

概率论与数理统计试卷

一. 填空 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 设事件 A, B, C 满足 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = P(BC) = 0$, $P(AC) = \frac{1}{8}$, A 发生 B 不发生的概率为 _____, A, B, C 至少有一个发生的概率为 _____。

2. 三人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别为 0.4, 0.3, 0.2, 此密码被译出的概率为_____。

3. 设随机变量 X 服从 Poisson 分布, $P(X=2) = P(X=3)$, 则 $P(X=4) =$ _____。

4. 设 X 服从 $[0, 10]$ 上的均匀分布, 方程 $4x^2 + 4Xx + X + 2 = 0$ 有实根的概率 _____。

5. 把 8 本书任意地放到书架上, 其中指定的三本书放在一起的概率为 _____。

6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y \sim E(\lambda)$, X, Y 相互独立, 则 $E(X+Y) =$ _____, $D(X-Y) =$ _____。

7. 已知 X_1, X_2 为来自总体 X 的样本, $\mu_1 = X_1 + X_2$, $\mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2$, $\mu_3 = 0.4X_1 + 0.6X_2$ 为总体均值的估计量, 则其中无偏估计量是 _____, 最有效的估计量是 _____。

二. (10分)甲, 乙, 丙三台机床生产产品总数生产同一种零件, 各台机床加工零件的百分比依次为 25%, 35%和 40%, 次品率依次为 5%, 4%, 2%, 这些零件放在一起, 试求整批零件的次品率?

三. (10分)设随即变量 X 的概率分布为: $P(X=k) = \frac{1}{5} \quad k=1,2,3,4,5$, 试求 $E(X)$ 和 $D(X)$ 。

四. (10分)设 X 的密度函数为已知: $f(x) = \begin{cases} ax & 0 < x < 2 \\ cx + b & 2 \leq x < 4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 已知 $E(X) = 2$, $P(1 < X < 3) = \frac{3}{4}$, 求: (1) a, b, c ; (2) 求 X 的分布函数。

五. (10分)设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$,

求 $Y = 2X$ 的数学期望和方差。

六. (10分) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布为:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
1	α	$\frac{1}{3}$	β

(1) α , β 为何值时, X 与 Y 相互独立?

(2) 求 X 与 Y 相互独立时, $\xi = X+Y$ 的概率分布。

七. (10分) 设随机变量 X 的分布密度为: $f(x) = \begin{cases} (\alpha+1)x^\alpha & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 求参数 α 的

矩法估计量。

八(10分). 从一批零件中抽查 6 件, 得尺寸数据(单位:mm)如下: 32.56 29.66 31.64 30.00 31.87 31.03, 若零件尺寸服从正态分布, 问在 $\alpha = 0.05$ 下, 这批零件的平均尺寸能否认为是 32.50 mm。

九 (10分) . 在某次试验中, 测得两个变量 x 和 y 的数据如下:

x	2	3	5	7	8
y	2	3.5	4	5	5.5

(1) 求变量 y 对 x 的线性回归方程;

(2) 检验 x 、 y 之间线性关系的有显著性。

附表:

$$t_{0.025}(5) = 2.5706 \quad t_{0.025}(6) = 2.4469 \quad F_{0.05}(1,3) = 10.13 \quad F_{0.05}(1,4) = 7.71$$

概率论与数理统计试卷

一、(8 分) 袋中共有 5 个球，其中 3 个新球，两个旧球，每次取一个，无放回地取 2 次，求第二次取到新球的概率。

二、(7 分) 三人独立地破译一个密码，他们能破译的概率分别是 0.2, 0.3, 0.5，求此密码被破译出的概率。

三、(10 分) 设箱子中有 10 个球，其中 3 个红球，7 个白球，随机地抽取 5 个球，以 X 表示试验抓到红球的个数，求 X 的概率分布。

四、(15 分) 甲、乙、丙 3 台机床加工同一种零件，零件由各台机床加工的百分比依次为：45%，25%，30%，各台机床加工的优质品率依次为：85%，90%，95%，将加工的零件混合在一起，从中任取一件，发现是优质品，求此产品是由甲机床生产的概率。

