

广东海洋大学 2017-2018 学年第一学期

《数学分析 3》课程试题

课程号: 19221406x3-0

☒ 考试 ☒ A 卷 ☐ B 卷☐ 考查 ☐ C 卷 ☐ D 卷☒ 闭卷 ☐ 开卷 ☐ E 卷 ☐ F 卷

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分	阅卷老师
各题分数	12	8	72	8							100	
实得分数												

一、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

1. 二元函数 $z = x^2 + \sin y$ 在点 $(1, 0)$ 处的 Hesse 矩阵 $\mathbf{H} =$ _____。2. 函数 $w = xyz$ 在点 $(1, 2, 3)$ 处的梯度等于 _____。3. 设 $V = [0, 1]^3$, 则三重积分 $\iiint_V (x + 2y + 3z) dx dy dz =$ _____。4. 交换累次积分 $\int_0^2 dx \int_{2x}^{3x} f(x, y) dy$ 的顺序: _____。

二、判断题 (共 4 小题, 每小题 2 分, 共 8 分)

1. 点集 E 的聚点一定属于 E 。 ()2. 重极限 $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ x \neq 0}} \frac{y^2}{x}$ 不存在。 ()3. 函数 $f(x, y)$ 在有界闭集 D 上连续, 则 $f(x, y)$ 在 D 上一致连续。 ()4. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \sin xy, & y > 1, \\ xy, & y \leq 1 \end{cases}$ 在 $D = [0, 2]^2$ 上可积。 ()

三、计算题 (共 8 小题, 每小题 9 分, 共 72 分)

1. 用 Lagrange 乘数法求表面积一定而体积最大的长方体。

2. 求 $\frac{dy}{dx}$, 其中 $y = y(x)$ 是由方程 $y^x = x^y$ 所确定的隐函数。

3. 已知 $z = \ln x \ln y, x = u + v, y = u - v$, 求 $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ 。

4. 求 $I'(x)$, 其中 $I(x) = \int_{3x}^{x^3} \frac{\sin(xy)}{y} dy$ 。

5. 求第一型曲线积分 $\int_{\Gamma}(x+2y+3z)ds$, 其中 Γ 是螺旋线 $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$ 在 $t \in [0, 2\pi]$ 的一段。

6. 求第一型曲面积分 $\iint_S(x^4-y^4+y^2z^2-z^2x^2+1)dS$, 其中 S 是锥面 $z^2 = x^2+y^2$ 被柱面 $x^2+y^2 = 2x$ 割下的部分。

7. 求二重积分 $\iint_D(x^2+y^2)dxdy$, 其中 $D = \{(x,y)|0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 2\sqrt{x}\}$ 。

8. 用极坐标变换计算二重积分 $\iint_D (2x - 3y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2x\}$ 。

四、证明题 (共 2 小题, 每小题 4 分, 共 8 分)

1. 证明含参变量无穷限积分 $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(tx)}{x^2} dx$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 一致收敛。
2. 证明: 如果二元函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 可微, 则 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续。