GDOU-B-11-302

广东海洋大学 08—09 学年第二学期

《概率论与数理统计》课程试题（答案）

班级：　　　　姓名：　　　　学号：　　　　试题共 4 页　加白纸　张

密　封　线

课程号：　192004　　　　√考试　　√A 卷　　√闭卷
　　　　　　　　　　　　□考查　　□B 卷　　□开卷

题　　号	一	二	三	四	五	总分	阅卷教师
各题分数	45	10	21	14	10	100	
实得分数							

一．填空题（每题 3 分，共 45 分）

1．袋中有 5 个白球，4 个红球，在其中任取 4 个。则事件：4 个球中恰有 2 个白球 2 个红球的概率为____10/21____。

2. $P(B)=0.3, P(AB)=0.1,\ P(A|B)=$ ___1/3___ 。

3．甲乙两人进球的概率依次为 0.8、0.7，现各投一球，各人进球与否相互独立。至少有一人进球的概率为：___0.94___。

4．一批产品的次品率 10%，从中任取 5 件，以 X 表示其中次品的件数，则 X 的概率分布为：

$$\binom{5}{k}\ 0.1^k\quad 0.9^{5-k}\qquad k=0,1,\cdots 5$$

5．X～$\pi(2), P\{X=10\}/P\{X=9\}=$ ___1/5___ 。

6．X～（密度函数）$f(x)=\begin{cases}3x^2 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，$P\{X\le 1/2\}=$ ___1/8___.

7．$(\text{分布函数})F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ x & 0<x<1,\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$ $(\text{密度函数})f(x)=$ $\begin{cases}1 & 0<x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$ 。

8．（X,Y）服从在区域 G 上的均匀分布，其中 G 由直角坐标平面 oxy 上的

$$x=0, x=1, y=0, y=1$$

围成。则其联合密度 $f(x,y)=$ $\begin{cases}1 & (x,y)\in G\\ 0 & (x,y)\notin G\end{cases}$ 。

9．X～$N(0,1)$,比较大小：$P\{X>2\}$ ___>___ $P\{X<-3\}$ 。

10． $E(X)=0, E(X^2)=1, D(X)=$ ____1____。

11． T～$t(n), P\{T\le 0\}$= ____0.5____。

12．设总体 X～$N(75,100)$，$X_1, X_2, \cdots X_n$ 是来自 X 的样本，则 $P\{X_1>75\}=$ ____0. 5____。

13．X_1, X_2, X_3，X_4 为取自总体 X 的样本，X 的均值的估计量

$$T_1=(X_1+X_2)/6+(X_3+X_4)/3, \qquad T_2=(X_1+X_2+X_3+X_4)/4$$

较有效的是____T_2____。

14．以 X 表示某小包装糖果的重量（以 g 计），设 X～$N(\mu,\sigma^2)$，σ 未知，今取得 16 袋，实测得样本均值 $\bar{x}=100$，样本标准差 s =4，则 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是____(100 ± 2.1315)____。

$$\alpha=0.05 \qquad t_{\alpha/2}(15)=2.1315 \quad t_{\alpha/2}(16)=2.1199 \quad t_{\alpha/2}(17)=2.1098$$

15． $F_{0.05}(6,10)=3.22, \qquad F_{0.95}(10,6)=$ ____1/3.22____。

二．（10 分）连续投掷一枚均匀的硬币，以 X 表示投掷的次数，就下列两种情况求 X 的分布律：

（1）直到出现正面为止；

（2）直到正面出现两次为止。

解 (1) 记 A_i 表示第 i 次正面向上，$P(A_i)=P(\overline{A_i})=0.5$

$\{X=k\}$即：$\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_{k-1}}A_k$，由独立性

$$P\{X=k\}=P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_{k-1}}A_k)=P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})\cdots P(\overline{A_{k-1}})P(A_k) \qquad \cdots(5分)$$