五、(20 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布密度为：
$$f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(3x+4y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求：(1) 常数 k (2) $E(2X + 1)$ (3) $P(X + Y \leq 1)$

(4) 边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$ (5) $COV(X, Y)$

六、(10 分) 一个混杂的小麦品种，株高标准差， $\sigma_0 = 14cm$ ，经提纯后随机抽取 10 株，测得株高：90, 105, 101, 95, 100, 100, 101, 105, 93, 97，考察提纯后的群体是否比原来群体整齐？($\alpha = 0.05$)

七、(10 分) 设总体 X 的密度函数为：
$$f(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$
，其中 $\theta > -1$ ，

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的一个样本， x_1, x_2, \dots, x_n 为样本观测值，求 θ 的最大似然估计量。

八、(10 分) 某种仪器间接测量温度，重复测量 7 次，测得温度（单位：℃）分别为：120.5, 114.2, 111.5, 114.6, 113, 112.8, 113.9，设温度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，在置信度为 95% 的条件下，求温度的真值所在的范围。

九、(10 分) 已取得变量 **X** 和 **Y** 的 8 组样本值如下：

X	1	3	4	7	9	11	12	14
Y	2	5	9	11	13	16	18	20

求 **Y** 对 **X** 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著？（ $\alpha = 0.01$ ）

$$\chi_{0.05}^2(9) = 16.919$$

$$\chi_{0.95}^2(9) = 3.325$$

$$\chi_{0.05}^2(10) = 18.367$$

$$\chi_{0.95}^2(10) = 3.940$$

$$t_{0.025}(43) = 2.0167$$

$$t_{0.025}(45) = 2.014$$

$$t_{0.025}(6) = 2.4469$$

$$t_{0.025}(7) = 2.3646$$

$$F_{0.01}(1,6) = 13.75$$

$$F_{0.01}(1,8) = 11.26$$

概率统计试卷

一、(10 分) 某人有 7 把钥匙，其中有 3 把可以打开房门，从中随机地无放回地取一把试开房门，求第三次才打开房门的概率？

二、(10 分) 四人独立破译一个密码，他们能破译的概率分别是 0.2, 0.3, 0.5, 0.6，求此密码被译出的概率？

三、(15 分) 有 3 个盒子，在甲盒中装有 2 个红球，4 个白球，在乙盒中装有 3 个红球，6 个白球，在丙盒中装有 4 个红球，3 个白球，设从 3 个盒子中取球的机会均等，今从其中任取 1 球，求取到红球的概率？又若已知取到了红球，则它来自甲盒中的概率是多少？

四、(25 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布密度为 $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{k} & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求：(1) 常数 k (2) $E(2X+1)$ (3) $P(X+Y \leq 1)$

(4) 边缘密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$ (5) $COV(x, y), \rho$

五、(8 分) 设总体 X 的分布密度为： $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ，其中 $\lambda > 0$ ， $X_1, X_2 \cdots X_n$

是来自总体的一个样本， $x_1, x_2 \cdots x_n$ 为样本观测值，求 λ 的最大似然估计量。

六、(8 分) 两独立总体 X, Y 均服从正态分布，由 X 的样本观测值测得 $\bar{x} = 140, S_1^2 = 72, n_1 = 25$ ；由 Y 的样本值测得 $\bar{y} = 127, S_2^2 = 70, n_2 = 20$ 。问两总体的均值有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)？

七、(8 分) 某商品的重量，重复测量 7 次，测得重量 (单位：kg) 分别为：120, 114, 111,

114, 113, 112, 113，设重量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，在置信度为 95% 的条件下，求重量的真值所在的范围。

八、(4 分) 为了比较三种不同的施肥方案对某种作物产量的影响，在土壤/肥力比较均匀且面积大小相等的十二块土地上进行对比试验，试验结果如下：

作物 序号	因素水平	产量		
		A_1	A_2	A_3
1		74	79	82
2		69	81	85
3		73	75	80
4		67		79
5				81

