**湘潭大学毕业论文**

**题 目：****几类投资组合优化模型的实证分析及风险研究**

**学 院：数学与计算科学学院**

**专 业： 信息与计算科学**

**学 号： 2014750420**

**姓 名： 王涵之**

**指导教师： 杨 柳**

**完成日期：2018年5月1日**

**湘 潭 大 学**

**毕业论文任务书**

论文题目：几类投资组合优化模型的实证分析及风险研究

学号：2014750420姓名：王涵之 专业：信息与计算科学

指导教师： 杨柳 系主任：

一、主要内容及基本要求

1、主要内容：本文首先论述了相关投资组合理论的发展历程，并运用MATLAB的线性规划与非线性规划工具建立了1/n模型、市值组合模型、最小方差模型与VaR模型。之后本文通过运用通达信数据库导出并整理了相关的股票数据。在实验仿真方面，我们选取了市场行情相反的两个历史时间段，通过运用夏普指数与特雷诺指数对同一时间段内不同模型之间和每一种模型在不同时间段的实验结果进行对比，进一步检验了各个模型的盈利能力与抗风险能力。最后我们系统整理了所述的每个模型的优劣，提出了自己的见解，并针对本文存在的不足之处进行了反思与总结。

2、基本要求：

（1）查找资料，从多个角度了解投资组合模型的发展历程与研究现状。

（2）了解和掌握线性规划与非线性规划的数学建模和相关理论。

（3）熟练运用数据库收集与处理所需数据。

（4）熟悉MATLAB编程的技巧，并能用它实现数据处理和分析

（5）掌握科技论文写作的基本方法，写出一篇合格的毕业论文。

二、重点研究的问题

1.研究了20世纪60年代以来投资组合理论的发展历程以及各模型的优劣。

2.研究了四种常用的投资组合模型，1/n模型，市值组合模型，最小方差模型以及VaR模型的优劣。

3.通过分别对两种市场行情下的模型进行检验与仿真，对比了模型在收益率与方差之间的差别，系统地分析了不同模型的盈利能力与抗风险能力。

三、进度安排

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 序号 | 各阶段完成的内容 | 完成时间 |
| 1 | 选题、收集相关资料和相关知识的学习 | 2017/12 |
| 2 | 开题 | 2018/1 |
| 3 | 补充和学习相关的参考资料 | 2018/2 |
| 4 | 确定论文的重点研究内容 | 2018/2 |
| 5 | 建立相应模型并进行求解 | 2018/3 |
| 6 | 完成毕业论文初稿 | 2018/3 |
| 7 | 完成毕业论文写作 | 2018/4 |

四、应收集的资料及主要参考文献

[1] Markowitz H M. Portfolio selection[J]. Journal of Finance,1952,7:77-91.

[2] 谢中华，MATLAB统计分析与应用：40个案例分析，北京：北京航空航天大学出版社，2011年4月.

[3]朱书尚,李端,周迅宇,汪寿阳. 论投资组合与金融优化——对理论研究和实践的分析与反思[J].管理科学学报,2004,(6).

[4]郁志勤.投资组合优化模型分析与算法实现[D].上海交通大学:上海交通大学,2010.

[5]黄琼,朱书尚,姚京.投资组合策略的有效性检验:基于中国市场的实证分析[J].管理评论,2011,(7).

[6]高莹,李超君,唐诗源,.基于鲁棒优化的投资组合模型在投资基金中的应用[J].东北大学学报(自然科学版),2009,(2).

[7]赵庆.基于鲁棒优化的若干投资组合模型研究[D]. 东北财经大学:东北财经大学,2016.

[8]高莹,商烁,黄小原,.资产组合鲁棒优化模型及应用研究[J]. 运筹与管理,2010,(4).

[9] 陈东彦，李冬梅，王树忠，数学建模，北京：科学出版社，2007年12月.

[10] 冯予 陈萍,《概率论与数理统计》,国防工业出版社，2005年.

**湘 潭 大 学**

**毕业论文评阅表**

学号2014750420姓名 王涵之 专业 信息与计算科学

毕业论文（设计）题目：几类投资组合优化模型的实证分析及风险研究

|  |  |
| --- | --- |
| 评价项目 | 评 价 内 容 |
| 选题 | 1.是否符合培养目标，体现学科、专业特点和教学计划的基本要求，达到综合训练的目的；  2.难度、份量是否适当；  3.是否与生产、科研、社会等实际相结合。 |
| 能力 | 1.是否有查阅文献、综合归纳资料的能力；  2.是否有综合运用知识的能力；  3.是否具备研究方案的设计能力、研究方法和手段的运用能力；  4.是否具备一定的外文与计算机应用能力；  5.工科是否有经济分析能力。 |
| 论文  （设计）质量 | 1.立论是否正确，论述是否充分，结构是否严谨合理；实验是否正确，设计、计算、分析处理是否科学；技术用语是否准确，符号是否统一，图表图纸是否完备、整洁、正确，引文是否规范；  2.文字是否通顺，有无观点提炼，综合概括能力如何；  3.有无理论价值或实际应用价值，有无创新之处。 |
| 综  合  评  价 | 评阅人：  2018年5月 18日 |

**湘 潭 大 学**

**毕业论文鉴定意见**

学号：2014750420 姓名： 王涵之 专业： 信息与计算科学

论文（设计）题目： 几类投资组合优化模型的实证分析及风险研究

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 内容提要  本文通过结合当前社会总体投资环境，系统地分析了若干种不同投资组合模型在实际投资过程中的表现，通过运用一系列投资组合指标详尽地分析了各个模型之间差别与优劣。本文通过利用MATLAB进行建模，直观地阐述了本文的实验结果。本文的实验结果给予了普通投资者一个基本的投资选择策略，可以对优化投资收益起到一定的作用，有利于帮助人们优化投资策略。  本文首先论述了相关的投资组合理论的发展历程，并运用MATLAB的线性规划与非线性规划工具建立了1/n模型，市值组合模型，最小方差模型与VaR模型。之后本文通过运用通达信数据库导出并整理了相关的股票数据。在实验仿真方面，我们选取了市场行情相反的两个历史时间段，通过运用夏普指数与特雷诺指数对同一时间段内不同模型之间和每一种模型在不同时间段的实验结果进行对比，进一步检验了各个模型的盈利能力与抗风险能力。最后我们系统整理了所述的每个模型的优劣，提出了自己的见解，并针对本文存在的不足之处进行了反思与总结。 | | |
| 指导教师评语  同意其参加答辩，建议成绩评定为  指导教师：  2018年5月18 日 |
| 答辩简要情况及评语  （答辩的）根据答辩情况，结合毕业论文（设计）写作水平、指导教师意见、评阅人意见和答辩专家意见等综合评定，**答辩小组同意其成绩评定为**  （观摩答辩的）------同学全程参与答辩观摩，根据毕业论文（设计）写作水平、结合指导教师意见、评阅人意见、查重结果和参加答辩情况综合评定**答辩小组同意其成绩评定为**  答辩小组组长：  2018年 5 月 20 日 |
| 答辩委员会意见  **经答辩委员会讨论，同意该毕业论文成绩评定为**  答辩委员会主任：  2017年 5 月 25 日 |