$$=0.5^k, k=1,2,3,\cdots$$

(2) $\{X=k\}$即：前$k-1$次有一次正面向上而第 k 次正面向上，

记事件：前$k-1$次有一次正面向上为B，由二项分布公式

$$P(B)=C_{k-1}^1 0.5^{k-2}\times 0.5=(k-1)0.5^{k-1}$$

由独立性

$$P\{X=k\}=P(B)P(A_k)=(k-1)0.5^k, k=2,3,4\cdots \qquad \cdots(5分)$$

三.（21 分）(X,Y)的联合分布律如下：

X \ Y	-1	1	2
-1	c	2/10	3/10
2	2/10	1/10	1/10

(1)确定常数 c；　（2）求边缘概率分布并判断 X,Y 的独立性；（3）求 E(X+Y)；（4）求 $Z=\max\{X,Y\}$的分布律。

解

（1） c+2/10+3/10+2/10+1/10+1/10=1，得 c=1/10　　　　（3 分）

（2）边缘分布如下：

X \ Y	-1	1	2	$p_{i.}$
-1	1/10	2/10	3/10	6/10
2	2/10	1/10	1/10	4/10
$p_{.j}$	3/10	3/10	4/10	

由　$P\{X=-1,Y=-1\}=1/10\neq P\{X=-1\}P\{Y=-1\}=(6/10)\times(3/10)=18/100$

可知，X,Y 不相互独立。　　　　（6 分）

（3） 由（2）可知 E(X)=-1×6/10+2×4/10=1/5

E(Y)= -1×3/10+3/10+2×4/10=4/5

E(X+Y)= E(X)+ E(Y)=1　　　　（6 分）

（4）

$$P\{Z=-1\}=P\{(X,Y)=(-1,-1)\}=1/10$$
$$P\{Z=1\}=P\{(X,Y)=(-1,1)\}=2/10$$
$$P\{Z=2\}=1-P\{Z=-1\}-P\{Z=1\}=7/10$$

Z	-1	1	2
P	1/10	2/10	7/10

（6 分）

四.（14 分）设总体 X 具有概率密度，

$$f(x)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x}, & x>0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

参数θ未知，$X_1,X_2,\cdots X_n$是来自 X 的样本，验证$f(x)$是密度函数并求θ的最大似然估计量。

解 (1) $f(x)\ge 0$;

且$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_0^{+\infty}\theta e^{-\theta x}dx=1$ $\cdots(6分)$

(2) 似然函数$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)=\theta^n\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}$ $x_i>0$

对数似然函数$\ln L(\theta)=\ln\prod_{i=1}^{n} f(x_i)=n\ln\theta-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i$ $x_i>0$ $\cdots(4分)$

令 $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=\frac{n}{\theta}-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$

得 $\theta=1/\bar{x}$

从而 $\hat{\theta}=1/\overline{X}$ $\cdots(4分)$

五..（10 分）某工厂生产金属丝，其产品的折断力 X 服从正态分布 X～$N(\mu,\sigma^2)$ μ,σ^2未知，工厂声称其产品的标准差不高于 8（以 kg 计），现抽取 10 根做测试，得数据如下：

$$s^2=75$$

试取$\alpha=0.05$进行检验。 （$\chi_{0.05}{}^2(9)=16.919$ $\chi_{0.05}{}^2(10)=18.307$）

解 $H_0:\sigma\le\sigma_0=8, H_1:\sigma>\sigma_0=8,$ $\cdots(2分)$

$\chi^2=(n-1)S^2/\sigma^2\sim\chi^2(n-1),$

当H_0成立时,$(n-1)S^2/\sigma^2>(n-1)S^2/\sigma_0{}^2$

从而$P\{(n-1)S^2/\sigma_0{}^2>\chi_\alpha{}^2(n-1)\}\le P\{(n-1)S^2/\sigma^2>\chi_\alpha{}^2(n-1)\}=\alpha$

得H_0的拒绝域：$\chi^2=9S^2/8^2>16.919$ $\cdots(6分)$

代入$s^2=75$得$\chi^2=9s^2/8^2=10.5<16.919$。不能拒绝$H_0$，故接受工厂的声明。

$\cdots(2分)$