广东海洋大学 2016-2017 学年第 2 学期

《数学分析 2》课程试题

课程号:　　　　　　　　√ 考试　√A 卷　√ 闭卷

☐ 考查　☐B 卷　☐ 开卷

题　号	一	二	三	四				总 分	阅卷老师
各题分数	20	10	56	14				100	
实得分数									

一、填空题 (共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

1. 由两条曲线 $y=2x^2$ 和 $x=2y^2$ 所围成的平面图形的面积为＿＿＿＿＿＿＿。

2. 已知 $f(x)$ 是 $[-a,a]$ 上的奇函数，则 $\int_{-a}^{a} f(x)\cos x\mathrm{d}x=$＿＿＿＿＿＿＿。

3. $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上可积且满足 $f(x)=x^2+\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t$，则 $f(x)=$＿＿＿＿＿＿＿。

4. 计算 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_{x^2}^{1}\sin t^2\mathrm{d}t=$＿＿＿＿＿＿＿。

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2n^2+1}$ 的收敛半径 $R=$＿＿＿＿＿＿＿。

二、判断题 (共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分)

1. 幂级数在其收敛区间内必一致收敛。　(　　)

2. p 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ 当 $p\leqslant 1$ 时发散。　(　　)

3. 函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 有界，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 可积。　(　　)

4. 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{(n-1)!}$ 在 $[-r,r]$ 上一致收敛，其中 r 是常数。　(　　)

5. 具有第二类间断点的函数可能是可积的。　(　　)

试卷共 4 页 加白纸 2 张　班级＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿　学号＿＿＿＿

密　封　线

三、计算题 (共 8 小题，每小题 7 分，共 56 分)

1. 计算积分 $I=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\cos\ln x\,\mathrm{d}x$。

2. 判断反常积分 $\int_0^1\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$ 的敛散性，如果收敛，计算反常积分的值。

3. 计算不定积分 $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$。

4. 求极限 $\lim_{x\to+\infty}\frac{xe^x}{\int_0^x t^3e^t\mathrm{d}t}$。

5. 设 $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^3}, x\in\mathbb{R}$，计算积分 $\int_0^{\pi}S(t)\mathrm{d}t$。

6. 已知 $(1+x)^{\alpha}=1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\ldots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}x^n+\ldots, x\in(-1,1), \alpha\in\mathbb{R}$, 求函数 $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1-2x}}$ 的 Maclaurin 展开式, 并确定其收敛区间。

7. $f(x)$ 在 $(-\pi,\pi]$ 上定义为 $f(x)=\begin{cases}2x, & -\pi<x\leqslant 0,\\ x, & 0<x\leqslant\pi,\end{cases}$ 求 $f(x)$ 以 2π 为周期的 Fourier 级数，并讨论其收敛性。

8. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\tan\frac{1}{n}$ 的敛散性 (绝对收敛、条件收敛、发散)。

四、证明题 (共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分)

1. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$F(x)=\int_a^x f(t)(x-t)^2\mathrm{d}t$，证明：$F'''(x)=2f(x), x\in[a,b]$。

2. 设 $a_n>0$，$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)>0$，证明：交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n$ 收敛。