องค์ประกอบคอมพิวเตอร์และภาษาแอสเซมบลี: กรณีศึกษา Raspberry Pi

ผศ.ดร.สุรินทร์ กิตติธรกุล

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สารบัญ

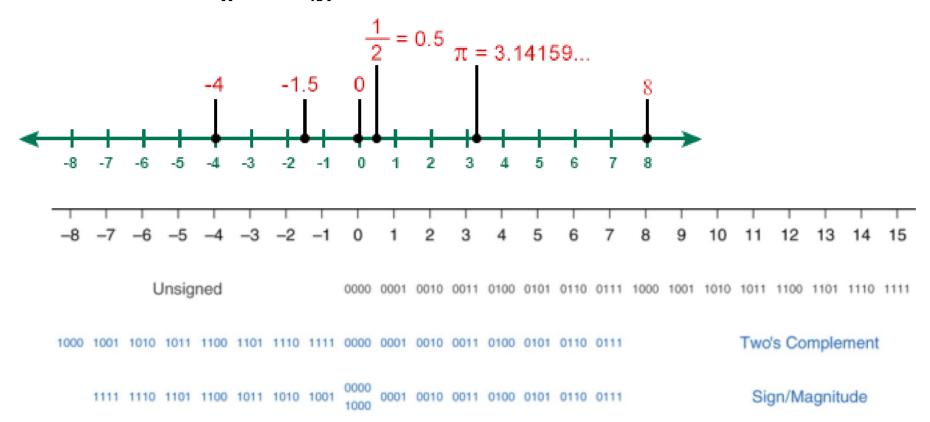
- บทที่ 1 บทนำ
- บทที่ 2 ข้อมูลและคณิตศาสตร์ในคอมพิวเตอร์
- บทที่ 3 ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ของคอมพิวเตอร์
- บทที่ 4 ภาษาแอสเซมบลีของ ARM เวอร์ชัน 32 บิท
- บทที่ 5 ลำดับชั้นของหน่วยความจำ
- บทที่ 6 อุปกรณ์/วงจรอินพุตและเอาท์พุต
- บทที่ 7 อุปกรณ์เก็บรักษาข้อมูลและระบบไฟล์
- บทที่ 8 การคำนวณแบบขนาน (Parallel Computing) ด้วยบอร์ด Pi

สารบัญ

- บทที่ 2 ข้อมูลและคณิตศาสตร์ในคอมพิวเตอร์
 - 2.1 ข้อมูลพื้นฐานชนิดต่างในภาษา C/C++
 - 2.2 เลขจำนวนเต็มฐานสอง
 - 2.3 คณิตศาสตร์เลขจำนวนเต็มฐานสอง
 - 2.4 เลขทศนิยมฐานสองชนิดจุดคงที่ (Binary Fixed Point)
 - 2.5 เลขทศนิยมฐานสองชนิดจุดลอยตัว (Binary Floating Point)
 - 2.6 เลขทศนิยมฐานสองชนิดจุดลอยตัวมาตรฐาน IEEE754
 - 2.7 ตัวอักษร

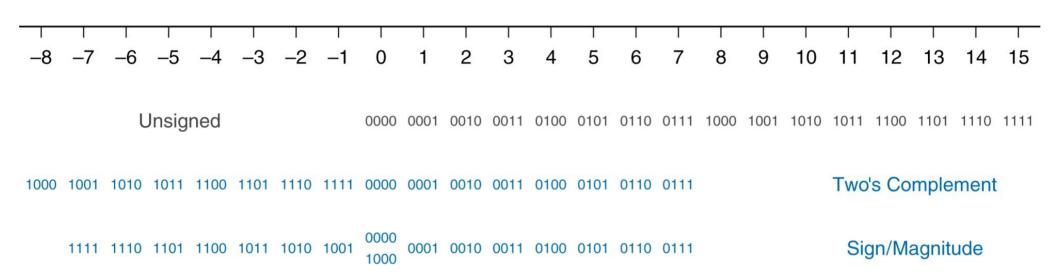
บทที่ 2 ข้อมูลและคณิตศาสตร์ในคอมพิวเตอร์

