

Monetinha

Problematização

A

B

C

Dado uma bolsa de ações (**PETR3**, **VALE3**, **EMBR3**), encontrar a carteira ótima nos quesitos retorno-risco. Observe:

Ações	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira N
PETR3 (a)	32%	41%	100%	...
VALE3 (b)	51%	2%	0%	...
EMBR3 (c)	17%	57%	0%	...
Retorno	14%	10%	4%	...
Risco	6%	8%	1%	...
$\frac{\text{Retorno}}{\text{Risco}}$	2.33	1.25	4	...

Segue o roteiro de cálculo para obtenção da carteira ótima utilizando o modelo base de Markowitz:

Monetinha

O cálculo do retorno e risco se dão na forma que segue:

*Cogito ergo sum do **retorno**:*

$$[retorno]_{1 \times 1} = [a \quad b \quad c]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{C} \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

*Cogito ergo sum do **risco**:*

$$[risco]_{1 \times 1} = [a \quad b \quad c]_{1 \times 3} * \begin{bmatrix} COV_{AA} & COV_{AB} & COV_{AC} \\ COV_{BA} & COV_{BB} & COV_{BC} \\ COV_{CA} & COV_{CB} & COV_{CC} \end{bmatrix}_{3 \times 3} * \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

Legenda:

*a: **Percentual** da ação A na carteira final*

*b: **Percentual** da ação B na carteira final*

*c: **Percentual** da ação C na carteira final*

*\bar{A} : **Média** dos retornos percentuais periódicos da ação A*

*\bar{B} : **Média** dos retornos percentuais periódicos da ação B*

*\bar{C} : **Média** dos retornos percentuais periódicos da ação C*

*COV_{XX} = **Covariância** das variações percentuais periódicas das ações X e X*

*COV_{XY} = **Covariância** das variações percentuais periódicas das ações X e Y*

*Cogito ergo sum da **função objetivo**_{MÁX}:*

$$FO = \frac{\text{retorno}}{\text{risco}}$$

FO depende do retorno e do risco

Monetinha

Para os dados de **cotações** diárias:

cotacoes =

Ticker	EMBR3.SA	PETR3.SA	VALE3.SA
Date			
2023-01-02	14.300000	19.387793	80.482179
2023-01-03	14.570000	19.113680	80.311111
2023-01-04	14.970000	19.432241	80.411111
2023-01-05	14.800000	20.061954	81.832550
2023-01-06	14.550000	19.936012	83.128906
...
2024-05-02	32.720001	42.670025	63.919998
2024-05-03	34.250000	42.009998	63.990002
2024-05-06	34.349998	42.220001	64.180000
2024-05-07	33.660000	43.240002	64.580002
2024-05-08	33.580002	43.700001	63.990002

yfinance

Obtém-se as **variações** diárias:

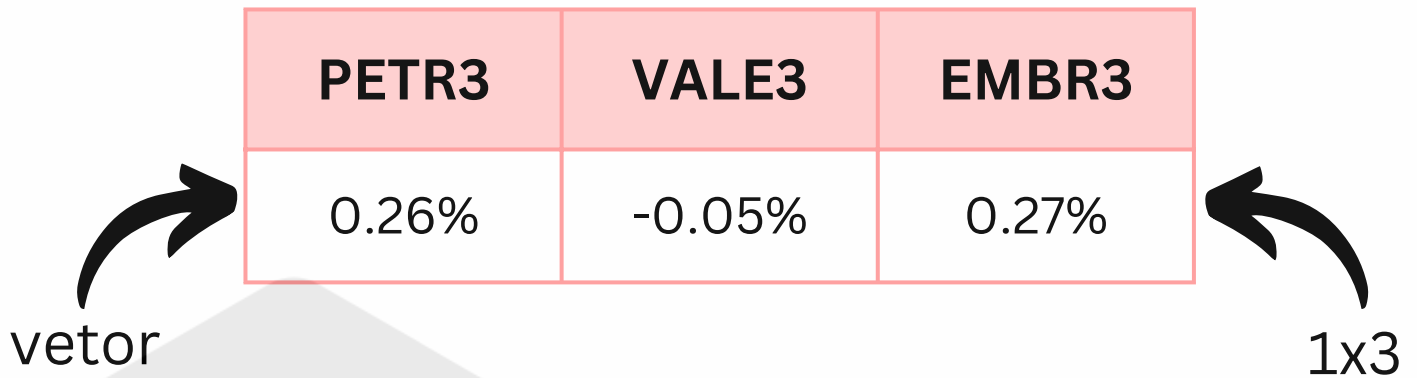
variacoes =

Ticker	EMBR3.SA	PETR3.SA	VALE3.SA
Date			
2023-01-03	0.018881	-0.014138	-0.001790
2023-01-04	0.027454	0.016667	0.001793
2023-01-05	-0.011356	0.032406	0.016777
2023-01-06	-0.016892	-0.006278	-0.001421
2023-01-09	0.017869	0.006689	0.001793
...
2024-05-02	-0.018890	0.003841	0.009954
2024-05-03	0.046760	-0.015468	0.001095
2024-05-06	0.002920	0.004999	0.002969
2024-05-07	-0.020087	0.024159	0.006232
2024-05-08	-0.002377	0.010638	-0.009136

cotacoes.
pct_change()

