

《概率论》课程试卷

课程号: 19221301

考试 A 卷 闭卷
 考查 B 卷 开卷

题号	一	二	三	四	五	六	总分	阅卷教师
各题分数	60	20	20				100	
实得分数								

一 填空题 (每题 3 分, 共 60 分)

1 向指定的目标射 3 枪, 用 A, B, C 分别表示“第一、第二、第三枪击中目标”, 试用 A、B、C 表示“只击中一枪” $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

2 同时投掷两枚均匀的骰子, 则随机事件“点数之和小于 3”的概率为 1/36

3 在一批由 7 件正品, 3 件次品组成的产品中, 不放回地连续抽取两件产品, 则第二件才取次品的概率为 7/30

4 3 个人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别为 0.4, 0.5, 0.7, 则事件“密码被译出”概率为 0.91

11 设袋中共有 10 个球, 其中 7 个红球, 3 个黑球。甲乙两人按照甲先、乙后的顺序, 分别从袋中不放回地任取 1 球, 则乙取得红球的概率为 7/10

12 在区间 (0, 1) 上任取两个数, 则“取到的两数之差的绝对值大于 0.2”的概率为 0.96

13 已知事件 A、B 满足: $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A - B) = 0.3$. 则

$$P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm} 0.7 \hspace{2cm}}$$

14 若每次射击命中的概率为 0.7，则射击 5 枪至少命中 2 枪的概率为

$$\underline{0.96922}$$

15 设随机变量的分布律为：

X	1	2	4
P	1/4	1-2a	a

$$\text{则常数 } a = \underline{1/4}$$

10 若随机变量 $X \sim e(2)$ ，则 $P\{X > 0.5\} = \underline{e^{-1}}$

11 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.4	0.1	0.1	0.4

则 $Y = X^2 - 1$ 的分布律为

Y	-1	0	3
P	0.1	0.5	0.4

12 设 $X \sim P(\lambda)$ ，且 $P\{X = 1\} = P\{X = 2\}$ ，则 $P\{X = 3\} = \underline{\frac{4}{3}e^{-2}}$

13 随机变量 X 的所有可能取值为 $a, -1, 2$ ，且 $P\{X = -1\} = 0.3$,

$$P\{X = 2\} = 0.2, E(X) = -1.9, \text{ 则 } a = \underline{-4}$$

14 若 $X \sim N(1, 2)$ ，则 $\frac{X-1}{2} \sim \underline{N(0, 1)}$ (请写明具体的分布)

15 设 X 的分布律为 $\frac{X}{P}$ | 0 2 4
 | 0.1 0.6 0.3，则

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.1 & 0 \leq x < 2 \\ 0.7 & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

16 设某公共汽车站从早上 7:00 开始每 15 分钟到站一辆汽车，即 7:00, 7:15, 7:30, 7:45 等时刻有汽车到达此站。若一个乘客到达该站的时刻服从 7:00 到 7:30 之间的均匀分布，则“他等待时间不超过 5 分钟”的概率为 1/3

17 设 $X \sim N(-1, 4)$, $Y \sim B(4, 0.2)$, 则 $E(X + Y^2) = \underline{0.28}$

18 设 X 表示掷一颗均匀的骰子的点数，则 $E(X) = \underline{7/2}$

19 已知 X 与 Y 的联合分布律如下图

	Y	X	0	2	3
	-1		1/8	1/4	0
	1		1/8	0	1/2

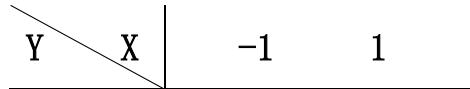
则 $Z = \min\{X, Y\}$ 的分布律 $Z \mid -1 \quad 0 \quad 1 \quad$ 为

