

《概率论》课程试卷（答案）

课程号：19221301

☒ 考试
☐ 考查

☒ A 卷
☐ B 卷

☒ 闭卷
☐ 开卷

题 号	一	二	三	四	五	六	总分	阅卷教师
各题分数	60	20	20				100	
实得分数								

一 填空题（每题 3 分，共 60 分）

1 设 A, B, C 为三个事件，试用 A、B、C 表示事件 “A 发生，但是 B、

C 不发生” $A\bar{B}\bar{C}$ 2 同时投掷两枚均匀的骰子，则随机事件“点数之和大于 2”的概率为 $35/36$ 3 在一批由 7 件正品，3 件次品组成的产品中，不放回地连续抽取两件产品，则第二件才取次品的概率为 $7/30$ 4 加工某一零件供需经过三道工序，设第一、二、三道工序出次品的概率分别为 0.2、0.1、0.05，各道工序互不影响，则加工出的零件的次品率为 0.3165 设袋中共有 10 个球，其中 2 个红球，5 个白球，3 个黑球。两人分别从袋中任取一球，取后不放回，则第二个人取得红球的概率为 $1/5$ 6 在区间 (0, 1) 上任取两个数，则“取到的两数之差的绝对值大于 1/2”的概率为 $3/4$

7 已知随机事件 A, B , 满足 $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}, P(B|A)=\frac{1}{2}$. 则

$$P(A|B)=\underline{\quad\quad\quad} \frac{3}{4} \underline{\quad\quad\quad}$$

8 某射手射击靶心的命中率为 0.9, 该射手射击 4 次, 则至多击中靶心 1 次的概率为 0.0037

9 若随机变量 $X \sim f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则 $E(X+1) = \underline{2}$

10 设随机变量的分布律为: $P\{X=k\} = \frac{a}{8}, k=1, 2, 3, 4$.

则常数 $a = \underline{2}$

11 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.3	0.1	0.2	0.4

Y	-1	0	3
P	0.1	0.5	0.4

则 $Y=X^2-1$ 的分布律 为

12 设 $X \sim P(\lambda)$, 且 $P\{X=1\} = P\{X=2\}$, 则 $P\{X=0\} = \underline{e^{-2}}$

13 随机变量 X 的所有可能取值为 $a, -1, 2$, 且 $P\{X=-1\}=0.3$,

$$P\{X=2\}=0.2, E(X)=-1.9, \text{ 则 } a = \underline{-4}$$

14 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}, x \in R$, 则

$$P\{X \leq 3\} = \underline{0.8413} \quad (\Phi(1)=0.8413, \Phi(0.5)=0.6915)$$

15 设 X 的分布律为

X	-1	1	2
P	0.3	0.4	0.3

 , 则 $F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ 0.3 & -1 \leq x < 1 \\ 0.7 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$

16 设 K 在 $(0, 5)$ 上服从均匀分布, 则 x 的方程 $4x^2 + 4Kx + K + 2 = 0$ 有实根的概率为 3/5

17 设 $X \sim e(2)$, $Y \sim P(3)$, 则 $E(X + Y^2) =$ 25/2

18 设 X 表示掷一颗均匀的骰子的点数, 则 $E(X+1) =$ 9/2

19 已知 X 与 Y 的联合分布律如下图

Y \ X	0	1
0	0.3	0.1
1	0.1	0.5

则 $Z = X - 2Y$ 的分布律为

Z	-2	-1	0	1
P	0.1	0.5	0.3	0.1

20 假设随机变量 X 与 Y 独立, 且其分布律分别如下,

X	-2	-1	1
P	1/4	1/12	2/3

Y	0	3
P	1/4	3/4

则 (X, Y) 的分布律为

Y \ X	-2	-1	1
0	1/16	1/48	1/6
3	3/16	1/16	1/2

- 二 在元旦茶话会上, 发给每人一袋水果, 内装 3 个橘子、2 个苹果、3 个香蕉, 现从袋中随机不放抽出 3 个, 以 X 记橘子数, Y 记苹果数。
- 求 (1) X 与 Y 的联合分布律; (2) X 与 Y 的边缘分布律;
- (3) $E(2X + Y)$; (4) 判断 X 与 Y 的独立性。(每小题 5 分, 共 20 分)

解 X 的所有可能的取值为 $0, 1, 2, 3$, Y 的所有可能的取值为 $0, 1, 2$,
 $\{(X, Y) = (2, 2), (3, 1), (3, 2)\} = \emptyset$, 其概率为 0

$$P\{(X, Y) = (0, 0)\} = \frac{C_3^3}{C_8^3} = \frac{1}{56}, \quad P\{(X, Y) = (0, 1)\} = \frac{C_2^1 C_3^2}{C_8^3} = \frac{6}{56}$$

$$P\{(X, Y) = (0, 2)\} = \frac{C_2^2 C_3^1}{C_8^3} = \frac{3}{56}$$

同理可得, X 与 Y 的联合分布律为

		Y		
		0	1	2
X 与 Y 的边缘分布律	0	1/56	6/56	3/56
	1	9/56	18/56	3/56
	2	9/56	6/56	0
	3	1/56	0	0

(2) X 与 Y 的边缘分布律分别为

X	0	1	2	3	Y	0	1	2	(3)
P	10/56	30/56	15/56	1/56	P	20/56	30/56	6/56	$E(X) = 0 \times \frac{1}{5}$

$$E(Y) = 0 \times \frac{20}{56} + 1 \times \frac{30}{56} + 2 \times \frac{6}{56} = \frac{3}{4}$$

$$E(2X + Y) = 2E(X) + E(Y) = 2 \times \frac{9}{8} + \frac{3}{4} = 3$$

$$(4) P\{(X, Y) = (0, 0)\} = \frac{1}{56}$$

$$P\{X = 0\}P\{Y = 0\} = \frac{10}{56} \times \frac{20}{56} \neq P\{(X, Y) = (0, 0)\}$$

所以 X 与 Y 不相互独立。

三 若随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} cx^2 - 12x + 3 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 求

(1) c 的值; (2) $P\{-2 \leq X \leq 0.2\}$;

(3) 分布函数 $F(x)$; (4) $D(X+7)$ 。(每小题 5 分, 共 20 分)

解 (1) 由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ 得 $\int_0^1 (cx^2 - 12x + 3)dx = \frac{c}{3} - 6 + 3 = 1$

所以 $c = 12$

(2) $P\{-2 \leq X \leq 0.2\} = \int_{-2}^{0.2} f(x)dx = \int_0^{0.2} (12x^2 - 12x + 3)dx = 0.392$

(3) 当 $x < 0$ 时由于 $f(x) = 0$, 得 $F(x) = 0$

当 $0 \leq x < 1$ 时

$$F(x) = \int_0^x (12x^2 - 12x + 3)dx = 4x^3 - 6x^2 + 3x$$

当 $1 \leq x$ 时 $F(x) = \int_0^1 (12x^2 - 12x + 3)dx = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 4x^3 - 6x^2 + 3x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \end{cases}$$

(4) $E(X^2) = \int_0^1 x^2(12x^2 - 12x + 3)dx = 2/5$, $E(X) = \int_0^1 x(12x^2 - 12x + 3)dx = 1/2$

$$D(X+7) = D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 2/5 - 1/4 = 3/20$$