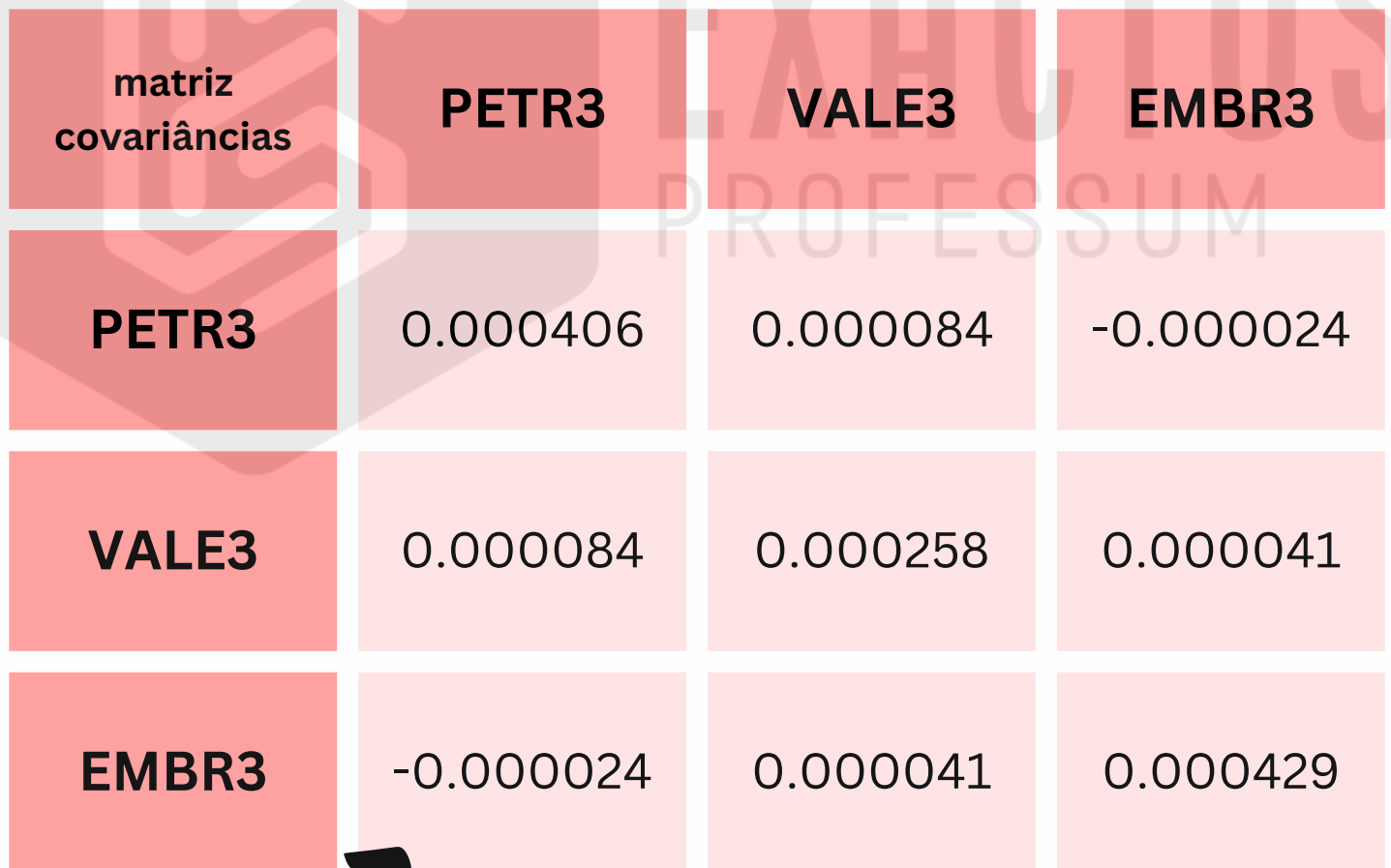
Monetinha

Obtém-se as **médias** das variações diárias:



PETR3	VALE3	EMBR3
0.26%	-0.05%	0.27%

E a matriz de **covariâncias**:



matriz covariâncias	PETR3	VALE3	EMBR3
PETR3	0.000406	0.000084	-0.000024
VALE3	0.000084	0.000258	0.000041
EMBR3	-0.000024	0.000041	0.000429

Monetinha

Para a carteira **um**:

PETR3	VALE3	EMBR3
0%	0%	100%

Retorno **um**:

$$retorno = [0\% \quad 0\% \quad 100\%]_{1 \times 3} * \begin{bmatrix} 0.26\% \\ -0.05\% \\ 0.27\% \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0.27\%$$

Risco **um**:

$$risco = [0\% \quad 0\% \quad 100\%]_{1 \times 3} * \begin{bmatrix} 0.0406\% & 0.0084\% & -0.0024\% \\ 0.084\% & 0.0258\% & 0.0041\% \\ -0.0024\% & 0.0041\% & 0.0429\% \end{bmatrix}_{3 \times 3} * \begin{bmatrix} 0\% \\ 0\% \\ 100\% \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0.0429\%$$

Função objetivo **um**:

$$fo = \frac{0.27\%}{0.0429\%} = 6.44$$

Monetinha

Para a carteira **dois**:

PETR3	VALE3	EMBR3
0%	25%	75%

Retorno **dois**:

$$retorno = [0\% \quad 25\% \quad 75\%]_{1 \times 3} * \begin{bmatrix} 0.26\% \\ -0.05\% \\ 0.27\% \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0.19\%$$

Risco **dois**:

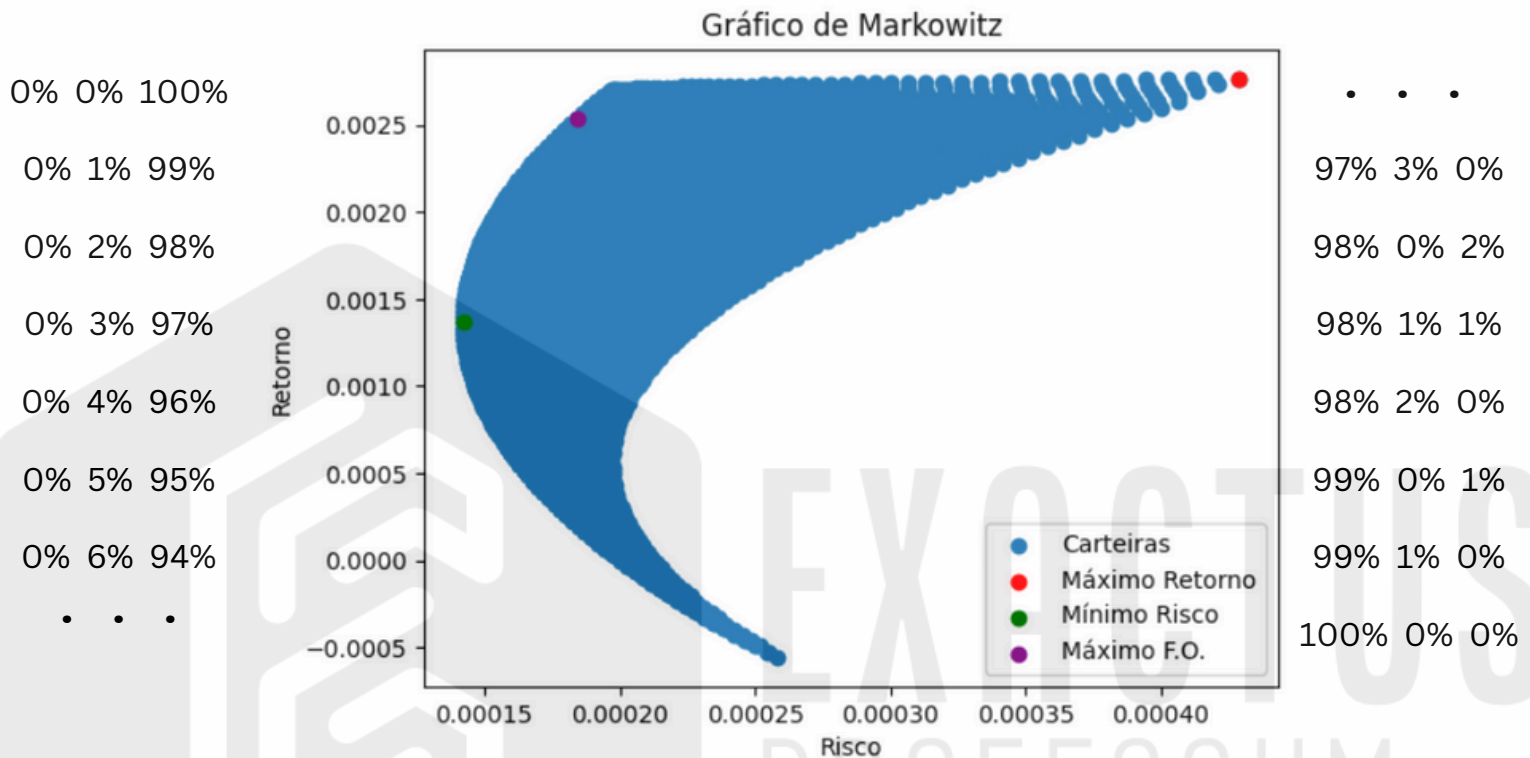
$$risco = [0\% \quad 25\% \quad 75\%]_{1 \times 3} * \begin{bmatrix} 0.0406\% & 0.0084\% & -0.0024\% \\ 0.084\% & 0.0258\% & 0.0041\% \\ -0.0024\% & 0.0041\% & 0.0429\% \end{bmatrix}_{3 \times 3} * \begin{bmatrix} 0\% \\ 25\% \\ 75\% \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0.0272\%$$

Função objetivo **dois**:

$$fo = \frac{0.19\%}{0.0272\%} = 7.08$$

Monetinha

Após a geração de todas as carteiras **possíveis**, com um **passo de 1%**, é possível plotar as carteiras de acordo com seus riscos e retornos. Observe:

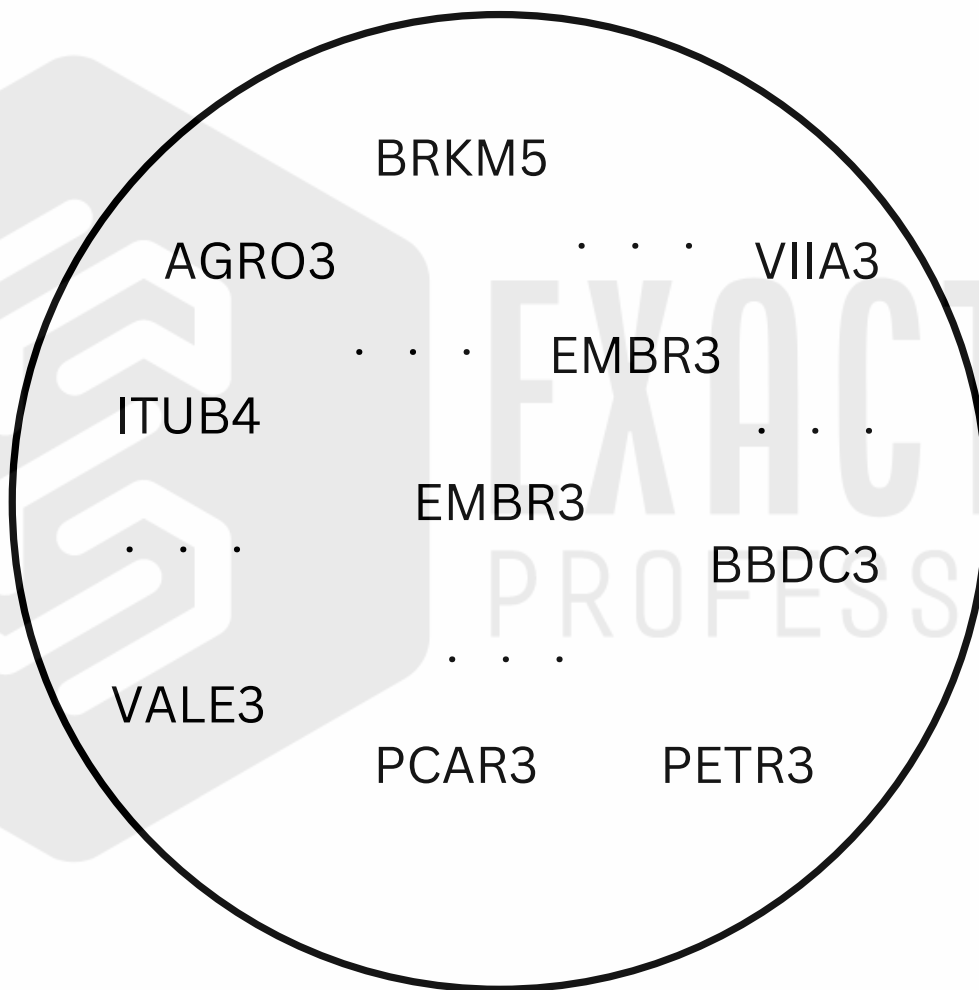


Separa-se as três próximas carteiras:

	PETR3	VALE3	EMBR3
Máx Retorno	0%	0%	100%
Mín Risco	28%	41%	31%
Máx FO	48%	5%	47%

Moneta

Para encontrar uma carteira ótima, tendo **muitas** ações na bolsa (PETR3, VALE3, EMBR3, ...), é necessário uma metodologia **heurística**, para **não** ‘varrer’ toda a **combinatória** e, mesmo assim, encontrar a carteira acossada.



Para **muitas ações**, a combinatória se torna **inviável**, logo uma tratativa **heurística** se torna **necessária**. Porém, para garantir o funcionamento da metodologia, vamos **comparar** os resultados obtidos pela metodologia combinatória e heurística.

