

2023-2024-1 数学软件期中考试--参考答案

班级： 姓名： 学号：

考试时间： **110+5**分钟 考试形式： 闭卷 总分： **100**

- 请先填写上面的班级姓名学号。闭卷，可查看MATLAB的help。
- 在结束前5分钟完成答题，将你的答卷导出为pdf文件并提交。
- 你提交的文件名应改为你的班级姓名.pdf，如“信计1221张三.pdf”。

一. 填空题： (4分x10=40分)

(1) 下列的哪些字符串，可以作为MATLAB的变量名（ A,D ）。

A. gdou2023 B. gdou.2023 C. gdou-2023 D. gdou_2023

(2) 在MATLAB中，分别用冒号表达式和函数linspace()建立一个起点为10，终点为5，步长为-0.5的数组x.

```
x=10:-0.5:5
```

```
x = 1x11
    10.0000    9.5000    9.0000    8.5000    8.0000    7.5000    7.0000    6.5000
```

```
x=linspace(10,5,11)
```

```
x = 1x11
    10.0000    9.5000    9.0000    8.5000    8.0000    7.5000    7.0000    6.5000
```

(3) 在MATLAB中，不直接输入，生成矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ ，再用一条命令将其各列分别加上 0.1, 0.2, 0.3, 0.4.

```
A=reshape(1:8,[4,2])'
```

```
A = 2x4
```

1	2	3	4
5	6	7	8

```
A+[0.1,0.2,0.3,0.4]
```

```
ans = 2x4
```

1.1000	2.2000	3.3000	4.4000
5.1000	6.2000	7.3000	8.4000

(4) 以下代码运行时将出错，其错误原因是：（自定义的变量名与函数名相同）

```
abs = abs(-5)
```

```
abs = 5
```

```
abs = abs(-3+4i)
```

(5) 在MATLAB中计算下列表达式的值：

(a) $\sin \frac{\pi}{\sqrt{3}}$

(b) $e^{2\ln 3}$

```
sin(pi/sqrt(3))
```

```
ans = 0.9706
```

```
exp(2*log(3))
```

```
ans = 9.0000
```

(6) 用MATLAB命令判断下列线性方程组 $\begin{pmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 7 & 1 & 6 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 23 \\ 9 \end{pmatrix}$ 是否有解(), 若有解则求出其解。

```
M=[3,7,9;7,1,6;9,6,4];  
b=[16,23,9]';  
if rank([M,b])==rank(M)  
    disp('方程组有解，其解为：')  
    x=M\b  
else  
    disp('方程组无解')  
end
```

方程组有解，其解为：

```
x = 3x1  
1.0000  
-2.0000  
3.0000
```

(7) 已知矩阵 $M = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 7 & 1 & 6 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ ，求它的各行元素之和、行列式、特征值.

```
M=[3,7,9;7,1,6;9,6,4];  
sum(M,2) % 对矩阵M的行求和
```

```
ans = 3x1  
19  
14  
19
```

```
det(M)
```

```
ans = 383
```

```
eig(M)
```

```
ans = 3x1  
    -5.9085  
    -3.6845  
    17.5930
```

(8) 建立符号函数 $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$ ，并做下列操作：

(a) 求二阶导； (b) 求 $\int_0^2 f(x)dx$.

```
syms x  
f=x*exp(x/2);  
diff(f,2)
```

```
ans =  

$$e^{x/2} + \frac{x e^{x/2}}{4}$$

```

```
int(f,x,0,2)
```

```
ans =  
4
```

(9) 在MATLAB中，求方程 $e^{-x^2} + \sin 3x = 0$ 在 $x_0 = 2$ 附近的根。

```
fzero(@(x)exp(-x^2)+sin(3*x), 2)
```

```
ans = 2.0902
```

(10) 在MATLAB中，求函数 $y = e^{-x^2} + \sin 3x$ 在 $[1, 3]$ 上的极小值点及极小值。

```
[x, fval]=fminbnd(@(x)exp(-x^2)+sin(3*x), 1, 3)
```

```
x = 1.5984
fval = -0.9189
```

二. 程序设计题，以下9个题任选5个完成（6、9题至少选1个），每题12分。

1. 分别用循环和向量运算求级数和 $S = \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{(n+1)(4n-3)}$ ，并用fprintf输出至小数点后15位小数。

```
% 以下用循环求级数和
S=0;
for n=1:100
    S=S+1/(n+1)/(4*n-3);
end
fprintf('级数和为 %.15f', S)
```

级数和为 0.661835181273193

```
% 以下用向量运算求级数和
n=1:100;
S=sum(1./((n+1).*(4*n-3)));
fprintf('级数和为 %.15f', S)
```

级数和为 0.661835181273192

```
% 向量运算求和也可以这样做：
n=1:100;
an=1./((n+1).*(4*n-3));
S=an*ones(100,1);
fprintf('级数和为 %.15f', S)
```

