班级：

姓名：

学号：

试题共 4 页 加白纸 张

密 封 线

广东海洋大学 2010—2011 学年第二学期

《概率论与数理统计》课程试题（答案）

课程号： 19221302

√考试 √A 卷 √闭卷
□考查 □B 卷 □开卷

题 号	一	二	三	四	五	总分	阅卷教师
各题分数	30	25	21	17	7	100	
实得分数							

一．填空题（每题 3 分，共 30 分）

1．袋中有 3 个白球，2 个红球，在其中任取 2 个。则事件：2 个球中恰有 1 个白球 1 个红球的概率为________________。

2. $P(A)=0.5, P(B)=0.3, P(AB)=0.1,\quad P(A|B)=$________。

3．甲乙两人进球的概率依次为 0.8、0.7，现各投一球，各人进球与否相互独立。无一人进球的概率为：________________。

4．X 的分布律如下，常数 a=________________。

X	0	1	3
P	0.4	0.5	a

5．一年内发生地震的次数服从泊松分布（$P(\lambda)$）。以 X、Y 表示甲乙两地发生地震的次数，X～$P(2)$，Y～$P(1)$。较为宜居的地区是________。

6．X～（密度函数）$f(x)=\begin{cases}3x^2 & 0\le x\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$，$P\{X\le 1/2\}=$________。

7.（X,Y）服从区域：$0\le x\le 1, 0\le y\le 1$上的均匀分布，$P(X+Y\le 1)=$________。

8．X～$N(0,1)$,比较大小：$P\{X>2\}$________$P\{X<-3\}$。

9. $X\sim N(\mu,\sigma^2),(X_1,X_2,\cdots,X_n)\ (n>2)$为来自$X$的样本，$\overline{X}$ 及X_1 均为μ 的无偏估计，较为有效的是________。

10. 设总体 X 与 Y 相互独立，均服从$N(0,1)$分布，$P(X>0,Y<0)$________________。

二． （25 分）

1．已知连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} cx+1 & 0<x<2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求：(1)常数c；(2)X的分布函数。 (15分)

解 (1) $1=\int_0^2 f(x)dx=\int_0^2 (cx+1)dx=2c+2$得$c=-1/2$； $\cdots$(5分)

(2) 当$x<0$ 时，$F(x)=0$；当$x>2$ 时，$F(x)=1$；

当$0<x<2$ 时，$F(x)=\int_0^x (-\frac{x}{2}+1)dx=-\frac{x^2}{4}+x$

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ -\frac{x^2}{4}+x & 0<x<2 \\ 1 & x>2 \end{cases} \qquad \cdots(10\text{分})$$

2．某批产品合格率为 0.6，任取 10000 件，其中恰有合格品在 5980 到 6020 件之间的概率是多少？（10 分）

$\Phi(0.408)=0.6591 \qquad \Phi(2.001)=0.9772 \qquad \Phi(3)=0.9987$

解 令

$$X=\begin{cases} 1 & \text{任取一件产品是合格品} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

从而$\sum_{i=1}^{10000} X_i$服从二项分布$B(10000，p)$，$p=0.6$，由中心极限定理，$\sum_{i=1}^{10000} X_i$近似服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$。其中：

$$\mu=10000\times 0.6=6000,\sigma^2=10000\times 0.6\times 0.4=2400 \qquad \cdots(5\text{分})$$

从而$P(5980\le \sum_{i=1}^{10000} X_i \le 6020)=P\left(\left|\frac{\sum X_i-6000}{\sqrt{2400}}\right|\le \frac{1}{\sqrt{6}}=0.408\right)$

$=2\Phi(0.408)-1=0.3182 \qquad \cdots(5\text{分})$

三.（21 分）(X,Y)的联合分布律如下：

X \ Y	−1	1	2
−1	1/10	2/10	3/10
2	2/10	1/10	1/10

(1)求边缘概率分布并判断 X,Y 的独立性；(2)求 E(X+Y)；

(3)求$Z=\max\{X,Y\}$的分布律。

解 (1)边缘分布如下：

X \ Y	−1	1	2	$p_{i.}$
−1	1/10	2/10	3/10	6/10
2	2/10	1/10	1/10	4/10

p.j	3/10	3/10	4/10

由 $P\{X=-1,Y=-1\}=1/10\neq P\{X=-1\}P\{Y=-1\}=(6/10)\times(3/10)=18/100$

可知，X,Y 不相互独立。 (7 分)

