概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 30 分）

1．设 $P(A)=0.1, P(A\bigcup B)=0.3$，若 A与B 互斥，则 $P(B)=$ ____ ；若 A与B 相互独立，则 $P(B)=$_____

2．一个学生没有准备便去参加一次考试，他猜测全部 10 个是非题，至多能猜对 3 个的概率为 ______

3．设 ξ , η 相互独立, $\xi\sim N(1,2)$，$\eta\sim N(0,1)$，则 $E(2\xi-\eta)=$_______，$D(2\xi-3\eta)=$_______。

4．设随机变数 $\xi\sim N(4,\sigma)$，且 $P(0<\xi<4)=0.12$，则 $P(\xi>8)=$_______。

5．已知 $X\sim B(4,\frac{1}{2})$ ，则 $E(X)=$ ________ ， $E(X^2)=$ _________

6．设随机变量 ξ 服从参数为 λ 的泊松分布，则 $\eta=2\xi-1$ 的数学期望为________。

7．在假设检验中，小概率事件在一次试验或观察中是几乎不可能发生的，此原理称为 __________________

二．选择题（每小题 3 分，共 12 分）

1、对于任意两个随机变量 ξ与η，若 E（$\xi\eta$）= E（ξ） E（η），则不正确的为[ ]

（1）$COV(\xi,\eta)=0$； （2） ξ与η 线性相关 ； （3） E（$\xi+\eta$）$=\mathrm{E}(\xi)+\mathrm{E}(\eta)$

2、设连续型随机变量 ξ 的密度函数和分布函数分别为 $f(x)$ 与 $F(x)$，则下列选项中正确的是[ ]

（1）$0\le f(x)\le 1$； （2） $F(x)$ 单调上升 ； （3） $P(\xi=x)=0$

3、随机变量 ξ与η 相互独立，且 $\xi\sim N(0,4)$, $\eta\sim N(2,3)$，则 Z=$\xi+\eta$ 仍服从正态分布，并有[ ]

（1） $Z\sim N(2,7)$ ； （2） $Z\sim N(2,25)$ ；（3） $Z\sim N(2,5)$

4、设 $\xi_1,...,\xi_n$ 为取自总体 $\xi\sim N(a,\sigma)$ 的子样，其中 a未知, σ已知，下列不是统计量的为[ ]

（1） $\min(\xi_1,...,\xi_n)$； （2） ξ_1-a； （3） $\frac{\xi_1\xi_n}{\sigma}$

三．（8 分）设甲箱中有 5 件正品，2 件次品，乙箱中有 7 件正品，3 件次品。首先从甲箱中任取一件产品放入乙箱中，再从乙箱中任取一件，求从乙箱中取出的产品为次品的概率。

四．（12 分）设随机变量 X、Y 的联合密度为 $f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-(3x+2y)}, x>0, y>0\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，求

(1) 常数 A; （2） Y 的边缘密度函数; （3） $P(X+Y>1)$

五．（8 分）假设总体 $X\sim N(\mu,\sigma)$，从中抽取容量为 15 的样本，测得标准差为 5，求 σ^2 的置信度为 95%的

置信区间。附：$\chi^2_{0.05}(14)=23.685,\ \chi^2_{0.025}(14)=26.873,\ \chi^2_{0.95}(14)=6.571,\ \chi^2_{0.975}(14)=5.368$

六.（12 分）设总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1} & 0<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$,其中 $\theta>0$,样本 X_1 , X_2 ------X_n, 试求 θ 的矩估计和极大似然估计。

七.（8 分）已知某元件寿命服从正态分布，按国家标准该元件的平均寿命为 1000 小时。现从这批元件中随机抽取 9 只，测得平均使用寿命 980 小时，标准差 43 小时。问在水平 $\alpha=0.05$ 下，确定这批元件是否合格。（$t_{\frac{0.05}{2}}(9)=2.2622,\quad t_{\frac{0.05}{2}}(8)=2.3060,\quad t_{0.05}(9)=1.8331,\ t_{0.05}(8)=1.8595$）

8.（10 分）已取得变量 **X** 和 **Y** 的 8 组样本值如下：

X	**1**	**3**	**4**	**7**	**9**	**11**	**12**	**14**
Y	**2**	**5**	**9**	**11**	**13**	**16**	**18**	**20**

求 **Y** 对 **X** 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著？（$\alpha=0.01$）

概率论与数理统计试卷 12

一．填空

1. 设 A、B 为随机事件，且 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.8$，则 $P(A\overline{B})=$ _

2．三人独立猜一谜语，他们能猜对的概率分别为 0.3, 0.5, 0.7，此谜语被猜出的概率为 _

3．设随机变数 ξ 的分布密度 $f(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & x>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则 E(ξ)= ______，$E(\xi^2)$ ______________，分布函数为______________________