| ชนิด | ความยาว(บิท) | ค่าต่ำสุด $_{10}$ | ค่าสูงสุด $_{10}$ | |
|--------------------|--------------|-----------------------------|----------------------------|--|
| unsigned char | 8 | 0 | 2 ⁸ -1=255 | |
| char | 8 | -2 ⁷ =-127 | +2 ⁷ -1=+127 | |
| unsigned short | 16 | 0 | 2 ¹⁶ -1= | |
| | | | 65,535 | |
| short | 16 | -2 ¹⁵ = | +2 ¹⁵ -1= | |
| | | -32,768 | +32,767 | |
| unsigned int | 32 | 0 | 2 ³² -1= | |
| | | | 4,294,967,295 | |
| int | 32 | -2 ³¹ = | +2 ³¹ -1= | |
| | | -2,147,483,648 | +2,147,483,647 | |
| unsigned long long | 64 | 0 | +2 ⁶⁴ -1 | |
| long long | 64 | -2 ⁶³ | +2 ⁶³ -1 | |
| float | 32 | $\pm 2^{-126} =$ | $\pm 2 \times 2^{126} =$ | |
| | | $\pm 1.18 \times 10^{-38}$ | $\pm 3.40 \times 10^{38}$ | |
| double | 64 | $\pm 2^{-1022} =$ | $\pm 2 \times 2^{1022} =$ | |
| | | $\pm 2.23 \times 10^{-308}$ | $\pm 1.80 \times 10^{308}$ | |



```
Address
                                                                                 Variable Name
                                                                       Data
                                                        (Byte #)
                                                         0x5A
                                                                      01000010
                                                         0x59
                                                                      00101000
ตัวอย่างที่ 2.1.1 การประกาศตัวแปรและตั้งค่าเริ่มต้นด้วยภาษา C/C++
                                                         0x58
                                                                      00000000
                                                         0x57
                                                                                      a
                                                                      00000000
                                                          0x56
                                                                      00000000
                                                         0x55
                                                                      00000000
0x54
                                                                      00000000
unsigned short y = 42; /* y = 0x002A */
                                                         0x53
                                                                                      Z
                                                                      00101010
                                                         0x52
                                                                      00000000
unsigned int z = 42; /* z = 0 \times 0000002A */
                                                         0x51
                                                                      00101010
float a = 42.0; /* a = 0x42280000 */
                                                         0x50
                                                                      00101010
                                                                                      X
                                                          0x4f
                                                                      Memory
```

2.2 เลขจำนวนเต็มฐานสอง n=4 บิต



2.2.1 เลขจำนวนเต็มฐานสอง ชนิดไม่มีเครื่องหมาย

2.2.1.1 การแปลงเลขฐานสองเป็นฐานสิบ

จากนิยามที่ 2.2.1 ค่าจำนวนเต็มฐานสิบ $X_{10,u}$ ของเลข $X_{2,u}$ สามารถคำนวณได้จาก

$$X_{10,u} = x_{n-1}2^{n-1} + x_{n-2}2^{n-2} + \dots + x_12^1 + x_02^0$$
 (2.2)

ดังนั้น ค่าฐานสิบ $X_{10,u}$ อยู่ในช่วง 0 ถึง $+2^n-1$

ตัวอย่างที่ 2.2.1. เมื่อ n=4 บิท เลขจำนวนเต็มฐานสองชนิดไม่มีเครื่องหมาย $X_{2,u}=1011_2$ ค่าฐานสิบของ $X_{2,u}$ คือ

$$X_{10,u} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
 (2.3)

$$= 8 + 0 + 2 + 1 \tag{2.4}$$

$$=11_{10} (2.5)$$

2.2.1 เลขจำนวนเต็มฐานสอง ชนิดไม่มีเครื่องหมาย

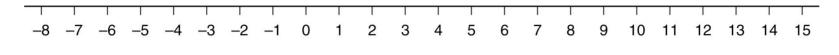
ดังนั้น $X_{2,u}$ ของ 123 $_{10}$ = 0111 1011 $_2$

