

Trabalho 1

Provas por Indução de Especificações Equacionais Recursivas

O objetivo deste trabalho é construir especificações equacionais recursivas e provas formais por indução e a verificação de sua validade no sistema Isabelle usando obrigatoriamente a linguagem Isar. O trabalho será realizado em grupos de até 5 alunos.

Enunciado dos problemas:

1) Seja a seguinte especificação de uma função recursiva sobre números naturais para o cálculo da potência:

$$\begin{aligned} pot: \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N} \\ pot(x, 0) &= 1 \\ pot(x, y + 1) &= x * pot(x, y) \end{aligned}$$

Prove primeiro o seguinte lema:

$$\forall x, m, n \in \mathbb{N} (pot(x, m + n) = pot(x, m) * pot(x, n))$$

Utilizando o lema como auxiliar, prove o seguinte teorema:

$$\forall x, m, n \in \mathbb{N} (pot(x, m * n) = pot(pot(x, m), n))$$

2) Sejam as seguintes especificações de funções recursivas sobre o tipo indutivo de listas:

$$\begin{aligned} cat: List(\tau) \times List(\tau) &\rightarrow List(\tau) \\ cat([], ys) &= ys \\ cat(x: xs, ys) &= x: cat(xs, ys) \\ \\ reverso: List(\tau) &\rightarrow List(\tau) \\ reverso([]) &= [] \\ reverso(x: xs) &= cat(reverso(xs), [x]) \\ \\ somatorio: List(\tau) &\rightarrow \mathbb{N} \\ somatorio([]) &= 0 \\ somatorio(x: xs) &= x + somatorio(xs) \end{aligned}$$

Prove primeiro o seguinte lema:

$$\forall xs, ys \in List(\mathbb{N}) \left(somatorio(cat(xs, ys)) = somatorio(xs) + somatorio(ys) \right)$$

Utilizando o lema como auxiliar, prove o seguinte teorema:

$$\forall xs \in List(\mathbb{N}) \left(somatorio(reverso(xs)) = somatorio(xs) \right)$$

Entrega:

A entrega deve ser realizada na sala indicada no Moodle até a data limite e composta de dois documentos:

1. Documento PDF contendo a prova formal por indução dos teoremas solicitados, no estilo utilizado nas demonstrações em sala de aula, juntamente com o nome de todos os integrantes.
2. Arquivo (.thy) contendo todo o código-fonte em Isabelle, juntamente com o nome de todos os integrantes.

IMPORTANTE:

- Utilize obrigatoriamente como base o arquivo Isabelle disponibilizado no Moodle.
- A prova em Isar deve ser a mais detalhada possível, mostrando todos os passos da prova por indução construída no documento PDF; pular etapas de provas pelo uso do provador automático acarretará penalidades na avaliação.

Observações:

- Cópia de trabalhos é plágio, sujeito a processo disciplinar. Os trabalhos envolvidos em plágio receberão nota 0,0 (zero).
- Dúvidas sobre a especificação devem ser esclarecidas com o professor.
- Não serão aceitos trabalhos entregues além da data limite.
- Não serão aceitos trabalho entregues via correio eletrônico.