4．设 ξ ～N (2, σ)，且 $P(|\xi-2|<1)$ =0.76，则 P(ξ <1) = ___________。

5．设 ξ 服从 b（5，$\frac{1}{3}$），则方程 $4x^2+4\xi x+\xi+2=0$ 有实根的概率是__________。

6．设随机变量 ξ 服从[-a , a]上的均匀分布，则 $\eta=2\xi+1$ 的数学期望为_________

7．进行参数的假设检验，确定原假设否定域的依据是________。

二．选择题（每小题 3 分，共 12 分）

1、对于任意两个随机变量 ξ 与 η，则正确的为[　　　]

（1） D（$\xi+\eta$）=D（ξ）+ I ；（2） E（$\xi\eta$）=E（ξ）E（η） ；（3） E（$\xi+\eta$）=E（ξ）+E（η）

2、设连续型随机变量 ξ 的密度函数和分布函数分别为 $f(x)$ 与 $F(x)$，则下列选项中正确的是[　　　]

（1）$0\le f(x)\le 1$；　（2）$F(x)$ 单调不降 ；　（3）$P(\xi=x)=F(x)$

3、设 $\xi_1,\dots,\xi_n$ 为取自总体 $\xi\sim N(a,\sigma)$ 的子样，其中 a 未知, σ 已知，下列不是统计量的为[　　]

（1）$\min(\xi_1,\dots,\xi_n)$；　（2）ξ_1-a；　（3）$\frac{\xi_1\xi_n}{\sigma}$

4、随机变量 ξ 与 η 相互独立，且 $\xi\sim N(0,4)$，$\eta\sim N(2,3)$，则 Z=$\xi+\eta$ 仍服从正态分布，并有[　　　]

（1） Z$\sim N(2,7)$ ；　（2） Z$\sim N(2,25)$ ；（3） Z$\sim N(2,5)$

三.（8 分）某厂用甲、乙、丙三台机器生产同样的零件，它们的产量各占 25%，30%，45%，

而在各自的产品中废品率分别为 3%，8%，10%，求该厂生产的这种零件的废品率。

四．（8 分）设随机变量 X、Y 相互独立，均服从（0，1）内的均匀分布。设 $A=\{X>a\}, B=\{Y>a\}$，$P(A\cup B)=\frac{3}{4}$，求常数 a 的值；

五.（12 分）设二维随机变数 (ξ,η) 的联合密度为：$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(x+2y)}, x>0, y>0 \\ 0, \quad 其它 \end{cases}$

（1）求 ξ 的边缘密度函数；（2）求 $E(\xi\eta)$；（3）计算 $P(\xi+\eta>1)$。

六.（6 分）设ξ、η 相互独立，ξ ～ $P(\lambda_1)$，η ～ $P(\lambda_2)$，证明ξ+η ～$P(\lambda_1+\lambda_2)$。

七.（10 分）1．叙述参数区间估计的定义；

2．假设总体 $X\sim N(\mu,\sigma)$，从中抽取容量为 15 的样本，测得标准差为 5，求 σ^2 的置信度为 95% 的置信区间。附：$\chi^2{}_{0.05}(14)=23.685, \chi^2{}_{0.025}(14)=26.873, \chi^2{}_{0.95}(14)=6.571, \chi^2{}_{0.975}(14)=5.3$

八.（9 分）已知某元件寿命服从正态分布，按国家标准该元件的平均寿命为 1800 小时。现从这批元件中随机抽取 9 只，测得平均使用寿命 1730 小时，标准差 65 小时。问在水平 $\alpha=0.05$ 下，确定这批元件是否合格。（$t_{\frac{0.05}{2}}(9)=2.2622,\quad t_{\frac{0.05}{2}}(8)=2.3060,\quad t_{0.05}(9)=1.8331,\ t_{0.05}(8)=1.8595$）

九.（5 分）设 θ_1和θ_2 是参数 θ 的两个相互独立的无偏估计量，且方差 $D(\theta_1)=2D(\theta_2)$。

求常数 k_1和k_2 的值，使得 $k_1\theta_1+k_2\theta_2$ 是参数 θ 的无偏估计量，且在这样的线性估计量中方差最小。

概率统计试卷

一、填空：（30 分，每空 3 分）

1、 设 A、B 为随机事件，且 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.6$ 则 $P(AB)=$ ______，

$P(A\overline{B})=$ ______

2、 设 $P(A)=0.3$，$P(A\cup B)=0.7$，当 A、B 互不相容时 $P(B)=$ ______，当 A、B 独立时

$P(B)=$ ______

3、 已知 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，若 $P(|X-\mu|<2)=\frac{1}{2}$，则 $P(X<\mu-2)=$ _______

4、 若随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=C_3^k p^k(1-p)^{3-k}$ （$k=0, 1, 2, 3$），且 $P(X\geq 1)=\frac{19}{27}$，

则 $p=$ _______

5、 已知 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$Y=3X+b$，则 $Y\sim$ _________

6、 设 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim B(2,\frac{1}{3})$，$Y\sim B(4,\frac{1}{5})$，$E(X+Y)=$ ________