| บิทที่ | เลขฐานสิบ | ผลหาร | เศษ | ีบิทที่ <i>i</i> | 2^i | ผลลัพธ์-2 ⁱ | ตัวตั้ง $_{10}$ | x_i |
|--------|-----------|-------|-----|------------------|-------------|------------------------|-----------------|-------|
| _ | 123 | | | _ | | | 123 | |
| 0 | 123/2 | 61 | 1 | 7 | $2^7 = 128$ | 123-128 | 123 | 0 |
| 1 | 61/2 | 30 | 1 | 6 | $2^6 = 64$ | 123-64 | 59 | 1 |
| 2 | 30/2 | 15 | 0 | 5 | $2^5 = 32$ | 59-32 | 27 | 1 |
| 3 | 15/2 | 7 | 1 | 4 | $2^4 = 16$ | 27-16 | 11 | 1 |
| 4 | 7/2 | 3 | 1 | 3 | $2^3 = 8$ | 11-8 | 3 | 1 |
| 5 | 3/2 | 1 | 1 | 2 | $2^2 = 4$ | 3-4 | 3 | 0 |
| 6 | 1/2 | 0 | 1 | 1 | $2^1=2$ | 3-2 | 1 | 1 |
| 7 | 0/2 | 0 | 0 | 0 | 20=1 | 1-1 | 0 | 1 |

นิยามที่ 2.2.2 กำหนดให้ เลขจำนวนเต็มฐานสองชนิดมีเครื่องหมาย (Signed Integer) แบบ 2-Complement $X_{2,s}$ ความยาว n บิทเขียนอยู่ในรูป

$$X_{2,s} = x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}..x_1x_0 (2.15)$$

เมื่อ x_{n-1} ทำหน้าที่เป็นบิทเครื่องหมาย (Sign bit) มีค่า 1 เมื่อเป็นเลขลบ และ 0 เมื่อเป็นเลขบวก และ x_i คือ บิทข้อมูลมีค่า 1 หรือ 0 ในตำแหน่งที่ i และตำแหน่งขวามือสุดคือตำแหน่งที่ i=0



Unsigned

0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111 1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110 1111

1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110 1111 0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111

Two's Complement

ตัวอย่างที่ 2.2.7. เมื่อ n=4 บิท เลขจำนวนเต็มฐานสองชนิดมีเครื่องหมายแบบ 2 Complement $X_{2,s}=1011_2$ มีค่าฐานสิบเท่ากับเท่าไหร่

ค่าฐานสิบของ $X_{2,s}$ คือ

$$X_{10,s} = -1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \tag{2.17}$$

$$= -8 + 0 + 2 + 1 \tag{2.18}$$

$$= -5_{10} (2.19)$$

เลขจำนวนเต็มฐานสองชนิดมีเครื่องหมาย 2-Complement ขนาด n=4 บิทจะมีค่าฐานสิบอยู่ใน ช่วง -8 ถึง +7

| | | | | เลขฐานสอง | $X_{10,s}$ คาฐานสบ | $X_{10,u}$ คาฐานสบ |
|------------------|-----------|----------------------|----------------------|-----------|--------------------|--------------------|
| | เลขฐานสอง | $X_{10,s}$ ค่าฐานสิบ | $X_{10,u}$ ค่าฐานสิบ | n=5 บิท | มีเครื่องหมาย | ไม่มีเครื่องหมาย |
| การขยายบิต | 0~ | 1 44 | | | สมการ (2.16) | สมการ (2.2) |
| וויטטוטטווו | n=4 บิท | มีเครื่องหมาย | ไม่มีเครื่องหมาย | 1 0000 | -16 | 16 |
| เครื่องหมาย | | สมการ (2.16) | สมการ (2.2) | | | |
| เผเวอุญทาเอ | 1000 | -8 | 8 | 1 0111 | -9 | 23 |
| (Cian Extension) | 1001 | -7 | 9 | 1 1000 | -8 | 24 |
| (Sign Extension) | 1010 | -6 | 10 | 1 1001 | -7 | 25 |
| | 1011 | -5 | 11 | 1 1010 | -6 | 26 |
| | 1100 | -4 | 12 | 1 1011 | -5 | 27 |
| | | | | 1 1100 | -4 | 28 |
| | 1101 | -3 | 13 | 1 1101 | -3 | 29 |
| | 1110 | -2 | 14 | 1 1110 | -2 | 30 |
| | 1111 | -1 | 15 | 1 1111 | -1 | 31 |
| | 0000 | 0 | 0 | 0 0000 | 0 | 0 |
| | 0001 | 1 | 1 | 0 0001 | 1 | 1 |
| | 0010 | 2 | 2 | 0 0010 | 2 | 2 |
| | 0011 | 3 | 3 | 0 0011 | 3 | 3 |
| | 0100 | 4 | 4 | 0 0100 | 4 | 4 |
| | | 32 | | 0 0101 | 5 | 5 |
| | 0101 | 5 | 5 | 0 0110 | 6 | 6 |
| | 0110 | 6 | 6 | 0 0111 | 7 | 7 |
| | 0111 | 7 | 7 | | | |
| | | | | 0 1111 | 15 | 15 |

