

Estructura de datos y teoría de algoritmos

Tarea 1

December 4, 2013

1 Tarea 1 Problema1

Pregunta 1 Demuestra que todo torneo T tiene un rey y un súbdito. Es decir, un vértice desde el cual se puede llegar a todos los demás vértices pasando a lo más por dos arcos, y uno al cual todos pueden llegar pasando a lo más por dos arcos

Demostración: Sea $T = (V, E)$ un torneo y $v \in V$ tal que $|out(v)| \geq |out(u)| \forall u \in V$ es decir la cardinalidad de la exvecindad de v es máxima en T
denotaremos $x \rightarrow y$, si $(x, y) \in E$

Afirmación:

v es un rey en T

Es decir

$$\forall u \neq v \in V, (v \rightarrow u) \vee (\exists u_v \in V | (v \rightarrow u_v) \wedge (u_v \rightarrow u))$$

Demostración por reducción al absurdo:

Supongamos que no es cierto, es decir:

$$\exists u \neq v \in V, (u \rightarrow v) \wedge (\forall u_v \in V, (v \rightarrow u_v) \Rightarrow (u \rightarrow u_v)).$$

Existencia del súbdito: Para demostrar que cada torneo es un súbdito, basta notar que un rey en un torneo G es un súbdito en el torneo \widehat{G} que se obtiene cambiando la orientación de cada arista en G , así, por su significado simétrico, como cada torneo tiene un rey, cada torneo tiene un súbdito.