

## 概率论与数理统计试卷

一. 填空 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 设事件  $A, B, C$  满足  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$ ,  $P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = \frac{1}{8}$ ,  $A$

发生  $B$  不发生的概率为 \_\_\_\_\_,  $A, B, C$  至少有一个发生的概率为 \_\_\_\_\_。

2. 三人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别为 0.4, 0.3, 0.2, 此密码被译出的概率为 \_\_\_\_\_。

3. 设随机变量  $X$  服从 Poisson 分布,  $P(X=2) = P(X=3)$ , 则  $P(X=4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设  $X$  服从  $[0, 10]$  上的均匀分布, 方程  $4x^2 + 4X x + X + 2 = 0$  有实根的概率 \_\_\_\_\_。

5. 把 8 本书任意地放到书架上, 其中指定的三本书放在一起的概率为 \_\_\_\_\_。

6. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $Y \sim E(\lambda)$ ,  $X, Y$  相互独立, 则  $E(X+Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $D(X-Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知  $X_1, X_2$  为来自总体  $X$  的样本,  $\mu_1 = X_1 + X_2$ ,  $\mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2$ ,  
 $\mu_3 = 0.4X_1 + 0.6X_2$  为总体均值的估计量, 则其中无偏估计量是 \_\_\_\_\_, 最有效的估计量是 \_\_\_\_\_。

二. (10分) 甲, 乙, 丙三台机床生产产品总数生产同一种零件, 各台机床加工零件的百分比依次为 25%, 35% 和 40%, 次品率依次为 5%, 4%, 2%, 这些零件放在一起, 试求整批零件的次品率?

三. (10分) 设随即变量  $X$  的概率分布为:  $P(X=k) = \frac{1}{5}, k = 1, 2, 3, 4, 5$ , 试求  $E(X)$  和  $D(X)$ 。

四. (10分) 设  $X$  的密度函数为已知:  $f(x) = \begin{cases} ax & 0 < x < 2 \\ cx + b & 2 \leq x < 4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$  已知  $E(X) = 2$ ,  $P(1 < X < 3) = \frac{3}{4}$ , 求: (1)  $a, b, c$ ; (2) 求  $X$  的分布函数。

五. (10分) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ,

求  $Y = 2X$  的数学期望和方差。

六. (10分) 设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布为:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
1	$\alpha$	$\frac{1}{3}$	$\beta$

(1)  $\alpha, \beta$  为何值时,  $X$  与  $Y$  相互独立?

(2) 求  $X$  与  $Y$  相互独立时,  $\xi = X+Y$  的概率分布。

七. (10分) 设随机变量  $X$  的分布密度为:  $f(x) = \begin{cases} (\alpha+1)x^\alpha & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ , 求参数  $\alpha$  的

矩法估计量。

八(10分). 从一批零件中抽查 6 件, 得尺寸数据(单位:mm)如下: 32.56 29.66 31.64 30.00  
31.87 31.03, 若零件尺寸服从正态分布, 问在  $\alpha = 0.05$  下, 这批零件的平均尺寸能否认为是  
32.50 mm。

九 (10分) . 在某次试验中, 测得两个变量  $x$  和  $y$  的数据如下:

$x$	2	3	5	7	8
$y$	2	3.5	4	5	5.5

(1) 求变量  $y$  对  $x$  的线性回归方程;

(2) 检验  $x, y$  之间线性关系的显著性。

附表:

$$t_{0.025}(5) = 2.5706 \quad t_{0.025}(6) = 2.4469 \quad F_{0.05}(1,3) = 10.13 \quad F_{0.05}(1,4) = 7.71$$

概率论与数理统计试卷

一、(8分) 袋中共有5个球，其中3个新球，两个旧球，每次取一个，无放回地取2次，求第二次取到新球的概率。

二、(7分)三人独立地破译一个密码，他们能破译的概率分别是0.2, 0.3, 0.5, 求此密码被破译出的概率。

三、(10分) 设箱子中有10个球，其中3个红球，7个白球，随机地抽取5个球，以 $X$ 表示试验抓到红球的个数，求 $X$ 的概率分布。

四、(15分) 甲、乙、丙3台机床加工同一种零件，零件由各台机床加工的百分比依次为：45%，25%，30%，各台机床加工的优质品率依次为：85%，90%，95%，将加工的零件混合在一起，从中任取一件，发现是优质品，求此产品是由甲机床生产的概率。

