班级：

姓名：

学号：

试题共 6 页 加白纸 3 张

密 封 线

广东海洋大学 2011—2012 学年第二学期

《概率论与数理统计》课程试题

课程号：1920004

√考试 √A 卷 √闭卷
□考查 □B 卷 □开卷

一．填空题（每题 3 分，共 45 分）

1．从 1 到 2000 中任取 1 个数。则取到的数能被 6 整除但不能被 8 整除的概率为 1/8

2．在区间（8，9）上任取两个数，则“取到的两数之差的绝对值小于 0.5”的概率为 3/4

3．将一枚骰子独立地抛掷 3 次,则“3 次中至少有 2 次出现点数大于 2”的概率为 $C_3^2(\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{3}+C_3^3(\frac{2}{3})^3$ （只列式，不计算）

4．设甲袋中有 5 个红球和 2 个白球,乙袋中有 4 个红球和 3 个白球,从甲袋中任取一个球（不看颜色）放到乙袋中后，再从乙袋中任取一个球，则最后取得红球的概率为 33/56

5．小李忘了朋友家的电话号码的最后一位数，于是他只能随机拨号，则他第五次才能拨对电话号码的概率为 1/10

6．若 $X\sim\pi(2)$,则 $P\{X=D(X)\}=$ $2e^{-2}$

7．若 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}4x^3 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则 $F(0.5)=$ 1/16

8．若 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ x & 0\le x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$，则 $E(3X-1)=$ 1/2

9．设随机变量 $X \sim b(3, 0.4)$，且随机变量 $Y = \dfrac{X(3-X)}{2}$，则

$P\{X = Y\} =$ 0.648

10．已知 (X,Y) 的联合分布律为：

X \ Y	0	1	2
0	1/6	1/9	1/6
1	1/4	1/18	1/4

则 $P\{Y = 2 \mid X = 1\} =$ 9/20

11．已知随机变量 X, Y 都服从[0,4]上的均匀分布，则 $E(3X - 2Y) =$ ____2____

二．设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y) = \begin{cases} cx^2 y, & 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求 (1) 未知常数 c；(4 分) (2) $P\{X+Y \geq 1/2\}$；(4 分)

(3) 边缘密度函数 $f_X(x)$ 及 $f_Y(y)$；(8 分)

(4) 判断 X 与 Y 是否独立？并说明理由(4 分)

解 $f(x,y) = \begin{cases} cx^2 y, & 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(1) $1 = \iint\limits_{\Omega} f(x,y)d\sigma = \int_0^1 dx \int_0^1 cx^2 y dy = c/6$

$c = 6$

(2) $P\{X+Y \geq 1/2\} = 1 - P\{X+Y \leq 1/2\}$

$P\{X+Y \leq 1/2\} = \int_0^{1/2} \int_0^{x-1/2} 6x^2 y dy = 1/320$

$P\{X+Y \geq 1/2\} = 319/320$

(3) $f_X(x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ \int_0^1 6x^2 y dy = 3x^2 & 0<x<1 \\ 0 & x>1 \end{cases}$ $\quad f_Y(y) = \begin{cases} 0 & y<0 \\ \int_0^1 6x^2 y dx = 2y & 0<y<1 \\ 0 & y>1 \end{cases}$

(4) $f(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$，独立。

三．据某医院统计，凡心脏手术后能完全复原的概率是0.9，那么再对100名病人实施手术后，有84至95名病人能完全复原的概率是多少？（10分）

（ $\Phi(1.67)=0.9525$， $\Phi(2)=0.9972$ ）

解　令$X_i=\begin{cases}1 & \text{第}i\text{人复原}\\0 & \text{否则}\end{cases}$

则：$P(X_i=1)=0.9$，$E(X_i)=0.9, D(X_i)=0.9\times 0.1=0.09, \sum_{i=1}^{100}X_i$表示总的复原的人数。

$E(\sum_{i=1}^{100}X_i)=90, D(\sum_{i=1}^{100}X_i)=9,$由中心极限定理：

$$\frac{\sum_{i=1}^{100}X_i-90}{3}\text{近似服从}N(0,1)$$

$$P\{84\le\sum_{i=1}^{100}X_i\le 95\}=P\{-2\le\frac{\sum_{i=1}^{100}X_i-90}{3}\le 1.67\}=\Phi(1.67)+\Phi(2)-1=0.9497$$