经计算得： $SS_A = 258.3$ ， $SS_e = 72.6$

判断不同的施肥方案对作物的产量是否有显著影响？

九、（12 分）已取得变量 X 和 Y 的 8 组样本值如下：

X	2	3	4	6	9	10	12	13
Y	4	5	9	10	12	16	17	29

求 Y 对 X 的线性回归方程，并检验其线性关系是否极显著？（ $\alpha = 0.01$ ）

$$F_{0.025}(24,19) = 2.45$$

$$F_{0.025}(25,20) = 2.41$$

$$F_{0.975}(24,19) = 0.4092$$

$$F_{0.975}(25,20) = 0.4349$$

$$t_{0.025}(43) = 2.0167$$

$$t_{0.025}(45) = 2.0141$$

$$t_{0.025}(6) = 2.4469$$

$$t_{0.025}(7) = 2.3646$$

$$F_{0.05}(2,9) = 4.26$$

$$F_{0.05}(3,12) = 3.49$$

$$F_{0.01}(1,6) = 13.75$$

$$F_{0.01}(1,8) = 11.26$$

概率论与数理统计试卷

一、填空：(24 分，每空 3 分)

1、设 A 、 B 为随机事件，且 $P(A)=0.4$ ， $P(B)=0.7$ ， $P(A \cup B)=0.8$ 则

$$P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}, P(\overline{AB}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2、已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，若 $P(|X - \mu| < 2) = \frac{1}{2}$ ，则 $P(X < \mu - 2) = \underline{\hspace{2cm}}$

3、已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $Y = 3X + b$ ，则 $Y \sim \underline{\hspace{2cm}}$

4、设 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim B(2, \frac{1}{3})$ ， $Y \sim B(4, \frac{1}{5})$ ， $E(X + Y) = \underline{\hspace{2cm}}$

$$D(3X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

5、已知 X 的分布律为 $P(X = -1) = \frac{1}{2c}$ ， $P(X = 0) = \frac{1}{4c}$ ， $P(X = 1) = \frac{1}{8c}$ 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$$E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$$

二、(10分) 进行四次独立试验，在每次试验中 A 出现的概率为 0.4。如果 A 不出现，则 B 也不出现；如果 A 出现一次，则 B 出现的概率为 0.6；如果 A 出现不少于两次，则 B 出现的概率为 1。试求 B 出现的概率？

三、(10 分) 设某种晶体管的寿命 X 的概率密度为：
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \times 10^4}{x^3} & x > 100 \\ 0 & x \leq 100 \end{cases}$$

求 (1) 一个晶体管使用 150 h 以上的概率，(2) 该批晶体管的平均使用寿命。

四、(16 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度为
$$f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(x+y)} & 0 < x, y < +\infty \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数 k (2) $P(X + Y < 1)$ (3) X, Y 的边缘分布密度 (4) 联合分

布函数 $F(x, y)$

五、(8 分) 设总体 X 的分布密度为
$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x \geq 0, (\theta > 0) \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$
 求参数 θ 的最大似

然估计量。

六、(10 分) 设从 $X \sim N(\mu_1, 16)$ 中抽取容量为 15 的样本，且 $\bar{x} = 14.6$ ；又从 $Y \sim N(\mu_2, 9)$

中抽取容量为 20 的样本，且 $\bar{y} = 13.2$ ，并且两样本相互独立，试求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 90% 的置信空间。

七、(10 分) 某产品重量服从正态分布，某工厂规定产品重量的方差不得超过 400，现对一批产品随机抽取 10 件，计算后样本方差为 800，能否认为该批产品不符合规定？
($\alpha = 0.05$)

八、(12 分) 有一定关系，在一批苗木中抽取 8 株，测得某种苗木的生长期 X (月) 和株高 Y (cm) 数据：

X	1	3	4	7	9	11	12	14
Y	2	5	9	11	13	16	18	20

求树高 Y 对生长期 X 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著。($\alpha = 0.01$)

附表: $\chi_{0.05}^2(9) = 16.919$, $\chi_{0.95}^2(9) = 3.325$, $F_{0.01}(1.6) = 13.75$, $F_{0.01}(1.8) = 11.26$

概率论与数理统计试卷

一. 填空 (每空 2 分, 共 22 分)

1. 设 A, B, C 是三个事件, A, B, C 至多发生一个可表示为 _____,
 A, B, C 至少发生一个可表示为 _____。
2. 一批产品共 50 件, 其中有 5 件次品, 现从中任取 20 件, 无次品的概率为_____。
3. 设 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim B(2, 0.6)$, $Y \sim B(4, 0.6)$, $X + Y \sim$ _____。
4. 设 8 个人中有一对双胞胎, 现在他们任意排成一列, 双胞胎排在一起的概率为 _____,
 双胞胎不在一起的概率为 _____。
5. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $E(X) =$ _____, $D(X) =$ _____, $\frac{X - \mu}{\sigma}$ 服从 _____。
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 样本均值 $\bar{X} =$ _____,
 服从_____。

二. (12分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为
$$F(x) = \begin{cases} k(1 - e^{-2x}) & 0 < x < +\infty \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求常数 k (2) X 的分布密度函数 (3) 求 $P(X < 1)$

三. (10分) 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(x-1)^2},$$

求 $Y = 2X$ 的数学期望和方差。

四. (12分) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布为:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

- (1) 判断 X 与 Y 是否相互独立,
- (2) 求 $X+Y$ 、 $X-Y$ 的概率分布。

五(8分) 设随机变量 X 的分布律为: $\frac{X}{P} \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1-a & a \end{matrix}$, 求参数 a 的矩法估计量。

六(10分) 按规定某电器元件的寿命不得低于 1500 小时, 从该批元件中随机抽取了 25 件, 测得均寿命为 1460 小时, 标准差 65 小时。试检验该批元件是否合格? ($t_{0.05}(24) = 1.7109$)

七(16分), 对不同温度 $T(^{\circ}C)$, 观察在 100 ml 的水中溶解硝酸钠的重量 Y 如下:

T	0	4	10	15	21	29	36	51
Y	66.7	71	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6

求 Y 对 T 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著。 $(F_{0.01}(1.6) = 13.75)$

八(10分)某人摆摊设赌局规则如下：顾客从袋中 6 黑 6 白 12 个球中任取 6 个球，若全是同色，则赢 a 元奖金；若 3 白 3 黑则输给摊主 1 元；其它情况不输不赢，问奖金 a 取何值摊主有利可图？

概率论与数理统计试卷

一. 填空 (每空 2 分, 共 22 分)

1. 设 A, B, C 是三个事件, A, B, C 至多发生两个可表示为 _____, A, B, C 至少发生两个可表示为 _____。
2. 设 12 个人中有一对双胞胎, 现在他们任意排成一列, 双胞胎排在一起的概率为 _____, 双胞胎不在一起的概率为 _____。
3. 设 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim P(3)$, $Y \sim P(4)$, $X + Y \sim$ _____。
4. 一个公司 50 名员工的生日各不相同的概率为_____。
5. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $E(X) =$ _____, $D(X) =$ _____, $\frac{X - \mu}{\sigma}$ 服从_____。
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自两点分布的总体 X 的样本, $P(X = 1) = 0.4$, 则 样本均值 $\bar{X} =$ _____, $n \bar{X}$ 服从_____。

二. (12分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ k x^2 & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

- (1) 求常数 k (2) X 的分布密度函数 (3) 求 $P(X < \frac{1}{2})$

三. (10分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 求 $Y = 2X$ 的数学期望和方差。

四. (12分) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布为:

$Y \backslash X$	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$

- (1) 判断 X 与 Y 是否相互独立,
- (2) 求 $X+Y$ 、 $X-Y$ 的概率分布。

五(8分) 设总体 X 服从 $N(a, 16)$, 求参数 a 的矩法估计量。

六(10分) 按规定某电器元件的寿命不得低于 1000 小时, 从该批元件中随机抽取了 16 件, 测得平均寿命为 980 小时, 标准差 42 小时。试检验该批元件是否合格? ($t_{0.05}(15) = 1.7531$)

