GDOU-B-11-302

《概率论与数理统计》课程试题

课程代码：19221302　　√ 考试　☐ A卷　√ B卷

☐ 考查　☐ C卷　☐ D卷

√ 闭卷　☐ 开卷　☐ E卷　☐ F卷

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷教师
各题分数	30	12	10	15	15	18						
实得分数												

班级：

姓名：　　密

学号：　　封

试题共　页　加白纸 2 张　　线

一．填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 设 A,B,C 为三个随机事件，则“A,B,C 中不多于一个发生” 用 A,B,C 的运算关系表示事件为______$\overline{AB \cup BC}$______。

2. 设事件 A,B， $P(A)=1/2, P(B)=1/3$， $P(A\cup B)=2/3$, 则 $P(A-B)=1/3$.

3. 5 把钥匙中有 2 把能打开门，挨个测试，恰好第三次打开门的概率是__3/20_.

4. 设 X 服从区间 (a,b) 上的均匀分布，则 X 的数学期望等于_(a+b)/2_

5. 若随机变量 X 服从均值为 2,方差为 σ^2 的正态分布, 且 $P\{0<X<4\}=0.6$, 则 $P\{X<0\}$ =___0.2___。

6. 设随机变量 X 服从二项分布，即 $X\sim B(n,p)$, 且 $EX=3, p=1/7$, 则 $n=$ ___21___.

7. 随机变量 ξ 的密度函数为 $\phi(x)=\begin{cases} cx & 0\le x\le 1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$ 　则 c=_____2____.

8. 若二维随机变量 (X,Y) 的联合概率分布为

X \ Y	−1	0	1
−1	0.08	a	0.12
1	0.12	b	0.18

，且 X 与 Y 相互独立，则 $a=$ __0.2_____.

9. 已知随机变量 X， $E(X)=7300$, 标准差是 700．利用切比雪夫不等式估计 $P\{5200\le X\le 9400\}$ ____8/9________ .

10. X_1, X_2, X_3 是总体 X 的样本，$\hat{\mu}_1=\frac{1}{4}(X_1+aX_2+X_3)$ 是体均值的两个无偏估计，则 $a=$ __2_____.

二、发报机分别以概率 0.6 和 0.4 发出信号“0”和“1”，由于通信系统受到干扰，当发报机发出信号“0”时，接报机分别以概率 0.8 和概率 0.2 收到“0”和“1”；当发报机发出信号“1”时，接报机分别以概率 0.9 和 0.1 收到“1”和“0”。求：

（1）接报机收到“1”的概率。（5 分）

（2）当接报机收到“1”时，发报机发出信号是“1”的概率。（7 分）

解：（1）设：A_1发送“0”，A_2发送“1”；B_1接收“0”，B_2发送“1”

$P\{A_1\}=0.6, P\{A_2\}=0.4, P\{B_1 \mid A_1\}=0.8, P\{B_2 \mid A_1\}=0.2$

$P\{B_1 \mid A_2\}=0.1, P\{B_2 \mid A_2\}=0.9$（3 分）

$P\{B_2\}=P\{B_2 \mid A_1\}P\{A_1\}+P\{B_2 \mid A_2\}P\{A_2\}=0.48$（5 分）

（2）
$$\begin{aligned}&P\{A_2 \mid B_2\}\\&=P\{B_2A_2\}/P\{B_2\}\text{（1分）}\\&=P\{B_2 \mid A_2\}P\{A_2\}/P\{B_2\}\text{（5分）}\\&=0.75\text{（7分）}\end{aligned}$$

三、甲、乙两台机器一天中出现次品的概率分布分别为

X	0	1	2	3
P	0.4	0.3	0.2	0.1

Y	0	1	2	3
P	0.3	0.5	0.2	0

若两台机器的日产量相同，问哪台机器较好？（10 分）

解：$E(X)=0\times0.4+1\times0.3+2\times0.2+3\times0.1=1$

$E(Y)=0\times0.3+1\times0.5+2\times0.2+3\times0=0.9$ （4 分）

$E(X^2)=0\times0.4+1\times0.3+4\times0.2+9\times0.1=2$

$E(Y^2)=0\times0.3+1\times0.5+4\times0.2+9\times0=1.3$

$D(X)=E(X^2)-E^2(X)=1$ $D(Y)=E(Y^2)-E^2(Y)=0.49$（9 分）

$E(Y)<E(X), D(Y)<D(X)$，乙的期望小并且更稳定，所以机器乙更好（10 分）

四、设二维随机变量(X,Y)具有概率密度 $f(x,y)=\begin{cases} cxy, & 0\le x\le 3, 0\le y\le 2 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

(1)求常数c；(5 分)　(2)求出(X,Y)关于X和关于Y的边缘概率密度；(5 分)

(3) 求概率$P\{Y\le\frac{X}{2}\}$.（5 分）

解：(1) $\int_0^2\int_0^3 f(x,y)dxdy=\int_0^2\int_0^3 cxydxdy$ $=1$ (2分)

解得 c=1/9　(5 分)

(2) $f_X(x)=\int_0^2\frac{xy}{9}dy=\frac{2x}{9},3>x>0$（3 分）

$f_Y(y)=\int_0^3\frac{xy}{9}dx=\frac{y}{2},2>y>0$（5 分）

(3) $P\{Y\le\frac{X}{2}\}=\int_0^3\int_0^{x/2}\frac{1}{9}xydydx$（2分）

$=1/8$（5分）

五、某系统由 100 个相互独立的部件组成，每个部件损坏的概率为 0.1。要使整个系统起作用，必须至少有 85 个部件正常工作。求该系统能正常工作的概率。(Φ(1.67)$=0.9525$)(15 分)

解：

$E(Y)=100*0.9=90$ (2分)

$D(Y)=100*0.9*0.1=9$ (4分)

$Y\sim N(90,9)$（6分）

$P(Y>85)=P(\frac{Y-90}{3}>\frac{85-90}{3})$（10分）

$=1-\Phi(-1.67)=2\Phi(1.67)-1$（13分）

$=0.905$（15分）

六、设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	$\boldsymbol{\theta}^2$	$\mathbf{2\theta(1-\theta)}$	$\boldsymbol{\theta}^2$	$(1-2\theta)$

其中θ $(0<\theta\le\frac{1}{2})$是未知参数，利用总体 X 的如下样本值：3，1，3，0，3，1，2，3，求 θ的矩估计值和最大似然估计值。（18 分）

$$E(X)=0\times\theta^2+1\times2\theta(1-\theta)+2\times\theta^2+3\times(1-2\theta)=3-4\theta\ \ (4分)$$

解：矩估计法：

$$=\frac{3+1+3+0+3+1+2+3}{8}=2\text{（6分）}$$

$$\theta=1/4\quad\text{（8 分）}$$

最大似然估计法：$L(\theta)=4\theta^2(1-\theta)^2(1-2\theta)^2$（3 分）

$$\ln L(\theta)=\ln4\theta^2(1-\theta)^2(1-2\theta)^2\text{（6分）}$$

$$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{24\theta^2-28\theta+6}{\theta(1-\theta)(1-2\theta)}=0\ \ (10分)$$

解得$\theta=\frac{7-\sqrt{13}}{12}$（12 分）