

作业 11 月 07 日

November 7, 2024

练习 1. 将下面的初值问题化为与之等价的一阶方程组的初值问题

$$(1) \begin{cases} y'' + 2y' + 7xy = e^{-x}, \\ y(1) = 7, \quad y'(1) = -2; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y^{(4)} + y = xe^x, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 2, \quad y'''(0) = 0. \end{cases}$$

练习 2. 试讨论下列的函数组在它们的定义区间上是线性相关的, 还是线性无关的?

(1) $x, \tan x;$

(2) $x^2 - x + 3, \quad 2x^2 + x, \quad 2x + 4;$

(3) $e^t, te^t, t^2e^t.$

练习 3. 试验证

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{t}{1-t} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{1-t} x = 0$$

有基本解组 t, e^t , 并求方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{t}{1-t} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{1-t} x = t - 1$$

的通解。

练习 4. 求解下列方程

(1) $y'' - 3y' - 4y = 0;$

(2) $4y'' + y' + y = 0;$

(3) $y'' - 6y' + 9y = 0;$

(4) $y''' - 2y'' - 3y' + 10y = 0;$

练习 5. 求解下列方程

(1) $y'' + 2\alpha y' + \alpha^2 y = e^x$ (α 为实数);

(2) $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x;$

(3) $y'' + 4y = x^2 + 3e^x;$

练习 6. 用拉氏变换法求解下列初值问题:

$$(1) \quad y'' - y' - 6y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = -1;$$

$$(2) \quad y'' - 2y' + 2y = e^{-t}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1;$$

$$(3) \quad y'' + y = \sin 2t, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$