（2） 由（1）可知 E(X)=-1×6/10+2×4/10=1/5

E(Y)= -1×3/10+3/10+2×4/10=4/5

E(X+Y)= E(X)+ E(Y)=1 (7 分)

（3）

$$P\{Z=-1\}=P\{(X,Y)=(-1,-1)\}=1/10$$
$$P\{Z=1\}=P\{(X,Y)=(-1,1)\}=2/10$$
$$P\{Z=2\}=1-P\{Z=-1\}-P\{Z=1\}=7/10$$

Z	-1	1	2
P	1/10	2/10	7/10

(7 分)

四.（17 分）总体 X 具有如下的概率密度，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 是来自 X 的样本，

$$f(x)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x}, & x>0\\ 0, & x<0\end{cases}, \qquad \text{参数}\theta\text{未知}$$

（1）求θ的矩法估计量；（2）求θ的最大似然估计量。

解 $(1)\ E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_{0}^{+\infty}\theta xe^{-\theta x}dx=1/\theta$

$\hat{\theta}=1/\overline{X}$ $\cdots(7分)$

(2) 似然函数$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\theta^n\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}$ $x_i>0$

对数似然函数$\ln L(\theta)=\ln\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=n\ln\theta-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i$ $x_i>0$ $\cdots(5分)$

令 $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=\frac{n}{\theta}-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$

得估计值 $\hat{\theta}=1/\bar{x}$

从而估计量 $\hat{\theta}=1/\overline{X}$ $\cdots(5分)$

五.（7 分）以 X 表示某种清漆干燥时间,X～$N(\mu,\sigma^2)$，今取得 9 件样品，实测得样本方差s^2=0.33，求σ^2的置信水平为 0.95 的置信区间。

$\alpha=0.05$ $\chi^2_{\alpha/2}(8)=17.534$ $\chi^2_{1-\alpha/2}(8)=2.18$

解 σ^2的水平为$1-\alpha$的置信区间为：

$$\left((n-1)S^2/\chi^2_{\alpha/2}(n-1),(n-1)S^2/\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)\right)$$
$$=(0.15,1.21) \qquad \cdots(7分)$$

学年第二学期

《概率论与数理统计》**课程试题（答案）**

课程号： 19221302　　　　√考试　　√A 卷　　√闭卷
　　　　　　　　　　　　□考查　　□B 卷　　□开卷

题　　号	一	二	三	四	五	总分	阅卷教师
各题分数	30	25	21	17	7	100	
实得分数							

一．填空题（每题 3 分，共 30 分）

1．袋中有 3 个白球，2 个红球，在其中任取 2 个。则事件：2 个球中恰有 1 个白球 1 个红球的概率为____3/5________。

2．$P(A)=0.5, P(B)=0.3, P(AB)=0.1,\quad P(A|B)=$ ___$1/3$___ 。

3．甲乙两人进球的概率依次为 0.8、0.7，现各投一球，各人进球与否相互独立。无一人进球的概率为：____0.06________。

4．X 的分布律如下，常数 a=____0.1________。

X	0	1	3
P	0.4	0.5	a

5．一年内发生地震的次数服从泊松分布（$P(\lambda)$）。以 X、Y 表示甲乙两地发生地震的次数，X～$P(2)$，Y～$P(1)$。较为宜居的地区是 __乙__。

6．X～（密度函数）$f(x)=\begin{cases}3x^2 & 0\le x\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$，$P\{X\le 1/2\}=$ ___$1/8$____ 。

7．（X,Y）服从区域：$0\le x\le 1, 0\le y\le 1$上的均匀分布，$P(X+Y\le 1)=$ ___$1/2$___ 。

8．X～$N(0,1)$,比较大小：$P\{X>2\}$___$>$____$P\{X<-3\}$ 。

9．$X\sim N(\mu,\sigma^2),(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ $(n>2)$为来自X的样本，$\bar{X}$ 及X_1 均为μ 的无偏估计，较为有效的是___$\bar{X}$____。

10．设总体 X 与 Y 相互独立，均服从$N(0,1)$分布，$P(X>0,Y<0)$____0.25____。