Algoritmos
TAREA 3

Compilación

4 de diciembre de 2013

Demuestra que cuando todos los pesos en las aristas de una gráfica son distintos, el árbol generador de peso mínimo es único. Da un ejemplo general donde haya aristas con pesos iguales y que tenga mas de un árbol generador de peso mínimo. Da un ejemplo general de una gráfica donde haya aristas con pesos iguales, y que tenga un único arbol generador de peso mínimo.

Se demostrará por contradicción:

Supongo que tengo dos árboles generadores de peso mínimo T con aristas ordenadas de menor a mayor peso $(e_1, e_2..e_k)$ y T'con aristas ordenadas de menor a mayor peso $(e'_1, e'_2..e'_k)$. El peso de T es igual al peso de T', es decir, w(T)=w(T').

Sea e_p la primera arista tal que w$(e_i) \neq$ w(e'_i).

Sea S=$T' \cup \{e_p\}$. Esto genera un ciclo llamado C'_1, ya que T' es un árbol generador mínimo. Existe $e'_q \in C'_1$ tal que $e'_q \notin T$. w$(e_p) \neq$ w(e'_q)

Suponemos un corte en T', en el cual e_p y e'_q son puentes entre las particiones de T'. Si quitamos el peso de e'_q al de T'y sumamos el peso de e_p, no debe cambiar el peso de T', lo que implica que w(e_p)=w(e'_q), lo cual es una contradicción ya que se dijo que los pesos de ambas aristas deben ser diferentes, por lo tanto, el supuesto de que tengo dos árboles generadores mínimos es falso.

Es decir, el árbol generador mínimo con aristas de distinto peso es único.