概率统计试卷

一、填空（每空 2 分，共 20 分）

1、 $P(A)=0.3, P(AUB)=0.8, P(AB)=0.2,则P(B)=$__________，A 发生而 B 不发生的概率是__________

2、设抛掷硬币每次出现正面、反面的概率为 0.5，现连续抛掷 4 次，则正面和反面出现次数相同的概率为 __________

3、设随机变量的 X 概率密度为 $f(x)=Ae^{-|x|}$， $x\in(-\infty,+\infty)$，则常数 $A=$ __________

4、设随机变量的 X 概率密度为 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$， $x\in(-\infty,+\infty)$，则 $E(X)=$ ______ $D(X)=$_________

5、设 $X\sim N(\mu,3^2)$，容量 $n=25$，均值 $\overline{X}=5.4$，则参数 μ 的置信度 0.95 的置信区间为___________

6、100 个人中，至少有一人的生日是六月一日的概率 $P=$_______

7、设 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，下列是总体均值的估计量：$b=k_1X_1+k_2X_2+k_3X_3$，其中 b 为无偏估计量，则 k_1,k_2,k_3 满足的关系式为____________________

8、(X_1,X_2,X_3) 为来自总体 $N(0,9)$ 的样本，则 $\frac{\sum_{i=1}^{3}(X_i-\overline{X})^2}{9}\sim$ _______________

二、（10 分）仓库中有 10 箱同规格的晶体管，已知其中有 4 箱、3 箱、3 箱依次为甲、乙、丙厂生产的，且甲、乙、丙三厂的次品率分别为 1/10、1/15、1/20,从这 10 箱产品中任取一件产品

求（1）取得正品的概率？　　（2）若此产品为正品，则此产品来自丙厂的概率为多少？

三、（8 分）设箱子中有 10 个球，7 个白球，3 个红球，随机抽取 5 个球，以 X 表示试验抓到红球个数，

求（1）X 的概率分布　　（2）$E(X)$

四、（12 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}a-|x| & |x|\le 1\\ 0 & x>1\end{cases}$

求 （1）系数 a　　（2）分布函数　　（3） $E(X)$，$D(Y)$

五、（14 分）设 $(X,Y)\sim U(D)$，D 是由 $y=x^2$，$y=1$ 三条直线围成的区域

求（1）方程 $x^2+2Yx+X=0$ 无实根的概率　　（2）$E(XY)$　　（3） $f_X(x)$　$f_Y(y)$ 并判断 X与Y 是否相互独立？

六、（10 分）设随机变量 X 的分布密度为：$f(x)=\begin{cases}(\lambda-2)e^{-(\lambda-2)x} & x\ge 0\\ 0 & 其它\end{cases}$，（$\lambda>2$）求参数 λ 的矩估计量和

极大似然估计量。

七、（10 分）某种饮料每瓶中维生素含量服从正态分布，按规定平均每瓶含量必须大于 30 毫克方为合格，现从中取 16 瓶，测得 $\bar{x}=31.2$，$s^2=31.2$，问这批饮料是否合格？（$\alpha=0.05$）并简述假设检验的原理和思想。

八、（10 分）研究 Y 与 X 的线性关系，观察值如左：

X	1	3	5	7	9
Y	1.2	2	3.3	3.7	4.5

求 Y 对 X 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著？

九、（6 分）某计算机系统有 120 个终端，每个终端有 20%时间在使用。若各个终端使用与否是相互独立的。试求有 10 个或更多终端在使用的概率？（$\Phi(0.73)=0.7673$）

参考公式：

$$U=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1) \qquad T=\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1) \qquad \chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim \chi^2(n-1)$$

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{n}x_i^{\ 2}-n\bar{x}^2=(n-1)S_x^{\ 2} \qquad S_{yy}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}y_i^{\ 2}-n\bar{y}^2=(n-1)S_y^{\ 2}$$

$$S_{xy}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}$$

附表：

F 分布临界值表(α =0.01)

n_2 \ n_1	1	3	4	5
1	4052	5403	5626	5764
3	34.12	29.46	28.71	28.24
4	21.20	16.69	15.98	15.52
5	16.26	12.06	11.39	10.97

F 分布临界值表(α =0.05)

n_2 \ n_1	1	3	4	5
1	161.4	215.7	224.6	230.2
3	10.13	9.28	9.12	9.01
4	7.71	6.59	6.39	6.26
5	6.61	5.41	5.19	5.05

$u_{0.05}=1.645 \qquad t_{0.05}(16)=1.745 \qquad t_{0.05}(15)=1.7351$

$u_{0.025}=1.96 \qquad t_{0.025}(16)=2.119 \qquad t_{0.025}(15)=2.1315$

概率统计试卷

一、（8 分）为了防止意外，在矿内设有两种报警系统 A, B，每种系统单独使用时，A 系统的有效率为 0.92，B 系统的有效率为 0.93。在 A 系统失灵的条件下，B 系统有效的概率为 0.85。求发生意外时，这两个报警系统至少有一个有效的概率。

二、（10 分）商店的玻璃杯出售，每箱 20 只。假设每箱有 0，1，2，3 只残品的概率分别为 0.6，0.1，0.2，0.1。有一个顾客欲买一箱玻璃杯，售货员随意取一箱交给顾客，而顾客只随意察看了其中的 3 只，结果未发现残品，于是买下。求顾客买下的一箱中确实没有残品的概率。