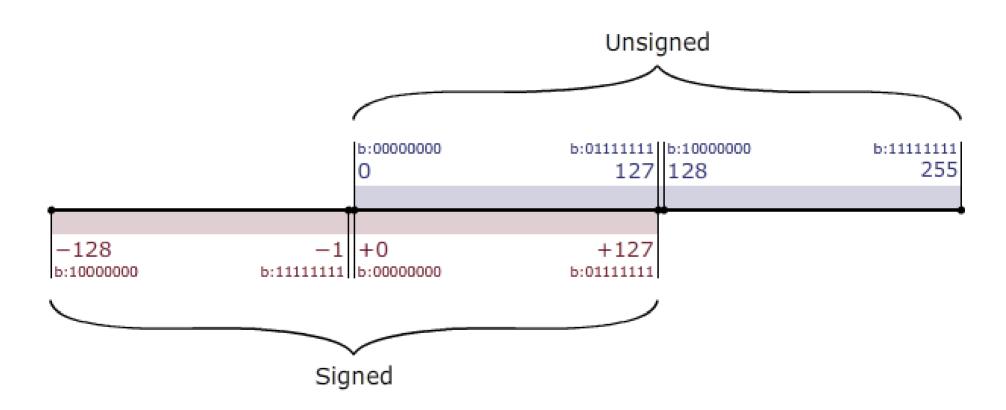
การขยายบิต เครื่องหมาย (Sign Extension)

| | | | เลขฐานสอง | $X_{10,s}$ ค่าฐานสิบ | $X_{10,u}$ ค่าฐานสิบ |
|-----------|----------------------|----------------------|---------------|----------------------|----------------------|
| | • | | n=8 ปีท | มีเครื่องหมาย | ไม่มีเครื่องหมาย |
| เลขฐานสอง | $X_{10,s}$ ค่าฐานสิบ | $X_{10,u}$ ค่าฐานสิบ | ก=ช บท | | |
| n=5 บิท | มีเครื่องหมาย | ไม่มีเครื่องหมาย | | สมการ (2.16) | สมการ (2.2) |
| | สมการ (2.16) | สมการ (2.2) | 1000 0000 | -128 | 128 |
| 1 0000 | -16 | 16 | ••• | | |
| ••• | | | 1111 0111 | -9 | |
| 1 0111 | -9 | 23 | 1111 1000 | -8 | 248 |
| 1 1000 | -8 | 24 | 1111 1001 | -7 | 249 |
| 1 1001 | -7 | 25 | 1111 1010 | -6 | 250 |
| 1 1010 | -6 | 26 | 1111 1011 | -5 | 251 |
| 1 1011 | -5 | 27 | 1111 1100 | -4 | 252 |
| 1 1100 | -4 | 28 | 1111 1100 | -3 | 253 |
| 1 1101 | -3 | 29 | | | 254 |
| 1 1110 | -2 | 30 | 1111 1110 | -2 | |
| 1 1111 | -1 | 31 | 1111 1111 | -1 | 255 |
| 0 0000 | 0 | 0 | 0000 0000 | 0 | 0 |
| 0 0001 | 1 | 1 | 0000 0001 | 1 | 1 |
| 0 0010 | 2 | 2 | 0000 0010 | 2 | 2 |
| 0 0011 | 3 | 3 | 0000 0011 | 3 | 3 |
| 0 0100 | 4 | 4 | 0000 0100 | 4 | 4 |
| 0 0101 | 5 | 5 | 0000 0101 | 5 | 5 |
| 0 0110 | 6 | 6 | | | l . |
| 0 0111 | 7 | 7 | 0000 0110 | 6 | 6 |
| ••• | | | 0000 0111 | 7 | 7 |
| 0 1111 | 15 | 15 | 0000 1000 | 8 | 8 |
| | | | | | |
| | | | 0111 1111 | 127 | 127 |

