班级：

姓名：

学号：

试题共6页 加白纸3张

密 封 线

GDOU-B-11-302

广东海洋大学 2009—2010 学年第二学期

《概率论与数理统计》**课程试题**

课程号：1920004

√考试 √A 卷 √闭卷

□考查 □B 卷 □开卷

题　　号	一	二	三	四	五		总分	阅卷教师
各题分数	45	20	10	15	10		100	
实得分数								

一．填空题（每题 3 分，共 45 分）

1．从 1 到 2000 中任取 1 个数。则取到的数能被 6 整除但不能被 8 整除的概率为 1/8

2．在区间（8，9）上任取两个数，则“取到的两数之差的绝对值小于 0.5”的概率为 3/4

3．将一枚骰子独立地抛掷 3 次，则“3 次中至少有 2 次出现点数大于 2”的概率为 $C_3^2(\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{3}+C_3^3(\frac{2}{3})^3$ （只列式，不计算）

4．设甲袋中有 5 个红球和 2 个白球，乙袋中有 4 个红球和 3 个白球，从甲袋中任取一个球（不看颜色）放到乙袋中后，再从乙袋中任取一个球，则最后取得红球的概率为 33/56

5．小李忘了朋友家的电话号码的最后一位数，于是他只能随机拨号，则他第五次才能拨对电话号码的概率为 1/10

6．若 $X\sim\pi(2)$，则 $P\{X=D(X)\}=$ $2e^{-2}$

7．若 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}4x^3 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$ ，则 $F(0.5)=$ 1/16

8．若 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ x & 0\le x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$，则 $E(3X-1)=$ __1/2__

9．设随机变量 $X\sim b(3,0.4)$，且随机变量 $Y=\dfrac{X(3-X)}{2}$，则

$P\{X=Y\}=$ __0.648__

10．已知 (X,Y) 的联合分布律为：

X \ Y	0	1	2
0	1/6	1/9	1/6
1	1/4	1/18	1/4

则 $P\{Y=2\mid X=1\}=$ __9/20__

11．已知随机变量 X,Y 都服从[0, 4]上的均匀分布，则 $E(3X-2Y)=$

__2__

12．已知总体 $X\sim N(1,\ 4^2)$，又设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自总体 X 的样本，记

$\overline{X}=\dfrac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}X_i$，则 $\overline{X}\sim$ __$N(1,\ 4)$__，

13．设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 X 的一个简单随机样本，若已知

$\dfrac{1}{3}X_1+\dfrac{1}{6}X_2-\dfrac{1}{6}X_3+kX_4$ 是总体期望 $E(X)$ 的无偏估计量，则 $k=$ __2/3__

14. 设某种清漆干燥时间 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，取样本容量为 9 的一样本，得样本均值和方差分别为 $\bar{x}=6,\ s^2=0.09$，则 μ 的置信水平为 90%的置信区间为 __(6 ± 0.186)__ （$t_{0.05}(8)=1.86$）

15. 设 X_1,X_2,X_3 为取自总体 X（设 $X\sim N(0,\ 1)$）的样本，则 $\dfrac{\sqrt{2}X_1}{\sqrt{X_2^2+X_3^2}}\sim$ __t(2)__

（同时要写出分布的参数）

二. 设随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} cx^2y, & 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求 (1) 未知常数C；(4 分) (2) $P\{X+Y\geq 1/2\}$；(4 分)

(3) 边缘密度函数$f_X(x)$及$f_Y(y)$；(8 分)

(4) 判断X与Y是否独立？并说明理由(4 分)