目录

摘要 I

Abstract II

一、绪论 1

1.1证券市场与投资风险概述 1

1.2投资组合理论的发展历程 1

1.3 本文主要内容与结构安排 2

二、投资组合理论的总体分析与论述 3

2.1 市场假设条件 3

2.2 本文符号设定 3

2.3投资模型评价指标 4

2.4投资组合综合概述 4

2.4.1 1/n策略 4

2.4.2 市值组合策略 5

2.4.3马科维茨均值-方差模型 6

2.4.4 VaR风险模型 8

2.5本章小结 9

三、投资组合仿真与案例分析 9

3.1案例对象的选择原则 9

3.2仿真数据的预处理 11

四、实验仿真及数据分析 13

4.1行情一投资模型仿真实验 13

4.1.1 1/n模型 13

4.1.2市值组合模型 13

4.1.3最小方差模型（1） 14

4.1.4最小方差模型（2） 16

4.2行情二投资模型仿真实验 17

4.2.1 1/n模型 17

4.2.2市值组合模型 18

4.2.3最小方差模型（1） 18

4.2.4最小方差模型（2） 20

4.3投资组合指标分析 20

4.4本章小结 21

五、投资组合理论的展望 22

**几类投资组合优化模型的实证分析及风险研究**

**摘要**

自1978年以来，我国各行各业都发生着极大的变化，人们对于投资的认识与需求也在逐步提高。为了更好地抵消由于货币的通货膨胀所带来的个人资产的损失，投资者开始更多地将资金投入股票市场。基于此，本文研究了若干种常用的投资组合模型的实际投资情况，运用实际数据来试图分析其利弊，并对模型进行相应的优化以达到最大化投资收益的目的。本文首先列举了当前较为常用的若干种投资组合模型，例如，“1/n模型”、“市值组合模型”、“最小方差模型”等，对其优缺点进行了讨论与分析。本文选取了中国股票市场上不同行业中10支蓝筹股票进行分析，试图达到分散风险的效果。其次，本文选取了2017年全年与2015年6月至2016年5月两个不同时间段进行了分析，通过运用通达信数据库以及MATLAB线性规划与非线性规划来建立相应模型，充分衡量了不同模型在不同市场行情下的现实表现。我们通过运用夏普指数与特雷诺指数对各类模型进行检验，并进行评价。实验结果表明，最小方差模型相比于1/n模型等具有更好的稳健性，其组合整体波动远小于1/n模型。不过1/n模型因其操作便捷，在行情较好时，受个股影响较大，使其收益率提高而较为突出。另外，市值组合模型虽然通过增大市值较大企业的投资比例来提高投资组合的稳健性，但可能出现大企业股票价格波动主导整体投资组合的情况。此外我们通过对最小方差模型进行进一步改进，寻找到了一种最大化单位风险的投资收益的投资策略。实验表明，对于最小方差模型，适当提高投资组合的期望收益率有利于达到更好的投资结果。本文初步分析了不同类型的投资组合模型的适用情况以及其内在原因。结果表明，对于实际投资来说，合理估计模型参数与投资对象的选取都是至关重要的。

**关键字**：投资组合，最小方差模型，线性规划，非线性规划

realistic analyses and risk researches on

several portfolio optimization models

**Abstract**

Enormous changes have taken place in all walks of life in china since 1978, especially in financial field. The recognition and demand of investment arise continuously. Investors starts to put more capital into the stock market, trying to earn high returns by fluctuations, to hedge the loss of personal asset due to monetary inflation. Based on this, in this dissertation, the author studies the performance of several common portfolio models in realistic situations, tries to analyze the benefits as well as shortcomings by using realistic data and finally makes optimizations to maximize the investment returns. In this paper, several portfolio models will be listed as well as the advantages and shortcomings of them.1/n model, value-based model, minimum variance model , for example. Discussions and analysis of these models follows. The author chooses 10 blue chips in china’s stock market as objects, trying to lower risks. Then, the author chooses two different periods of time to carry on the stimulations, year2017 and 2015/6 to 2016/5. We use linear programming and nonlinear programming to establish our models with the help of financial database and stimulate the performance of different models in two market situations respectively. Sharpe ratio and Treynor ratio are also utilized to evaluate the results. The results show that, compared with 1/n model, minimum variance model is more robust, whose fluctuations overall is lower. However due to the simplicity in operation and an even higher return in the bull market caused by some particularly profitable stocks, 1/n model is superior to the other one. Moreover, a new strategy is found aiming at maximizing returns on per unit risk by optimizing the minimum variance model. In this dissertation, we make an analysis on the applicable situations and internal reasons of different kinds of portfolio models, as well as practical simulations. The results show that reasonable parameters and the objects of portfolio models are vital to the investment.

**Key words**:portfolio, minimum variance models, linear programming, nonlinear programming.

1. **绪论**

**1.1证券市场与投资风险概述**

自20世纪70年代以来，我国在许多方面都实现了突破式发展。在国民经济中，金融服务业占据的比例越来越大，理财的意识在人们心中也逐渐提高。为了更好地降低由于通货膨胀所带来的货币贬值对自身资产的影响，越来越多的人选择将一部分资金投入证券市场，试图通过借助股票市场的高回报率来赚取利润，使资产增值。与此同时，我国证券行业的持续高速发展给予了投资者一个方便快捷的投资平台。如果普通投资者看好特定行业，他只需买入自己所看中的行业的部分股票即可，这样大大提高了居民资本的流动性，将投资者的资产转换为流动的资本。这种做法不仅拓展了投资者的收益渠道，也促进了市场经济的发展。然而当我们换个角度，我们发现，股票市场的收益通常是不确定的。在经济危机爆发时，股票市场则会强烈波动。任何微小的事件的出现都有可能引起一连串的反应，最终可能导致证券市场的强烈波动。所以投资哪些资产，怎么分配投资比例，怎么降低投资组合的整体风险成为了所有投资者最为关注的事情。

对于风险的把控，我们通过运用数学建模等方法，对历史数据进行模拟，可以找到部分降低风险的投资优化方案。因此如何有效投资，以达到在适当降低风险的基础上追求较高的收益率的问题越来越被人们所关注和重视。

**1.2投资组合理论的发展历程**

1952年，学者Markowitz发表论文《Portfolio Selection》。这标志着金融学迈进了一个新的时代，金融学开始越来越多地与数学学科交织联系在一起。从此之后，随着越来越多的学者对投资理论进行着更为深入的研究，尤其是将运筹优化，随机过程等知识运用到各类金融学投资模型之中，诞生了许多重要的学术成果，这也为金融机构提供了更为精确的投资理论及分析方法。通过有效运用更为先进的投资组合理论，人们找到了有效降低市场中投资风险的方法。这对于降低市场违约风险，维护市场的持续稳定起到了巨大的推动作用。

Markowitz提出的“均值-方差”投资理论的意义在于，它提供了一个以收益和风险为参数的，易于操作的模型。通过利用数据库来收集相关股票的历史收益率，之后计算出各个股票收益率的均值，并作为投资模型的预期收益变量，成功构建了一个通过实现最大化期望收益和最小化组合方差为目标的优化问题。该模型通过直接的计算，提供了一个在一定期望收益下达到最小风险投资组合方案。

然而，均值方差投资组合在实际操作过程中往往会出现协方差矩阵计算量过大，参数误差影响较大等问题。学者Black 和Litterman指出，预先给定收益的变化对于组合的整体稳定性而言影响较大，因此该模型缺乏一定的稳定性。为此，自从该模型问世以来，众多学者提出了不断地改进，来不断优化均值方差模型。