$D(3X-2Y)=$ ________

7、 已知 X 的分布律为 $P(X=-1)=\frac{1}{2c}$，$P(X=0)=\frac{1}{4c}$，$P(X=1)=\frac{1}{8c}$ 则 $c=$ ________

二、（8 分）在数学竞赛中甲、乙、丙三同学回答一题，他们各有 0.4，0.3，0.3 的答题机会，各自答对的概率分别为 0.5，0.6，0.4，问如果此题答对，则甲答对的概率是多少？

三、（8 分）设 $X\sim N(0,1)$，求 $Y=|X|$ 的分布密度 $f_Y(y)$。

四、（16 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度为 $f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(x+y)} & 0<x,y<+\infty \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

（1）确定常数 k　　　　（2）X,Y 是否相互独立

（3）计算 $P(X+Y<1)$　　　　（4）求联合分布函数 $F(x,y)$

五、（8 分）设总体 X 的分布密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & x\geq 0,(\theta>0) \\ 0 & x<0 \end{cases}$ 求参数 θ 的最大似然估计量。

六、（10 分）设从 $X\sim N(\mu_1,16)$ 中抽取容量为 15 的样本，且 $\overline{x}=14.6$；又从 $Y\sim N(\mu_2,9)$ 中抽取容量

为 20 的样本，且 $\overline{y}=13.2$，并且两样本相互独立，试求 $\mu_1-\mu_2$ 的 90% 的置信空间。

七、（10 分）某产品重量服从正态分布，某工厂规定产品重量的方差不得超过 400，现对一批产品随机抽取 10 件，计算后样本方差为 800，能否认为该批产品不符合规定？（$\alpha=0.05$）

八、（10 分）已知某种苗木的生长期 X（月）和株高 Y（cm）有一定关系，现在一批苗木中抽样观察得到一组数据

X	1	3	4	7	9	11	12	14
Y	2	5	9	11	13	16	18	20

求树高 Y 对生长期 X 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著。（$\alpha=0.01$）

附表:

$t_{0.1}(29)=1.311$　　$\chi^2_{0.025}(9)=19.023$　　$\mu_{0.1}=1.28$　　$F_{0.01}(1.6)=13.75$

$t_{0.1}(31)=1.309$　　$\chi^2_{0.975}(9)=2.7$　　$\mu_{0.05}=1.645$　　$F_{0.01}(1.8)=11.26$

$t_{0.05}(29)=1.699$　　$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$　　$F_{0.01}(2.8)=8.65$

$t_{0.05}(31)=1.695$

概率统计试卷

一、（8 分）在区间（0，1）中随机取两个数，求事件“两数之和小于 6/5”的概率。

二、（10 分）8 支步枪中有 5 支已校准过，3 支未校准。一名射手用已校准过的枪射击时，中靶的概率为 0.8；用未校准过的枪射击时，中靶的概率为 0.3。现从 8 支步枪中任取一支进行射击，结果中靶。求所用步枪是校准过的概率。

三、（10 分）设 $0<P(A)<1$，证明事件 A 与 B 相互独立的充要条件是 $P(B|A)=P(B|\overline{A})$。

四、（16 分）设随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases} kx, & 0<x<1, 0<y<x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，求

（1）k 的值；　（2）$P(X+Y<1)$；　（3）X 与 Y 是否相互独立？　（4）$E(XY)$

五、（8 分）设某种商品一周的需求量 X 是一个随机变量，其概率密度为 $p(x)=\begin{cases} 2e^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，已知各周需求量相互独立，求该商品两周需求量的概率密度。

六、（6 分）设随机变量 X 的密度函数为 $p(x)=\begin{cases} 2x, & 0\le x\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$。　对 X 独立重复观察四次，用 Y 表示观察值大于 $\frac{1}{2}$ 的次数，求 $E(Y^2)$。

七、（12 分）据历史资料表明，某种商品每周的需求量 X 服从（10，30）上的均匀分布（单位：件）。每售出 1 件该商品，商店可获利 400 元，若积压 1 件，则商店亏损 100 元。问商店应组织多少货源，可使平均收益最大？

八、（10 分）按规定某种元件寿命为 1200 小时，标准差为 50 小时。今在一批这种元件中抽取 10 只，测得平均寿命 1178 小时，标准差 54 小时，已知元件寿命服从正态分布。试在检验水平 0.1 下确定这批元件是否合乎要求。

九、（10）以家庭为单位，某种商品年需求量与该商品价格之间的数据如下：

价格 x（元）	5	2	2.3	2.5	2.8	3	3.5
需求量 y（kg）	1	3	2.7	2.4	2	1.5	1.2

建立 y 关于 x 的一元线性回归方程并进行显著性检验（$\alpha=0.05$）

十、（10 分）设总体 ξ 具有密度函数 $f(x;\theta)=\begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0<x<1, \theta>0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$。（1）求参数 θ 的矩估计；　（2）求可估计函数 $g(\theta)=\frac{1}{\theta}$ 的极大似然估计。