三、（10 分）设 $0 < P(A) < 1$，证明事件 A 与 B 相互独立的充要条件是 $P(B|A) = P(B|\overline{A})$。

四、（12 分）设随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases} k,\ 0<x<1, |y|<x \\ 0,\ 其他 \end{cases}$，求

（1）k 的值；（2）$P(X+Y<1)$；（3）X, Y 的边际密度函数

五、（14 分）向区间（0，1）上先后均匀的各投掷一个随机点，分别用 X, Y 表示两点的坐标。（1）求 $Z = X+Y$ 的概率密度；（2）对某个常数 a，已知 $P(X>a 或 Y>a)=\dfrac{1}{4}$，求常数 a 的值。

六、（8 分）设 (X,Y) 的联合分布列如下，当 α, β 取何值时，X 与 Y 不相关？

X \ Y	-1	0	1
-1	α	1/8	1/4
1	1/8	1/8	β

七、（7 分）设随机变量 X 的密度函数为 $p(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}, 0\le x\le \pi \\ 0,\ 其他 \end{cases}$，对 X 独立重复观察四次，用 Y 表示观察值大于 $\dfrac{\pi}{3}$ 的次数，求 $E(Y^2)$。

八、（12 分）某公司经销某种原料，据历史资料表明，该原料市场需求量 X 服从（100，500）上的均匀分布（单位：吨）。每售出 1 吨该原料，公司可获利 3 万元，若积压 1 吨，则公司损失 1 万元。问公司应组织多少货源，可使平均收益最大？

九、（10 分）为比较甲乙两种安眠药的疗效，将 10 名患者分为两组，每组 5 人，服药以后延长的睡眠时间分别服从正态分布，其数据为（单位：小时）

甲	5.5	4.6	4.4	3.4	1.9
乙	3.7	3.4	2.0	0.8	0.7

问在显著性水平 $\alpha = 0.02$ 下，检验两种药物的疗效有无显著差异？

十、（14 分）合成纤维的强度 y 与其拉伸倍数 x 有关,今有试验数据为:

x	1.8	2.6	3.5	4.0	4.6	5.2
y	1.2	2.4	2.7	3.5	4.2	5.0

(1) 求 y 关于 x 的一元线性回归方程；

(2) 在 $\alpha = 0.05$ 下检验 y 对 x 的线性回归关系是否显著；

当 $x_0 = 6$ 时，在 $\alpha = 0.1$ 下求 y 的预测值和预测区间。

概率统计试卷

一.（6 分）设甲乙丙三人同时独立地向同一目标射击，击中目标的概率分别为 0.5，0.4，0.7，求目标被击中的概率。

二.（6 分）设 A, B 是两个随机事件，试证：$P(A\overline{B} \cup \overline{A}B) = P(A) + P(B) - 2P(AB)$。

三.（8 分）设 $\xi \sim N(1,4), \eta \sim N(0,3)$，且 $\rho_{\xi,\eta} = 0.75$，求 $D(\xi - 2\eta)$ 的值。

四.（10 分）设甲箱中有 5 件正品，2 件次品，乙箱中有 6 件正品，3 件次品。首先从甲箱中任取一件产品放入乙箱中，再从乙箱中任取一件，已知从乙箱中取出的产品为次品，求从甲箱中取出的也是次品的概率。

五.（15 分）设随机变量 ξ 的密度函数为 $f\left(x\right) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}(x+1), 0 \le x \le 2 \\ 0 \ , \ \text{其它} \end{cases}$ ，求：

（1） 分布函数 F (x)；　（2）　$D(\xi)$；　（3）求 $\eta = 2\xi - 1$ 的密度函数。

六.（14 分）向区间（0，1）上先后均匀的各投掷一个随机点，分别用 ξ, η 表示两点的坐标。（1）对某个常数 a，已知 $P(\xi > a \text{或} \eta > a) = \dfrac{3}{4}$，求常数 a 的值。

（2）求 $Z = \xi + \eta$ 的概率密度.

七.（15 分）设 (ξ, η) 的联合密度为 $f(x,y) = \begin{cases} A(x+y), 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$。求

（1） A 的值；（2） ξ 的边缘密度；（3） $E(\xi\eta)$。

八.（10 分） ξ, η 相互独立，分布律分别为

ξ	0	1	2
P	0.5	0.2	0.3

η	0	1	2
P	0.4	0.1	0.5

设 $X = \max(\xi, \eta)$，$Y = \min(\xi, \eta)$，试求二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律。

九.(8 分)公共汽车车门的高度是按男子与车门碰头的机会在 0. 01 以下设计的,设男子的身高 $\xi \sim N(175, 8)$，问车门的高度应如何设计？（$\Phi(2.33) = 0.99$）