首先，由于高于期望收益均值的股票行情始终是投资者追求的目标，而在马科维茨的投资组合模型中，向上的增长和向下的下跌所带来的波动均被视为风险，这显然与实际投资者的愿望相违背。为此，学者Knnon提出了利用期望收益率的绝对值偏差来度量风险的“均值-绝对方差”模型。除此之外，Young成功构建了以投资收益的最小顺序统计量作为风险的模型；Cai等通过利用期望投资收益的最大偏差作为风险的度量，同样构建出了线性规划投资模型。就当前研究水平而言，线性规划模型在计算量方面相比于非线性规划模型有着较为显著的优势，特别是在具有若干个过程的投资模型中。因为在这种情况下，非线性规划在处理大量离散模型的情形，相比于线性模型要更为复杂。

上述模型均建立在马科维兹的模型基础之上，是马科维兹模型的进一步改进。然而，就在马科维茨提出“均值-方差”投资组合的同年，经济学家Roy提出了另外一种投资模型，并称其为“安全第一模型”。该模型通过事先确定一定的风险水平，再以计算投资收益最小化小于该水平的概率为依据，通过利用切比雪夫不等式转换为“均值-方差比”的优化问题。该模型同样具有跨时代的意义，马科维茨对“安全第一”模型也有着很高的评价，认为“人们对我的称赞应该分给Roy一半”。

由Roy建立的“安全第一”模型侧重于对风险发生的概率进行衡量与操控。安全第一模型经过不断的优化，最终形成了经典的VaR模型。VaR模型有着实用且简单的特点。从原理的角度来讲，VaR模型可以看作是衡量在一定置信水平下的发生最坏情况下的损失。此外，学者亚历山大和巴普蒂斯塔提出了“均值-VaR”模型，通过分别运用一阶和二阶的Chebyshev不等式，求出了投资组合模型较好的上界条件，使模型达到了很好的优化结果。

以上模型均为一些经典的投资模型，然而就模型自身而言，“均值-方差”等模型大都为静态的，单一阶段的模型。虽然静态的模型在衡量某一时期的收益与风险方面表现得相当出色，但是在实际投资过程中，投资者通常需要进行长时间的投资操作，并且根据股票市场的行情来适当变更股票持有比例，这就需要引入动态的投资模型。动态的投资模型，在长远角度来看，比静态模型更具有参考性。

**1.3 本文主要内容与结构安排**

本文主要研究几种常用的投资组合优化模型在实际股票市场中的应用与具体表现，进行仿真实验。通过结合收益指标来分析各自的优劣，并给出适当的投资建议。

第一章初步介绍了当前股票市场的现状，论述了部分投资组合模型的起源与发展历程，最后论述了本文的主要内容。

第二章介绍了本文用于评价不同模型的优劣而选用的两种参考指标，分析了特雷诺指数和夏普指数的异同，并详细介绍了本文所选取的若干种投资组合模型。通过建立不同的投资模型，系统地比较了各个模型的优劣以及内在原因。

第三章论述了本文选择研究对象的基本原则，运用通达信数据库收集并处理了所需要的具体股票数据，为第四章的仿真投资实验提供了充足的数据支持。

第四章阐述了两次不同行情下的仿真实验的模拟结果。通过分析不同模型的收益率等相关指标，本章指出了不同模型产生不同结果的内在因素，分析了由于行情差异所带来的投资组合结果的差异，论述了每一个投资模型的优点与短板。最后通过分别计算每一种模型的特雷诺指数和夏普指数，综合衡量了模型的优劣。

第五章简要论述了现代投资组合理论的发展，对今后的发展趋势做出了预测，同时总结了本文的不足之处。

**第二章 投资组合理论的总体分析与论述**

**2.1 市场假设条件**

1.股票价格充分反映股票供求关系，股市交易遵从随机漫步理论。

2.投资者均为经济学意义上的理性投资人，且都厌恶风险。

3.本文不考虑突发性事件对市场所造成的影响，忽略市场等外在因素对投资者行为的影响，即投资者只通过股票价格的变化来做出决策。

4.不考虑突发事件，认为市场是始终有效的。

**2.2 本文符号设定**

为方便本文后续建模以及论述，在此提出本文所涉及符号及其含义：

n**:**证券市场中投资的股票数目

x**:**风险资产的投资分配向量

:第i支股票的收益率（i=1,2,…,n）

:第i支股票收益率的数学期望（i=1,2,…,n）

:第i支股票的收益率方差（i=1,2,…,n）

:第i支股票与第j支股票的协方差（i,j=1,2,…,n）

:投资组合的协方差矩阵

**:**投资组合的收益率

**:**投资组合的收益率期望

**:**投资组合的收益率方差

**2.3投资模型评价指标**

为了充分衡量投资组合模型的优劣，本文引入投资组合领域三大经典投资模型指标中的特雷诺指数和夏普指数作为参考标准。

特雷诺指数：特雷诺指数代表了组合风险的超额收益率。其[指数](https://baike.baidu.com/item/%E6%8C%87%E6%95%B0)值越小，意味着承担一个单位的风险所获得的收益就越低。其计算公式为：

其中，表示特雷诺指数，表示平均收益率，表示无风险利率，表示整体风险。

夏普指数：诺贝尔奖得主夏普通过综合衡量收益与风险，提出了夏普指数。夏普指数反应的核心思想为：投资者在建立投资组合时，应使其回报率高于无风险利率。夏普指数衡量了每多承担一个单位的风险，应该产生多少的超额回报。计算公式如下：

其中，表示投资组合的夏普指数，表示组合平均收益率，表示平均无风险利率，表示投资组合的标准差。

**2.4投资组合综合概述**

**2.4.1 “1/n策略”**

古巴比伦人认为人们应该将自己的钱财平均分配，来满足不同的方面的需求。例如，将三分之一的钱财作为耕作土地费用，将三分之一的钱财作为消费的费用，将三分之一的钱财用于其他方面。同样对于普通投资者而言，最为简易方便的投资组合即把资金平均分配给每一支股票。这种方式看上去直接简单，便于普通投资者操作。

“1/n策略”指在所选择的所有股票中，每支股票的投资比例均为其总资金的1/n，即x= (1/n,1/n,1/n,…1/n)。这种投资策略不涉及参数的影响,其原理为平均化原则在投资理论中的运用，同时也不依靠股票的任何历史数据。

对于1/n模型，容易得到股票的收益率与收益期望:

（其中i=1,2,…,n）

对于1/n模型，虽然原理较其他模型来说简单.但是学者De Miguel等通过利用样本外检验，分析了美国股票市场的数据发现，由于参数估计存在偏差的原因，这就使得基于数量化的投资组合不一定会比“1/n策略”的投资结果更好。部分原因在于“1/n策略”的收益率不会基于任何参数，仅仅是股票价值波动程度的直接反映，而数量化的模型通常由于其存在参数估计上的误差，而参数的误差估计会对模型造成一定无法预料的影响。

“1/n策略”虽然不涉及参数误差对模型的影响，然而由于其收益率仅仅和股票价格的波动相关，是股票价格波动的直接反映。因此当股票市场出现全盘震荡幅度较大的情形时，运用“1/n策略”的投资组合没有更多减低组合风险以减少损失的手段，不能保证降低风险的要求。

**2.4.2 市值组合策略**

市值组合策略通过计算每支股票所代表企业的市值在整体投资组合的总市值中所占的权重为依据分配投资资金，即市值越高的企业的股票分配的资金就越多，市值与资金所占权重成正比。

对于市值组合模型，容易得到股票的收益率与收益期望:

（其中i=1,2,…,n）

对于市值组合模型，其最大的优点在于市值较大的企业一般而言相比于较小的企业有着更强的风险把控能力与投资回报能力，这也解释了为什么其市值较大的原因。一般而言，市值较大的企业，其股票价格的稳健性要优于较小的企业。通过增大其资金比例，可以进一步提高投资组合的稳健性。

然而，学者De Miguel等通过研究美国市场月度股票市场行情发现，在美国，较小的公司一般而言有着更好的经济效益（小公司效应）。这反映了小型公司由于其规模较小，管理便捷，上升空间巨大等特点，通过不断采用更为先进的管理经验与技术，可以更快地实现公司收益的突破式发展。因此，虽然市值组合模型通过增加大企业股票的投资比例可以有效提高投资的稳健性，但其收益会因为小公司效应而受到影响。

**2.4.3马科维茨均值-方差模型**

马科维茨于1952年提出的均值方差投资组合是建立在禁止投资者进行股票卖空操作的基础之上的，试图寻找到一种在达到一定期望收益的前提下，最小化组合方差的模型。另外，根据马科维茨的投资理论，为了实现投资组合的风险最小化，投资者既需要将资金进行分散化投资，又需要使得股票之间的协方差最小，即相关性最小。因此实现这一需求最简单的操作就是将资金分散投资于不同的行业，特别是相关性较小的行业中。相关性越低，那么投资组合的关联性就越小。那么一旦发生大规模连锁反应，由于股票的协方差较小,其投资组合的波动幅度就能变得更小。

另外，均值-方差投资理论还基于以下几个准则：

（一）投资者进行投资的依据是某一时间段内的股票收益大小。

（二）投资者仅根据投资股票的收益率方差来衡量投资风险的大小。

（三）投资者是讨厌风险的。在一定水平的收益下，要求风险最小；在一定水平的风险下，要求收益的最大化。

根据以上准则，马科维茨建立了著名的“均值-方差”投资组合模型：

首先令为投资者在第i项资产上的投资比例（i= 1,2,…,n），那么有  
 投资组合的收益率为  
 收益率期望为

收益率期望方差为

首先考虑传统的均值-方差模型，令投资组合的期望收益最大化，同时方差最小化，该问题可以表示为以下模型(1)：

0 （其中i=1,2,…,n）

另外马科维茨研究了最小方差原则下的“均值-方差”模型，即在一定期望收益情况下，使得组合的方差最小化的模型，如下(2)：

0 （其中i=1,2,…,n）

对于马科维茨的“均值-方差”模型，其重要突破性意义主要表现在以下方面：

（一）在马科维茨之前，虽然人们已经认识到了应该将股票风险与其收益率综合考虑。然而，在实际过程中，最大化收益和分散化投资之间的矛盾仍然没有更好地解决。马科维茨通过计算均值与股票的方差，求解了在一定约束条件下的资金最优化分配问题。

（二）马科维茨进一步提出了可以实际操作的在收益不定条件下选择投资组合的理论。他提出了对于股票风险的衡量不仅仅应该参考股票的收益率方差，还应该分析整个投资组合的协方差。通过将股票之间的协方差引入模型，马科维茨发现投资组合整体风险的大小与股票之间的相关性密切相连。并提出了分散风险的重要方式在于选择相关性较低的股票组合。

（三）该理论提供给投资者一个具体的计算方法，因此可以被直接运用于实际投资。

然而，虽然马科维茨的“均值-方差”模型被誉为“华尔街的第一次革命”，但是其模型中的风险的计算方法也遭到了后来学者的质疑，主要原因有：

（一）在均值-方差模型中，期望收益的影响远大于协方差矩阵的影响。投资组合对于期望收益的灵敏度较大，以至于收益的微小变化会导致投资组合的巨大变动。参数的误差难以把控。

（二）马科维茨运用股票组合的整体方差大小作为衡量风险大小的依据的方法存在一定的缺陷。因为波动分为增长与下跌。而高于期望收益的波动（增长）是投资者所期待的结果，马科维兹将收益与损失共同视为风险的做法存在一定弊端。将收益与损失共同衡量不符合实际的投资理念。

（三）当投资组合所选用的股票数量增加时，从统计学角度讲，计算过于复杂。该方法不适合进行大批量的数据分析与处理。

总而言之，马科维茨通过提出均值-方差模型，将现代金融学，金融数学的研究带入了一个全新的时代，但是该模型仍然有很大的改进空间。

**2.4.4 VaR风险模型**

随着学术界对于投资模型的不断深入研究，部分传统的投资模型逐渐暴露出不同的弊端。例如：资产负债管理，即ALM模型，但是其极其依赖数据报表，并且该模型缺乏时效性。为此G30集团提出了著名“Value at Risk”模型，即VaR投资模型。

VaR方法自从问世以来，就收到国际权威金融机构的追捧。巴塞尔银行等金融机构都将VaR模型作为衡量投资组合风险的标准办法。VaR方法从原理的角度讲是通过计算在给定一个置信水平的前提下，投资者所能承受的最大的损失来衡量风险。

关于VaR方法的计算，首先要给定两个前提条件：

（一）投资时间长度：一般而言，投资时间越长，其整体风险就越大。投资长短并无明确的规定。基于此本文中所选用的案例均为1年时间。

（二）置信水平：从统计学角度来看，置信水平反映了人们对于股票风险的偏好程度。一般而言，厌恶风险的投资人通常会选择较高的置信水平，从而来保证收益。一般而言，置信水平通常选择在0.95至0.99之间。

由于之前的模型都假设投资收益分布是服从正太分布的情形，然而根据人们对实际股票市场的研究发现，事实并非如此。因此我们考虑非正太分布情况下的VaR模型：

对于非正太分布情况，我们应用切比雪夫不等式可以求得VaR的上界：

然而，切比雪夫不等式上界并不严格，我们考虑Bertsimas和Popescu的结论，给出VaR的严格上界：

因此，我们得到了代替马科维茨模型的非正太分布的VaR模型：

0 （其中i=1,2,…,n）

其中p表示期望收益率，t表示置信水平。

**2.5本章小结**

本章通过给定股票市场的前提假设，运用公式论述了四种常用的投资组合方法及其收益率的计算方法。除此之外，本文结合每一种投资组合，介绍并分析了每一种模型的优点与不足，给出了相应的参考建议。另外本章介绍了两种常用的投资组合分析指标。

**第三章 投资组合仿真与案例分析**

**3.1案例对象的选择原则**

1. **行业分散化原则**

行业分散化原则的目的在于分担各个不同行业潜在风险，降低连锁反应发生的概率。这样有利于提高投资组合的稳健性。1968年，美国学者J.H.Evans和S.H.Archer通过随机选择各种资产组合，并对其不同组合的分散风险能力进行了数量分析。实验结果显示，由10种左右股票构成的投资组合的分散风险的能力就已经达到了极限。因此，本文随机选取了我国不同行业的股票进行检验与仿真分析。

1. **龙头股原则**

由于一般投资者对于股票市场的行情相比于专业从业人员而言较为薄弱，并且绝大多数投资者对于投资于股票市场的目的更在于以较低的风险水平获得高于银行或债券回报水平的收益，对抗货币贬值的影响，而非一味追求高收益。另外，由于行业龙头企业规模较大，抗风险能力较强，更具有较高的声誉，因此，龙头股票相比于其他股票而言有着更稳健的优点。所以本文所选用的参考对象股票均为当前我国股票市场上的行业龙头股票。