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 15 分）

1．设 A、B 是两事件，$P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.7$，当 A、B 相互独立时 $P(AB)=$_________。

2．设 $X\sim U[-2,1]$，方程 $t^2+2Xt+1=0$ 有实根的概率为___________。

3．设随机变量服从参数为 2 的 Poisson 分布，则 $P\left(X<\sqrt{D(X)}\right)=$___________。

4．设随机变量 X 的分布密度为 $f(x)=\begin{cases}A(1-x) & 0<x<1\\ 0 & \end{cases}$，则 $P(0\le X\le 0.5)=$

___________。

5．已知 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，$\mu_1=0.4X_1+0.4X_2+0.2X_3$，$\mu_2=0.2X_1+0.2X_2+0.6X_3$，$\mu_3=0.5X_1+0.5X_2$ 为总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是 ____________。

二．（10 分）将信息编码为 0、1 传送，接收站接收时，0 被误收作 1 的概率为 0.05，1 被误收作 0 的概率为 0.1，假设信息 0 与 1 传送的频率相等。试求（1）接收站收到信息是 0 的概率，（2）若收到信息是 0，发出信息也是 0 的概率。

三．（10 分）设 X 是两次重复独立试验中事件 A 发生的次数，Y 是三次重复独立试验中事件 A 发生的次数，如果 $P(X\ge 1)=\frac{5}{9}$，求 $P(Y\ge 1)$。

四．（10 分）设二维离散型随机变量（X,Y）的联合分布律为：

⑴ α，β 为何值时，X 与 Y 相互独立？

⑵ 求 X 与 Y 相互独立时，$Z=X+Y$ 的概率分布。

X \ Y	1	2	3
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{1}{3}$	α	β

五．（10 分）设二维随机变量（X，Y）的联合密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases}x+y & 0<x<1,0<y<1\\ 0 & 其它\end{cases}$$

求：（1）X，Y 的边缘分布密度，（2）P（X+Y<1），（3）X，Y 是否相互独立。

六. (10 分) 已知豌豆籽粒重量（单位：0. 01 克）服从正态分布$N(\mu,0.33^2)$。在改善栽培条件后，随机抽取 9 粒，其重量平均数$\overline{x}=37.92$，若标准差仍为 0. 33, 求出豌豆籽粒平均重量的 95%的置信区间。

七. (10 分) 已知母猪怀孕期服从正态分布, 分别调查了 7 头母猪怀孕期分别是：113，115，114，116，117，115，113，试检验母猪的怀孕期是否为 114 天？（$\alpha=0.05$）。

八. (15 分) 设有（x，y）的如下观测值：（14，23），（18，16），（20，15），（22，10），（24，8），

试建立y对x的回归直线方程并进行显著性检验（$\alpha=0.05$）

九. $(10分)$设随机变量 X 服从参数为λ的泊松分布，求参数λ的矩法估计量和极大似然估计量。

附表：

$$
\begin{aligned}
&F_{0.05}(1,3)=10.13, \quad F_{0.01}(1,3)=17.44\\
&F_{0.05}(1,4)=7.71, \quad F_{0.01}(1,4)=12.22\\
&F_{0.05}(1,5)=6.61, \quad F_{0.01}(1,5)=10.01\\
&t_{0.05}(6)=1.9342, \quad t_{0.025}(6)=2.4469\\
&t_{0.05}(7)=1.8946, \quad t_{0.025}(7)=2.3646\\
&t_{0.05}(8)=1.8595, \quad t_{0.025}(8)=2.3060\\
&t_{0.05}(10)=1.8125, \quad t_{0.025}(10)=2.2281\\
&t_{0.05}(15)=1.7531, \quad t_{0.025}(15)=2.1315\\
&t_{0.05}(19)=1.7291, \quad t_{0.025}(19)=2.0930
\end{aligned}
$$

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 15 分）

1．设随机事件 A，B 互不相容，$P(A)=p$，$P(B)=q$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$________。

2．设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，方程 $t^2+2t+X+2=0$ 有实根的概率是 0.5，则 $\mu=$_______。

3．设一批产品的次品率是 0.2，X 表示 10 件产品中次品的件数，则 $E(X)$________。

4. 设随机变数 X 服从 Poisson 分布，P（ X =1）= 2 P（ X =2），则 P（ $X\geqslant 1$）=___________。

5．已知 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，$\mu_1=0.4X_1+0.4X_2+0.2X_3$，$\mu_2=0.2X_1+0.2X_2+0.6X_3$，$\mu_3=0.5X_1+0.5X_2$ 为总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是 ___________。

二．（10 分）假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.1，机器发生故障时全天停止工作。若一周 7 天无故障，可获利 10 万元；发生一次故障可获利 5 万元；发生两次或两次以上故障则要亏损 2 万元，求一周的平均利润是多少？

三．(10 分) 甲箱中有 5 件正品，3 件次品，乙箱中有 7 件正品，2 件次品。先从甲箱中任选一件放入乙箱，再从乙箱中任取一件产品，求（1）从乙箱中取出次品的概率，（2）若从乙箱中取出次品，从甲箱中取出的也是次品的概率。

四．(10 分) 设二维离散型随机变量（X ,Y ）的联合分布为：

X \ Y	1	2	3
0	0.25	0.15	0.05
1	0.15	a	a

求 (1) a ， (2) X，Y 的边缘分布律，

（3）随机变量 $\xi=X\ Y$ 的概率分布。

五．(10 分) 设随机变量 X 的分布密度为：$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2}{8} & 0\le x\le 2\\ 0 & 其它\end{cases}$

求 (1) X 的数学期望和方差 (2) X 的分布函数 (3) P（ $X\le 1$）

六．(10 分)设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，从中抽取容量为 9 的样本，测得样本平均数 $\overline{x}=5.9$，

标准差为 0. 4，求总体均值 μ 的 95%的置信区间。

七．(10 分) 已知母猪怀孕期服从正态分布, 分别调查了 7 头母猪怀孕期分别是：113，115，114，116，117，115，113，试检验母猪的怀孕期是否为 114 天？（$\alpha = 0.05$）。

八．(15 分) 设有（x，y）的如下观测值：（1，1)，（3，9)，（5，25)，（7，49)，（9，66)，

试建立 y 对 x 的回归直线方程并进行显著性检验（$\alpha = 0.05$）

九．$(10分)$ 设 X 服从参数为 λ 的 Poisson 分布，求参数 λ 的矩法估计量和极大似然估计量。

附表：

$$F_{0.05}(1,3) = 10.13, \quad F_{0.01}(1,3) = 17.44$$
$$F_{0.05}(1,4) = 7.71, \quad F_{0.01}(1,4) = 12.22$$
$$F_{0.05}(1,5) = 6.61, \quad F_{0.01}(1,5) = 10.01$$
$$t_{0.05}(6) = 1.9342, \quad t_{0.025}(6) = 2.4469$$
$$t_{0.05}(7) = 1.8946, \quad t_{0.025}(7) = 2.3646$$
$$t_{0.05}(8) = 1.8595, \quad t_{0.025}(8) = 2.3060$$
$$t_{0.05}(10) = 1.8125, \quad t_{0.025}(10) = 2.2281$$
$$t_{0.05}(15) = 1.7531, \quad t_{0.025}(15) = 2.1315$$
$$t_{0.05}(19) = 1.7291, \quad t_{0.025}(19) = 2.0930$$

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 15 分）

1．设两事件 A、B 相互独立，P(A) = 0.4，P(A∪B) = 0.7，则 $P(\overline{A}\cup B)$ =________。

2．设 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，方程 $4t^2+4t+X+2=0$ 有实根的概率是 0.5，则 μ =_______。

3．设一批产品的次品率是 0.1，X 表示 10 件产品中次品的件数，则 $E(X^2)$________。

4．设随机变数 X 服从 Poisson 分布，P（X =1）= P（X =2），　则 P（X = 4）=____________。

5．已知 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，$\mu_1 = 0.4X_1+0.4X_2+0.2X_3$，$\mu_2 = 0.2X_1+0.2X_2+0.6X_3$，$\mu_3 = 0.5X_1+0.5X_2$ 为总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是 ____________。

二．（8 分）假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2，机器发生故障时全天停止工作。若一周 7 天无故障，可获利 5 万元；发生一次故障可获利 3 万元；发生两次或两次以上故障则要亏损 1 万元，求一周的平均利润是多少？

三．(10 分) 甲箱中有 5 件正品，3 件次品，乙箱中有 7 件正品，2 件次品。先从两个箱子中任选一个箱子，再从中任取一件产品，求（1）取出产品是次品的概率，（2）若取出的产品是次品，该次品来自甲箱的概率。

四．(10 分) 设二维离散型随机变量（X ,Y）的联合分布为：

X \ Y	1	2	3
0	0.25	0.15	0.1
1	0.1	a	a

求 ⑴ a ，⑵ X ，Y 的边缘分布律，

（3）随机变量 $\xi = X\ Y$ 的概率分布。

五．(12 分) 设随机变量 X 的分布密度为：$f(x)=\begin{cases} A\cos x & |x|\le \dfrac{\pi}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求 ⑴ A　⑵ X 的数学期望和方差　⑶ X 的分布函数　（4）P（$X \le \dfrac{\pi}{4}$）

六．(10 分)设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，从中抽取容量为 9 的样本，测得样本平均数 $\overline{x} = 9.9$，标准差为 0.4，求总体均值 μ 的 95%的置信区间。