| | | เลขฐานสิบ | เลขฐานสอง | เลขฐานสอง $X_{2,s}$ |
|---|--------|------------------|----------------------|--|
| | | $X_{10,s} < 0$ | $[X_{10,s}]_{2,u}$ | $\overline{[X_{10,s}]_{2,u}} + 1_2$ |
| | | | | สมการ (2.32) |
| | | -8 | 8=10002 | 01112+12=10002 |
| แบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณี $X_{10,s} < 0$ | | -7 | 7=01112 | $1000_2 + 1_2 = 1001_2$ |
| 10,8 | | -6 | 6=0110 ₂ | $1001_2 + 1_2 = 1010_2$ |
| | 1> | -5 | 5=0101 ₂ | $1010_2 + 1_2 = 1011_2$ |
| $X_{2,s} = \overline{[X_{10,s}]_{2,u}} + 1_2$ | (2.32) | -4 | $4=0100_2$ | $1011_2 + 1_2 = 1100_2$ |
| | | -3 | 3=0011 ₂ | $1100_2 + 1_2 = 1101_2$ |
| | | -2 | 2=00102 | $1101_2 + 1_2 = 1110_2$ |
| | | -1 | 1=00012 | 1110 ₂ +1 ₂ =1111 ₂ |
| | | เลขฐานสิบ | | เลขฐานสอง $X_{2,s}$ |
| และกรณี $X_{10,s} \geq 0$ | | $X_{10,s} \ge 0$ | | สมการ (2.33) |
| belonded $\Lambda_{10,s} \geq 0$ | | 0 | | 00002 |
| | | 1 | | 00012 |
| | | 2 | | 0010_{2} |
| $X_{2,s} = [X_{10,s}]_2 = [X_{10,u}]_{2,u}$ | (2.33) | 3 | | 0011_2 |
| | | 4 | | 0100_{2} |
| | | 5 | | 0101_{2} |
| | | 6 | | 0110_{2} |
| | | 7 | | 01112 |

Computer Organization & Assembly Language: Raspberry Pi, ผศ.ดร.สุรินทร์ กิตติธรกุล

2.2 เลขจำนวนเต็มฐานสอง n=8 บิต



ตัวอย่างที่ 2.2.11 เลขจำนวนเต็มฐานสองแบบ 2's Complement n=32 บิต

เทียบเท่ากับการประกาศและตั้งค่าเริ่มต้นตัวแปรชนิด int

int
$$X = -5$$
; /* $X = 0$ xFFFFFFFB */

มีค่าฐานสิบเท่ากับเท่าใหร่

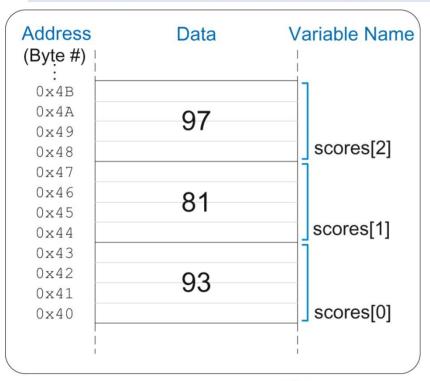
ค่าฐานสิบของ $X_{2,s}$ ตามสมการที่ (2.16) คือ

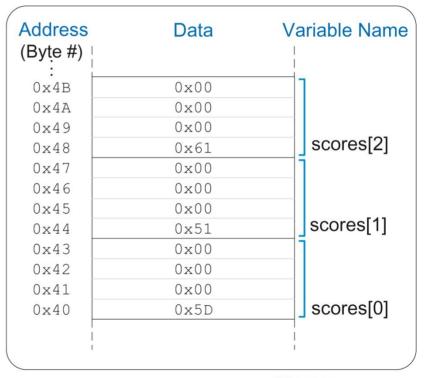
$$X_{10,s} = -1 \times 2^{31} + 1 \times 2^{30} + \ldots + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
 (2.29)

$$= -2, 147, 483, 648 + \ldots + 8 + 0 + 2 + 1 \tag{2.30}$$

$$= -5_{10} (2.31)$$

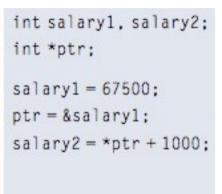
long scores[3]={93, 81, 97}; // scores[0]=93; scores[1]=81; scores[2]=97;