1. **时间跨度方案**

一般情况而言，虽然长期投资的综合回报率相比于短期投机行为要略低，但其稳健性要由于短期的投机行为更强。因此，为了更好对比分析模型在不同市场条件的优劣，本文选取了两个不同时间段的市场行情进行分析：

行情一：2017年全年的中国股票市场

行情二：2015年6月至2016年6月的中国股票市场

行情一反映的股票市场表现稳定，整体波动幅度适中，有利于分析模型在较小波动下的优劣；行情二选取了股市暴跌的市场表现，通过分析剧烈波动的股票市场数据，可以更好地检验各种模型的稳健性。

综合以上原则，本文随机选取了十个不同行业的龙头企业的股票，分别为：万科A，鞍钢股份，南方航空，中信证券，三一重工，招商银行，中国医药，贵州茅台，中国石油，大唐发电。详细信息见下表。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 股票名称 | 股票代码 | 股票市值（亿元） | 市值所占比例 |
| 1 | 万科A | 000002 | 1918.696 | 0.075 |
| 2 | 鞍钢股份 | 000898 | 305.655 | 0.012 |
| 3 | 南方航空 | 600029 | 485.784 | 0.019 |
| 4 | 中信证券 | 600030 | 1541.151 | 0.060 |
| 5 | 三一重工 | 600031 | 460.713 | 0.018 |
| 6 | 招商银行 | 600036 | 3473.16 | 0.136 |
| 7 | 中国医药 | 600056 | 189.476 | 0.007 |
| 8 | 贵州茅台 | 600519 | 4124.736 | 0.161 |
| 9 | 中国石油 | 601857 | 12692.96 | 0.496 |
| 10 | 大唐发电 | 601991 | 381.618 | 0.016 |

表1 --行情一股票明细

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 股票名称 | 股票代码 | 股票市值（亿元） | 市值所占比例 |
| 1 | 万科A | 000002 | 1201.127 | 0.038 |
| 2 | 鞍钢股份 | 000898 | 424.965 | 0.013 |
| 3 | 南方航空 | 600029 | 669.006 | 0.021 |
| 4 | 中信证券 | 600030 | 2869.425 | 0.090 |
| 5 | 三一重工 | 600031 | 1025.288 | 0.032 |
| 6 | 招商银行 | 600036 | 3258.92 | 0.102 |
| 7 | 中国医药 | 600056 | 208.161 | 0.007 |
| 8 | 贵州茅台 | 600519 | 2809.926 | 0.088 |
| 9 | 中国石油 | 601857 | 18796.59 | 0.586 |
| 10 | 大唐发电 | 601991 | 743.256 | 0.023 |

表2 --行情二股票明细

**3.2仿真数据的预处理**

对于马科维茨的经典“均值-方差”模型求解投资组合，其求解主要依赖于历史数据的支撑，从而我们计算出所有股票的收益率，方差以及股票之间的协方差。

通过通达信金融终端，我们获取了所有股票的交易信息，如：开盘价，收盘价，收益率等信息。由于本文考虑的投资时间长度为一年，为保证数据的充足性，同时便于处理计算，本文选用一个交易周的时间长度作为一个基本单位。

我们记第i支股票第t周的收盘价格为,易得所选股票的周收益率为：

周收益率的数学期望为：

周收益率的方差为：

各类股票收益率的协方差为：

通过将以上公式及数据导入MATLAB,经过计算可以得出所选股票的收益率，方差以及股票之间的协方差（见下表）:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票代码** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| **收益率** | 0.0079 | 0.0022 | 0.0123 | 0.0033 | 0.0068 |
| **方差** | 0.0022 | 0.0024 | 0.0011 | 0.0005 | 0.0016 |
| **股票代码** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **收益率** | 0.0120 | 0.0076 | 0.0151 | 0.0014 | 0.0031 |
| **方差** | 0.0013 | 0.0011 | 0.0010 | 0.0003 | 0.0012 |

表3--行情一收益率及方差统计表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **000002** | 0.0022 | -0.0002 | 0.0006 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0006 | -0.0003 | -0.0002 | 0.0002 | -0.0002 |
| **000898** | -0.0002 | 0.0024 | -0.0001 | 0.0006 | 0.0005 | 0 | -0.0002 | -0.0002 | 0.0003 | 0.0001 |
| **600029** | 0.0006 | -0.0001 | 0.0011 | 0 | -0.0001 | 0.0003 | -0.0001 | -0.0001 | 0 | -0.0002 |
| **600030** | 0.0003 | 0.0006 | 0 | 0.0005 | 0.0003 | 0.0003 | 0 | 0 | 0.0001 | 0 |
| **600031** | 0.0002 | 0.0005 | -0.0001 | 0.0003 | 0.0016 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0003 | 0.0001 | -0.0001 |
| **600036** | 0.0006 | 0 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0013 | 0 | 0.0002 | 0.0002 | 0 |
| **600056** | -0.0003 | -0.0002 | -0.0001 | 0 | 0.0002 | 0 | 0.0011 | 0.0005 | 0 | -0.0002 |
| **600519** | -0.0002 | -0.0002 | -0.0001 | 0 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0005 | 0.0010 | 0 | 0 |
| **601857** | 0.0002 | 0.0003 | 0 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0002 | 0 | 0 | 0.0003 | 0.0001 |
| **601991** | -0.0002 | 0.0001 | -0.0002 | 0 | -0.0001 | 0 | -0.0002 | 0 | 0.0001 | 0.0012 |

表4--行情一股票协方差统计表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票代码** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| **收益率** | 0.0130 | -0.0092 | -0.0064 | -0.0107 | -0.0202 |
| **方差** | 0.0052 | 0.0037 | 0.0075 | 0.0067 | 0.0062 |
| **股票代码** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **收益率** | 0.0016 | -0.0055 | 0.0014 | -0.0044 | -0.0094 |
| **方差** | 0.0023 | 0.0066 | 0.0017 | 0.0027 | 0.0047 |

表5--行情二收益率及方差统计表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **000002** | 0.0052 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0021 | 0.0018 | 0.0011 | 0.0016 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0016 |
| **000898** | 0.0018 | 0.0037 | 0.0018 | 0.0027 | 0.0024 | 0.0014 | 0.0016 | 0.0004 | 0.0012 | 0.0033 |
| **600029** | 0.0017 | 0.0018 | 0.0075 | 0.0030 | 0.0034 | 0.0009 | 0.0041 | 0.0003 | 0.0011 | 0.0024 |
| **600030** | 0.0021 | 0.0027 | 0.0030 | 0.0067 | 0.0039 | 0.0023 | 0.0033 | 0.0014 | 0.0025 | 0.0030 |
| **600031** | 0.0018 | 0.0024 | 0.0034 | 0.0039 | 0.0062 | 0.0021 | 0.0037 | 0.0013 | 0.0012 | 0.0031 |
| **600036** | 0.0011 | 0.0014 | 0.0009 | 0.0023 | 0.0021 | 0.0023 | 0.0017 | 0.0010 | 0.0012 | 0.0014 |
| **600056** | 0.0016 | 0.0016 | 0.0041 | 0.0033 | 0.0037 | 0.0017 | 0.0066 | 0.0007 | 0.0009 | 0.0028 |
| **600519** | 0.0009 | 0.0004 | 0.0003 | 0.0014 | 0.0013 | 0.0010 | 0.0007 | 0.0017 | 0.0008 | 0.0007 |
| **601857** | 0.0014 | 0.0012 | 0.0011 | 0.0025 | 0.0012 | 0.0012 | 0.0009 | 0.0008 | 0.0027 | 0.0012 |
| **601991** | 0.0016 | 0.0033 | 0.0024 | 0.0030 | 0.0031 | 0.0014 | 0.0028 | 0.0007 | 0.0012 | 0.0047 |

