广东海洋大学 2017 —— 2018 学年第 二 学期

《概率论与数理统计》课程试题

课程代码： 19221302　　√ 考试　√ A 卷　□ B 卷

□ 考查　□ C 卷　□ D 卷

√ 闭卷　□ 开卷　□ E 卷　□ F 卷

一． 填空题（每题 3 分，共 30 分）

1． 设 A，B，C 为三个事件,则用 A，B，C 的运算关系表示事件“A，B，C 至少有一个发生”为 __$A\cup B\cup C$__

2.设 $P(A)=0.5$， $P(B)=0.3$， $P(A\cup B)=0.6$， 则 $P(A\bar{B})=$ __0.3__.

3． 某射手对一目标独立射击 4 次，每次射击的命中率为 0.5，则 4 次射击中恰好命中 3 次的概率为__1/4__

4． 在区间 $(0,1)$ 上随机地取两个数，则“取到的两数之差的绝对值大于 0. 5”的概率为__1/4__

5. 设随机变量 X 的分布律为： $P\{X=k\}=\frac{k}{10}$， $(k=1,2,3,4)$ ，

则 $P\{\,|X|>2.5\}=$ __0. 7__。

6． 设二维随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1;\\ 0, & 其他,\end{cases}$

则 $P\{X\leqslant \frac{1}{2}\}=$__0.5__。

7. 设 $X\sim f(x)=\begin{cases}kx^2, & 1\le x\le 2\\ 0, & 其它\end{cases}$，其中 k 未知，则 $E(X)=$ __45/28__。

8. 若 $X\sim N(1,16)$，则 $\frac{X-1}{4}\sim$ ______ N(0,1)

9． 已知总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$, 又设 X_1,X_2,X_3,X_4，X_5 为来自总体的样本，则

$\frac{2}{3}\frac{X_1^2+X_2^2+X_3^2}{X_4^2+X_5^2} \sim$ ____F(3, 2)____

10．设总体 X 的期望为μ，X_1，X_2, X_3，X_4 是总体 X 的一个样本。如果用统计量$T=\frac{X_1}{8}+cX_2+\frac{X_3}{2}+\frac{X_4}{8}$ 作为 μ 的无偏估计，则 c= ____1/4____

二． 仓库中有 10 箱同一规格的产品，其中 2 箱由甲厂生产，3 箱由乙厂生产，5 箱由丙厂生产。三厂产品的合格率分别为 85%、80%、90%.（1）求任取一件产品是合格品的概率；（2）从这 10 箱中任取一箱，再从该箱中任取一件，若此产品为合格品，问此产品是由甲厂生产的概率为多少？

解：设事件 A=“任取一件产品是合格品”， 事件B_1、B_2、B_3分别表示任取一产品是由甲厂、乙厂、丙厂生产的，有已知题意可得

$P(B_1)=0.2, P(B_2)=0.3, P(B_3)=0.5$， 且

$P(A|B_1)$=85%， $P(A|B_2)=80\%$， $P(A|B_3)=90\%$，

（1） 由全概率公式可得

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(A|B_i)P(B_i)$$

=85%×0.2+80%×0.3+90%×0.5=0.86

（2） 由贝叶斯公式得

$$P(B_1|A)=\frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)}$$

$$=\frac{85\%\times0.2}{0.86}=\frac{17}{86}\approx0.198$$

三． 设随机向量（X，Y）联合密度为 f（x， y）= $\begin{cases} Ae^{-(3x+4y)}, & x>0, y>0; \\ 0, & 其它. \end{cases}$

（1） 求系数 A；（2） 判断 X，Y是否独立，并说明理由；（3）DX。

解：（1）由 $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_{0}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}Ae^{-(3x+4y)}dxdy=A\int_{0}^{+\infty}e^{-3x}dx\cdot\int_{0}^{+\infty}e^{-4y}dy$

$$=A(-\frac{1}{3}e^{-3x}\Big|_{0}^{+\infty})(-\frac{1}{4}e^{-4y}\Big|_{0}^{+\infty})=\frac{A}{12}，$$ 可得 $A=12$。

（2）因（X，Y）关于 X和 Y的边缘概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0;\\ 0, & 其它.\end{cases} \quad 和 \quad f_Y(y)=\begin{cases}4e^{-4y}, & y>0;\\ 0, & 其它.\end{cases}，$$

$f(x,\ y)=f_X(x)*f_Y(y)$，所以 X与 Y独立。

(3)DX=1/9

四. 某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数。求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似值.

解：由题意可知 $X\sim B(100,0.2)$为二项分布，且 $E(X)=20,D(X)=16$

由中心极限定理可得

$$P(14\le X\le 30)=P(\frac{14-20}{\sqrt{16}}\le\frac{X-20}{\sqrt{16}}\le\frac{30-20}{\sqrt{16}})$$

$$\approx\Phi(2.5)-\Phi(-1.5)$$
$$=\Phi(2.5)+\Phi(1.5)-1$$

$\approx$0.9938+0.9332-1=0.927

五. 某岩石密度的测量误差 X服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，取样本观测值 16 个，得样本方差 $S^2=0.04$，试求 σ^2 的置信度为 95%的置信区间。

(已知：$\chi_{0.025}{}^2(16)=28.845$, $\chi_{0.975}{}^2(16)=6.908$; $\chi_{0.025}{}^2(15)=27.488$, $\chi_{0.975}{}^2(15)=6.262$)

解：由于 $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，所以

σ^2 的置信区间为：$\left(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi_{0.025}^2(n-1)},\dfrac{(n-1)S^2}{\chi_{0.975}^2(n-1)}\right)$

σ^2 的置信度 0.95 的置信区间为：$\left(\dfrac{15\times0.04}{27.488},\dfrac{15\times0.04}{6.262}\right)$

即 $(0.022,0.096)$

六. 设总体 X 的概率分布为 $\mathrm{P}\{X=x\}=p^x(1-p)^{1-x}, x=0,1$。 求(1) 矩估计值;（8 分） (2) 最大似然估计值.（10 分）

解：（1） $\hat{p}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=\overline{x}$

（2） $L=\prod\limits_{i=1}^{n}p^{x_i}\left(1-p\right)^{1-x_i}$　　　$\ln L=\left(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)\ln p+\left(n-\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)\ln\left(1-p\right)$

$\dfrac{d\ln L}{dp}=\left(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)\dfrac{1}{p}-\left(n-\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)\dfrac{1}{1-p}=0$　　　$\hat{p}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=\overline{x}$