

《概率论》课程试题

课程号: 19221301

考试
 考查

A 卷
 B 卷

闭卷
 开卷

题 号	一	二	三	四	五	六	总分	阅卷教师
各题分数	36	12	15	15	15	7	100	
实得分数								

一、填空题 . (每小题 3 分, 共 36 分)

答案: \overline{ABC} , $C_{10}^1 C_{40}^1 / C_{50}^2$, $60\% \times 60\% + 40\% \times 70\%$, 0.6×0.7

掌握:

- (1) 样本空间、事件及其关系和运算
- (2) 概率的定义、性质、古典概型及几何概型
- (3) 条件概率、乘法公式全概率公式贝耶斯公式
- (4) 事件的独立性、伯努利概型

答案: $\frac{1}{1!} e^{-1}, 1$

掌握:

- (5) 六大常见分布
- (6) 分布函数及其性质、密度(分布列)函数及其性质、两者之间的关系
- (7) 二维变量的联合分布及其边缘分布、变量之间的独立性及相关性、常见的二维分布: 均匀分布
- (8) 随机变量的数字特征(期望方差和相关系数)、(独立同分布)中心极限定理

答案：

$$N(\mu, \sigma^2), 2, t(1), -1$$

掌握：

(9) 总体及简单随机样本(简称样本)的概念

(10) 常见统计分布及其性质图像

(11) 抽样分布定理及其重要推论：

1) X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$

\bar{X} 服从 $N(\mu, \sigma^2/n)$, $(n-1)S^2/\sigma^2$ 服从 $\chi^2(n-1)$, \bar{X} 与 S^2 相互独立

$\frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ 服从 $N(0,1)$, $\frac{X-\mu}{S/\sqrt{n}}$ 服从 $t(n-1)$

2) X 服从 $N(\mu_1, \sigma^2)$, Y 服从 $N(\mu_2, \sigma^2)$

$\frac{X-Y-(\mu_1-\mu_2)}{S_{\omega}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}$ 服从 $t(n+m-2)$, $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ 服从 $F(n-1, m-1) \dots$

(12) 常见总体的参数的点估计(矩法及极大似然法)及正态总体区间估计(双侧)

二、

答案：

全概率公式

$$0.5 \times 0.94 + 0.3 \times 0.9 + 0.2 \times 0.95$$

三、

答案：

$$\begin{cases} 1 = F(+\infty) = A \\ 0 = F(0) = A + B \text{ (连续性)} \end{cases}$$

$$P(-1 < X < 1) = F(1) - F(-1)$$

四、

答案：

$$1 = \iint_{\Omega} f(x, y) d\sigma = \int_0^1 \int_0^1 cx^2 y dx dy = c / 6$$

$$0 < x < 1, f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \int_0^1 6x^2 y dy = 3x^2$$

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$\text{同理 } f_Y(y) = \begin{cases} 2y & 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

五、

答案：

$$X \quad 1 \quad 0$$

$$P \quad 0.9 \quad 0.1$$

$\sum_{i=1}^{100} X_i$ 服从 $B(100, 0.9)$ 近似服从 $N(90, 9)$

$$P(84 < \sum_{i=1}^{100} X_i < 95) = P\left(\frac{84 - 90}{3} < \frac{\sum_{i=1}^{100} X_i - 90}{3} < \frac{95 - 90}{3}\right) \\ \approx \phi(5/3) - \phi(-2) = \phi(5/3) + \phi(2) - 1 = \dots$$

六、

答案：

$$E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$$

$$E(X^2) = D(X) + (EX)^2 = \mu^2 + \sigma^2$$

$$E(X_i^2) = \mu^2 + \sigma^2, E(\bar{X}^2) = D(\bar{X}) + (E\bar{X})^2 = \mu^2 + \sigma^2/n$$

$$\begin{aligned} E(S^2) &= E\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right) \\ &= E\left(\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)\right) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n EX_i^2 - nE\bar{X}^2 \right) = \sigma^2 \end{aligned}$$

七、

答案：

矩法：

$$\mu_1 = E(X) = (1 + \theta)/2, \quad \theta = 2\mu_1 - 1$$

$$\text{令 } \hat{\mu}_1 = A_1 = \bar{X}, \quad \text{得 } \hat{\theta} = 2\bar{X} - 1$$

另，极大似然估计：

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i) = 1/(\theta - 1)^n, \quad 1 < x_i < \theta$$

$\hat{\theta} = \max\{x_i\}$, $L(\theta)$ 取最大值。从而估计量 $\hat{\theta} = \max\{X_i\}$

八、

答案：

$$F = \frac{S_1^2 / S_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \text{服从 } F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

$$P(F_{0.95} < F < F_{0.05}) = 0.9$$

$$\text{解不等式: } F_{0.95} < F = \frac{S_1^2 / S_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} < F_{0.05}$$

$$\text{得: } \frac{1}{F_{0.05}} S_1^2 / S_2^2 < \sigma_1^2 / \sigma_2^2 < \frac{1}{F_{0.95}} S_1^2 / S_2^2$$

$(\frac{1}{F_{0.05}} S_1^2 / S_2^2, \frac{1}{F_{0.95}} S_1^2 / S_2^2)$ 即为 σ_1^2 / σ_2^2 的置信度 0.9 的置信区间。