

Тема: Формула тонкой линзы. Оптические приборы

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют тонкой.

Линзы входят в состав практически всех оптических приборов. Линзы бывают собирающими и рассеивающими. **Собирающая линза** в середине толще, чем у краев, **рассеивающая линза**, наоборот, в средней части тоньше (рис. 1).

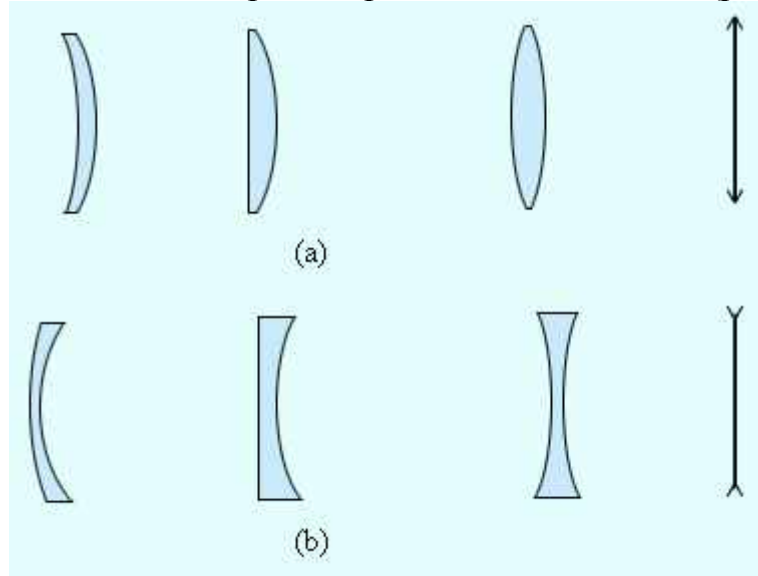


Рисунок 1. Собирающие (a) и рассеивающие (b) линзы и их условные обозначения

Прямая, проходящая через центры кривизны O_1 и O_2 сферических поверхностей, называется **главной оптической осью линзы**. В случае тонких линз приближенно можно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть оптическим центром линзы O . Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются **побочными оптическими осями**.

Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке F , которая называется **главным фокусом линзы**. У тонкой линзы имеются два главных фокуса, расположенных симметрично на главной оптической оси относительно линзы. У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих – мнимые. Пучки лучей, параллельных одной из побочных оптических осей, после прохождения через линзу также фокусируются в точку F' , которая расположена при пересечении побочной оси с фокальной плоскостью Φ , то есть плоскостью, перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус (рис. 2). Расстояние между оптическим центром линзы O и главным фокусом F называется **фокусным расстоянием**. Оно обозначается той же буквой F .

