#### Алгоритмы и структуры данных Лабораторная работа по кратчайшим путям и остовным деревьям, 2017 год

## Задача А. Кратчайший путь в невзвешенном графе

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды

Дан неориентированный невзвешенный граф. Найдите кратчайшее расстояние от первой вершины до всех вершин.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла два числа: n и m ( $2 \le n \le 30000, 1 \le m \le 400000$ ), где n — количество вершин графа, а m — количество ребер.

Следующие m строк содержат описание ребер. Каждое ребро задается стартовой вершиной и конечной вершиной. Вершины нумеруются с единицы.

#### Формат выходных данных

Выведите n чисел — для каждой вершины кратчайшее расстояние до нее.

стандартный ввод	стандартный вывод
2 1	0 1
2 1	

## Задача В. Кратчайший путь

Имя входного файла: **стандартный ввод** Имя выходного файла: **стандартный вывод** 

Ограничение по времени: 2 секунды

Дан ориентированный взвешенный граф. Найдите кратчайшее расстояние от одной заданной вершины до другой.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла три числа: N, S и F ( $1 \le N \le 2000, 1 \le S, F \le N$ ), где N — количество вершин графа, S — начальная вершина, а F — конечная. В следующих N строках по N чисел — матрица смежности графа, где -1 означает отсутствие ребра между вершинами, а любое неотрицательное число — присутствие ребра данного веса. Вес каждого ребра не превышает  $10^9$ . На главной диагонали матрицы всегда нули.

#### Формат выходных данных

Вывести искомое расстояние или -1, если пути между указанными вершинами не существует.

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2	6
0 -1 2	
3 0 -1	
-1 4 0	

# Задача С. Кратчайший путь от каждой вершины до каждой

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды

Задан ориентированный взвешенный связный граф. Найдите матрицу расстояний между его вершинами.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит числа n и m — количество вершин и ребер в графе соответственно ( $1 \le n \le 200,\ 0 \le m \le 10\,000$ ). Следующие m строк содержат по три числа — вершины, которые соединяет соответствующее ребро графа и его вес. Веса ребер неотрицательны и не превышают  $10^4$ .

#### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл n строк по n чисел — для каждой пары вершин выведите расстояние между ними.

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3	0 5 7
1 2 5	10 0 2
2 3 2	8 13 0
3 1 8	

## Задача D. Кратчайший путь

Имя входного файла: **стандартный ввод** Имя выходного файла: **стандартный вывод** 

Ограничение по времени: 2 секунды

Дан неориентированный взвешенный граф. Найдите кратчайшее расстояние от первой вершины до всех вершин.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла два числа: n и m ( $2 \leqslant n \leqslant 30000, 1 \leqslant m \leqslant 400000$ ), где n — количество вершин графа, а m — количество ребер.

Следующие m строк содержат описание ребер. Каждое ребро задается стартовой вершиной, конечной вершиной и весом ребра. Вес каждого ребра — неотрицательное целое число, не превосходящее  $10^4$ .

#### Формат выходных данных

Выведите n чисел — для каждой вершины кратчашее расстояние до нее.

стандартный ввод	стандартный вывод
4 5	0 1 4 5
1 2 1	
1 3 5	
2 4 8	
3 4 1	
2 3 3	

## Задача Е. Кратчайшие пути и прочее

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды

Дан взвешенный ориентированный граф и вершина s в нем. Требуется для каждой вершины u найти длину кратчайшего пути из s в u.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит n, m и s — количество вершин, ребер и номер выделенной вершины соответственно ( $2 \le n \le 2000, 1 \le m \le 5000$ ).

Следующие m строк содержат описание ребер. Каждое ребро задается стартовой вершиной, конечной вершиной и весом ребра. Вес каждого ребра — целое число, не превосходящее  $10^{15}$  по модулю. В графе могут быть кратные ребра и петли.

#### Формат выходных данных

Выведите n строк — для каждой вершины u выведите длину кратчайшего пути из s в u, '\*' если не существует путь из s в u и '-' если не существует кратчайший путь из s в u.

стандартный ввод	стандартный вывод
6 7 1	0
1 2 10	10
2 3 5	-
1 3 100	-
3 5 7	-
5 4 10	*
4 3 -18	
6 1 -1	

## Задача F. Цикл отрицательного веса

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды

Дан ориентированный взвешенный граф. Определить, есть ли в нем цикл отрицательного веса, и если да, то вывести его.

#### Формат входных данных

Во входном файле в первой строке число n ( $1 \le n \le 250$ ) — количество вершин графа. В следующих n строках находится по n чисел — матрица смежности графа. Все веса ребер не превышают по модулю 10000. Если ребра нет, то соответствующее число равно  $10^9$ .