七(16分), 研究 5—8 岁儿童的重量 X (kg) 与体积 $Y(\text{cm}^3)$ 的线性关系, 观察值如下:

X	10.5	11.9	12.1	13.8	15.1	16.0	17.1	18.4
Y	10.4	11.6	11.9	13.5	14.5	15.8	16.7	18.3

求 Y 对 X 的线性回归方程并检验 X 与 Y 的线性关系是否显著? ($F_{0.01}(1,6) = 13.75$)

八(10分)某人摆摊设赌局规则如下: 顾客从袋中 6 黑 6 白 12 个球中任取 6 个球, 若全是同色, 则赢 a 元奖金; 若 3 白 3 黑则输给摊主 1 元; 其它情况不输不赢, 问奖金 a 取何值摊主有利可图?

概率论与数理统计试卷

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 A 、 B 是相互独立的两个事件， $P(A)=0.4$ ， $P(B)=0.7$ ， $P(\bar{A} \cap \bar{B}) =$ _____。

2、设随机变量 X 的分配律为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{30}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{1}{30}$

则 $Y=(X-1)^2$ 的分配律为_____。

3、设 $X \sim N(2, \sigma^2)$ ， $P(0 < X < 2) = 0.12$ ， $P(2 < X < 4) =$ _____。

4、设 $X \sim N(0,1)$ ， $Y \sim N(0,1)$ ，且 X 与 Y 相互独立，则 (X,Y) 的联合概率密度

$f(x,y) =$ _____， $E(3X+5Y) =$ _____， $D(X-Y) =$ _____。

5、设 X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的样本，令

$a = X_1$ ， $b = X_1 + X_2 + X_3$ ， $c = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ ，则 $E(X)$ 的无偏估计量是_____。

二、在五双不同鞋号的鞋子中取 4 只，求 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率。

（7 分）

三、进行四次独立试验，在每次试验中 A 出现的概率为 0.3，如果 A 不出现，则 B 也不出现，如果 A 出现一次，则 B 出现的概率为 0.6，如果 B 出现的概率为 1，

（1）试验中 B 出现的概率；

（2）若一次试验中 B 出现了，求 A 出现一次的概率。（12 分）

四、设连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率分布密度函数为：

$$f(x,y) = \begin{cases} k(2-x-y), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求：（1）常数 k ；（2） X,Y 的边缘分布密度函数；（3） $P(X+Y \leq 1)$ ；（4） X,Y 的协方差（16 分）。

五、设随机变量 $X = \begin{cases} 1, & \text{事件} A \text{发生} \\ -1, & \text{事件} A \text{不发生} \end{cases}$ ； $Y = \begin{cases} 1, & \text{事件} B \text{发生} \\ -1, & \text{事件} B \text{不发生} \end{cases}$ ，若

$P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.4$ ， $P(A \cap B) = 0.2$ ，求 $Z = XY$ 的分布律。（10）

六、独立总体 X,Y 均服从正态分布，由 X 的样本值测得 $\bar{x} = 140$ ， $S_1^2 = 72$ ， $n_1 = 8$ ；由 Y 的样

本值测得 $\bar{y} = 127$ ， $S_2^2 = 72$ ， $n_2 = 7$ 。问两总体的均值有无显著差异（ $\alpha = 0.05$ ）？（10 分）

七、某化肥厂用自动打包机包装化肥，打包重量服从正态分布。某日测得 9 包重量（单位：斤）如下：99.5 98.8 100.6 101.3 98.4 99.8 99.3 102.2 100.6
求总体均值 95% 的置信区间。(10 分)

八、已知总体 X 的概率密度为：
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
，其中未知参数 $\theta > 0$ ，设

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本， x_1, x_2, \dots, x_n 为样本观测值，求 θ 的极大似然估

计量。(10 分)