Moneta

Para efeitos de **validação**, vamos manter as mesmas três ações anteriores para encontrar a carteira ótima pela metodologia **Algoritmos Genéticos**.

Ações	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira N	Carteira 40
PETR3 (a)	23%	11%	33%	...	10%
VALE3 (b)	71%	58%	21%	...	39%
EMBR3 (c)	6%	31%	46%	...	51%
Retorno	6%	14%	5%	...	12%
Risco	2%	10%	2%	...	6%
<u>Retorno</u> Risco	3.00	1.40	2.50	...	2.00

Gerar **40 carteiras** (cromossomos), aleatoriamente, que serão candidatas a maximizar a relação retorno-risco.

Moneta

Ajustando as nomenclaturas originais para as **nomenclaturas genéticas**:

	Cromossomo 1	Cromossomo 2	Cromossomo 3	Cromossomo N	Cromossomo 40
Gene 1	23%	11%	33%	...	10%
Gene 2	71%	58%	21%	...	39%
Gene 3	6%	31%	46%	...	51%
Retorno	6%	14%	5%	...	12%
Risco	2%	10%	2%	...	6%
Fitness	3.00	1.40	2.50	...	2.00

Genes: Percentual de cada ação no cromossomo

Cromossomos: Cada conjunto de genes (carteira).

Moneta

C r o m o s o m o s

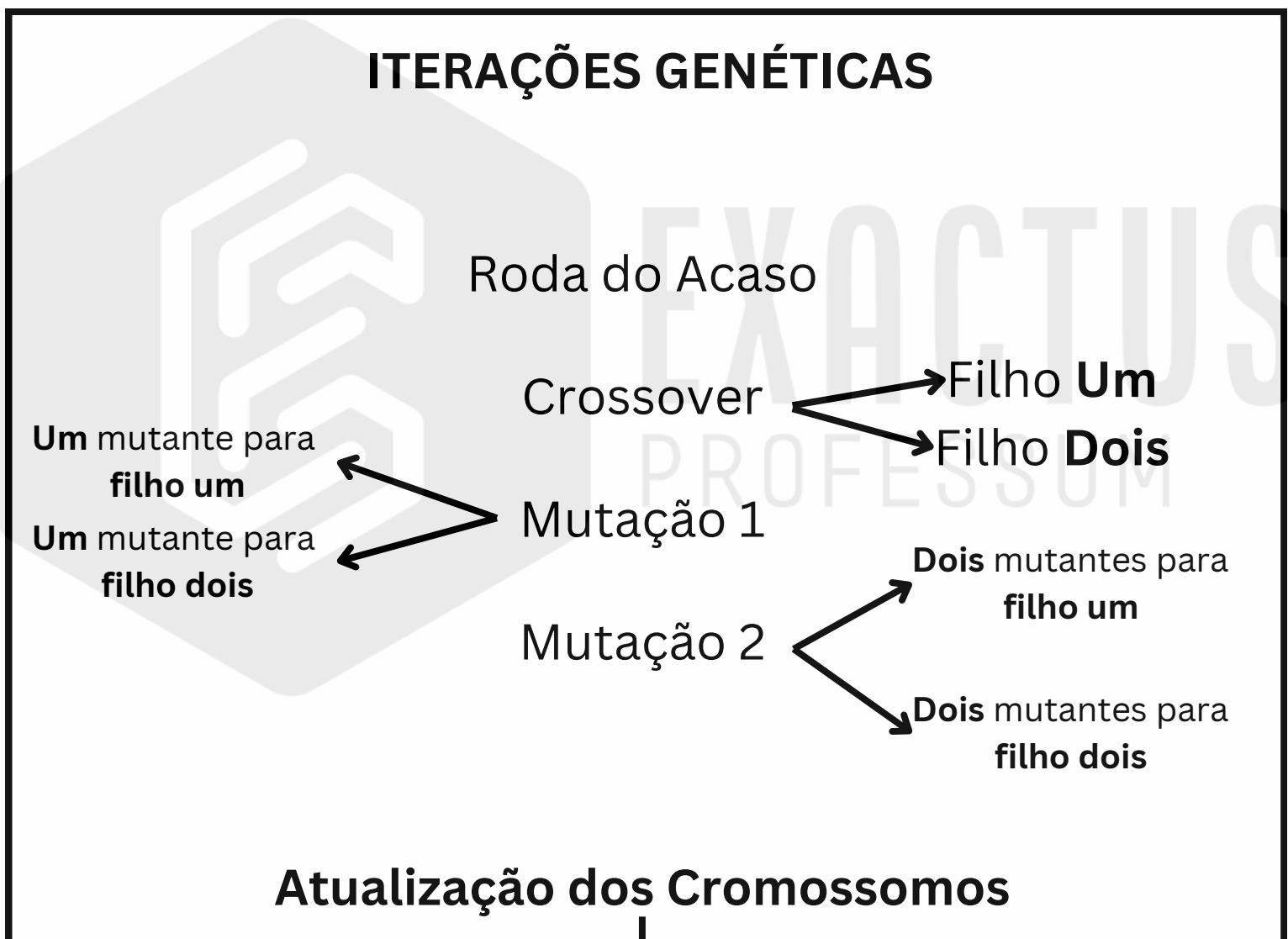
	PETR3.SA	VALE3.SA	EMBR3.SA	Retorno	Risco	Fitness
0	0.142857	0.357143	0.500000	0.001560	0.000168	9.268794
1	0.500000	0.000000	0.500000	0.002698	0.000197	13.717371
2	0.500000	0.285714	0.214286	0.001750	0.000166	10.520353
3	0.307692	0.461538	0.230769	0.001191	0.000146	8.181644
4	0.200000	0.700000	0.100000	0.000414	0.000176	2.356900
5	0.300000	0.600000	0.100000	0.000733	0.000168	4.367690
6	0.153846	0.153846	0.692308	0.002233	0.000229	9.756335
7	0.111111	0.000000	0.888889	0.002750	0.000339	8.106471
8	0.500000	0.055556	0.444444	0.002514	0.000183	13.732808
9	0.285714	0.071429	0.642857	0.002490	0.000210	11.850642
10	0.000000	0.250000	0.750000	0.001934	0.000273	7.089647
11	0.700000	0.000000	0.300000	0.002672	0.000228	11.741621
12	0.500000	0.312500	0.187500	0.001661	0.000169	9.854108
13	0.500000	0.500000	0.000000	0.001038	0.000208	4.981698
14	0.363636	0.636364	0.000000	0.000603	0.000197	3.056282
15	0.000000	0.500000	0.500000	0.001104	0.000192	5.741182
16	0.277778	0.333333	0.388889	0.001621	0.000146	11.106480
17	0.263158	0.368421	0.368421	0.001506	0.000144	10.445071
18	0.333333	0.200000	0.466667	0.002056	0.000160	12.831238
19	0.272727	0.363636	0.363636	0.001521	0.000144	10.571670
20	0.071429	0.571429	0.357143	0.000858	0.000164	5.244289
21	0.000000	0.666667	0.333333	0.000551	0.000181	3.048189
22	0.100000	0.600000	0.300000	0.000759	0.000159	4.770196
23	0.000000	0.666667	0.333333	0.000551	0.000181	3.048189
24	0.250000	0.437500	0.312500	0.001279	0.000143	8.966317
25	0.416667	0.000000	0.583333	0.002709	0.000205	13.233687
26	0.875000	0.125000	0.000000	0.002234	0.000334	6.694179
27	0.545455	0.090909	0.363636	0.002391	0.000181	13.191089
28	0.642857	0.285714	0.071429	0.001731	0.000222	7.807503
29	0.375000	0.250000	0.375000	0.001885	0.000150	12.540418
30	0.363636	0.363636	0.272727	0.001509	0.000145	10.375454
31	0.000000	1.000000	0.000000	-0.000556	0.000258	-2.150990
32	0.000000	0.333333	0.666667	0.001658	0.000238	6.976724
33	0.555556	0.111111	0.333333	0.002322	0.000181	12.847022
34	0.285714	0.357143	0.357143	0.001541	0.000144	10.732641
35	0.307692	0.230769	0.461538	0.001958	0.000157	12.434265
36	0.384615	0.230769	0.384615	0.001947	0.000152	12.777715
37	0.461538	0.384615	0.153846	0.001426	0.000166	8.576826
38	0.500000	0.125000	0.375000	0.002283	0.000171	13.333435
39	0.153846	0.153846	0.692308	0.002233	0.000229	9.756335