表6--行情二股票协方差统计表

**第四章 实验仿真及数据分析**

**4.1****行情一下的投资模型仿真实验**

行情一选取了我国2017年全年作为仿真对象，在此期间，上证A股涨幅为6.58%，市场整体稳定，有利于衡量模型的盈利能力。

**4.1.1“1/n模型”**

由于该模型不涉及股票历史收益率的影响因素，故设定投资者于2017年第一个交易日开盘价买入，于2017年最后一个交易日卖出。根据从通达信金融终端所收集的数据，“1/n模型”的收益率为各个股票收益率的均值，见下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| 收益率 | 0.5718 | 0.2751 | 0.7275 | 0.1507 | 0.4942 | 0.7212 | 0.3267 | 1.130 | 0.0319 | 0.084 |

表7--行情一股票年收益率统计表

易得行情一的收益率均值R=0.4513

相比于2017年大盘情况，该组合的收益率远远高于同期大盘走势，这充分体现了行业龙头股的优越性。通过分析投资组合成分股发现，贵州茅台（年增长率113%）、南方航空（年增长率72.75%）以及招商银行（年增长率72.12%）的增长幅度较大。这些行业龙头股票对于整体投资组合的收益起到了关键作用。

通过表4的协方差矩阵与协方差公式，我们易得该投资组合收益率的方差：

通过所得数据，我们发现，“1/n”模型，在行情较好时的收益率较高，这主要由于投资组合内的优质股票的带动，使得整体均值得到了提高，充分体现了1/n模型受个股影响较大的特点。然而，参照表3的方差，发现部分股票的方差较大，这说明整体组合的稳定性会因部分波动较大的股票而变得不稳定。该模型仅通过平均值原理进行投资，几乎没有规避风险的手段。

**4.1.2市值组合模型**

市值组合模型同样不涉及参数的估计问题，其原理是根据企业的市值大小所占组合总市值的比例分配投资资本，故收益率为各个股票收益率的加权平均值。股票收益率参考表7，市值权重参考表1，本文同样假设投资者于2017年初购买相应的股票，得“市值组合模型”的收益率与方差分别为：

R=0.3774

=2.2422

相比于4.1.1，市值组合模型在收益率上低于1/n模型。通过研究市值组合策略的各项股票权值，容易看出中国石油的权值为49.6%，而其收益率在十支股票中最低，仅为3.19%。由于中国石油在投资组合中权重最大而收益最低，中国石油的高比重几乎主导了整体组合的表现，这也解释了该组合收益下降的原因。

然而，由于中国石油的企业规模及其企业性质，中国石油的股价在很大程度上不会发生过于强烈的波动。对于大型、巨型国有企业一般而言，都具有极高的抗风险能力。通过加大其组合权重，虽然投资回报率会有所下降，但可以使投资更加稳健，投资组合的总价值也不易发生大幅度下跌。因此，市值组合策略不失为一种风险操控手段。

**4.1.3最小方差模型**

根据2.4.3所述的马科维茨的均值-方差模型，现在我们考虑其中最小化风险的投资组合模型，即最小方差模型。考虑模型2.4.3（2），我们使用MATLAB软件建立对应的模型进行仿真求解。首先，根据表3的数据我们已知所有股票的最低收益为0.0014，最高收益为0.0151。因此，为了方便讨论并保证结果的精确性，本文假设给定的期望收益p在0.0014与0.0151间断变化，并设定间断变化量为0.0001。通过对优化模型进行求解，我们得到了最优组合方案。部分结果见下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | | 0.0025 | 0.0040 | 0.0052 | 0.0055 | **0.0059** | 0.0080 | 0.0090 | 0.0100 |
| X | X1 | 0.0125 | 0.0125 | 0.0125 | 0.0125 | **0.0067** | 0.0189 | 0.0252 | 0.0323 |
| X2 | 0.0028 | 0.0028 | 0.0028 | 0.0029 | **0.0002** | 0.0150 | 0.0329 | 0.0524 |
| X3 | 0.1607 | 0.1607 | 0.1610 | 0.1613 | **0.1698** | 0.2252 | 0.2465 | 0.2648 |
| X4 | 0.1449 | 0.1449 | 0.1448 | 0.1446 | **0.1491** | 0.0933 | 0.0510 | 0.0107 |
| X5 | 0.0298 | 0.0298 | 0.0298 | 0.0298 | **0.0287** | 0.0303 | 0.0280 | 0.0242 |
| X6 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0017 | 0.0017 | **0.0002** | 0.0143 | 0.0347 | 0.0610 |
| X7 | 0.1197 | 0.1197 | 0.1196 | 0.1194 | **0.1150** | 0.0914 | 0.0842 | 0.0788 |
| X8 | 0.0787 | 0.0788 | 0.0792 | 0.0799 | **0.0905** | 0.2011 | 0.2479 | 0.2915 |
| X9 | 0.3169 | 0.3168 | 0.3164 | 0.3158 | **0.3105** | 0.1913 | 0.1343 | 0.0726 |
| X10 | 0.1322 | 0.1322 | 0.1321 | 0.1320 | **0.1293** | 0.1191 | 0.1153 | 0.1117 |
| 方差  （） | | 6.5670 | 6.5668 | 6.5667 | 6.5671 | **6.5510** | 7.8199 | 9.0671 | 10.683 |

表8--情形一最小方差模型部分结果统计表

通过表8我们可以看到，当设定期望收益p为0.0059时，对应的最小方差模型的风险达到最小值。根据表4，在p=0.0059时，由协方差公式求得组合的整体最小方差为6.5510。

另外，由于最小方差策略以周收益率为指标，故通过将周收益转化为年收益率，可得到最小方差模型的年收益0.3596，方差为6.5510。

下图为最小方差模型，当期望收益p变化时,投资组合风险的变化情况以及收益/风险的变化情况:

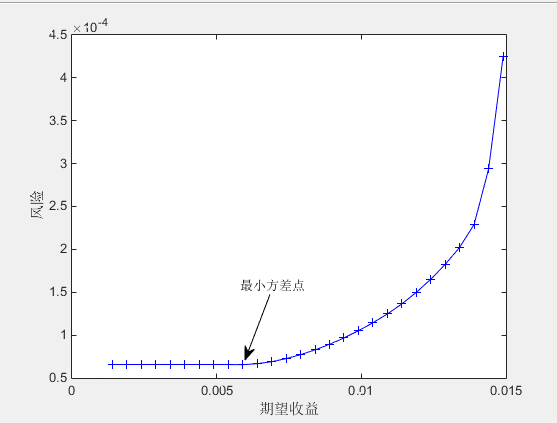
****

图1--情形一最小方差模型风险随收益变化趋势图

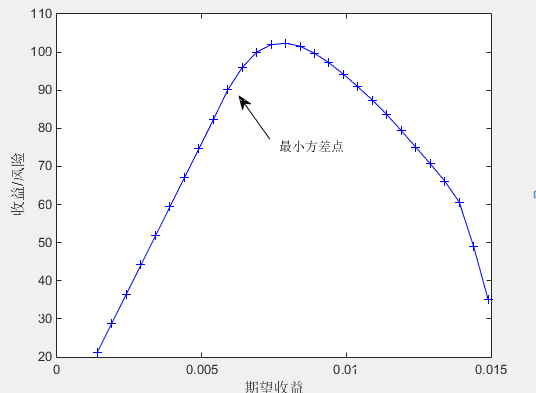
****

图2--情形一最小方差模型收益/风险比值随期望收益变化趋势图

由图2我们发现，最小方差模型的最优解取值并没有在图2的最高点。这意味着，当最小方差组合的整体方差达到最小化时，其收益/风险的比值并没有达到最优情况。最小方差模型仅仅考虑了方差的最小化，忽略了在适当提高方差基础上，使图2的比值进一步提高的情况。通过适当提高收益率，我们可以找到一种实现收益/风险比值最大化的策略，即最小方差模型2。