五、(20分)设二维随机变量 $(X, Y)$ 的联合分布密度为:  $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(3x+4y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

$$\text{求: (1) 常数 } k \quad (2) E(2X + 1) \quad (3) P(X + Y \leq 1)$$

(4) 边缘密度  $f_X(x), f_Y(y)$  (5)  $COV(X, Y)$

六、(10分) 一个混杂的小麦品种, 株高标准差,  $\sigma_0 = 14\text{cm}$ , 经提纯后随机抽取 10 株, 测得株高: 90, 105, 101, 95, 100, 100, 101, 105, 93, 97, 考察提纯后的群体是否比原来群体整齐? ( $\alpha = 0.05$ )

七、(10分) 设总体X的密度函数为:  $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ , 其中  $\theta > -1$ ,

$X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体的一个样本,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为样本观测值, 求  $\theta$  的最大似然估计量。

八、(10分) 某种仪器间接测量温度, 重复测量7次, 测得温度(单位:  $^{\circ}\text{C}$ )分别为: 120.5, 114.2, 111.5, 114.6, 113, 112.8, 113.9, 设温度  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 在置信度为95%的条件下, 求温度的真值所在的范围。

九、(10分) 已取得变量 **X** 和 **Y** 的 8 组样本值如下:

X	1	3	4	7	9	11	12	14
Y	2	5	9	11	13	16	18	20

求 **Y** 对 **X** 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著？( $\alpha = 0.01$ )

$$\chi^2_{0.05}(9) = 16.919 \quad \chi^2_{0.95}(9) = 3.325$$

$$\chi^2_{0.05}(10) = 18.367 \quad \chi^2_{0.95}(10) = 3.940$$

$$t_{0.025}(43) = 2.0167 \quad t_{0.025}(45) = 2.014$$

$$t_{0.025}(6) = 2.4469 \quad t_{0.025}(7) = 2.3646$$

$$F_{0.01}(1,6) = 13.75 \quad F_{0.01}(1,8) = 11.26$$

## 概率统计试卷

一、(10分) 某人有7把钥匙，其中有3把可以打开房门，从中随机地无放回地取一把试开房门，求第三次才打开房门的概率？

二、(10分) 四人独立破译一个密码，他们能破译的概率分别是0.2, 0.3, 0.5, 0.6，求此密码被译出的概率？

三、(15分) 有3个盒子，在甲盒中装有2个红球，4个白球，在乙盒中装有3个红球，6个白球，在丙盒中装有4个红球，3个白球，设从3个盒子中取球的机会均等，今从其中任取1球，求取到红球的概率？又若已知取到了红球，则它来自甲盒中的概率是多少？

四、(25分) 设二维随机变量 $(X, Y)$ 的联合分布密度为 $f(x, y)=\begin{cases} x^2 + \frac{xy}{k} & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求：(1) 常数 $k$       (2)  $E(2X+1)$       (3)  $P(X+Y \leq 1)$

(4) 边缘密度 $f_x(x), f_y(y)$       (5)  $COV(x, y), \rho$

五、(8分) 设总体 $X$ 的分布密度为： $f(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ，其中 $\lambda > 0$ ， $X_1, X_2 \dots X_n$

是来自总体的一个样本， $x_1, x_2 \dots x_n$ 为样本观测值，求 $\lambda$ 的最大似然估计量。

六、(8分) 两独立总体 $X, Y$ 均服从正态分布，由 $X$ 的样本观测值测得

$\bar{x}=140, S_1^2=72, n_1=25$ ；由 $Y$ 的样本值测得 $\bar{y}=127, S_2^2=70, n_2=20$ 。问两总体的均

值有无显著差异( $\alpha=0.05$ )？

七、(8分) 某商品的重量，重复测量7次，测得重量(单位： $kg$ )分别为：120, 114, 111,

114, 113, 112, 113，设温度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，在置信度为95%的条件下，求重量的真值所在的范围。

八、(4分) 为了比较三种不同的施肥方案对某种作物产量的影响，在土壤/肥力比较均匀且面积大小相等的十二块土地上进行对比试验，试验结果如下：

作物 序号		$A_1$	$A_2$	$A_3$
1		74	79	82
2		69	81	85
3		73	75	80
4		67		79
5				81

经计算得:  $SS_A = 258.3$ ,  $SS_e = 72.6$

判断不同的施肥方案对作物的产量是否有显著影响?