九、研究 Y 与 X 的线性关系，观察值如下：

X	10	12	14	16	18	20	22	24
Y	37	28	36	40	46	60	59	56

求 Y 对 X 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著？（ $\alpha = 0.05$ ）（10 分）

附表：

$$F_{0.05}(6,7) = 3.87, \quad F_{0.05}(7,6) = 4.21$$

$$F_{0.05}(7,8) = 3.50, \quad F_{0.05}(8,7) = 3.73$$

$$F_{0.025}(6,7) = 5.12, \quad F_{0.025}(7,6) = 5.70$$

$$F_{0.025}(7,8) = 4.53, \quad F_{0.025}(8,7) = 4.90$$

$$t_{0.05}(13) = 1.7709, \quad t_{0.025}(13) = 2.1604$$

$$t_{0.05}(15) = 1.7531, \quad t_{0.05}(15) = 2.1315$$

$$t_{0.05}(8) = 1.8595, \quad t_{0.025}(8) = 2.3060$$

$$t_{0.05}(10) = 1.8125, \quad t_{0.025}(10) = 2.2281$$

$$F_{0.05}(1,6) = 5.99, \quad F_{0.05}(6,1) = 234$$

概率论与数理统计试卷

一:填空(20 分)

1. 设 A, B 是两个事件, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, 则 $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 四人独立地译一个密码, 他们能译出的概率分别为: 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 此密码被译出的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 袋中有大小相同的 7 个白球, 8 个黄球, 从中不放回地取出 3 个球, 取出 3 个球同颜色的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 随机变量 X 的概率密度为: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$ ($-\infty < x < +\infty$), 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ $D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设随机变量 $X \sim B(2, p)$, $Y \sim B(3, p)$, 且 $P(X > 0) = \frac{7}{16}$, 则 $P(Y > 0) = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 设 $F(x)$ 是离散型随机变量 X 的分布函数, $P(a < x < b) = F(b) - F(a)$, 则 $P(X = b) = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,
 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则: $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2$ 服从 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分布, $D(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 假设检验的基本思想是: 概率很小的事件在一次试验中可以认为基本上是不会发生的, 该原理称为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二: (10 分) 甲乙丙三人同时向一猎物射击, 击中的概率分别为: 0.4, 0.5, 0.7, 如果只有一人击中猎物, 猎物被捕获的概率为 0.4, 如果有两人击中猎物, 猎物被捕获的概率为 0.8, 如果有三人击中猎物, 猎物一定被捕获, 求猎物被捕获的概率。

三: (12 分) 有 2500 人参加人寿保险, 每年初每人向保险公司交付保险费 12 元, 若在一年内死亡, 则其家属可以从保险公司领取 2000 元, 假设每人在一年内死亡的概率都是 0.002, 求 (1) 保险公司一年获利不少于 10000 元的概率,
(2) 保险公司一年获利的数学期望。

四: (12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度: $p(x, y) = \begin{cases} x+y & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求: (1) X, Y 的边缘分布密度, 判断 X, Y 是否相互独立。
(2) X, Y 的协方差,
(3) $P(X+Y < 1)$

五: (8 分) 设随机变量 ξ, η 独立同分布, $P(\xi = i) = \frac{1}{3}$ ($i = 1, 2, 3$), 设 $X = \max(\xi, \eta)$,

$Y = \min(\xi, \eta)$, 试求二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律。

六: (12 分) 设总体 X 的分布律为: $P(X = x) = f(x, \theta) = \frac{\theta^x e^{-\theta}}{x!}$ $x = 1, 2, \dots; 0 < \theta < +\infty$,

X_1, X_2, \dots, X_n 为 X 的简单随机样本, 求 θ 的矩法估计量和极大似然估计量。

七：（10 分）某砖厂生产的砖的抗断强度(单位: 10^5 pa)为 X , X 服从正态分布, 方差 $\sigma^2 = 1.21$, 从产品中随机地抽取 6 块, 测得抗断强度为: 32.66, 29.87, 31.74, 32.88, 31.05, 试检验这批砖的平均抗断强度是否为 32.50×10^5 pa. ($\alpha = 0.05$)