十.（8 分）合成纤维的强度 y 与其拉伸倍数 x 有关,今有试验数据为:

x	1.8	2.6	3.5	4.0	4.6	5.2
y	1.2	2.4	2.7	3.5	4.2	5.0

(1) 求 y 关于 x 的一元线性回归方程；

(2) 在 $\alpha = 0.05$ 下检验 y 对 x 的线性回归关系是否显著；

概率统计试卷

一.（6 分）某人有 10 把钥匙，其中有 3 把可以打开房门，从中随机地无放回地取一把试开房门，求第三次才打开房门的概率？

二.（8 分）甲、乙两人进行羽毛球比赛，每局中甲赢的概率为 0.4，乙赢的概率为 0.6，采用三局两胜制，求乙最终赢得比赛的概率。

三.（8 分）10 支步枪中有 7 支已校准过，3 支未校准。一名射手用已校准过的枪射击时，中靶的概率为 0.8；用未校准过的枪射击时，中靶的概率为 0.3。现从 10 支步枪中任取一支进行射击，结果中靶。求所用步枪是校准过的概率。

四.（10 分）已知ξ服从$[-1,3]$上的均匀分布，（1）求ξ的分布函数；（2）求ξ的特征函数。

五.（20 分）设(ξ,η)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} A, & 0<x<1,\ |y|<x \\ 0, & 其他 \end{cases}$。求

（1）A的值；（2）$P(\xi+\eta<1)$；（3）ξ的边缘密度函数；（4）$E(\xi\eta)$。

六.（12 分）ξ,η 相互独立，分布律分别为

ξ	1	2	3
P	0.2	0.5	0.3

η	1	2	3
P	0.4	0.2	0.4

（1）求$E(\xi+\eta)$；　（2）求$D(\xi+\eta)$；（3）求ξ的分布函数。

七.（8 分）向区间$[0,1]$上先后各投掷一个随机点，分别用ξ,η表示两点的坐标。对某个实数a，已知$P(\xi<a或\eta<a)=\dfrac{15}{16}$，求$a$的值。

八.（10 分）假设总体$X\sim N(\mu,\sigma)$，从中抽取容量为 15 的样本，测得标准差为 5，求σ^2的置信度为 95%的置信区间。

$\chi^2{}_{0.05}(14)=23.685,\ \chi^2{}_{0.025}(14)=26.873,\ \chi^2{}_{0.95}(14)=6.571,\ \chi^2{}_{0.975}(14)=5.368$

九.（10 分）已知某元件寿命服从正态分布，按国家标准该元件的平均寿命为 1800 小时。

现从这批元件中随机抽取 9 只，测得平均使用寿命 1730 小时，标准差 65 小时。问在水平 $\alpha = 0.05$ 下，确定这批元件是否合格。

（$t_{\frac{0.05}{2}}(9) = 2.2622$, $t_{\frac{0.05}{2}}(8) = 2.3060$, $t_{0.05}(9) = 1.8331$, $t_{0.05}(8) = 1.8595$）

十.（8 分）已取得变量 X 和 Y 的 8 组样本值如下：

X	2	3	4	6	9	10	12	13
Y	4	5	9	10	12	16	17	29

求 Y 对 X 的线性回归方程，并检验其线性关系是否极显著？（$\alpha = 0.01$）

参考答案及评分标准----B

一.（6 分）用 A, B, C 分别表示第一、二、三次试开时打开房门，则

$$P(\overline{A}\,\overline{B}C) = P(\overline{A})P(\overline{B}\,|\,\overline{A})P(C\,|\,\overline{A}\,\overline{B}) = \frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8} = \frac{7}{40}$$ （每步 3 分）

二.（6 分）三局中甲至少胜两局，所求概率为

$C_3^{\ 2}0.4^2 \times 0.6 + C_3^{\ 3}0.4^3 \times 0.6^0 = 0.288 + 0.064 = 0.352$（前边表达式 4 分，后边 2 分）

或

$0.4^2 + C_2^{\ 1}0.4 \times 0.6 \times 0.4 = 0.16 + 0.192 = 0.352$ （前边表达式 4 分，后边 2 分）

三．（8 分）设 A＝“取出的枪已校正”，B＝“中靶”，则

利用全概率公式

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=\frac{7}{10}\times 0.8+\frac{3}{10}\times 0.3=0.65$$ （每步 3 分）

$$P(A_1|B)=\frac{P(A\ )P(B|A\ )}{P(B)}\approx 0.862$$ …………（2 分）

四．（共 15 分）（1） $f(x)=\frac{1}{4}, -1<x<3$

$$F(x)=P(\xi<x)=\int_{-\infty}^{x} f_{\xi}(t)dt$$

$$=\begin{cases} 0, & x\le -1 \\ \frac{1}{4}(x+1), & -1<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$ ……………………（5 分）

（2） $\varphi(t)=E(e^{jt\xi})=\int_{-\infty}^{\infty} e^{jtx} f(x)dx=\int_{-1}^{3}\frac{1}{4}e^{jtx}dx=\frac{1}{4jt}(e^{3jt}-e^{-jt})$

五．（8 分）

$$D(3\xi-2\eta)=9D(\xi)+4D(\eta)-12\,\mathrm{co}\ldots$$

$$=9D(\xi)+4D(\eta)-12\rho\sqrt{D\xi}\sqrt{D\eta}$$ （前 2 步各 3 分，最后 2 分）

$$=36+4\times 9-12\times\frac{1}{2}\times 2\times 3=36$$

六．（20 分）

(1) $1=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x} Ady=A$，$A=1$ （5 分）

