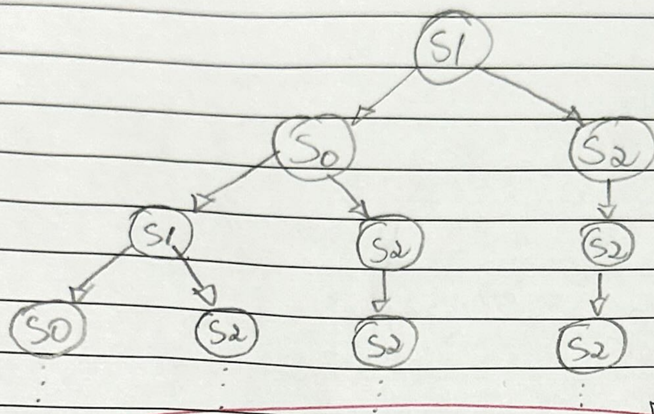
5




→ entende-se "verdadeiro" como "válido"

a) $EX(q \wedge r)$ → Sim, verdadeiro descendo a árvore sempre a esquerda

não é primeiro passo!

b) $AFr$ → Sim, verdadeiro todos os caminhos ~~(eventualmente levam)~~ iniciam em S1 onde a fórmula $Fr$ é verdadeira

c) $EF(p \wedge r)$ → Não válido, não existe nenhum caminho que leve à um estado onde $p \wedge r$

(4)

~~a) G(F A)~~

Caminhos de S1
- $\pi_1$ = S1, S2, S3, S1, S2, S3 ...
- $\pi_2$ = S1, S0, S1, S0, S1, S0 ...
- $\pi_3$ = S1, S0, S1, S0, S1, S2, S3, S1, S2, S3 ...
- $\pi_4$ = S1, S2, S3, S0, S1, S0, S1

a) G(F A)

Falso, caminho $\pi_1$, faz com que o sistema nunca atinja o estado S0, e portanto A nunca é verdadeiro

b) G(F B)

Verdadeiro, todos os ~~o~~ caminhos que iniciam em S1, eventualmente retornam em S1. Desta forma, para todos os estados em todos os caminhos que iniciam em S1, no futuro B será verdadeiro visto que B é verdadeiro em S1

c) G(C ⇒ F D)

Verdadeiro. ~~Para o caminho $\pi_2$, C nunca é verdadeiro desta maneira "se falso então verdadeiro" Para todos os demais caminhos a formula é verdadeira, visto que C ⇒ F D satisfaz na transição ~~dos~~ do estado S2 p/ S3~~

A formula é verdadeira p/ os caminhos de S1 ao passo que todas as posições em que C é falso, a formula C ⇒ F D é verdadeira.
Na posição em que C é verdadeiro, por exemplo, posição 1 do caminho $\pi_1$, posição 6 do caminho $\pi_3$ e posição 1 do caminho $\pi_1$, a fórmula F D é verdadeira

c)

$P(h:L) \triangleq \text{somalista}(\text{cat}(h:L, L')) = \text{somalista}(h:L) + \text{somalista}(L')$

$= \text{somalista}(h:\text{cat}(L, L'))$ (por cat02)

$= h + \text{somalista}(\cancel{h:}\,\text{cat}(L, L'))$ (por somalista2)

$= h + \text{somalista}(L) + \text{somalista}(L')$ (por indução)

$= \text{somalista}(h:L) + \text{somalista}(L')$ (por somalista2)

q.e.d

# Pontifíca Universidade Católica do Rio Grande do Sul

**UNIDADE:** ______ **CURSO:** ______ **NÍVEL:** ______

**DISCIPLINA:** ______ **ALUNO:** Filipe de Oliveira de Freitas

(Nome do aluno por extenso e bem legível)

**Porto Alegre,** ___ **de** ______ **de 20**___

| ASSINATURA DO PROFESSOR | GRAU |
|---|---|
| | 9,4 |

**QUESTÕES FORMULADAS:**

① Pois a demonstração matemática consegue provar a correção da propriedade. É ela, por exemplo, que prova uma igualdade.
Não se pode utilizar testes pois estes não possuem a capacidade de provar a verdade para todos os elementos do conjunto.
A indução, com poucos passos, prova a verdade p/ todos elementos.

