班级：

姓名：

学号：

试题共6页　加白纸 2 张

密　封　线

广东海洋大学 2016—2017 学年第二学期

《概率论与数理统计》课程试题答案

课程号：19221302　　√考试　□A 卷　√闭卷

　　　　　　　　　　□考查　√ B 卷　□开卷

题　　号	一	二	三	四	五	六			总分	阅卷教师
各题分数	30	10	16	16	10	18			100	
实得分数										

一、 填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 设 A，B，C 为三事件，用 A，B，C 的运算关系表示“A，B，C 中不多于一个发生” $\underline{\ \bar{A}\bar{B}C\cup\bar{A}B\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}\bar{C}\ }$

2. 盒子中装有 9 个乒乓球，其中 7 个是正品，2 个为次品，不放回地先后取两次，每次取一个，则第二次才取到次品的概率为___7/36___

3. 在区间 $[0,1]$ 上随机地取两个数，则“取到的两数之差的绝对值小于 0.3”的概率为___0.51___

4. 已知 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.5$，$P(A\cup B)=0.9$，则 $P(B-A)=$___0.2___

5. 设 $X\sim P(\lambda)$，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $P\{X=0\}=$___e^{-2}___

6. 设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(6-x-y), & 0<x<2,\ 2<y<4\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，则 $P(X<1,Y<3)=$___3/8___

7. 设 X 的分布律为 $\begin{array}{c|cccc} X & -1 & 0 & 1 & 3\\ \hline P & 1/6 & 1/6 & 1/3 & 1/3\end{array}$，则 $E\left(X^2\right)=$___3.5___

8. 如果总体 $X\sim N(0,\ 1)$，又假设 X_1，X_2，X_3 为来自总体 X 的样本，则统计量 $X_1^2+X_2^2+X_3^2\sim$___$\chi^2(3)$___

9. 设X_1, X_2是从正态总体$X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$中抽取的样本。对于以下总体均值μ的估计量$\hat{\mu}_1=\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2$，$\hat{\mu}_2=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$，$\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$

则最有效的估计量是$\underline{\quad \widehat{\mu_3} \quad}$

10. 某大学数学测验，抽得 20 个学生的分数平均值$\bar{x}=72$，样本方差$s^2=16$．若分数服从$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$\sigma^2$的置信水平为98%置信区间为$\underline{\ (8.40,\ 39.83)}$

$\left(\text{已知}\quad \chi^2_{0.01}(19)=36.191, \chi^2_{0.99}(19)=7.633\right)$

二. 某商店收进甲厂生产的产品 30 箱，乙厂生产的同种产品 20 箱，甲厂的废品率为 0.06，乙厂的废品率为 0.05。现任取一箱，再从中任取一个，

(1)求“取到的是废品”的概率；(5 分)

(2)经检验发现取到的产品为废品,求该产品是甲厂生产的概率. (5 分)

解： 设“来自甲厂”为事件A_1,“来自乙厂”为事件A_2,

“取到的是废品”为事件B，----------------(1 分)

（1）由全概率公式

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)\text{----------------(3 分)}$$

$$=\frac{30}{50}\cdot 0.06+\frac{20}{50}\cdot 0.05=0.056\text{----------------(5 分)}$$

（2）$P(A_1|B)=\frac{P(A_1B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}$-----------(3 分)

$$=\frac{0.036}{0.056}=\frac{9}{14}\text{-------------(5 分)}$$

三．设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c(2x-x^2), & 0\le x<2 \\ 0, & 其它 \end{cases}$ ，求

(1) 未知常数 c；(4 分)　　(2) 分布函数 $F(x)$； (8 分)

(3) $E(6X-1)$。(4 分)

解 （1）由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$ 得 $\int_0^2 c\left(2x-x^2\right)dx=1$---------(3 分)

所以 $c=\dfrac{3}{4}$-------------------------(4 分)

（2）由 $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

当 $x<0$ 时 $f(x)=0$，所以 $F(x)=0$；-------------------------(2 分)

当 $0\le x<2$ 时 $F(x)=\int_0^x \dfrac{3}{4}\left(2t-t^2\right)dt=\dfrac{x^2\left(3-x\right)}{4}$；

当 $x\ge 2$ 时 $F(x)=\int_0^2 \dfrac{3}{4}\left(2t-t^2\right)dt=1$------------------------(7 分)

所以 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ x^2(3-x)/4 & 0\le x<2 \\ 1 & x\ge 2 \end{cases}$----------------------(8 分)

（3）由于 $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^2 x\cdot\dfrac{3}{4}\left(2x-x^2\right)dx=1$-------------(2 分)

所以 $E(6X-1)=6E(X)-1=5$----------------(4 分)

四. 袋中有 5 个号码 1，2，3，4，5，从中任取 3 个，记这 3 个号码中最小的号码为 X，最大的号码为 Y。求

(1) X 和 Y 的联合分布律；(7 分)　　(2) 判断 X 和 Y 的独立性；(5 分)

(3) $P(X=1|Y=4)$　(4 分)

解 （1）X 的所有可能的取值为 1, 2, 3， Y 的所有可能的取值为 3, 4, 5，

$\{(X,Y)=(2,3),(3,3),(3,4)\}=\varnothing$, 其概率为 0--------------(2 分)

$P\{(X,Y)=(1,3)\}=\dfrac{1}{C_5^2}=\dfrac{1}{10}$， $P\{(X,Y)=(1,4)\}=\dfrac{C_2^1}{C_5^2}=\dfrac{2}{10}$

$P\{(X,Y)=(2,4)\}=\dfrac{1}{C_5^2}=\dfrac{1}{10}$ -------------(5 分)

同理可得， X与Y 的联合分布律为

X \ Y	3	4	5
1	1/10	2/10	3/10
2	0	1/10	2/10
3	0	0	1/10

-----------(7 分)

(2) X与Y 的边缘分布律分别为

X	1	2	3
P	6/10	3/10	1/10

Y	3	4	5
P	1/10	3/10	6/10

--------------(3 分)

$P\{(X,Y)=(1,3)\}=1/10$

$P\{X=1\}P\{Y=3\}=\dfrac{6}{100}\neq P\{(X,Y)=(1,3)\}$

所以 X与Y 不相互独立。--------------(5 分)

(3) $P\{X=1\,|\,Y=4\}=\dfrac{P\{X=1,Y=4\}}{P\{Y=4\}}=\dfrac{2/10}{3/10}=\dfrac{2}{3}$ --------------(4 分)

五.某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以随

机变量 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数。利用中心极限定理，求被盗索赔户不少于 16 户且不多于 32 户的概率。（$\Phi(1)=0.8413, \Phi(3)=0.9987$）(10 分)

解 设事件 A 为“被盗索赔户”，$P(A)=20\%=0.2$

知 $X \sim b(100,0.2)$

$E(X)=100\times 0.2=20$，$D(X)=100\times 0.2\times(1-0.2)=16$--------(4 分)

由中心极限定理

$\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}=\dfrac{X-20}{4}$ 近似服从 $N(0,1)$ ---------------(6 分)

所以 $P(16<X<32)=P\left(\dfrac{16-20}{4}<\dfrac{X-20}{4}<\dfrac{32-20}{4}\right)$

$\approx\Phi(3)-\Phi(-1)=\Phi(3)+\Phi(1)-1=0.84$---------------(10 分)

六. 已知总体 X 的分布律为

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

，其中 $\theta\,(0<\theta<1)$ 是未知参数。已知取得了样本值 $x_1=1, x_2=2, x_3=1$，求未知参数 θ 的

(1) 矩估计值；（8 分） (2) 最大似然估计值.（10 分）

解 （1）总体一阶矩

$$\mu_1=E(X)=1\cdot\theta^2+2\cdot 2\theta(1-\theta)+3\cdot(1-\theta)^2=3-2\theta$$

$\overline{x}=\dfrac{1}{3}(x_1+x_2+x_3)=\dfrac{4}{3}$ ---------------(4 分)

令 $\overline{x}=E(X)$，得 θ 的矩估计值 $\hat{\theta}=\dfrac{3-\overline{x}}{2}=\dfrac{5}{6}$---------------(8 分)

（2）由于似然函数

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{3} p(x_i,\theta)=P\{X_1=1\}P\{X_2=2\}P\{X_3=1\}$$

$=2\theta^5(1-\theta)$ ---------------(5 分)

求导数 $\dfrac{dL(\theta)}{d\theta}=10\theta^4-12\theta^5$ ---------------(7 分)

令 $\dfrac{dL(\theta)}{d\theta}=0$ 解得

θ 的最大似然估计值为 $\hat{\theta}=\dfrac{5}{6}$ ---------------(10 分)