Guía de Ejercicios
Interrogación 3

Ejercicio 1

Suponga que se encuentra diseñando una bodega de pallets a piso con pasillos de 4.3m de ancho que permiten maniobrar los montacargas. Todos los pallets son de 1.2m x 1m y se ubican con la cara menos ancha hacia el pasillo. Asuma que cada SKU tiene una demanda constante y es reordenado de acuerdo al ciclo de pedido indicado a continuación.

SKU	Cantidad Ordenada (pallets)	Altura apilado (pallets)	Ciclo de pedido (semanas)
A	20	2	4
B	24	3	3
C	12	1	6
D	4	3	2

a) Para cada SKU determine la profundidad óptima para ser guardado.
b) Para todas las SKU, determine una profundidad óptima única.

Solución

a)

$$a = \frac{4.3}{1.2} = 3.58$$

$$Prof_A = \sqrt{\frac{a}{2} * \frac{q_A}{z_A}} = \sqrt{\frac{3.58}{2} * \frac{20}{2}} = 4.23 \qquad Prof_B = \sqrt{\frac{3.58}{2} * \frac{24}{3}} = 3.78$$

$$Prof_C = \sqrt{\frac{3.58}{2} * \frac{12}{1}} = 4.63 \qquad Prof_D = \sqrt{\frac{3.58}{2} * \frac{4}{3}} = 1.54$$

b)

$$Prof_A = \sqrt{\frac{3.58}{2} * \frac{1}{15}\left(3 * \frac{20}{2} + 4 * \frac{24}{3} + 2 * \frac{12}{1} + 6 * \frac{4}{3}\right)} = 3.35 \approx 3$$

Ejercicio 2

Se tiene una zona para guardar pallets de un pallet de profundidad y el pasillo es de un ancho de dos pallets. Asumiendo que la demanda es constante. ¿Qué SKUs entregarían la mejor utilización de espacio en esta zona?

Solución

$$\sqrt{\frac{a}{2} * \frac{q_i}{z_i}} < 1.5 \approx 1 \quad \rightarrow \quad \sqrt{\frac{2}{2} * \frac{q_i}{z_i}} < 1.5 \quad \rightarrow \quad \frac{q_i}{z_i} < 2.25$$

Las SKUs que entregarían la mejor utilización del espacio no deben tener más de 2 columnas.

Ejercicio 3

Se tiene una zona para guardar pallets de tres pallets de profundidad, el pasillo es de un ancho de tres pallets y la altura de apilado es de 4 pallets. Asumiendo que la demanda es constante. ¿Qué SKUs entregarían la mejor utilización de espacio en esta zona?

Solución

$$2.5 < \sqrt{\frac{a}{2} * \frac{q_i}{z_i}} < 3.5 \quad \rightarrow \quad 2.5 < \sqrt{\frac{3}{2} * \frac{q_i}{4}} < 3.5 \quad \rightarrow \quad 16.7 < q_i < 32.7$$

Las SKUs que entregarían la mejor utilización del espacio deben tener entre 17 y 33 pallets.

Ejercicio 4

Considere un área de *picking* rápido, donde se buscan cajas de pallets (todos los *picks* de pallets completos se hacen de la zona de reserva y pueden ser ignorados). Colocar una SKU en la zona de *picking* rápido entrega un ahorro de 1 minuto por pick y la reposición del pallet toma 3 minutos. ¿Cuál de las siguientes SKU tiene el mayor "derecho" de estar en la zona de *pick*ing rápido?

SKU	**Picks**	**Demanda (pallets)**	**# Min (pallets)**
A	600	20	3
B	1000	100	5
C	200	2	2

Solución

$$Beneficio_A = \frac{s * p_i - c_r * d_i}{l_i} = \frac{600 * 1 - 20 * 3}{3} = 180$$

$$Beneficio_B = \frac{1000 * 1 - 100 * 3}{5} = 140$$

$$Beneficio_C = \frac{200 * 1 - 2 * 3}{2} = 97$$

El SKU A debe ser asignado a la zona de *picking* rápido.

Ejercicio 5

Considere un área de picking rápido, donde se buscan cajas de pallets (todos los picks de pallets completos se hacen de la zona de reserva y pueden ser ignorados). Colocar una SKU en la zona de picking rápido entrega un ahorro de 1 minuto por pick y la reposición del pallet toma 3 minutos. Debido a la volatilidad de la demanda, no es posible estimar un valor razonable de la cantidad máxima de pallets que se pueden recibir por SKU. Considere la siguiente información:

SKU	Picks	Demanda (pallets)	Punto Reorden (pallets)
A	800	110	2
B	1000	10	4
C	400	30	1

a) ¿Cuál de las siguientes SKU tiene el mayor "derecho" de estar en la zona de picking rápido?

b) Si la zona de picking rápido tiene una cantidad limitada de 5 ubicaciones y cada SKU de cualquier tipo (A,B o C) ocupa una sola ubicación, ¿cómo distribuiría los SKU en estas ubicaciones?

a) La mínima cantidad del $\mathrm{SKU_i}$ que se puede colocar en el área de *picking* rápido corresponde a $\mathrm{l_i} = \mathrm{PR_i} + 1$. Luego,

$$\mathrm{Beneficio_A} = \frac{\mathrm{s} * \mathrm{p_i} - \mathrm{c_r} * \mathrm{d_i}}{\mathrm{l_i}} = \frac{800 * 1 - 110 * 3}{3} = 156{,}67$$

$$\mathrm{Beneficio_B} = \frac{1000 * 1 - 10 * 3}{5} = 194$$

$$\mathrm{Beneficio_C} = \frac{400 * 1 - 30 * 3}{2} = 155$$

El SKU que genera el mayor ahorro es el B, luego el A y luego el C.

b) Usaría las 5 ubicaciones para colocar el SKU B.