七．(10 分) 为了检验两种子弹的速度（米/秒）, 在相同条件下进行速度测定，取得资料如

下，子弹甲：$n_1=11$，$\bar{x}=2805$，$s_1=120$；子弹乙：$n_2=10$，$\bar{y}=2680$，$s_1=105$；设子弹速度服从正态分布且方差相等，试检验两种子弹的速度是否有显著差异？（$\alpha=0.05$）。

八．(15 分) 设有（x，y）的如下观测值：（1，1），（3，9），（5，25），（7，49），（9，66），试建立 y 对 x 的回归直线方程并进行显著性检验（$\alpha=0.05$）

九．$(10分)$设 X 服从参数为λ的 Poisson 分布，　求参数λ的矩法估计量和极大似然估计量。

附表：

$$F_{0.05}(1,3)=10.13,\quad F_{0.01}(1,3)=17.44$$
$$F_{0.05}(1,4)=7.71,\quad F_{0.01}(1,4)=12.22$$
$$F_{0.05}(1,5)=6.61,\quad F_{0.01}(1,5)=10.01$$
$$t_{0.05}(6)=1.9342,\quad t_{0.025}(6)=2.4469$$
$$t_{0.05}(7)=1.8946,\quad t_{0.025}(7)=2.3646$$
$$t_{0.05}(8)=1.8595,\quad t_{0.025}(8)=2.3060$$
$$t_{0.05}(10)=1.8125,\quad t_{0.025}(10)=2.2281$$
$$t_{0.05}(15)=1.7531,\quad t_{0.025}(15)=2.1315$$
$$t_{0.05}(19)=1.7291,\quad t_{0.025}(19)=2.0930$$

概率统计试卷

一、填空题

1..设两两相互独立的三个事件 A,B,C 满足条件：$ABC=\Phi, P(A)=P(B)=P(C)<\dfrac{1}{2}$，且已知 $P(A\cup B\cup C)=\dfrac{9}{16}$，则 $P(A)=$ _________.

2.一袋中装有 n 只球，其中 1 只白球，$n-1$ 只黑球，每次从袋中随机地摸出一球，并换入一只黑球，这样继续下去，求第 k 次摸球时，摸到黑球的概率是 ___________.

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=a+b\cdot\arctan x$，则 $a=$ ______, $b=$ _______，

$P(-1<X<1)=$ _________

4.设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1 \\ 0.4, & -1\le x\le 1 \\ 0.8, & 1\le x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$，则 X 的分布律：____________.

5.如果 X_1,X_2,X_3 分别服从正态分布，且相互独立，$E(X_i)=\mu_i, D(X_i)=\sigma_i^2$

$i=1,2,3$，则 $E(X_1-2X_2+X_3)=$ ________，$D(X_1-2X_2+X_3)=$ ________

6.已知 X 为某一离散性随机变量，且 $E(X)=100, D(X)=50$，则 $P(80<X<120)\ge$ _____

7.设总体 $X\sim P(\lambda)$，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 是 X 的简单随机样本，则 λ 的矩估计量为__________

二、计算题

1.某种动物由出生活到 20 岁的概率为 0.8，活到 25 岁的概率为 0.4，问现在 20 岁的这种动物活到 25 岁的概率是多少.

2.玻璃杯成箱出售，每箱 20 只.假设各箱含 0，1，2 只残次品的概率相应为 0.8 ,0.1, 0.1 一顾客欲购一箱玻璃杯，在购买时，售货员随机的取出一箱，而顾客开箱后随机地察看 4 只，若无残次品，则购买该箱玻璃杯，否则退回.试求

（1）顾客买下该箱的概率.

（2）在顾客买下的一箱中，确实没有残次品的概率.

3.一汽车沿街道行驶，需要通过三个均设有红绿信号灯的路口，每个信号灯为红或绿与其他信号灯为红或绿相互独立，且红绿两种信号显示的时间相等.以 X 表示该汽车首次遇到红灯前已通过路口的个数.

（1）求 X 的概率分布；（2）求 $E(\dfrac{1}{1+x})$

4.游客乘电梯从底层到电视塔顶层观光；电梯于每个整点的 5 分钟、25 分钟、55 分钟从底层起行.假设一游客在早八点的第 X 分钟到达底层候梯处，且 X 在 $\left[0,60\right]$ 上服从均匀分布，求该游客等候时

间的数学期望.

5.设随机变量(X,Y)在矩形$G=\{(x,y)|0\le x\le 2,0\le y\le 1\}$上服从均匀分布.记

$$U=\begin{cases}0, & 若X\le Y\\ 1, & 若X>Y\end{cases}\qquad V=\begin{cases}0, & 若X\le 2Y\\ 1, & 若X>2Y\end{cases}$$

求：（1）求(U,V)的联合分布律；（2）求U和V的相关系数ρ.

三、应用题

1.设某种元件的使用寿命X的概率密度为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}2e^{-2(x-\theta)}, & x>\theta\\ 0, & x\le\theta\end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数.又设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是X的一组样本观测值，求θ的最大似然估计.