**4.1.4最小方差模型2**

通过分析图2，我们发现投资组合的收益与风险的比值随着期望收益的提高而增长，之后会出现一个峰值。这启示我们，对于最小方差模型，我们可以通过适当提高投资组合的预期收益，来实现投资组合的收益与风险的比值的最大化。

当图2的曲线达到峰值时，就意味着每承担一个单位的风险，投资者所收获的收益将达到最大化。

我们将最小方差模型改进，有如下的最小方差模型2；

0 （其中i=1,2,…,n）

通过运用MATLAB建模及图2，我们得到了的最大值，该投资组合的比例分配如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| 比例 | 0.0175 | 0.0121 | 0.2210 | 0.1009 | 0.0305 |
| **股票** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| 比例 | 0.0106 | 0.0929 | 0.1918 | 0.2030 | 0.1198 |

表9--情形一最小方差模型（2）统计表

优化后的最小方差模型的收益率为p=0.0078,年收益率为0.4863，整体方差=7.6149。

通过与传统最小方差模型进行对比，虽然其方差较传统模型增长了16.2%，但收益率提高了35.2%。因此，在最小方差模型的基础上，通过适当提高预期收益来达到单位风险下投资收益最大化的投资策略是可行的。

**4.2行情二下的投资模型仿真实验**

行情二所选的时间段为2015年6月至2016年5月，期间中国股市正值大熊市时期，上证A股从4029点下跌至3052点，跌幅达到了24.24%。通过选取该过程，可以有效检验模型的稳健性。

**4.2.1“1/n模型”**

我们假设投资者按照4.1.1所叙述的相同方法进行投资。通过收集通达信金融终端的数据，我们有以下收益率统计表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| 收益率 | 0.8574 | -0.4087 | -0.3951 | -0.4668 | -0.5855 |
| **股票** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| 收益率 | 0.0219 | -0.3587 | 0.0688 | -0.3738 | -0.4583 |

表10--行情二股票年收益率统计表

易得整体收益率R=-0.2099

根据表6的协方差矩阵，我们得到“1/n模型”的整体风险=0.0022

通过分析表9，我们可以发现，在行情二中，大部分股票的价格下跌幅度都超过了同期上证A股的幅度，只有万科A（000002）有较大的增长。

因此，我们可以看出，在行情二的仿真模拟中，该模型只是将所有股票的收益求均值。并没有依据收益率而加大万科A的持有比例。根据“1/n策略”的原理，我们可以得知，该组合整体价值的波动为各个股票价格波动的均值。由于权重一致，稳定性较好的股票并不会给让整体组合变得更加稳健，因此，当市场出现大规模波动的情形时，该组合没有办法有效降低投资风险。

**4.2.2市值组合模型**

我们继续假设投资者按照4.1.2所叙述的相同方法进行投资。股票收益率参考表9，市值权重参考表2，计算出收益率与方差分别为：

R=-0.2656

=0.0019

通过分析该模型的仿真结果，我们发现在行情二中，中国石油的权重占据了0.586，而中国石油的收益率为-0.37，并且中国石油的价格方差也较大，为0.0027.这说明，在该组合中，中国石油的股价波动主导了整体组合的股价波动，虽然万科的收益率较高，但由于其比例在整体组合中较低，导致其没有达到提高整体收益的效果。

通过与1/n模型比较，我们发现，市值组合模型的方差小于前者。这也是因为市值组合模型分散了投资比例，将更多的资金投入了更加稳健的股票中。

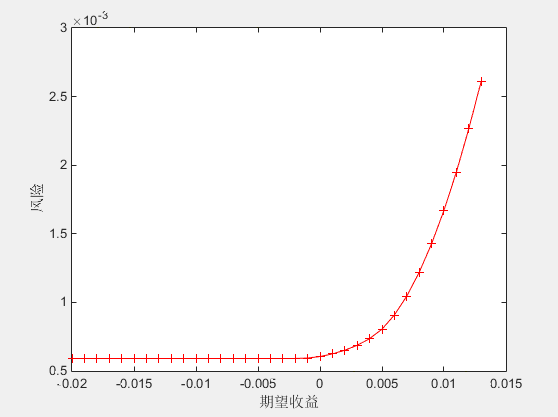
**4.2.3最小方差模型1**

在行情二的最小方差模型中，我们同样假设期望收益率在各个股票收益率的最小值-0.0202与最大值0.0130间变动，变动幅度为0.0001.运用MATLAB建模求得部分结果见下表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | | -0.0202 | -0.0130 | -0.0068 | **-0.0030** | -0.002 | -0.001 | 0 | 0.001 |
| X | X1 | 0.0019 | 0.0018 | 0.0026 | **0.004** | 0.0024 | 0.0249 | 0.0618 | 0.0993 |
| X2 | 0.1530 | 0.1530 | 0.1527 | **0.1536** | 0.1514 | 0.1246 | 0.0891 | 0.0532 |
| X3 | 0.0649 | 0.0649 | 0.0646 | **0.0661** | 0.0649 | 0.0636 | 0.0602 | 0.0556 |
| X4 | 0 | 0. | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X5 | 0 | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X6 | 0.0615 | 0.0615 | 0.0613 | **0.0627** | 0.0636 | 0.0928 | 0.1273 | 0.1607 |
| X7 | 0.0090 | 0.0090 | 0.0094 | **0.0067** | 0.0087 | 0.0046 | 0.0017 | 0.0009 |
| X8 | 0.5458 | 0.5458 | 0.5455 | **0.5464** | 0.5459 | 0.5445 | 0.5389 | 0.5330 |
| X9 | 0.1640 | 0.1640 | 0.1639 | **0.1640** | 0.1630 | 0.1449 | 0.1209 | 0.0971 |
| X10 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | **0** | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 |
| 方差  （） | | 5.9132 | 5.9132 | 5.9137 | **5.9122** | 5.9135 | 5.9435 | 6.0538 | 6.2444 |

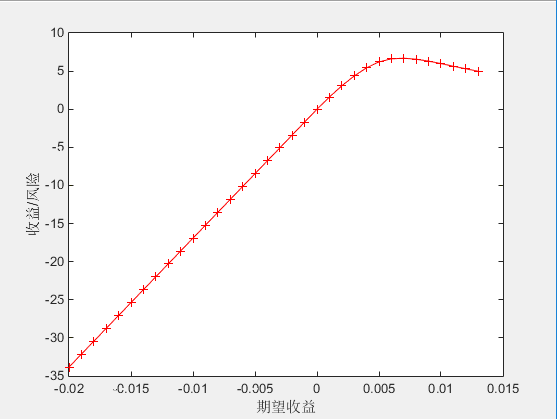
表11--情形二最小方差模型部分结果统计表

通过表11我们可以看到，当期望收益p为-0.0030时，对应的最小方差模型的风险达到最小值。根据表6，在p=-0.0030时，对应的年收益率为-0.143。由协方差公式求得组合的整体方差为5.9122。