（2） $P(\xi+\eta<1)=\iint\limits_{x+y<1} f(x,y)dxdy=1-\int_{1/2}^{1}dx\int_{1-x}^{x}1dy=\frac{1}{4}$ （5 分）

(3) $f_\xi(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy=\int_{-x}^{x} 1dy=2x, 0<x<1$ （5 分）

(4) $E(\xi\eta)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xyf(x,y)dy=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x} xydy=0$ （5 分）

七.（共 14 分）（1） $P(\xi\ge a,\ \eta\ge a)=1-P(\xi<a或\eta<a)=\dfrac{1}{16}$

$P(\xi\ge a,\ \eta\ge a)=P(\xi\ge a)P(\eta\ge a)=[P(\xi\ge a)]^2=\dfrac{1}{16}$

$P(\xi\le a)=\dfrac{1}{4}$

$P(\xi\ge a)=1-a$， $a=\dfrac{3}{4}$ （7 分）

（2） $f_\xi(x)=f_\eta(x)=1, 0<x<1$

$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{\infty} f_\xi(x)f_\eta(z-x)dx=\int_0^1 1f_\eta(z-x)dx=\int_{z-1}^{z} f_\eta(y)dy$ （3 分）

$z\le 0$, $f_Z(z)=$

$0<z\le 1$, $f_Z(z)=\int_0^z 1dy=$

$1<z\le 2$, $f_Z(z)=\int_{z-1}^1 1dy=$ [illegible]

$z>2, f_Z(z)=0$ （4 分）

八.（12 分）（1）

η \ ξ	0	1	2
0	0.06	0	0
1	0.24	0.1	0
2	0.2	0.26	0.12

（2） $E(\xi)=2.1, E(\xi^2)=4.9, D(\xi)=0.49$

$E(\eta)=2, E(\eta^2)=4.8, D(\eta)=0.8$

$$E(\xi+\eta)=E(\xi)+E(\eta)=4.1,\quad D(\xi+\eta)=D(\xi)+D(\eta)=1.29$$

九．（6 分）设 x 表示车门的高度，则 $P(\xi > x) < 0.01$，即 $P(\xi \le x) \ge 0.99$。又 $\frac{\xi-175}{7} \sim N(0,1)$，所以 $P(\xi \le x) = P(\frac{\xi-175}{7} \le \frac{x-175}{7}) = \Phi(\frac{x-175}{7}) \ge 0.9$

$$\frac{x-175}{7} \ge 2.33,\ x \ge 191.31$$

十．（共 8 分）

$$\varphi_{\mu_n}(t)=(q+pe^{jt})^n \qquad （2 分）$$

所以利用 $\eta = a\xi + b$ 的特征函数，以及麦克老林展开式得 η_n 的特征函数为

$$\varphi_{\eta_n}(t)=(1-\frac{t^2}{2n}+o(\frac{t^2}{n}))^n \to e^{-\frac{t^2}{2}}$$

由唯一性定理可知 $\lim\limits_{n\to\infty} F_n(x)=\Phi(x)$。 （6 分）

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 15 分）

1．设随机事件 A，B 互不相容，$P(A)=p$，$P(B)=q$，则 $P(\overline{A}\cup B)=$________。

2．甲乙二人独立投篮，甲投进的概率是 0.4，乙投进的概率是 0.7，两人各投一次，恰有一人投进的概率为 _______。

3．有 5 张 10 元，3 张 30 元，2 张 50 元的购物券，从中任取 3 张共值 70 元的概率是_________。

4．设随机变量 X，Y 相互独立，且有相同的分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $X-Y$ 服从的分布为 ________________。

5．已知 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，$\mu_1=0.4X_1+0.4X_2+0.2X_3$，$\mu_2=0.2X_1+0.2X_2+0.6X_3$，$\mu_3=0.5X_1+0.5X_2$ 为总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是 ___________。

二．（10 分）某射击小组共 10 名射手，其中一、二、三、四级射手人数分别为 2、3、4、1，一、二、三、四级射手能射中十环的概率分别为 0.9、0.6、0.4、0.1。（1） 求从中任选一名射手恰好射中十环的概率，（2） 若任选一名射手射中了十环，求此人是一级射手的概率。

三．(10 分) 袋中有标有 k 号的球 k 只，k = 1，2，⋯ 10，从袋中任取一球，求所得号码的数学期望与方差。

四．(10 分) 设二维离散型随机变量（X ,Y ）的联合分布律为：

求 (1) a (2) X，Y 的边缘分布律

(3) $Z=X+Y$ 的概率分布。

X \ Y	1	2	3
0	$\frac{2}{9}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	a^2

五．(10 分) 设二维连续型随机变量（X ,Y ）的联合密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases}6x & 0\le x\le y\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求 (1) X，Y 的边缘密度 (2) P（$X+Y\le 1$） (3) Cov（X，Y）

六．(10 分) 已知豌豆籽粒重量（单位：百分之一克）服从正态分布 $N(\mu,0.33^2)$。在改善栽培条件后，随机抽取 9 粒，其重量平均数 $\overline{x}=37.92$，若标准差仍为 0. 33，求出豌豆籽粒平均重量的 95%的置信区间。

