

要望 or 質問 4/11

@k74226197Y126

2024 年 4 月

概要

もとは物理学の TA で B3 から「テンソルやトポロジーをガチりたい。」という要望を受けて作成したものです。ぶっちゃけ重いです。

- (相対論で使う) テンソル

テンソルについては、相対性理論の計算をこなす程度であれば、おそらく一般相対性理論も記載されている相対性理論の書籍に大体のことが書かれていることが多いかもしれません。例えば、月曜 2 限の相対性理論のシラバスに記載されている

1. 杉山直. "相対性理論". 講談社. 2010.
2. 小林努. "相対性理論". 日本評論社. 2017.

などが挙げられるかとおもいます。どの本がおすすめかについては、おそらく、相対性理論を熟知している先生 (横山先生か助教の小笠原先生) に訊くのがいいかもしれません。数学から入るのであれば、テンソルは線形代数学の範疇に入りますので、例えば、

3. 佐武一郎. "線型代数学". 裳華房. 1958.
4. 池田岳. "テンソル代数と表現論". 東京大学出版会. 2022.

に詳しく記載されています。一般相対性理論で出てくるものは、ベクトル空間のうち接ベクトル空間、もしくは、これの双対空間である余接ベクトル空間というもので考えていくことになります。そちらに関しては、多様体と書かれている本、例えば、

5. 松本幸夫. "多様体の基礎". 東京大学出版会. 1988.
6. Loring W. Tu. "トウー多様体". 裳華房. 2019.
7. 松島与三. "多様体入門". 裳華房. 1965.

が有名です。ただ、7. は難しめな模様です。

- トポロジー

トポロジーにつきましては、指している分野が結構色々あり大きく分けて、数学科の学部程度であれば、位相空間論、位相多様体や位相群、ホモロジー (単体ホモロジーや特異ホモロジー、CW 複体のホモロジー、de Rham コホモロジーなど)、基本群と被覆空間などがあります。勉強する順番としては、まず、商集合も含め集合論と線形代数学をかためてから、群論と位相空間論に入り、その後、位相多様体や位相群、基本群と被覆空間に進んでいくことが標準的な気がしま

す。ホモロジーに関しては、(本当は環論, 加群, ホモロジー代数を経てから入ると見通しはいいのですが,) 群論と行列の基本変形をおさえていれば、後は雰囲気とノリで計算できるので、いきなり進むこともできなくはありません。物理学では、物性系統ならバンド構造のトポロジカル絶縁体やトポロジカル超伝導体、素粒子系統なら QFT のファインマン図の計算や QFT の Chern-Simons 摂動論, Jones-Witten 不変量, 弦の分類やミラー対称性などで使う場面があるかとおもいます。ただ、これらの内容は難しめのほうの内容になり、物理学科でこれらをおさえている人はそこまで多くはなく、結局、数学科のやる内容と同じような感じになるかもしれません。上記の通り、量が多く勉強に時間がかかりがちで学部で物理学と勉強量、勉強時間の配分の調整が難しいところもあるかとおもいます。物理学科の場合、腰を据えて勉強するとなると、大学院で物理学専攻を考えている場合は院試のあとで卒業研究として、もしくは、ゼミとしてやるか、大学院で数学専攻を考えている場合は、数学科だと B2 から始めていることが多いので、B3 からなら物理学の勉強を少し削って数学科の方と一緒にやることになりやすい気がします。

書籍に関しては、色々な本が出ていたりインターネットで講義資料の PDF が落ちていたり数学科の幾何入門 2 や幾何学 2, 3 のシラバスに記載されていたりしますので、図書館や数学科/物理学科資料室, A612 室, インターネットで目を通して目次を通じてどういう構成なのか、定義や定理の構成がどれくらいフォーマルなのか、例はどれくらい載っているのか、動機付けはどうされているのか、どれくらい演習問題があるのか、自己完結性はどうなのかと比較するといいかもかもしれません。位相空間論で有名なものなら、

8. 松坂和夫. "集合・位相入門". 岩波書店. 1968.

9. 内田伏一. "集合と位相". 裳華房. 1986.

群論で有名なものなら、

10. 雪江明彦. "代数学 1 群論入門". 日本評論社. 2010.

11. 松坂和夫. "代数系入門". 岩波書店. 1976.

12. 小野寺嘉孝. "物性物理/物性化学のための群論入門". 裳華房. 1996.

13. 佐藤光. "群と物理". 丸善出版. 2016.

が挙げられます。12. や 13. はトポロジーをやっていくのに適しているといわれると微妙ですが、物理学でどう使われるのか知るのにいいかもしれないとおもい、挙げてみました。トポロジーであれば、数学専攻の先生によれば、特にこれといった有名なものはないようですが、ホモロジーと基本群まではおさえておきたいようなので、

14. 村上信吾. "幾何概論". 裳華房. 1984.

15. 加藤十吉. "位相幾何学". 岩波書店. 1988.

16. 河田敬義. "位相幾何学". 岩波書店. 1965.

17. 服部晶夫. "位相幾何学". 岩波書店. 1991.

18. 田村一郎. "トポロジー". 岩波書店. 1972.

のあたりが挙げられるかとおもいます。ただ、16. や 17. は色々載っているものの難しめな気がします。14. は基本群と被覆空間や曲面に詳しく 15. はホモロジーや基本群と被覆空間に詳しく 18. は一貫として単体ホモロジーが述べられています。