Ejercicio 6

Suponga que dispone de 1000 m^3 de espacio en un área de *picking* rápido, que se surte de un área de reserva. Las siguientes SKU son candidatas a ingresar al área y su actividad es la siguiente:

SKU	picks/mes	unidades/mes	unidades/caja	m^3/caja
A	1000	2000	20	1
B	300	1200	6	3.5
C	250	4000	10	0.5

a) Suponga que ha decidido colocar las 3 SKU en la zona de *picking* rápido. ¿Cuánto espacio se le asigna a cada una? ¿Con que frecuencia deberá reponer cada SKU (*restock)*?
b) Si asigna las SKU con igual espacio. ¿Con que frecuencia deberá reponer cada SKU?
c) Si asigna el espacio con igual tiempo. ¿Con que frecuencia deberá reponer cada SKU?

Solución

a)

$$f_A = \frac{unid/mes}{unid/caja} * \frac{m^3}{caja} = \frac{2000}{20} * 1 = 100\ \frac{m^3}{mes}$$

$$f_B = \frac{1200}{6} * 3.5 = 700\ \frac{m^3}{mes}$$

$$f_C = \frac{4000}{10} * 0.5 = 200\ \frac{m^3}{mes}$$

$$v_A{}^* = \frac{\sqrt{f_A}}{\sum_j \sqrt{f_j}} * V = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}+\sqrt{700}+\sqrt{200}} * 1000 = 197.63\ m^3$$

$$v_B{}^* = \frac{\sqrt{700}}{\sqrt{100}+\sqrt{700}+\sqrt{200}} * 1000 = 522.88\ m^3$$

$$v_C{}^* = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{100}+\sqrt{700}+\sqrt{200}} * 1000 = 277.49\ m^3$$

b)

$$Frec_A = \frac{f_A}{v_A} = \frac{100\,\frac{m^3}{mes}}{197.63\ m^3} = 0.506\,\frac{1}{mes}$$

$$Frec_B = \frac{f_B}{v_B} = \frac{700\,\frac{m^3}{mes}}{522.88\ m^3} = 1.339\,\frac{1}{mes}$$

$$Frec_C = \frac{f_C}{v_C} = \frac{200\,\frac{m^3}{mes}}{277.49\ m^3} = 0.721\,\frac{1}{mes}$$

c)

$$v_A = v_B = v_C = \frac{1000\ m^3}{3} = 333.33\ m^3$$

$$Frec_A = \frac{100\,\frac{m^3}{mes}}{333.33\ m^3} = 0.3\,\frac{1}{mes}$$

$$Frec_B = \frac{700\,\frac{m^3}{mes}}{333.33\ m^3} = 2.1\,\frac{1}{mes}$$

$$Frec_C = \frac{200\,\frac{m^3}{mes}}{333.33\ m^3} = 0.6\,\frac{1}{mes}$$

d)

$$v_A = \tfrac{100}{1000} * 1000\ m^3 = 100\ m^3$$

$$Frec_A = \frac{100\,\frac{m^3}{mes}}{100\ m^3} = 1\,\frac{1}{mes}$$

$$v_B = \tfrac{700}{1000} * 1000\ m^3 = 700\ m^3$$

$$Frec_B = \frac{700\,\frac{m^3}{mes}}{700\ m^3} = 1\,\frac{1}{mes}$$

$$v_C = \tfrac{200}{1000} * 1000\ m^3 = 200\ m^3$$

$$Frec_C = \frac{200\,\frac{m^3}{mes}}{200\ m^3} = 1\,\frac{1}{mes}$$

Ejercicio 7

Se tiene un conjunto I de SKU's con una cantidad p_i de picks por unidad de tiempo y un flujo f_i por unidad de tiempo, que han sido elegidos para ser colocados en la zona de *picking* rápido. Suponga que el costo de reposición de cada SKU es CR_i. ¿Qué fracción de espacio debe asignar a cada SKU?

Solución

$$Min \quad \frac{\sum_i CR_i * f_i}{v_i}$$

$$s.a. \ \sum_i v_i \leq V \quad \forall i \in I$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i \in I$$

$$v_i{}^* = \frac{\sqrt{CR_i * f_i}}{\sum_j \sqrt{CR_j * f_j}}$$

Ejercicio 8

Suponga que los trabajos llegan a una estación a una tasa de 20 por hora y el tiempo promedio de procesamiento es 2.5 minutos.
a) ¿Cuál es el nivel de utilización de la estación?