七．(10 分) 为了检验两种子弹的速度（米/秒）, 在相同条件下进行速度测定，取得资料如下，

子弹甲：$n_1=11$，$\bar{x}=2805$，$s_1=120$；子弹乙：$n_2=10$，$\bar{y}=2680$，$s_1=105$；

设子弹速度服从正态分布且方差相等，试检验两种子弹的速度是否有显著差异？（$\alpha=0.05$）。

八．(15 分) 调查某市某种食品的销售量与销售价格的数据如下表：

单价 X （元/kg ）	1.38	1.86	2.20	2.20	2.00
月销量（百万 kg ）	23.30	15.92	10.55	8.27	14.46

建立回归直线方程并进行显著性检验($\alpha = 0.05$)

九．$(10分)$设 X 的分布密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$， 求参数 λ 的矩法估计量和极大似然估计量。

附表：

$F_{0.05}(1,3) = 10.13, \quad F_{0.01}(1,3) = 17.44$

$F_{0.05}(1,4) = 7.71, \quad F_{0.01}(1,4) = 12.22$

$F_{0.05}(1,5) = 6.61, \quad F_{0.01}(1,5) = 10.01$

$t_{0.05}(6) = 1.9342, \quad t_{0.025}(6) = 2.4469$

$t_{0.05}(7) = 1.8946, \quad t_{0.025}(7) = 2.3646$

$t_{0.05}(8) = 1.8595, \quad t_{0.025}(8) = 2.3060$

$t_{0.05}(10) = 1.8125, \quad t_{0.025}(10) = 2.2281$

$t_{0.05}(15) = 1.7531, \quad t_{0.025}(15) = 2.1315$

$t_{0.05}(19) = 1.7291, \quad t_{0.025}(19) = 2.0930$

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 2 分，共 14 分）

1.设两个相互独立的事件 A,B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$，A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等，则 $P(A)=$________.

2.某班有 30 位学生，至少有两人的生日是同一天的概率为________.

3.设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{\frac{x^2}{2}} & x>0 \\ o & x\le 0 \end{cases}$，则

$A=$_____,$B=$_____ $P(1<X<2)=$______, X 的概率密度 $f(x)=$_________.

4.设随机变量 $X\sim B(4,0.8), Y\sim P(4)$，已知 $D(X+Y)=3.6$，则 X与Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$

____

5.设 X,Y 为相互独立的随机变量，均在区间上$[0,1]$服从均匀分布，令随机变量 $Z_1=\max\{X,Y\}, Z_2=\min\{X,Y\}$，则 $E(Z_1+Z_2)=$_________

6.设随机变量 X,Y 的数学期望分别为 $-2,2$，方差分别为 $1,4$，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式 $P(|X+Y|\ge 6)\le$___________

7.设 X_1,X_2,X_3 是取自总体 $N(\mu,1)$(μ未知) 的一个样本，且 μ 的估计量有

$\hat{\mu}_1=X_1+X_2-X_3$ $\hat{\mu}_2=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3, \hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$，最有效的估计量：_____

二．（10 分）甲乙两箱中装有同种产品，甲箱中装有 5 件正品 2 件次品，乙箱中只有 2 件正品。从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求（1）乙箱中次品件数 X 的概率分布，（2）从乙箱中任取一件产品是次品的概率。

三．(10 分) 设随机变量 X 的分布函数为：$F(x)=\begin{cases} 0 & x<-\frac{\pi}{2} \\ A(1+\sin x) & |x|\le\frac{\pi}{2} \\ 1 & x>\frac{\pi}{2} \end{cases}$

求 (1) A (2) X 的分布密度 (3) X 的数学期望和方差（4）P（$X\le\frac{\pi}{3}$）

四．(10 分) 设二维离散型随机变量（X,Y）的联合分布为：

$X \backslash Y$	1	2	3
0	0.05	0.15	0.25
1	0.15	a	a

求 (1) a， (2) X，Y 的边缘分布律，

（3） $Z=X+Y$ 的概率分布。

五．(10 分) 设（X,Y）的联合密度为：
$$f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(2x+3y)} & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数k (2) P（$X+Y<1$） (3) $E\left(e^{2X+3Y}\right)$

六．$(10分)$设总体 X 的分布密度为$f(x)=\begin{cases} \lambda x^{\lambda-1} & 0<x<1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$， 求参数$\lambda$的矩法估计量和极大似然估计量。

七．(10 分)设总体$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，从中抽取容量为 16 的样本，测得样本平均数$\bar{x}=75$，标准差为 4，求总体均值$\mu$的 95%的置信区间。

八． (12 分) 为比较两个电影制片公司生产的每部影片放映时间的长短.现随机抽取若干影片，记录放映时间.假定结果如下：甲厂的影片的放映时间服从$N(\mu_1,\sigma_1^2)$，从中抽取 5 部，求得样本均值与样本方差为$\bar{x}=97.4, s_x^2=78.8$，乙厂的影片的放映时间服从$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，从中抽取 7 部，求得样本均值与样本方差为$\bar{y}=100.0, s_y^2=233.3$，试在$\alpha=0.01$水平下进行检验.