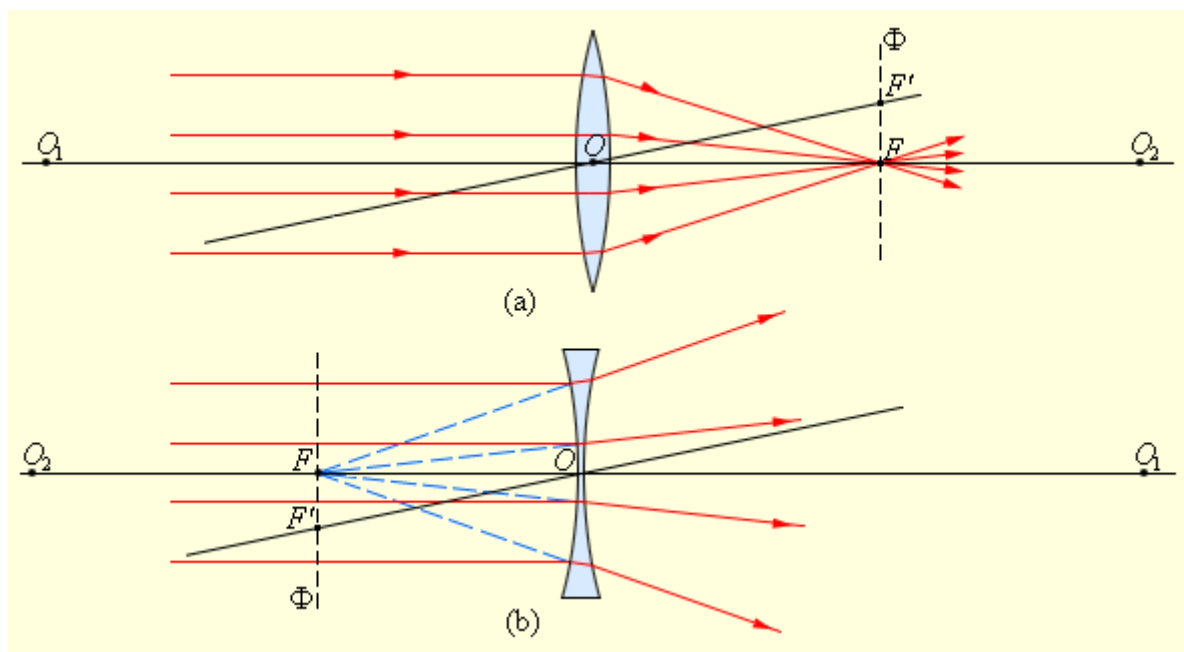


Рисунок 2. Преломление параллельного пучка лучей в собирающей (а) и рассеивающей (б) линзах. Точки O_1 и O_2 — центры сферических поверхностей, O_1O_2 — главная оптическая ось, O — оптический центр, F — главный фокус, F' — побочный фокус, OF' — побочная оптическая ось, Φ — фокальная плоскость

Основное свойство линз — способность давать изображения предметов. Изображения бывают прямыми и перевернутыми, действительными и мнимыми, увеличенными и уменьшенными.

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей. Примеры таких построений представлены на рис. 3 и 4.

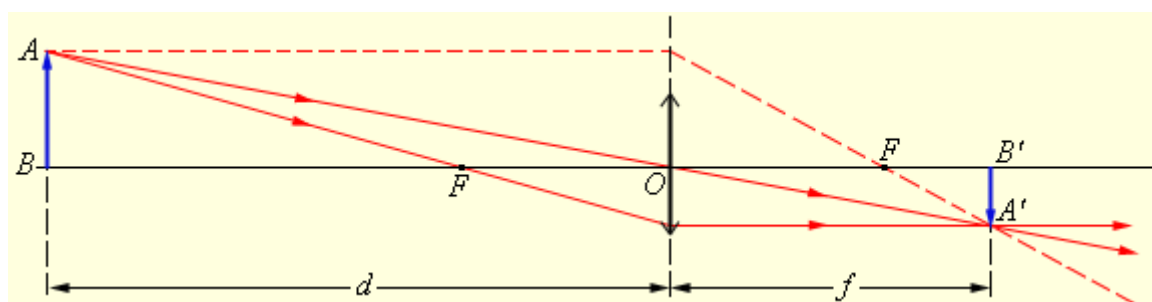


Рисунок 3. Построение изображения в собирающей линзе

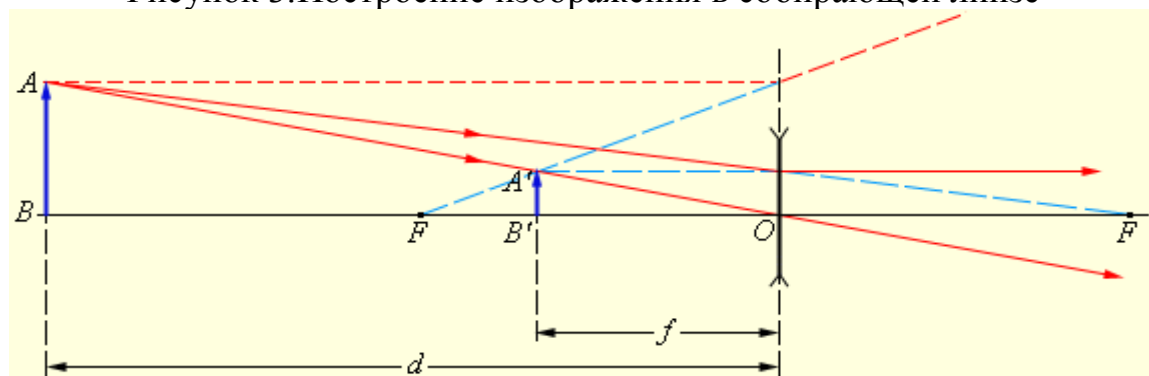
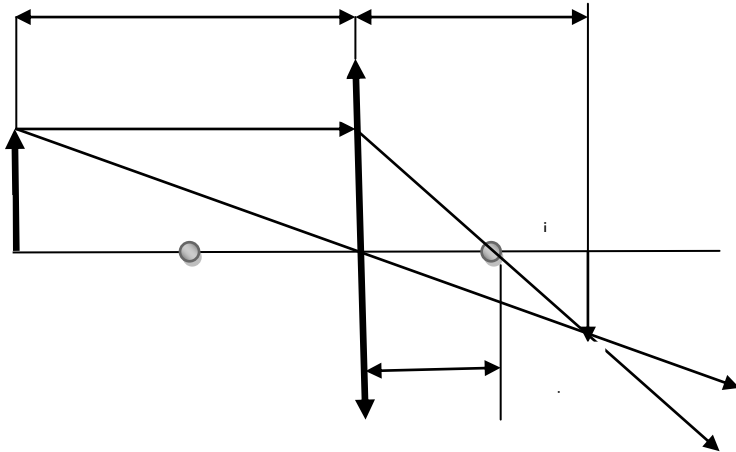