② a) $P(n) \triangleq pot2(n, a) = 2^n \times a$ → $\forall a \in \mathbb{N} \ldots$

b) Base

$P(0) \triangleq pot2(0, a) = 2^0 \times a$
$= a$ (por pot2 – 1)
$= 1 \times a$ (por alg)
$= 2^0 \times a$ (por alg)

q.e.d

c) Indução

$P(n) \Rightarrow P(n+1)$

$P(n+1) \triangleq pot2(n+1, a) = 2^{n+1} \times a$
$= pot2(n, 2 \times a)$ (por pot2 – 2)
$= 2^n \times 2 \times a$ (por HI)
$= 2^{n+1} \times a$ (por alg)

q.e.d

③ a) $P(L) \triangleq$ $\forall L' \ldots$ somalista(cat(L, L')) = somalista(L) + somalista(L')

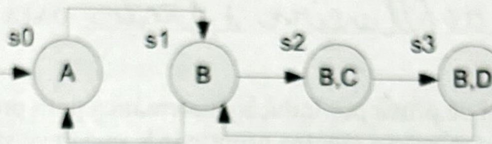
b) Base

P([ ]) $\triangleq$ somalista(cat([ ], L')) = somalista([ ]) + somalista(L')
= somalista(L') (por cat01)
= 0 + somalista(L') (por alg)
= somalista([ ]) + somalista(L') (por somalista1)

q.e.d

20

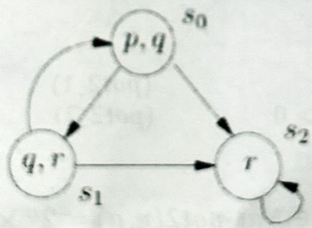
4) Seja a seguinte máquina de estados representada por um Modelo de Kripke. Para cada fórmula LTL a seguir, determine se $M, S1 \vDash fórmula$, ou seja, se a fórmula é válida para todos os caminhos que iniciam em S1. Justifique cada caso.




a) G F A
b) G F B
c) G (C ⇒ F D)

14

5) Seja a seguinte máquina de estados representada por um Modelo de Kripke. Para cada fórmula CTL a seguir, determine se $M, S1 \vDash fórmula$, ou seja, se a fórmula é válida para todos os ramos da árvore que inicia em S1. Justifique cada caso.




a) $EX\ (q \wedge r)$
b) $AF\ r$
c) $EF\ (p \wedge r)$

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA POLITÉCNICA
Métodos Formais
Prof. Júlio Machado – Prova 2 – 2022/2

NOME: Filipe de Oliveira de Freitos DATA: 28/11/22

20

1) Normalmente utilizamos a técnica de prova por indução matemática para provar a correção de algoritmos recursivos (funções, programas) com relação a alguma propriedade que deve ser satisfeita pelo programa ou função. Por que precisamos apresentar uma demonstração matemática para justificarmos essa correção? Haveria uma outra forma que evitasse uma prova matemática desta correção? Por exemplo, poderíamos utilizar testes ao invés de uma demonstração por indução matemática? Ñ, p/ todos

2) Considere a seguinte função definida recursivamente na cauda para o cálculo da potência de dois de um número Natural:

$pot2: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
$requer: true$
$garante: pot2(n, a) = 2^n \times a$
$pot2(0, a) = a$ $(pot2\_1)$
$pot2(n, a) = pot2(n-1, 2 \times a), se\ n > 0$ $(pot2\_2)$

2,0

Deseja-se provar por indução que:

$$\forall n, a \in Nat. pot2(n, a) = 2^n \times a.$$

4 a) Defina a propriedade a ser provada.
e b) Prove o caso base.
e c) Prove o caso indutivo.

3) Considere as seguintes funções recursivas sobre listas de acordo com a estrutura indutiva trabalhada em sala de aula. A função $cat$ representa uma operação de concatenação de listas, $somalist$ representa o somatório dos elementos de uma lista.

$$\frac{}{[\ \ ] \in List(\tau)}empty \qquad \frac{L \in List(\tau), h \in \tau}{h: L \in List(\tau)}cons$$

$cat: List(\tau) \to List(\tau) \to List(\tau)$
$cat([\ \ ], L) = L$ $(cat01)$
$cat(h: T, L) = h: cat(T, L)$ $(cat02)$

$somalista: List(\mathbb{N}) \to \mathbb{N}$
$somalista([\ \ ]) = 0$ $(somalista1)$
$somalista(h: T) = h + somalista(T)$ $(somalista2)$

20 1

Deseja-se provar por indução que:

$$\forall L_1, L_2 \in List(\mathbb{N}). somalista(cat(L_1, L_2)) = somalista(L_1) + somalista(L_2)$$

4 a) Defina a propriedade a ser provada.
e b) Prove o caso base.
e c) Prove o caso indutivo.

CONTINUA→