九、(12分) 已取得变量  $X$  和  $Y$  的 8 组样本值如下:

$X$	2	3	4	6	9	10	12	13
$Y$	4	5	9	10	12	16	17	29

求  $Y$  对  $X$  的线性回归方程, 并检验其线性关系是否极显著? ( $\alpha = 0.01$ )

$$F_{0.025}(24,19) = 2.45 \quad F_{0.025}(25,20) = 2.41$$

$$F_{0.975}(24,19) = 0.4092 \quad F_{0.975}(25,20) = 0.4349$$

$$t_{0.025}(43) = 2.0167 \quad t_{0.025}(45) = 2.0141$$

$$t_{0.025}(6) = 2.4469 \quad t_{0.025}(7) = 2.3646$$

$$F_{0.05}(2,9) = 4.26 \quad F_{0.05}(3,12) = 3.49$$

$$F_{0.01}(1,6) = 13.75 \quad F_{0.01}(1,8) = 11.26$$

## 概率论与数理统计试卷

一、填空：(24分，每空3分)

1、设 A、B 为随机事件，且  $P(A) = 0.4$ ， $P(B) = 0.7$ ， $P(A \cup B) = 0.8$  则

$$P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}, P(A\bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2、已知  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，若  $P(|X - \mu| < 2) = \frac{1}{2}$ ，则  $P(X < \mu - 2) = \underline{\hspace{2cm}}$

3、已知  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $Y = 3X + b$ ，则  $Y \sim \underline{\hspace{2cm}}$

4、设 X 与 Y 相互独立，且  $X \sim B(2, \frac{1}{3})$ ， $Y \sim B(4, \frac{1}{5})$ ， $E(X + Y) = \underline{\hspace{2cm}}$

$$D(3X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

5、已知 X 的分布律为  $P(X = -1) = \frac{1}{2c}$ ， $P(X = 0) = \frac{1}{4c}$ ， $P(X = 1) = \frac{1}{8c}$  则  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$$E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$$

二、(10分) 进行四次独立试验，在每次试验中 A 出现的概率为 0.4。如果 A 不出现，则 B 也不出现；如果 A 出现一次，则 B 出现的概率为 0.6；如果 A 出现不少于两次，则 B 出现的概率为 1。试求 B 出现的概率？

三、(10分) 设某种晶体管的寿命 X 的概率密度为： $f(x) = \begin{cases} \frac{2 \times 10^4}{x^3} & x > 100 \\ 0 & x \leq 100 \end{cases}$

求(1)一个晶体管使用 150 h 以上的概率，(2)该批晶体管的平均使用寿命。

四、(16分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度为  $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(x+y)} & 0 < x, y < +\infty \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求(1)常数 k (2)  $P(X + Y < 1)$  (3)  $X, Y$  的边缘分布密度 (4) 联合分布函数  $F(x, y)$

五、(8分) 设总体 X 的分布密度为  $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x \geq 0, (\theta > 0) \\ 0 & x < 0 \end{cases}$  求参数  $\theta$  的最大似然估计量。

六、(10分) 设从  $X \sim N(\mu_1, 16)$  中抽取容量为 15 的样本，且  $\bar{x} = 14.6$ ；又从  $Y \sim N(\mu_2, 9)$

中抽取容量为 20 的样本，且  $\bar{y} = 13.2$ ，并且两样本相互独立，试求  $\mu_1 - \mu_2$  的 90% 的置信空间。

七、(10 分) 某产品重量服从正态分布，某工厂规定产品重量的方差不得超过 400，现对一批产品随机抽取 10 件，计算后样本方差为 800，能否认为该批产品不符合规定？  
( $\alpha = 0.05$ )

八、(12 分) 有一定关系，在一批苗木中抽取 8 株，测得某种苗木的生长期  $X$ (月)和株高  $Y(cm)$  数据：

$X$	1	3	4	7	9	11	12	14
$Y$	2	5	9	11	13	16	18	20

求树高  $Y$  对生长期  $X$  的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著。 $(\alpha = 0.01)$

附表： $\chi^2_{0.05}(9) = 16.919$ ,  $\chi^2_{0.95}(9) = 3.325$ ,  $F_{0.01}(1.6) = 13.75$ ,  $F_{0.01}(1.8) = 11.26$

## 概率论与数理统计试卷

一. 填空 (每空 2 分, 共 22 分)

1. 设  $A, B, C$  是三个事件,  $A, B, C$  至多发生一个可表示为 \_\_\_\_\_,
- $A, B, C$  至少发生一个可表示为 \_\_\_\_\_。
2. 一批产品共 50 件, 其中有 5 件次品, 现从中任取 20 件, 无次品的概率为 \_\_\_\_\_。
3. 设  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X \sim B(2, 0.6)$ ,  $Y \sim B(4, 0.6)$ ,  $X + Y \sim$  \_\_\_\_\_。
4. 设 8 个人中有一对双胞胎, 现在他们任意排成一列, 双胞胎排在一起的概率为 \_\_\_\_\_,  
双胞胎不在一起的概率为 \_\_\_\_\_。
5. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $E(X) =$  \_\_\_\_\_,  $D(X) =$  \_\_\_\_\_,  $\frac{X - \mu}{\sigma}$  服从 \_\_\_\_\_。
6. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 样本均值  $\bar{X} =$  \_\_\_\_\_,  
服从 \_\_\_\_\_。

二. (12分) 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} k(1 - e^{-2x}) & 0 < x < +\infty \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

- (1) 求常数  $k$
- (2)  $X$  的分布密度函数
- (3) 求  $P(X < 1)$

三. (10分) 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(x-1)^2},$$

求  $Y = 2X$  的数学期望和方差。

四. (12分) 设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布为:

$X \backslash Y$	0	1	2
	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

- (1) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立,

- (2) 求  $X+Y$ 、 $X-Y$  的概率分布。

五(8分)设随机变量  $X$  的分布律为:  $\frac{X}{P} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1-a \\ a \end{matrix}$ , 求参数  $a$  的矩法估计量。

六(10分)按规定某电器元件的寿命不得低于 1500 小时, 从该批元件中随机抽取了 25 件, 测得均寿命为 1460 小时, 标准差 65 小时。试检验该批元件是否合格? ( $t_{0.05}(24) = 1.7109$ )

七(16分), 对不同温度  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ), 观察在 100 ml 的水中溶解硝酸钠的重量  $Y$  如下:

T	0	4	10	15	21	29	36	51
$Y$	66.7	71	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6

求  $Y$  对 T 的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著。 $(F_{0.01}(1,6) = 13.75)$

八(10分)某人摆摊设赌局规则如下：顾客从袋中 6 黑 6 白 12 个球中任取 6 个球，若全是同色，则赢 a 元奖金；若 3 白 3 黑则输给摊主 1 元；其它情况不输不赢，问奖金 a 取何值摊主有利可图？

## 概率论与数理统计试卷

一. 填空 (每空 2 分, 共 22 分)

1. 设  $A, B, C$  是三个事件,  $A, B, C$  至多发生两个可表示为 \_\_\_\_\_,

$A, B, C$  至少发生两个可表示为 \_\_\_\_\_。

2. 设 12 个人中有一对双胞胎, 现在他们任意排成一列, 双胞胎排在一起的概率为 \_\_\_\_\_,

双胞胎不在一起的概率为 \_\_\_\_\_。

3. 设  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X \sim P(3)$ ,  $Y \sim P(4)$ ,  $X + Y \sim$  \_\_\_\_\_。

4. 一个公司 50 名员工的生日各不相同的概率为 \_\_\_\_\_。

5. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $E(X) =$  \_\_\_\_\_,  $D(X) =$  \_\_\_\_\_,  $\frac{X - \mu}{\sigma}$  服从 \_\_\_\_\_。

6. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自两点分布的总体  $X$  的样本,  $P(X=1)=0.4$ ,

则 样本均值  $\bar{X} =$  \_\_\_\_\_,  $n \bar{X}$  服从 \_\_\_\_\_。

二. (12分) 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ kx^2 & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$

