

广东海洋大学 2018-2019 学年第一学期

《数学分析 3》课程试题

课程号: 19221406x3-0

☒ 考试 ☒ A 卷 ☐ B 卷☐ 考查 ☐ C 卷 ☐ D 卷☒ 闭卷 ☐ 开卷 ☐ E 卷 ☐ F 卷

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分	阅卷老师
各题分数	12	8	72	8							100	
实得分数												

一、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

1. 重极限 $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ xy \neq 0}} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 函数 $z = x^y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 在点 $(1, 2, -1)$ 处的切平面方程是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 函数 $u = xy^2z$ 在点 $P(1, 2, 1)$ 沿该点到点 $Q(2, 2, -1)$ 方向的方向导数是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

二、判断题 (共 4 小题, 每小题 2 分, 共 8 分)

1. 任意多个开集的交还是开集。 ()

2. 极限过程“ $\|P\| \rightarrow +\infty$ ”与“ $x \rightarrow \infty$ 且 $y \rightarrow \infty$ ”等价。 ()

3. 函数 $f(x, y)$ 在有界闭集 D 上连续, 则 $f(x, y)$ 在 D 上一定有界。 ()

4. 重极限存在, 则累次极限一定存在。 ()

三、计算题 (共 8 小题, 每小题 9 分, 共 72 分)

1. 在椭圆 $3x^2 + y^2 = 12$ 内接一个底边平行于长轴的等腰三角形, 用 Lagrange 乘数法求该三角形的最大面积。
2. 设函数 $f(s)$ 和 $g(s)$ 分别二阶和一阶连续可导, 二元函数 $u(x, t) = \frac{1}{2}[f(x - at) + f(x + at)] + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} g(s)ds$, 求 u_{tt} 和 u_{xx} 。
3. 含参变量无穷限积分 $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(tx)}{x^2} dx$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 是否一致收敛? 通过计算加以说明。
4. 计算由平面 $z = 0$ 与曲面 $y = \sqrt{x}, y = x^3, z = 1 + x^2 + y^2$ 所围曲顶柱体的体积 (见图1)。

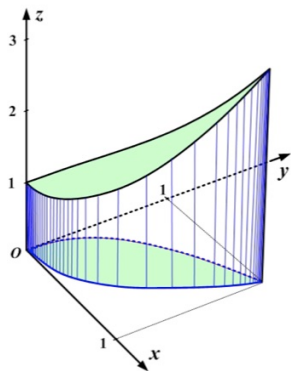


图 1: 三.4 题图

5. 用极坐标变换计算二重积分 $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq \pi^2\}$ 。

6. 空间曲线 $\Gamma : \begin{cases} x = a, \\ y = at, \\ z = \frac{1}{2}at^2, \end{cases} \quad a > 0, t \in [0, 1]$ 的线密度 $\rho(x, y, z) = \sqrt{\frac{2z}{a}}$, 求 Γ 质量.

7. 求第一型曲面积分 $\iint_S (x^2 + y^2) dS$, 其中 S 是立体 $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ 的边界曲面。

8. 求第二型曲线积分 $\iint_{\Gamma} xydx + ye^x dy$, 其中 Γ 为以 $(0,0), (2,0), (2,1), (0,1)$ 为顶点的矩形, 逆时针方向为正向。

四、证明题 (共 2 小题, 每小题 4 分, 共 8 分)

1. 证明函数 $f(x,y) = x^2 + y^2$ 在平面上每一点 (x_0, y_0) 都是可微的。
2. 设 $f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续, 并且对 D 内任一闭子区域 D' , 有 $\iint_{D'} f(x,y) dx dy = 0$, 证明: $f(x,y) \equiv 0, (x,y) \in D$ 。