BBS "String Theory and M-Theory" 第 1 章の和訳

@k74226197Y126

2023 年 10 月

概要

もともとはゼミ用の資料だったものです．内容で消化不良を起こしたため, 和訳のみにしています．

Srednicki "Quantum Field Theory" 第 19 節の和訳

第 18 節で我々は, 一般に, Lagrangian の全ての係数の質量次元が正か 0 のときにくりこみ可能なことがわかった．この節では, 例の 1 つとして 6 次元になる φ^3 理論を用いて, g を伴う φ^3 理論の任意の高次での散乱振幅の有限値がどのように得られていくかみていこう．

まず, 2 本の外線を含む全ての 1PI 図を足しあわせることから入り, 自己エネルギー $\Pi(k^2)$ がえられ, 次に, 3 本の外線を含む全ての 1PI 図を足しあわせると, 3 点頂点関数 $\mathbf{V}(k_1, k_2, k_3)$ がえられるのであった．g の次数に応じて, 条件たち $\Pi(-m^2) = 0$, $\Pi'(-m^2) = 0$, $\mathbf{V}(0, 0, 0) = g$ にあうように Lagrangian の係数たち Z_φ と Z_m, Z_g の値を合わせなければいけない．

次に, $4 \leq n \leq E$ なる n 点頂点関数 $\mathbf{V}(k_1, \ldots, k_n)$ を構成しよう．ここで, E は求める過程における外線の本数である．我々は骨格展開を用いて計算していく．これは, 寄与している全ての 1PI 図を描くものの, propagator や 3 点頂点の補正を含むような図を省くということを意味する．これはつまり, 1 つの tree level な propagator(2 本の外線の部分) か tree level な頂点 (3 本の外線の部分) より複雑な 2, 3 本の外線の部分を含むどの 1PI 図を省くということである．これにより, tree level な propagator$\widetilde{\Delta}(k^2) = (k^2 + m^2)^{-1}$ や頂点 g によりむしろ, exact propagator$\widetilde{\mathbf{\Delta}}(k^2) = (k^2 + m^2 - \Pi(k^2))^{-1}$ や頂点関数 $\mathbf{V}_3(k_1, k_2, k_3)$ によってこれらの図にある propagator や頂点をとっていくことになる．それで, $4 \leq n \leq E$ に対する $\mathbf{V}_n$ をえるためにこれらの骨格図を足しあわせていく．g の次数に応じて, この方法は寄与している通常の 1PI 図の組を足しあわせることで $\mathbf{V}_n$ を求めていくのと同等となる．

次に, 3 点頂点だけでなく $n = 3, 4, \ldots, E$ なる n 点頂点を含む (E 本の外線のある) 求める過程に寄与する全ての tree level の図を描いていく．そして, 内線に対する exact propagator$\widetilde{\mathbf{\Delta}}(k^2)$ と exact な 1PI 頂点関数 $\mathbf{V}_n$ を用いてこれらの図たちを見積もる．ここで, その exact な 1PI 頂点関数 $\mathbf{V}_n$ の 1 つの因子に外線たちが割り当てられる．その散乱振幅を求めるために tree level な図を足しあわせていく．ここで, loop 補正はすでに全て $\widetilde{\mathbf{\Delta}}(k^2)$ や $\mathbf{V}_n$ によってされてきている．g の次数に応じて, この方法は寄与している通常の図の組を足しあわせることで散乱振幅を求めていくのと同等となる．

したがって, 任意の高次での任意の散乱振幅をどのように計算するか今わかった. この方法はどの場の量子論でも同様である. その場のスピンによることではじめて, propagator や頂点の形が変わる.

最後にする tree level な図は量子作用 (あるいは有効作用や量子有効作用とも)$\Gamma(\varphi)$ の Feynman 図として考えられることができる. その量子作用 $\Gamma(\varphi)$ と源 $iW(J)$ を伴うつながった図の和との間に単純で興味深い関係がある. 我々はそれを第 21 節でみていく.