G e n e s

Os cromossomos acima (**população inicial**) são obtidos **aleatoriamente** para compor as carteiras iniciais. A somatória dos genes de cada cromossomo deve resultar **1**.

Moneta

Dos 40 cromossomos iniciais, sortear, **aleatoriamente**, 6 cromossomos para compor a coleção de cromossomos selecionados. Os cromossomos selecionados vão passar pelas **iterações genéticas**.

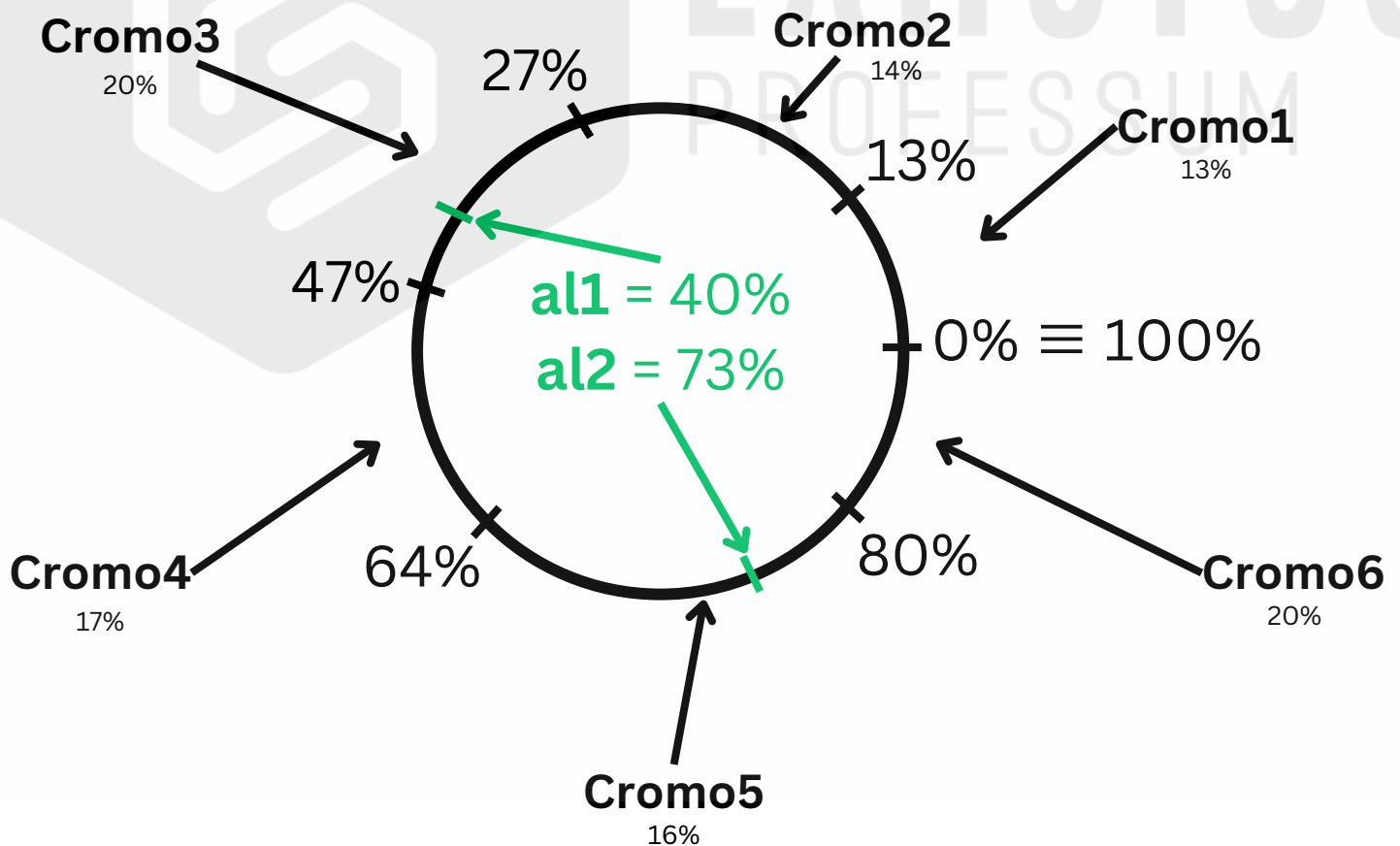


O **melhor** cromossomo dos filhos/mutantes (nova gera o) **substitui** o **pior** cromossomo dos cromossomos selecionados (gera o anterior). assim, os cromossomos finais são os melhores!!!