九． (12 分) 设有（x，y）的如下观测值：（1，6.4），（3，13.8），（5，20.55），（7，28.5），（9，36），

试建立y对x的回归直线方程并进行显著性检验（$\alpha=0.05$）。

附表：

$F_{0.05}(1,3)=10.13$, $F_{0.01}(1,3)=17.44$
$F_{0.05}(1,4)=7.71$, $F_{0.01}(1,4)=12.22$
$F_{0.05}(1,5)=6.61$, $F_{0.01}(1,5)=10.01$
$t_{0.05}(6)=1.9342$, $t_{0.025}(6)=2.4469$
$t_{0.05}(7)=1.8946$, $t_{0.025}(7)=2.3646$
$t_{0.05}(8)=1.8595$, $t_{0.025}(8)=2.3060$
$t_{0.05}(10)=1.8125$, $t_{0.025}(10)=2.2281$
$t_{0.05}(15)=1.7531$, $t_{0.025}(15)=2.1315$
$t_{0.05}(19)=1.7291$, $t_{0.025}(19)=2.0930$

概率统计试卷

一、填空（每空 3 分，共 21 分）

1、设 A 与 B 是两个事件，$P(A)=0.3, P(A\bigcup B)=0.9$，当 A 与 B 互不相容时，$P(B)=$ ______ ；当 A 与 B 互相独立时，$P(B)=$ ______

2、已知试验成功的概率为 0.6，则在三次重复独立试验中，试验恰好失败一次的概率为 ________

3、设随机变量 $X \sim N(2,1), Y \sim N(1,4)$，且互相独立，则 $E(X-2Y)=$ ______ ，$D(X-2Y)=$ _____

4、若 $X \sim B(3,p)$，且 $P(X \geq 1)=\dfrac{19}{27}$，则 $p=$ ________

5、已知 X_1, X_2 为来自总体的样本，$\mu_1 = X_1 + X_2$，$\mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2$，$\mu_3 = 0.4X_1 + 0.6X_2$ 为总体均值的估计量，则最有效的估计量为__________

二、（9 分）已知数学竞赛中甲、乙、丙三同学回答同一问题，他们各有 0.5,0.3,0.2 的答题机会，各自答对的概率分别为 0.4,0.6,0.8，问甲答对的概率是多少？

三、（8 分）已知 X 服从$[0,2]$上的均匀分布，求（1） 求 X 的分布函数；（2） 求 $Y=X^2$ 的密度函数。

四、（16 分）设 (X,Y) 的联合密度为 $f(x,y)=\begin{cases} A, 0<x<1, 0<y<2 \\ 0, \quad 其它 \end{cases}$

（1）确定常数 A；（2）求 X 的边缘密度函数；（3）计算 $P(Y>X^2)$；（4）求 $E(XY)$。

五、（10 分）总体 X 的密度函数为 $f(x;\lambda)=\lambda e^{-\lambda x}, x>0$，从中抽取容量为 n 的样本，求参数 λ 的矩估计和最大似然估计量。

六、（10 分）炼铝厂所产铸模的抗张强度 y 与所用铝的硬度 x 有关，对于一系列 x 值，测得相应的抗张强度值如下

x	51	60	64	68	70	72	83
y	283	290	286	288	349	354	324

.求一元线性回归方程，并对其进行显著性检验（$\alpha=0.05$）。

附： $F_{0.01}(1,6)=13.75,\quad F_{0.01}(1,5)=16.26,\quad F_{\frac{0.01}{2}}(1,5)=22.78,\quad F_{\frac{0.01}{2}}(1,7)=16.24$

七、（9 分）按规定某电器元件的寿命不得低于 1000 小时，从该批元件中随机抽取了 25 件，测得其平均寿命为 1060 小时，标准差 35 小时。问在 $\alpha=0.05$ 下该批元件是否合格？（附：$t_{0.05}(25)=1.7108,\quad t_{0.05}(24)=1.7109,\quad t_{\frac{0.05}{2}}(25)=2.0595,\quad t_{\frac{0.05}{2}}(24)=2.0639$）

八、（7 分）某商品的重量，重复测量 7 次，测得重量（单位：kg）分别为：120，114，111，114，113，112，113，设温度 $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$,在置信度为$95\%$的条件下，求重量的真值所在的范围。

九、(10 分）为了比较三种不同的施肥方案对某种作物产量的影响，在土壤/肥力比较均匀且面积大小相等的十二块土地上进行对比试验，试验结果如下, 经计算得：$SS_A=258.3$，$SS_e=72.6$，

判断不同的施肥方案对作物 的产量是否有显著影响？

因素水平 作物产量 序号	A_1	A_2	A_3
1	74	79	82
2	69	81	85
3	73	75	80
4	67		79
5			81

$F_{0.025}(24,19) = 2.45$ $F_{0.025}(25,20) = 2.41$

$F_{0.975}(24,19) = 0.4092$ $F_{0.975}(25,20) = 0.4349$

$t_{0.025}(43) = 2.0167$ $t_{0.025}(45) = 2.0141$

$t_{0.025}(6) = 2.4469$ $t_{0.025}(7) = 2.3646$

$F_{0.05}(2,9) = 4.26$ $F_{0.05}(3,12) = 3.49$

$F_{0.01}(1,6) = 13.75$ $F_{0.01}(1,8) = 11.26$

概率统计试卷

一、（8 分）为了防止意外，在矿内设有两种报警系统 A, B，每种系统单独使用时，A 系统的有效率为 0.92，B 系统的有效率为 0.93。在 A 系统失灵的条件下，B 系统有效的概率为 0.85。求发生意外时，这两个报警系统至少有一个有效的概率。

