

《概率论》模拟试卷 1 答案

参考答案

- 一、填空题：1、 $\overline{A \cup B \cup C}$ 或 \overline{ABC} 2、 $\frac{1}{4}$ 3、 $\frac{6}{16}$ 4、 1
5、 0.1587 6、 $\frac{7}{8}$ 7、 58
8、 $N(0, 1)$ 9、 $\begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 - e^{-6x} & , x \geq 0 \end{cases}$ 10、 $\frac{107}{144}$

二、解：设 A、B、C 分别表示甲、乙、丙车间生产的产品，M 表示废品，则 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.3, P(C) = 0.1$

$$P(M|A) = 0.01, P(M|B) = 0.02, P(M|C) = 0.05$$

(1): 由全概率公式 $P(M) = P(A)P(M|A) + P(B)P(M|B) + P(C)P(M|C)$

$$= 0.6 \times 0.01 + 0.3 \times 0.02 + 0.1 \times 0.05$$

$$= 0.017$$

(2): 由贝叶斯公式 $P(A|M) = \frac{P(A)P(M|A)}{P(M)} = \frac{0.6 \times 0.01}{0.017} = \frac{6}{17}$

三、解：由 $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = 1$

得 $\frac{A}{9} = 1 \quad \therefore A = 9$

又 $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 3e^{-3x} & , x > 0 \end{cases}$

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} 0 & , y \leq 0 \\ 3e^{-3y} & , y > 0 \end{cases}$

可见 $f_X(x) f_Y(y) = \begin{cases} 9e^{-(3x+3y)} & , x > 0, y > 0 \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$

$$= f(x, y)$$

$\therefore X$ 与 Y 独立。

四、解：设 $X_i = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 次为正面} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 次为反面} \end{cases}$ 则 $P(X_i=1)=0.5, P(X_i=0)=0.5$

又设 X 表示 10000 次中正面的次数，则 $X=\sum_{i=1}^{10000} X_i$

且 $\mu = E(X) = 10000 \times 0.5 = 5000$,

$$\sigma^2 = D(X) = 10000 \times 0.5 \times 0.5 = 2500$$

由中心极限定理知 $\frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-5000}{50} \cong N(0,1)$

$$\therefore P(X>5050)=P\left(\frac{X-5000}{50}>1\right)=1-\Phi(1)=1-0.8413=0.1587$$

五、解：(1) (X,Y) 的联合分布律如表

$X \backslash Y$	1	2	3	4	$X=X_i$
1	$1/4$	0	0	0	$1/4$
2	$1/8$	$1/8$	0	0	$1/4$
3	$1/12$	$1/12$	$1/12$	0	$1/4$
4	$1/16$	$1/16$	$1/16$	$1/16$	$1/4$
$Y=y_i$	$25/48$	$13/48$	$7/48$	$3/48$	

$$(2) E(2Y+1)=2E(Y)+1=2\left(1 \times \frac{25}{48} + 2 \times \frac{13}{48} + 3 \times \frac{7}{48} + 4 \times \frac{3}{48}\right)+1$$

$$=\frac{13}{6}$$

$$(3) \text{ 因为 } P(X=1, Y=4)=0 \neq P(X=1)P(Y=4)$$

所以 X 与 Y 不独立