

Pregunta 7 Adapta el algoritmo del emparejamiento estable para instancias de n hombres y m mujeres en donde $n = m$. El objetivo es encontrar un emparejamiento estable de cardinalidad máxima, con la definición original de emparejamiento estable (es decir, que no hay alguna pareja inestable). Demuestra que tu adaptación siempre termina y que da un emparejamiento estable de cardinalidad máxima posible.

¿Cuál es el tiempo de ejecución del algoritmo en términos de n y m ? ¿Se puede caracterizar el tamaño del emparejamiento estable de máxima cardinalidad en términos de n y m ? ¿Tu adaptación sigue optimizando individualmente a cada hombre (cada hombre termina con su mejor pareja válida)?

Respuesta Adaptación: supongamos que $n > m$, lo que hacemos es crear $n - m$ mujeres ficticias de tal forma que cada hombre siempre prefiera a cualquier mujer real sobre cualquier mujer ficticia, en caso de $m > n$ creamos $m - n$ hombres ficticios, de tal forma que cada mujer prefiera a cualquier hombre real sobre cualquier hombre ficticio. en el caso $n = m$ es el visto en clase y alimentamos con estos datos el algoritmo $G - S$.

Tiempo de ejecución Como lo “reducimos” al caso visto en clase cuya complejidad es de $\theta(n^2)$ añadiendo elementos ficticios para hacerlo cuadrático, la complejidad es de $\theta(\max(n, m)^2)$

Optimalidad Sí, esto se debe a que si un hombre obtiene su mejor pareja válida (real o ficticia), en el caso de que sea ficticia, como él prefiere a cualquier mujer real sobre cualquier ficticia por construcción quiere decir que no había pareja válida real para él y por lo tanto la mujer que recibe (i.e. ninguna) es la mejor pareja válida, en caso de que le toque pareja real, la conclusión se sigue de $G - S$ directamente.