二、（8 分）袋中共有 5 个球，其中 3 个新球，两个旧球，每次取一个，无放回地取 2 次，求第二次取到新球的概率。

三、（10 分）甲、乙、丙 3 台机床加工同一种零件，零件由各台机床加工的百分比依次为：45%，25%，30%，各台机床加工的优质品率依次为：85%，90%，95%，将加工的零件混合在一起，从中任取一件，发现是优质品，求此产品是由甲机床生产的概率。

四、（12 分）设随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases} k,\ 0<x<1,|y|<x \\ 0,\ 其他 \end{cases}$，求

（1）k 的值；（2）$P(X+Y<1)$；（3）X,Y 的边际密度函数

五、（14 分）向区间（0，1）上先后均匀的各投掷一个随机点，分别用 X,Y 表示两点的坐标。（1）求 $Z=X+Y$ 的概率密度；（2）对某个常数 a，已知 $P(X>a或Y>a)=\dfrac{1}{4}$，求常数 a 的值。

六、（10 分）设 (X,Y) 的联合分布列如下，当 α,β 取何值时，X 与 Y 不相关？

X \ Y	-1	0	1
-1	α	1/8	1/4
1	1/8	1/8	β

七、（10 分）设随机变量 X 的密度函数为 $p(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}, 0\le x\le\pi \\ 0,\ 其他 \end{cases}$，对 X 独立重复观察四次，用 Y 表示观察值大于 $\dfrac{\pi}{3}$ 的次数，求 $E(Y^2)$。

八、（12 分）设总体 X 的密度函数为：$f(x)=\begin{cases} (\theta+1)x^{\theta} & 0<x<1 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，其中 $\theta>-1$，

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为样本观测值，求 θ 的最大似然估计量。

九、（12 分）为比较甲乙两种安眠药的疗效，将 10 名患者分为两组，每组 5 人，服药以后延长的睡眠时间分别服从正态分布，其数据为（单位：小时）

甲	5.5	4.6	4.4	3.4	1.9
乙	3.7	3.4	2.0	0.8	0.7

问在显著性水平 $\alpha=0.02$ 下，检验两种药物的疗效有无显著差异？

十、（14 分）合成纤维的强度 y 与其拉伸倍数 x 有关,今有试验数据为:

x	1.8	2.6	3.5	4.0	4.6	5.2
y	1.2	2.4	2.7	3.5	4.2	5.0

(1) 求 y 关于 x 的一元线性回归方程；

(2) 在 $\alpha = 0.05$ 下检验 y 对 x 的线性回归关系是否显著；

（3）当 $x_0 = 6$ 时，在 $\alpha = 0.1$ 下求 y 的预测值和预测区间。

$\chi^2_{0.05}(9) = 16.919$　　$\chi^2_{0.95}(9) = 3.325$

$\chi^2_{0.05}(10) = 18.367$　　$\chi^2_{0.95}(10) = 3.940$

$t_{0.025}(43) = 2.0167$　　$t_{0.025}(45) = 2.014$

$t_{0.025}(6) = 2.4469$　　$t_{0.025}(7) = 2.3646$

$F_{0.01}(1,6) = 13.75$　　$F_{0.01}(1,8) = 11.26$

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 15 分）

1．设 A、B 是两事件，P(A) = 0.4，P(A∪B) = 0.7，当 A、B 相互独立时 P(AB) =_________。

2．设 $X \sim U[-2,1]$，方程 $t^2+2Xt+1=0$ 有实根的概率为__________。

3．设随机变量服从参数为 2 的 Poisson 分布，则 $P\left(X<\sqrt{D(X)}\right)$ = __________。

4．设随机变量 X 的分布密度为 $f(x)=\begin{cases}A(1-x) & 0<x<1\\ 0 & \end{cases}$，则 $P(0\le X\le 0.5)$ =

__________。

5．已知 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，$\mu_1=0.4X_1+0.4X_2+0.2X_3$，$\mu_2=0.2X_1+0.2X_2+0.6X_3$，$\mu_3=0.5X_1+0.5X_2$ 为总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是 __________。

二．（10 分）将信息编码为 0、1 传送，接收站接收时，0 被误收作 1 的概率为 0.05，1 被误收作 0 的概率为 0.1，假设信息 0 与 1 传送的频率相等。试求（1）接收站收到信息是 0 的概率，（2）若收到信息是 0，发出信息也是 0 的概率。

三．（10 分）设 X 是两次重复独立试验中事件 A 发生的次数，Y 是三次重复独立试验中事件 A 发生的次数，如果 $P(X\ge 1)=\frac{5}{9}$，求 $P(Y\ge 1)$。