P	3/8	1/8	1/2
---	-----	-----	-----

20 假设随机变量 X 与 Y 独立, 且其分布律分别如下,

X	-1	1
P	0.8	0.2

Y	0	1
P	0.6	0.4



0	0.48	0.12
1	0.32	0.08

则 (X, Y) 的分布律为

二 设一袋子中装有 3 个红球、2 个黑球、3 个白球，现从袋中随机不放回地抽出 3 个，以 X 表示取到的黑球数， Y 表示取到的红球数。求 (1) X 与 Y 的联合分布律；(2) X 与 Y 的边缘分布律；

(3) $E(X + 2Y)$ ；(4) 判断 X 与 Y 的独立性。(每小题 5 分，共 20 分)

解 X 的所有可能的取值为 0, 1, 2, Y 的所有可能的取值为, 0, 1, 2, 3

$\{(X, Y) = (2, 2), (1, 3), (2, 3)\} = \emptyset$, 其概率为 0

$$P\{(X, Y) = (0, 0)\} = \frac{C_3^3}{C_8^3} = \frac{1}{56}, \quad P\{(X, Y) = (0, 1)\} = \frac{C_3^1 C_3^1}{C_8^3} = \frac{9}{56}$$

$$P\{(X, Y) = (0, 2)\} = \frac{C_3^2 C_3^1}{C_8^3} = \frac{9}{56}$$

同理可得,

X 与 Y 的联合分布律为

		X	Y	0	1	2	3
		0	1	2	3		
		0	1/56	9/56	9/56	1/56	
		1	6/56	18/56	6/56	0	
		2	3/56	3/56	0	0	

(2) X 与 Y 的边缘分布律分别为

X	0	1	2	Y	0	1	2	3
	P	20/56	30/56	6/56	P	10/56	30/56	15/56

$$(3) E(X) = 0 \times \frac{20}{56} + 1 \times \frac{30}{56} + 2 \times \frac{6}{56} = \frac{3}{4}$$

$$E(Y) = 0 \times \frac{10}{56} + 1 \times \frac{30}{56} + 2 \times \frac{15}{56} + 3 \times \frac{1}{56} = \frac{9}{8}$$

$$E(X+2Y) = E(X) + 2E(Y) = \frac{3}{4} + 2 \times \frac{9}{8} = 3$$

$$(4) P\{(X,Y)=(0,0)\} = \frac{1}{56}$$

$$P\{X=0\}P\{Y=0\} = \frac{20}{56} \times \frac{10}{56} \neq P\{(X,Y)=(0,0)\}$$

所以 X 与 Y 不相互独立。

三、若随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} cx^2 + 0.5 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 求

$$(1) c \text{ 的值}; \quad (2) P\{-1 \leq X \leq 0.5\};$$

$$(3) \text{ 分布函数 } F(x); \quad (4) E(3X^2 + 4X) \text{ (每小题 5 分, 共 20 分)}$$

$$\text{解 (1) 由 } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \text{ 得 } \int_0^1 (cx^2 + 0.5)dx = \frac{c}{3} + 0.5 = 1$$

$$\text{所以 } c = 1.5$$

$$(2) P\{-1 \leq X \leq 0.5\} = \int_{-1}^{0.5} f(x)dx = \int_0^{0.5} (1.5x^2 + 0.5)dx = 5/16$$

$$(3) \text{ 当 } x < 0 \text{ 时由于 } f(x) = 0, \text{ 得 } F(x) = 0$$

当 $0 \leq x < 1$ 时

$$F(x) = \int_0^x (1.5x^2 + 0.5)dx = 0.5x^3 + 0.5x$$

当 $1 \leq x$ 时 $F(x) = \int_0^1 (1.5x^2 + 0.5)dx = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.5x^3 + 0.5x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \end{cases}$$

$$(4) E(X^2) = \int_0^1 x^2 (1.5x^2 + 0.5)dx = 7/15, \quad E(X) = \int_0^1 x(1.5x^2 + 0.5)dx = 5/8$$

$$E(3X^2 + 4X) = 3E(X^2) + 4E(X) = 7/5 + 5/2 = 3.9$$