Solución

El nivel de utilización se calcula como:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

b) Suponga que el tiempo de arribo y de proceso es exponencial. ¿Cuál es el tiempo medio que un trabajo espera en la estación? ¿Cuál es el número promedio de trabajos en la estación? ¿Cuál es la probabilidad de observar más de tres trabajos en la estación?

Solución

El tiempo medio de espera es:

$$W = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{24 \times (1 - {}^5/_6)} = \frac{1}{4} \ [horas]$$

El número promedio de trabajos es:

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{{}^5/_6}{1 - {}^5/_6} = 5 \ [trabajos]$$

La probabilidad de este caso corresponde a:

$$P(L \geq 4) = \rho^4 = 0{,}482$$

c) Suponga ahora que el tiempo de proceso no se comporta exponencialmente, presentando una media de 2.5 minutos y una desviación de 5 minutos. ¿Cuál es el tiempo medio que un trabajo espera en la estación? ¿Cuál es el número promedio de trabajos en la estación? ¿Cuál es el número promedio de trabajos en la cola?

Solución

Se calcula el coeficiente de variación como:

$$c_e = \frac{\sigma}{t_e} = \frac{5}{2,5} = 2$$

El tiempo medio de espera en la cola ahora depende de la variabilidad del sistema, por lo cual se calcula por medio de VUT:

$$FT_q = \left(\frac{c_a^2 + c_e^2}{2}\right) \times \left(\frac{\rho}{1-\rho}\right) \times \left(\frac{1}{\mu}\right)$$

$$FT_q = \left(\frac{1^2 + 2^2}{2}\right) \times \left(\frac{5/6}{1 - 5/6}\right) \times \left(\frac{1}{24}\right) = 31,25\ [minutos]$$

$$FT = FT_q + t_e = 31,25 + 2,5 = 33,75\ [minutos]$$

El número promedio de trabajos en la estación y en la cola es:

$$L = TH \times FT = 20\ \left[\frac{trabajos}{hora}\right] \times 33,75\ [minutos] \times \frac{1\ [horas]}{60[minutos]} = 11,25\ [trabajos]$$

$$L_q = TH \times FT_q = 20\ \left[\frac{trabajos}{hora}\right] \times 31,25\ [minutos] \times \frac{1\ [horas]}{60[minutos]} = 10,42\ [trabajos]$$

Ejercicio 9

Una máquina que produce circuitos tiene un tiempo medio de proceso por unidad de 2 minutos con una desviación estándar de 1.5 minutos por unidad. ¿Cuál es el coeficiente de variación del proceso?

Solución

El coeficiente de variación en este caso se calcula como:

$$c_e = \frac{\sigma_e}{t_e} = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

Si los tiempos de proceso de las unidades son independientes, ¿cuál sería la varianza de un trabajo compuesto por 60 circuitos? ¿Cuál sería su coeficiente de variación?

Solución

La varianza para los 60 circuitos corresponde a:

$$Var(T) = n\sigma^2 = 60 \times 1,5^2 = 135$$

El coeficiente de variación es:

$$c_e = \frac{\sigma}{t_e\sqrt{n}} = \frac{1,5}{2 \times \sqrt{60}} = 0,0968$$

Si la máquina puede fallar y el tiempo entre fallas se distribuye exponencialmente con media de 60 hrs. y un tiempo de reparación que también se distribuye exponencialmente con media de 2 hrs. Además, se tiene un coeficiente de variación para la reparación de 1 ¿Cuál es el tiempo medio y el CV de un trabajo compuesto de 60 circuitos?

Solución

Primero, se debe ordenar toda la información disponible:

$$t_m = 60\ h, \quad t_r = 2\ h, \qquad t_o = 2\ min, \qquad \sigma_o = 1,5\ min, \qquad c_o = 0,75$$

Es importante conocer la disponibilidad, que se calcula de la siguiente forma:

$$A = \frac{t_m}{t_m + t_r} = \frac{60}{62} = 0,968$$

Entonces, el tiempo medio corresponde a:

$$t_e = \frac{t_m + t_r}{A} = \frac{60 + 2}{0,968} = 64,07\ [minutos]$$

Y el coeficiente de variación del trabajo para los 60 trabajos, es:

$$c_e^2 = c_o^2 + (1 + c_r^2)A(1 - A)\frac{m_r}{t_o}$$

$$c_e^2 = 0,0968^2 + (1 + 1^2) \times 0,0968 \times (1 - 0,0968)\frac{2}{2} = 0,0713$$

$$c_e = 0,2671$$

Ejercicio 10

Suponga la misma máquina del ejercicio anterior, que tiene un tiempo medio de proceso por circuito de 2 minutos con una desviación estándar de 1.5 minutos por unidad. Se ha estimado que el *batch* óptimo de "trabajo" que la máquina realiza es de 60 circuitos. Para cambiar de un tipo de circuito a otro se debe realizar un *setup* que dura aproximadamente 2 hrs y una desviación estándar de 0,5 hrs. Para simplificar el proceso productivo, se ha dispuesto que se realicen *setups* cada 60 hrs. de proceso. Con esta información, determine el tiempo medio efectivo de proceso de cada "trabajo" y su CV.