四．（10 分）设二维离散型随机变量（X ,Y）的联合分布律为：

⑴ α，β 为何值时，X 与 Y 相互独立？

⑵ 求 X 与 Y 相互独立时，$Z=X+Y$ 的概率分布。

X \ Y	1	2	3
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{1}{3}$	α	β

五．（10 分）设二维随机变量（X，Y）的联合密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases}x+y & 0<x<1, 0<y<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求：（1）X，Y 的边缘分布密度，（2）P（X+Y<1），（3）X，Y 是否相互独立。

六．(10 分) 已知豌豆籽粒重量（单位：0. 01 克）服从正态分布 $N(\mu,0.33^2)$。在改善栽培条件后，随机抽取 9 粒，其重量平均数 $\bar{x}=37.92$，若标准差仍为 0. 33, 求出豌豆籽粒平均重量的 95%的置信区间。

七．(10 分) 已知母猪怀孕期服从正态分布,分别调查了 7 头母猪怀孕期分别是：113，115，114，116，117，115，113，试检验母猪的怀孕期是否为 114 天？（$\alpha=0.05$）。

八．(15 分) 设有（x，y）的如下观测值：（14，23)，（18，16)，（20，15)，（22，10)，（24，8)，

试建立 y 对 x 的回归直线方程并进行显著性检验（$\alpha=0.05$）

九．$(10分)$设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，求参数 λ 的矩法估计量和极大似然估计量。

附表：

$F_{0.05}(1,3)=10.13,\quad F_{0.01}(1,3)=17.44$
$F_{0.05}(1,4)=7.71,\quad F_{0.01}(1,4)=12.22$
$F_{0.05}(1,5)=6.61,\quad F_{0.01}(1,5)=10.01$
$t_{0.05}(6)=1.9342,\quad t_{0.025}(6)=2.4469$
$t_{0.05}(7)=1.8946,\quad t_{0.025}(7)=2.3646$
$t_{0.05}(8)=1.8595,\quad t_{0.025}(8)=2.3060$
$t_{0.05}(10)=1.8125,\quad t_{0.025}(10)=2.2281$
$t_{0.05}(15)=1.7531,\quad t_{0.025}(15)=2.1315$
$t_{0.05}(19)=1.7291,\quad t_{0.025}(19)=2.0930$

概率统计试卷

一、填空题

（1）已知随机事件 A,B,C 满足 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.5$ $P(C)=0.5$，且 A，B 独立，A,C 互不相容，则概率 $P(A-C|AB\cup C)=$________

（2）设 $X\sim E(\lambda)$，则 $P(X>\sqrt{D(X)})=$_______

（3）设 $x_1,x_2\cdots x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，其中 μ 和 σ 未知，记 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$, $Q^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$，则假设 $H_0:\mu=0$ 的 t 检验使用统计量为____________

（4）将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 与 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和 Y 的相关系数等于______

（5）如果每次试验成功的概率为 P，并且已知在三次独立重复试验中至少成功一次的概率为 $\frac{19}{27}$，则 $P=$_______

二、在电源电压不超过 $200V$，在 $200V\sim 240V$ 和超过 $240V$ 三种情况下，某电子元件损坏的概率分别为 $0.1, 0.001, 0.2$ 假设电源电压 X 服从正态分布 $N(220,25^2)$，试求（1）该电子元件损坏的概率；（2）该电子元件损坏时，电源电压在 $200V\sim 240V$ 的概率。

三、设连续性随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<-a\\ A+B\arcsin\frac{x}{a}, & -a\le x<a \quad (a>0)\\ 1 & x\ge a\end{cases}$$

求：（1）A 和 B；（2）概率密度 $f(x)$；（3）$P(0<x<a)$

四、将两封信等可能的投入编号为 $1,2,3$ 三个邮筒中，设 X,Y 分别表示投入第 1 号、第 2 号邮筒中信的数目，求（1）(X,Y) 的联合分布；（2）X 与 Y 是否相互独立？（3）$Y=0$ 时 X 的条件分布率？

五、设总体 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}(1+\theta)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$ $(\theta>-1)$ 为未知参数，试由样本 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 分别用矩估计法和极大似然估计法，求 θ 的估计量。

六、某校从经常参加体育锻炼的男生中随机地选出 50 名，测得平均身高 174.34 厘米；从不经常参加体育锻炼的男生中随机地选出 50 名，测得平均身高 172.42 厘米。统计资料表明两种男生的身高都服从正态分布，其标准差分别为 5.35 厘米和 6.11 厘米，问该校经常参加体育锻炼的男生是否比不经常参加体育锻炼的男生平均身高要高些？$(\alpha=0.05)$

七、对于一元线性回归 $Y_{i_i}=a+bx_i+e_i$ $(i=1,2,\cdots 10)$ 假设 $e_1,e_2\cdots e_{10}$ 独立同分布 $N(0,\sigma^2)$，已知回归平方和在总平方和中所占比重为 0.6，检验回归效果是否显著？$(\alpha=0.05)$

八、证明题

设 $X_1,X_2\cdots X_n$ 是来自正态总体 X 的简单随机样本，

$Y_1=\dfrac{1}{6}(X_1+\cdots+X_6)$，$Y_2=\dfrac{1}{3}(X_7+X_8+X_9)$，

$S^2=\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{9}(X_i-Y_2)^2$，$Z=\dfrac{\sqrt{2}(Y_1-Y_2)}{S}$

证明：统计量 Z 服从自由度为 2 的 t 分布。