Рисунок 4. Построение изображения в рассеивающей линзе

Построим изображение в собирающей линзе и покажем на рисунке величины, которые характеризуют и описывают изображение в тонкой линзе

Начинаем всегда с главной оптической оси, затем показываем саму линзу, ее оптический центр, ее фокусы



Пусть предмет находится за двойным фокусом, построим изображение пользуясь двумя лучами, луч проходящий через линзу параллельно оптической оси и второй луч направим через оптический центр, он не преломляется.

Изображение получается уменьшенное, действительное, перевернутое, находящееся между фокусом и двойным фокусом.

Давайте введем следующие величины:

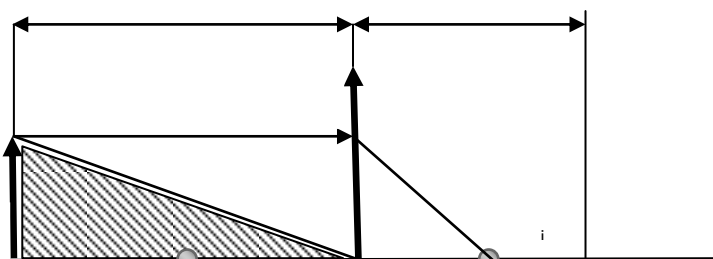
h - высота предмета

H - высота изображения

F -фокус и фокусное расстояние

d -расстояние от предмета до линзы

f - расстояние от линзы до изображения



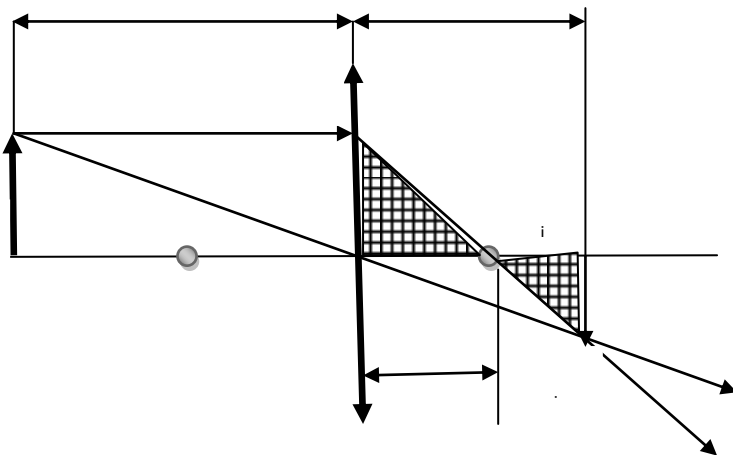


Попробуем связать расстояние от предмета до линзы, расстояние от линзы до изображения и фокусное расстояние линзы, для этого рассмотрим 2 треугольника. Эти треугольники оба прямоугольные, во-вторых углы при линзе у них одинаковые, значит и оставшиеся углы у них одинаковые, такие треугольники являются подобными.

Треугольник $AOB \sim$ треугольнику A^iOB^i

Запишем уравнение подобия

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d}$$



Рассмотрим еще 2 подобных треугольника OA_1F и FB^iA^i

$$\frac{H}{h} = \frac{f - F}{F}$$

Левые части одинаковые, можно приравнять правые

$$\frac{f}{d} = \frac{f - F}{F}$$

Преобразуем с помощью деления почленно

$$\frac{f}{d} = \frac{f}{F} - \frac{F}{F} = \frac{f}{F} - 1$$

Чтобы придать этой формуле симметричный вид, разделим левую и правую части на f .