级数和为 0.661835181273193

2. 已知一个函数 $y = f(x)$ 上的若干个采样点的取值如下表所示：

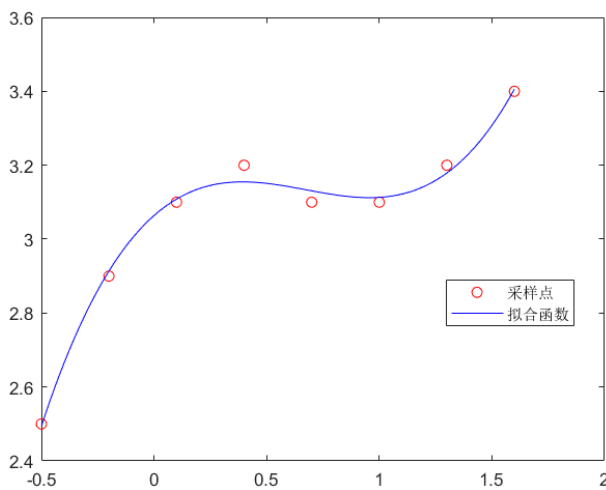
x	-0.5	-0.2	0.1	0.4	0.7	1.0	1.3	1.6
y	2.5	2.9	3.1	3.3	3.1	3.1	3.2	3.4

用3次函数作拟合，求拟合函数的系数向量 p 。并在同一坐标系中用红色圆圈表现采样点，用蓝色实线表现拟合函数(取步长为0.02)，给出图例。在下面的单元中编写代码并运行。

```
x=-0.5:0.3:1.6;  
y=[2.5,2.9,3.1,3.2,3.1,3.1,3.2,3.4];  
p=polyfit(x,y,3)
```

```
p = 1x4  
    0.4770    -0.9656     0.5378     3.0638
```

```
xnew=-0.5:0.02:1.6;  
ynew=polyval(p,xnew);  
figure, plot(x,y,'ro',xnew,ynew,'b')  
legend({'采样点','拟合函数'},'Location','best')
```



3. 对符号函数 $y = e^{-x^2}$ 做最高次为4次和6次的Taylor展开，并在 $x \in [-1, 1]$ 上绘制该函数及其Taylor展开的图形，坐标轴上采用等长刻度，并添加图例。

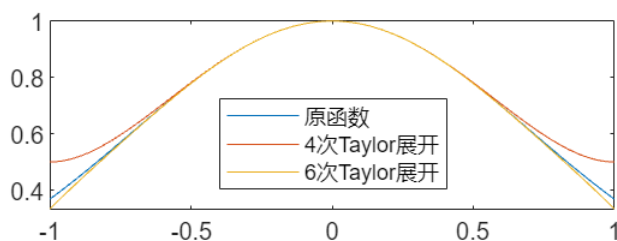
```
syms x  
y=exp(-x^2);  
y1=taylor(y,x,'order',5)
```

$$y1 = \frac{x^4}{2} - x^2 + 1$$

```
y2=taylor(y,x,'order',7)
```

$$y2 = -\frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{2} - x^2 + 1$$

```
figure, fplot(y, [-1,1])
hold on
fplot(y1, [-1,1])
fplot(y2, [-1,1])
axis equal
legend({'原函数','4次Taylor展开','6次Taylor展开'}, 'Location', "south")
hold off
```

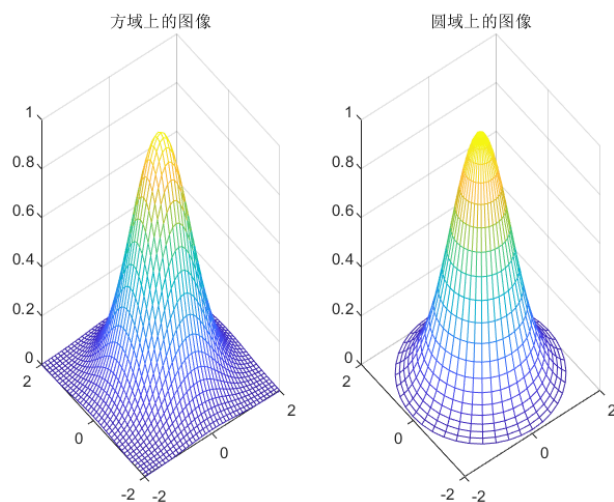


4. 在同一图形窗口中，分左右子图，分别绘制函数 $e^{-x^2-y^2}$ 在区域 $x, y \in [-2, 2]$ 上的图形和在 $x^2 + y^2 \leq 4$ 上的图形。自行加上合适的标题。

```

% 左子图
[x1,y1]=meshgrid(-2:0.1:2);
z1=exp(-x1.^2-y1.^2); % 注意，这里要用.^
figure, subplot(121)
mesh(x1,y1,z1)
title('方域上的图像')
% 右子图：参数方程表示
t=0:pi/20:2*pi;
r=0:0.1:2;
[r,t]=meshgrid(r,t);
x2=r.*cos(t);
y2=r.*sin(t);
z2=exp(-x2.^2-y2.^2);
subplot(122), mesh(x2,y2,z2)
title('圆域上的图像')