(1) 求常数  $k$  (2)  $X$  的分布密度函数 (3) 求  $P(X < \frac{1}{2})$

三. (10分) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ , 求  $Y = 2X$  的数学期望

和方差。

四. (12分) 设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布为:

- (1) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立,
- (2) 求  $X+Y$ 、 $X-Y$  的概率分布。

	$Y$	0	1	2
$X$				
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$	

五(8分)设总体  $X$  服从  $N(a, 16)$ , 求参数  $a$  的矩法估

计量。

六(10分)按规定某电器元件的寿命不得低于 1000 小时, 从该批元件中随机抽取了 16 件, 测得平均寿命为 980 小时, 标准差 42 小时。试检验该批元件是否合格? ( $t_{0.05}(15) = 1.7531$ )

七(16分), 研究 5—8 岁儿童的重量 X (kg) 与体积 Y( $\text{cm}^3$ )的线性关系, 观察值如下:

X	10.5	11.9	12.1	13.8	15.1	16.0	17.1	18.4
Y	10.4	11.6	11.9	13.5	14.5	15.8	16.7	18.3

求 Y 对 X 的线性回归方程并检验 X 与 Y 的线性关系是否显著? ( $F_{0.01}(1,6) = 13.75$ )

八(10分)某人摆摊设赌局规则如下: 顾客从袋中 6 黑 6 白 12 个球中任取 6 个球, 若全是同色, 则赢 a 元奖金; 若 3 白 3 黑则输给摊主 1 元; 其它情况不输不赢, 问奖金 a 取何值摊主有利可图?

## 概率论与数理统计试卷

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 A、B 是相互独立的两个事件， $P(A)=0.4, P(B)=0.7, P(\bar{A} \cap \bar{B})=_____$ 。

2、设随机变量 X 的分配律为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{30}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{1}{30}$

则  $Y=(X-1)^2$  的分配律为\_\_\_\_\_。

3、设  $X \sim N(2, \sigma^2), P(0 < X < 2) = 0.12, P(2 < X < 4) = _____$ 。

4、设  $X \sim N(0,1), Y \sim N(0,1)$ , 且 X 与 Y 相互独立，则  $(X, Y)$  的联合概率密度

$f(x, y) = _____, E(3X + 5Y) = _____, D(X - Y) = _____$ 。

5、设  $X_1, X_2, X_3$  为来自总体 X 的样本，令

$a = X_1, b = X_1 + X_2 + X_3, c = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ , 则  $E(X)$  的无偏估计量是\_\_\_\_\_。

二、在五双不同鞋号的鞋子中取 4 只，求 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率。

(7 分)

三、进行四次独立试验，在每次试验中 A 出现的概率为 0.3，如果 A 不出现，则 B 也不出现，如果 A 出现一次，则 B 出现的概率为 0.6，如果 B 出现的概率为 1，

(1) 试验中 B 出现的概率；

(2) 若一次试验中 B 出现了，求 A 出现一次的概率。(12 分)

四、设连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合概率分布密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} k(2-x-y), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求：(1) 常数 k；(2) X, Y 的边缘分布密度函数；(3)  $P(X+Y \leq 1)$ ；(4) X, Y 的协方差 (16 分)。

五、设随机变量  $X = \begin{cases} 1, & \text{事件A发生} \\ -1, & \text{事件A不发生} \end{cases}; Y = \begin{cases} 1, & \text{事件B发生} \\ -1, & \text{事件B不发生} \end{cases}$ , 若

$P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A \cap B) = 0.2$ , 求  $Z = XY$  的分布律。(10)

六、独立总体  $X, Y$  均服从正态分布，由 X 的样本值测得  $\bar{x} = 140, S_1^2 = 72, n_1 = 8$ ; 由 Y 的样本值测得  $\bar{y} = 127, S_2^2 = 72, n_2 = 7$ 。问两总体的均值有无显著差异 ( $\alpha = 0.05$ )? (10 分)

七、某化肥厂用自动打包机包装化肥，打包重量服从正态分布。某日测得9包重量（单位：斤）如下：99.5 98.8 100.6 101.3 98.4 99.8 99.3 102.2 100.6  
求总体均值95%的置信区间。（10分）

