

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

การสอบ ปลายภาค ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษาที่ 2564

รหัสวิชา 01076253 ชื่อวิชา ความน่าจะเป็นและสถิติ (Probability and Statistics) ชั้นปี 2 (2D) กลุ่ม 1-3

สอบวันพฤหัสบดีที่ 17 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2565

เวลา 9.30 - 10.30

จงแสดงวิธีทำด้วยลายมือเท่านั้น ความละเอียดทศนิยม 3 ตำแหน่ง หากมีแต่คำตอบจะได้คะแนนเพียง 1 คะแนนเท่านั้น

1. สมมติว่าข้อมูลชุดนี้สุ่มจากข้อมูลความสุขของครอบครัวที่มีการกระจายตัวเป็นแบบปกติ (50 คะแนน) (ระยะเวลา 50 นาที)

A. จงหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และค่าเบี่ยงเบน รายได้ (Baht/Year) (5 คะแนน)

B. จงหาค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบน ความสุข (\bar{Y}) (Happiness) (5 คะแนน)

C. จงหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยความสุขของครอบครัวที่ 90%, 95%, 99% เมื่อเรารู้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร $\sigma = 15.5$ (15 คะแนน)

D. จงวาดกราฟช่วงของความเชื่อมั่นที่ได้จากข้อ C ทั้งสามช่วงเปรียบเทียบกัน (5 คะแนน)

E. จงหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาด Type I (แอลฟา) หากเราตั้งสมมติฐานว่า ค่าเฉลี่ยความสุข เท่ากับ 45.0 แต่ค่าเฉลี่ยประชากรที่แท้จริง (μ) ซึ่งเท่ากับ 34.0 (10 คะแนน)

F. จงวาดกราฟการทดสอบสมมติฐานจากข้อ E. และแรงผลักดันของแอลฟา พร้อมระบุรายละเอียดอื่นๆ (10 คะแนน)

รายได้ (Baht/Year)	ความสุข (Happiness)
636,000	18.9
416,000	17.9
229,000	43.6
585,000	24.4
335,000	25.7
569,000	40.0
179,000	14.6
708,000	50.1
386,000	46.3
255,000	20.6
487,000	37.4
158,000	19.9
744,000	63.6
671,000	48.1

$$A) \bar{x} = \frac{636 + 416 + 229 + 585 + 335 + 569 + 179 + 708 + 380 + 255 + 489 + 158 + 749 + 671}{14} \times 1000$$

$$= \frac{6358000}{14} = 454,142.857$$

$$SD = 202,674.37$$

$$B) \bar{y} = \frac{18.9 + 17.9 + 43.6 + 24.4 + 25.7 + 40.0 + 14.6 + 50.1 + 46.3 + 20.6 + 39.4 + 19.9 + 63.6 + 48.1}{14}$$

$$= \frac{481.1}{14} = 32.221$$

$$SD = 15.26$$

$$C) \bar{x} \text{ แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้งหมด} = 32.221$$

$$\sigma \text{ แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = 15.5$$

ความเชื่อมั่นที่ 90%

$$1 - \alpha = 0.90$$

$$\alpha = 0.1$$

$$\alpha/2 = 0.05$$

$$P(Z \geq Z_{\alpha/2}) = 0.05$$

$$1 - P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.05$$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.95$$

$$\phi(Z_{\alpha/2}) = 0.95$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.65$$

$$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 32.221 \pm 1.65 \frac{15.5}{\sqrt{14}}$$

$$= (25.386, 39.056)$$

ความเชื่อมั่นที่ 95%

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\alpha/2 = 0.025$$

$$P(Z \geq Z_{\alpha/2}) = 0.025$$

$$1 - P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.025$$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.975$$

$$\phi(Z_{\alpha/2}) = 0.975$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 32.221 \pm 1.96 \frac{15.5}{\sqrt{14}}$$

$$= (24.791, 39.711)$$

ความเชื่อมั่นที่ 99%

$$1 - \alpha = 0.99$$

$$\alpha = 0.01$$

$$\alpha/2 = 0.005$$

$$P(Z \geq Z_{\alpha/2}) = 0.005$$

$$1 - P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.005$$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.995$$

$$\phi(Z_{\alpha/2}) = 0.995$$

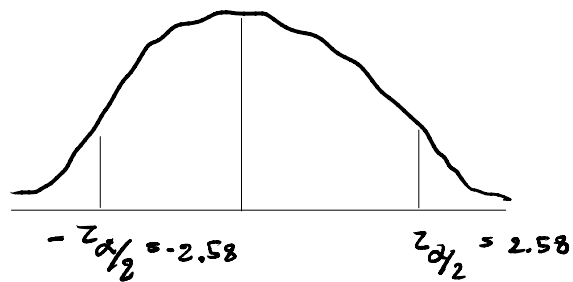
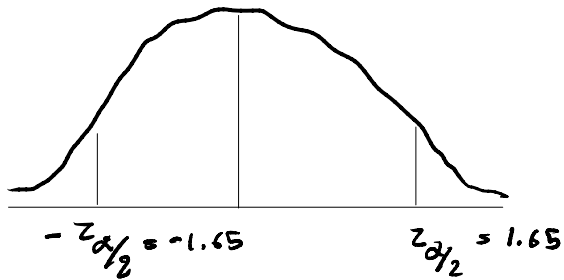
$$Z_{\alpha/2} = 2.58$$

$$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 32.221 \pm 2.58 \frac{15.5}{\sqrt{14}}$$

$$= (21.533, 42.909)$$

D)



E) $H_0: \bar{x} = 45.0$
 $H_a: \bar{x} \neq 45.0$

$$\bar{x}_{obs} = 34.0$$

$$\alpha = P(H_0 \text{ reject}, H_0 \text{ True})$$

$$= P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{36.88 - 45}{15.5/\sqrt{14}}\right) + P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{53.12 - 45}{15.5/\sqrt{14}}\right)$$

$$= P(Z < -1.96) + P(Z > 1.96)$$

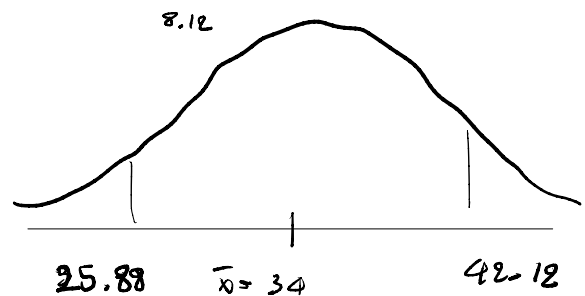
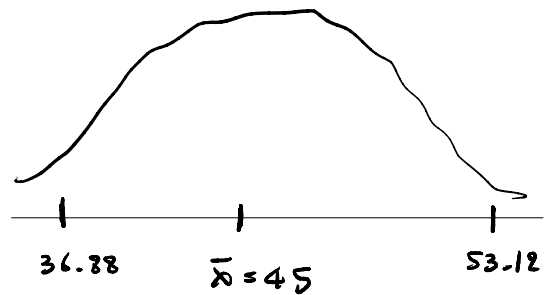
$$= 2P(Z > 1.96)$$

$$= 2[1 - P(Z < 1.96)]$$

$$= 2[1 - \Phi(1.96)]$$

$$= 2[1 - 0.975]$$

$$\alpha = 0.05$$



F)