八：（16 分）合成纤维的强度 y 与其拉伸倍数 x 有关, 今有试验数据为:

x_i	2.0	2.5	2.7	3.5	4.0	4.5	5.2	6.3	7.0	8.0	9.0	10.0
y_i	1.3	2.5	2.5	2.7	3.5	4.2	5.0	6.4	6.3	7.0	8.0	8.1

- (1) 求 y 对 x 的一元线形回归方程,
- (2) 检验 y 对 x 的线形回归关系是否显著.

附表 1 $P(F > F_{0.05}) = 0.05$

	1	2	3
9	5.12	4.26	3.86
10	4.96	4.10	3.71
11	4.84	3.98	3.59
12	4.75	3.89	3.49

附表 2 $P(F > F_{0.01}) = 0.01$

	1	2	3
9	10.6	8.02	6.99
10	10.0	7.56	6.55
11	9.65	7.21	6.22
12	9.33	6.93	5.95

概率论与数理统计试卷

一、填空（每空 3 分，共 30 分）

1、设 A 与 B 是两个事件， $P(A) = 0.3, P(A \cup B) = 0.9$ ，当 A 与 B 互不相容时， $P(B) =$ _____；

当 A 与 B 互相独立时， $P(B) =$ _____

2、已知试验成功的概率为 0.6，则在三次重复独立试验中，试验恰好失败一次的概率为 _____

3、设随机变量 $X \sim N(2,1), Y \sim N(1,4)$ ，且互相独立，则 $E(X - 2Y) =$ _____， $D(X - 2Y) =$ _____

4、已知随机变量 X 的分布律如下，那么 $c =$ _____， $Y = (X - 1)^2$ 的分布律为 _____

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{2c}$	$\frac{1}{4c}$	$\frac{1}{16c}$	$\frac{1}{16c}$

5、若 $X \sim B(3, p)$ ，且 $P(X \geq 1) = \frac{19}{27}$ ，则 $p =$ _____

6、一批产品中有 6 件合格品，2 件次品，从中任取 2 件产品，则恰有一件次品的概率为 _____

7、已知 X_1, X_2 为来自总体的样本， $\mu_1 = X_1 + X_2$ ， $\mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2$ ， $\mu_3 = 0.4X_1 + 0.6X_2$ 为总体均值的估计量，则最有效的估计量为 _____

二、（10 分）已知数学竞赛中甲、乙、丙三同学回答同一问题，他们各有 0.5, 0.3, 0.2 的答题机会，各自答对的概率分别为 0.4, 0.6, 0.8，问如果此题答对，则甲答对的概率是多少？

三、（8 分）已知 X 服从 $[0, 2]$ 上的均匀分布，求（1）求 X 的分布函数；（2）求 $Y = X^2$ 的密度函数。

四、（16 分）设 (X, Y) 的联合密度为 $f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

（1）确定常数 A ；（2）求 X 与 Y 的边缘密度函数；（3）计算 $P(Y > X^2)$ ；（4）求 $E(XY)$ 。

五、（10 分）已知总体 X 服从参数为 λ 的指数分布，求参数 λ 的矩估计和最大似然估计量。

六、（12 分）炼铝厂所产铸模的抗张强度 y 与所用铝的硬度 x 有关，对于一系列 x 值，测得相应的抗张强度值如下

x	51	60	64	68	70	72	83
y	283	290	286	288	349	354	324

求一元线性回归方程，并对其进行显著性检验（ $\alpha = 0.05$ ）。

附： $F_{0.01}(1,6) = 13.75$ ， $F_{0.01}(1,5) = 16.26$ ， $F_{\frac{0.01}{2}}(1,5) = 22.78$ ， $F_{\frac{0.01}{2}}(1,7) = 16.24$

七、（9 分）按规定某电器元件的寿命不得低于 1500 小时，从该批元件中随机抽取了 25 件，测得其平均寿命为 1460 小时，标准差 65 小时。问在 $\alpha = 0.05$ 下该批元件是否合格？（附：