Solución

Primero, se debe calcular el tiempo medio efectivo de proceso de cada trabajo. Esto implica que el número de *setups* que se realizaran corresponde a 1 solamente. Por lo tanto, se tiene:

$$t_e = t_o + \frac{t_s}{N_s} = 2 + \frac{120}{1} = 122\ [minutos]$$

Luego, se debe calcular la desviación estándar que posee el realizar un *setup*. Esto sería:

$$\sigma_e^2 = \sigma_o^2 + \frac{\sigma_s^2}{N_s} + \frac{N_s - 1}{N_s^2} t_s^2$$

$$\sigma_e^2 = 1{,}5^2 + \frac{30^2}{1} + \frac{1-1}{1^2} 120 = 902{,}25$$

Por lo tanto, para obtener el coeficiente de variación:

$$c_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{t_e^2} = \frac{902{,}25}{122^2} = 0{,}0606$$

$$c_e = 0{,}2462$$

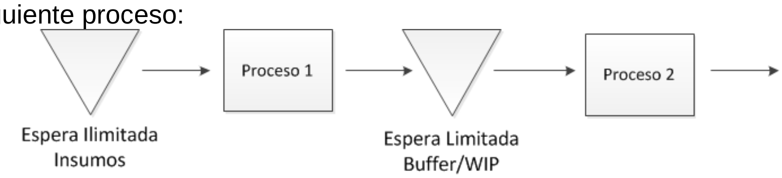
¿Cómo se comparan estos valores con los obtenidos en la pregunta anterior?

Solución

Como se puede ver en ambas, la diferencia entre los casos es baja (mismo orden de magnitud).

Ejercicio 11

Considere el siguiente proceso:



Si el proceso 1 tiene un tiempo de proceso de 21 minutos por trabajo y el proceso 2 procesa 3 productos por hora. Ambos tienen in coeficiente de variación cuadrático de 1, para cada unidad producida, con distribución exponencial. La capacidad máxima del buffer es ilimitada. No hay restricciones de insumos ni de bodegaje de productos terminados.

a) Con esta información determine: ¿Cuál es el throughput en la cola? ¿Cuál es el throughput del proceso completo? ¿Cuántas unidades se encuentran en proceso WIP? ¿Cuál es el tiempo de ciclo total (no incluyendo el tiempo en insumos)? ¿Cuál es el WIPP?

Solución

El proceso corresponde a un M/M/1. La utilización del proceso corresponde a:

$$\rho = \frac{1/21}{1/20} = 0{,}9524$$

Luego, el WIP y throughput son:

$$WIP = 20\ [trabajos], \quad TH = \frac{1}{21} = 0{,}0476\ \left[\frac{trabajos}{minutos}\right]$$

Por lo tanto, el FT o CT es igual a:

$$FT = \frac{WIP}{TH} = \frac{20}{0{,}0476} = 420{,}16\ [minutos]$$

El TH de la cola es:

$$WIPP = 20 - 1 = 19\ [trabajos]$$

Y como es un proceso en serie, se tiene que el TH de la cola es igual a:

$$TH_{cola} = 0{,}0476\ \left[\frac{trabajos}{minutos}\right]$$

b) La empresa está muy preocupada por los inventarios, ya que corresponden a una parte importante de los costos del producto. Para ello está pensando limitar el producto en proceso o en cola a solo 4 unidades. Si el costo de mantener una unidad en proceso (WIP) es de $7.000 dólares al año y el margen de cada unidad es de $100 dólares. Si el proceso trabaja 8 hrs. al día, 5 días a la semana por 50 semanas. ¿Es conveniente realizar el cambio? Justifique su respuesta.

<u>Solución</u>

Ahora el proceso es M/M/1/b con:

$$b = 4 + 2 = 6$$
$$L = 2{,}805$$
$$TH = 0{,}04177\ [\frac{trabajos}{minutos}]$$

Al restringir o bloquear la cola se reduce el throughput de 2,805 trabajos por hora a 2,51 trabajos por hora. Esto tiene un impacto de reducir los ingresos anuales:

$$I = (2.857 - 2.51) \times 100 \times 8 \times 5 \times 50 = \$69.400$$

Se reducen la cola promedio de 19.04 trabajos a 2.805 trabajos por lo que el beneficio anual en:

$$WIPP = (19{,}04 - 2{,}805) \times 7.000 = 113.645$$

Dado que la disminución en el costo de inventario es mayor a la disminución del TH, aplico la medida.

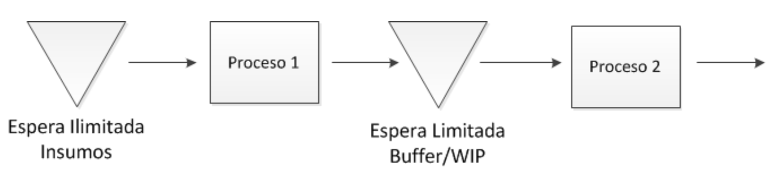
c) Para la situación inicial (no hay límite en la espera) usted se percata que el proceso no sigue una distribución de procesos exponencial, sino que más bien una distribución general. ¿Cómo cambian los indicadores del proceso? ¿Es mejor o peor que el proceso tenga distribución general?

