

Übungsblatt 7 - Grundlagen der Mengenlehre

1. Welche der folgenden Mengen sind identisch. Welche sind Teilmengen von anderen Mengen?

- $A = \{1, 2, 3, 42\}$
- $C = \{42, 1, 3, 2\}$
- $B = \{12, 3, 42, 1, 5, 22, 2\}$
- $D = \{1, 3, 5\}$

Machen Sie ein entsprechendes Mengendiagramm.

2. Welche der folgenden Aussagen sind richtig:

- (a) Wenn $A \subseteq B$, dann hat B mehr Elemente wie A .
- (b) Wenn $A \subsetneq B$, dann hat B mehr Elemente wie A .
- (c) Wenn $A \not\subseteq B$, dann hat B . weniger oder genauso viele Elemente wie A .
- (d) Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann ist $A = B$.

Begründen Sie ihre Antworten.

3. Implementieren Sie Vereinigung, Durchschnitt und mengentheoretische Differenz in PYTHON. Überprüfen Sie ihre Implementierungen mit den eingebauten Mengenoperatoren von PYTHON.

Hinweis: Die PYTHON-Funktion `A.add(a)` fügt der Menge A das Element a hinzu.

4. Studieren Sie die Aussagen für gegebene Mengen A , B , und C aus der Vorlesung. Überzeugen Sie sich jeweils durch Beispiele (evtl. in PYTHON) oder Mengendiagramme von der Richtigkeit der Aussagen.
5. Definieren Sie mit Hilfe von Aufzählen von Elementen und Auslassungspunkten (so möglich) sowie mittels Eigenschaften

- (a) die Menge aller natürlichen Zahlen kleiner 101, die nicht gerade sind.
- (b) die Menge aller ganzer Zahlen größer 12 und kleiner 50 ohne 0, 42 und π .
- (c) die Menge aller ganzer Zahlen deren Betrag kleiner 10 ist.
- (d) die Menge aller natürlichen Zahlen, die Quadratzahlen sind.

6. Geben Sie die folgenden Mengen in mathematischer (deskriptiver) Schreibweise an:

- (a) $Y_1 = \{1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/100\}$
- (b) $Y_2 = \{1, 2, 4, 8, 16, \dots, 1048576\}$
- (c) $Y_3 = \{-1, 8, -27, 64, -125, \dots, 27000\}$

Konstruieren Sie diese Mengen auch in PYTHON.

7. Schreiben Sie eine PYTHON Funktion, die als Argumente zwei Mengen bekommt, und das Mengenprodukt dieser beiden Mengen zurückgibt.
8. Sei $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ und $C = \{5, 6\}$.
Berechnen Sie $A \times B$, $B \times A$, $(A \times B) \times C$ sowie $A \times (B \times C)$.
9. Geben Sie die Mächtigkeit (Kardinalität) folgender Mengen sowie ihrer Potenzmengen an:

• $A = \{1, 2, 3, 42\}$	• $C = \{42, 1, 3, 2\}$
• $B = \{1, 2, 3, 42, 1, 3, 22, 2\}$	• $D = \{\{1, 2, 3\}, \{42, 1\}, 3, \{22, 2\}\}$
10. Zeigen Sie, dass die Menge der geraden natürlichen Zahlen rekursiv aufzählbar ist, indem Sie eine PYTHON-Funktion angeben, die diese Menge aufzählt. Überprüfen Sie Ihre Funktion mithilfe von `viewGen` aus der Vorlesung.
11. Verbessern Sie unsere PYTHON-Funktion `Rat()` aus der Vorlesung in der Art, dass keine Zahl mehr doppelt vorkommt. (Hinweis: prüfen Sie vor hinzufügen eines Elements, ob dieses schon in der Liste enthalten ist.)

Mögliche Theoriefragen:

- Was ist die einzige relevante, und somit definierende Eigenschaft der Mengenlehre?
- Wie bezeichnet man Y , wenn X eine Teilmenge von Y ist?
- Wann sind zwei Mengen disjunkt?
- Wie nennt man die Anzahl von Elementen in einer Menge?
- Geben Sie $A \times B$ in Mengenschreibweise an.
- Was ist eine Potenzmenge?
- Was ist die Kardinalität von $\mathcal{P}(A)$?