2.某种导线的电阻服从$N(\mu,\sigma^2)$，μ未知，其中一个质量标准是电阻标准差不得大于0.005Ω.现在从中随机的抽取9根导线测得电阻，得样本标准差$s=0.0066\Omega$.试问在显著性水平$\alpha=0.05$上能否认为这批电阻合格？

3.合成纤维的强度y与其拉伸倍数x有关,今有试验数据为:

x_i	2.0	2.5	2.7	3.5	4.0	4.5	5.2	6.3	7.0	8.0	9.0	10.0
y_i	1.3	2.5	2.5	2.7	3.5	4.2	5.0	6.4	6.3	7.0	8.0	8.1

(1) 求y对x的一元线形回归方程,

(2) 检验y对x的线形回归关系是否显著.

四、证明题.

1.设$F_1(x),F_2(x)$都是随机变量的分布函数.又$a>0,b>0$是两个常数，且$a+b=1$

试证：$F(x)=aF_1(x)+bF_2(x)$也是分布函数.

2.设从均值为μ，方差$\sigma^2>0$的总体中分别抽取容量为n_1,n_2的两个独立样本，样本均值分别记为$\overline{X}_1,\overline{X}_2$.试证:对于任意满足$a+b=1$的常数$a$和$b$，$T=a\overline{X}_1+b\overline{X}_2$都是$\mu$的无偏估计量,并问$a,b$为多少时，$D(T)$达到最小（$T$最有效）？

概率论与数理统计试卷

一．填空（每空 3 分，共 15 分）

1．设两事件 A、B 相互独立，P(A) = 0.2，P(A∪B) = 0.6，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})$ =________。

2．设圆的半径 $X\sim U[1,3]$,，则圆的面积的数学期望是 ___________。

3．掷四枚均匀硬币，出现正面次数与反面次数不相等的概率为 ________。

4．设随机变量 X 服从 Poisson 分布，其方差是 6， 则 P（$X\geqslant 1$）=___________。

5．已知 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，$\mu_1=0.4X_1+0.4X_2+0.2X_3$，$\mu_2=0.2X_1+0.2X_2+0.6X_3$，$\mu_3=0.5X_1+0.5X_2$ 为总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是 ___________。

二．（10 分）甲乙两箱中装有同种产品，甲箱中装有 5 件正品 2 件次品，乙箱中只有 2 件正品。从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求（1）乙箱中次品件数 X 的概率分布，（2）从乙箱中任取一件产品是次品的概率。

三．(10 分) 设随机变量 X 的分布函数为：$F(x)=\begin{cases}0 & x<-\dfrac{\pi}{2}\\ A(1+\sin x) & |x|\le\dfrac{\pi}{2}\\ 1 & x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

求 (1) A (2) X 的分布密度 (3) X 的数学期望和方差（4）P（$X\le\dfrac{\pi}{3}$）

四．(10 分) 设二维离散型随机变量（X,Y）的联合分布为：

求 (1) a ， (2) X，Y 的边缘分布律，

（3） $Z=X+Y$ 的概率分布。

$X \backslash Y$	1	2	3
0	0.05	0.15	0.25
1	0.15	a	a

五．(10 分) 设（X,Y）的联合密度为： $f(x,y)=\begin{cases}ke^{-(2x+3y)} & x>0,y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

求 (1) 常数 k (2) P（$X+Y<1$） (3) $E\left(e^{2X+3Y}\right)$

六．(10分)设总体 X 的分布密度为 $f(x)=\begin{cases}\lambda x^{\lambda-1} & 0<x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$， 求参数 λ 的矩法估计量和极大似然估计量。

七．(10 分)设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，从中抽取容量为 16 的样本，测得样本平均数 $\bar{x}=75$，标准差为 4，求总体均值 μ 的 95%的置信区间。

八． (10 分) 正常人的脉搏次数为每分钟 72 次。某医生测得了 9 例中毒患者的脉搏次数，计算得其平均值为 69. 8，标准差 $S=5.5$。已知人的脉搏次数服从正态分布，问中毒患者的脉搏次数与正常人是否有显著差异？($\alpha=0.05$)

九． (15 分) 设有（ x， y ）的如下观测值：（1，6.4），（3，13.8），（5，20.55），（7，28.5），（9，36），

试建立 y 对 x 的回归直线方程并进行显著性检验（$\alpha=0.05$）。

附表：

$F_{0.05}(1,3)=10.13,\quad F_{0.01}(1,3)=17.44$

$F_{0.05}(1,4)=7.71,\quad F_{0.01}(1,4)=12.22$

$F_{0.05}(1,5)=6.61,\quad F_{0.01}(1,5)=10.01$

$t_{0.05}(6)=1.9342,\quad t_{0.025}(6)=2.4469$

$t_{0.05}(7)=1.8946,\quad t_{0.025}(7)=2.3646$

$t_{0.05}(8)=1.8595,\quad t_{0.025}(8)=2.3060$

$t_{0.05}(10)=1.8125,\quad t_{0.025}(10)=2.2281$

$t_{0.05}(15)=1.7531,\quad t_{0.025}(15)=2.1315$

$t_{0.05}(19)=1.7291,\quad t_{0.025}(19)=2.0930$

概率统计试卷

一、填空题

1.设两个相互独立的事件 A,B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$，A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等，则 $P(A)=$ ________.