****

最小方差点

图3--情形二最小方差模型风险随收益变化趋势图



最小方差点

图4--情形二最小方差模型收益/风险比值随期望收益变化趋势图

**4.2.4最小方差模型2**

我们继续假设投资者按照4.1.4所叙述的投资模型进行投资，通过运用MATLAB建模及图4，我们得到了的最大值，该投资组合的比例分配如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| 比例 | 0.4645 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **股票** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| 比例 | 0.1530 | 0 | 0.3824 | 0 | 0 |

表12--情形二最小方差模型（2）统计表

优化后的最小方差模型模型2的收益率为p=0.0068,年收益率为0.4128，整体方差= 0.0010。该模型是情形二中唯一收益率为正的模型。

**4.3投资组合指标分析**

**4.3.1夏普指数分析**

由2.3可知，夏普指数的定义式为：

对于行情一，我们取=1.5%；对于行情二，我们取通过计算得：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **行情一** | 1/n | 市值组合 | 最小方差1 | 最小方差2 |
| 收益率 | 0.4513 | 0.3774 | 0.3596 | 0.4863 |
| 方差 |  | 2.2422 | 6.5510 | 7.6149 |
| 标准差 | 1.45 | 1.50 | 8.09 | 8.73 |
|  | 30.65 | 24.78 | 43.78 | 54.86 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **行情二** | 1/n | 市值组合 | 最小方差1 | 最小方差2 |
| 收益率 | -0.2099 | -0.2656 | -0.1430 | 0.4128 |
| 方差 | 0.0022 | 0.0019 | 5.9122 | 0.0010 |
| 标准差 | 0.047 | 0.043 | 2.43 | 0.0316 |
|  | -4.35 | -6.02 | -5.73 | 12.73 |

**4.3.2特雷诺指数**

由2.3可知，特雷诺定义式为：

对于行情一，我们取=1.5%；对于行情二，我们取通过计算得：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **行情一** | 1/n | 市值组合 | 最小方差1 | 最小方差2 |
| 收益率 | 0.4513 | 0.3774 | 0.3596 | 0.4863 |
| 方差 |  | 2.2422 | 6.5510 | 7.6149 |
|  | 2128 | 1658 | 5406 | 6290 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **行情二** | 1/n | 市值组合 | 最小方差1 | 最小方差2 |
| 收益率 | -0.2099 | -0.2656 | -0.1430 | 0.4128 |
| 方差 | 0.0022 | 0.0019 | 5.9122 | 0.0010 |
|  | -93.02 | -136.29 | -235.8 | 402.48 |

**4.4本章小结**

第四章模拟了两次不同行情下四种模型的实际表现，通过对比其收益率与方差来直观衡量模型的优劣。通过运用夏普指数和特雷诺指数两大指标，分析了产生不同结果的内在原因。

我们发现，在两种行情中，1/n模型收益率的波动幅度都相对较大，考虑到该模型仅通过均分投资的手段来规避风险。然而熊市行情下，1/n模型的收益率会因为组合中大部分股票价格的下跌而下跌，并没有针对不同股票采取不同的风险规避手段。也正因为其具有高波动的性质，同时不涉及参数估计误差的影响。在市场较为稳定时，其收益率优于其他模型。

市值组合模型通过参考企业的市值来分配资金，依靠大企业的股票的稳健性来规避风险，来达到降低投资组合的整体方差。然而，这样的策略可能会使得大企业的股票波动主导整体模型。在本文所示的组合中，中国石油的市值占到了整体总市值的一半，极大的放大了中国石油股价对整体模型收益的影响。通过参考小公司效应，市值组合模型策略的收益率会相对较低但稳健性得到了提高。

最小方差模型侧重于使投资组合的整体方差最小化，目的在于使整体风险最小化。通过第四章的实验我们发现，虽然该组合的收益率略低于前两者，但其整体方差也出现了明显的下降。由夏普指数我们发现，其夏普指数明显优于1/n模型与市值组合模型。最小方差模型更注重提高组合的抗风险能力。因此，在考虑投资组合的稳健性上，最小方差模型要优于前两者。

最小方差模型2在最小方差模型的基础上，通过提高期望收益率来实现投资组合的收益/风险比值的最大化。通过和最小方差模型比较我们发现，其收益率提高的幅度远大于其方差增大的程度。在不同的行情之中，最小方差模型2的特雷诺指数与夏普指数均明显高于前三者，这表明优化后的模型在实际中的表现更优。

综上所述，1/n模型虽然在某些情况下有较高的收益率，同时便于操作，但其组合收益波动较大；市值组合模型通过加大大企业的投资权重来提高稳定性，但由于小公司效应，其组合收益会有所降低；最小方差模型1追求组合的整体风险最小化，虽然收益率较低，但其特雷诺指数与夏普指数均高于前两者，说明该模型具有一定的风险优化能力；最小方差模型2在最小方差模型1的基础上，通过适当提高风险来达到单位风险的收益最大化的目标，根据图2与图4，其模型的最优解较最小方差模型1，收益的增长幅度均远高于风险的增长幅度。其特雷诺指数与夏普指数也说明了该组合优于前三者。

**第五章 未来展望与不足**

随着大数据时代的到来，如何更好地处理海量的数据成为人们越来越关注的焦点，尤其像金融行业等对数字精确度越来越高的行业。数据科学（data analytics）开始走进人们的视野，通过运用大量的数据进行投资组合模型的优化越来越成为一种趋势，而并非单纯的依靠优化理论去解决问题。机器学习，神经网络等方法通过模拟大量的数据来仿真投资过程已经成为了一种趋势。相信在未来，投资组合理论的发展会越来越依靠数据科学领域的发展。

本文的不足之处在于没有将投资组合模型的三大评价指标全部引入进行考虑，得出的结论并不完整。并且，本文仅对几种常用的模型进行收益率与方差的计算，对于模型的优化部分论述较少。

**参考文献**

[1] Markowitz H M. Portfolio selection[J]. Journal of Finance,1952,7:77-91.

[2] 谢中华，MATLAB统计分析与应用：40个案例分析，北京：北京航空航天大学出版社，2011年4月.

[3]朱书尚,李端,周迅宇,汪寿阳. 论投资组合与金融优化——对理论研究和实践的分析与反思[J].管理科学学报,2004,(6).

[4]郁志勤.投资组合优化模型分析与算法实现[D].上海交通大学:上海交通大学,2010.

[5]黄琼,朱书尚,姚京.投资组合策略的有效性检验:基于中国市场的实证分析[J].管理评论,2011,(7).

[6]高莹,李超君,唐诗源,.基于鲁棒优化的投资组合模型在投资基金中的应用[J].东北大学学报(自然科学版),2009,(2).

[7]赵庆.基于鲁棒优化的若干投资组合模型研究[D]. 东北财经大学:东北财经大学,2016.

[8]高莹,商烁,黄小原,.资产组合鲁棒优化模型及应用研究[J]. 运筹与管理,2010,(4).

[9] 陈东彦，李冬梅，王树忠，数学建模，北京：科学出版社，2007年12月.

[10] 冯予 陈萍,《概率论与数理统计》,国防工业出版社，2005年.