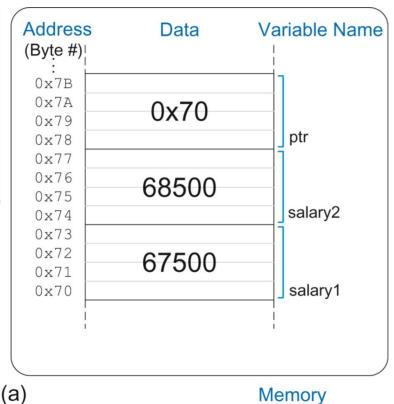


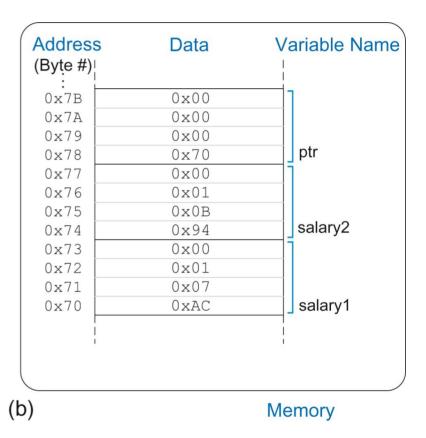


Memory

Memory







2.2.3 เลขจำนวนเต็มฐานสอง ชนิดมีเครื่องหมาย Sign-Magnitude

นิยามที่ 2.2.3 กำหนดให้ เลขจำนวนเต็มฐานสองชนิดมีเครื่องหมาย (Signed Integer) แบบ Sign-Magnitude $X_{2,sm}$ ความยาว n บิทเขียนอยู่ในรูป

$$X_{2.sm} = sx_{n-2}x_{n-3}..x_1x_0 (2.34)$$

เมื่อ s คือบิทเครื่องหมาย (Sign bit) และ x_i คือค่า "1" หรือ "0" ในตำแหน่งที่ i และตำแหน่งขวามือสุดคือ ตำแหน่งที่ i=0

การแปลงเลขจำนวนเต็มฐานสองแบบ Sign-Magnitude ให้เป็นค่าฐานสิบสามารถทำได้โดย

$$X_{10,sm} = (-1)^s \times (x_{n-2} \times 2^{n-2} + ... + x_1 \times 2^1 + x_0 \times 2^0)$$
(2.35)

Computer Organization & Assembly Language: Raspberry Pi, ผศ.ดร.สุรินทร์ กิตติธรกุล

2.2.3 เลขจำนวนเต็มฐานสอง ชนิดมีเครื่องหมาย Sign-Magnitude

| เลขฐานสอง | $X_{10,sm}$ | $X_{10,sm}$ $X_{10,s}$ | |
|-----------|--------------|------------------------|-------------|
| n=4 บิท | ค่าฐานสิบ | ค่าฐานสิบ | ค่าฐานสิบ |
| | Sign-Mag. | 2-Comp. | Unsigned |
| | สมการ (2.35) | สมการ (2.16) | สมการ (2.2) |
| 1111 | -7 | -1 | 15 |
| 1110 | -6 | -2 | 14 |
| 1101 | -5 | -3 | 13 |
| 1100 | -4 | -4 | 12 |
| 1011 | -3 | -5 | 11 |
| 1010 | -2 | -6 | 10 |
| 1001 | -1 | -7 | 9 |
| 1000 | -0 | -8 | 8 |
| 0000 | +0 | 0 | 0 |
| 0001 | 1 | 1 | 1 |
| 0010 | 2 | 2 | 2 |
| 0011 | 3 | 3 | 3 |
| 0100 | 4 | 4 | 4 |
| 0101 | 5 | 5 | 5 |
| 0110 | 6 | 6 | 6 |
| 0111 | 7 | 7 | 7 |
| | | | |