解 $$f(x,y)=\begin{cases} cx^2y, & 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) $$1=\iint_{\Omega} f(x,y)d\sigma=\int_0^1 dx\int_0^1 cx^2 ydy=c/6$$

$$c=6$$

(2) $$P\left\{X+Y\geq 1/2\right\}=1-P\left\{X+Y\leq 1/2\right\}$$

$$P\left\{X+Y\leq 1/2\right\}=\int_0^{1/2}\int_0^{x-1/2}6x^2ydy=1/320$$

$$P\left\{X+Y\geq 1/2\right\}=319/320$$

(3) $$f_X(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \int_0^1 6x^2ydy=3x^2 & 0<x<1 \\ 0 & x>1 \end{cases} \qquad f_Y(y)=\begin{cases} 0 & y<0 \\ \int_0^1 6x^2ydx=2y & 0<y<1 \\ 0 & y>1 \end{cases}$$

(4) $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$,独立。

三．据某医院统计，凡心脏手术后能完全复原的概率是0.9，那么再对100名病人实施手术后，有84至95名病人能完全复原的概率是多少？（10分）（ $\Phi(1.67)=0.9525$， $\Phi(2)=0.9972$ ）

解 令$X_i=\begin{cases}1 & 第i人复原\\ 0 & 否则\end{cases}$

则：$P(X_i=1)=0.9$，$E(X_i)=0.9, D(X_i)=0.9\times 0.1=0.09, \sum_{i=1}^{100}X_i$表示总的复原的人数。

$E(\sum_{i=1}^{100}X_i)=90, D(\sum_{i=1}^{100}X_i)=9,$由中心极限定理：

$$\frac{\sum_{i=1}^{100}X_i-90}{3}近似服从N(0,1)$$

$$P\{84\le\sum_{i=1}^{100}X_i\le 95\}=P\{-2\le\frac{\sum_{i=1}^{100}X_i-90}{3}\le 1.67\}=\Phi(1.67)+\Phi(2)-1=0.9497$$

四．已知总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\theta\cdot x^{\theta-1}, & 0\le x\le 1\\ 0\quad , & 其它\end{cases}$，其中 $\theta>0$ 且 θ 是未知参数，设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本容量为 n 的简单随机样本，求未知参数 θ

(1) 矩估计量；（5 分）　　(2) 最大似然估计量．（10 分）

解　(1)　$E(X)=\int_0^1 \theta x^{\theta}dx=\dfrac{\theta}{\theta+1}=\mu$

$\theta=\dfrac{\mu}{1-\mu}$　，由 $\hat{\mu}=\overline{X}$　　得 $\hat{\theta}=\dfrac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$

(2)　$L(\theta)=\prod \theta x_i^{\theta-1}=\theta^n\left(\prod x_i\right)^{\theta-1}$

$$\ln L(\theta)=\ln\prod\theta x_i^{\theta-1}=\ln\theta^n\left(\prod x_i\right)^{\theta-1}=n\ln\theta+(\theta-1)\sum\ln(x_i)$$

$$\frac{d}{d\theta}\left[n\ln\theta+(\theta-1)\sum\ln(x_i)\right]=\frac{n}{\theta}+\sum\ln(x_i)=0$$

$\hat{\theta}=-\dfrac{n}{\sum\ln(x_i)}$　　从而：$\hat{\theta}=-\dfrac{n}{\sum\ln(X_i)}$

五．某冶金实验室断言锰的熔化点的方差不超过 900，作了九次试验，测得样本均值和方差如下：$\bar{x}=1267$， $s^2=1600$（以摄氏度为单位），问检测结果能否认定锰的熔化点的方差显著地偏大？　（10 分）

（取 $\alpha=0.01$　$t_{0.005}(8)=3.355, t_{0.01}(8)=2.896$，$\chi^2_{0.01}(8)=20.090$，$\chi^2_{0.005}(8)=21.955$）

解　$\chi^2=(n-1)S^2/\sigma^2$服从$\chi^2(\mathrm{n-1})$

$H_0:\sigma^2\le 900, H_1:\sigma^2>900$

H_0的拒绝域：$\chi^2>\chi^2{}_{0.01}(8)=20.090$

而$\chi^2=8\times(4/3)^2<20.090$

接受H_0