GDOU-B-11-302

班级：

姓名：

学号：

试题共 4 页 加白纸 2 张

密 封 线

广东海洋大学 2014—2015 学年第一学期

《概率论》课程试题

课程号：19221301 √考试 □考查 √A 卷 □B 卷 √闭卷 □开卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷教师
各题分数	36	16	16	14	12	6		100	
实得分数									

一、填空题（每小题 3 分，共 36 分）

1、事件 A、B 都发生,C 不发生可表示为 $\underline{AB\bar{C}}$.

2、设 A、B 为事件且 $P(A)$=0.4， $P(A\cup B)$=0.6, $P(\bar{B})$=0.5，则 $P(B-A)=\underline{0.3}$.

3、两颗种子的发芽率分别为 0.8 与 0.7,则至少有一颗发芽的概率为 $\underline{0.94}$.

4、袋中有 3 个红球、7 个白球，从中任取两球，则恰好取到一红一白的概率是 $\underline{7/15}$.

5、设随机变量 $X \sim b(n,p)$,且 $E(X)=2, D(X)=1.6$，则 $n=\underline{10}$, $p=\underline{0.2}$.

6、设随机变量 $X \sim N(2,9)$，则 $Y=\dfrac{X-2}{3}\sim \underline{N(0,1)}$.

7、设随机变量 $X \sim P(\lambda)$，且 $P(X=1)=P(X=2)$，则 $\lambda=\underline{2}$.

8、设随机变量 $X \sim U[0,5]$，则 $E(X)=\underline{5/2}$， $D(X)=\underline{25/12}$.

9、设随机变量 X 服从参数 $\lambda=\dfrac{1}{10}$ 的指数分布，则 $P(X>10)=\underline{e^{-1}}$.

10、贝努利大数定律表明：当试验次数 $n\to\infty$ 时,事件 A 发生的频率依概率收敛于事件 A 的概率 .

11、设某实验成功的概率为 p，用 X 表示进行第一次成功为止进行的实验

次数，则$P(X=k)=$ $\underline{p(1-p)^{k-1}}$____________.

12、设随机变量$X \sim N(\mu,\delta^2)$，则$P(|X-\mu|<\delta)=$ __0.6826__.（$\Phi(1)=0.8413$）

二、（16 分）设随机变量X的密度函数为：

$$f(x)=\begin{cases}2e^{-\lambda x}, & x>0;\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

求:（1）常数λ;　　　　　　(2) X的分布函数$F(x)$；

（3）$P(X>\frac{1}{2})$；　　　　　（4）求$E(X),D(X)$.

解:（1）由密度函数的性质可知 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$

又因为$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^{+\infty}2e^{-\lambda x}dx=-\frac{2}{\lambda}e^{-\lambda x}\Big|_0^{+\infty}=\frac{2}{\lambda}$，

所以$\frac{2}{\lambda}=1$，即$\lambda=2$

（2）当$x<0$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=0$

当$x\ge 0$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^x 2e^{-2t}dt=-e^{-2t}\Big|_0^x=1-e^{-2x}$

故　$F(x)=\begin{cases}1-e^{-2x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

（3）$P(X>\frac{1}{2})=1-P(X\le\frac{1}{2})=1-F(\frac{1}{2})=\frac{1}{e}$

（4）$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^{+\infty}2xe^{-2x}dx=\frac{1}{2}$

$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\int_0^{+\infty}2x^2e^{-2x}dx=\frac{1}{2}$

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

三、（16 分）设二维随机变量(X,Y)的概率密度为:

$$f(x,y)=\begin{cases}kxy^{-y} & 0\le x\le 1, y>0\\ 0 & \text{其他}\end{cases};$$

求:(1)常数k；（2）边缘密度函数$f_X(x),f_Y(y)$；（3）X 与 Y 是否独立?

解：1）由密度函数的性质可知 $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$

又因为$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^1dx\int_0^{+\infty}kxe^{-y}dy=k\int_0^1xdx\cdot\int_0^{+\infty}e^{-y}dy=\left.\frac{kx^2}{2}\right|_0^1\cdot\left.(-e^{-y})\right|_0^{+\infty}=\frac{k}{2}$，

所以$\frac{k}{2}=1$，即$k=2$

（2）当$0\le x\le 1$时，$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_0^{+\infty}2xe^{-y}dy=2x$

故 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$

当$y>0$时，$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_0^1 2xe^{-y}dx=e^{-y}$

故 $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & 其它\end{cases}$

（3）因为$f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$，所以 X 与 Y 相互独立。

四、(14 分）将两封信随机地投入三个信箱。设X、Y分别表示第一、第二信箱中的信件数。求：

（1）(X,Y)的分布律；　　（2）X与Y的边缘分布律；

（3）X与Y是否独立。

解：（1）(X,Y)的可能取值为(0,0)、(0,1)、(0,2)、(1,0)、(1,1)、(2,0)

$P(X=0,Y=0)=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$；$P(X=0,Y=1)=\frac{2\times1}{3^2}=\frac{2}{9}$；$P(X=0,Y=2)=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$

$P(X=1,Y=0)=\frac{2\times1}{3^2}=\frac{2}{9}$；$P(X=1,Y=1)=\frac{2\times1}{3^2}=\frac{2}{9}$；$P(X=2,Y=0)=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$

（2）X的边缘分布律为

X	0	1	2
$p_{i\cdot}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

Y的边缘分布律为

Y	0	1	2

$p_{\cdot j}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

（3）因为$P(X=0,Y=0)=\frac{1}{9}\neq P(X=0)\cdot P(Y=0)=\frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9}=\frac{16}{81}$

所以X与Y不独立

五、（12 分）某仓库有一批产品，已知其中 50％、30％、20％依次是甲、乙、丙厂生产的，且各厂次品率依次是 5％、6％、8％。

求：（1）从中任取一件，取到次品的概率。

（2）若从中取到一件次品，求它是从甲厂生产的概率。

解：设A_1、A_2、A_3分别表示甲、乙、丙三个车间生产的产品

以B表示全厂产品的次品，则

$P(A_1)=0.5$、$P(A_2)=0.3$、$P(A_3)=0.2$

$P(B|A_1)=0.05$、$P(B|A_2)=0.06$、$P(B|A_3)=0.08$

（1）按全概率公式有

$$P(B)=P(B|A_1)P(A_1)+P(B|A_2)P(A_2)+P(B|A_3)P(A_3)$$
$$=0.5\times0.05+0.3\times0.06+0.2\times0.08=0.059$$

（2）由贝叶斯公式得

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{0.5\times0.05}{0.059}=\frac{25}{59}$$

六、（6 分）设事件A与B独立，证明A与$\bar{B}$独立。

证明：因为事件A与B独立，所以$P(AB)=P(A)P(B)$

以因为 $P(A\bar{B})=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=P(A)-P(A)P(B)=P(A)P(\bar{B})$

所以 事件A与$\bar{B}$独立