

《概率论与数理统计》课程试题

课程号: 1920004

☒ 考试☐ A 卷☒ 闭卷☐ 考查☒ B 卷☐ 开卷

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷教师
各题分数	42	12	8	10	8	12	8				100	
实得分数												

一 填空题 (每小题 3 分, 共 42 分)

1 重复进行一项试验, 若事件 A 表示“第一次失败或第二次成功”, 则事件 \bar{A} 表示_____

2 若 $P(\bar{A}) = 0.5$, $P(A\bar{B}) = 0.2$, $P(B) = 0.4$, 则 $P(A|B) =$ _____

3 已知 $P(B) = 0.3$, $P(A) = 0.6$, 且 A 与 B 相互独立, 则 $P(A-B) =$ _____

4 在区间 $(0, 1)$ 上任取两个数, 则“取到的两数之差的绝对值大于 0.5”的概率为_____

5 甲从 4, 6, 8 中任取一数, 乙从 3, 5, 7 中任取一数, 则甲取的数小于乙取的数的概率为_____

6 设随机变量 $X \sim b(3, 0.4)$, 且随机变量 $Y = \frac{X(3-X)}{2}$,

则 $P\{Y = 1\} =$ _____

7 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则

$F(0.5) =$ _____

8 将一枚硬币独立地抛掷 4 次, 则“4 次中最多有 3 次出现反面”的

概率为 _____

9 已知 (X, Y) 的联合分布律为:

X \ Y	0	1	2
0	1/6	1/9	1/6
1	1/4	1/18	1/4

则 $P\{Y \geq 1 | X \leq 0\} =$ _____

10 设随机变量 (X, Y) 具有概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} 2(x+y) & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

则 $P\{X \leq 0.5\} =$ _____

11 随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且已知 $P(X=1) = P(X=2)$, 则 $E(X^2+1) =$ _____

12 设某种清漆干燥时间 $X \sim N(\mu, 1)$ 取样本容量为 9 的样本,

得样本均值和标准差分别为 $\bar{x} = 6, s = 0.33$, 则 μ 的置信水平

为 90% 的置信区间为 _____ ($t_{0.05}(8) = 1.86, u_{0.05} = 1.645$)

13 已知总体 $X \sim N(0, 1)$, 又设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体的样本则

$$\frac{X_1^2 + X_2^2}{X_3^2 + X_4^2} \sim \text{_____} \text{ (同时要写出分布的参数)}$$

14 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的一个简单随机样本,

$$\frac{1}{8}X_1 + \frac{1}{4}X_2 - \frac{1}{2}X_3 + kX_4 \text{ 是总体期望 } E(X) \text{ 的无偏估计量,}$$

则 $k =$ _____

- 二 设盒中装有 3 支蓝笔, 3 支绿笔和 2 支红笔, 今从中随机抽取 2 支, 以 X 表示取得蓝笔的支数, Y 表示取得红笔的支数, 求 (1) (X, Y) 的联合分布律 (8 分)
- (2) $E(XY)$ (4 分)

- 三 据某医院统计, 凡心脏手术后能完全复原的概率是 0.9, 那么在对 100 名病人实施手术后, 有 84 至 95 名病人能完全复原的概率是多少? (8 分) ($\Phi(1.67) = 0.9525$ $\Phi(2) = 0.9972$)

四 设 (X, Y) 的分布密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 24xy & x > 0, y > 0 \text{ 且 } x + y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求边缘概率密度 $f_X(x)$ 与 $f_Y(y)$; (7 分)

(2) X 与 Y 是否相互独立? 为什么? (3 分)

五 设随机变量 X 具有密度 $f(x) = Ae^{-|x|}$ ($-\infty < x < +\infty$), 求

(1) 常数 A 的值; (3 分)

(2) 关于 t 的方程 $t^2 - 2(X-1)(t-1) = 0$ 无实根的概率. (5 分)

六 已知总体 $X \sim P(\lambda)$, 其中 $\lambda > 0$ 且 λ 是未知参数, 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本容量为 n 的简单随机样本, 求

(1) 未知参数 λ 的矩估计量; (4 分)

(2) 未知参数 λ 的最大似然估计量. (8 分)

七 某电子产品的一个指标服从正态分布, 从某天生产的产品中抽取 15 个产品, 测得该指标的样本均值为 $\bar{x} = 2.80$, 样本标准差为 $s = 0.215$. 取显著性水平 $\alpha = 0.05$, 问是否可以认为该指标的平均值为 2? (8 分)

$$t_{0.05}(14) = 1.7613, \quad t_{0.025}(14) = 2.1448, \quad u_{0.05} = 1.645, \quad u_{0.025} = 1.96$$