Уровень 3

Шарик, коэффициент объемного расширения которого β, взвешивается в жидкости при температурах t_1 и t_2. Вес вытесненной жидкости равен соответственно P_1 и P_2. Определите коэффициент объемного теплового расширения жидкости β_1.

Решение:

Пусть при t=0°C объем шарика равен V_0, а плотность жидкости ρ_0.

Вес вытесненной в обоих случаях жидкости равен произведению удельного веса жидкости на объем шарика при соответствующих температурах. Поэтому

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1 g V_1}{\rho_2 g V_2}.$$

Отношение объемов шарика при температурах t_1 и t_2:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0}{V_0}\frac{(1+\beta t_1)}{(1+\beta t_2)},$$

а отношение плотностей жидкости

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_0(1+\beta_1 t_2)}{\rho_0(1+\beta_1 t_1)}.$$

Отсюда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(1+\beta t_1)(1+\beta_1 t_2)}{(1+\beta t_2)(1+\beta_1 t_1)}.$$

Пренебрегая членами, содержащими произведение $\beta\beta_1$, вследствие их малости по сравнению с членами, содержащими β и β_1, имеем:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1+\beta_1 t_2 + \beta t_1}{1+\beta_1 t_1 + \beta t_2}.$$

Решив это уравнение относительно β_1, получим:

$$\beta_1 = \frac{P_2(1+\beta t_2) - P_1(1+\beta t_1)}{P_1 t_1 - P_2 t_2}.$$

Ответ: $\beta_1 = \dfrac{P_2(1+\beta t_2) - P_1(1+\beta t_1)}{P_1 t_1 - P_2 t_2}$.

Уровень 4

Стеклянная колба вмещает m_1=330гр ртути при температуре t_1=0°С и m_2=325гр при t_2=100°С. определить коэффициент линейного расширения стекла, если температурный коэффициент объемного расширения ртути γ_1=0,00018°С$^{-1}$.

Решение:

Объем ртути в колбе при 0°С

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}, \qquad (1)$$

а при 100°С

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m_2(1+\gamma_1 t_2)}{\rho_1}, \quad (2)$$

где ρ_1 - плотность ртути при 0°С.

Объем колбы при 0°С тоже V_1, а после нагревания до температуры t_2 ее объем

$$V_2 = V_1(1+\gamma_2 t_2),$$

где γ_2 - температурный коэффициент объемного расширения стекла. Учитывая равенства (1) и (2), получаем:

$$\frac{m_2(1+\gamma_1 t_2)}{\rho_1} = \frac{m_1(1+\gamma_2 t_2)}{\rho_1},$$

откуда

$$\gamma_2 = \frac{m_2(1+\gamma_1 t_2) - m_1}{m_1 t_2}.$$

Т.к. температурные коэффициенты объемного и линейного расширения связаны простым соотношением

$$\gamma = 3\alpha,$$

то искомый температурный коэффициент линейного расширения стекла

$$\alpha = \frac{m_2(1+\gamma_1 t_2) - m_1}{3 m_1 t_2};$$

α=0,000026°С$^{-1}$=$26 \cdot 10^{-7}$°С$^{-1}$.

Ответ: α **=26**$\cdot 10^{-7}$ **°С**$^{-1}$**.**

Уровень 5

На сколько отстают за сутки маятниковые часы, если температура станет на 20°C выше той, при которой часы были сверены. Маятник часов железный.

Решение:

Период колебаний маятника данных часов (если считать его математическим) можно определить по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

После повышения температуры длина маятника увеличится:

$$l_1 = l(1+\alpha\Delta T)\,,$$

поэтому

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l(1+\alpha\Delta T)}{g}}\,.$$

Отставание часов за сутки равно

$$\Delta t = (T_1 - T)\cdot n\,,$$

где $n = \frac{t}{T_1}$ - число колебаний маятника.

Т.о.

$$\Delta t = (1-\frac{T}{T_1})\cdot t = (1-\frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l(1+\alpha\Delta t)}{g}}})\cdot t = (1-\frac{1}{\sqrt{1+\alpha\Delta T}})\cdot t\,.$$

Значение коэффициента линейного расширения железа α =1,2 10^{-5}К^{-1} находим из таблицы.

Числовое значение:

$$\Delta t = (1-\frac{1}{\sqrt{1+12\cdot 10^{-6}\cdot 20}})\cdot 24\cdot 3600 = 10{,}4(c)$$

Ответ: Δt=10,4 с.