

《概率论》课程试题

课程号: 19221301

☒ 考试  
☐ 考查

☒ A 卷  
☐ B 卷

☒ 闭卷  
☐ 开卷

题 号	一	二	三	四	五	六	总分	阅卷教师
各题分数	36	12	15	15	15	7	100	
实得分数								

一、填空题 . (每小题 3 分, 共 36 分)

一、 填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. A, B, C 事件, 用 A, B, C 的运算关系表示 “A, B, C 中不多于一个发生” \_\_\_\_\_
2. 将 3 封信随机放入 4 个邮筒中, 邮筒中信件数最多为 1 个的概率为 \_\_\_\_\_
3. 在区间  $[0, 1]$  上随机取两数, “取到的两数之和小于 0.8” 的概率为 \_\_\_\_\_
4. 一批电子管中有 8% 是次品, 现从中有放回地任取 9 个, 则 “其中至多有 1 件是次品” 的概率为 \_\_\_\_\_ (只列式, 不计算)
5. 已知  $P(A) = 0.7$ ,  $P(B) = 0.5$ ,  $P(A \cup B) = 0.9$ , 则  $P(B - A) =$  \_\_\_\_\_
6. 已知总体  $X \sim N(2, 9^2)$ , 又设  $X_1, X_2, \dots, X_6$  为来自总体 X 的样本, 记  $\bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 X_i$ , 则  $\bar{X} \sim$  \_\_\_\_\_
7. 设 X 的分布律为  $\begin{array}{c|ccc} X & -2 & 0 & 1 \\ \hline P & 1/3 & 1/6 & 1/2 \end{array}$ , 则 X 的分布函数  $F(x) =$  \_\_\_\_\_
8. 设  $X_1, X_2$  是从正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  中抽取的样本。对于以下总体均值  $\mu$  的估计量  $\hat{\mu}_1 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$ ,  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$ ,  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$  最有效的估计量是 \_\_\_\_\_
9. 已知总体  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, X_2, X_3, X_4$  为来自总体 X 的样本, 则

$$\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \sim \underline{\hspace{2cm}}$$

10. 某旅行社随机访问了 25 名旅游者, 得知平均消费额  $\bar{x} = 80$  元, 样本标准差  $s = 12$  元, 已知旅游者消费额服从正态分布, 求旅游者平均消费额  $\mu$  的 95% 置信区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$  ( $t_{0.025}(24) = 2.0639$ )

- 二. 设某保险公司把被保险人分为 3 类: “谨慎的”、“一般的”、“冒失的”。资料表明, 上述 3 种人在一年内发生事故的的概率依次为 0.05, 0.15 和 0.30; 若“谨慎的”被保险人占 20%, “一般的”占 50%, “冒失的”占 30%, (1) 求某被保险人在一年内出了事故的的概率; (2) 若某被保险人在一年内出了事故, 求他是“冒失的”的概率.  
(每问 5 分)

解: A “谨慎的”、B “一般的”、C “冒失的”

D: 某被保险人在一年内出了事故

- 三. 设  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ c - x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) 未知常数  $c$ ; (3 分) (2)  $P\{-1 < X < 1.5\}$ ; (3 分)

(3) 分布函数  $F(x)$ ; (6 分) (4)  $D(6X - 1)$ 。(3 分)

解: 由密度函数的性质,

四. 盒子里装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 3 只球，以  $X$  表示取到的黑球的只数，以  $Y$  表示取到红球的只数。

求(1)  $X$  和  $Y$  的联合分布律；(5 分) (2) 判断  $X$  和  $Y$  的独立性；(5 分)

(3)  $P\{X=1|Y=1\}$  (4 分) (4)  $E(2X-3Y)$ 。(4 分)

解：(1) 联合分布律及边缘分布律如下：

五. 螺丝钉重量是随机变量，期望值是 100 克，标准差是 10 克。求一盒（100 个）同型号螺丝钉的重量超过 10.2 千克的概率。(9 分)

( $\Phi(2)=0.9772$ )

解：由中心极限定理，一盒同型号螺丝钉的重量近似服从正态分布。用  $X_i$  表示第  $i$  个螺丝钉的重量。

六. 已知总体  $X$  的概率密度

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

其中  $\theta$  是未知参数, 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的一个样本, 求未知参数  $\theta$  的 (1) 矩估计量; (8 分) (2) 最大似然估计量. (10 分)