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad \text{Формула тонкой линзы}$$

Следует обратить внимание на то, что некоторые из стандартных лучей, использованных на рис. 3 и 4 для построения изображений, не проходят через линзу. Эти лучи реально не участвуют в образовании изображения, но они могут быть использованы для построений.

Положение изображения и его характер (действительное или мнимое) можно также рассчитать с помощью формулы тонкой линзы. Если расстояние от предмета до линзы обозначить через d , а расстояние от линзы до изображения через f , то формулу тонкой линзы можно записать в виде:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D.$$

Величину D , обратную фокусному расстоянию, называют **оптической силой линзы**. Единицей измерения оптической силы является диоптрия (**дптр**). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м:

$$1 \text{ дптр} = \text{м}^{-1}.$$

Формула тонкой линзы аналогична формуле сферического зеркала. Ее можно получить для параксиальных лучей из подобия треугольников на рис. 3 или 4.

Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы $F > 0$, для рассеивающей $F < 0$.

Величины d и f также подчиняются определенному правилу знаков:

✓ $d > 0$ и $f > 0$ – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений;

✓ $d < 0$ и $f < 0$ – для мнимых источников и изображений.

Для случая, изображенного на рис. 3, имеем: $F > 0$ (линза собирающая), $d = 3F > 0$ (действительный предмет).

По формуле тонкой линзы получим: $f = \frac{3}{2}F > 0$, следовательно, изображение действительное.

В случае, изображенном на рис. 4, $F < 0$ (линза рассеивающая), $d = 2|F| > 0$ (действительный предмет), $f = -\frac{2}{3}F < 0$, то есть изображение мнимое.

В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. **Линейным увеличением линзы Γ** называют отношение линейных размеров изображения h' и предмета h . Величине h' , как и в случае сферического зеркала, удобно приписывать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Величина h

всегда считается положительной. Поэтому для прямых изображений $\Gamma > 0$, для перевернутых $\Gamma < 0$. Из подобия треугольников на рис. 3 и 4 легко получить формулу для линейного увеличения тонкой линзы:

В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. *Линейным увеличением линзы Γ* называют отношение линейных размеров изображения h' и предмета h . Величине h' , как и в случае сферического зеркала, удобно приписывать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Величина h всегда считается положительной. Поэтому для прямых изображений $\Gamma > 0$, для перевернутых $\Gamma < 0$. Из подобия треугольников на рис. 3 и 4 легко получить формулу для линейного увеличения тонкой линзы:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}.$$

Оптическая сила D линзы зависит как от радиусов кривизны R_1 и R_2 ее сферических поверхностей, так и от показателя преломления n материала, из которого изготовлена линза. В курсах оптики доказывается следующая формула:

$$D = \frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Радиус кривизны выпуклой поверхности считается положительным, вогнутой – отрицательным. Эта формула используется при изготовлении линз с заданной оптической силой.

Во многих оптических приборах свет последовательно проходит через две или несколько линз. Изображение предмета, даваемое первой линзой, служит предметом (действительным или мнимым) для второй линзы, которая строит второе изображение предмета. Это второе изображение также может быть действительным или мнимым. Расчет оптической системы из двух тонких линз сводится к двукратному применению формулы линзы, при этом расстояние d_2 от первого изображения до второй линзы следует положить равным величине $l - f_1$, где l – расстояние между линзами. Рассчитанная по формуле линзы величина f_2 определяет положение второго изображения и его характер ($f_2 > 0$ – действительное изображение, $f_2 < 0$ – мнимое). Общее линейное увеличение Γ системы из двух линз равно произведению линейных увеличений обеих линз: $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2$. Если предмет или его изображение находятся в бесконечности, то линейное увеличение утрачивает смысл.

Частным случаем является телескопический ход лучей в системе из двух линз, когда и предмет, и второе изображение находятся на бесконечно больших расстояниях. Телескопический ход лучей реализуется в зрительных трубах – астрономической трубе Кеплера и земной трубе Галилея.

