

## 《概率论》模拟试卷 1 答案

参考答案

- 一、填空题：1、 $\overline{A \cup B \cup C}$ 或 $\overline{ABC}$       2、 $\frac{1}{4}$       3、 $\frac{6}{16}$       4、1  
5、0.1587      6、 $\frac{7}{8}$       7、58  
8、 $N(0, 1)$       9、 $\begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-6x}, & x \geq 0 \end{cases}$       10、 $\frac{107}{144}$

二、解：设 A、B、C 分别表示甲、乙、丙车间生产的产品，M 表示废品，则  $P(A)=0.6$ ,  $P(B)=0.3$ ,  $P(C)=0.1$

$$P(M|A)=0.01, P(M|B)=0.02, P(M|C)=0.05$$

$$\begin{aligned} (1): \text{由全概率公式 } P(M) &= P(A)P(M|A) + P(B)P(M|B) + P(C)P(M|C) \\ &= 0.6 \times 0.01 + 0.3 \times 0.02 + 0.1 \times 0.05 \\ &= 0.017 \end{aligned}$$

$$(2): \text{由贝叶斯公式 } P(A|M) = \frac{P(A)P(M|A)}{P(M)} = \frac{0.6 \times 0.01}{0.017} = \frac{6}{17}$$

三、解：由  $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = 1$

$$\text{得 } \frac{A}{9} = 1 \quad \therefore A = 9$$

$$\text{又 } f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 3e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ 3e^{-3y}, & y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{可见 } f_X(x) f_Y(y) &= \begin{cases} 9e^{-(3x+3y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ &= f(x, y) \end{aligned}$$

$\therefore X$  与  $Y$  独立。

四、解：设  $X_i = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 次为正面} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 次为反面} \end{cases}$  则  $P(X_i=1)=0.5, P(X_i=0)=0.5$

又设  $X$  表示 10000 次中正面的次数，则  $X = \sum_{i=1}^{10000} X_i$

$$\text{且 } \mu = E(X) = 10000 \times 0.5 = 5000,$$

$$\sigma^2 = D(X) = 10000 \times 0.5 \times 0.5 = 2500$$

由中心极限定理知  $\frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-5000}{50} \cong N(0,1)$

$$\therefore P(X > 5050) = P\left(\frac{X-5000}{50} > 1\right) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

五、解：(1)  $(X,Y)$  的联合分布律如表

$X \backslash Y$	1	2	3	4	$X=X_i$
1	1/4	0	0	0	1/4
2	1/8	1/8	0	0	1/4
3	1/12	1/12	1/12	0	1/4
4	1/16	1/16	1/16	1/16	1/4
$Y=y_i$	25/48	13/48	7/48	3/48	

$$(2) E(2Y+1) = 2E(Y) + 1 = 2\left(1 \times \frac{25}{48} + 2 \times \frac{13}{48} + 3 \times \frac{7}{48} + 4 \times \frac{3}{48}\right) + 1 = \frac{13}{6}$$

(3) 因为  $P(X=1, Y=4) = 0 \neq P(X=1)P(Y=4)$

所以  $X$  与  $Y$  不独立