广东海洋大学 2014—2015 学年第二学期

《概率论》课程答案

课程号：19221301　　☑考试 □考查　　☑A 卷 □B 卷　　☑闭卷 □开卷

题　号	一	二	三	四	五	六	总分	阅卷教师
各题分数	36	12	15	15	15	7	100	
实得分数								

一、填空题 .（每小题 3 分，共 36 分）

1. $A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C\cup\overline{A}\overline{B}\overline{C}$;　　2. $p=\dfrac{P_4^3}{4^3}=\dfrac{4\times3\times2}{4^3}=\dfrac{3}{8}$;

3. $P(x+y<0.8)=0.32$;　　4. $C_9^0 0.08^0 0.92^9+C_9^1 0.08^1 0.92^8$

5. $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.3$

$P(B-A)=P(B)-P(AB)=0.2$

6. $\overline{X}\sim N(2,81/6)$;　　7. $F(x)=\begin{cases}0,x<-2\\1/3,-2\le x<0\\1/2,0\le x<1\\1,x\ge1\end{cases}$;

8. μ_3;　　9. $\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}=\dfrac{(X_1-X_2)/\sqrt{2}}{\sqrt{(X_3^2+X_4^2)/2}}\sim t(2)$;

10. $(\overline{X}\pm\dfrac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2})=(80\pm\dfrac{12}{5}\times2.0639)=(80\pm4.95336)$

二、

$$P(A)=0.2,P(B)=0.5,P(C)=0.3,$$
$$P(D|A)=0.05,P(D|B)=0.15,P(D|C)=0.3,$$
$$(1)P(D)=P(D|A)P(A)+P(D|B)P(B)+P(D|C)P(C)$$
$$=0.2\times0.05+0.5\times0.15+0.3\times0.3=0.115$$
$$(2)P(C|D)=\frac{P(CD)}{P(D)}=\frac{0.3\times0.3}{0.115}=0.78$$

三、

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^1 xdx + \int_1^2 (c-x)dx = c-1 = 1, c=2;$

(2) $P(-1 < X < 1.5) = \int_0^1 xdx + \int_1^{1.5}(2-x)dx = 0.875;$

(3) $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

$$= \begin{cases} 0, x<0 \\ \int_0^x tdt = \frac{1}{2}x^2, 0 \le x < 1 \\ \int_0^1 tdt + \int_1^x (2-t)dt = -1+2x-\frac{1}{2}x^2, 1 \le x < 2 \\ 1, x \ge 2 \end{cases}$$

(4) $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 x(2-x)dx = 1,$

$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 x^2(2-x)dx = \frac{7}{6},$

$D(X) = E(X^2) - (EX)^2 = \frac{1}{6}, D(6X-1) = D(6X) = 36D(X) = 6$

四、

（1）

$Y \backslash X$	0	1	2	3
0	0	$C_3^1 C_2^0 C_2^2 / C_7^3$	$C_3^2 C_2^0 C_2^1 / C_7^3$	$C_3^3 C_2^0 C_2^0 / C_7^3$
1	$C_2^1 C_2^2 / C_7^3$	$C_3^1 C_2^1 C_2^1 / C_7^3$	$C_3^2 C_2^1 C_2^0 / C_7^3$	0
2	$C_2^1 C_2^2 / C_7^3$	$C_3^1 C_2^2 C_2^0 / C_7^3$	0	0

$Y \backslash X$	0	1	2	3	
0	0	$3/35$	$6/35$	$1/35$	$10/35$
1	$2/35$	$12/35$	$6/35$	0	$20/35$
2	$2/35$	$3/35$	0	0	$5/35$
	$4/35$	$18/35$	$12/35$	$1/35$	

(2) $P(X=0, Y=0) = 0 \ne P(X=0) \times P(Y=0) = (4/35)(10/35)$

X 和 Y 不独立。

(3) $P\{X=1|Y=1\}=\dfrac{P(X=1,Y=1)}{P(Y=1)}=\dfrac{12/35}{20/35}=0.6$

(4) $E(X)=0\times\dfrac{4}{35}+1\times\dfrac{18}{35}+2\times\dfrac{12}{35}+3\times\dfrac{1}{35}=\dfrac{9}{7}$,

$E(Y)=0\times\dfrac{10}{35}+1\times\dfrac{20}{35}+2\times\dfrac{5}{35}=\dfrac{6}{7}$,

$E(2X-3Y)=2E(X)-3E(Y)=0$

五、

$E(X_i)=100,\sigma(X_i)=10,$

$E(\sum_{i=1}^{100}X_i)=10000,D(\sum_{i=1}^{100}X_i)=10000,$

$X=\sum_{i=1}^{100}X_i \sim N(10000,10000)$

$P(X>10200)=P(\dfrac{X-10000}{100}>\dfrac{10200-10000}{100}=2)\approx 1-\Phi(2)=0.0228$

六、

解：(1) 矩估计

$$\mu_1=E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1\theta x^{\theta}dx=\frac{\theta}{\theta+1},$$

解得：$\theta=\dfrac{\mu_1}{1-\mu_1}$，令$\mu_1=A_1=\overline{X}$，得$\theta=\dfrac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$.

(2) 最大似然估计

设有样本观察值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，则似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\prod_{i=1}^{n}\theta x_i^{\theta-1}=\theta^n(\prod_{i=1}^{n}x_i)^{\theta-1}$$

$$\ln L(\theta)=n\ln\theta+(\theta-1)\ln(\prod_{i=1}^{n}x_i)=n\ln\theta+(\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i,$$

令$\dfrac{d}{d\theta}(\ln L(\theta))=\dfrac{n}{\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0,$

得极大似然估计值$\theta_L=-\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$，从而极大似然估计量$\theta_L=-\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}$