

# Curso de Estructura de Datos Y Teoría De Algoritmos

## Tarea 3

Profesores: David Peñaloza y Sergio Rajsbaum

Ayudante: Adrián Valle

Septiembre 27, 2013

- *La tarea deberá ser entregada el 8 de octubre de 2013. No habrá prórrogas.*
  - *No se reciben tareas por email.*
  - *Argumenta en detalle todas tus respuestas, enunciados sin demostrar no cuentan.*
  - *Todos los algoritmos pedidos deben ser tan eficientes como sea posible.*
  - *La tarea puede ser resuelta en equipos de a lo más 2 personas pero deberá entregarse individualmente indicando el nombre de la persona con quien se trabajó.*
1. Lee el capítulo de Robert E. Tarjan del libro *Out of Their Minds* de Shaha y Lazere y presenta un resumen de una o dos cuartillas que explique en que problemas trabajó y como era su personalidad. Complementa tu resumen con su discurso del *Turing Award*.
  2. Propón un algoritmo de ordenamiento que haga uso de una cola de prioridades. Explica en detalle su complejidad y correctez.
  3. Explica en detalle en que consiste el argumento de la prueba vista en clase para demostrar que el algoritmo de *las mínimas paradas para cargar gasolina* es óptimo.
  4. Demuestra que construir una cola de prioridades con  $n$  elementos es de complejidad  $O(n)$ .
  5. Presenta un ejemplo interesante de una gráfica con 6 vértices con pesos en las aristas sobre la cual detalles una ejecución paso a paso de como el algoritmo de Kruskal encuentra el árbol generador de peso mínimo usando la estructura de datos *union/find*.
  6. Demuestra que cuando todos los pesos en las aristas de una gráfica son distintos, el árbol generador de peso mínimo es único. Da un ejemplo general de una gráfica en donde haya aristas con pesos iguales, y que tenga más de un árbol generador de peso mínimo. Da también un ejemplo general de una gráfica en donde haya aristas con pesos iguales, y que tenga un único árbol generador de peso mínimo.

7. Considera el árbol de distancias mínimas sobre una gráfica  $G$  con raíz en un vértice  $s$  i.e.,  $BFS(G, s)$ . Presenta un ejemplo general en el que para una gráfica  $G$  con  $n$  vértices, el árbol de distancias mínimas es diferente del árbol generador de peso mínimo. Explica en detalle tu respuesta.
8. Considera el siguiente algoritmo: La entrada es una gráfica no dirigida  $G$  con pesos en las aristas. Inicialmente, por cada vértice  $v$  en  $G$  se construye un árbol que consiste únicamente de  $v$ . Mientras el número de árboles mantenidos en el algoritmo sea mayor a uno, toma un árbol  $T$  cualquiera y elige la arista de peso mínimo con un solo extremo en  $T$ , añadiéndola al bosque, y disminuyendo el número total de árboles mantenidos en el algoritmo en uno.
  - a) Demuestra que este algoritmo encuentra el árbol generador de peso mínimo o presenta un contraejemplo.
  - b) En caso positivo, presenta una breve discusión sobre las diferencias (si las hay) de este algoritmo comparado con el algoritmo de Prim y el de Kruskal.
  - c) ¿Cuál es la complejidad de este algoritmo?
9. Presenta un algoritmo para encontrar el árbol generador de peso máximo. Considera que todas las aristas de la gráfica de entrada tienen pesos distintos positivos.