```



5. 某公司5个部门，其营收和人数如下表所示：

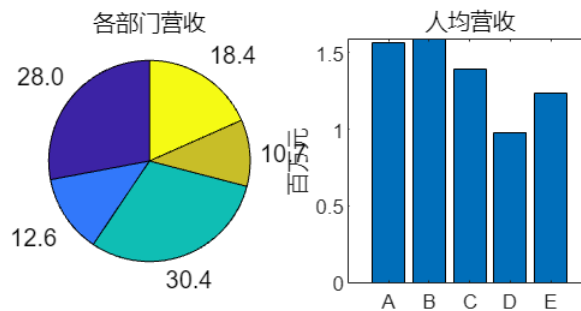
部门	A	B	C	D	E
营收(百万元)	28.2	12.7	30.6	10.8	18.5
人数	18	8	22	11	15

请在同一图形窗口中，分左右子图，左子图中用饼图表现各部门营收，右子图中用条形图表现人均营收。各加上标题。


```

labels={'A','B','C','D','E'};
income=[28.2, 12.7, 30.6, 10.8, 18.5];
pop=[18, 8, 22, 11, 15];
figure
subplot(121), pie(income, '%.1f')
title('各部门营收')
subplot(122),
bar(income./pop), axis square
title('人均营收'), ylabel('百万元')
xticklabels(labels)

```



6. 某人在银行存款20万，月利率为0.15%，从第2月初起每月从中取出2000元，则能取多少个月（最后一次可能不足2000）？他总共从银行取了多少钱（精确到小数点后2位）？

```

save=200000;
r=0.15/100;
month=0;
while save>0
    save=save*(1+r)-2000;
    month=month+1;
end
total=2000*month+save; % 最后一月不足2000，此时save为负
fprintf('能取%d个月，共取钱%.2f元',month,total)

```

能取109个月，共取钱216854.75元

7. 求解优化问题:

$$\begin{aligned} \min_x u &= -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \leq 14 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad x_4 \text{无约束} \end{cases} \end{aligned}$$

```
f = [-3,4,-2,5];
A = [1,1,3,-1;2,-3,1,-2]; b=[14;-2];
Aeq = [4,-1,2,-1]; beq=-2;
lb = [0,0,0,-inf];
[x,fval] = linprog(f, A, b, Aeq, beq, lb)
```

Optimal solution found.

```
x = 4x1
      0
      8.0000
      0
     -6.0000
fval = 2.0000
```

8. 求解优化问题:

$$\begin{aligned} \min_x f(x) &= 2x_1^2 - 5x_1x_2 + 4x_2^2 - 7x_1 - 3x_2, \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

解：这是一个二次规划问题，二次函数可表示为 $f(x) = \frac{1}{2}(x_1, x_2) \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + (-7, -3) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

```
H=[4,-5;-5,8];
f=[-7, -3]';
A=[1,1;3,1];
b=[4,9]';
lb=[0,0]';
[x, fval] = quadprog(H, f, A, b, [], [], lb)
```

Minimum found that satisfies the constraints.

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in feasible directions, to within the value of the optimality tolerance, and constraints are satisfied to within the value of the constraint tolerance.

<stopping criteria details>

x = 2x1

2.5000

1.5000

fval = -19.2500

本问题也可以当做一个非线性规划问题，使用fmincon求解

```
fun=@(x)2*x(1)^2-5*x(1)*x(2)+4*x(2)^2-7*x(1)-3*x(2);
```

```
A=[1,1;3,1];
```

```
b=[4,9]';
```

```
x0=rand(2,1);
```

```
[x, fval]=fmincon(fun, x0, A, b)
```

Local minimum found that satisfies the constraints.

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in feasible directions, to within the value of the optimality tolerance, and constraints are satisfied to within the value of the constraint tolerance.

<stopping criteria details>

x = 2x1

2.5000

1.5000

fval = -19.2500

9. 角谷猜想认为：任给一个正整数，若是奇数，就将该数乘3再加上1；若是偶数，就将该数除以2。

反复进行上述两种运算，经过有限次运算后，一定能变成1。用MATLAB编程表现这一过程，对输入的正整数，输出从该数变到1的过程中的全体数字。如输入6，则返回[6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1]。

```

n=6;
nums=n;
while n~=1
    if mod(n,2)==0
        n=n/2;
    else
        n=n*3+1;
    end
    nums=[nums,n];
end
disp(['以6为初始值的角谷猜想序列为: ', num2str(nums)])

```

以6为初始值的角谷猜想序列为: 6 3 10 5 16 8 4 2 1

```

% 以下用函数求角谷猜想序列
n=6;
p=guess(n);
disp(['以6为初始值的角谷猜想序列为: ', num2str(nums)])

```

以6为初始值的角谷猜想序列为: 6 3 10 5 16 8 4 2 1

% 如果需要定义函数的话，请写在下面的代码框中：

```

function p=guess(n)
%guess 角谷猜想，分奇偶迭代后总会变成1
% 对输入的正整数n，输出迭代过程中的全体p
p=[n];
while n~=1
    if mod(n,2)==0
        n=n/2;
    else
        n=n*3+1;
    end
    p=[p,n];
end
end

```