八、已知总体  $X$  的概率密度为： $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，其中未知参数  $\theta > 0$ ，设

$X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本， $x_1, x_2, \dots, x_n$  为样本观测值，求  $\theta$  的极大似然估计量。（10分）

九、研究  $Y$  与  $X$  的线性关系，观察值如下：

$X$	10	12	14	16	18	20	22	24
$Y$	37	28	36	40	46	60	59	56

求  $Y$  对  $X$  的线性回归方程，并检验其线性关系是否显著？（ $\alpha = 0.05$ ）（10分）

附表：

$$F_{0.05}(6,7) = 3.87, \quad F_{0.05}(7,6) = 4.21$$

$$F_{0.05}(7,8) = 3.50, \quad F_{0.05}(8,7) = 3.73$$

$$F_{0.025}(6,7) = 5.12, \quad F_{0.025}(7,6) = 5.70$$

$$F_{0.025}(7,8) = 4.53, \quad F_{0.025}(8,7) = 4.90$$

$$t_{0.05}(13) = 1.7709, \quad t_{0.025}(13) = 2.1604$$

$$t_{0.05}(15) = 1.7531, \quad t_{0.05}(15) = 2.1315$$

$$t_{0.05}(8) = 1.8595, \quad t_{0.025}(8) = 2.3060$$

$$t_{0.05}(10) = 1.8125, \quad t_{0.025}(10) = 2.2281$$

$$F_{0.05}(1,6) = 5.99, \quad F_{0.05}(6,1) = 234$$

## 概率论与数理统计试卷

一:填空(20分)

1. 设 A,B 是两个事件,  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ , 则  $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 四人独立地译一个密码, 他们能译出的概率分别为: 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 此密码被译出的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 袋中有大小相同的 7 个白球, 8 个黄球, 从中不放回地取出 3 个球, 取出 3 个球同颜色的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 随机变量 X 的概率密度为:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$  ( $-\infty < x < +\infty$ ), 则  $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$   $D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$
5. 设随机变量  $X \sim B(2,p)$ ,  $Y \sim B(3,p)$ , 且  $P(X>0) = \frac{7}{16}$ , 则  $P(Y>0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 设  $F(x)$  是离散型随机变量 X 的分布函数,  $P(a < x < b) = F(b) - F(a)$ , 则  $P(X=b) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
7. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体 X 的简单随机样本,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 则: } \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 \text{ 服从 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 分布}, D(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

8. 假设检验的基本思想是: 概率很小的事件在一次试验中可以认为基本上是不会发生的, 该原理称为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

二: (10分) 甲乙丙三人同时向一猎物射击, 击中的概率分别为: 0.4, 0.5, 0.7, 如果只有一人击中猎物, 猎物被捕获的概率为 0.4, 如果有两人击中猎物, 猎物被捕获的概率为 0.8, 如果有三人击中猎物, 猎物一定被捕获, 求猎物被捕获的概率。

三: (12分) 有 2500 人参加人寿保险, 每年初每人向保险公司交付保险费 12 元, 若在一年内死亡, 则其家属可以从保险公司领取 2000 元, 假设每人在一年内死亡的概率都是 0.002, 求 (1) 保险公司一年获利不少于 10000 元的概率, (2) 保险公司一年获利的数学期望。

四: (12分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度:  $p(x, y) = \begin{cases} x+y & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

- 求: (1) X, Y 的边缘分布密度, 判断 X, Y 是否相互独立。  
(2) X, Y 的协方差,  
(3)  $P(X+Y<1)$

五: (8分) 设随机变量  $\xi, \eta$  独立同分布,  $P(\xi = i) = \frac{1}{3}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 设  $X = \max(\xi, \eta)$ ,

$Y = \min(\xi, \eta)$ , 试求二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律。

六: (12分) 设总体 X 的分布律为:  $P(X=x) = f(x, \theta) = \frac{\theta^x e^{-\theta}}{x!}$   $x=1, 2, \dots; 0 < \theta < +\infty$ ,

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为 X 的简单随机样本, 求  $\theta$  的矩法估计量和极大似然估计量。