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите YES, если цикл существует или NO в противном случае. При его наличии выведите во второй строке количество вершин в искомом цикле (считая одинаковые первую и последнюю) и в третьей строке — вершины, входящие в этот цикл в порядке обхода.

стандартный ввод	стандартный вывод
2	YES
0 -1	3
-1 0	1 2 1

## Задача G. Остовное дерево

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Даны точки на плоскости, являющиеся вершинами полного графа. Вес ребра равен расстоянию между точками, соответствующими концам этого ребра. Требуется в этом графе найти остовное дерево минимального веса.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит натуральное число n — количество вершин графа ( $1 \le n \le 5000$ ). Каждая из следующих n строк содержит два целых числа  $x_i, y_i$  — координаты i-й вершины ( $-10\,000 \le x_i, y_i \le 10\,000$ ). Никакие две точки не совпадают.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно вещественное число — вес минимального остовного дерева.

стандартный ввод	стандартный вывод
3	2
0 0	
1 0	
0 1	

## Задача Н. Остовное дерево 2

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Требуется найти в связном графе остовное дерево минимального веса.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно. Следующие m строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер i описывается тремя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  и  $w_i$  — номера концов ребра и его вес соответственно ( $1 \le b_i, e_i \le n$ ,  $0 \le w_i \le 100\,000$ ).  $n \le 20\,000, m \le 100\,000$ .

Граф является связным.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число — вес минимального остовного дерева.

стандартный ввод	стандартный вывод
4 4	7
1 2 1	
2 3 2	
3 4 5	
4 1 4	

## Задача І. Плотное остовное дерево

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 4 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Требуется найти в графе остовное дерево, в котором разница между весом максимального и минимального ребра минимальна.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно. Следующие m строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер i описывается тремя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  и  $w_i$  — номера концов ребра и его вес соответственно ( $1 \le b_i$ ,  $e_i \le n$ ,  $0 \le |w_i| \le 10^9$ ).  $n \le 1000$ ,  $m \le 10\,000$ .

#### Формат выходных данных

Если остовное дерево существует, выведите в первой строке выходного файла YES, а во второй строке одно целое число — минимальную разность между весом максимального и минимального ребра в остовном дереве.

В противном случае в единственной строке выведите NO.

стандартный ввод	стандартный вывод
4 5	YES
1 2 1	0
1 3 2	
1 4 1	
3 2 2	
3 4 2	

## Задача Ј. Алгоритм двух китайцев

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 4 секунды

Дан ориентированный взвешенный граф. Покрывающим деревом с корнем в вершине u назовем множество ребер, таких что из вершины u достижима любая другая вершина v, притом единственным образом. Весом дерева назовем сумму весов его ребер.

Требуется определить, существует ли в данном графе покрыващее дерево с корнем в вершине с номером 1. В случае существование требуется определить его минимальный вес.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла два числа: n и m ( $2 \le n \le 1000, 1 \le m \le 10000$ ), где n — количество вершин графа, а m — количество ребер.

Следующие m строк содержат описание ребер. Каждое ребро задается стартовой вершиной, конечной вершиной и весом ребра. Вес каждого ребра — целое число, не превосходящее по модулю  $10^9$ .

#### Формат выходных данных

Если покрывающее дерево существует, выведите в первой строке выходного файла YES, а во второй строке целое число — его минимальный вес. В противном случае в единственной строке выведите NO.

стандартный ввод	стандартный вывод
2 1	NO
2 1 10	
4 5	YES
1 2 2	6
1 3 3	
1 4 3	
2 3 2	
2 4 2	

## Задача К. Алгоритм двух китайцев — 2

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 4 секунды Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Вам дан взвешенный ориентированный граф. Найдите минимальную возможную сумму весов ребер, которых необходимо оставить в графе, чтобы из вершины с номером 1 по этим ребрам можно было добраться до любой другой вершины.

#### Формат входных данных

В первой строке даны два целых числа n и m ( $1 \le n \le 300\,000$ ,  $0 \le m \le 300\,000$ ) — количество вершин и ребер в графе.

В следующих m строках даны ребра графа. Ребро описывается тройкой чисел  $a_i$ ,  $b_i$  и  $w_i$   $(1 \leqslant a_i, b_i \leqslant n; -10^9 \leqslant w_i \leqslant 10^9)$ — номер вершины, из которой исходит ребро, номер вершины, в которую входит ребро, и вес ребра.

#### Формат выходных данных

Если нельзя оставить подмножество ребер так, чтобы из вершины с номером 1 можно было добраться до любой другой, в единственной строке выведите «NO».

Иначе, в первой строке выведите «YES», а во второй строке выведите минимальную возможную сумму весов ребер, которых необходимо оставить.

стандартный ввод	стандартный вывод
2 1	NO
2 1 10	
4 5	YES
1 2 2	6
1 3 3	
1 4 3	
2 3 2	
2 4 2	