<u>Solución</u>

Para este caso utilizamos la ecuación de Kingman $c_a = c_e = 1$.Por lo que es igual a un M/M/1 y por lo tanto no hay diferencia, los indicadores no cambian en nada.

<u>Ejercicio 12</u>

Considere el siguiente proceso:



Si el proceso 1 tiene un tiempo de proceso de 15 minutos por trabajo y el proceso 2 de 20 minutos por trabajo. Ambos tienen in coeficiente de variación cuadrático de 1, para cada unidad producida, con distribución exponencial. La capacidad máxima del buffer es de 10 unidades. No hay restricciones de insumos ni de bodegaje de productos terminados.

a) Con esta información determine: ¿Cuál es el throughput en la cola? ¿Cuál es el throughput del proceso completo? ¿Cuántas unidades se encuentran en proceso WIP? ¿Cuál es el tiempo de ciclo total (No incluyendo el tiempo en insumos)? ¿Cuál es el WIPP?

Solución

El proceso corresponde a un M/M/1/b.
La utilización del proceso corresponde a:

$$\rho = \frac{1/15}{1/20} = \frac{4}{3}$$

Luego, el TH y WIPP son:

$$TH = \frac{1}{15} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{12}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{12+1}} \right) = 0{,}0495 \left[\frac{trabajos}{minutos}\right]$$

$$WIPP = \frac{4}{3} \times \frac{\left((1+12) \times (4/3)^{(12+1)}\right)}{(1-(4/3)^{(12+1)}} = 9{,}316\ [trabajos]$$

Por lo tanto, el FT o CT es igual a:

$$FT = \frac{WIPP}{TH} = \frac{9{,}316}{0{,}0495} = 187{,}851\ [minutos]$$

Y el WIP:

$$WIP = 9{,}316 + 1 = 10{,}316\ [trabajos]$$

b) ¿Qué pasa si la espera entre el proceso 1 y 2 se reduce a 1 unidad?

Solución

Como se tiene que ahora b=1:

El TH y WIPP son:

$$TH = \frac{1}{15} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{3}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{3+1}} \right) = 0{,}0423 \left[\frac{trabajos}{minutos}\right]$$

$$WIPP = \frac{4}{3} \times \frac{\left((1+3) \times (4/3)^{(3+1)}\right)}{(1-(4/3)^{(3+1)}} = 1{,}851\ [trabajos]$$

Por lo tanto, el FT o CT es igual a:

$$FT = \frac{WIPP}{TH} + t_e = \frac{2{,}851}{0{,}0423} + 20 = 63{,}784\ [minutos]$$

Y el WIP:

$$WIP = 0{,}0423 \times 63{,}784 = 3{,}697 [trabajos]$$

c) ¿Qué sucede si el tiempo de proceso de la maquina 2 es de 10 minutos por unidad?

<u>Solución</u>

El TH y WIPP son:

$$TH = \frac{1}{15} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{12}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{12+1}} \right) = 0{,}09974 \left[\frac{trabajos}{minutos}\right]$$

$$WIPP = \frac{2}{3} \times \frac{\left((1+12) \times (2/3)^{(12+1)}\right)}{(1-(2/3)^{(12+1)})} = 1{,}933\ [trabajos]$$

Por lo tanto, el FT o CT es igual a:

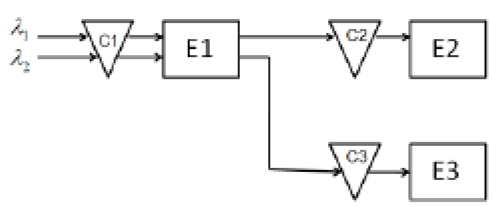
$$FT = \frac{WIPP}{TH} t_e = \frac{9{,}316}{0{,}0495} + 10 = 29{,}379\ [minutos]$$

Y el WIP es:

$$WIP = 9{,}316 + 1 = 3{,}930\ [trabajos]$$

<u>Ejercicio 13</u>

Considere el sistema productivo que se muestra en la figura:



En este sistema se procesan órdenes para dos productos: P1 y P2. Ambos siguen rutas diferentes en la red. P1 usa la estación E1 y después continúa a E2, y P2 usa la estación E1 y después continúa a E3. Cada estación tiene un buffer con capacidad C_i; $i = 1,2,3$ (el triángulo invertido antes de cada estación). Cada estación tiene una capacidad de producción expresada en una tasa máxima posible de $\mu_i, i = 1,2,3$ órdenes por hora. Al sistema llegan para proceso órdenes del producto P1 a una tasa de λ_1 órdenes por hora y para el producto 2 a una tasa λ_2 órdenes por hora. Cada uno de los tiempos entre llegada de cada tipo de orden tiene una variabilidad expresada por un coeficiente de variación $s_i, i = 1,2$ y el tiempo de procesamiento en cada estación también posee una variabilidad expresada por un coeficiente de variación $e_i, i = 1,2,3$.
Un problema muy relevante en un sistema productivo es poder estimar cuanto será el lead-time para la entrega de una orden; es decir, el tiempo desde que una orden llega al sistema hasta que es terminada. Este es, básicamente, el tiempo de cumplimiento que se promete al cliente. En este problema desarrollaremos ese concepto.

a) Asumiendo que las capacidades de los buffers son suficientemente grandes como para nunca llenarse y producir bloqueos (es decir, el supuesto de "capacidad infinita"), calcule un estimador del lead-time promedio para cada uno de los tipos de productos. (Puede dejar términos intermedios expresados, pero sea claro en lo que escribe y explique los supuestos que haga).