$t_{0.05}(25) = 1.7108$ ， $t_{0.05}(24) = 1.7109$ ， $t_{\frac{0.05}{2}}(25) = 2.0595$ ， $t_{\frac{0.05}{2}}(24) = 2.0639$ ）

八、（5 分）从 0, 1, 2, ..., 9 共十个数字中任取 4 个，求取出的数字能组成一个四位偶数的概率。

概率统计试卷

一、填空（每空 3 分，共 30 分）

- 1、设 A 与 B 是两个事件， $P(A) = 0.3, P(A \cup B) = 0.9$ ，当 A 与 B 互不相容时， $P(B) =$ _____；当 A 与 B 互相独立时， $P(B) =$ _____，当 $A \subset B$ 时， $P(B) =$ _____
- 2、进行某试验成功的概率为 0.6，则在四次重复独立试验中，至少成功一次的概率为 _____
- 3、设随机变量 $X \sim N(4, 1), Y \sim U(1, 4)$ ，且互相独立，则 $E(X - 2Y) =$ _____， $D(X - 2Y) =$ _____
- 4、已知随机变量 X 的分布律如下，那么 $Y = (X - 1)^2$ 的数学期望为 _____

X	0	1	2	3
P	0.2	0.3	0.1	0.4

- 5、若 $X \sim B(3, p)$ ，且 $P(X \geq 1) = \frac{19}{27}$ ，则 $p =$ _____
- 6、一盒中有 2 个黄球，3 个白球，从中任取 3 个，用 X 表示其中的红球数，则 X 的概率分布律为 _____
- 7、已知 X_1, X_2 为来自总体的样本， $\mu_1 = X_1$ ， $\mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2$ ， $\mu_3 = 0.3X_1 + 0.6X_2$ 为总体均值的估计量，则最有效的估计量为 _____

二、（10 分）已知数学竞赛中甲、乙、丙三同学回答同一问题，他们各有 0.5, 0.3, 0.2 的答题机会，各自答对的概率分别为 0.4, 0.6, 0.8，问甲答对的概率是多少？

三、（8 分）已知 X 服从 $[0, 2]$ 上的均匀分布，求（1）求 X 的分布函数；（2）求 $Y = X^2$ 的密度函数。

四、（16 分）设 (X, Y) 的联合密度为 $f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

（1）确定常数 A ；（2）求 X 的边缘密度函数；（3）计算 $P(Y > X^2)$ ；（4）求 $E(XY)$ 。

五、（10 分）总体 X 的密度函数为 $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$ ，从中抽取容量为 n 的样本，求参数 λ 的矩估计和最大似然估计量。

六、（12 分）炼铝厂所产铸模的抗张强度 y 与所用铝的硬度 x 有关，对于一系列 x 值，测得相应的抗张强度值如下

x	51	60	64	68	70	72	83
y	283	290	286	288	349	354	324

求一元线性回归方程，并对其进行显著性检验（ $\alpha = 0.05$ ）。

附： $F_{0.01}(1, 6) = 13.75$ ， $F_{0.01}(1, 5) = 16.26$ ， $F_{\frac{0.01}{2}}(1, 5) = 22.78$ ， $F_{\frac{0.01}{2}}(1, 7) = 16.24$

七、（9 分）按规定某电器元件的寿命不得低于 1000 小时，从该批元件中随机抽取了 25 件，测得其平均寿命为 1060 小时，标准差 35 小时。问在 $\alpha = 0.05$ 下该批元件是否合格？（附： $t_{0.05}(25) = 1.7108$ ， $t_{0.05}(24) = 1.7109$ ， $t_{\frac{0.05}{2}}(25) = 2.0595$ ， $t_{\frac{0.05}{2}}(24) = 2.0639$ ）

八、（5 分）从 0, 1, 2, ..., 9 共十个数字中任取 4 个不同的数字，求取出的数字能组成一个四位偶数的概率。