Diskrete Mathematik | **FTB-INF**
Dr. Martin E. Müller | **WS 24/25**

Übungsblatt 5 - rationale-, irrationale und komplexe Zahlen

1. Erweitern Sie die Funktion `kleinsterTerm(frac)` aus der Vorlesung in der Art, dass sie auch mit negativen Eingabenzahlen in der Art umgehen kann, dass z.B. `kleinsterTerm([-10, -20])` $[1, 2]$ liefert, `kleinsterTerm([10, -20])` $[-1, 2]$.

2. Schreiben Sie eine Python-Funktion zum Multiplizieren von Brüchen.

3. Verwenden Sie die Funktion `addFrac` aus der Vorlesung sowie ihre Funktion aus Aufgabe **2.** um Subtraktion und Division zu implementieren.

4. Wandeln Sie von Hand 1/2, 4/25, 13/8 und 5/6 in Dezimalzahlen um.

5. Wandeln Sie von Hand 0.34, 1.3 und 0.012 in (gekürzte) Brüche um.

6. Schreiben Sie eine Python-Funktion `getRational(a,b,n)`, welche eine Liste von n rationalen Zahlen zurückgibt, die zwischen den ganzen Zahlen a und b liegen.

7. Verwenden Sie ihre Funktion aus **6.** um den größten rationalen Vorgänger von 8 zu finden. Warum liefert ihre Funktion hier ein eindeutiges Ergebnis?

8. Begründen Sie, warum die Gleichung $x^2 = 3$ keine rationale Lösung hat.

Hinweis: teilt die Zahl a die Zahl b^2, dann teilt a auch b.

9. Verwenden Sie die Funktion `babylon(x)` aus der Vorlesung um eine Approximation für den goldenen Schnitt $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$ zu berechnen. Passen Sie die Funktion so an, dass man die Genauigkeit vorgeben kann (ohne dass Sie die Funktion `math.sqrt` dazu verwenden).
Hinweis: Berechnen Sie in jeder Iteration neben a_n auch b_n.

10. Geben Sie jeweils eine ganze Zahl an, die keine natürliche Zahl ist, eine rationale, die keine ganze Zahl ist sowie eine reelle, die keine rationale Zahl ist. Welche dieser drei Zahlen ist nicht reell?

11. Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung $x^2 - 3 \cdot x + 10$ und stellen Sie die Resultate graphisch dar (in der komplexen Zahlenebene).

12. Es sei $z_1 = 2 + 3i$ und $z_2 = 2 - 2i$. Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von z_1/z_2 und stellen Sie z_1, z_2 sowie das Resultat der Division in der komplexen Zahlenebene dar.

13. Schreiben Sie Python-Funktionen für komplexe Subtraktion *complex_substract(a,b,c,d)*, Multiplikation *complex_multiply(a,b,c,d)*, Divison *complex_division(a,b,c,d)* von zwei Zahlen $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ sowie das konjugieren einer komplexen Zahl *complex_conjugate(a,b)*. Die Funktionen sollen den Real- und Imaginärteil des Ergebnisses zurückgeben.

Prüfen Sie ihre Implementierungen mit der PYTHON-Implementierung (Anhängen von `J` an eine Zahl wird zu einer imaginären Zahl, das j kommt aus der Elektrotechnik, ist aber das Gleiche wie „unser“ i).

Mögliche Theoriefragen:

- Wo auf dem Zahlenstrahl liegen die rationalen Zahlen? Geben Sie einen (informellen) Beweis für ihre Antwort.
- Zeichnen Sie ein Mengendiagramm welches die rationalen, natürlichen und ganzen Zahlen beinhaltet.
- Was ist die gößte rationale Zahl, die kleiner 7 ist.
- Welche Gleichung motiviert die Einführung der rationalen Zahlen?
- Was können Sie über die Potenzen der Primfaktoren der Zerlegung einer Zahl a sagen, wenn a eine Quadratzahl ist?
- Wie viele Nachkommastellen hat eine irrationale Zahl?
- Zeigen Sie, dass $x^2 = 2$ in $\mathbb{Q}$ keine Lösung haben kann.
- Wann ist die Gleichung $x^2 = c$ in $\mathbb{Q}$ auf jeden Fall lösbar?