Solución

Haremos uso de la fórmula de Kingman para estimar el tiempo medio de espera en cola en cada una de las estaciones. Esto requiere calcular el coeficiente de variabilidad a la salida de E1 y para eso usaremos la fórmula de propagación de variabilidad. Primero notemos que los coeficientes de congestión en cada estación son:

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1}, \qquad \rho_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2}, \qquad \rho_3 = \frac{\lambda_2}{\mu_3}$$

Lo anterior supone que las tasas son tales que $\rho_1 < 1, i = 1,2,3$. Denotemos por L_i el tiempo medio de espera en el sistema de la estación i. Primero debemos ver cuál es la variabilidad de la llegada a E1. Los dos tipos de órdenes tiene tiempos de llegada con variabilidad s_1 y s_2, la variabilidad combinada es igual a:

$$\bar{s} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} s_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} s_2$$

Tenemos, entonces:

$$L_1 = \left(\frac{\bar{s}^2 + e_1^2}{2}\right) \times \left(\frac{\rho_1}{1 - \rho_1}\right) \times \left(\frac{1}{\mu_1}\right) + \left(\frac{1}{\mu_1}\right)$$

El coeficiente de variación de la salida podemos estimarlo como:

$$(\bar{s})^2 = {\rho_1}^2(e_2^2) + (1 - {\rho_1}^2)(\bar{s})^2$$

Y este se preserva igual tanto hacia la estación E2 como hacia E3. Con esto tenemos que:

$$L_2 = \left(\frac{\bar{s}^2 + e_2^2}{2}\right) \times \left(\frac{\rho_2}{1 - \rho_2}\right) \times \left(\frac{1}{\mu_2}\right) + \left(\frac{1}{\mu_2}\right)$$

$$L_3 = \left(\frac{\bar{s}^2 + e_3^2}{2}\right) \times \left(\frac{\rho_3}{1 - \rho_3}\right) \times \left(\frac{1}{\mu_3}\right) + \left(\frac{1}{\mu_3}\right)$$

Luego, el lead-time medio para las órdenes tipo 1 es $L_1 + L_2$ y el de las órdenes tipo 2 es el $L_1 + L_3$.

b) En la pregunta anterior, usted calculó solo un estimador del tiempo medio de flujo, pero en la realidad uno estará interesado en un estimado para el momento en que llega una orden y según las condiciones del sistema productivo en ese momento particular. Suponga que llega una orden para el 5 producto P2 y en este momento hay f_1 órdenes de P1 y f_2 órdenes de P2 en espera en la estación E1, g órdenes de P1 en espera en la estación E2 y h órdenes de P2 en espera en la estación E3. Explique cómo calcular un estimador para el tiempo de entrega de la orden recién llegada. (Use, si quiere, lo que ya ha calculado y otras cosas adicionales y supuestos que considere adecuados, pero explique todo con claridad).

Solución

En las condiciones dadas, podrá estimarse el tiempo medio exactamente como el indicado en la parte a). Sin embargo hay en parte un error en esto y es que esas son cantidades promedios.

Si se sabe que hay ciertas cantidades en cola, esa información es útil. En particular, si hay f_1 órdenes de P1 y f_2 de P2, esas tardaran, en promedio $(f_1 + f_2) \times (\frac{1}{\mu_1})$ en ser procesadas y en total la nueva orden requerirá en promedio $(f_1 + f_2 + 1) \times (\frac{1}{\mu_1})$ en ser liberada a la siguiente etapa (suponemos que hay una orden en proceso en la estación). De este modo, dependiente del tipo de orden, tenemos que los Lead-times promedios serán:

- Si la orden es de P1:

$$(f_1 + f_2 + 1)\left(1/_{\mu_1}\right) + (g + 1)\left(1/_{\mu_2}\right)$$

- Si la orden es de P2:

$$(f_1 + f_2 + 1)\left(1/_{\mu_1}\right) + (h + 1)\left(1/_{\mu_3}\right)$$

<u>Ejercicio 14</u>

Considere la línea de producción que se muestra en la figura, formada por dos estaciones de trabajo conectadas en línea donde los triángulos representan "buffers" o áreas de espera donde se pueden formar colas de órdenes.
A esta línea llegan órdenes a una tasa media de $\lambda = 10$ órdenes por hora, con un coeficiente de variación del tiempo entre llegadas igual a 1,0. La estación E1 tiene un tiempo medio de procesamiento igual 5,5 minutos, con un coeficiente de variación igual a 0,7 mientras que la estación E2 tiene un tiempo medio de procesamiento igual 5,8 minutos, con un coeficiente de variación igual a 1,0. Suponga inicialmente que la capacidad de los buffer es suficientemente grande como para no afectar jamás la formación de colas en los buffers de las estaciones.

a) Estime, usando las relaciones de la Física de la Fábrica, cuanto podrá ser el tiempo medio de flujo de una orden por todo el sistema. Estime también el largo medio de las colas en cada estación.