Moneta

Roda do Acaso

Cromos	Gene 1	Gene 2	Gene 3	Fitness	Percentagem Relativa Fitness	Percentagem Acumulada Fitness
Cromo 1	66%	22%	12%	8.72	13%	13%
Cromo 2	64%	21%	15%	9.37	14%	27%
Cromo 3	43%	0%	57%	13.42	20%	47%
Cromo 4	33%	33%	34%	11.20	17%	64%
Cromo 5	42%	31%	17%	10.96	16%	80%
Cromo 6	53%	7%	40%	13.38	20%	100%



Pai: Cromo 3

Mãe: Cromo 5

Moneta

Crossover

Pai

Cromos 3
42%
31%
27%

Mãe

Cromos 5
66%
22%
12%

Gerar um número **aleatório** no intervalo [0, 1]: **0.12**
filho_um = pai * **0.12** + mãe * (1 - **0.12**)

Cromos 3	Cromos 5	Filho 1
42%	66%	$0.12 \cdot 42\% + 0.88 \cdot 66\%$ 63%
31%	22%	$0.12 \cdot 31\% + 0.88 \cdot 22\%$ 23%
27%	12%	$0.12 \cdot 27\% + 0.88 \cdot 12\%$ 14%

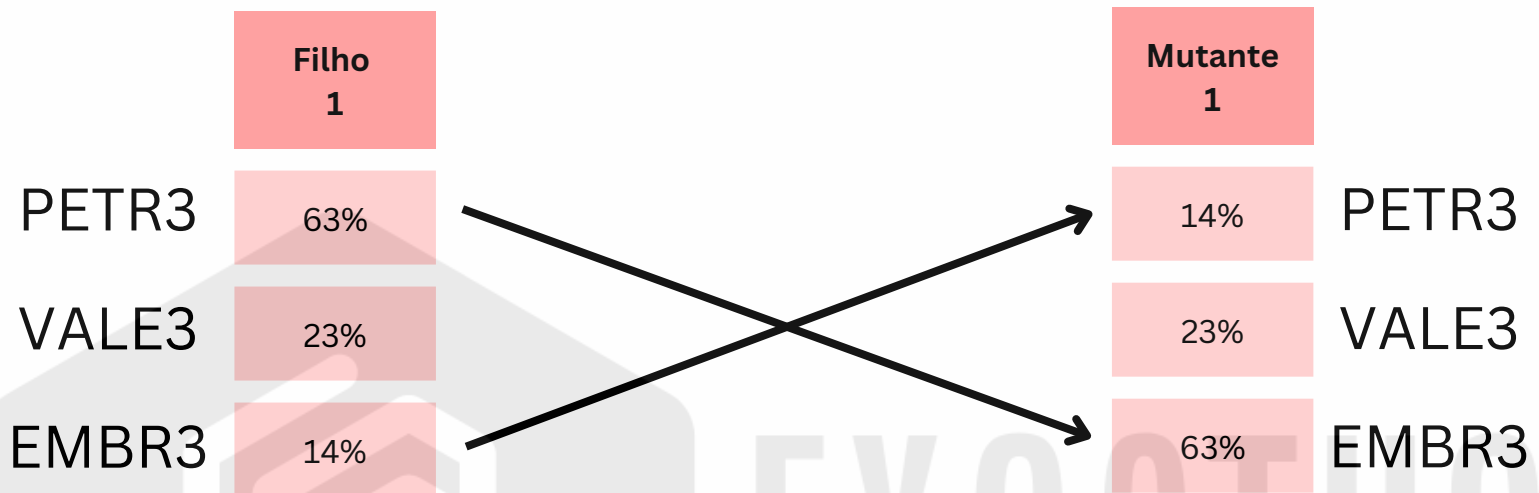
Gerar um número **aleatório** no intervalo [0, 1]: **0.40**
filho_dois = pai * **0.40** + mãe * (1 - **0.40**)

Cromos 3	Cromos 5	Filho 2
42%	66%	$0.40 \cdot 42\% + 0.60 \cdot 66\%$ 56%
31%	22%	$0.40 \cdot 31\% + 0.60 \cdot 22\%$ 26%
27%	12%	$0.40 \cdot 27\% + 0.60 \cdot 12\%$ 18%

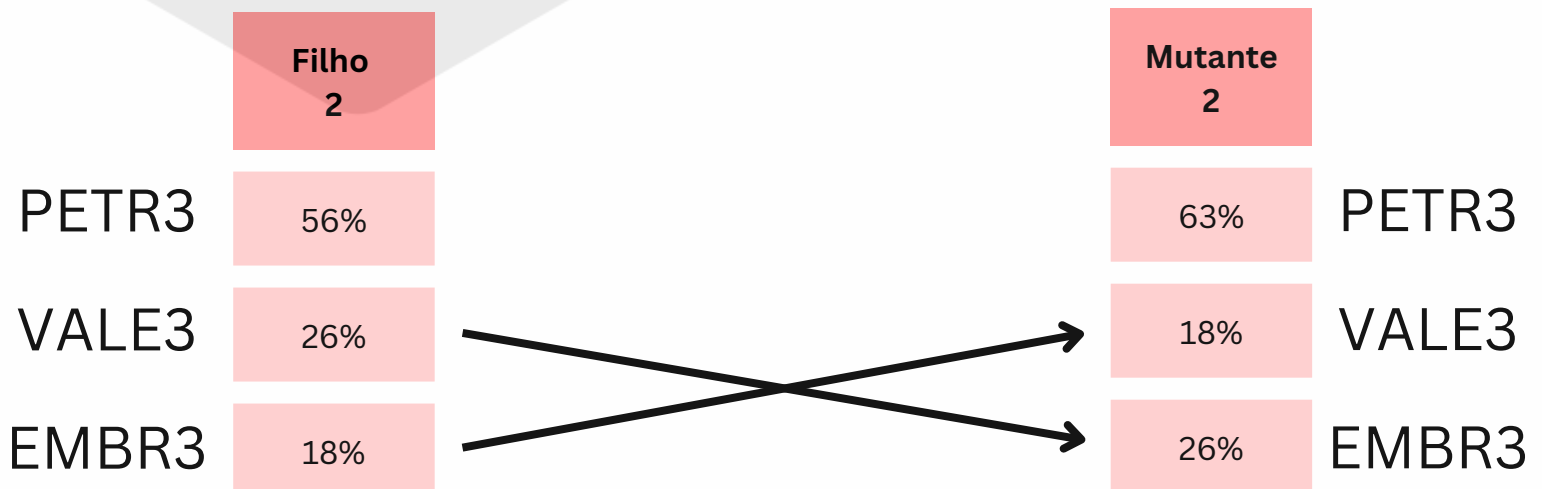
Moneta

Mutação 1

Escolher, aleatoriamente, duas ações (genes) para trocar seus percentuais:



Escolher, aleatoriamente, duas ações (genes) para trocar seus percentuais:



Moneta

Mutação 2

Escolher, aleatoriamente, **duas ações** (genes) para realizar os próximos procedimentos:

Filho 1

PETR3

63%

VALE3

23%

EMBR3

14%

Ações sorteadas: **PETR3** e **VALE3**

Mutante 3

PETR3

86%

VALE3

0%

EMBR3

14%

Mutante 4

0%

PETR3

86%

VALE3

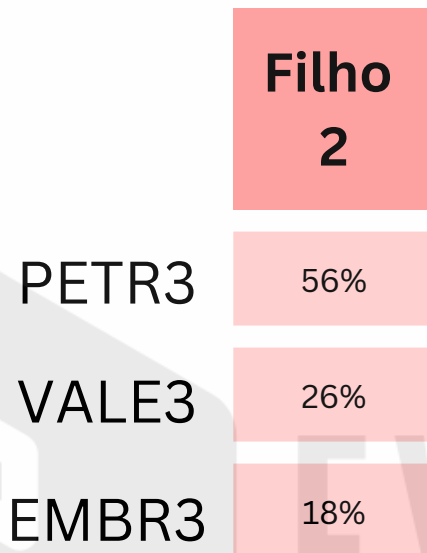
14%

EMBR3

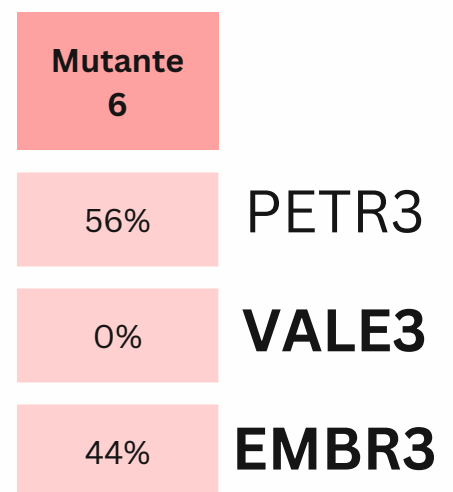
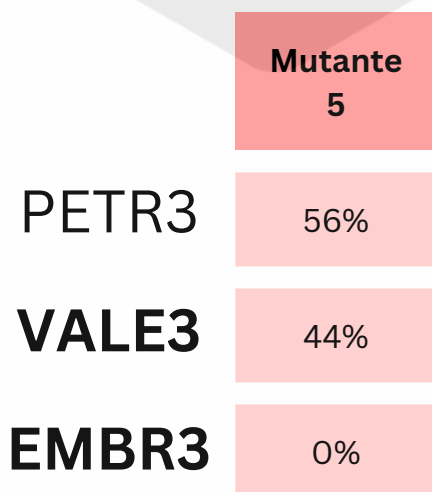
Moneta

Mutação 2

Escolher duas ações (genes) para realizar os próximos procedimentos:



Ações sorteadas: **VALE3** e **EMBR3**



Moneta

Atualização dos Cromossomos

Geração Anterior

Cromos	Gene 1	Gene 2	Gene 3	Fitness
Cromo 1	66%	22%	12%	8.72
Cromo 2	64%	21%	15%	9.37
Cromo 3	43%	0%	57%	13.42
Cromo 4	33%	33%	34%	11.20
Cromo 5	42%	31%	17%	10.96
Cromo 6	53%	7%	40%	13.38

Nova Geração

Cromos	Gene 1	Gene 2	Gene 3	Fitness
Filho 1	64%	23%	13%	9.07
Filho2	57%	26%	17%	9.88
Mutante 1	13%	23%	64%	9.46
Mutante 2	57%	17%	26%	11.72
Mutante 3	87%	0%	13%	8.55
Mutante 4	0%	87%	13%	-0.59
Mutante 5	57%	0%	43%	13.50
Mutante 6	57%	43%	0%	5.66

Moneta

O **melhor** filho da **nova geração**:

Cromos	Gene 1	Gene 2	Gene 3	Fitness
Mutante 5	57%	0%	43%	13.50

Vai substituir o **pior** cromossomo da **geração anterior**:

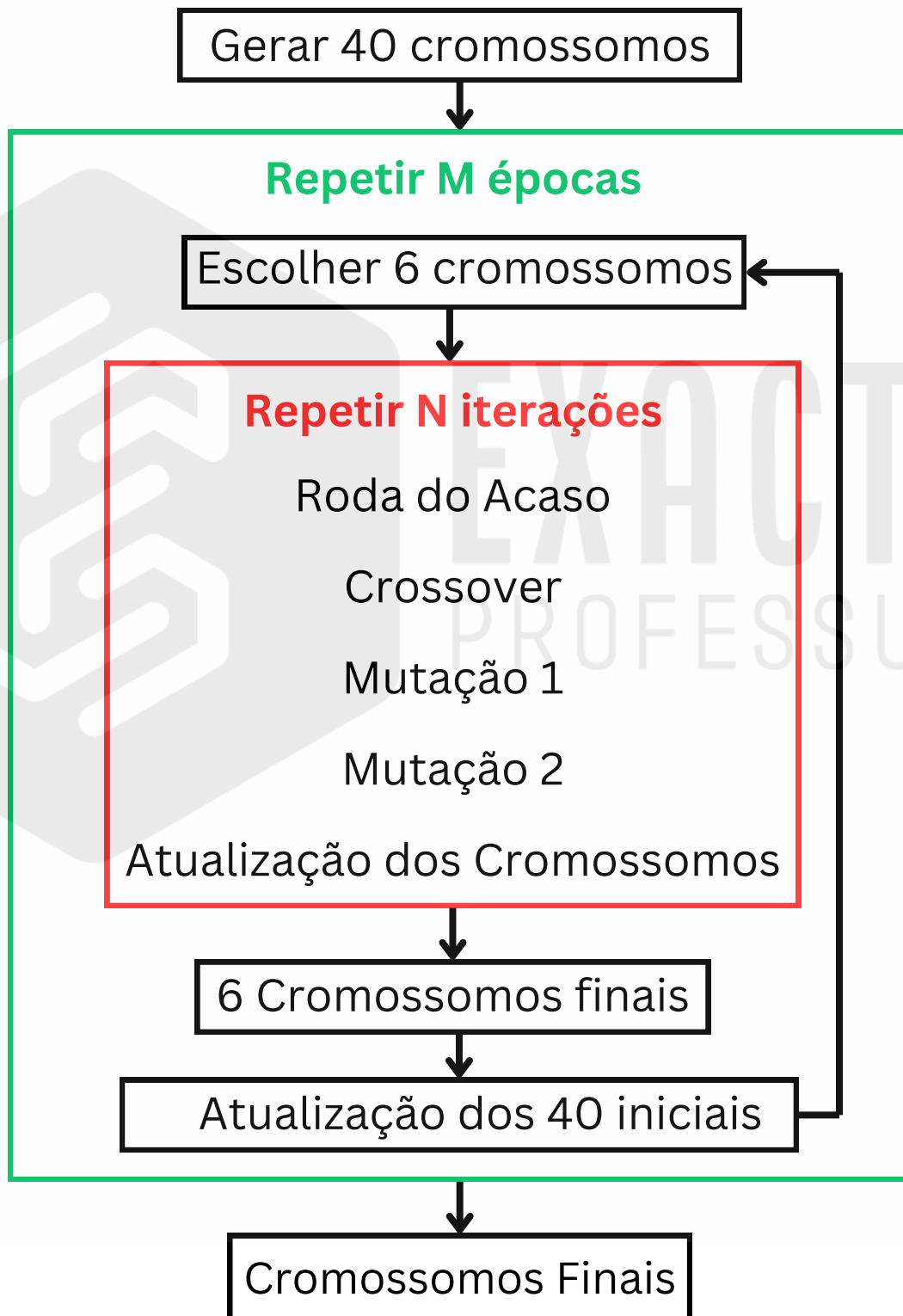
Cromos	Gene 1	Gene 2	Gene 3	Fitness
Cromo 1	66%	22%	12%	8.72

Com isso, a geração anterior vai ser composta com os próximos cromossomos (**segunda iteração**):

Cromos	Gene 1	Gene 2	Gene 3	Fitness
Mutante 5	57%	0%	43%	13.50
Cromo 2	64%	21%	15%	9.37
Cromo 3	43%	0%	57%	13.42
Cromo 4	33%	33%	34%	11.20
Cromo 5	42%	31%	17%	10.96
Cromo 6	53%	7%	40%	13.38

Moneta

Ao final de **N iterações**, os 6 cromossomos finais devem retornar à população inicial de 40 cromossomos. Com isso, a primeira época é encerrada. Realizar os mesmos procedimentos por **M épocas**. Observe:



Fluxograma Simplificado

Moneta

Selecionar página desejada:

Nautilus

Selecionar país:

BR

US

Selecionar período:

Diário

Semanal

Selecionar se quiser rodar o modelo para todas as ações (BR)

Ações Disponíveis:

ABEV3

AGRO3

ALPA3

ALSO3

ALUP11

BAZA3

BBD3

BEE3

BBSE3

BMEB3

BHIA3

BRAP3

B3SA3

BEEF3

BRFS3

BRSR3

BSLI3

BNBR3

BBAS3

ANIM3

BRKM3

CEEB3

CEED3

CIEL3

CMIG3

COCE3

CLSC3

Valor (base) do investimento na carteira (R\$):

1000

Insira o valor mínimo para o percentual (%) aceitável de uma ação na carteira final:

5

Selecionar o número de dias anteriores por ação:

7

200

Selecionar o número de dias de cotação para segurar a carteira:

7

200

Maiores médias:

10

20

Gerar Carteira

Modelo Nautilus

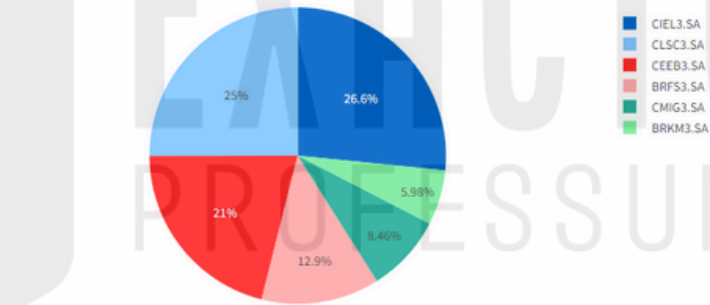
Este modelo ajuda a navegar no mar de ações BR ou US e encontrar as melhores opções para a sua carteira de investimentos.

Solução Obtida

	Ação	Preços (R\$)	Percentual %	Quantidade Ação	Valor Ação (R\$)
1	CMIG3.SA	12.83	8.31	6	83.0771
2	CLSC3.SA	66.5	24.6	4	246.025
3	CIEL3.SA	5.56	26.13	47	261.3229
5	CEEB3.SA	39.51	20.68	5	206.7674
8	BRKM3.SA	19.02	5.88	3	58.8176
9	BRFS3.SA	19.08	12.68	7	126.7845

Data de venda da carteira: 27/09/2024

Carteira Ótima



Valor Total: R\$ 982,79 Retorno a.m.: 4,69% Risco a.m.: 0,14%

⚠ O retorno mencionado acima é baseado em desempenho passado. Retorno passado não garante retorno futuro!!!

Cotações (adj. close) para a geração da carteira (R\$):

Date	COCE3.SA	CMIG3.SA	CLSC3.SA	CIEL3.SA	CEED3.SA	CEEB3.SA	BSLI3.SA	B
2023-11-08 00:00:00	49.064	11.9496	56.0051	3.6287	36.97	34.9543	14.192	
2023-11-09 00:00:00	49.064	12.2731	56.0051	3.5521	36.97	34.7086	14.192	
2023-11-10 00:00:00	49.064	12.2661	56.9543	3.7053	30	35.8423	13.4868	
2023-11-13 00:00:00	49.064	11.6331	56.2898	3.6766	29.99	36.1257	13.2981	
2023-11-14 00:00:00	49.064	11.9566	56.0051	3.7723	29.99	37		
2023-11-15 00:00:00	49.064	11.9144	56.9448	3.6853	30.99	37		

Tela