2.某班有 30 位学生，至少有两人的生日是同一天的概率为 ________.

3.设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{\frac{x^2}{2}} & x>0 \\ o & x\le 0 \end{cases}$，则

$A=$ _____,$B=$ _____ $P(1<X<2)=$ ______, X 的概率密度 $f(x)=$ _________.

4.设随机变量 $X\sim B(4,0.8),Y\sim P(4)$，已知 $D(X+Y)=3.6$，则 X与Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$ ________

5.设 X,Y 为相互独立的随机变量，均在区间上 $[0,1]$ 服从均匀分布，令随机变量 $Z_1=\max\{X,Y\},Z_2=\min\{X,Y\}$，则 $E(Z_1+Z_2)=$ _________

6.设随机变量 X,Y 的数学期望分别为 $-2,2$，方差分别为 $1,4$，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式 $P(|X+Y|\ge 6)\le$ ___________

7.设 X_1,X_2,X_3 是取自总体 $N(\mu,1)(\mu未知)$ 的一个样本，且 μ 的估计量有

$\hat{\mu}_1=X_1+X_2-X_3$ $\hat{\mu}_2=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3,\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$，最有效的估计量：__

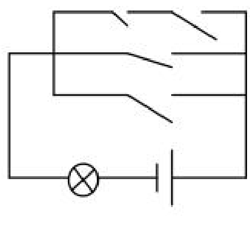
二、计算题

1.甲乙两班共有 70 名同学，其中女同学 40 名，设甲班有 30 名同学，而女生 15 名，问在碰到甲班同学是，恰好碰到一名女同学的概率.

2.电路如图所示,开关 a,b,c,d 开或关的概率均是 $\frac{1}{2}$,且各开关“开”、“关”与否相互独立.

求（1）灯亮的概率.

（2）已见灯亮，求开关 a,b 同时闭合的概率.



3.有 3 个盒子，在甲盒中装有 2 个红球，4 个白球；乙盒中装有 4 个红球，2 个白球；丙盒中装有 3 个红球，3 个白球.设从 3 个盒中取球的机会均等，今从其中任取一球，它是红球的概率是多少？又若已知取出的球是红球，则它来自甲盒的概率为多少？

4.从学校乘汽车到火车站的途中有 3 个交通岗，假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独

立的，并且概率都是$\frac{2}{5}$.设X为途中遇到红灯的次数，求速机变量X的分布律、分布函数和数学期望.

5.设随机变量X的概率密度为$f(x)=Ax^2e^{-|x|},-\infty<x<+\infty$，求$A$的值，并求$X$的分布函数.

6.设随机变量(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}x^2+\mathrm{A}xy, 0\le x\le 1, 0\le y\le 2\\ 0, \quad 其他\end{cases}$

求：（1）常数A；（2）(X,Y)的边缘分布密度；（3）$P(X+Y>1),P(Y>X)$.

（4）$E(XY)$

三、应用题

1.设总体X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta} & 0<x<1\\ 0 & 其他\end{cases}$$

其中$\theta>-1$是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个容量为n的简单随机样本，分别用矩估计法和极大似然估计法求θ的估计量.

2.为比较两个电影制片公司生产的每部影片放映时间的长短.现随机抽取若干影片，记录放映时间.假定结果如下：

甲厂的影片的放映时间服从$N(\mu_1,\sigma_1^2)$，从中抽取5部，求得样本均值与样本方差为

$\bar{x}=97.4, s_x^2=78.8$

乙厂的影片的放映时间服从$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，从中抽取7部，求得样本均值与样本方差为

$\bar{y}=100.0, s_y^2=233.3$

试问在$\alpha=0.01$水平下进行检验.

3. 已取得变量X和Y的8组样本值如下：

X	2	3	4	6	9	10	12	13
Y	4	5	9	10	12	16	17	29

求Y对X的线性回归方程，并检验其线性关系是否极显著？（$\alpha=0.01$）

四、证明题

1.设A,B是两个随机事件，试证：

（1）$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)=P(A)+P(B)-2P(AB)$

（2）若$0<P(A)<1,P(B)>0$，且$P(B|A)=P(B|\overline{A})$,则必有$P(AB)=P(A)P(B)$

2.设总体$X \sim P(\lambda)$，$X_1, X_2, \cdots X_n$是X的简单随机样本，$\overline{X}$和S^2 分别为样本的均值和方差，试证对于任意数值$a(0 \le a \le 1)$，$a\overline{X} + (1-a)S^2$是λ的无偏估计量.