Тонкие линзы обладают рядом недостатков, не позволяющих получать высококачественные изображения. Искажения, возникающие при формировании изображения, называются аберрациями. Главные из них – сферическая и хроматическая аберрации. Сферическая аберрация проявляется в том, что в случае широких световых пучков лучи, далекие от оптической оси, пересекают ее не в фокусе. Формула тонкой линзы справедлива только для лучей, близких к

оптической оси. Изображение удаленного точечного источника, создаваемое широким пучком лучей, преломленных линзой, оказывается размытым.

Хроматическая абберация возникает вследствие того, что показатель преломления материала линзы зависит от длины волны света λ . Это свойство прозрачных сред называется дисперсией. Фокусное расстояние линзы оказывается различным для света с разными длинами волн, что приводит к размытию изображения при использовании немонахроматического света.

В современных оптических приборах применяются не тонкие линзы, а сложные многолинзовые системы, в которых удастся приближенно устранить различные абберации.

Формирование собирающей линзой действительного изображения предмета используется во многих оптических приборах, таких как фотоаппарат, проектор и т.д.

Фотоаппарат представляет собой замкнутую светонепроницаемую камеру. Изображение фотографируемых предметов создается на фотопленке системой линз, которая называется объективом. Специальный затвор позволяет открывать объектив на время экспозиции.

Особенностью работы фотоаппарата является то, что на плоской фотопленке должны получаться достаточно резкими изображения предметов, находящихся на разных расстояниях.

В плоскости фотопленки получают резкими только изображения предметов, находящихся на определенном расстоянии. Наведение на резкость достигается перемещением объектива относительно пленки. Изображения точек, не лежащих в плоскости резкого наведения, получают размытыми в виде кружков рассеяния. Размер d этих кружков может быть уменьшен путем диафрагмирования объектива, т.е. уменьшения относительного отверстия a/F (рис. 5). Это приводит к увеличению глубины резкости.

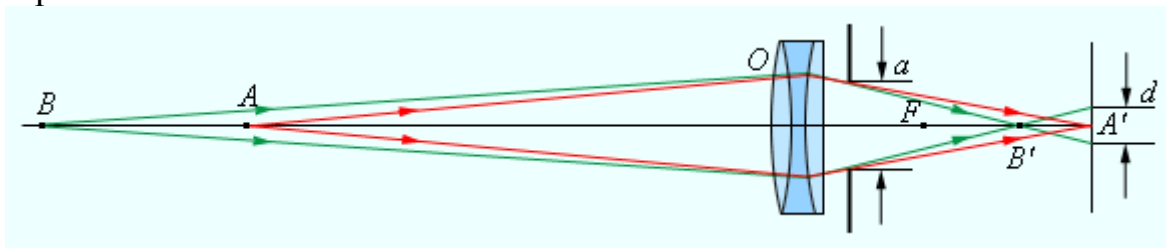


Рисунок 5. Фотоаппарат

Проекционный аппарат предназначен для получения крупномасштабных изображений. Объектив О проектора фокусирует изображение плоского предмета (диапозитив D) на удаленном экране Э (рис. 6). Система линз К, называемая конденсором, предназначена для того, чтобы сконцентрировать свет источника S на диапозитиве. На экране Э создается действительное увеличенное перевернутое изображение. Увеличение проекционного аппарата можно менять, приближая или удаляя экран Э с одновременным изменением расстояния между диапозитивом D и объективом О.

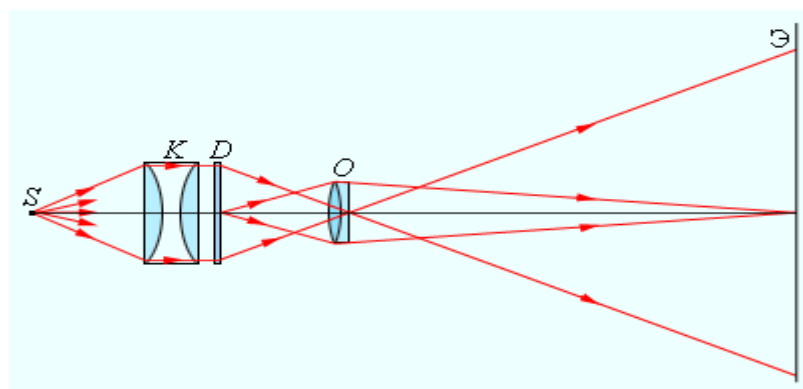


Рисунок 6.Проекционный аппарат