$$

Решите задачу 4. Газ при давлении 0,2 МПа и температуре 15оС имеет объем 5 л. Чему равен объем газа этой массы при нормальных условиях?

**Решение:**

**Дано:**

$$P_1 = 200000 \text{ Па}$$

$$T_1 = 15 + 273 = 288 \text{ К}$$

$$V_1 = 0.005 \text{ м}^3$$

**При нормальных условиях:**

$$P_2 = 100000 \text{ Па}$$

$$T_2 = 0 + 273 = 273 \text{ К}$$

$$V_2 = ?$$

$$V_2 = P_1 V_1 T_2 / (P_2 T_1)$$

$$\text{Ответ: } V_2 = 9.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Решите задачу 5. При температуре 27оС давление газа в закрытом сосуде было 75 кПа. Каким будет давление этого газа при температуре -13оС ?

**Решение:**

**Дано:**

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$P_1 = 75000 \text{ Па}$$

$$T_2 = -13 + 273 = 260 \text{ K}$$

$$P_2 = ?$$

Процесс изохорный,  
т.к. объем газа не меняется

По закону Шарля  $P_2 = (P_1 T_2) / T_1$

Ответ:  $P_2 = 65 \text{ кПа}$