

Algoritmos

TAREA 2

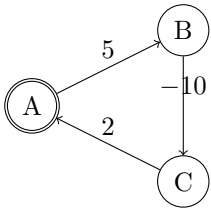
Compilado de respuestas

4 de diciembre de 2013

Dijkstra

Demuestra porque el algoritmo de Dijkstra no funciona en gráficas dirigidas con pesos negativos y da un ejemplo donde falla

Antes de hacer la demostración se propone un ejemplo donde el algoritmo de Dijkstra no funciona en grafo dirigido con un arco de peso negativo:



Donde el vértice A es el origen.

De acuerdo al algoritmo de Dijkstra:

1. Se toma el vértice A y se le asigna distancia acumulada igual a cero y se marca como un nodo permanente.
2. Se elige al siguiente de menor distancia que salga de A, es decir, al nodo "C" y se marca como permanente (cabe señalar que una vez marcado no se puede modificar su distancia, que en este caso es 2).
3. La ruta final es "A-C" con $p=2$

Sin embargo, la ruta elegida no es la correcta, ya que la ruta "A-B-C" tiene peso $p=-5$, por lo tanto el algoritmo no funciona para este tipo de gráficas.

En general el algoritmo de Dijkstra va construyendo el camino mas corto conforme avanza a través de la gráfica, lo cual tiene dos implicaciones:

1. Cada vez que hace una iteración define el camino mas corto para cierta cantidad de nodos y no puede regresar por ese camino para cambiar algo.
2. No puede predecir cuando una ruta tiene un tramo con un peso negativo, sobre todo si se encuentra después de un tramo con peso muy grande.

Nota: Los puntos anteriores los cuestionó mucho el ayudante pero los incluyo porque en el problema se obtuvo 1 como calificación. Bastará ser mas precisos en las definiciones.

Para demostrar que el algoritmo de Dijkstra no funciona con pesos negativos, supongamos una gráfica de tamaño n donde tengo un camino:

$$S \xrightarrow{x_0} v_1 \xrightarrow{x_1} \dots \xrightarrow{x_{m-1}} v_m \xrightarrow{x_m} T \quad (1)$$

y otro

$$S \xrightarrow{y} u \xrightarrow{z} T \quad (2)$$

Tal que

- $\sum_{i=1}^m x_i < y$
- $z < 0$
- $\sum_{i=1}^m x_i > y + z$

Lo cual quiere decir que el camino 2 es menor al 1. Sin embargo, al ejecutar el algoritmo, siempre se elegirán los x_i y al final a y , por lo tanto, el camino trazado por el algoritmo será a través de las x_i el cual no es el mas corto, llegando a una contradicción. Por lo tanto, el algoritmo de Dijkstra no funciona para pesos negativos. $\sqrt{}$

Ejemplo general:

