Pregunta 4 Prueba que en un torneo aleatorio de n vértices, la probabilidad de que todo vértice sea un rey y un subdito tiende a 1 conforme n tiende a infinito.

Respuesta Sea $T = (V, E)$ un torneo con $|V| = n$.
denotaremos $x \to y, si(x, y) \in E$

Sean $x_1, x_2 \in V$ diremos que x_2 resiste a x_1 si:
$x_2 \to x_1$ y $\forall v \in V x_1 \to v \Rightarrow v \to x_2$

Calculemos la probabilidad $\psi(x_1, x_2)$ de que x_2 resista a x_1, dado que $p(x_1 \to x_2) = 1/2$ y que para cada $u \in V$ $p(v \to x_2 \vee x_1 \to v) = 1/4$ la probabilidad de que esto no pase es $3/4$, como es independiente para los $n-2$ vértices restantes la probabilidad es: $\psi(x_1, x_2) = (1/2) \times (3/4)^{n-2}$.
Esto es la probabilidad $\psi(x_1, x_2)$ de que x_2 resista a x_1, para que en una gráfica no todo vértice sea rey, debe suceder que haya al menos un vértice que resista a otro, como esto puede pasar de $n \times (n-1)$ formas, ya que es importante el orden, se tiene que la probabilidad de que no todo vértice sea rey es a lo más:
$n \times (n-1) \times (1/2) \times (3/4)^{n-2}$

y $lim_{n\to\infty} n \times (n-1) \times (1/2) \times (3/4)^{n-2} = 0\blacksquare$

El caso de subdito, es demostrado dado la relación dual con ser súbdito.