GDOU-B-11-302

班级：

姓名：

学号：

试题共6页 加白纸 2张

密 封 线

广东海洋大学 2016—2017 学年第二学期

《概率论与数理统计》课程试题答案

课程号：19221302

√考试 □考查　　√A 卷 □ B 卷　　√闭卷 □开卷

题　　号	一	二	三	四	五	六			总分	阅卷教师
各题分数	30	10	16	16	10	18			100	
实得分数										

一、 填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 设 A，B，C 为三事件，用 A，B，C 的运算关系表示“A，B，C 中至少一个发生” $\underline{\quad A\cup B\cup C \quad}$

2. 设有 7 个数，其中 4 个负数 3 个正数，从中不放回地任取两数，则“取到的两数乘积是正数”的概率为 $\underline{\quad 3/7 \quad}$

3. 在区间 $[0,1]$上随机地取两个数，则“取到的两数之差的绝对值大于 0.4”的概率为 $\underline{\quad 0.36 \quad}$

4. 若随机事件A,B分别满足 $P(\overline{A})=0.3$，$P(B)=0.4$， $P(A\cup B)=0.9$，则 $P(A-B)=\underline{\quad 0.5 \quad}$

5. 若 X 在 $X\sim U(1,6)$ ，则方程 $y^2+Xy+1=0$有实根的概率为 $\underline{\quad 4/5 \quad}$

6. 设随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(6-x-y), & 0<x<2,\quad 2<y<4\\ 0, & 其它\end{cases}$

则$P(X<1.5)=\underline{\quad 27/32 \quad}$

7. 设 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 3 \\ \hline P & 1/7 & 4/7 & 2/7 \end{array}$ ，则 $D(X)=\underline{\quad 54/49 \quad}$

8. 已知总体 $X\sim N(0,\ 4)$，又设 $X_1,X_2,\cdots,X_6$为来自总体 X 的样本，记

统计量 $Y=\dfrac{\sqrt{2}(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}}$，则 $Y\sim$ <u>$t(4)$</u>

9. 设 X_1,X_2,X_3 从正态总体 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$ 中抽取的样本。对于以下总体均值 μ 的估计量 $\hat{\mu}_1=\dfrac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，$\hat{\mu}_2=\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{1}{4}X_2+\dfrac{1}{2}X_3$，$\hat{\mu}_3=\dfrac{1}{5}X_1+\dfrac{3}{5}X_2+\dfrac{1}{5}X_3$，则最有效的估计量是 <u>$\widehat{\mu}_1$</u>

10. 为考察某大学成年男性的胆固醇水平, 现抽取容量为 25 的样本, 测得样本均值 $\bar{x}=186$，样本方差 $s^2=12^2$. 假定胆固醇水平 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知. 则 μ 的置信水平为 90%置信区间为 <u>(181.89，190.11)</u>

$(t_{0.05}(24)=1.7109)$

二. 按以往概率论考试结果分析, 努力学习的学生有 90%的可能考试及格, 不努力的学生有 80%的可能考试不及格。据调查, 学生中有 70%的人是努力学习的, 求考试及格的学生有多大可能是不努力学习的学生？(10 分)

解： 设“来自努力学习的学生”为事件 A_1，“来自不努力学习的学生”为事件 A_2，“学生考试及格”为事件 B，--------------(2 分)

由全概率公式

$$P(B)=P(A_1)P(B\,|\,A_1)+P(A_2)P(B\,|\,A_2)$$

$$=70\%\cdot 90\%+(1-70\%)(1-80\%)=0.69$$ --------------(6 分)

则 $P(A_2\,|\,B)=\dfrac{P(A_2B)}{P(B)}=\dfrac{P(A_2)P(B\,|\,A_2)}{P(B)}$

$$=\frac{0.06}{0.69}=\frac{2}{23}$$ --------------(10 分)

三．设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c, & -1\le x<3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，求

(1) 未知常数 c；(3 分)　　(2) 分布函数 $F(x)$；(7 分)

(3) $D(-3X+7)$ (6 分)

解 （1）由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$ 得 $\int_{-1}^{3} cdx=1$---------------(2 分)

所以 $c=\dfrac{1}{4}$---------------(3 分)

（2）由 $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

当 $x<-1$ 时 $f(x)=0$，所以 $F(x)=0$；---------------(2 分)

当 $-1\le x<3$ 时 $F(x)=\int_{-1}^{x}\dfrac{1}{4}dt=\dfrac{x+1}{4}$；

当 $x\ge 3$ 时 $F(x)=\int_{-1}^{3}\dfrac{1}{4}dt=1$---------------(6 分)

所以 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0 & x<-1 \\ (x+1)/4 & -1\le x<3 \\ 1 & x\ge 3 \end{cases}$---------------(7 分)

（3）由于 $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_{-1}^{3}\dfrac{x}{4}dx=1$---------------(2 分)

$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx=\int_{-1}^{3}\dfrac{x^2}{4}dx=\dfrac{7}{3}$---------------(4 分)

则 $D(X)=E(X^2)-\left[E(X)\right]^2=\dfrac{4}{3}$

所以 $D(-3X+7)=9D(X)=12$---------------(6 分)

