

## 《概率论》课程试卷

课程号: 19221301

☒ 考试  
☐ 考查

☐ A 卷  
☒ B 卷

☒ 闭卷  
☐ 开卷

题 号	一	二	三	四	五	六	总分	阅卷教师
各题分数	60	20	20				100	
实得分数								

## 一 填空题 (每题 3 分, 共 60 分)

1 向指定的目标射 3 枪, 用 A, B, C 分别表示“第一、第二、第三枪击中目标”, 试用 A、B、C 表示“只击中一枪”  $\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}$

2 同时投掷两枚均匀的骰子, 则随机事件“点数之和小于 3”的概率为  $1/36$

3 在一批由 7 件正品, 3 件次品组成的产品中, 不放回地连续抽取两件产品, 则第二件才取次品的概率为  $7/30$

4 3 个人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别为 0.4, 0.5, 0.7, 则事件“密码被译出”概率为  $0.91$

11 设袋中共有 10 个球, 其中 7 个红球, 3 个黑球。甲乙两人按照甲先、乙后的顺序, 分别从袋中不放回地任取 1 球, 则乙取得红球的概率为  $7/10$

12 在区间 (0, 1) 上任取两个数, 则“取到的两数之差的绝对值大于 0.2”的概率为  $0.96$

13 已知事件 A、B 满足:  $P(A)=0.5, P(B)=0.4, P(A-B)=0.3$ . 则

$$P(A \cup B) = \underline{\quad 0.7 \quad}$$

14 若每次射击命中的概率为 0.7, 则射击 5 枪至少命中 2 枪的概率为  
0.96922

15 设随机变量的分布律为:

X	1	2	4
P	1/4	1-2a	a

则常数  $a = \underline{\quad 1/4 \quad}$

10 若随机变量  $X \sim e(2)$ , 则  $P\{X > 0.5\} = \underline{e^{-1}}$

11 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.4	0.1	0.1	0.4

则  $Y = X^2 - 1$  的分布律为

Y	-1	0	3
P	0.1	0.5	0.4

12 设  $X \sim P(\lambda)$ , 且  $P\{X=1\} = P\{X=2\}$ , 则  $P\{X=3\} = \underline{\frac{4}{3}e^{-2}}$

13 随机变量 X 的所有可能取值为  $a, -1, 2$ , 且  $P\{X=-1\} = 0.3$ ,  
 $P\{X=2\} = 0.2$ ,  $E(X) = -1.9$ , 则  $a = \underline{-4}$

14 若  $X \sim N(1, 2)$ , 则  $\frac{X-1}{2} \sim \underline{N(0, 1)}$  (请写明具体的分布)

15 设 X 的分布律为  $\frac{X}{P} \begin{array}{c|ccc} & 0 & 2 & 4 \\ \hline & 0.1 & 0.6 & 0.3 \end{array}$ , 则

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.1 & 0 \leq x < 2 \\ 0.7 & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

16 设某公共汽车站从早上 7:00 开始每 15 分钟到站一辆汽车，即 7:00, 7:15, 7:30, 7:45 等时刻有汽车到达此站。若一个乘客到达该站的时刻服从 7:00 到 7:30 之间的均匀分布，则“他等待时间不超过 5 分钟”的概率为 1/3

17 设  $X \sim N(-1, 4)$ ,  $Y \sim B(4, 0.2)$ , 则  $E(X + Y^2) =$  0.28

18 设  $X$  表示掷一颗均匀的骰子的点数，则  $E(X) =$  7/2

19 已知  $X$  与  $Y$  的联合分布律如下图

Y \ X	0	2	3
-1	1/8	1/4	0
1	1/8	0	1/2

则  $Z = \min\{X, Y\}$  的分布律

Z	-1	0	1
P	3/8	1/8	1/2

为

20 假设随机变量  $X$  与  $Y$  独立，且其分布律分别如下，

X	-1	1
P	0.8	0.2

Y	0	1
P	0.6	0.4

Y \ X	-1	1

0	0.48	0.12
1	0.32	0.08

则  $(X, Y)$  的分布律为

二 设一袋子中装有 3 个红球、2 个黑球、3 个白球，现从袋中随机不放回地抽出 3 个，以  $X$  表示取到的黑球数， $Y$  表示取到的红球数。求 (1)