<u>Solución</u>

Para hacer esto vamos a recurrir a la relación que estima el tiempo medio de espera en cola para un sistema general G/G/1:

$$FT_q \approx \left(\frac{c_a^2 + c_e^2}{2}\right) \times \left(\frac{\rho}{1-\rho}\right) \times \left(\frac{1}{\mu}\right)$$

Donde c_a es el coeficiente de variación del tiempo entre llegadas y c_e es el coeficiente de variación del tiempo de servicio (o proceso). Además, se cumple la ecuación:

$$FT_q = VUT$$

En este sistema hay dos colas, así que habrá que calcular esto dos veces, con distintos. Además, la variación de entrada a la estación 2 es la de salida de la estación 1, la cual puede estimarse mediante la relación:

$$(c_s)^2 \approx \rho^2 (c_e)^2 + (1 - \rho^2)(c_a)^2$$

Tenemos entonces, para la estación 1, que el tiempo medio entre llegadas es de 6 minutos, luego $\rho_1 = \frac{5,5}{6,0} = 0,91$. Del enunciado, $c_a = 1$, $c_e = 0,7$. Se tiene, entonces:

$$FT_{q1} \approx \left(\frac{1^2 + 0{,}7^2}{2}\right) \times \left(\frac{0{,}91}{1 - 0{,}91}\right) \times (5{,}5) = 41{,}3\ [min]$$

El número medio de órdenes en la cola se puede estimar usando la Formula de Little como:

$$L_1 = \frac{1}{6} = 6{,}9\ [unidades]$$

Por otro lado, la variación de la salida de 1 se estima como:

$$(c_s)^2 \approx 0{,}91^2(0{,}7)^2 + (1 - 0{,}91^2)(1)^2 = 0{,}58$$

Para la estación 2, tenemos que el tiempo medio entre llegadas sigue siendo es de 6 minutos, luego $\rho_2 = \frac{5{,}8}{6{,}0} = 0{,}97$. Del desarrollo anterior, $c_a = c_e = 1$. Se tiene, entonces:

$$FT_{q2} \approx \left(\frac{0{,}58^2 + 1^2}{2}\right) \times \left(\frac{0{,}97}{1 - 0{,}97}\right) \times (5{,}8) = 148{,}1\ [min]$$

El número medio de órdenes en la cola se puede estimar usando la Formula de Little como:

$$L_2 = \frac{1}{6} = 24{,}7\ [unidades]$$

El tiempo de flujo total es, entonces, $L_1 + L_2 + 5{,}5 + 5{,}8 = 200{,}7$ [min]

b) Llamemos L1 y L2 los largos de colas estimados por usted en i). Suponga que ahora el buffer de la estación 2 se ajusta de tamaño a una cantidad igual a L2 (el buffer de la 1 permanece tal como antes), redondeado al entero superior (por ejemplo, si L2 = 15; 4, ponemos capacidad igual a 16). Explique qué cambio se producirá en el performance del sistema, específicamente en el tiempo medio de espera en colas y en el throughput efectivo del sistema (órdenes efectivamente atendidas). Indique los cambios de los valores y por qué solamente.

<u>Solución</u>

Lo que va a ocurrir es que si se pone el valor medio de la cola como capacidad (25 unidades, en este caso), el buffer se llenara frecuentemente. Esto significa, sin embargo, que el tiempo medio de espera en la estación 2 disminuirá. Sin embargo, la llenada del buffer provocará el bloqueo de la estación 1 con cierta frecuencia. Esto se traduce en que el tiempo *efectivo* de proceso de la estación 1 aumenta, luego el tiempo de espera en la estación 1 aumentará significativamente, así como el largo de la cola. Sin embargo, como se dice que el buffer es "suficientemente grande", todas las órdenes que lleguen serán aceptadas, lo que se traduce en que el throughput del sistema no disminuirá aunque puede haber un deterior general en el tiempo de flujo total.

<u>Ejercicio 15</u>

Un consultorio de salud primaria atiende pacientes que llegan a una tasa media igual a 10 pacientes por hora. La distribución de probabilidad del tiempo entre llegadas no es conocida pero se ha estimado que su desviación estándar es igual a 5 minutos. Los pacientes son atendidos por un equipo de médicos, después de ser fichados por una enfermera. La enfermera tarda 2 minutos en fichar a los pacientes, siendo ese tiempo muy exacto. Un médico tarda, en promedio, 15 minutos en atender un paciente y ese tiempo de atención tiene una variación de un 70%. Además tiene una tasa de llegada de pacientes de 15 pacientes por hora y una tasa de atención de 5 pacientes por hora. A la administración del consultorio le interesa determinar el número de médicos que debe tener de modo que el tiempo medio estimado de espera de los pacientes para ver algún médico (después de ser fichados) no supere 30 minutos.

a) Utilice las relaciones de la física de la fábrica para escribir una expresión que permita estimar cuantos médicos se necesitan para cumplir con el requerimiento de la administración del consultorio. Sea claro y justifique sus argumentos. (Indicación: si bien este es un sistema con "servidores en paralelo", puede simplificar la situación a un solo servidor con una tasa de atención equivalente adecuada según el número de médicos, y variabilidad también adecuada a esa situación).