四. 一袋子中装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 2 只球，以 X 表示取到的黑球的只数，以 Y 表示取到红球的只数。求

(1) X 和 Y 的联合分布律；(7 分)　　(2) 判断 X 和 Y 的独立性；(5 分)

(3) $P\{X=1|Y=1\}$ (4 分)

解 （1）X 和 Y 的所有可能的取值均为 0, 1, 2,

$\{(X,Y)=(1,2),(2,1),(2,2)\}=\varnothing$, 其概率为 0--------------(2 分)

$P\{(X,Y)=(0,0)\}=\dfrac{C_2^2}{C_7^2}=\dfrac{1}{21}$,　$P\{(X,Y)=(0,1)\}=\dfrac{C_2^1C_2^1}{C_7^2}=\dfrac{4}{21}$

$P\{(X,Y)=(0,2)\}=\dfrac{C_2^2}{C_7^2}=\dfrac{1}{21}$ --------------(5 分)

同理可得，X 与 Y 的联合分布律为

X \ Y	0	1	2
0	1/21	4/21	1/21
1	6/21	6/21	0
2	3/21	0	0

--------------(7 分)

(2) X 与 Y 的边缘分布律分别为

X	0	1	2
P	2/7	4/7	1/7

Y	0	1	2
P	10/21	10/21	1/21

---------(3 分)

$P\{(X,Y)=(0,0)\}=1/21$

$P\{X=0\}P\{Y=0\}=\dfrac{20}{147}\neq P\{(X,Y)=(0,0)\}$

所以 X 与 Y 不相互独立。--------------(5 分)

(3) $P\{X=1|Y=1\}=\dfrac{P\{X=1,Y=1\}}{P\{Y=1\}}=\dfrac{6/21}{10/21}=\dfrac{3}{5}$ --------------(4 分)

五. 独立地进行射击，每次击中的概率为 0.1，利用中心极限定理，求 500 次射击中，射中的次数在区间（49，55）之中的概率。

（ 已知 $\Phi(0.75)=0.7734$ $\Phi(0.15)=0.5596$ ） (10 分)

解 设500次射击中击中的次数为 X 则 $X\sim b(500,0.1)$

$E(X)=500\times0.1=50$， $D(X)=500\times0.1\times(1-0.1)=45$-------(4 分)

由中心极限定理

$\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}=\dfrac{X-50}{3\sqrt{5}}$近似服从$N(0,1)$ --------------(6 分)

所以 $P(49<X<55)=P\left(\dfrac{49-50}{3\sqrt{5}}<\dfrac{X-50}{3\sqrt{5}}<\dfrac{55-50}{3\sqrt{5}}\right)$

$\approx\Phi(0.75)-\Phi(-0.15)=\Phi(0.75)+\Phi(0.15)-1=0.333$------------(10 分)

六. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}(\alpha+1)x^{\alpha}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

其中$\alpha(\alpha>-1)$是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是取自 X 的样本，求参数α的

(1) 矩估计值； （8 分） (2) 最大似然估计值.（10 分）

1） $\mu_1=E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1 x\cdot(\alpha+1)x^{\alpha}dx=\dfrac{\alpha+1}{\alpha+2}$

解得 $\alpha=\dfrac{1-2\mu_1}{\mu_1-1}$ --------------(4 分)

用样本矩A_1估计总体矩μ_1，得α的矩估计量为

$\hat{\alpha}=\dfrac{1-2A_1}{A_1-1}=\dfrac{1-2\overline{X}}{\overline{X}-1}$

所以α的矩估计值为 $\hat{\alpha}=\dfrac{1-2\bar{x}}{\bar{x}-1}$ ---------------(8 分)

(2) 由于样本 $X_i \sim f(x_i)=\begin{cases}(\alpha+1)x_i^{\alpha}, & 0<x_i<1\\ 0, & 其它\end{cases}$

似然函数

$$L(\alpha)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\begin{cases}\prod\limits_{i=1}^{n}\left[(\alpha+1)x_i^{\alpha}\right], & 0<x_i<1\\ 0, & \textbf{其它}\end{cases}=\begin{cases}(\alpha+1)^n(\prod\limits_{i=1}^{n}x_i)^{\alpha} & 0<x_i<1\\ 0, & \textbf{其它}\end{cases}$$

---------------(3 分)

显然$L(\alpha)$的最大值点一定是$L_1(\alpha)=(\alpha+1)^n(\prod\limits_{i=1}^{n}x_i)^{\alpha}$的最大值点，

取对数$\ln L_1(\alpha)=n\ln(\alpha+1)+\alpha\ln(\prod\limits_{i=1}^{n}x_i)=n\ln(\alpha+1)+\alpha\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i$

求导数 $\dfrac{d\ln L_1(\alpha)}{d\alpha}=\dfrac{n}{\alpha+1}+\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i$ ---------------(6 分)

令$\dfrac{d\ln L_1(\alpha)}{d\alpha}=0$解得

α的最大似然估计值为 $\hat{\alpha}=-\dfrac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\ln x_i}-1$ ---------------(10 分)