七: (10 分) 某砖厂生产的砖的抗断强度(单位: $10^5$  pa)为  $X$ ,  $X$  服从正态分布, 方差  $\sigma^2 = 1.21$ , 从产品中随机地抽取 6 块, 测得抗断强度为: 32.66, 29.87, 31.74, 32.88, 31.05, 试检验这批砖的平均抗断强度是否为  $32.50 \times 10^5$  pa. ( $\alpha = 0.05$ )

八: (16 分) 合成纤维的强度  $y$  与其拉伸倍数  $x$  有关, 今有试验数据为:

$x_i$	2.0	2.5	2.7	3.5	4.0	4.5	5.2	6.3	7.0	8.0	9.0	10.0
$y_i$	1.3	2.5	2.5	2.7	3.5	4.2	5.0	6.4	6.3	7.0	8.0	8.1

- (1) 求  $y$  对  $x$  的一元线形回归方程,
- (2) 检验  $y$  对  $x$  的线形回归关系是否显著.

附表 1  $P(F > F_{0.05}) = 0.05$

	1	2	3
9	5.12	4.26	3.86
10	4.96	4.10	3.71
11	4.84	3.98	3.59
12	4.75	3.89	3.49

附表 2  $P(F > F_{0.01}) = 0.01$

	1	2	3
9	10.6	8.02	6.99
10	10.0	7.56	6.55
11	9.65	7.21	6.22
12	9.33	6.93	5.95

# 概率论与数理统计试卷

一、填空（每空 3 分，共 30 分）

1、设  $A$  与  $B$  是两个事件， $P(A) = 0.3, P(A \cup B) = 0.9$ ，当  $A$  与  $B$  互不相容时， $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

当  $A$  与  $B$  互相独立时， $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$

2、已知试验成功的概率为 0.6，则在三次重复独立试验中，试验恰好失败一次的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$

3、设随机变量  $X \sim N(2,1), Y \sim N(1,4)$ ，且互相独立，则  $E(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $D(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$

4、已知随机变量  $X$  的分布律如下，那么  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $Y = (X - 1)^2$  的分布律为  $\underline{\hspace{2cm}}$

$X$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{2c}$	$\frac{1}{4c}$	$\frac{1}{16c}$	$\frac{1}{16c}$

5、若  $X \sim B(3, p)$ ，且  $P(X \geq 1) = \frac{19}{27}$ ，则  $p = \underline{\hspace{2cm}}$

6、一批产品中有 6 件合格品，2 件次品，从中任取 2 件产品，则恰有一件次品的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$

7、已知  $X_1, X_2$  为来自总体的样本， $\mu_1 = X_1 + X_2$ ， $\mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2$ ， $\mu_3 = 0.4X_1 + 0.6X_2$  为总体均值的估计量，则最有效的估计量为  $\underline{\hspace{2cm}}$

二、（10 分）已知数学竞赛中甲、乙、丙三同学回答同一问题，他们各有 0.5, 0.3, 0.2 的答题机会，各自答对的概率分别为 0.4, 0.6, 0.8，问如果此题答对，则甲答对的概率是多少？

三、（8 分）已知  $X$  服从  $[0,2]$  上的均匀分布，求（1）求  $X$  的分布函数；（2）求  $Y = X^2$  的密度函数。

四、（16 分）设  $(X, Y)$  的联合密度为  $f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

（1）确定常数  $A$ ；（2）求  $X$  与  $Y$  的边缘密度函数；（3）计算  $P(Y > X^2)$ ；（4）求  $E(XY)$ 。

五、（10 分）已知总体  $X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布，求参数  $\lambda$  的矩估计和最大似然估计量。

六、（12 分）炼铝厂所产铸模的抗张强度  $y$  与所用铝的硬度  $x$  有关，对于一系列  $x$  值，测得相应的抗张强度值如下

$x$	51	60	64	68	70	72	83
$y$	283	290	286	288	349	354	324

.求一元线性回归方程，并对其进行显著性检验 ( $\alpha = 0.05$ )。

附： $F_{0.01}(1,6) = 13.75$ ， $F_{0.01}(1,5) = 16.26$ ， $F_{\frac{0.01}{2}}(1,5) = 22.78$ ， $F_{\frac{0.01}{2}}(1,7) = 16.24$