$X$  与  $Y$  的联合分布律； (2)  $X$  与  $Y$  的边缘分布律；

(3)  $E(X + 2Y)$ ；(4) 判断  $X$  与  $Y$  的独立性。(每小题 5 分，共 20 分)

解  $X$  的所有可能的取值为 0, 1, 2,  $Y$  的所有可能的取值为, 0, 1, 2, 3

$\{(X, Y) = (2, 2), (1, 3), (2, 3)\} = \emptyset$ , 其概率为 0

$$P\{(X, Y) = (0, 0)\} = \frac{C_3^3}{C_8^3} = \frac{1}{56}, \quad P\{(X, Y) = (0, 1)\} = \frac{C_3^1 C_3^1}{C_8^3} = \frac{9}{56}$$

$$P\{(X, Y) = (0, 2)\} = \frac{C_3^2 C_3^1}{C_8^3} = \frac{9}{56}$$

同理可得，

$X$  与  $Y$  的联合分布律为

X \ Y	0	1	2	3
	0	1	2	3
0	1/56	9/56	9/56	1/56
1	6/56	18/56	6/56	0
2	3/56	3/56	0	0

(2)  $X$  与  $Y$  的边缘分布律分别为

X	0	1	2	Y	0	1	2	3
P	20/56	30/56	6/56	P	10/56	30/56	15/56	1/56

$$(3) E(X) = 0 \times \frac{20}{56} + 1 \times \frac{30}{56} + 2 \times \frac{6}{56} = \frac{3}{4}$$

$$E(Y) = 0 \times \frac{10}{56} + 1 \times \frac{30}{56} + 2 \times \frac{15}{56} + 3 \times \frac{1}{56} = \frac{9}{8}$$

$$E(X + 2Y) = E(X) + 2E(Y) = \frac{3}{4} + 2 \times \frac{9}{8} = 3$$

$$(4) P\{(X, Y) = (0, 0)\} = \frac{1}{56}$$

$$P\{X = 0\}P\{Y = 0\} = \frac{20}{56} \times \frac{10}{56} \neq P\{(X, Y) = (0, 0)\}$$

所以  $X$  与  $Y$  不相互独立。

三、若随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} cx^2 + 0.5 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，求

(1)  $c$  的值； (2)  $P\{-1 \leq X \leq 0.5\}$ ；

(3) 分布函数  $F(x)$ ； (4)  $E(3X^2 + 4X)$  (每小题 5 分，共 20 分)

解 (1) 由  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$  得  $\int_0^1 (cx^2 + 0.5)dx = \frac{c}{3} + 0.5 = 1$

所以  $c = 1.5$

$$(2) P\{-1 \leq X \leq 0.5\} = \int_{-1}^{0.5} f(x)dx = \int_0^{0.5} (1.5x^2 + 0.5)dx = 5/16$$

(3) 当  $x < 0$  时由于  $f(x) = 0$ , 得  $F(x) = 0$

当  $0 \leq x < 1$  时

$$F(x) = \int_0^x (1.5x^2 + 0.5)dx = 0.5x^3 + 0.5x$$

当  $1 \leq x$  时  $F(x) = \int_0^1 (1.5x^2 + 0.5)dx = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.5x^3 + 0.5x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \end{cases}$$

$$(4) E(X^2) = \int_0^1 x^2(1.5x^2 + 0.5)dx = 7/15, E(X) = \int_0^1 x(1.5x^2 + 0.5)dx = 5/8$$

$$E(3X^2 + 4X) = 3E(X^2) + 4E(X) = 7/5 + 5/2 = 3.9$$