Solución

Sea λ la tasa de llegada de pacientes y μ la tasa de servicio de un médico. Notemos que solo es relevante el tiempo después del fichaje, por la forma en que está redactada la pregunta. Podemos considerar un sistema "equivalente" con n médicos y que da una tasa de atención igual a λn. El coeficiente de variación para un médico es 0,7, lo que da un σ = 10,5 minutos. Si tenemos n médicos, la desviación estándar del tiempo de atención del conjunto equivalente es σ/√n (piense en cómo se sacara el promedio de los tiempos). Luego el coeficiente de variación del tiempo de atención del conjunto de n médicos es $0{,}7\sqrt{n}$.

Por otro lado, el sistema equivalente tiene un coeficiente de ocupación igual a:

$$\rho_c = \frac{\lambda}{n\mu} = \frac{2{,}5}{n}$$

El coeficiente de variación de la llegada es c_a = 0,83. Con esto podemos usar la formula VUT para estimar el tiempo medio de espera en cola en función del número de médicos:

$$W(n) \approx \left(\frac{{c_a}^2 + {c_e}^2}{2}\right)\left(\frac{\rho_c}{1-\rho_c}\right)\left(\frac{1}{\mu_c}\right)$$

Donde el subíndice e indica los parámetros para el modelo equivalente. Esta fórmula se reduce a:

$$W(n) \approx \left(\frac{0{,}83^2 + n(0{,}7)^2}{2}\right)\left(\frac{2{,}5}{n-2{,}5}\right)\left(\frac{15}{n}\right)$$

Y basta determinar n tal que;

$$W(n) \leq 30$$

b) ¿Cuántos pacientes, en promedio, están esperando? ¿Es correcto usar este número para definir el número de silla a tener en la sala de espera? Explique.

Solución

Sea n el número determinado en a), y sea W(n) el tiempo medio de espera estimado por la relación VUT. El número medio de pacientes esperando será igual (según la Formula de Little) a:

$$L(n) = \lambda W(n)$$

Usar ese número de sillas no es correcto ya que corresponde solo a un promedio y no se está tomando en cuenta la variabilidad, que puede ser mucha especialmente si hay un alto nivel de ocupación. Esto significa que una gran cantidad de personas podrían quedar de pie, no muy presentable si se trata de un consultorio de salud.

Ejercicio 16

Se tiene una fábrica de pintado pelotas de pool, el cual está compuesto por dos procesos. El primero corresponde pintar la pelota completa y la segunda a pintar el número en ella (el secado de la pintura se realiza en las máquinas). Para el primer proceso se tienen dos máquinas en paralelo, mientras que para el segundo sólo se tiene una máquina. Por otra parte, se tiene un buffer finito antes entre los procesos que tiene una capacidad de 12, (10 en el buffer y 1 en cada máquina). La primera parte toma un tiempo de 4 minutos por unidad, mientras que la segunda máquina tarda un tiempo de trabajo de 1 minutos en todo lo que debe hacer. Además, se tiene que el proceso es exponencial ($c_{e1} = c_{e2} = 1$). Se le pide calcular en este ejercicio el throughput, el tiempo de proceso y el tiempo de ciclo de toda la línea.

Solución

Primero se debe calcular la utilización de la segunda máquina, ya que las primeras máquinas se encuentran en trabajo constante y la llegada de la segunda depende de las primeras máquinas:

$$\rho = \frac{2 \times {}^{1}/_{4}}{{}^{1}/_{1}} = 0{,}5$$

Se puede calcular los indicadores de la máquina de segundo proceso usando las fórmulas de M/M/1:

$$WIP = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0{,}5}{1-0{,}5} = 1\ [trabajo]$$

$$TH = r_a = \frac{1}{1}[minutos] = 1[\frac{trabajo}{minutos}]$$

$$FT = \frac{WIP}{TH} = 1\ [minuto]$$

Como se tiene un buffer finito, se puede calcular el TH y el WIPP usando M/M1/b:

$$TH = \frac{1-\rho^{b}}{1-\rho^{b+1}} r_a$$

$$TH = \frac{1-0{,}5^{12}}{1-0{,}5^{13}}\left(\frac{1}{1}\right)$$

$$TH = 0{,}999$$

$$WIPP = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(b+1)\rho^{b+1}}{1-\rho^{b+1}}$$

$$WIPP = 1 - \frac{(13)0{,}5^{13}}{1-0{,}5^{13}} = 0{,}9984$$

El tiempo de ciclo en todo el proceso corresponde a:

$$CT = \frac{WIPP}{TH} + t_{e1} = \frac{0{,}9984}{0{,}9998} + \frac{4}{2} = 2{,}9986\ [minutos]$$

Por lo tanto, el tiempo de proceso en toda la línea corresponde a:

$$WIP = FT \times TH = 2{,}9986[minutos] \times 0{,}999 \left[\frac{trabajos}{minutos}\right] = 2{,}9956\ [trabajos]$$