七、（9 分）按规定某电器元件的寿命不得低于 1500 小时，从该批元件中随机抽取了 25 件，测得其平均寿命为 1460 小时，标准差 65 小时。问在  $\alpha = 0.05$  下该批元件是否合格？（附：

$t_{0.05}(25) = 1.7108$ ， $t_{0.05}(24) = 1.7109$ ， $t_{\frac{0.05}{2}}(25) = 2.0595$ ， $t_{\frac{0.05}{2}}(24) = 2.0639$ ）

八、（5 分）从 0, 1, 2, ..., 9 共十个数字中任取 4 个，求取出的数字能组成一个四位偶数的概率。

# 概率统计试卷

一、填空（每空 3 分，共 30 分）

- 1、设  $A$  与  $B$  是两个事件， $P(A) = 0.3, P(A \cup B) = 0.9$ ，当  $A$  与  $B$  互不相容时， $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；当  $A$  与  $B$  互相独立时， $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，当  $A \subset B$  时， $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2、进行某试验成功的概率为 0.6，则在四次重复独立试验中，至少成功一次的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$
- 3、设随机变量  $X \sim N(4, 1), Y \sim U(1, 4)$ ，且互相独立，则  $E(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $D(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$
- 4、已知随机变量  $X$  的分布律如下，那么  $Y = (X - 1)^2$  的数学期望为  $\underline{\hspace{2cm}}$

$X$	0	1	2	3
$P$	0.2	0.3	0.1	0.4

- 5、若  $X \sim B(3, p)$ ，且  $P(X \geq 1) = \frac{19}{27}$ ，则  $p = \underline{\hspace{2cm}}$
  - 6、一盒中有 2 个黄球，3 个白球，从中任取 3 个，用  $X$  表示其中的红球数，则  $X$  的概率分布律为  $\underline{\hspace{2cm}}$
  - 7、已知  $X_1, X_2$  为来自总体的样本， $\mu_1 = X_1, \mu_2 = 0.2X_1 + 0.8X_2, \mu_3 = 0.3X_1 + 0.6X_2$  为总体均值的估计量，则最有效的估计量为  $\underline{\hspace{2cm}}$
- 二、（10 分）已知数学竞赛中甲、乙、丙三同学回答同一问题，他们各有 0.5, 0.3, 0.2 的答题机会，各自答对的概率分别为 0.4, 0.6, 0.8，问甲答对的概率是多少？
- 三、（8 分）已知  $X$  服从  $[0, 2]$  上的均匀分布，求（1）求  $X$  的分布函数；（2）求  $Y = X^2$  的密度函数。

- 四、（16 分）设  $(X, Y)$  的联合密度为  $f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

（1）确定常数  $A$ ；（2）求  $X$  的边缘密度函数；（3）计算  $P(Y > X^2)$ ；（4）求  $E(XY)$ 。

- 五、（10 分）总体  $X$  的密度函数为  $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$ ，从中抽取容量为  $n$  的样本，求参数  $\lambda$  的矩估计和最大似然估计量。

- 六、（12 分）炼铝厂所产铸模的抗张强度  $y$  与所用铝的硬度  $x$  有关，对于一系列  $x$  值，测得相应的抗张强度值如下

$x$	51	60	64	68	70	72	83
$y$	283	290	286	288	349	354	324

求一元线性回归方程，并对其进行显著性检验 ( $\alpha = 0.05$ )。

附： $F_{0.01}(1, 6) = 13.75, F_{0.01}(1, 5) = 16.26, F_{\frac{0.01}{2}}(1, 5) = 22.78, F_{\frac{0.01}{2}}(1, 7) = 16.24$

- 七、（9 分）按规定某电器元件的寿命不得低于 1000 小时，从该批元件中随机抽取了 25 件，测得其平均寿命为 1060 小时，标准差 35 小时。问在  $\alpha = 0.05$  下该批元件是否合格？（附：

$t_{0.05}(25) = 1.7108, t_{0.05}(24) = 1.7109, t_{\frac{0.05}{2}}(25) = 2.0595, t_{\frac{0.05}{2}}(24) = 2.0639$

- 八、（5 分）从 0, 1, 2, ..., 9 共十个数字中任取 4 个不同的数字，求取出的数字能组成一个四位偶数的概率。